
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Gazi
1926

HİYERARŞİK KREDİBİLİTE MODELİNDE PRİM FİYATLAMA

Yağmur ÖZDEMİR

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TEMMUZ 2025

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

.

Yağmur ÖZDEMİR

01/07/2025

HİYERARŞİK KREDİBİLİTE MODELİNDE PRİM FİYATLAMA

(Yüksek Lisans Tezi)

Yağmur ÖZDEMİR

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2025

ÖZET

Dünyada her insan farklı riskler ile karşılaşabilmektedir. Bu risklere sigorta şirketleri portföyleri için en uygun primi belirlemelidir. Portföy büyüdükçe, heterojen yapının artmasından dolayı adil prim fiyatlandırma yapmak zorlaşır. Bu nedenle bazı risklere fazla prim uygulanırken bazı risklere az prim uygulanabilmektedir. Bu durumda sigorta şirketlerinin primler için farklı risk grupları arasındaki dengeyi korumaları kısacası iyi ve kötü sigortalı ayrımı yapması gerekmektedir. Bu durumda en iyi primin belirlenebilmesi için tecrübeye dayalı fiyatlandırma tekniklerinden biri olan kredibilite teorisi geliştirilmiştir. Bu çalışmada sigorta verilerinin genel olarak hiyerarşik yapıda olmasından dolayı Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinden yararlanılmıştır ve analiz sonucunda hem poliçe sahibi hem de sigorta şirketi için daha doğru, güvenilir ve adil prim tahminleri elde etmek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, hiyerarşik kredibilite modelinin kullanım aşamaları ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Daha sonra bu bilgiler gerçek dünya veri uygulamaları ile desteklenmiştir. Araştırma da kullanılan veri seti Türkiye Sigorta Birliği Motorlu Taşıtlar Sigorta İstatistiği Trafik veri tabanından alınmıştır. Elde edilen veriler sonucunda hiyerarşik kredibilite modeli için araç türleri vasıta türlerine göre (Ticari Araçlar, Otomobil ve Motosiklet) ayrılarak her biri için Z kredibilite faktörü hesaplanıp prim tahmini yapılmış ve sonuçlar yorumlanmıştır. Ayrıca bu çalışmanın amacına uygun olarak actuar ve actuaRE paketleri yardımıyla hiyerarşik kredibilite modeliyle prim modellemesinin nasıl yapılacağı farklı gerçek dünya verileri üzerinden yapılmıştır.

Bilim Kodu	:	20511
Anahtar Kelimeler	:	Kredibilite teorisi, kredibilite modelleri, hiyerarşik kredibilite modeli
Sayfa Adedi	:	60
Danışman	:	Prof. Dr. Meral EBEGİL

PREMIUM PRICING IN HIERARCHICAL CREDIBILITY MODEL

(M. Sc. Thesis)

Yağmur ÖZDEMİR

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

July 2025

ABSTRACT

Every person in the world can face different risks. Insurance companies must determine the most appropriate premium for their portfolios for these risks. As the portfolio grows, it becomes difficult to make fair premium pricing due to the increase in heterogeneous structure. Therefore, while high premiums are applied to some risks, low premiums can be applied to others. In this case, insurance companies need to maintain the balance between different risk groups for premiums, in short, to distinguish between good and bad insured. In this case, credibility theory, one of the pricing techniques based on experience, has been developed to determine the best premium. In this study, Jewell's hierarchical credibility model was used due to the general hierarchical structure of insurance data, and as a result of the analysis, it was aimed to obtain more accurate, reliable and fair premium estimates for both the policyholder and the insurance company. For this purpose, the stages of using the hierarchical credibility model were explained in detail. Later, this information was supported with real-world data applications. The data set used in the research was taken from the Turkish Insurance Association Motor Vehicles Insurance Statistics Traffic database. As a result of the obtained data, vehicle types were separated according to vehicle types (Commercial Vehicles, Cars and Motorcycles) for the hierarchical credibility model, Z credibility factor was calculated for each, premium estimate was made and the results were interpreted. In addition, in accordance with the purpose of this study, how to do premium modeling with the hierarchical credibility model with the help of actuar and actuaRE packages was done on different real world data.

Science Code : 20511
Key Words : Credibility theory, credibility models, hierarchical credibility model
Page Number : 60
Supervisor : Prof. Dr. Meral EBEGİL

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamda yol gösteren, bilgi ve deneyimiyle bana yardımcı olan danışmanım Sayın Prof. Dr. Meral EBEGİL'e, hayatımın her aşamasında sabırla bana yol gösteren ve desteğini esirgemeyen annem Ayşe ÖZDEMİR'e, değerli öğretmenim babam Aziz ÖZDEMİR'e, her konuda bana cesaret veren ablam Göksu ÖZDEMİR'e ve fikirlerimi ve düşüncelerimi özgürce paylaştığım değerli ikizim Damla ÖZDEMİR'e teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET iv

ABSTRACT v

TEŞEKKÜR vi

İÇİNDEKİLER vii

ÇİZELGELERİN LİSTESİ ix

ŞEKİLLERİN LİSTESİ xi

SİMGELER VE KISALTMALAR xii

1. GİRİŞ 1

2. KREDİBİLİTE KURAMI 5

3. KREDİBİLİTE MODELLERİ 11

3.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite 12

3.1.1. Tam kredibilite 12

3.1.2. Kısmı kredibilite 17

3.2. En Büyük Kesinlik Kredibilitesi 20

3.2.1. Bühlmann kredibilite modeli 20

3.2.2. Bühlmann Straub kredibilite modeli 23

3.2.3. Hiyerarşik kredibilite modeli 26

4. UYGULAMA 39

4.1. Hiyerarşik Kredibilite Modeli ile Trafik Sigortası Verileri Kullanılarak 2025 Yılı Prim Tahmini 39

4.1.1. Hiyerarşik kredibilite modeli için trafik sigortası verileri ile R programlama dili kodları 47

5. SONUÇLAR 51

KAYNAKLAR 53

EKLER 57

Sayfa

ÖZGEÇMİŞ 60

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

Çizelge 2.1. Bir sigorta şirketine ait 20 sigortalının 10 yıllık hasar deneyimi 9

Çizelge 3.1. İşçi başına ortalama hasar ve işçi sayısı 25

Çizelge 3.2. Eyaletlere göre hasar tutarları ($) 32

Çizelge 3.3. Eyaletlere göre hasar sayıları 32

Çizelge 3.4. Eyaletlere ilişkin ağırlıklar 33

Çizelge 3.5. Sektör ortalamaları 33

Çizelge 3.6. Tüm eyaletler için hesaplanan $w_{ijt}(X_{ijt} - X_{ijw})^2$ değerleri 34

Çizelge 3.7. Tüm zij değerleri 35

Çizelge 3.8. Sektörler için kredibilite faktörleri 37

Çizelge 3.9. Sektörler için kredibilite primleri 37

Çizelge 3.10. Herbir eyalet için sektörlere ait kredibilite primleri 38

Çizelge 4.1. Alt branş teminat adet (police) sayısı 40

Çizelge 4.2. Yazılan primler (primler) 40

Çizelge 4.3. Ödenen tazminat toplamı (hasar tutarı) (TL) 40

Çizelge 4.4. Ödeme yapılan mağdur (hasar) sayısı toplam sayısı 40

Çizelge 4.5. Sigortalı başına ortalama hasar tutarı (TL) 41

Çizelge 4.6. Araç türlerine ilişkin ağırlıklar 42

Çizelge 4.7. Araç türlerine göre bireysel ortalamalar 43

Çizelge 4.8. Tüm eyaletler için $w_{ijt}(X_{ijt} - X_{ijw})^2$ değerleri 43

Çizelge 4.9. Ağırlıklı ortalama 44

Çizelge 4.10. Herbir araç türü için zij değerleri 45

Çizelge 4.11. Sektörler için kredibilite faktörleri 46

Çizelge 4.12. Sektörler için kredibilite primleri 46

Çizelge 4.13. Herbir araç türü için kredibilite primleri 47

Çizelge **Sayfa**

Çizelge 4.14. Kredibilite hesaplanması için kullanılan R programlama paketleri ve kütüphaneleri 48

Çizelge 4.15. Trafik sigortası veri setinin R programına aktarılması 48

Çizelge 4.16. Veri setinde satır ve sütun isimlerinin tanımlanması 49

Çizelge 4.17. Hiyerarşik kedibilite modeli için veri setinin düzenlenmesi 49

Çizelge 4.18. Hiyerarşik kredibilite modeli hesaplanmasında kullanılacak model R programlama dili kodu 50

Çizelge 4.19. Hiyerarşik kredibilite modeli hesaplanmasında kullanılan farklı R programlama kodu..... 50

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil 2.1. C'nin doğrusal gösterimi 5

Şekil 2.2. Hedef atış örneği 7

Şekil 2.3. Kimliği bilinmeyen bir atıcı x noktasına yapılan atış örneği 7

Şekil 2.4. A, B, C ve D atıcılarının atış sonuçları 8

Şekil 3.1. Kredibilite modelerinin sınıflandırması 11

Şekil 3.2. İki aşamalı hiyerarşik kredibilite model yapısı 27

Şekil 3.3. İki aşamalı hiyerarşik kredibilite modeli algoritması 31

Şekil 4.1. Araç türleri için hiyerarşik model yapısı 39

Şekil 4.2. Kredibilite için kullanılan paketler, kütüphaneler ve R programlama çalışma görüntüsü 48

Şekil 4.3. Veri setinin R programına aktarılması, R programlama çalışma görüntüsü 48

Şekil 4.4. Veri setinin satır ve sütunlarının isimlendirilmesi ve R programlama çalışma görüntüsü 49

Şekil 4.5. Hiyerarşik kedibilite modeli için veri setinin düzenlenmesi ve R programlama çalışma görüntüsü 49

Şekil 4.6. Kredibilite hesaplanmasında kullanılacak model R programlama dili kodu, R programlama çalışma görüntüsü 50

Şekil 4.7. Kredibilite hesaplanmasında kullanılacak farklı bir R programlama dili kodu ve R programlama çalışma görüntüsü 50

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Kısaltmalar	Açıklamalar
C	Kredibilite prim değeri
m	Toplam riske maruz kalma değeri
v	Süreç varyansının beklenen değeri
Z	Kredibilite faktörü
α	Hipotetik ortalamaların varyansı
μ	Hipotetik ortalamaların beklenen değeri

1. GİRİŞ

Aktüerya, sigortacılık tekniği ile buna ilişkin istatistik, matematik ve demografi konularında çeşitli istatistik tekniklerini uygulayarak primlerin hesaplandığı bir alandır. Kısacası aktüerya bilimi insanların, yaşamını veya mal varlığını etkileyen öngörülemeyen olaylarla ve finansal etkileriyle ilgilenen çalışma sahasıdır. Aktüerler ise rastgeleliğe bağlı olayların oluşma riskini analiz etmek, çeşitli konularda aktüeryel teknikleri kullanarak primlerin hesaplamasını yapan kişilerdir [1].

Her insan farklı riskler ile karşılaşabilir. Bu risklere göre sigorta şirketleri portföyleri için uygun primi belirlemelidir. Bazı risklere fazla prim uygulaması yapılırken bazı risklere az prim uygulanabilmektedir. Bu yüzden sigorta şirketleri farklı risk grupları arasındaki dengeyi korumalıdır. Diğer bir deyişle, iyi ve kötü sigortalı ayrımı yapması gerekmektedir. Bu probleme çözüm olarak tecrübeye dayalı fiyatlandırma tekniklerinden faydalanılır. Bu fiyatlandırma tekniklerden birisi kredibilite teorisidir.

Kredibilite kelimesi başlangıçta aktüerya biliminde, aktüerlerin prim fiyatlandırması yaparken, geçmişe ait verilerin güvenilirliğinin bir ölçüsü olarak tanıtılmış olup heterojen portföylerde yer alan risklerin fiyatlandırılmasında kullanılmıştır. Kredibilite teorisi bir kısım sigortalının geçmiş hasar deneyimi ile gelecek dönemdeki primini belirleyerek fiyatlandırma tekniklerinden faydalanılır [2]. Kredibilite teorisi, genellikle hayat dışı sigortaların fiyatlandırılmasında tercih edilen bir yöntemdir.

Kredibilite teorisi için ilk çalışma Mowbray (1914) tarafından tam kredibilite (full credibility) kavramı üzerine yapılmıştır. Bu çalışma ile, sınırlı dalgalanmalı kredibilite (the limited fluctuation credibility) kuramının temelleri atılmıştır [3].

Whitney (1918), tam kredibilite koşullarının sağlanmasının zor olduğunu belirterek kısmi kredibilite kavramını ortaya çıkarmıştır. Bu çalışmada, bireysel risk verileri ile tüm risk sınıfına ilişkin veriler ağırlıklandırarak deneyim fiyatlandırması yapılmıştır. Aynı zamanda, Normal-Binom modeli çalışması ile en büyük kesinlik kredibilite yaklaşımının (the greatest accuracy credibility) temeli atılmıştır [4]. Daha sonra, Arthur Bailey (1945), en büyük kesinlik kredibilite yaklaşımına, en küçük kareler yöntemini uygulamıştır. Bailey modern kredibilite yaklaşımının öncüsü olarak bilinmektedir [5].

Bayes yönteminin temeline dayanan en büyük kesinlik kredibilite yaklaşımı Bülhmann tarafından geliştirilmiştir. Bühlmann (1967), bayes yönteminden bağımsız en iyi doğrusal yaklaşımı ifade edebilecek bir kredibilite formülü elde etmiş ve sonucunda Bühlmann kredibilite modelini oluşturmuştur [6]. Bühlmann-Straub (1970), Bülhmann Kredibilite modelinde bulunan varyans homojenliği varsayımı yerine, modele varyans heterojenliği özelliği eklenmiştir. Böylece oluşan genelleştirilmiş yeni modele Bühlmann-Straub modeli adı verilmiştir [7].

Kredibilite teorisi 1970'lerden sonra hızlı bir gelişim sürecine girmiştir. Sigorta verilerinin genel olarak hiyerarşik yapıda olmasından dolayı Jewell (1975)'de iki aşamalı hiyerarşik kredibilite modelini sunmuştur [8]. Hachemeister (1975), kredibilite kuramında, regresyon modeli çalışması yapmıştır [9]. Kredibilite modellerinde yapılan yeniliklerde biri de varyans bileşenleri modelleridir. Taylor (1979) iki aşamalı hiyerarşik modeli geliştirerek çok aşamalı model üzerine çalışmalar yapmıştır [10]. Ragnar Norberg (1986) hiyerarşik kredibilite modelini regresyon bağlamında incelenmiştir [11].

Dannenburg (1995) tarafından geliştirilen çapraz sınıflandırılmış kredibilite modeli, hiyerarşik kredibilite modelinin sonuçlarını genelleyerek oluşturulmuştur. Diğer bir deyişle, çapraz sınıflandırılmış kredibilite modeli, varyans bileşeni modelinden uyarlanmıştır [12].

Dannenburg ve diğerleri (1996) bazı istatistiksel modelleri kredibilite kuramına uygulamıştır. Bunun için, kredibilite kestiricilerinin elde edilmesinde varyans bileşenleri modelini kullanmışlardır. [13].

Nelder ve Verall (1997) kredibilite yaklaşımını hiyerarşik genelleştirilmiş doğrusal modeller teorisine nasıl dahil edilebileceğini göstermiştir [14].

Goulet (1998) tam kredibilite teorisini incelediği çalışmasında paremetre kestirimleri ve modellerin hangi yaklaşımlarda kullanılması gerektiğini açıklamıştır. Aynı zamanda, kredibiliteyi sınırlı dalgalanmalı kredibilite ve en büyük kesinlik kredibilitesi olarak ikiye ayırmış ve bu iki ana yaklaşıma vurgu yapmıştır. Daha sonra en büyük kesinlik kredibilitesini kendi içeriside Bühlmann Kredibilite, Bühlmann-Straub Kredibilite, Hachemeister Kredibilite, Hiyerarşik Kredibilite ve Çapraz Sınıflandırma Kredibilite Modeli olarak alt dallara ayırmıştır [15].

Frees vd. (1999), kredibilite teorisinde uzunlamasına (longitudinal) veri modelleri üzerine çalışmalar yapmıştır [16].

Ebegil (2006), çalışmasında Nelder ve Verrall (1997) çalışmasını genişletmiştir. Bu çalışmada, genelleştirilmiş doğrusal karma modellerin özel bir türü olan hiyerarşik genelleştirilmiş doğrusal modeller ile Bühlmann-Straub kredibilite modelini birlikte kullanarak genelleştirilmiş doğrusal modeller yardımıyla kredibilite formülü oluşturulmuştur [17].

Antonie ve Beirlant (2007) kredibilite teorisinde panel verileri genelleştirilmiş doğrusal modeller çerçevesinde modellemek için, ortalamanın hem sabit hem de rastgele etkilerini doğrusal bir fonksiyonu olarak dönüşümünü modelleyen genelleştirilmiş doğrusal karma modelleri kullanmıştır [18].

Ebegil (2007), Bühlmann-Straub modeli ile Karma etki modelinin özel bir hali olan tek faktör rassal etki modeli arasındaki ilişkileri teorik olarak incelemiştir [19].

Şentürk (2010), tez çalışmasında kredibilite teorisini açıklamış ve panel veri ile kredibilite modelleri arasındaki bağlantıyı incelemiştir [20].

Karadağ (2014), hayat dışı sigorta branşlarının fiyatlandırılmasında sıklıkla kullanılan genelleştirilmiş doğrusal modeller ile kredibilite teorisini birlikte ele almıştır. Üstel Dağılım Ailesi'ndeki dağılımlar için genelleştirilmiş doğrusal modelleri uygulamıştır [21].

Erdemir ve Sucu (2016), genelleştirilmiş doğrusal model bileşenlerinin ve bağ fonksiyonunun kredibiliteye etkisini incelemiştir [22].

Altan (2025), büyük ölçekli ve heterojen portföylerde risk faktörlerinin etkisinin modele dahil edilmesine olanak sağlayan iki yönlü hiyerarşik ve çapraz sınıflama kredibilite modellerinin birlikte kullanıldığı yeni hibrit bir model önermiştir [23].

Bu çalışmada, ilk olarak prim fiyatlamada temel oluşturan kredibilite kavramından ve temel modellerinden bahsedilecektir. Kredibilite modelleri sınırlı dalgalanmalı kredibilite ve en büyük kesinlik kredibilite modelleri olarak iki ana başlıkta incelenebilir. Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modelleri, tam kredibilite ve kısmi kredibilite modelleri, en büyük kesinlik

kredibilite modelleri ise, çalışmanın amacı doğrultusunda Bülhmann, Bülhmann-Straub ve Hiyerarşik Kredibilite modelleri olarak incelenecektir. Çalışmanın amacına uygun olarak öncelikle hiyerarşik kredibilite modelinin teorisi ayrıntılı olarak verilecektir. Daha sonra, R programlamada sıklıkla kullanılan actuar paketinde yer alan hachemeister (1975) veri seti kullanılarak iki aşamalı hiyerarşik kredibilite modelinin yapısını anlamak amacıyla prim modellemeleri ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Son olarak, öncelikle Türkiye Sigorta Birliği Motorlu Taşıtlar Sigorta İstatistiği Trafik veri tabanından alınan dört yıllık gerçek veri için üç aşamalı hiyerarşik kredibilite modeli kullanılarak 2025 yılı için prim modellemesi yapılmıştır. Sonrasında, aynı veri seti kullanılarak R programındaki actuar ve actuaRE paketleri yardımıyla uygulamanın nasıl yapılacağı açık bir şekilde gösterilerek 2025 yılı için prim tahmini yapılarak sonuçlar yorumlanmış ve karşılaştırılmıştır.

2. KREDİBİLİTE KURAMI

Kredibilite teorisi, 1890'ların sonlarında işveren sorumluluk sigortalarının fiyatlandırmasıyla ortaya çıkmıştır. İşçi tazminatlarının fiyatlandırılmasında yaygın olarak kullanılmıştır. Kredibilite, heterojen veri gruplarının bir araya getirilerek ortak bir tahmini olarak da tanımlanabilmektedir [24].

Aktüerya Bilimlerinde kredibilite kelimesi, fiyatlandırma yapılırken sigortalının deneyimine ne ölçüde güvenmesi gerektiğini belirtmek üzere, kısacası güvenin ölçüsü olarak kullanılmıştır. Sigortacılıkta heterojen portföylerde yer alan risklerin fiyatlandırılmasında kullanılan kredibilite teorisi, geçmişe ait hasar bilgileri bilinen, benzer risklerden oluşan bir grupta, herhangi bir birimin gelecek dönemdeki beklenen hasarının kestiriminde ve prim tahminin yapılmasında kullanılan yöntemdir [25].

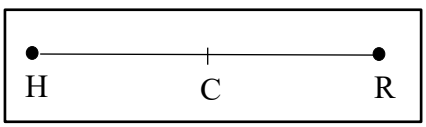
Kredibilite, bir risk grubuna ait yeni veriler ile aynı risk grubuna ait eski veriler arasında dengeli bir dağılım sonucu ortaya çıkan gerçek beklentinin tahminini içermektedir [25].

Temel kredibilite formülü Eş. 2.1'deki gibi hesaplanır [26].

$$C = Z\,R + (1 - Z)H \quad , 0 \leq Z \leq 1 \tag{2.1}$$

C: Kredibilite kestiricisi (hasar sayısı, hasar tutarı, risk primi vb.)
Z: Kredibilite faktörü
R: Yeni verilerin ortalaması
H: Eski verilerin ortalaması

Kredibilite kestiricisi C, eski değerler ile yeni değerler arasında yer almaktadır. Şekil 2.1'de C' nin görsel gösterimi verilmiştir.



Şekil 2.1. C' nin doğrusal gösterimi

Z = 0 olması durumunda bireysel prim, genel prime eşittir. Bu eşitlik portföyün homojen olması durumunda gerçekleşir fakat portföyler genellikle heterojen olmasından dolayı çok fazla gerçekleşmemektedir. $Z = 1$ olduğunda, bir sonraki döneme ilişkin kestirim, tamamen sigortalının kendi hasar deneyimine göre yapılmış olur. Sigortalıya ilişkin bilgi az ve kısıtlı olduğundan pratikte çok fazla gerçekleşmemektedir. Veri seti büyükse, kısaca sigortalıya ilişkin gözlem değeri fazla olduğunda Z değeri 1'e yakın, gözlem değeri az ise Z değeri 0'a yakın bir değer alır [27].

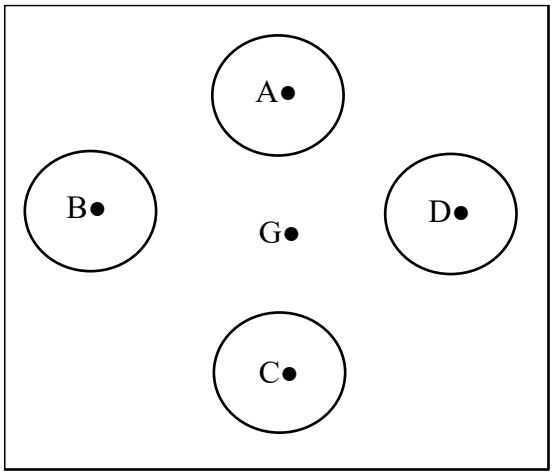
Z kredibilite faktörü için Eş. 2.2'de verilen formül kullanılır.

$$Z = \frac{n}{n+k} \tag{2.2}$$

Burada n, hasar sayısı veya poliçe sayısı gibi bir değişkeni ifade ederken, k ise Eş. 2.3'de verildiği gibidir.

$$k = \frac{v}{a} = \frac{Süreç\ varyansının\ beklenen\ değeri}{Hipotetik\ Ortalama\ varyansı} \tag{2.3}$$

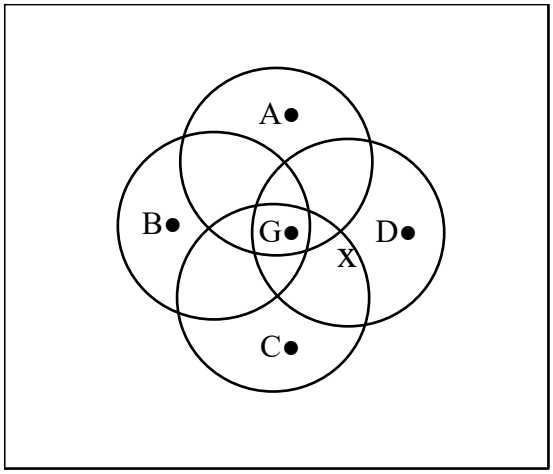
Burada süreç varyansının beklenen değeri ve hipotetik ortalama varyansını açıklayabilmek amacıyla Philbrick' in hedef ve atış örneği kullanmıştır. Bu örneği basit bir şekilde açıklamak amacıyla, dört farklı atıcı; A, B, C ve D arasında seçim yapıldığını ve her bir atıcının seçilme olasılığının eşit olduğu varsayılsın. Belirli bir atıcı, rastgele seçildikten sonra, kimliği bizim tarafımızdan bilinmemekte ve seçilen bu atıcı, belirli bir mesafeden bir hedefe nişan alarak atış yapmaktadır. Bu bağlamda temel amaç, seçilen atıcının ilk atışıyla hedefte vurduğu yerin gözlemlenmesine dayanarak, bir sonraki atışında hedefin hangi noktasını vurabileceğini öngörmektir. Şekil 2.2'de hedef atış örneği temsili olarak gösterilmiştir [28].



Şekil 2.2. Hedef atış örneği

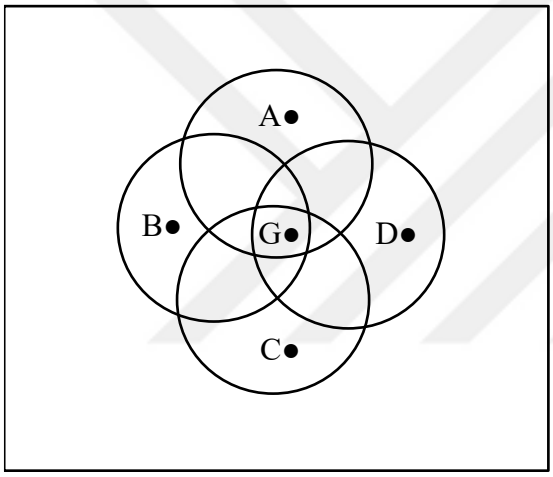
Şekil 2.2'de her bir dairesel hedefin merkezi, o hedefe ilişkin atıcının atışlarının hipotetik ortalamasını temsil eder. Bu bağlamda, ağırlık merkezi olarak adlandırılan G noktası, söz konusu hipotetik ortalamaların beklenen değeri olarak tanımlanır. Genel anlamda, hipotetik ortalama, belirli risk karakteristikleri altında hesaplanan koşullu bir ortalamayı ifade etmektedir [29].

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi kimliği bilinmeyen bir atıcının x noktasına atış yaptığı varsayılsın. Bir sonra yapılacak olan atışın en iyi tahmini, genel ortalama G ile ilgili x noktası arasında bir doğrultu üzerinde yer alacaktır. Ancak bu tahmin, G noktasından çok uzaklaşmayacaktır.



Şekil 2.3. Kimliği bilinmeyen bir atıcı x noktasına yapılan atış örneği

A, B, C ve D atıcılarının atış sonuçları Şekil 2.4' de verildiği gibi olsun. Bu örnekte, hipotetik ortalamaların varyansı, dört hedefin ortalamaları ile G noktası arasındaki mesafelerin bir fonksiyonu şeklinde ifade edilebilir. Diğer bir deyişle, G ile A, B, C ve D noktaları arasındaki mesafelerin karelerinin ortalamasına eşdeğer bir büyüklüğü temsil etmektedir. Öte yandan, süreç varyansı, her bir atıcıya ait gerçek atış noktaları ile ilgili atıcının hipotetik ortalaması arasındaki mesafelerin karelerinin ortalaması olarak tanımlanabilir. Genel olarak her süreç, hasar sayısını veya hasar tutarını oluşturan mekanizmayı ifade eder. Bu bağlamda, süreç varyansı, belirli risk karakteristiklerinin verildiği durumlarda koşullu bir varyans olarak değerlendirilmektedir. Örneğin, A atıcısının süreç varyansı, A hedefi etrafındaki değişkenliğin bir göstergesi olarak ele alınmaktadır [29].



Şekil 2.4. A, B, C ve D atıcılarının atış sonuçları

Kredibilite modelleri heterojenlik durumuna çözüm getirebilmek ve primlerin gerçeğe yakın tahminlerini yapabilmek için düzenlenmiştir. Kredibilite kavramı Norberg (1979)'a ait bir örnek ile açıklanabilir [30].

Bir sigorta şirketi yirmi tane sürücüyü sigortalamıştır ve sürücülerin geçen on yıllık verileri Çizelge 2.1'deki gibi verilmiştir. Ortalama hasar oranı 0,20 olarak belirlenmiştir. Yapılan hasarlar "1" ile gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Bir sigorta şirketine ait 20 sigortalının 10 yıllık hasar deneyimi

Yıl \ Poliçe No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	$\bar{X}_i$	$\bar{X}$
1			1								1						1	1			0,0	0,145
2							1		1		1						1				0,0	
3			1				1		1	1											0,2	
4											1						1				0,0	
5									1			1									0,0	
6						1			1												0,0	
7									1					1			1				0,2	
8												1									0,0	
9						1					1		1								0,2	
10									1			1					1		1		0,3	
																					0,1	
																					0,1	
																					0,4	
																					0,1	
																					0,6	
																					0,0	
																					0,2	
																					0,0	
																					0,0	
																					0,1	
																					0,5	
																					0,1	
																					0,1	
																					0,0	

Çizelge 2.1'de ilk yılda 4 tane hasar meydana gelmiştir. Bu hasarlar 3, 11, 17 ve 18. sigortalılar tarafından oluşturulmuştur ve ilk yıl için ortalama hasar oranı $4/20 = 0{,}20$'dir. Onuncu yılın sonunda, ortalama hasar oranı $29/200 = 0{,}145$ olarak hesaplanmaktadır. Ancak, 9, 11 ve 17 numaralı poliçeler hesaba katılmadığında, elde edilen ortalama hasar oranı tahmini $4/170 = 0{,}083$ değerine gerilemektedir. 10 yıllık hasar deneyimine bakıldığında, 1, 2, 4, 5, 8, 15, 16 ve 20 numaralı sigortalıların hasar deneyimi bulunmamaktadır. Sigorta şirketi için bu sigortalılar iyi bir hasar geçmişine sahip olarak görülürken, 9, 11 ve 17 numaralı sigortalıların hasar sayıları incelendiğinde ise 10 yıllık süre içerisinde diğer sigortalılara göre fazla hasar deneyimi bulunmaktadır. Bu müşteriler riskli müşteriler, yani hasar geçmişi kötü olarak görülecektir. Tüm sigortalılar için onuncu yılın sonunda elde edilen ortalama hasar oranı $29/200 = 0{,}145$ dir. 9, 11 ve 17 sigortalılar dikkate alınmadığında 17 sigortalı için ortalama hasar oranı $14/170 = 0{,}0824$ değerine düşmektedir.

Örnek ile sigortalılar arasında farklılıklar olduğu net olarak görülmektedir. Bu noktada poliçe sahiplerine uygulanacak prim belirlenirken, tüm risklerin homojen olduğunu varsayarak hesaplanan primin gruptaki her sigortalıya uygulanması adil değildir. Bu nedenle bazı sigortalılar, hasar deneyimlerinin daha iyi olmasına rağmen, daha fazla prim ödediklerini düşünerek, prim indirimi talebinde bulunabilir. Sonuç olarak daha kötü hasar deneyimine sahip poliçe sahiplerinin daha fazla prim ödemeleri, sigortalılar arasında adil bir prim dağılımı için gereklidir [30].

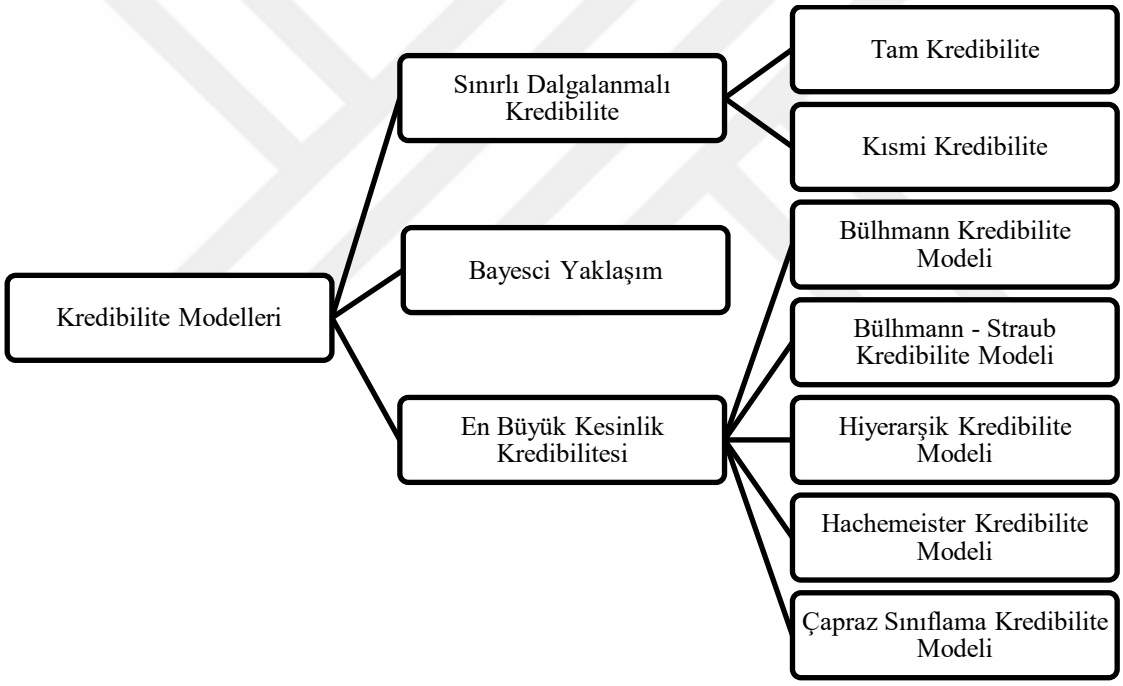
Özet olarak, sigortacı riski az olan poliçe sahipleri için daha düşük prim belirlerken, poliçe sahiplerinin risk durumlarındaki artışa göre daha yüksek bir prim belirleyerek dengeyi sağlamalıdır. Bu probleme bir çözüm olarak en adil primin belirlenebilmesi için tecrübeye dayalı fiyatlandırma tekniklerinden biri olan kredibilite modelleri geliştirilmiştir.

Bir sonraki bölümde kredibilite modelleri sınırlı dalgalanmalı kredibilite ve en büyük kesinlik kredibilite olarak iki ana başlıkta incelenecektir.

3. KREDİBİLİTE MODELLERİ

Kredibilite teorisi, geçmiş sigorta verileri ile yeni sigorta verilerinin ağırlıklı tahmin değerinin hesaplanmasında kullanılır. Ağırlıklandırma Z kredibilite faktörü ile yapılır. Z değerini, hesaplamak için çeşitli yöntemler vardır, bunlar kredibilite modelleri olarak adlandırılır [31].

Kredibilite modelleri, Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite ve En Büyük Kesinlik Kredibilitesi olarak iki ana başlık altında toplanabilir. Kredibilite modellerinin sınıflandırılması Şekil 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.1. Kredibilite modelerinin sınıflandırması

Bu çalışmada öncelikle temel kredibilite modelleri açıklanacak daha sonra hiyerarşik kredibilite modeli ayrıntılı olarak incelenecektir.

3.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite

Amerikan kredibilitesi olarak da bilinen Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilitede modelleri ile ilgili ilk çalışmalar Mowbray (1914) ve Whitney (1918) tarafından yapılmıştır. Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modelinde amaç kredibilite faktörü Z'yi elde etmektir [32].

$i = 1,2, \dots, n$ olmak üzere X_i, bir risk sınıfındaki poliçe sahibinin geçmiş hasar, hasar sayısını veya hasar tutarlarını göstersin. $E(X_i) = \mu$ ve $Var(X_i) = \sigma^2$ olsun, poliçe sahibine ilişkin geçmiş hasarların ortalaması $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$ olarak hesaplanır. X_i'lerin bağımsız olması durumunda $E(\bar{X}) = \mu$ ve $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ olmaktadır. Sigortacının amacı, prim hesabı yapmak ve bunun için μ değerine karar verebilmektir.

Z kredibilite faktörünü hesaplamak için üç durum vardır. Bunlar:

i. **Sıfır kredibilite:** Sigortalının geçmiş verilerini göz ardı ederek, aynı özellikte olmayan tüm poliçe sahiplerine bakılarak elde edilen bir risk primini, M kılavuz primi (manuel prim) ile fiyatlandırma yapmak,
ii. **Tam kredibilite:** M kılavuz prim değerini görmezden gelerek sigortalının geçmiş verilerine bakarak ağırlıklandırma yapmak,
iii. **Kısmi kredibilite:** M ve $\bar{X}$ değerlerine kısmi ağırlık vermek.

şeklinde ifade edilebililir.

Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modeli, sigortalıya ait verinin az değişken olması durumunda yani sigorta portföyünün homojen olması halinde sadece sigortalının geçmiş deneyimlerini dikkate alan tam kredibilite ve sigortalının geçmiş poliçe verilerinin değişken olması halinde kılavuz prim, değerine daha fazla ağırlık verme imkânı sağlayan kısmi kredibilite şeklinde iki alt başlık altında incelenmektedir [32].

3.1.1. Tam kredibilite

Sigorta primlerinin sigortalının kendi hasar deneyimine göre hesaplanması tam kredibilite $(Z = 1)$ olarak adlandırılmaktadır. Diğer bir ifade ile Z kredibilite faktörünün 1 değerini aldığı modeldir. Bu durumda sigortalıya tam kredibilite modelinin uygulanabilmesi için

sigortalının hasar deneyiminin ne kadar olması gerektiği bu model için önemli bir sorudur. Diğer bir deyişle, Z kredibilite faktör değerinin 1 alınabilmesi için sigortalının hasar deneyiminin ne kadar olacağının hesaplanması gerekir. Buradan yola çıkıldığında, modelde $\bar{X}$ ve μ arasındaki farkın, μ'ye bağlı sınırlar içinde olması biçiminde ifade edilir [32]. Bu durum, İstatistiksel olarak Eş. 3.1'deki gibi ifade edilebilir. Burada r hata tahmin toleransıdır.

$$\mathrm{P}(-\mathrm{r}\mu < \bar{\mathrm{X}} - \mu < \mathrm{r}\mu) \geq \mathrm{p}, \qquad \mathrm{r} > 0 \text{ ve } 0 < \mathrm{p} < 1 \tag{3.1}$$

Eş. 3.1 standartlaştırıldığında Eş. 3.2 elde edilir.

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{\mathrm{X}}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{\mathrm{n}}}}\right| \leq \frac{\mathrm{r}\mu\sqrt{\mathrm{n}}}{\sigma}\right) \geq \mathrm{p} \tag{3.2}$$

Buradan Eş. 3.2'de $\frac{\mathrm{r}\mu\sqrt{\mathrm{n}}}{\sigma}$ yerine y yazıldığında ve gerekli işlemler yapıldığında Eş. 3.3 ile elde edilir.

$$y_p = enk\left\{\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{\mathrm{X}}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{\mathrm{n}}}}\right| \leq y\right) \geq \mathrm{p}\right\} \tag{3.3}$$

Buradan Eş. 3.3'te verilen y_p eşitsizliğini sağlayan en küçük y değeri Eş. 3.4 'teki gibi yazılır.

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{\bar{\mathrm{X}}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{\mathrm{n}}}}\right| \leq \mathrm{y_p}\right) = \mathrm{p} \qquad \mathrm{r} > 0 \text{ ve } 0 < \mathrm{p} < 1 \tag{3.4}$$

Eş. 3.4'ten hareketle, tam kredibilite için koşul Eş. 3.5'deki gibidir.

$$\frac{\mathrm{r}\mu\sqrt{\mathrm{n}}}{\sigma} \geq \mathrm{y_p} \tag{3.5}$$

Eş. 3.5'den hareketle Eş. 3.6 ile yazılabilir.

$$\frac{\sigma}{\mu} \leq \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{y_p}}\sqrt{\mathrm{n}} = \sqrt{\frac{\mathrm{n}}{\lambda_0}} \tag{3.6}$$

Eşitlik 3.6'da $\lambda_0 = \left(\frac{y_p}{r}\right)^2$ olarak yazılabilir ve tam kredibilite Eş. 3.7 biçiminde de gösterilebilir

$$\mathrm{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \leq \frac{\mu^2}{\lambda_0} \tag{3.7}$$

Değişkenlik az ise prim hesaplanırken $\bar{X}$ kullanılır. Tam kredibilitede riske maruz kalan (exposure) birim sayısı n değeri Eş. 3.8 ile bulunur.

$$n \geq \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 \tag{3.8}$$

Tam kredibilitenin uygulanabilmesi için gereken minimum hasar sayısı Eş. 3.9 ile hesaplanmaktadır.

Eğer, n değeri büyük ise standart normal dağılıma uyar ve merkezi limit teoreminden,

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = Z_n \ , \ Z \sim N(0,1) \tag{3.9}$$

elde edilir.

Bu nedenle Eş. 3.10,

$$P\left(|Z_n| \leq y_p\right) = p \tag{3.10}$$

olur. Z_n standart normal dağılıma sahiptir, y_p değeri standart normal dağılım tablosu yardımıyla bulunabilir [24].

Tam kredibilite kavramını açıklayabilmek için örnek 3.1 çözümü yapılmıştır.

Örnek 3.1.

Bir risk grubunun hasar sayılarının Poisson dağıldığı varsayılmaktadır. Bu risk grubu ortalaması 1290 ve standart sapması 878 olan 569 hasara sahiptir. Hasar miktarı ve hasar sayısı için gerçek ortalamanın %6'sına kadar sapmaya dayanan %94 güvenilirlikle tam kredibiliteyi hesaplayalım [25].

Çözüm:

Hasar miktarı için kredibilite

Hasar Miktarı X olarak gösterilir.

$$\mathrm{P}(\mu_X - \mathrm{r}\mu_X < \overline{\mathrm{X}} < \mu_X + \mathrm{r}\mu_X) = \mathrm{P}(-\mathrm{r}\mu_X < \overline{\mathrm{X}} - \mu_X < \mathrm{r}\mu_X)$$

$$= \mathrm{P}\left(\frac{-\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}} < \frac{\overline{\mathrm{X}} - \mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}} < \frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right)$$

$$= \phi\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right) - 1 + \phi\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right)$$

$$\cong 2\phi\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right) - 1$$

$$1 - \alpha \cong 2\phi\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right) - 1$$

$$\frac{2-\alpha}{2} \cong \phi\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right)$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} \cong \phi\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right)$$

Sonuç olarak hasar miktarı için tam kredibilite,

$$\left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right) = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

formülü ile hesaplanmaktadır. $\alpha = 0{,}06$ olmak üzere,

$$n = \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{r}\right)^2 \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{1{,}88}{0{,}06}\right)^2 \left(\frac{878}{1290}\right)^2 = (981{,}78)(0{,}463)$$

$$n = 454.56414 \cong 455$$

hesaplanır. $569 \geq n = 455$ olduğundan tam kredibilite standartı sağlanmaktadır. Bu nedenle Z = 1 alınabilir. Bu durumda,

$$C = Z\,R + (1 - Z)H = 1\,x\,1290 = 1290$$

şeklinde hesaplanır.

Hasar sayısı için tam kredibilite

Hasar sayısı N ile gösterilir. (Poisson dağıldığı varsayımıyla $N \sim Poisson(\lambda_N)$)

$$\begin{aligned} P(\mu_N - r\mu_N < N < \mu_N + r\mu_N) &= P(-r\mu_N < N - \mu_N < r\mu_N) \\ &= P\left(\frac{-r\mu_N}{\sigma_N} < \frac{N - \mu_N}{\sigma_N} < \frac{r\mu_N}{\sigma_N}\right) \\ &= \phi\left(\frac{r\mu_N}{\sigma_N}\right) - 1 + \phi\left(\frac{r\mu_X}{\sigma_N}\right) \\ &\cong 2\phi\left(\frac{r\mu_N}{\sigma_N}\right) - 1 \\ 1 - \alpha &\cong 2\phi\left(\frac{r\mu_N}{\sigma_N}\right) - 1 \\ \frac{2 - \alpha}{2} &\cong \phi\left(\frac{r\mu_N}{\sigma_N}\right) \\ 1 - \frac{\alpha}{2} &\cong \phi\left(\frac{r\mu_N}{\sigma_N}\right) \\ \frac{r\mu_N}{\sigma_N} &= Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

eşitliği ile hesaplanır.

Poisson dağıldığı varsayımıyla ($\sigma_N^2 = \mu_N = \lambda_N$) hasar sayısı,

$$\frac{r\lambda_N}{\sqrt{\lambda_N}} \geq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$\lambda_N \geq \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{r}\right)^2$$

$$\lambda_F = \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{r}\right)^2$$

$$\lambda_F = \left(\frac{Z_{0,97}}{0,06}\right)^2 = \left(\frac{1,88}{0,06}\right)^2 = 981,78$$

$\lambda_N \geq \lambda_F$ koşulu altında tam kredibilite koşulu sağlanır.

3.1.2. Kısmı kredibilite

Tam kredibilitenin uygulanılması için yeterli sayıda hasar deneyimi olmaması durumlarında hem sigortalıya ait geçmiş veriler ($\bar{X}$) hem de tüm sigortalılara ait genel ortalamadan (μ) yararlanmak için kısmi kredibilite yaklaşımı kullanılır. $0 < Z < 1$ durumunu sağlayacak şekilde bir değer belirlenmesi için ağırlıklı ortalama yöntemine başvurulur. Kısmı Kredibilite primi, Eş. 3.11'deki gibi hesaplanabilir.

$$C = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu \tag{3.11}$$

C'nin varyansı Eş. 3.7'deki verilen $\frac{\mu^2}{\lambda_0}$'a eşit olacak şekilde kontrol edilir. Bu durumda Eş. 3.12'deki sonuç elde edilir.

$$Var(C) = Var(Z\bar{X} + (1 - Z)\mu)$$

$$\frac{\mu^2}{\lambda_0} = Z^2 Var(\bar{X})$$

$$\frac{\mu^2}{\lambda_0} = Z^2 \frac{\sigma^2}{n} \tag{3.12}$$

Böylece $\frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} < 1$ olduğunda, kredibilite faktörü Eş. 3.13'deki şekilde elde edilir.

$$Z = \frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} \tag{3.13}$$

Kısmi kredibilite olması için $\frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} < 1$ koşulu geçerlidir. Buradan kısmi kredibilite modeli için kullanılacak kredibilite faktörü Eş. 3.14'deki gibi belirlenebilir.

$$Z = \min\left\{\frac{\mu}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{\lambda_0}}, 1\right\} \tag{3.14}$$

Burada $\lambda_0 = \left({}^{y_p}/_{r}\right)^2$ dir [33].

Kısmi kredibilite kavramını açıklayabilmek için örnek 3.2 çözümü yapılmıştır.

Örnek 3.2.

Bir grup sağlık sigortası poliçesi, ortalaması 239 ve standart sapması 457 olan 2309 hasara sahiptir. Hasar miktarı için tam kredilibilite standartını $1 - \alpha = 0{,}95$ ve hata tahmin toleransı r = 0,05 ile önceki ortalama hasar miktarı 250 ise kısmi kredibilite standardına dayalı olarak bir sonraki yıl için kredibilite tahminini hesaplayalım [25].

Çözüm: Öncelikle hasar miktarı için tam kredibilite standartının sağlanıp sağlamadığına bakılır. Eğer tam kredibilite standartı sağlanıyorsa Z=1 alınarak bir sonraki yıl için kredibilite tahmini yapılabilir.

<u>Hasar miktarı için tam kredibilite</u>

Hasar miktarı X rassal değişkeni olmak üzere,

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0{,}975} = 1{,}96$$

$$n \geq \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{r}\right)^2 \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2$$

$$2309 \geq \left(\frac{1,96}{0,05}\right)^2 \left(\frac{457}{239}\right)^2 = 5618,9492 \cong 5619$$

şeklinde hesaplanır. Sonuç olarak portföye ait hasar sayısı olan 2309, $Z = 1$ olması için hesaplanan hasar sayısı 5619'dan büyük ya da eşit olmadığından kredibilite primi hesaplamak için kısmi kredibilite modeli kullanılır.

Kısmi kredibilite

$$\mathrm{P}(\mathrm{Z}\mu_X - \mathrm{r}\mu_X < \overline{\mathrm{X}}\mathrm{Z} < \mathrm{Z}\mu_X + \mathrm{r}\mu_X) = \mathrm{P}(-\mathrm{r}\mu_X < \mathrm{Z}\overline{\mathrm{X}} - \mathrm{Z}\mu_X < \mathrm{r}\mu_X)$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \left(\frac{\mathrm{r}\mu_X}{\mathrm{Z}\sigma_X/\sqrt{\mathrm{n}}}\right)$$

Kısmi kredibilite için kredibilite faktörü,

$$\mathrm{Z} = \frac{\mu_X}{\sigma_X}\sqrt{\frac{\mathrm{n}}{\lambda_0}} = \sqrt{\frac{\sqrt{n}}{\left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{r}\right)^2 \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2}}$$

$$Z = \frac{\sqrt{n}}{\left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{r}\right)\left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)} = \frac{\sqrt{2309}}{\left(\frac{1,96}{0,05}\right)\left(\frac{457}{239}\right)} = \frac{48,05205511}{74,95965048} = 0,641073168$$

şeklinde hesaplanır. Buradan C kredibilite tahmini,

$$\begin{aligned}\mathrm{C} &= \mathrm{Z}\overline{\mathrm{X}} + (1 - \mathrm{Z})\mu \\ &= (0,641073168)(239) + (1 - 0,641073168)(250) \\ &= 242,9481951 \cong 243\end{aligned}$$

biçiminde bulunur.

3.2. En Büyük Kesinlik Kredibilitesi

En Büyük Kesinlik Kredibilitesi, Whitney (1918) ve Bailey (1945) tarafından yapılan çalışmalarla ortaya çıkmıştır. Avrupa kredibilitesi ya da Klasik kredibilite olarak da adlandırılan En büyük kesinlik kredibilite modelinin temeli Bayesgil yönteme dayanmaktadır. Bu modellerden ilki Bühmann (1967) tarafından geliştirilmiştir. Daha sonra Bülhmann – Straub, Hachemeister, Hiyerarşik ve Çapraz Sınıflama kredibilite modelleri ile devam etmiştir [15].

3.2.1. Bühlmann kredibilite modeli

Bühlmann kredibilite modeli, en büyük kesinlik kredibilite modellerinden ilkidir. Bu model, kredibilite teorisinde kredibilite faktörü Z'nin belirlenebilmesi için kullanılan kredibilite modellerindendir. Bu modelde, süreç varyansının beklenen değeri ve hipotetik ortalamalarının varyansı kullanılmaktadır [34].

Bühlmann kredibilite modeli kapsamında Xi 'lerin koşullu dağılımlarının, $\Theta = \theta$ için aşağıdaki özelliklere bağlı olarak, bağımsız ve aynı dağılma sahip olduğu varsayılmıştır.

Böylece, hipotetik ortalama ve süreç varyans sırasıyla Eş. 3.15 ve Eş. 3.16'de verilmiştir.

$$\mu(\theta) = E(X_i|\Theta = \theta) \tag{3.15}$$
$$v(\theta) = Var(X_i|\Theta = \theta) \tag{3.16}$$

Ayrıca süreç varyansının beklenen değeri ve hipotetik ortalamalarının varyansı, sırasıyla Eş. 3.17 ve Eş. 3.18'de gibi hesaplanır.

$$E[Var(X_i|\Theta = \theta)] = E[v(\theta)] = v \tag{3.17}$$
$$Var[E(X_i|\Theta = \theta)] = Var[\mu(\theta)] = a \tag{3.18}$$

X_j'nin ortalama ve varyansı, sırasıyla Eş. 3.19 ve Eş. 3.20'da verilmiştir.

$$E[X_i] = E[E(X_i|\Theta = \theta)] = E[\mu(\theta)] = \mu \tag{3.19}$$
$$Var[X_i] = E[Var(X_i|\Theta = \theta)] + Var[E(X_i|\Theta = \theta)]$$
$$= E[v(\theta)] + Var[\mu(\theta)] \tag{3.20}$$

$= v + a$

X_i ve X_j arasındaki kovaryans i≠j için Eş. 3.21'deki gibi bulunur.

$$Cov[X_i, X_j] = E[X_i X_j] - E(X_i)E(X_j)$$
$$= E[E(X_i X_j|\Theta = \theta)] - \mu^2$$
$$= E[E(X_i|\Theta = \theta)E(X_j|\Theta = \theta)] - [E[\mu(\theta)]]^2$$
$$= E[\mu(\theta)]^2 - [E[\mu(\theta)]]^2$$
$$= Var[\mu(\theta)]$$
$$= a \quad (3.21)$$

Buradan kredibilite faktörü Eş. 3.22'deki gibi elde edilir.

$$Z = \frac{n}{n+k} \quad (3.22)$$

Burada k değeri Eş. 3.23'deki gibi hesaplanır [35].

$$k = \frac{v}{a} = \frac{E[Var(X_i|\Theta = \theta)]}{Var[E(X_i|\Theta = \theta)]} \quad (3.23)$$

Bühlmann kredibilite modeline göre kredibilite primi, Eş. 3.24'deki şekliyle hesaplanır.

$$C = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu \quad (3.24)$$

Örnek 3.3.

Birinci yıl hasar gerçekleşmemiş olan poliçe sahibinin yıllık hasar sayısı λ parametresi, 0,5 ve 1,5 ile tekdüze dağılıma ($U(0{,}5,1{,}5)$), varyansı σ^2 ise 1,25 ortalama ile üstel dağılıma sahiptir. Bülhmann kredibilite modelini kullanarak, ikinci yılda beklenen hasar sayısını tahmin edelim [25].

Çözüm:

Hasar sayısı, N olmak üzere,

$\mathrm{E}(N) = \lambda$ ve λ parametre tekdüze dağılıma sahip olduğu varsayımıyla $\lambda \sim U(0{,}5\ ,1{,}5)$
$\mathrm{Var}(N) = \sigma^2$ ve σ^2 parametresi 1,25 ortalama ile üstel dağılıma sahip olduğu varsayımıyla,

$$\sigma^2 \sim \text{Üstel}\left(\frac{1}{1{,}25}\right)$$

$$\mu = \mathrm{E}[E(N|\theta)] = E(\lambda) = \frac{0{,}5 + 1{,}5}{2} = 1$$

$$a = \mathrm{Var}[E(N|\theta)] = Var(\lambda) = \frac{(1{,}5 - 0{,}5)^2}{2} = \frac{1}{12}$$

$$v = \mathrm{E}[Var(N|\theta)] = E(\sigma^2) = \frac{1}{1/1{,}25} = 1{,}25$$

$$k = \frac{v}{a} = \frac{E[Var(N|\Theta)]}{Var[E(N|\Theta)]} = \frac{1{,}25}{1/12} = 15$$

olmak üzere Z kredibilite faktörü,

$$Z = \frac{n}{n + \frac{v}{a}} = \frac{n}{n + k} = \frac{1}{1 + 15} = \frac{1}{16}$$

şeklinde hesaplanır. Buradan ikinci yıl beklenen hasar sayısı tahmini,

$$\begin{aligned} C &= Z\bar{X} + (1 - Z)\mu \\ &= \left(\frac{1}{16}\right)0 + \left(1 - \frac{1}{16}\right)1 \\ &= 0{,}9375 \cong 1 \end{aligned}$$

olarak bulunur.

3.2.2. Bühlmann–Straub kredibilite modeli

Bülhmann ve Straub (1970), Bülhmann modelinin genelleştirilmiş şeklini sunmuşlardır. Bühlmann–Straub kredibilte modeli, Bühlmann modelinin, hasar sayısı, hasar tutarı, prim vb. olan X_i 'nin aynı dağılıma sahip olmadığı durumlar için genişletilmiş halidir.

Bu modele ait varsayımlar,

i) Her poliçe sahibi için, geçmiş hasarlar $X = (X1, X2, \dots, Xn)'$ ile gösterilsin.
ii) Θ rassal değişkeni yardımıyla tanımlanan yığının risk karakteristikleri hakkında bazı geçmişe ait bilgilerin var olduğu bilinmektedir.
iii) θ, her poliçe sahibinin bir risk parametresi olmak üzere, $\Theta = \theta$ iken $X = (X1, X2, \dots, Xn)'$ aynı ortalama, fakat farklı varyansa sahip, bağımsız ve aynı dağılımlı rastgele değişkenlerdir [25].

Bülhmann – Straub modelinin Bülhmann modelinden farkı, $\Theta = \theta$ olduğu durumda Xi 'nin koşullu varyansının aynı olmamasıdır. Diğer bir deyişle Bühlmann–Straub modeli heterojen portföylerde kulanılır. Bühlmann–Straub modelinin özelliğinden dolayı kredibilite faktörü Z her sınıf için ayrı hesaplanmalıdır.

Bu modelde, $i = 1,2, \dots, n$ olacak şekilde $v(\theta)$ süreç varyansını kullanılarak ortalama ve koşullu varyans elde edilir. Burada m_i**:** bireylerin i. poliçe döneminde bilinen bir riske maruz kalma değeri (exposure), m = $m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ olmak üzere, m bütün poliçe dönemleri için toplam riske maruz kalma (total exposure) değeridir.

Bühlmann–Straub modelinde ortalama Bühlmann modelinde olduğu gibi Eş. 3.25'de verilmiştir.

$$E[X_i|\Theta = \theta] = \mu(\theta) \tag{3.25}$$

ve koşullu varyans ise Eş. 3.26'daki gibi elde edilir.

$$V[X_i|\Theta = \theta] = \frac{v(\theta)}{m_i} \tag{3.26}$$

Bülhmann – Straub kredibilite modelinde, hipotetik ortalamanın beklenen değeri μ, süreç varyansının beklenen değeri υ ve hipotetik ortalamanın varyansı α değerleri sırasıyla Eş. 3.27, Eş. 3.28 ve Eş. 3.29' da verilmiştir.

$$\mu = E[\mu(\theta)] = E[X_i] \tag{3.27}$$

$$v = E[v(\theta)] \tag{3.28}$$

$$a = Var[\mu(\theta)] \tag{3.29}$$

$\overline{\mathrm{X}}$, Eş. 3.30'deki gibi hesaplanır.

$$\overline{\mathrm{X}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \frac{\mathrm{m_i}}{\mathrm{m}} \mathrm{X_i} \tag{3.30}$$

$\mathrm{X_i}$'lerin ortalaması, varyansı ve kovaryansı, sırasıyla Eş. 3.31, Eş. 3.32 ve Eş. 3.33'de verilmiştir.

$$E[X_i] = E\big[E[X_i|\Theta = \theta]\big] = E[\mu(\theta)] = \mu \qquad i = 1,2,3,\ldots, \tag{3.31}$$

$$Var[X_i] = E\big[Var[X_i|\Theta = \theta]\big] + Var\big[E[X_i|\Theta = \theta]\big] \tag{3.32}$$

$$= E\left[\frac{v(\theta)}{m_i}\right] + Var[\mu(\theta)] = \frac{v}{m_i} + a$$

$$Cov\big[X_i, X_j\big] = E\big[X_i X_j\big] - E(X_i)E\big(X_j\big) \qquad i \neq j \tag{3.33}$$

$$= E\big[E\big(X_i X_j|\Theta = \theta\big)\big] - \mu^2$$

$$= E\big[E(X_i|\Theta = \theta)E\big(X_j|\Theta = \theta\big)\big] - \big[E[\mu(\theta)]\big]^2$$

$$= E[\mu(\theta)]^2 - \big[E[\mu(\theta)]\big]^2$$

$$= Var[\mu(\theta)]$$

$$= \alpha$$

Bütün poliçe dönemleri için toplam riske maruz kalan birim sayısı, Eş. 3.34'de hesaplanır.

$$\mathrm{m} = \sum_{i=1}^{n} m_i \tag{3.34}$$

Sonuç olarak bir sonraki dönem için kredibilite primi Eş. 3.35'deki gibi hesaplanır.

$$E(X_{n+1}) = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu \tag{3.35}$$

Burada Z kredibilite faktörü Eş. 3.36'de verilmiştir.

$$Z = \frac{m}{m+\frac{v}{a}} = \frac{m}{m+\mathrm{k}} \qquad 0 \leq Z \leq 1 \tag{3.36}$$

Eş. 3.36'den görüldüğü üzere Bülhmann - Straub kredibilite faktörü m'ye bağlıdır [19].

Örnek 3.4.

Bir portföye ait bilgiler Çizelge 3.1'de özetlenmiştir. İşçi başına hasar büyüklükleri bağımsızdır ve ortak ortalama ile ortak varyansa sahiptir. Tüm portföy için sigortalı başına hipotetik ortalamanın beklenen değeri 20, hipotetik ortalamanın varyansı 40 ve süreç varyansının beklenen değeri ise 8000'dir. Bu portföye ilişkin bir sonraki yıl için işçi başına Bühlmann-Straub kredibilite primini hesaplayalım [25].

Çizelge 3.1. İşçi başına ortalama hasar ve işçi sayısı

Yıllar	İşçi Başına Ortalama Hasar	İşçi Sayısı
1	15	800
2	10	600
3	5	400

Çözüm: Burada toplam işçi sayısı,

$$m = 800 + 600 + 400$$
$$= 1800$$

şeklinde hesaplanır. Soruda hipotetik ortalamanın beklenen değeri, hipotetik ortalamanın varyansı ve süreç varyansının beklenen değeri sırasıyla,

$$\mu = E[\mu(\theta)] = E[X] = 20$$
$$a = Var[\mu(\theta)] = 40$$
$$v = E[v(\theta)] = 8000$$

olarak verilmiştir. Buradan,

$$k = \frac{v}{a} = \frac{8000}{40} = 200$$

ve

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{[800(15)+600(10)+400(5)\,]}{1800} = \frac{100}{9} = 11{,}1111$$

şeklinde hesaplanır. Bu bilgiler ışığında Z kredibilite faktörü

$$\mathrm{Z} = \frac{m}{m+\mathrm{k}} = \frac{1800}{1800+200} = 0{,}9$$

olarak elde edilir. Buradan dördüncü yıl için kredibilite primi,

$$E(X_4) = C = \ Z\bar{X} + \ (1 - \ Z\ )\mu$$

$$= 0{,}9(11{,}1111) + \ (1 - \ 0{,}9\ )20$$

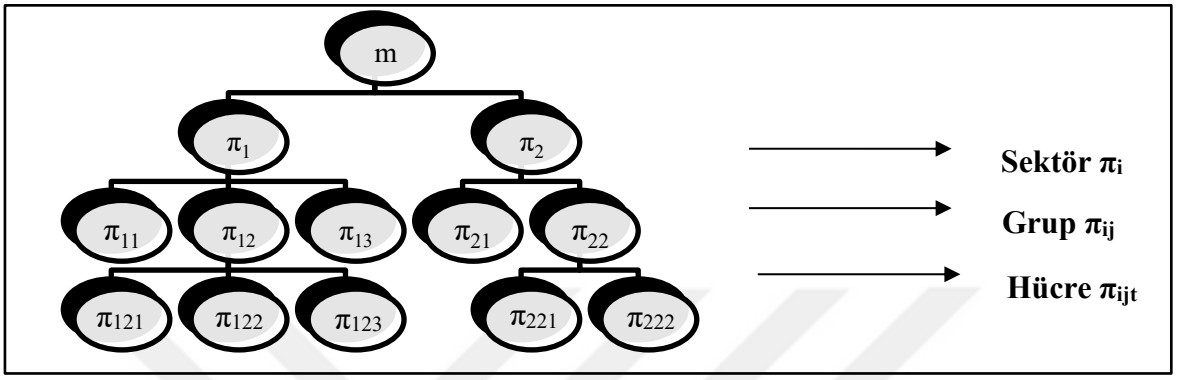
$$= 11{,}9999 \ \cong 12$$

şeklinde hesaplanır.

3.2.3. Hiyerarşik kredibilite modeli

Portföy büyüdükçe, heterojen yapının artmasından dolayı adil prim fiyatlandırma yapmak zorlaşır. Bu nedenle Jewell (1975) yılında yaptığı çalışmayla portföydeki heterojen yapı sorunu için Bühlmann – Straub modelini geliştirerek hiyerarşik kredibilite modelini ortaya çıkarmıştır. Heterojen yapıda olan portföyü ilk olarak sektörlere sonra kendi içinde çeşitli alt gruba ayırmıştır. Jewell'in bu modeldeki asıl amacı heterojen yapıdaki portföyleri homojen alt gruplara ayırarak hem sigortalı ve hem de sigorta şirketi için adil bir prim fiyatlandırması yapmaktır [16].

Hiyerarşik kredibilite modeline örnek olarak kasko sigortası verilebilir. Otomobil markası, sektör, otomobil modeli, grupları ve grupların altında yer alan hücreler sigortalılara ilişkin deneyim bilgisini gösterir. Bunun sonucunda risk, iç içe hiyerarşik bir düzende gruplandırılmaktadır. Hiyerarşik kredibilite modelinin anlaşılabilmesi için iki aşamalı hiyerarşik kredibilite modelinde görsel sunumu Şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2. İki aşamalı hiyerarşik kredibilite model yapısı

Model yapısı yukarıdan aşağıya doğru oluşmaktadır. Gözlemler X_{ijt} ve grupların ağırlığı w_{ijt} olarak ifade edilmektedir [36].

Bireyler için hasar miktarlarının ağırlıklı ortalaması ve Ağırlıklandırılmış sektör ortalaması sırasıyla Eş. (3.37) ve Eş. (3.38)' de verilmiştir.

$$X_{ijw} = \sum_{t=1}^{n_{ij}} \frac{w_{ijt}}{w_{ij\Sigma}} X_{ijt} \tag{3.37}$$

$$X_{izw} = \sum_{j=1}^{J_j} \frac{z_{ij}}{z_{i\Sigma}} X_{ijw} \tag{3.38}$$

Burada,

X_{ijt}: i.sektör ve j.grubta yer alan bireyler için t.zamandaki hasar miktarını,

X_{ijw}: i.sektör ve j.gruba ilişkin bireyler için hasar miktarlarının ağırlıklı ortalamasını,

X_{izw}: i.sektöre ilişkin bireylerin hasar miktarının kredibilite faktörü ile ağırlıklandırılmış sektör ortalamasını,

ifade etmektedir.

$i = 1, \dots, I$ sektör, $j = 1, .., J_j$ grup ve $t = 1, \dots, n_{ij}$ gözlem için tanımlanır.

Grup seviyesindeki kredibilite tahmin edicisi ($\hat{\pi}_{ij}$) Eş. 3.39'da verilmiştir.

$$\hat{\pi}_{ij} = z_{ij} X_{ijw} + (1 - z_{ij})\hat{\pi}_i \tag{3.39}$$

Sektör seviyesinde kredibilite tahmin edicisi ($\hat{\pi}_i$) Eş. 3.40'daki gibi hesaplanır [36].

$$\hat{\pi}_i = z_i X_{izw} + (1 - z_i)m \tag{3.40}$$

Kredibilite faktörlerinin ve ağırlığının formülleri sırasıyla Eş. 3.41, Eş. 3.42, Eş. 3.43 ve Eş. 3.44'de verilmiştir.

$$z_{ij} = \frac{w_{ij\Sigma}}{w_{ij\Sigma} + {s^2}/{a'}} \tag{3.41}$$

$$z_i = \frac{z_{i\Sigma}}{z_{i\Sigma} + {a}/{b}} \tag{3.42}$$

$$z_{i\Sigma} = \sum_{j=1}^{J_i} z_{ij} \tag{3.43}$$

$$w_{ij\Sigma} = \sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt} \tag{3.44}$$

Burada,

z_{ij}: i.sektör ve j.gruba ilişkin kredibilite faktör değerini,

z_i: i.sektöre ilişkin kredibilite faktör değerini,

$z_{i\Sigma}$: i.sektöre ilişkin toplam ağırlıklı kredibilite faktör değerini,

$w_{ij\Sigma}$: i.sektör ve j.gruba ilişkin toplam ağırlık değerini ifade etmektedir.

<u>Hiyerarşik modelde yapısal parametrelerin tahmin edicileri</u>

Bu bölümde yapısal parametreler hesaplanmaktadır. Varyans (s^2) Eş. 3.45'teki gibi hesaplanmaktadır.

$$s^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i}(n_{ij}-1)}\sum_{j=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt}\left(X_{ijt} - X_{ijw}\right)^2 \quad (3.45)$$

$\tilde{a}$ ve $\tilde{b}$ için sözde (pseudo) tahmin ediciler sırasıyla Eş. 3.46 ve Eş. 3.47'de verilmiştir.

$$\tilde{a} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{I}(J_i-1)}\sum_{j=1}^{J}\sum_{j=1}^{J_j} Z_{ij}\left(X_{ijw} - X_{izw}\right)^2 \quad (3.46)$$

$$\tilde{b} = \frac{1}{(I-1)}\sum_{i=1}^{I} z_i (X_{izw} - X_{zzw})^2 \quad (3.47)$$

Burada X_{zzw} değeri Eş (3.48)' deki gibi hesaplanır.

$$X_{zzw} = \sum_{i=1}^{I}\frac{z_i}{z_\Sigma} X_{izw} \quad (3.48)$$

Dannenburg ve arkadaşları (1996), parametrelerin tahmini için sözde tahmin edicilerin kullanılmasını önermiştir. Yapısal parametreler olan a ve b için yansız tahmin edici yaklaşımını geliştirmiştir [29,36].

Yansız tahmin ediciler, sırasıyla Eş. 3.49-Eş. 3.54 arasında verilmiştir.

$$A_i = \sum_{j=1}^{J_i} w_{ij\Sigma}\left(X_{ijw} - X_{iww}\right)^2 - (J_i - 1)\, s^2 \quad (3.49)$$

$$B = \sum_{i=1}^{I} z_{i\Sigma}(X_{izw} - \bar{X}_{zzw})^2 - (I-1)\, a \quad (3.50)$$

$$c_i = w_{i\Sigma\Sigma} - \sum_{j=1}^{J_i}\frac{w_{ij\Sigma}^2}{w_{i\Sigma\Sigma}} \quad (3.51)$$

$$d = z_{\Sigma\Sigma} - \sum_{i=1}^{I_i}\frac{z_{i\Sigma}^2}{z_{\Sigma\Sigma}} \quad (3.52)$$

$$\bar{X}_{zzw} = \sum_{i=1}^{I}\frac{z_{i\Sigma}}{z_{\Sigma\Sigma}} X_{izw} \quad (3.53)$$

$$\hat{m} = X_{zzw} \quad (3.54)$$

Burada,

$w_{i\Sigma\Sigma}$: i.sektör düzeyinde yer alan grupların ağırlıklarının toplamı,

X_{izw}: i.sektöre ilişkin hasar miktarının kredibilite faktör değeri ile ağırlıklandırılmış ağırlıklı ortalamasını,

X_{zzw}: Kredibilite faktör değeri ile ağırlıklandırılan ağırlıklı ortalamayı ifade etmektedir.

Ohlsson yansız tahmin ediciler $(\hat{a}', \hat{b}')$ sırasıyla Eş. 3.55 ve Eş. 3.56'da verilmiştir.

$$\hat{a}' = \frac{\sum_{i=1}^{I} A_i}{\sum_{i=1}^{I} c_i} \tag{3.55}$$

$$\hat{b}' = \frac{B}{d} \tag{3.56}$$

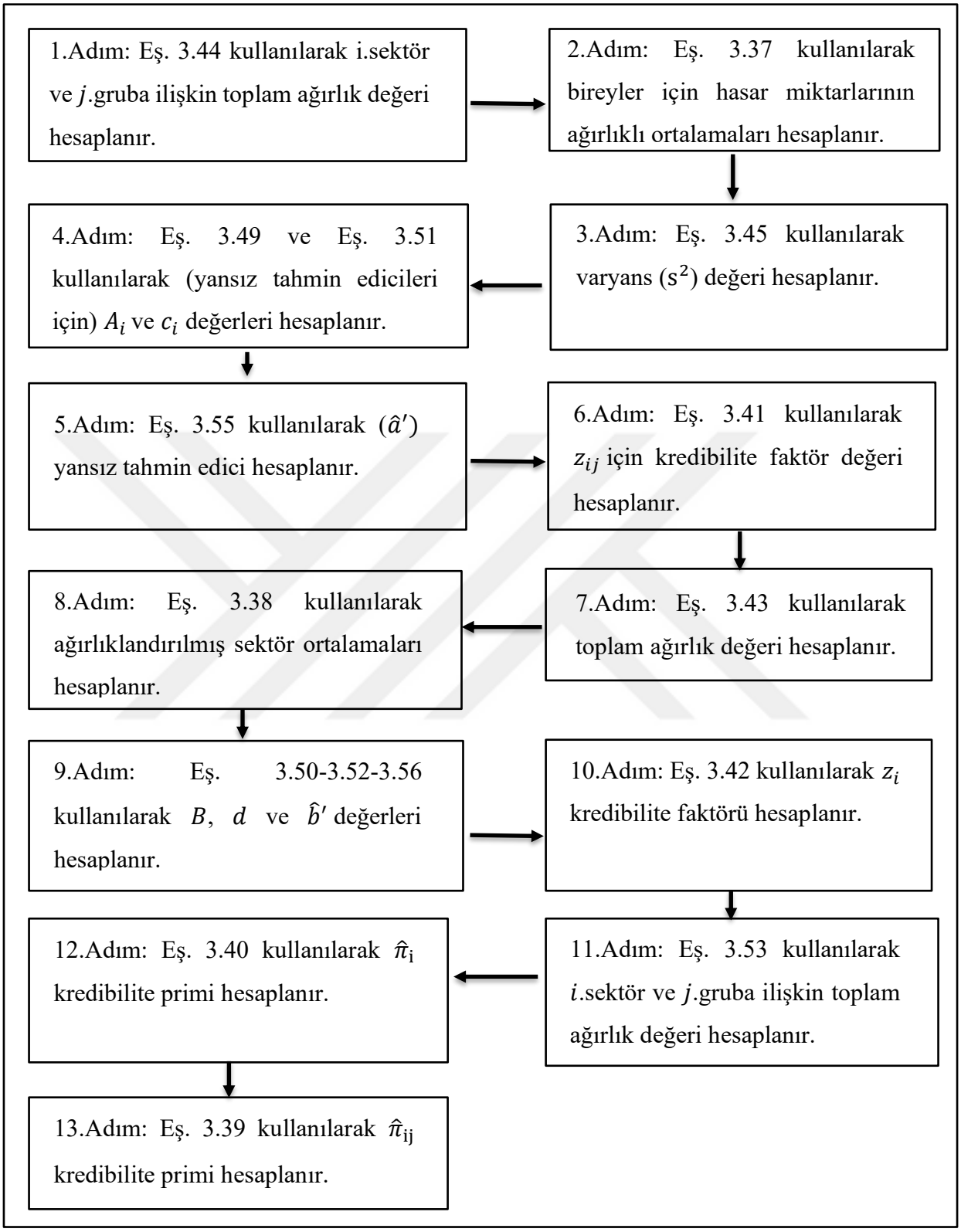
Ağırlıklı ortalama Eş. 3.57'deki gibi hesaplanır.

$$X_{iww} = \frac{1}{w_{i\Sigma\Sigma}} \sum_{j=1}^{J} X_{ijw} w_{ij\Sigma} \tag{3.57}$$

$\tilde{a}$ ve $\tilde{b}$ değerleri negatif olduğu durumlarda sözde tahmin edicileri sıfıra yaklaşmaktadır. Her iki tahmin edici yöntemi uygulamada kullanılmakta olup yansız tahmin edicilerin elde edilmesi kolay olduğu için daha çok tercih edilmektedir [20].

Buraya kadar öncelikle teorisi verilen Jewell'in Hiyerarşik Kredibilite modelinin uygulamada nasıl çalıştığını Hachemeister (1975)'ın bilinen veri seti ile açıklamak mümkündür.

Hiyerarşik kredibilite modelinde hesaplamalar karmaşık yapıda olmasından dolayı işlemler belli bir sırayla yapılması gerekmektedir. Bu amaçla uygulamada işlemlerin daha doğru ve anlaşılır olması için Şekil 3.3'deki algoritma oluşturulmuştur.



Şekil 3.3. İki aşamalı hiyerarşik kredibilite modeli algoritması

Hachemeister (1975) veri seti, Amerika'da 1970-1973 yılları arasında, 3'er aylık dönemlerde olmak üzere 5 eyalette gerçekleşen yolculara ilişkin bedensel zararların hasar tutarlarını ve bununla ilişkili hasar sayılarını göstermektedir. Eyalet1 ve Eyalet3 bir sınıfta, Eyalet2, Eyalet4 ve Eyalet5 ayrı bir sınıfta olacak şekilde gruplandırılıp iki aşamalı hiyerarşik kredibilite tahmini yapılarak en iyi prim belirlenecektir [37].

Veriler hasar tutarı ve hasar sayısı için $\mathrm{i} = 1,2$ ve $\mathrm{j} = 1,2,3,4,5$ olmak üzere, sırasıyla Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3 de özetlenmiştir.

Çizelge 3.2. Eyaletlere göre hasar tutarları ($)

t (yıllar)	Eyalet1-X_{11t}	Eyalet2-X_{22t}	Eyalet3-X_{13t}	Eyalet4-X_{24t}	Eyalet5-X_{25t}
1	1738	1364	1759	1223	1456
2	1642	1408	1685	1146	1499
3	1794	1597	1479	1010	1609
4	2051	1444	1763	1257	1741
5	2079	1342	1674	1426	1482
6	2234	1675	2103	1532	1572
7	2032	1470	1502	1953	1606
8	2035	1448	1622	1123	1735
9	2115	1464	1828	1343	1607
10	2262	1831	2155	1243	1573
11	2267	1612	2233	1762	1613
12	2517	1471	2059	1306	1690

Çizelge 3.3. Eyaletlere göre hasar sayıları

t (yıllar)	Eyalet1-w_{11t}	Eyalet2-w_{22t}	Eyalet3-w_{13t}	Eyalet4-w_{24t}	Eyalet5-w_{25t}
1	7861	1622	1147	407	2902
2	9251	1742	1357	396	3172
3	8706	1523	1329	348	3046
4	8575	1515	1204	341	3068
5	7917	1622	998	315	2693
6	8263	1602	1077	328	2910
7	9456	1964	1277	352	3275
8	8003	1515	1218	331	2697
9	7365	1527	896	287	2663
10	7832	1748	1003	384	3017
11	7849	1654	1108	321	3242
12	9077	1861	1121	342	3425

Eş. 3.44'teki eyaletlere ilişkin ağırlıkların $(w_{ij\Sigma})$ hesaplanması gerekir. Çizelge 3.3 kullanılarak Eyalet1 ve Eyalet5 için hesaplanmış ve devamında tüm sonuçlar Çizelge 3.4'de verilmiştir.

Eyalet1 için,

$$w_{11\Sigma} = (7861) + \cdots + (9077) \quad = 100155$$

Eyalet5 için,

$$w_{25\Sigma} = (2902) + \cdots + (3425) \quad = 36110$$

Çizelge 3.4. Eyaletlere ilişkin ağırlıklar

Eyaletler	Eyalet1	Eyalet2	Eyalet3	Eyalet4	Eyalet5
Ağırlıklar($\boldsymbol{w_{ij\Sigma}}$)	100155	19895	13735	4152	36110

Bir sonraki adımda, Eş. 3.37'teki ağırlıklandırılmış sektör ortalaması (X_{ijw}) Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3 kullanılarak Eyalet1 ve Eyalet5 için hesaplanmıştır. Diğer tüm sonuçlar Çizelge 3.5'de verilmiştir.

Eyalet1 için,

$$X_{11w} = \frac{(1738 \text{ x } 7861) + \cdots + (2517 \text{ x } 9077)}{7861 + \cdots + 9077} = \frac{206411582}{100155} \quad = 2060{,}92$$

Eyalet5 için,

$$X_{25w} = \frac{(1456\text{x } 2902) + \cdots + (1690 \text{ x } 3425)}{2902 + \cdots + 3425} = \frac{57769811}{36110} \quad = 1599{,}83$$

Çizelge 3.5. Sektör ortalamaları

Eyatler	Eyalet1	Eyalet2	Eyalet3	Eyalet4	Eyalet5
Sektör ortalamaları($\boldsymbol{X_{ijw}}$)	2060,92	1511,22	1805,84	1352,98	1599,83

Yapısal parametrelerin hesaplanabilmesi için ilk olarak Eş. 3.45'deki varyans (s^2) bulunmalıdır. Eyalet1 ve Eyalet5 için Eş. 3.45 ve Eş. 3.57, Çizelge 3.2, Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.5 kullanılarak hesaplanmıştır. s^2 için kullanılan hesaplamalar Eyalet1 ve Eyalet5 için yapılmış olup, diğer tüm hesaplamalar Çizelge 3.6 da verilmiştir.

$$s^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i}(n_{ij}-1)}\sum_{j=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{t=1}^{n_{ij}} w_{ijt}\left(X_{ijt}-X_{ijw}\right)^2$$

Eyalet1 için tüm ($\mathrm{t} = 1,2,3,\ldots,12$),

$$w_{11t}(X_{11t}-X_{11w})^2 = [7861x(1738-2060{,}92)^2]+\cdots+[9077 \text{ x } (2517-2060{,}92)^2] = 5887387162$$

Eyalet5 için tüm ($\mathrm{t} = 1,2,3,\ldots,12$) değerleri,

$$w_{25t}(X_{25t}-X_{25w})^2 = [2902x(156-1599{,}83)^2]+\cdots+[3425 \text{ x } (1690-1599{,}83)^2] = 273443792{,}2$$

Çizelge 3.6. Tüm eyaletler için hesaplanan $w_{ijt}\left(X_{ijt}-X_{ijw}\right)^2$ değerleri

Eyatler	Eyalet1	Eyalet2	Eyalet3	Eyalet4	Eyalet5
$\boldsymbol{w_{ijt}\left(X_{ijt}-X_{ijw}\right)^2}$	5887387162	372540869,6	834752830,3	284376771,6	273443792,2

Çizelge 3.6 kullanılarak varyans değeri hesaplanır.

$$s^2 = \frac{5887387162+\cdots+273443792{,}2}{55} = 139120026$$

Eş. 3.57' deki formülü ile Çizelge 3.4 ve Çizelge 3.5 deki değerler kullanılarak ağırlıklı ortalama (X_{iww}) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$X_{1ww} = \frac{(1738x7861)+\cdots+(2059x1121)}{100155+13735} = 2030$$
$$X_{2ww} = \frac{(1364x1622)+\cdots+(1690x3425)}{19895+4152+36110} = 1553$$

Ohlsson yansız tahmin edicilerin hesaplanabilmesi için, öncelikle Eş. 3.49 ve Eş. 3.51 ile Çizelge 3.4 ve Çizelge 3.5 kullanılır.

$$A_1 = \left[[100155x(2060{,}92-2030)^2]+[13735x(1805{,}84-2030)^2]\right]-[139120026] = 646773915$$

$$A_2$$
$$= \left[[19895x(1511{,}22 - 1553)^2] + \cdots + [36110x(1599{,}83 - 1553)^2]\right]$$
$$- [2x139120026] = 1773139$$
$$c_1 = [113890] - \left[\frac{(100155)^2}{113890} + \frac{(13735)^2}{113890}\right] = 24157$$
$$c_2 = [60157] - \left[\frac{(19895)^2}{60157} + \frac{(4152)^2}{60157} + \frac{(36110)^2}{60157}\right] = 31615$$

Sonrasında Ohlsson yansız tahmin edicilerinden Eş. 3.55'deki $\hat{a}'$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\hat{a}' = \frac{646773915 + 1773139}{24157 + 31615} = 11628{,}44545$$

Buradan öncelikle Eş. 3.43'den, Çizelge 3.4 değerler kullanılarak 1.sektör 1.eyalet, 1.sektör 3.eyalet, 2.sektör 2, 4 ve 5.eyalet için ayrı ayrı kredibilite faktörleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$z_{11} = \frac{100155}{100155 + \left(\frac{139120026}{11628{,}44545}\right)} = 0{,}893$$
$$z_{13} = \frac{13735}{13735 + \left(\frac{139120026}{11628{,}44545}\right)} = 0{,}534$$
$$z_{22} = \frac{19895}{19895 + \left(\frac{139120026}{11628{,}44545}\right)} = 0{,}624$$
$$z_{24} = \frac{4152}{4152 + \left(\frac{139120026}{11628{,}44545}\right)} = 0{,}258$$
$$z_{25} = \frac{36110}{36110 + \left(\frac{139120026}{11628{,}44545}\right)} = 0{,}751$$

Tüm eyaletler için kredibilite faktörleri Çizelge 3.7'de verilmiştir.

Çizelge 3.7. Tüm z_{ij} değerleri

Eyaletler	z_{11}	z_{13}	z_{22}	z_{24}	z_{25}
Kredibilite faktörü($\boldsymbol{z_{ij}}$)	0,893	0,534	0,624	0,258	0,751

1.sektör ve 2.sektör için ağırlıklandırılmış $z_{1\Sigma}$ ve $z_{2\Sigma}$ kredibilite faktör değerleri Eş. 3.43'den aşağıdaki gibi hesaplanırsa,

$$z_{1\Sigma} = z_{11} + z_{13} = 0{,}893 + 0{,}534 = 1{,}428$$
$$z_{2\Sigma} = z_{22} + z_{24} + z_{25} = 0{,}624 + 0{,}258 + 0{,}751 = \ 1{,}633$$
$$z_{\Sigma\Sigma} = z_{1\Sigma} + z_{2\Sigma} = 1{,}428 + 1{,}633 = 3{,}061$$

Ağırlıklandırılmış sektör ortalaması Çizelge 3.5 deki değerler kullanılarak Eş. 3.38'de verilen formül ile hesaplanır.

$$X_{1zw} = \frac{(2060{,}92x0{,}893)}{1{,}428} + \frac{(1805{,}84x0{,}534)}{1{,}428} = 1965{,}436$$
$$X_{2zw} = \frac{(1511{,}22x0{,}624)}{1{,}633} + \frac{(1352{,}98x0{,}258)}{1{,}633} + \frac{(1599{,}83x0{,}751)}{1{,}633} = \ 1527,011$$
$$\bar{X}_{zzw} = \frac{1{,}428x1965{,}436}{3{,}061} + \frac{1{,}633x1527{,}011}{3{,}061} = 1731{,}507$$

Eş. 3.50, Eş. 3.52 ve Eş. 3.56'da verilen yansız tahmin edici formülleri hesaplanırsa,

$$B$$
$$= \left[[1{,}428x(1965{,}436 - 1731{,}507)^2] + [1{,}633x(1527{,}011 - 1731{,}507)^2]\right]$$
$$- [1x11628{,}44545] = 134802{,}553$$
$$d = (3{,}061) - \left[\frac{(1{,}428)^2}{3{,}061} + \frac{(1{,}633)^2}{3{,}061}\right] = 1{,}524$$
$$\hat{b}' = \frac{134802{,}553}{1{,}524} = 88476{,}109$$

Her bir grup için kredibilite faktörü Eş. 3.42'daki formül kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$z_1 = \frac{1{,}428}{1{,}428 + \left({}^{111628{,}44545}/_{88476{,}109}\right)} = 0{,}916$$
$$z_2 = \frac{1{,}633}{1{,}633 + \left({}^{111628{,}44545}/_{88476{,}109}\right)} = 0{,}926$$

$$z_\Sigma = 0{,}916 + 0{,}926 = 1{,}841$$

Sektörler için hesaplanan kredibilite faktörleri Çizelge 3.8'de özetlenmiştir.

Çizelge 3.8. Sektörler için kredibilite faktörleri

Sektor	z_1	z_2
Kredibilite Faktörü ($\boldsymbol{z_i}$)	0,916	0,926

Kollektif primler Eş. 3.53'den hesaplanacak olursa,

$$m = \bar{X}_{zzw} = \frac{(1965{,}436x0{,}916)}{1{,}841} + \frac{(1527{,}011x0{,}926)}{1{,}841} = 1745{,}055$$

Sektörler için kredibilite primleri Eş. 3.40, hesaplanan X_{1zw}, X_{2zw} ve Çizelge 3.8'de yer alan değerler ile hesaplanır. Buradan,

$$\hat{\pi}_1 = (0{,}916)x(1965{,}436) + [(1 - 0{,}916)\text{x}(1745{,}055)] = 1946{,}859$$

$$\hat{\pi}_2 = (0{,}926)x(1527{,}011) + [(1 - 0{,}926)\text{x}(1745{,}055)] = 1543{,}250$$

şeklinde hesaplanır. Bu sonuçlar Çizelge 3.9'da özetlenmiştir.

Çizelge 3.9. Sektörler için kredibilite primleri

Sektor	$\hat{\boldsymbol{\pi}}_1$	$\hat{\boldsymbol{\pi}}_2$
Kredibilite primi ($\hat{\boldsymbol{\pi}}_i$)	1946,859	1543,250

Herbir eyalet (i'ye bağlı j'ler) için kredibilite primleri, Eş. 3.39'daki formülden, Çizelge 3.5, Çizelge 3.7 ve Çizelge 3.9 değerleri kullanılarak değerler aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\hat{\pi}_{11} = 0{,}893\text{x}2060{,}92 + [(1 - 0{,}893)\text{x}1946{,}859] = 2048{,}750$$
$$\hat{\pi}_{13} = 0{,}534\text{x}1805{,}84 + [(1 - 0{,}534)\text{x}1946{,}859] = 1871{,}491$$
$$\hat{\pi}_{22} = 0{,}624\text{x}1511{,}22 + [(1 - 0{,}624)\text{x}1543{,}250] = 1523{,}251$$
$$\hat{\pi}_{24} = 0{,}258\text{x}1352{,}98 + [(1 - 0{,}258)\text{x}1543{,}250] = 1494{,}229$$
$$\hat{\pi}_{25} = 0{,}751\text{x}1599{,}83 + [(1 - 0{,}751)\text{x}1543{,}250] = 1585{,}748$$

Herbir eyalet için sektörlere ait kredibilite primleri Çizelge 3.10 da özetlenmiştir.

Çizelge 3.10. Herbir eyelet için sektörlere ait kredibilite primleri

Eyaletler	$\hat{\pi}_{11}$	$\hat{\pi}_{13}$	$\hat{\pi}_{22}$	$\hat{\pi}_{24}$	$\hat{\pi}_{25}$
Kredibilite primi ($\hat{\pi}_{ij}$)	2048,750	1871,491	1523,251	1494,229	1585,748

Model analizi sonucunda, kredibilite faktörü ağırlıklı ortalama karşılaştırıldığında doğru orantıda olduğu, kredibilite faktörü en yüksek olan Eyalet1 için kredibilite priminin yüksek, kredibilite faktörü en düşük olan Eyalet4 için kredibilite priminin düşük olduğu değerlendirilmektedir. Ağırlıklı ortalamanın artması durumunda kredibilite faktörününde arttığı tespit edilmiştir. Sonuç olarak Hachemeister (1975) veri seti kullanılarak bir sonraki yıl için hiyerarşik kredibilite tahmini yapılarak Çizelge 3.10 daki gibi hesaplanmıştır.

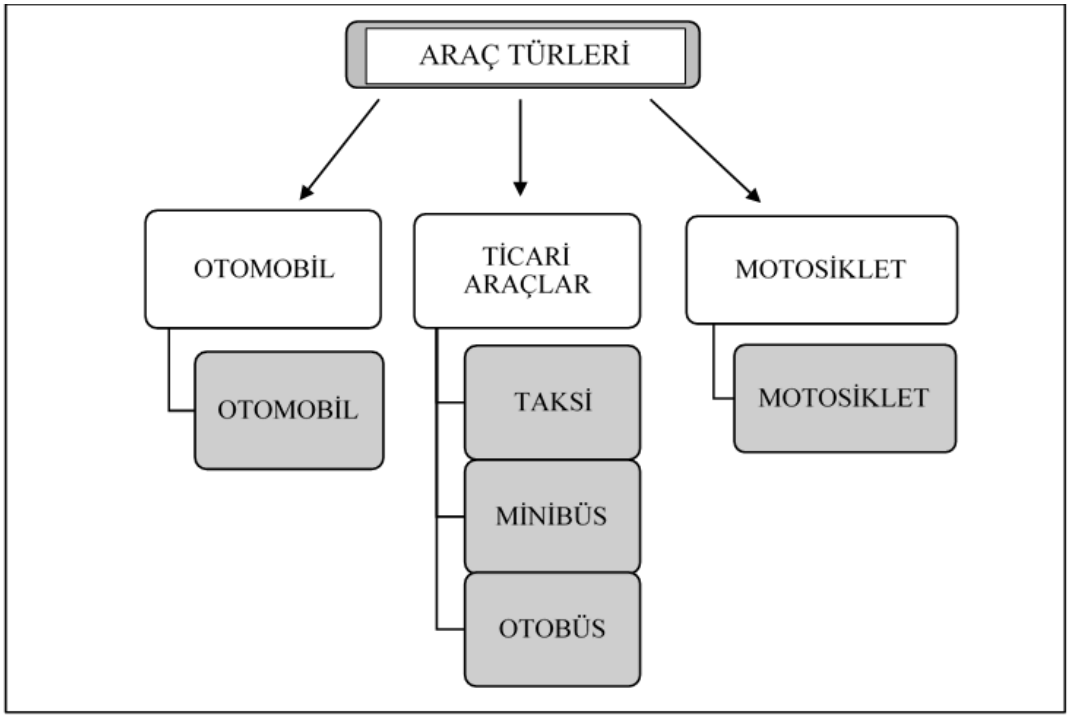
Eyalet1' deki bedensel zararların hasar tutarı verilerine bireysel olarak güven diğer eyaletlere göre en fazladır. Diğer bir deyişle, Eyalet1' deki bedensel zararların hasar tutarı verisinde bireysel deneyime %89 ağırlık verilirken sektörün tamamına ait veriye ise %11 bir ağırlık verilerek bir sonraki 3 aylık dönem için bedensel zararların hasar tutarının yaklaşık olarak 2.049 olacağı hesaplanmıştır. Bunun yanı sıra bireysel deneyime en az ağırlık yaklaşık %26 ile Eyalet4 verisine verilmiştir.

4. UYGULAMA

Bu bölümde, en büyük kesinlik kredibilite modellerinden biri olan Jewell' in Hiyerarşik Kredibilite modeli kullanılarak prim tahmini yapılmıştır. Bunun için Türkiye Sigorta Birliği Motorlu Taşıtlar Sigorta İstatistiği Trafik veri tabanından alınan güncel veriler kullanılmıştır [38]. Bu amaçla Şekil 3.3' deki algoritmaya benzer adımlar kullanılarak çok aşamalı hiyerarşik kredibilite modeli ile 2025 yılı prim tahmini hesaplamaları öncelikle adım adım gösterilerek, daha sonra ise R programı üzerinde yapılmıştır.

4.1. Hiyerarşik Kredibilite Modeli ile Trafik Sigortası Verileri Kullanılarak 2025 Yılı Prim Tahmini

Veri seti Türkiye'de 2021, 2022, 2023 ve 2024 yılları arasında trafik sigortasında araç türlerine ilişkin ortalama hasar tutarlarını ve hasar sayısını içermektedir. Hiyerarşik kredibilite modeli araç türlerine göre (Otomobil, Ticari Araç, ve Motosiklet) ayrılarak her biri için Z kredibilite faktörü hesaplanıp prim tahmini yapılmış ve sonuçlar yorumlanmıştır. Araç türleri Otomobil", "Ticari Araçlar" ve "Motosiklet" olarak ayrılmıştır. Otomobil = 1, Ticari Araçlar = 2 ve Motosiklet = 3 olarak kodlanmıştır.



Şekil 4.1. Araç türleri için hiyerarşik model yapısı

Çizelge 4.1. Alt branş teminat adet (police) sayısı

ARAÇ TÜRLERİ	2021	2022	2023	2024	Toplam
Otomobil	13048748	13837501	14614123	15918812	57419184
Taksi	80888	99725	83998	84731	349342
Minibüs	398094	420433	418489	446170	1683186
Otobüs	152397	179257	154718	159468	645840
Motosiklet	1310330	1417020	1805998	2186960	6720308
Toplam	14990457	15953936	17077326	18796141	66817860

Çizelge 4.2. Yazılan primler (primler)

ARAÇ TÜRLERİ	2021	2022	2023	2024	Toplam
Otomobil	8876662630	25849169304	53612306106	92449411486	180787549526
Taksi	261455814	485493475	847782859	1351356124	2946088272
Minibüs	824359932	1515638579	2700883695	4451566517	9492448723
Otobüs	587626306	1070459589	1950842721	3158892885	6767821501
Motosiklet	442263808	1140437566	3126387342	6377777491	11086866207
Toplam	10992368490	30061198513	62238202723	107789004503	211080774229

Çizelge 4.3. Ödenen tazminat toplamı (hasar tutarı) (TL)

ARAÇ TÜRLERİ	2021	2022	2023	2024	Toplam
Otomobil	6729537789	12948679702	25182905083	51044069240	95905191814
Taksi	235409592	523930048	1007264932	1941402575	3708007147
Minibüs	479117568	962527670	1710928011	3138755690	6291328939
Otobüs	420896340	784704837	1497665189	2878806073	5582072439
Motosiklet	287772740	507728499	984076793	2477990074	4257568106
Toplam	8152734029	15727570756	30382840008	61481023652	115744168445

Çizelge 4.4. Ödeme yapılan mağdur (hasar) sayısı toplamı sayısı

ARAÇ TÜRLERİ	2021	2022	2023	2024	Toplam
Otomobil	849709	1026063	1213173	1415716	4504661
Taksi	33387	43366	48009	52419	177181
Minibüs	52381	68261	74385	79968	274995
Otobüs	39849	53151	61356	68329	222685
Motosiklet	40451	48965	60480	86998	236894
Toplam	1015777	1239806	1457403	1703430	5416416

İlk olarak sigortalı başına ortalama hasar tutarlarının hesaplanması gerekir. Her bir araç türüne ait sigortalı başına ortalama hasar tutarları $i = 1,2,3$, $j = 1,2,3,4,5$ ve $t = 1,2,3,4$ olmak üzere, Çizelge 4.3'teki hasar tutarlarının Çizelge 4.1'deki toplam sigortalı sayılarına (poliçe sayısı) bölünmesi ile bulunur.

Sigortalı başına ortalama hasar tutarları Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.1 tabloları yardımıyla hesaplanırsa,

Otomobil için sigortalı başına ortalama hasar tutarları 2021 ve 2024 yılları için aşağıdaki gibi hesaplanır. 2022 ve 2023 yılı için hesaplamalar benzer şekilde yapılır.

$$2021\ yılı\ için\ = \frac{6729537789}{13048748} = 516$$

$$2024\ yılı\ için\ = \frac{51044069240}{15918812} = 3207$$

Motosiklet için sigortalı başına ortalama hasar tutarları 2021 ve 2024 yılları için aşağıdaki gibi hesaplanır. 2022 ve 2023 yılı için hesaplamalar benzer şekilde yapılır.

$$2021\ yılı\ için\ = \frac{287772740}{1310330} = 220$$

$$2024\ yılı\ için\ = \frac{2477990074}{2186960} = 1133$$

Diğer araç türleri için de hesaplamalar benzer şekilde yapılmış ve tüm değerler Çizelge 4.5'te verilmiştir.

Çizelge 4.5. Sigortalı başına ortalama hasar tutarı (TL)

ARAÇ TÜRLERİ	2021	2022	2023	2024	Toplam
Otomobil	516	936	1723	3207	6382
Taksi	2910	5254	11992	22913	43069
Minibüs	1204	2289	4088	7035	14616
Otobüs	2762	4378	9680	18053	34873
Motosiklet	220	358	545	1133	2256
Toplam	7612	13215	28028	52341	101196

Çok aşamalı Hiyerarşik Kredibilite modeliyle prim tahmini için öncelikle Çizelge 4.4'deki değerler ve Eş. 3.44 kullanılarak araç türlerine ilişkin ağırlıkların ($w_{ij\Sigma}$) hesaplanması gerekir. Bu hesaplamalar her bir araç türü için aşağıda yapılmış ve Çizelge 4.6' da özetlenmiştir.

Otomobil için,

$$w_{11\Sigma} = (849709) + (1026063) + (11213173) + (1415716) = 4504661$$

Taksi için,

$$w_{22\Sigma} = (33387) + (43366) + (48009) + (52419) = 177181$$

Minibüs için,

$$w_{23\Sigma} = (52381) + (68261) + (74385) + (79968) = 274995$$

Otobüs için,

$$w_{24\Sigma} = (39849) + (53151) + (61356) + (68329) = 222685$$

Motosiklet için,

$$w_{35\Sigma} = (40451) + (48965) + (60480) + (86998) = 236894$$

Çizelge 4.6. Araç türlerine ilişkin ağırlıklar

Araç Türleri	Otomobil	Taksi	Minibüs	Otobüs	Motosiklet
Ağırlıklar($\boldsymbol{w_{ij\Sigma}}$)	4504661	177181	274995	222685	236894

Devamında Eş. 3.37'teki ağırlıklandırılmış sektör ortalaması (X_{ijw}) Çizelge 4.4 ve Çizelge 4.5 değerleri kullanılarak hesaplanır. Örnek hesaplamalar otomobil ve motosiklet için yapılmıştır. Diğer araç türleri için benzer şekilde hesaplamalar yapılmış olup tüm araç türleri için Çizelge 4.7' de özetlenmiştir.

Otomobil için,

$$X_{11w} = \frac{(516 \text{ x } 849709) + \cdots + (3207 \text{ x } 1415716)}{849709 + 1026063 + 1213173 + 1415716} = \frac{8028426302}{4504661} = 1782{,}25$$

Motosiklet için,

$$X_{35w} = \frac{(220 \text{ x } 40451) + \cdots + (1133 \text{ x } 86998)}{40451 + 48965 + 60480 + 86998} = \frac{157958748}{236894} \quad = 666{,}79$$

Çizelge 4.7. Araç türlerine göre bireysel ortalamalar

Araç Türleri	Otomobil	Taksi	Minibüs	Otobüs	Motosiklet
Bireysel ortalama ($\boldsymbol{X_{ijw}}$)	1782,25	11862,22	3949,14	9745,43	666,79

Yapısal parametrelerin hesaplanabilmesi için ilk olarak Eş. 3.45'deki varyans (s^2) bulunmalıdır. Bunun için gerekli hesaplamalar Çizelge 4.4, Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.7' deki değerler kullanılarak, örnek olarak otomobil ve motosiklet için hesaplanmış olup tüm araç türleri için Çizelge 4.8'de özetlenmiştir.

Otomobil için,

$$w_{11t}(X_{11t} - X_{11w})^2$$
$$= [849709x(516 - 1782{,}25)^2] + \cdots + [1415716 \text{ x } (3207 - 1782{,}25)^2]$$
$$= 4{,}97431E + 12$$

Motosiklet için,

$$w_{35t}(X_{35t} - X_{35w})^2 = [40451x(220 - 666{,}79)^2] + \cdots + [86998 \text{ x } (1133 - 666{,}79)^2]$$
$$= 32562204233$$

Çizelge 4.8. Tüm eyaletler için $w_{ijt}(X_{ijt} - X_{ijw})^2$ değerleri

Araç Türleri	Otomobil	Taksi	Minibüs	Otobüs	Motosiklet
$\boldsymbol{w_{ijt}(X_{ijt} - X_{ijw})^2}$	4,974331E+12	1,09711E+13	1,3458E+12	8,190046E+12	32562204233

Çizelge 4.8' deki değerler kullanılarak varyans,

$$s^2 = \frac{4{,}97431E + 12 + \cdots + 32562204233}{15} = 1700945939015$$

şeklinde hesaplanır.

$$X_{1ww} = \frac{(516x849709) + \cdots + (3207x1415716)}{4504661} = 1782{,}24872$$

$$X_{2ww} = \frac{(2910x33387) + \cdots + (18053x68329)}{177181 + 274995 + 22685} = 7939{,}286993$$

$$X_{3ww} = \frac{(220x40451) + \cdots + (1133x86998)}{236894} = 666{,}7908362$$

Çizelge 4.9 Sektörler için Ağırlıklı ortalamalar

Araç Türleri	$\boldsymbol{X_{1ww}}$	$\boldsymbol{X_{2ww}}$	$\boldsymbol{X_{3ww}}$
Ağırlıklı ortalama ($\boldsymbol{X_{iww}}$)	1782,24872	7939,286993	666,7908362

Ohlsson yansız tahmin edicilerin hesaplanabilmesi için Eş. 3.49 ve Eş. 3.51 değerleri ile Çizelge 4.9 kullanılarak hesaplanır.

$$A_1 = [4504661x(1782{,}24872 - 1782{,}24872)^2] - [0x1700945939015] = 0$$

$$A_2 = \left[[177181x(11862{,}22 - 7939{,}286993)^2] + \cdots + [222685x(9745{,}43 - 7939{,}286993)^2]\right] - [2x1700945939015] = 4{,}42951E + 12$$

$$A_3 = [236894x(666{,}7908362 - 666{,}7908362)^2] - [0x1700945939015] = 0$$

$$c_1 = (4504661) - \frac{(4504661)^2}{4504661} = 0$$

$$c_2 = [177181 + 274995 + 222685] - \left[\frac{(177181)^2}{674861} + \frac{(274995)^2}{674861} + \frac{(222685)^2}{674861}\right] = 442807$$

$$c_3 = (236894) - \frac{(236894)^2}{236894} = 0$$

Ohlsson yansız tahmin edicileri Eş. 3.55'den,

$$\hat{a}' = \frac{0 + 4{,}42951E + 12 + 0}{0 + 442807 + 0} = 10003243{,}54$$

Kredibilite faktörleri hesaplanır. Eş. 3.39'dan,

$$z_{11} = \frac{4504661}{4504661 + \left(\frac{1700945939015}{10003243{,}54}\right)} = 0{,}964$$

$$z_{22} = \frac{177181}{177181 + \left(\frac{1700945939015}{10003243{,}54}\right)} = 0{,}510$$

$$z_{23} = \frac{274995}{27499 + \left(\frac{1700945939015}{10003243,54}\right)} = 0,618$$

$$z_{24} = \frac{222685}{222685 + \left(\frac{1700945939015}{10003243,54}\right)} = 0,567$$

$$z_{35} = \frac{236894}{236894 + \left(\frac{1700945939015}{10003243,54}\right)} = 0,582$$

Tüm araç türleri için kredibilite faktörleri Çizelge 4.10'de verilmiştir.

Çizelge 4.10. Herbir araç türü için z_{ij} değerleri

Araç Türleri	z_{11}	z_{22}	z_{23}	z_{24}	z_{35}
Kredibilite faktörü ($\boldsymbol{z_{ij}}$)	0,964	0,510	0,618	0,567	0,582

Eş 3.43'deki değerler hesaplanırsa,

$$z_{1\Sigma} = 0,964$$
$$z_{2\Sigma} = 0,510 + 0,618 + 0,567 = 1,695$$
$$z_{3\Sigma} = 0,582$$
$$z_{\Sigma\Sigma} = 0,964 + 1,695 + 0,582 = 3,241$$

Ağırlıklandırılmış sektör ortalaması Eş. 3.38'de verilen formül ile hesaplanır.

$$X_{1zw} = \frac{(1782,25x0,964)}{0,964} = 1782,24872$$
$$X_{2zw} = \frac{(11862,22x0,510)}{1,695} + \frac{(3949,14x0,618)}{1,695} + \frac{(9745,43x0,567)}{1,695} = 8269,835$$
$$X_{3zw} = \frac{(666,79x0,582)}{0,582} = 1782,24872$$
$$\bar{X}_{zzw} = \frac{0,964x1782,249}{3,241} + \frac{1,695x8269,835}{3,241} + \frac{0,582x666,791}{3,241} = 4975,272$$

Eş. 3.50, Eş. 3.52 ve Eş. 3.56'da verilen yansız tahmin edici formülleri hesaplanırsa,

$$B$$
$$= \left[[0,964x(1782,249 - 4975,272)^2] + [1,695x(8269,835 - 4975,272)^2]\right.$$
$$\left. + [0,582x(666,791 - 4975,272)^2]\right] - [2x10003243,54] = 19024667,968$$

$$d = (3{,}241) - \left[\frac{(0{,}964)^2}{3{,}241} + \frac{(1{,}695)^2}{3{,}241} + \frac{(0{,}582)^2}{3{,}241}\right] = 1{,}963$$

$$\hat{b}' = \frac{19024667{,}968}{1{,}963} = 9690524{,}996$$

Kredbilite faktörü i'ler Eş. 3.42'daki formül ile hesaplanır.

$$z_1 = \frac{0{,}964}{0{,}964 + \left({}^{1000323{,}54}/_{9690524}\right)} = 0{,}483$$

$$z_2 = \frac{1{,}695}{1{,}695 + \left({}^{1000323{,}54}/_{9690524}\right)} = 0{,}622$$

$$z_3 = \frac{0{,}582}{0{,}582 + \left({}^{1000323{,}54}/_{9690524}\right)} = 0{,}361$$

$$z_\Sigma = 0{,}483 + 0{,}622 + 0{,}361 = 1{,}465$$

Çizelge 4.11. Sektörler için kredibilite faktörleri

Sektor	$\mathbf{z_1}$	z_2	z_3
Kredibilite faktörü($\boldsymbol{z_i}$)	0,483	0,622	0,361

Kollektif primler Eş. 3.53'den hesaplanacak olursa,

$$m = \bar{X}_{zzw} = \frac{(1782{,}249x0{,}483)}{1{,}465} + \frac{(8269{,}835x0{,}622)}{1{,}465} + \frac{(666{,}791x0{,}361)}{1{,}465} = 4260{,}201$$

Sektör yani i'ler için kredibilite primleri Eş. 3.40'deki gibi hesaplanır.

$$\hat{\pi}_1 = (0{,}483)x(1782{,}249) + [(1 - 0{,}483)\text{x}(4260{,}201)] = 3063{,}837$$
$$\hat{\pi}_2 = (0{,}622)x(8269{,}835) + [(1 - 0{,}622)\text{x}(4260{,}201)] = 6752{,}318$$
$$\hat{\pi}_3 = (0{,}361)x(666{,}791) + [(1 - 0{,}361)\text{x}(4260{,}201)] = \ 2964{,}447$$

Çizelge 4.12. Sektörler için kredibilite primleri

Sektor	$\hat{\boldsymbol{\pi}}_\mathbf{1}$	$\hat{\boldsymbol{\pi}}_\mathbf{2}$	$\hat{\boldsymbol{\pi}}_\mathbf{3}$
Kredibilite primi ($\hat{\boldsymbol{\pi}}_\mathbf{i}$)	3063,837	6752,318	2964,447

Herbir araç türü için kredibilite primleri, Eş. 3.39'de formülden,

$\hat{\pi}_{11} = 0{,}964\text{x}1782{,}249 + [(1 - 0{,}964)\text{x}3063{,}837] = 1828{,}866$

$\hat{\pi}_{22} = 0{,}510\text{x}11862{,}22 + [(1 - 0{,}510)\text{x}6752{,}318] = 9359{,}818$

$\hat{\pi}_{23} = 0{,}618\text{x}3949{,}14 + [(1 - 0{,}618)\text{x}6752{,}318] = 5020{,}185$

$\hat{\pi}_{24} = 0{,}567\text{x}9745{,}43 + [(1 - 0{,}567)\text{x}6752{,}318] = 8449{,}490$

$\hat{\pi}_{35} = 0{,}582\text{x}666{,}79 + [(1 - 0{,}567)\text{x}2964{,}447] = 1626{,}880$

şeklinde hesaplanır. Bu sonuçlar Çizelge 4. 13' de verilmiştir.

Çizelge 4.13. Herbir araç türü için kredibilite primleri

Araç Türleri	$\hat{\pi}_{11}$	$\hat{\pi}_{22}$	$\hat{\pi}_{23}$	$\hat{\pi}_{24}$	$\hat{\pi}_{35}$
Kredibilite primi ($\hat{\pi}_{ij}$)	1828,866	9359,818	5020,185	8449,490	1626,880

Analiz sonucunda, kredibilite faktörü ve ağırlıklı ortalama karşılaştırıldığında doğru orantıda olduğu söylenebilir. Grup için bakılacak olursa kredibilite faktörü büyük olan ticari araçlar için kredibilite primi de yüksektir. Kredibilite faktörü en düşük olan motosiklet için kredibilite primi düşüktür. Taksi için ayrı bir inceleme yapılacak olursa kredibilite primi en yüksek olan araç türüdür. Ağırlıklı ortalamanın artması durumunda kredibilite faktörünün de arttığı tespit edilmiştir. Ardından takip eden otobüse ve minibüstür.

Sonuç olarak en büyük kesinlik kredibilite modellerinden biri olan hiyerarşik kredibilite modeli ile 2021, 2022, 2023, ve 2024 yıllarına ait trafik sigorta verisi kullanılarak 2025 yılı için kredibilite prim tahmini yapılmıştır. Devamında R programında kodlar ile sonuçlar elde edilmiştir.

4.1.1. Hiyerarşik kredibilite modeli için trafik sigortası verileri ile R programlama dili kodları

R, açık kaynaklı bir programlama dilidir. Veri analizi, istatistiksel modellemeler, hesaplamalar ve grafik görüntülemede tutarlı bir sistem olarak nitelendirilmekte ve tercih edilmektedir. Kısacası istatistiksel analiz görevleri yerine getirmek için kullanılır.

Bu aşamada hiyerarşik kredibilite modeli için R programlama dilinde kullanılan actuar ve actuaRE kütüphaneler ile Türkiye Sigorta Birliği Motorlu Taşıtlar Sigorta İstatistiği Trafik veri tabanından alınan güncel veriler kullanılmıştır ve uygulaması yapılmıştır.

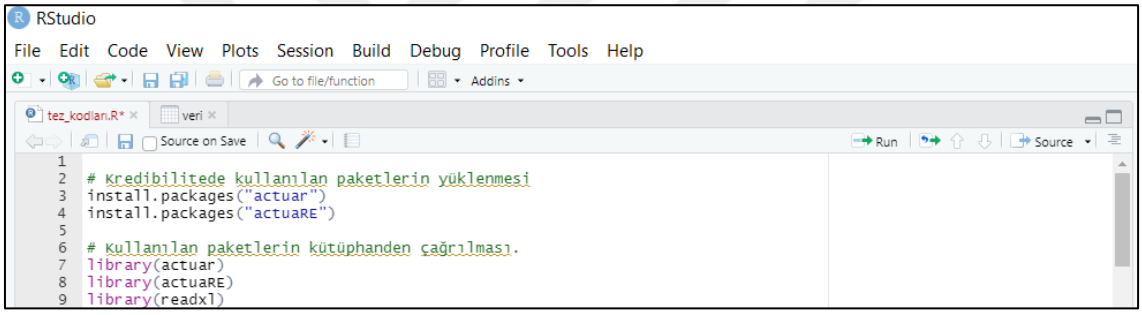
Otomobil = 1, Ticari Araçlar = 2 ve Motosiklet = 3 olarak kodlanmıştır.

Veri setindeki değişkenler araçtürleri (sektör), araç türleri ve yıl olarak tanımlanmaktadır.

Veri seti içerisinde “Sektor”, “Araç Türleri”, “Yıl”, “Ortalama Hasar Tutarı” ve “Hasar Sayısı” değişkenleri yer almaktadır.

Çizelge 4.14. Kredibilite hesaplanması için kullanılan R programlama paketleri ve kütüphaneleri

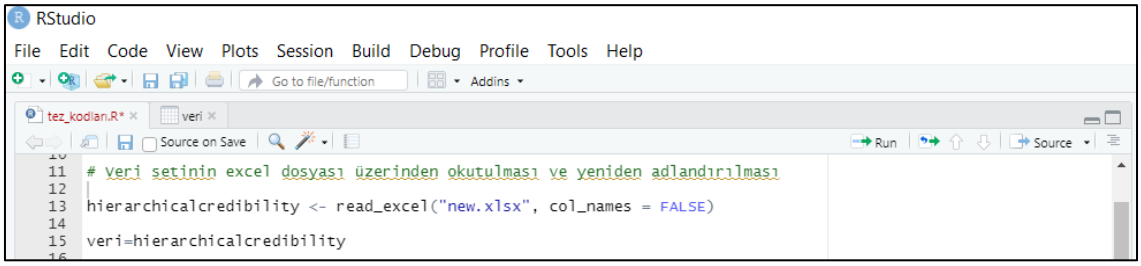
```
install.packages("actuar")
install.packages("actuaRE")
library(actuar)
library(actuaRE)
library(readxl)
```



Şekil 4.2. Kredibilite için kullanılan paketler, kütüphaneler ve R programlama çalışma görüntüsü

Çizelge 4.15. Trafik sigortası veri setinin R programına aktarılması

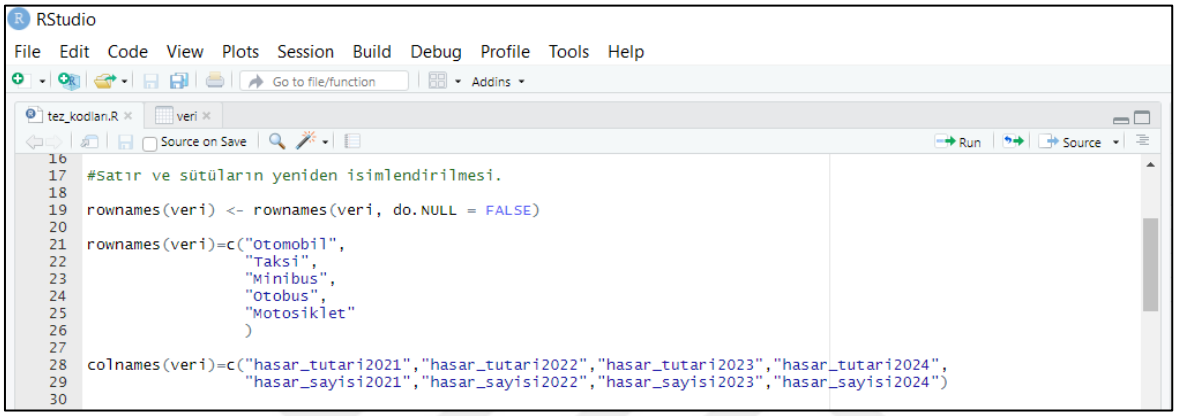
```
hierarchicalcredibility <- read_excel("new.xlsx", col_names = FALSE)
veri=hierarchicalcredibility
```



Şekil 4.3. Veri setinin R programına aktarılması, R programlama çalışma görüntüsü

Çizelge 4.16. Veri setinde satır ve sütun isimlerinin tanımlanması

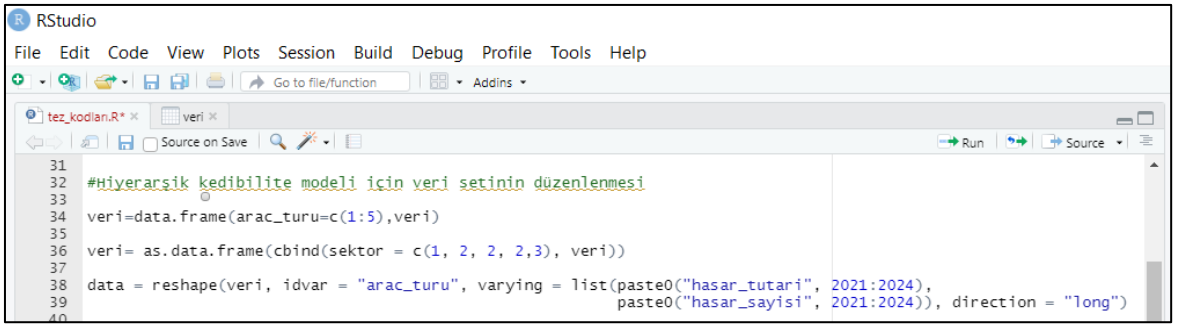
```
rownames(veri) <- rownames(veri, do.NULL = FALSE)
rownames(veri)=c("Otomobil",
                 "Taksi",
                 "Minibus",
                 "Otobus",
                 "Motosiklet")          colnames(veri)=c("hasar_tutari2021","hasar_tutari2022","hasar_tutari2023",
"hasar_tutari2024","hasar_sayisi2021","hasar_sayisi2022",
"hasar_sayisi2023","hasar_sayisi2024")
```



Şekil 4.4. Veri setinin satır ve sütunlarının isimlendirilmesi ve R programlama çalışma görüntüsü

Çizelge 4.17. Hiyerarşik kedibilite modeli için veri setinin düzenlenmesi

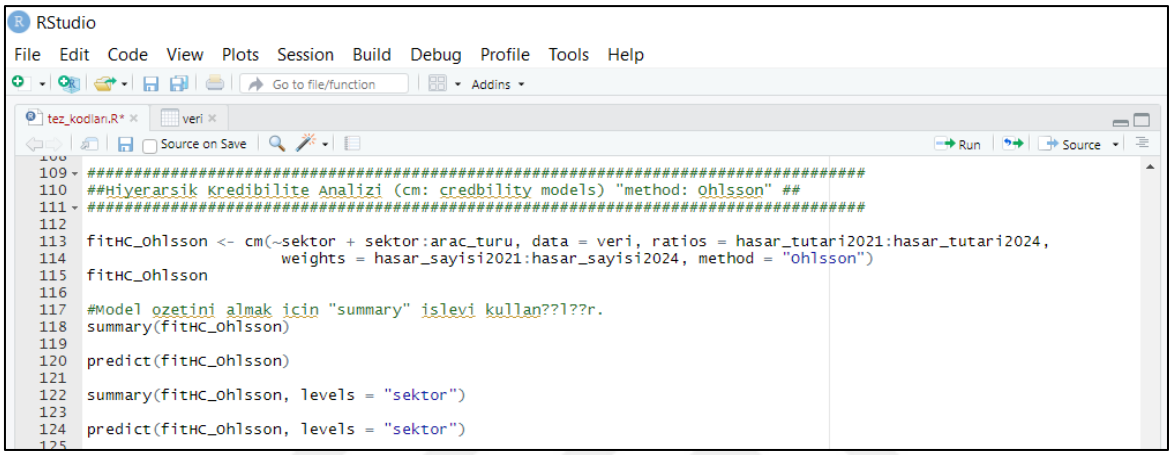
```
veri=data.frame(arac_turu=c(1:5),veri)
veri= as.data.frame(cbind(sektor = c(1, 2, 2, 2,3), veri))
data = reshape(veri, idvar = "arac_turu", varying = list(paste0("hasar_tutari", 2021:2024),
                                        paste0("hasar_sayisi", 2021:2024)), direction = "long")
```



Şekil 4.5. Hiyerarşik kedibilite modeli için veri setinin düzenlenmesi ve R programlama çalışma görüntüsü

Çizelge 4.18. Hiyerarşik kredibilite modeli hesaplanmasında kullanılacak model R programlama dili kodu

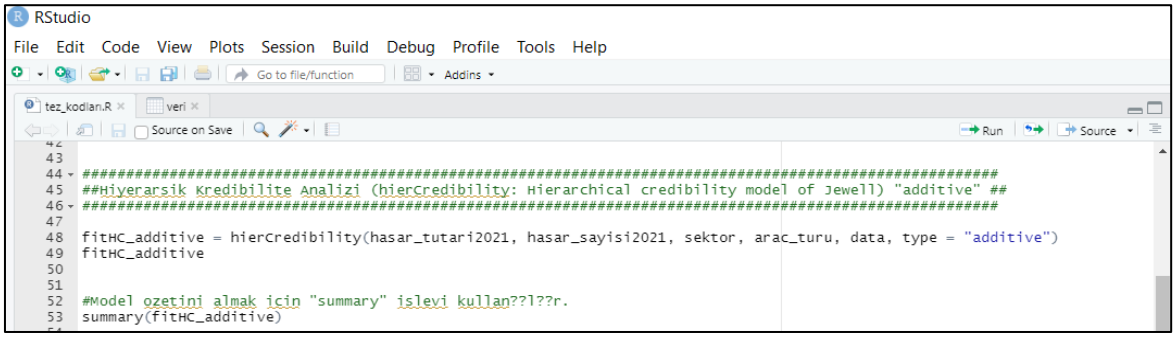
```
fitHC_Ohlsson <- cm(~sektor + sektor:arac_turu, data = veri, ratios
= hasar_tutari2021:hasar_tutari2024,
                   weights = hasar_sayisi2021:hasar_sayisi2024, method = "Ohlsson")
fitHC_Ohlsson
summary(fitHC_Ohlsson)
predict(fitHC_Ohlsson)
```



Şekil 4.6. Kredibilite hesaplanmasında kullanılacak model R programlama dili kodu, R programlama çalışma görüntüsü

Çizelge 4.19. Hiyerarşik kredibilite modeli hesaplanmasında kullanılan farklı R programlama kodu

```
fitHC_additive = hierCredibility(hasar_tutari2021, hasar_sayisi2021, sektor, arac_turu, data, type =
"additive")
fitHC_additive
summary(fitHC_additive)
```



Şekil 4.7. Kredibilite hesaplanmasında kullanılacak farklı bir R programlama dili kodu ve R programlama çalışma görüntüsü

5. SONUÇLAR

Aktüerya uygulamaları çerçevesinde, sigorta şirketleri sigorta poliçeleri ve portföyleri için en uygun prim tutarını belirlemelidir. Portföy büyüdükçe, heterojen yapının artmasından dolayı adil prim fiyatlandırması yapmak zorlaşır. Primler için farklı risk grupları arasındaki dengeyi korumak, kısacası iyi ve kötü sigortalı ayrımı yapmak gerekmektedir. Bu süreçte, sigortalıların farklı geçmiş deneyimlere sahip olduğunu dikkate almak önemlidir. Aksi halde sigortalıların bireysel deneyimleri göz önüne alınmadan belirlenen ortak bir prim, adaletli olmayacaktır. Bu nedenle, bireysel deneyimlere ve portföydeki diğer poliçe sahiplerinin tecrübelerine önem veren bir yaklaşım uygulanarak, sigorta firması ve sigortalı açısından ideal bir prim tutarı belirlenmelidir. Bu prim tutarının hesaplanabilmesi için tecrübeye dayalı fiyatlandırma tekniklerinden biri olan kredibilite modeli geliştirilmiştir. Kredibilitede asıl amaç, sigortalıların mevcut deneyimleri ile geçmişe ait deneyimlerinden sonuçlar çıkarmaktır.

Öncelikle bu çalışmada, kredibilite teorisinde kullanılan temel kavramlar, yaklaşımlar ve modeller tanıtılarak detaylı bir inceleme yapılmıştır. Jewell(1975) tarafından ortaya konulan hiyerarşik kredibililte modeli büyük portföylerde kredibilite için kullanılan etkili bir yöntemdir ve bu yöntem genel hatlarıyla sunulmuş ve R programlamada gerekli paketler kullanılarak analizler yapılmıştır.

Hiyerarşik kredibilite modelini uygulamak için gerçek veri seti kullanılmıştır. Modelin amacı, ağaç benzeri bir yapı oluşturarak heterojen portföyleri sınıflandırmak ve homojen alt gruplara ayırmaktır. Araştırmada 2021-2024 yılları arasında Türkiye Sigorta Birliği Motorlu Taşıtlar Sigorta İstatistiği Trafik veri tabanından alınan poliçe başına düşen ortalama hasar tutarı ve ortalama hasar sayıları kullanılmıştır. Hiyerarşik kredibilite modeli kapsamında araç türlerine göre Ticari Araç, Otomobil ve Motosiklet olarak ayrılmış ve her biri için Z kredibilite faktörü hesaplanarak prim tahminleri yapılmıştır. Bu modelleme öncelikle hiyerarşik kredibilite modelinin yapısını anlatabilmek için, bütün ayrıntıları ile çözülerek yapılmıştır. Hiyerarşik model yapısında çözümün karmaşık olamasından dolayı aynı veri seti için hiyerarşik kredibilite modellemesi R programlama dilinde model için sunulan kütüphaneler kullanılarak daha basit ve anlaşılır çözümleme yapılmıştır.

Bu uygulama sayesinde, veri tabanındaki her bir kredibilite primi, hiyerarşik kredibilite modeli altında elde edilmiştir. Gözlemler araç türlerine dayanmaktadır ve her tür için dört yıllık veriler kullanılmaktadır. Araç türlerine göre kredibilite primleri hesaplanmıştır. Araç türlerinin primlerine bakıldığında, toplam sigortalı başına düşen ortalama hasar tutarının yüksek olduğu taksi, minibüs ve otobüs türlerinin kredibilite primlerinin diğer araç türlerine göre daha fazla olduğu görülmektedir. Sonuçlara göre, ortalama hasar tutarlarının yüksek olduğu araç türlerinde kredibilite primlerinin yüksek olduğunu, ortalama hasar tutarlarının düşük olduğu araç türlerinde ise daha düşük olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda analiz sonucunda, kredibilite primi ve ağırlıklı ortalama karşılaştırıldığında doğru orantıda olduğu söylenebilir. Ağırlıklı ortalamanın artması durumunda kredibilite primininde arttığı tespit edilmiştir. Ayrılan araç türleri için bakıldığında kredibilite faktörü büyük olan ticari araçlar için kredibilite primi yüksek, kredibilite faktörü düşük olan motosiklet için kredibilite primi düşük olduğu görülmüştür. Her bir araç türü için hesaplanan kredibilite faktörü ve primlerine bakıldığında kredibilite priminin en yüksek olan araç türünün taksi olduğu görülmektedir. Yüksek kredibilite primleri bakımından taksiyi sırasıyla otobüs ve minibüs takip etmektedir. Bu sonuçların veri yapısıyla uygun olduğu açıktır.

KAYNAKLAR

1. Kaya, F. ve Kahya, M. (2017). *Sigorta ve sigortacılık: yürürlükteki sigorta mevzuatına göre*. İstanbul, Beta, 38-117.

2. Longley-Cook, L. H. (1962). An introduction to credibility theory. *Casualty Actuarial Society*, 4(49), 94.

3. Mowbray, A.H. (1914). How extensive a payroll is necessary to give a dependable pure premium?, *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 1(1), 24-30.

4. Whitney, A. (1918). The theory of experience rating. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society,* 32(13) 13-20.

5. Bailey, A. L. (1945). A generalized theory of credibility. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 32(13), 13-20.

6. Bühlmann, H. (1967). Experience rating and credibility. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 4(3), 199-207.

7. Bühlmann, H. and Straub, E. (1970). Glaubwürdigkeit für schadensätze. *Bulletin of the Swiss Association of Actuaries*, 70(1), 111-133.

8. Jewell, W.S. (1975) The use of collateral data in credibility theory: a hierarchical model. *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, 38, 1-16.

9. Hachemeister, C. (1975). Credibility for regression models with application to trend (reprint). *Credibility: Theory and Applications.* New York, Academic Press, 307-48.

10. Taylor, G. C. (1979). Credibility analysis of a general hierarchical model. *Scandinavian Actuarial Journal,* (1), 1-12.

11. Norberg, R. (1986). Hierarchical Credibility: analysis of a random effect linear model with nested classification. *Scandinavian Actuarial Journal*, 15(1), 204-222.

12. Dannenburg, D. (1995). *Crossed classification credibility models*. Amsterdam, Brussels:ICA, 4, 1–36.

13. Dannenburg, D. R., Kaas, R. and Goovaerts, M. J. (1996). *Practical actuarial credibility models*. Amsterdam, Amsterdam: IAE, 41–106.

14. Nelder, J. A. and Verrall, R. J. (1997). Credibility theory and generalized linear models. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 27(1), 71-82.

15. Goulet, V. (1998). Principles and application of credibility theory. *Journal of Actuarial Practice*, (6), 5–62.

16. Frees, E. W., Young, V. R. and Luo, Y. (1999). A longitudinal data analysis interpretation of credibility models. *Insurance: Mathematics and Economics*, 24(3), 229-247.

17. Ebegil, M. (2006). A Study To Examine Buhlmann-Straub Credibility Model İn Generalized Linear Models. *Communications Faculty of Sciences University of Ankara Series A1 Mathematics and Statistics*, 55(02), 9-16.

18. Antonio, K. and Beirlant, J. (2007). Actuarial statistics with generalized linear mixed models. *Insurance: Mathematics and Economics*, 40(1), 58-76.

19. Ebegil, M. (2007). *Kredibilite Teorisinde Parametre Tahmini Ve İstatistiksel Bir Yaklaşım*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 38-42.

20. Şentürk, A. (2010). *Kredibilite Teorisinde Panel Veri Modelleri.* Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 78-85.

21. Karadağ, Ö. G. (2014). *Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller İçin Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite Yaklaşımı*, Yüksek Lisans Tezi, , Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Ankara, 102-115.

22. Erdemir, Ö. K. ve Sucu, M. (2016). Genelleştirilmiş doğrusal model bileşenlerinin kredibilite üzerindeki etkilerinin araştırılması. *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, 9(1), 37-45.

23. Altan, T. S. (2024). *Kredibilite Teorisine Alternatif Bir Hibrit Model: İki Yönlü Hiyerarşik Çapraz Sınıflama Kredibilite Modeli*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 65-75.

24. Goovaerts, M. J., Kaas, R., Van Heerwaarden, A. E. and Bauwelinckx, T. (1990). *Effective actuarial methods*. New York: CRC Press, 85-96.

25. Tse, Y. K. (2023). *Nonlife actuarial models: theory, methods and evaluation*. London, Cambridge University Press, 102-108.

26. Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene J., Denuit M., (2001). *Modern actuarial risk theory*. Netherlands, Kluwer Academic Publisher, 108-109.

27. Kaas, R., Goovaerts, M. and Dhaene, J. (2008). *Modern actuarial risk theory*. New York: Springer Science & Business Media, 85-96.

28. Philbrick, S. (1981). An examination of credibility concept. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 48, 195–219.

29. Herzog, T. N. (2010). *Introduction to credibility theory* (Forth edition). Winsted, CT: Actex Publication, 1-78.

30. Norberg, R. (1979). The credibility approach to experience rating. *Scandinavian Actuarial Journal*, (4), 181-221.

31. Şentürk, A. ve Erdemir, C. (2010). Kredibilite kuramında panel veri modelleri ve trafik sigortası için bir uygulama. *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, 3(1), 17-36.

32. Klugman, S. A., Panjer, H. H. and Willmot, G. E. (2012). *Loss Models: From Data to Decisions*. New Jersey: John Wiley & Sons, 726.

33. Klugman, S., Rhodes, T., Purushotham, M., Gill, S. (2009). *Credibility theory practices*. New York, Society of Actuaries, 2, 2-3.

34. Bühlmann, H. and Gisler, A. (2005). *A course in credibility theory and its applications*. Berlin, Springer, 317.

35. Klugman, S.A. (1992). *Bayesian statistics in actuarial science with emphasis on credibility*. Boston, Kluwer, 65-76.

36. Dutang, C., Goulet, V., Milhaud, X. and Pigeon, M. (1735). Credibility theory features of actuar. *Ratio*, *5*(1572), 1606.

37. Pitselis, G. (2013). A review on robust estimators applied to regression credibility. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 239, 231-249.

38. İnternet: Türkiye Sigortalar Birliği, Motorlu taşıtlar istatistikleri. Web: https://www.tsb.org.tr/tr/istatistik/motorlu-tasitlar-istatistikleri, Son Erişim Tarihi: 10.06.2024.

EKLER

EK-1. Ege 12. Uluslararası Uygulamalı Bilimler kongresi katılım sertifikası



Şekil 1.1. Katılım sertifikası

EK-2. Ege 12. Uluslararası Uygulamalı Bilimler kongresi poster bildiri özeti

EGE 12th INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLIED SCIENCES
DECEMBER 26 – 30, 2024 - IZMIR
ISBN NR. : 978-625-5962-09-6

PREMIUM PRICING IN HIERARCHIAL CREDIBILITY

YAĞMUR ÖZDEMİR
Gazi University /Graduate School Of Natural And Applied Sciences /Department Of Statistics

Prof. Dr. MERAL EBEGİL
Gazi University/ Faculty Of Sciences /Department Of Statistics

ABSTRACT

Premium is one of the most important issues in the insurance sector. Every person in the world may face different risks. According to these different risks, insurance companies should determine the most appropriate premium for their portfolios. As the portfolio grows, safe and fair pricing becomes more difficult due to the increase in heterogeneity. Some risks may be over-priced while others may be under-priced. In this case, insurance companies need to maintain the balance between different risk groups for premiums, in short, to distinguish between good and bad insureds. In this case, a creditworthiness model, which is one of the experience-based pricing techniques, has been developed to determine the best premium. In this study, since insurance data is generally hierarchical, the two-stage hierarchical creditworthiness model introduced by Jewell is utilized and it is aimed to obtain more accurate and reliable premium estimates as a result of the analysis. The data set used in the research is taken from the Insurance Association of Turkey Motor Vehicles Insurance Statistics Traffic database. As a result of the data obtained, for the hierarchical creditworthiness model, vehicle types are divided according to vehicle types (Commercial Vehicles, Automobiles and Motorcycles) and Z creditworthiness factor is calculated for each of them and premium estimation is made and the results are interpreted.

Keywords: Hierarchial credibility models, pricing, credibility factor

Kurum İçi Sınırsız Kullanım / Kişisel Veri

Şekil 2.1. Bildiri özeti



Gazili olmak ayrıcalıktır