

**HOMOJEN OLMAYAN VARYANS VARSAYIMI ALTINDA
TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİNDE KULLANILAN TEST
İSTATİSTİKLERİ VE BİR KARŞILAŞTIRMA**

Esra YİĞİT

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

HAZİRAN 2009

ANKARA

Esra YİĞİT tarafından hazırlanan HOMOJEN VARYANS VARSAYIMI SAĞLANMADIĞINDA TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİNDE KULLANILAN TEST İSTATİSTİKLERİ VE BİR KARŞILAŞTIRMA adlı bu tezin Yüksek Lisans olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Hamza GAMGAM

.....

Tez Danışmanı, İstatistik Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Süleyman GÜNAY

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Prof. Dr. Hamza GAMGAM

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Prof. Dr. Hülya BAYRAK

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Tarih: 10/06/2009

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nail ÜNSAL

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Esra YİĞİT

**HOMOJEN OLMAYAN VARYANS VARSAYIMI ALTINDA TEK YÖNLÜ
VARYANS ANALİZİNDE KULLANILAN TEST İSTATİSTİKLERİ VE BİR
KARŞILAŞTIRMA
(Yüksek Lisans Tezi)**

Esra Yiğit

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Haziran 2009**

ÖZET

İkiden fazla yığının ortalamalarının eşitliği hipotezinin testi amacıyla kullanılan klasik F testi, normallik ve yığın varyanslarının eşitliği varsayımına dayanır. Varyansların eşitliği varsayımı sağlanmadığında klasik F testinin kullanılması uygun olmamaktadır. Bu durum özellikle örnek hacmi büyük olmadığında, önemli bir sıkıntı doğurmaktadır. Literatürde bu konuyla ilgili bir çok test istatistiği geliştirilmiştir. Bu çalışmada Brown-Forsythe, Genelleştirilmiş F , Parametrik Bootstrap, Scott-Smith, Tek Aşamalı, Tek Aşamalı Açıklık, Welch, Xu-Wang testleri tanıtılmıştır ve bir gerçek veri üzerinde bu testler için uygulama yapılmıştır. Çalışmanın sonunda da bu testler farklı yığın parametreleri ve örnek hacimleri altında deneysel I.tip hata oranı ve testin gücü bakımından karşılaştırılmıştır.

Bilim kodu :205.1.066

Anahtar Kelimeler: Brown-Forsythe testi, Genelleştirilmiş F testi, Parametrik Bootstrap testi, Scott-Smith testi, Tek Aşamalı test, Tek Aşamalı Açıklık testi, Klasik F testi, Welch testi, Xu-Wang testi

Sayfa Adedi :103

Tez Danışmanı :Prof. Dr. Hamza GAMGAM

**THE TESTS PROPOSED FOR THE ONE-WAY ANOVA UNDER UNEQUAL
VARIANCES AND A SIMULATION STUDY**

(M. Sc. Thesis)

Esra Yiğit

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE SCIENCE AND TECHNOLOGY**

June 2009

ABSTRACT

Classical F-test to compare several populations means depends on the assumptions of homogeneity of populations variances and normality. When these assumptions-especially the equality of variance-is dropped, classical F-test fails to reject the null hypothesis even the data actually provides strong evidence to do so. In this can be considered as a serious problem in some applications especially when the sample size is not large. For this problem a large number of tests are available in the literature. In this study tests in Brown-Forsythe, Generalized F, Parametrik Bootstrap, Scott-Smith, One Stage, One Stage Range, Welch, Xu-Wang are introduced and usege of these tests are given with a real data. Also a simulation study is perform to compare these tests in different combination of variance, means, population number and sample size.

Science Code:205.1.066

Key Words :Brown-Forsythe test, Generalized F test, Parametrik Bootstrap test, Bootstrap test, Scott- Smith test, One Stage test, One Stage Range test, Clasic F test, Welch test, Xu-Wang test

Page Number:103

Adviser : Prof. Dr. Hamza GAMGAM

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Prof. Dr. Hamza Gamgam'a ve bana sonsuz sabır gösteren ve her konuda yardımını esirgemiyen Yrd. Doç. Dr. Fikri Gökpınar'a ve aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. HOMOJEN OLMAYAN VARYANS VARSAYIMI ALTINDA ORTALAMALARIN EŞİTLİĞİ İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ	8
2.1. Welch Testi	10
2.2. Scott-Smith Testi	12
2.3. Brown-Forsythe Testi	13
2.4. Weerahandi'nin Genelleştirilmiş F Testi	14
2.5. Tek Aşamalı Test	18
2.5.1. Tek Aşamalı Test	18
2.5.2. Tek aşamalı açıklık yöntemi	22
2.6. Xu ve Wang'ın Genelleştirilmiş F Testi	23
2.7. Parametrik Bootstrap Yaklaşımı	28
3. UYGULAMALAR	32
3.1. Welch Testinin Uygulanması	34
3.2. Scott-Smith Testinin Uygulanması.....	36
3.3. Brown-Forsythe Testinin Uygulanması.....	37

Sayfa

3.4. Weerahandi'nin Genelleştirilmiş F Testinin Uygulanması.....	39
3.5. Xu ve Wang'ın Genelleştirilmiş F Testinin Uygulanması.....	41
3.6. Tek Aşamalı Testinin Uygulanması.....	44
3.6. Tek Aşamalı Açıklık Testinin Uygulanması.....	47
3.7. Parametrik Bootstrap Yaklaşımının Uygulanması.....	48
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	51
4.1. Test İstatistiklerinin Deneysel I. Tip Hata Oranları Bakımından Karşılaştırılması	51
4.2. Test İstatistiklerinin Güç Değerleri Bakımından Karşılaştırılması.....	62
5. SONUÇLAR	85
KAYNAKLAR	87
EKLER.....	90
EK-1 Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p Değeri Kavramları.....	91
EK-2 $\tilde{S}_b$ test istatistiğinin konum parametresine göre değişmezlik özelliği	98
EK-3 Parametrik Bootstrap Yönteminde D fonksiyonunun 2. momentinin bulunuşu	100
ÖZGEÇMİŞ	102

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları için Trismus değerleri	32
Çizelge 3.2. İlaç türlerine göre trismus değerleri ile varyansların homojenliği için Levene testi sonuçları.....	34
Çizelge 4.1. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları.....	53
Çizelge 4.2. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=5$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları.....	54
Çizelge 4.3. Nominal $\alpha = 0.10$, $k=3$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları.....	58
Çizelge 4.4. Nominal $\alpha = 0.10$, $k=5$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları.....	59
Çizelge 4.5. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	63
Çizelge 4.6. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	64
Çizelge 4.7. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	65
Çizelge 4.8. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	66
Çizelge 4.9. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2 = 9$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	67
Çizelge 4.10. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	68

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.11. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri	69
Çizelge 4.12. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 9$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	70
Çizelge 4.13. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	72
Çizelge 4.14. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	73
Çizelge 4.15. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	74
Çizelge 4.16. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$, $\sigma_4^2 = 13$, $\sigma_5^2 = 18$ iken test istatistikleri için güç değerleri	75
Çizelge 4.17. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	76
Çizelge 4.18. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$, $\sigma_4^2 = 13$, $\sigma_5^2 = 18$ iken test istatistikleri için güç değerleri	77
Çizelge 4.19. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2 = 18$, $\sigma_2^2 = 13$, $\sigma_3^2 = 9$, $\sigma_4^2 = 4$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	78
Çizelge 4.20. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	79

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.21. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	80
Çizelge 4.22. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2=18$, $\sigma_2^2=13$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=4$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	81
Çizelge 4.23. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$, $n_4=30$, $n_5=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$, $\sigma_4^2=1$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	82
Çizelge 4.24. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$, $n_4=30$, $n_5=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	83

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 3.1. Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları için Trismus değerlerine ilişkin histogramlar ve dağılımların plot grafikleri.....	33
Şekil 3.2. Welch test istatistiği ile p değeri.....	36
Şekil 3.3. Scott-Smith test istatistiği ile p değeri	37
Şekil 3.4. Brown-Forsythe test istatistiği ile p değeri	39
Şekil 3.5. Xu ve Wang'ın Genelleştirilmiş F Test istatistiği ile p değeri	44
Şekil 3.6. Tek Aşamalı test istatistiği ile p değeri.....	46
Şekil 3.7. Tek Aşamalı Açıklık test istatistiği ile p değeri.....	48
Şekil 3.8. Parametrik Bootstrap test istatistiği ile p değeri.....	50
Şekil 4.1. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	63
Şekil 4.2. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	64
Şekil 4.3. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	65
Şekil 4.4. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri	66
Şekil 4.5. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2 = 9$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	67
Şekil 4.6. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	69
Şekil 4.7. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	70

Şekil	Sayfa
Şekil 4.8. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 9$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	71
Şekil 4.9. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	72
Şekil 4.10. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	73
Şekil 4.11. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	74
Şekil 4.12. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$, $\sigma_4^2 = 13$, $\sigma_5^2 = 18$ iken test istatistikleri için güç değerleri	75
Şekil 4.13. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	76
Şekil 4.14. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 9$, $\sigma_4^2 = 13$, $\sigma_5^2 = 18$ iken test istatistikleri için güç değerleri	77
Şekil 4.15. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2 = 18$, $\sigma_2^2 = 13$, $\sigma_3^2 = 9$, $\sigma_4^2 = 4$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	78
Şekil 4.16. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	80
Şekil 4.17. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 4$, $\sigma_3^2 = 8$, $\sigma_4^2 = 13$, $\sigma_5^2 = 18$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	81

Şekil	Sayfa
Şekil 4.18. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2=18$, $\sigma_2^2=13$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=4$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	82
Şekil 4.19. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$, $n_4=30$, $n_5=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$, $\sigma_4^2=1$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri	83
Şekil 4.20. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$, $n_4=30$, $n_5=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri.....	84

1. GİRİŞ

Klasik varyans analizi herbiri normal dağılıma sahip olan ikiden fazla yığının ortalamalarının eşitliği hipotezinin testi amacıyla kullanılır. Varyans analizi, model denklemindeki faktör (etken) sayısına bağlı olarak sınırlandırılır. Tek faktörün bağımlı değişken üzerindeki etkisi araştırılıyorsa, bu yöntem “tek faktörlü varyans analizi” olarak bilinir.

Klasik tek faktörlü varyans analizi problemlerinde, herbiri normal dağılıma sahip yığın sayısı k , bu yığınlardan i . yığının bilinmeyen ortalaması μ_i ve genel ortalama μ olmak üzere, yokluk ve alternatif hipotezler

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

ve

$$H_1 : \exists \mu_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (1.1)$$

biçiminde ifade edilir. i . yığından n_i hacimli bağımsız örnekler

$$X_{i1}, \dots, X_{in_i},$$

olsun. i . yığının (faktör düzeyinin) etkisi α_i , i . yığından seçilen örnekteki j . birimin bağımlı değişken bakımından ölçüm değeri X_{ij} , hata terimi ε_{ij} olmak üzere, bilinen klasik tek faktörlü varyans analizi modeli

$$X_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij},$$

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_i^2), \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, n_i,$$

biçiminde ifade edilir.

$$\mu_i - \mu = \alpha_i \quad \text{ve} \quad \sum_{i=1}^k \alpha_i = 0, \quad i = 1, \dots, k$$

olarak tanımlanırsa Eş. 1.1'deki H_0 ve H_1 hipotezleri

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_k = 0$$

ve

$$H_1 : \exists \alpha_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (1.2)$$

biçiminde ifade edilebilir. i . örneğin ortalaması $\bar{X}_i$, genel örnek ortalaması $\bar{X}$ ve toplam örnek hacmi n ile gösterilsin. Bu tanımlar için matematiksel eşitlikler

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}, \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \bar{X}_i, \quad n = \sum_{i=1}^k n_i$$

biçiminde yazılabilir. Klasik F test istatistiği,

$$F = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 / (n-k)}$$

olarak tanımlanır [Scheffe, 1959]. Yokluk hipotezinin doğru olduğu varsayımı altında klasik F test istatistiği, $k-1$ ve $n-k$ serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir.

Yukarıdaki klasik F testi için, gerekli olan varsayımlar,

- a) örnekler bağımsızdır
- b) örnekler rassal olarak seçilmişlerdir
- c) n_i hacimli örneklerin her biri normal dağılımdan gelmiştir
- d) n_i hacimli örneklerin geldikleri yığınların varyansları aynıdır

şeklinde ifade edilebilir. Bu varsayımlardan ilk ikisi örnekleme yöntemi ile ilgili varsayımlardır, diğer ikisi örneklerin seçildikleri yığınların dağılımları ile ilgili

varsayımlardır. Varsayımların tümü sağlandığı zaman varyans analizi yöntemi olan klasik F testinin kullanılması daha çok tercih edilir. Çünkü gerçekte yanlış olan yokluk hipotezini reddetme olasılığı olan testin gücü, diğer testlere göre klasik F testinde daha büyüktür.

“ n_i hacimli örneklerin her biri normal dağılımdan gelmiştir” varsayımının sağlanıp sağlanmadığına Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi ile karar verilebilir [Gamgam,1989].

n_i hacimli örneklerin seçildikleri yığınların varyanslarının eşitliği hipotezinin testi için bir çok test istatistiği geliştirilmiştir. Bu test istatistikleri, örneklerin seçildikleri yığınların dağılımlarının normal olduğu varsayımına dayanan ve normallik varsayımına dayanmayan testler olmak üzere iki grupta toplanabilir. Normallik varsayımına dayanan testlerden bazıları Bartlett testi, Hartley testi, Neyman-Pearson testi, Anomv testi ve Cochran testidir. Normallik varsayımına dayanmayan testlerden bazıları Levene testi, Brown-Forsythe testi, Jackknife testi ve Layard χ^2 testidir [Öksüz, 2007].

Yığınların varyanslarının eşitliği varsayımı sağlanmıyor ancak heterojenlik çok az ise klasik F testi bundan çok az etkilenmektedir [Box, 1954]. Buna karşın yığınların varyansları arasındaki fark arttıkça ve özellikle örnek hacimleri eşit değilse çok ciddi problemler ortaya çıkmaktadır [Bishop, 1976; Reed ve Stark, 1995]. Bu yüzden bu varsayım en kritik varsayımdır. Böyle bir durumda klasik F testi sağlam (robust) bir test değildir. Özellikle örnek hacmi ve yığın varyansı ters orantılı olduğunda klasik F testi için deneysel I.tip hata oranı nominal I.tip hatadan oldukça büyük, doğru orantılı olduğu zaman ise oldukça küçüktür [Krutchkoff,1988; Lee ve Ahn, 2003].

Homojen varyans varsayımı sağlanmadığında yokluk hipotezinin reddini destekler nitelikte önemli kanıtlar olsa bile bazen klasik F testi ile büyük hacimli örnekler durumunda bile yokluk hipotezi reddedilemiyebilir. Bir çok alanda, büyük hacimli örneklerin elde edilemeyeceği düşünülürse bu durum önemli bir sıkıntı doğurabilir.

Büyük hacimli örnekleri elde etmenin zor olduğu alanlardan biri biomedikal çalışmalardır. Böyle uygulamalarda her bir veri hayati öneme sahip olabilir veya bu veriyi elde etmek çok pahalı olup zaman alabilir. Bu durumda yeterli örnek hacmine sahip olunamamaktadır. Böylece küçük hacimli örneklerle çalışma zorunluluğu ortaya çıkar. Böyle durumlarda klasik F testi oldukça kötü sonuçlar vermesinden dolayı alternatif yöntemler geliştirilmiştir.

Bu yöntemlerden biri veri dönüşümleridir. Logaritmik dönüşüm, arcsinüs dönüşümü gibi dönüşümler daha önceki yıllarda kullanılmıştır. Bu dönüşümleri uygulayarak varsayımların geçerliliği sağlanabilir fakat normallik varsayımı için yapılan dönüşümler homojen varyans yapısını bozabilir. Benzer şekilde homojen varyans varsayımı için yapılan dönüşümler normallik varsayımını bozabilir. Ayrıca dönüştürülmüş veriler, ortalamaların eşitliği hipotezini kabul ederken, orjinal veriler bu hipotezi kabul etmeyebilir [Chen, 2001]. Bu tür sorunlarla çoğu kez karşılaşılmaktadır.

Varsayımların sağlanmaması durumunda klasik F testine alternatif yöntemlerden biri parametrik olmayan yöntemlerdir. Bu yöntemlerin kullanılabilmesi için sadece bağımsızlık ve rassallık varsayımlarının sağlanması gerekmektedir. Parametrik olmayan tek faktörlü varyans analizi için geliştirilen yöntem Kruskal-Wallis'in H testidir. Fakat parametrik olmayan testler uygulanırken oluşan bilgi kaybı parametrik olmayan testlerin gücünün azalmasına sebep olmaktadır. Özellikle heterojenlik fazla olduğunda Kruskal-Wallis'in H testi alternatif bir test değildir [Krutchkoff, 1988].

Varsayımların sağlanmaması durumunda klasik F testine alternatif bir çok test geliştirilmiştir. Bu test istatistiklerinin bazılarının dağılımı tam olarak bilinirken bazılarının dağılımı simülasyon yoluyla yaklaşık olarak bulunmaktadır [Weerahandi, 1995a; Weerahandi, 2004].

Homojen varyans varsayımının sağlanmadığı durumda ilk olarak normal dağılıma sahip iki yığın ortalamasının eşitliğine ait hipotezin testi incelenmiştir. Bu durum, Behrens-Fisher problemi olarak bilinmektedir. Behrens-Fisher problemi için önerilen

ilk testlerden biri de Welch (1947)'in geliştirdiği testdir. Welch testi, serbestlik derecesi yalnızca örnek hacmine değil aynı zamanda örnek varyansına bağlı olan student-*t* dağılımına dayalı bir testtir [Welch, 1947]. Uygulaması pratik olduğundan sıklıkla kullanılmaktadır. Welch (1951), bu testi *k* yığının ortalamasının eşitliğine ait hipotezin testi için genelleştirmiştir.

Dudewicz ve Dalal (1975) homojen olmayan varyans durumunda iki yığının ortalamasının eşitliği hipotezinin testi için iki aşamalı bir yöntem geliştirmişlerdir. Bishop ve Dudewicz (1978), bu yöntemi *k* yığının ortalamasının eşitliğine ilişkin hipotezin testi için geliştirmişlerdir. Ayrıca Bishop ve Dudewicz (1981) bu yöntemi, homojen varyans varsayımı sağlanmadığı durumda çok faktörlü varyans analizi için genelleştirmişlerdir. İki aşamalı yöntem, ikinci aşamada daha fazla hacimli örnekler gerektirdiğinden masraflıdır ve fazla zaman kaybına sebep olduğundan kullanımı çok pratik değildir.

Bishop (1976) yaptığı çalışmada varyans analizi probleminde tek aşamalı bir yöntemin kullanılabileceği fikrinden bahsetmiştir. Chen ve Lam (1989), bu yöntemin en büyük yığın ortalamasının aralık tahminini bulmak için; Lam (1992) ise homojen varyans varsayımının sağlanmadığı durumda bu yöntemin kullanılabileceğini önermiştir. Wen ve Chen (1994) ise bu yöntemi çoklu karşılaştırma problemleri için geliştirmişlerdir.

Chen ve Chen (1998) homojen varyans varsayımının sağlanmadığı durumda *k* yığının ortalamasının eşitliği hipotezinin testi için tek aşamalı yöntemi önermişlerdir. Tek aşamalı yöntem, iki aşamalı yöntem gibi ilave bir gözlem ve bundan kaynaklanan fazla zaman ve masraf gerektirmemektedir. Ayrıca Chen (2001) Tek Aşamalı Açıklık (range) yöntemini geliştirerek, simülasyon yoluyla Tukey'in standartlaştırılmış açıklık yöntemi ile karşılaştırmasını yapmıştır.

Scott ve Smith (1971) tarafından Scott-Smith test istatistiği, Brown-Forsythe (1974) tarafından klasik *F* testinin bir uyarlaması olan Brown-Forsythe testi önerilmiştir.

Ayrıca Weerahandi (1995a), örneklerin ortak ölçüm dönüşümleri altında değişmeyen Genelleştirilmiş F testini geliştirmiştir. Homojen varyans varsayımının sağlanmadığı durumda k yığının ortalaması eşitliği hipotezinin testi için her durum altında iyi sonuç veren bir test yoktur. Uygulamalarda pratik olması bakımından tam olasılık dağılımına sahip ağırlıklandırılmış F , Welch ve Brown-Forsythe testleri kullanılmaktadır. Yapılan simülasyon çalışmalarında da genelde yeni yöntemlerle bu klasik yöntemlerin karşılaştırılması yapılmaktadır. Gamage ve Weerahandi (1998) Genelleştirilmiş F testini, klasik F testi ve çok kullanılan ağırlıklandırılmış F , Welch ve Brown-Forsythe testleri ile karşılaştırmışlardır. Rice ve Gaines (1989), k yığının ortalamasının eşitliği hipotezinin testi için Behren-Fisher'in T testini geliştirerek yeniden uyarlanmış (modified) F testini önermişlerdir. Ayrıca bu test Behren-Fisher T testinin ağırlıklandırılmış ortalamasıdır. Hartung ve ark. (2002), Welch testinin yeniden uyarlanmış halini küçük hacimli örneklerle uygulayarak geliştirmişlerdir. Gerami ve Zahedian (2001), simülasyon yoluyla Welch testi, Scott-Smith testi, Weerahandi'nin Genelleştirilmiş F testi ve Tek Aşamalı testin birbirleriyle karşılaştırmalarını yapmışlardır.

Lee and Ahn (2003), uyarlanmış F test istatistiğinin farklı bir asimptotik dağılımını elde ederek yeniden uyarlanmış F testini önermişlerdir ve simülasyon çalışması ile bu testlerin karşılaştırmalarını yapmışlardır. Welch testi, uyarlanmış Welch testi, Brown-Forsythe testi, uyarlanmış Brown-Forsythe testi ve yaklaşık (approximate) klasik F testinin farklı hipotezler altındaki güç karşılaştırmaları Argaç (2004) tarafından simülasyon yoluyla yapılmıştır.

Krishnamoorthy ve ark. (2006) tek faktörlü varyans analizi modeli için Parametrik Bootstrap yöntemini geliştirmişlerdir. Ayrıca Xu ve Wang (2007a, 2007b) tarafından Genelleştirilmiş p 'ye dayalı yeni bir test önerilmiştir.

Klasik yöntemleri uygulamak zor olduğunda yada tam çözüm elde edilmediğinde bu yeni yöntemler uygulanmaktadır [Weerahandi, 1991; Weerahandi ve Johnson, 1992; Zhou ve Mathew, 1994; Krishnamoorthy ve Mathew, 2003; Mathew ve Webb, 2005; Gamage ve ark., 2004].

Bu çalışmanın ikinci bölümünde normal dağılıma sahip ancak homojen varyans varsayımını sağlamayan k yığın ortalamasının eşitliği hipotezinin testi için geliştirilen bazı test istatistiklerine yer verilmiştir. Bu testler Welch (1951) tarafından önerilen Welch testi, Scott ve Smith (1971) tarafından geliştirilen Scott-Smith testi, Brown ve Forsythe (1974)'un önerdiği Brown-Forsythe testi, Weerahandi (1995) tarafından önerilen Genelleştirilmiş F testi, Chen ve Chen (1998)'nin geliştirdiği Tek Aşamalı test ve Tek Aşamalı Açıklık testi, Krishnamoorthy ve ark. (2006)'nın önerdiği Parametrik Bootstrap testi, Xu ve Wang (2007)'nin önerdiği Xu ve Wang'ın Genelleştirilmiş p testi ayrıntılı olarak tanıtılmıştır.

Üçüncü bölümde, bu test istatistiklerinin gerçek veri üzerinde uygulaması yapılmıştır.

Dördüncü bölümde ise, simülasyon yoluyla bu test istatistiklerinin, farklı örnek hacmi ve yığınların farklı varyansları altında deneysel I. tip hata bakımından karşılaştırmaları ve sonra da farklı örnek hacmi, yığınların farklı varyansları ve ortalamaları altında testin gücü bakımından karşılaştırmaları yapılmıştır.

Beşinci bölümde sonuçlar ve yorumlara yer verilmiştir.

2. HOMOJEN OLMAYAN VARYANS VARSAYIMI ALTINDA ORTALAMALARIN EŞİTLİĞİ İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ

Varyans analizinde yığınların varyanslarının homojenliği varsayımı altında genel varyans σ^2 ile, Genel Kareler Toplamının bileşenleri olan Hata Karaler Toplamı ve Gruplar Arası Kareler Toplamı sırasıyla S_e ve S_b ile gösterilsin. Bu tanımlar için matematiksel eşitlikler

$$S_e = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 = \sum_{i=1}^k n_i S_i^2 \quad \text{ve} \quad S_b = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

biçiminde yazılabilir. Hata Kareler Toplamı olan S_e 'nin beklenen değeri

$$E(S_e) = \sum_{i=1}^k n_i E(S_i^2) = (n - k) \sigma^2$$

ve Hata Kareler Ortalaması

$$MS_e = \frac{S_e}{n - k}$$

olarak elde edilir. Standartlaştırılmış Hata Kareler Toplamı olan $\frac{S_e}{\sigma^2}$ istatistiği $n-k$

serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir diğer bir ifadeyle $\frac{S_e}{\sigma^2} : \chi_{n-k}^2$ olduğu bilinen bir sonuçtur.

Gruplar Arası Kareler Toplamı olan S_b 'nin beklenen değeri

$$\begin{aligned}
E(S_b) &= E\left(\sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2\right) \\
&= \sum_{i=1}^k n_i (\mu_i - \bar{\mu})^2 + (k-1) \sigma^2
\end{aligned}$$

ve Gruplar Arası Kareler Ortalaması

$$MS_b = \frac{S_b}{k-1}$$

olarak elde edilir. Standartlaştırılmış Gruplar Arası Kareler Toplamı olan $\frac{S_b}{\sigma^2}$

istatistiği H_0 hipotezinin doğruluğu varsayımı altında $k-1$ serbestlik dereceli χ^2

dağılımına sahiptir diğer bir ifadeyle $\frac{S_b}{\sigma^2} : \chi_{k-1}^2$ olduğu bilinen bir sonuçtur. Bu durumda ortalamaların eşitliği hipotezinin testi için F istatistiği,

$$F = \frac{MS_b}{MS_e} = \frac{S_b / (k-1)}{S_e / (n-k)} : F_{k-1, n-k}$$

olarak tanımlanır ve bu istatistik $k-1$ ve $n-k$ serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir.

Bu istatistik için hesaplanan değer F_h olmak üzere, test işlemi için

$$\begin{aligned}
p \text{ değeri} &= P(F_{k-1, n-k} > F_h) \\
&= \int_{F_h}^{\infty} f(F) dt
\end{aligned}$$

veya

$$p \text{ değeri} = 1 - \int_0^{F_h} f(F) dt$$

ile hesaplanabilir. Bu işlemle elde edilen p değeri I.tip hata olasılığından küçük olursa $1-\alpha$ güven düzeyinde ortalamaların eşitliği hipotezi red edilir.

Yığınların varyansları homojen olmadığı zaman, Standartlaştırılmış Gruplar Arası Kareler Toplamı ve Standartlaştırılmış Hata Kareler Toplamı sırasıyla,

$$\tilde{S}_b = \tilde{S}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i^2}{\sigma_i^2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i}{\sigma_i^2} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{\sigma_i^2}}$$

ve

$$\tilde{S}_e = \sum_{i=1}^k \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \quad (2.1)$$

olarak ifade edilir [Weerahandi, 1995a]. Homojen varyans varsayımı sağlanmadığı zaman klasik F test istatistiğinin dağılımı teorik olarak elde edilememektedir. Bu yüzden ortalamaların eşitliği hipotezini test etmek için F testine alternatif başka test istatistikleri kullanılmaktadır.

2.1. Welch Testi

Behrens-Fisher problemi için önerilen testlerden ilki Welch (1947) tarafından geliştirilen Welch testidir. Welch testi, serbestlik derecesi yalnızca örnek hacmine değil aynı zamanda örnek varyansına da bağlı olan student-t dağılımına dayalı bir testtir. Bu test pratik olması bakımından uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır.

Bir çok kitapta yığınların varyanslarının homojen olup olmadığına bakılmaksızın Welch testinin kullanımı tavsiye edilmektedir [Moore ve ark., 2003]. Yığın varyansları homojenlik varsayımını sağlamadığında Moser (1989), iki yığın ortalamasının eşitliğine ilişkin hipotezin testi için, t ve Welch testlerini I.tip hata ve

testin gücü bakımından karşılaştırmıştır. Bu çalışmanın sonuçlarına göre yığın varyansları homojenlik varsayımını sağlasa da sağlamasa da Welch testi, ele alınan tüm parametre kombinasyonları için oldukça iyi sonuçlar vermiştir. Yani tüm mümkün durumlarda Welch testinin kullanımının uygun olduğu görülmüştür.

Yığın varyansları homojen olmadığında k yığının ortalamasının eşitliği hipotezini test etmek için Welch (1951), Behrens-Fisher probleminin çözümü için geliştirdiği testin genelleştirilmiş biçimini önermiştir.

σ_i^2 bilinmediğinden $\tilde{S}_b = \tilde{S}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)$ fonksiyonunda σ_i^2 parametresinin yerine S_i^2 konursa

$$\tilde{S}_b(S_1^2, \dots, S_k^2) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i^2}{S_i^2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i}{S_i^2} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{S_i^2}} \quad (2.2)$$

elde edilir. Burada S_i^2 terimi i . örnek için varyansı ifade etmektedir. Buna göre

$w_i = \frac{n_i}{S_i^2}$ olmak üzere, Welch (1951) test istatistiği

$$W = \frac{\tilde{S}_b(S_1^2, \dots, S_k^2) / (k-1)}{1 + \frac{2(k-2)}{k^2-1} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} \left(1 - \frac{w_i}{\sum w_j} \right)^2}$$

biçiminde önerilmiştir [Welch, 1951]. Bu eşitlik bazı düzenlemelerden sonra

$$W = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \left[(\bar{X}_i - \bar{X})^2 / (k-1) \right]}{1 + \frac{2(k-2)}{k^2-1} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} \left(1 - \frac{w_i}{\sum w_j} \right)^2} \quad (2.3)$$

olarak ifade edilebilir. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında W test istatistiğinin dağılımı, $k-1$ ve f serbestlik dereceli F dağılımına yakınsamaktadır. Bu F dağılımının paydası için serbestlik derecesi

$$f = \frac{1}{\frac{3}{k^2-1} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} \left(1 - \frac{w_i}{\sum w_j} \right)^2}$$

eşitliğinden elde edilmektedir. W test istatistiği için hesaplanan değer W_h olmak üzere,

$$P(F_{k-1,f} > W_h) < \alpha$$

ise ortalamaların eşitliği hipotezi red edilir.

2.2. Scott-Smith Testi

Yığın varyansları homojen olmadığında k sayıda yığının ortalamalarının eşitliği hipotezinin testi için Scott-Smith (1971) tarafından önerilen test istatistiği aşağıda verilmiştir.

$$F_s = \sum_{i=1}^k \frac{n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{S_i^{*2}} \quad (2.4)$$

Burada S_i^{*2} için

$$S_i^{*2} = \frac{n_i - 1}{n_i - 3} S_i^2$$

eşitliği önerilmiştir. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında F_s istatistiği k serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir [Scott ve Smith,1971]. Buna göre F_s istatistiği için hesaplanan değer f_s olmak üzere,

$$P(F_s > f_s) < \alpha$$

ise ortalamaların eşitliği hipotezi red edilir.

2.3. Brown-Forsythe Testi

Brown ve Forsythe (1974) tarafından önerilen Brown-Forsythe testi klasik F testinin uyarlanmış bir biçimidir. Bu test istatistiği

$$B = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{n_i}{n}\right) S_i^2} \quad (2.5)$$

olarak önerilmiştir [Brown ve Forsythe, 1974]. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında B istatistiği $k-1$ ve v serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir Bu F dağılımının payda için serbestlik derecesi

$$v = \frac{\left[\sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{n_i}{n}\right) S_i^2 \right]^2}{\sum_{i=1}^k \frac{\left(1 - \frac{n_i}{n}\right)^2 S_i^4}{n_i - 1}}$$

eşitliği ile verilmiştir. Buna göre B istatistiği için hesaplanan değer B_h olmak üzere,

$$P(F_{k-1,v} > B_h) < \alpha$$

olduğunda ortalamaların eşitliği hipotezi red edilir.

2.4. Weerahandi'nin Genelleştirilmiş F Testi

Klasik yaklaşımda test istatistiğinin dağılımının uç bölgesi kullanılırken genelleştirilmiş yaklaşımda ise test değişkeni için oluşturulan örnek uzayının uç bölgesi kullanılır. Genelleştirilmiş F testinin p değerinin hesaplanması için uç bölgedeki gözlenen örnek noktalarının sayısı dikkate alınır. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında bu bölgenin olasılığı genelleştirilmiş p değerini vermektedir [Gamage ve Weerahandi, 1998]. Burada bahsedilen test değişkeni, uç bölge ve genelleştirilmiş p değeri kavramları EK-1'te ayrıntılı olarak verilmiştir.

Ortalamaların eşitliğine ilişkin H_0 hipotezi doğru değilse, $\tilde{S}_b$ rasgele değişkeni daha büyük değer alır ve H_0 hipotezini red etme olasılığı artar. Weerahandi, bu yöntemde

$$S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{i=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \text{ istatistiğinin yerine } \sigma_i^2 \text{ parametresinin en çok olabilirlik}$$

$$\text{tahmin edicisi olan } S_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \text{ istatistiğinin kullanımını önermiştir}$$

[Weerahandi, 1995a]. B_j değişkeni, $\frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2}$ istatistiğinin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$B_j = \frac{\left(\sum_{i=1}^j \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \right)}{\left(\sum_{i=1}^{j+1} \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \right)}, \quad j = 1, \dots, k-1 \quad (2.6)$$

Buna göre B_j istatistiğinin dağılımı

$$B_j : \text{beta} \left[\sum_{i=1}^j \frac{(n_i - 1)}{2}, \frac{(n_{j+1} - 1)}{2} \right]$$

olur [Weerahandi, 1995a]. Eş. 2.1 ve Eş. 2.6 ile i . örnek için $\frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2}$ rasgele değişkeni

B_j değişkenine bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{n_1 S_1^2}{\sigma_1^2} = \tilde{S}_e B_1 B_2 \dots B_{k-1},$$

$$\frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} = \tilde{S}_e (1 - B_{i-1}) B_i \dots B_{k-1}, \quad i = 2, \dots, k-1$$

$$\frac{n_k S_k^2}{\sigma_k^2} = \tilde{S}_e (1 - B_{k-1}).$$

$\frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2}$ istatistiği için yapılan ayrıştırma bilinmeyen bir parametreye bağlı değildir. Bu

yüzden H_0 hipotezinin kabul edilip edilmemesi bu ifadeyi etkilememektedir.

Böylece genelleştirilmiş p değerinin hesaplanması sağlanmaktadır. Buna göre test değişkeni;

$$T = \frac{\tilde{S}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)}{\tilde{s}_b\left(\frac{s_1^2 \sigma_1^2}{S_1^2}, \dots, \frac{s_k^2 \sigma_k^2}{S_k^2}\right)}$$

(2.7)

şeklinde önerilmiştir. T ve S_i^2 istatistiklerinin hesaplanan değerleri olan t ve s_i^2 ile

$\tilde{S}_b$ fonksiyonun gözlenen fonksiyonu olan $\tilde{s}_b = \tilde{s}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)$, Eş. 2.7'de yerlerine

konursa

$$t = \frac{\tilde{s}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)}{\tilde{s}_b\left(\frac{s_1^2 \sigma_1^2}{S_1^2}, \dots, \frac{s_k^2 \sigma_k^2}{S_k^2}\right)} = \frac{\tilde{s}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)}{\tilde{s}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)} = 1$$

olarak elde edilir. Bu durumda genelleştirilmiş p değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} p &= P(T \geq t) = P(T \geq 1) \\ &= P\left(\frac{\tilde{s}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)}{\tilde{s}_b\left(\frac{s_1^2 \sigma_1^2}{S_1^2}, \dots, \frac{s_k^2 \sigma_k^2}{S_k^2}\right)} \geq 1\right) \\ &= P\left\{\tilde{s}_b(\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2) \geq \tilde{s}_b\left(\frac{s_1^2 \sigma_1^2}{S_1^2}, \dots, \frac{s_k^2 \sigma_k^2}{S_k^2}\right)\right\} \\ &= P\left\{\tilde{S}_b \geq \tilde{s}_b\left(\frac{n_1 s_1^2}{B_1 B_2 \dots B_{k-1} \tilde{S}_e}, \dots, \frac{n_k s_k^2}{(1 - B_{k-1}) \tilde{S}_e}\right)\right\} \end{aligned}$$

Burada $a_1, \dots, a_k$

$$a_1 = \frac{n_1 s_1^2}{B_1 B_2 \dots B_{k-1}}, \dots, a_k = \frac{n_k s_k^2}{1 - B_{k-1}} \quad (2.8)$$

olarak tanımlanırsa

$$p = P\left\{\tilde{S}_b \geq \tilde{s}_b\left(\frac{a_1}{\tilde{S}_e}, \dots, \frac{a_k}{\tilde{S}_e}\right)\right\}$$

elde edilir. $\tilde{s}_b\left(\frac{a_1}{\tilde{S}_e}, \dots, \frac{a_k}{\tilde{S}_e}\right)$ fonksiyonu

$$\begin{aligned}
\tilde{s}_b &= \tilde{s}_b \left(\frac{a_1}{\tilde{S}_e}, \dots, \frac{a_k}{\tilde{S}_e} \right) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i^2}{\left(a_i / \tilde{S}_e \right)} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i}{\left(a_i / \tilde{S}_e \right)} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{\left(a_i / \tilde{S}_e \right)}} \\
&= \sum_{i=1}^k \tilde{S}_e \frac{n_i \bar{X}_i^2}{a_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \tilde{S}_e \frac{n_i \bar{X}_i}{a_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \tilde{S}_e \frac{n_i}{a_i}} \\
&= \tilde{S}_e \left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i^2}{a_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i}{a_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{a_i}} \right)
\end{aligned}$$

ve

$$= \tilde{S}_e \tilde{s}_b (a_1, \dots, a_k)$$

şeklinde yazılabilir. O halde

$$p = P \left\{ \tilde{S}_b \geq \tilde{s}_b \left(\frac{a_1}{\tilde{S}_e}, \dots, \frac{a_k}{\tilde{S}_e} \right) \right\}$$

ifadesi tekrar yazılırsa

$$\begin{aligned}
p &= P \left\{ \tilde{S}_b \geq \tilde{S}_e \tilde{s}_b (a_1, \dots, a_k) \right\} \\
&= P \left\{ \frac{\tilde{S}_b}{\tilde{S}_e} \geq \tilde{s}_b (a_1, \dots, a_k) \right\}
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. $\tilde{s}_b$ fonksiyonunda Eş. 2.8 ile verilen a_i yerine koyulunca

$$p = 1 - P \left\{ \frac{\tilde{S}_b}{\tilde{S}_e} \leq \tilde{s}_b \left[\frac{n_1 s_1^2}{B_1 B_2 \dots B_{k-1}}, \frac{n_2 s_2^2}{(1-B_1) B_2 \dots B_{k-1}}, \frac{n_3 s_3^2}{(1-B_2) B_3 \dots B_{k-1}}, \dots, \frac{n_k s_k^2}{(1-B_{k-1})} \right] \right\}$$

elde edilir. Yukarıda tanımlanan olasılık ifadesindeki eşitsizliğin her iki tarafı $\frac{n-k}{k-1}$ ile çarpılırsa

$$= 1 - P \left\{ \frac{\tilde{S}_b/k-1}{\tilde{S}_e/n-k} \leq \frac{n-k}{k-1} \tilde{s}_b \left[\frac{n_1 s_1^2}{B_1 B_2 \dots B_{k-1}}, \frac{n_2 s_2^2}{(1-B_1) B_2 \dots B_{k-1}}, \frac{n_3 s_3^2}{(1-B_2) B_3 \dots B_{k-1}}, \dots, \frac{n_k s_k^2}{(1-B_{k-1})} \right] \right\}$$

olur. Bu ifade

$$= 1 - E \left(H_{k-1, n-k} \left\{ \frac{n-k}{k-1} \tilde{s}_b \left[\frac{n_1 s_1^2}{B_1 B_2 \dots B_{k-1}}, \frac{n_2 s_2^2}{(1-B_1) B_2 \dots B_{k-1}}, \frac{n_3 s_3^2}{(1-B_2) B_3 \dots B_{k-1}}, \dots, \frac{n_k s_k^2}{(1-B_{k-1})} \right] \right\} \right)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Burada $H_{k-1, n-k}$, $k-1$ ve $n-k$ serbestlik derecesine sahip F dağılımının kümülatif dağılım fonksiyonudur. Buna göre $p < \alpha$ olduğunda yokluk hipotezi red edilir.

2.5. Tek Aşamalı Test

Homojen olmayan varyans durumunda yığınların ortalamalarının eşitliği hipotezinin testi için Chen ve Chen (1998) tarafından Tek Aşamalı Test yöntemi önerilmiştir. Aynı zamanda Chen (2001) tarafından bu yöntem temel alınarak Tek Aşamalı Açıklık Test yöntemini geliştirmiştir.

2.5.1. Tek aşamalı test

Chen ve Chen (1998) tarafından geliştirilen Tek Aşamalı Test yöntemi tek faktörlü varyans analizi modeli için tanıtılacaktır.

$n_i \geq 3$ ve $2 \leq n_0 \leq \min(n_1, \dots, n_k)$ olmak üzere n_0 gözlemin örnek ortalaması

$$\bar{X}_i(n_0) = \sum_{j=1}^{n_0} \frac{X_{ij}}{n_0}$$

ve örnek varyansı

$$S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_0} \frac{(X_{ij} - \bar{X}_i(n_0))^2}{(n_0 - 1)}$$

ile gösterilsin. Gözlemlerin ağırlıkları U_i ve V_i olmak üzere, bunlar aşağıdaki gibi tanımlanır [Chen ve Chen, 1998].

$$U_i = \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_i} \sqrt{\frac{n_i - n_0}{n_0} \left(\frac{S_{[k]}^2}{S_i^2} - 1 \right)}$$

$$V_i = \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_i} \sqrt{\frac{n_0}{n_i - n_0} \left(\frac{S_{[k]}^2}{S_i^2} - 1 \right)}$$

Burada $S_{[k]}^2; S_1^2, \dots, S_k^2$ örnek varyanslarının en büyük olanını ifade etmektedir. Gözlemlerin ağırlıklandırmaları için

$$W_{ij} = \begin{cases} U_i & 1 \leq j \leq n_0 \\ V_i & n_0 < j \leq n \end{cases}$$

olarak önerilmiştir. Buna göre ağırlıklandırılmış gözlemler için ağırlıklandırılmış örnek ortalaması,

$$\tilde{X}_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} X_{ij}$$

olarak verilmiştir. Ayrıca U_i ve V_i

$$n_0 U_i + (n_i - n_0) V_i = 1$$

ve

$$n_0 U_i^2 + (n_i - n_0) V_i^2 = \frac{S_{[k]}^2}{n_i S_i^2}$$

koşullarını sağlar. Görüldüğü gibi n_i hacimli örnek, hacimleri n_0 ve $(n_i - n_0)$ olan iki örneğe ayrılmaktadır. $\tilde{X}_i$ istatistiği ortalaması μ_i ve varyansı $\sum_j W_{ij}^2 \sigma_i^2$ olan koşullu normal dağılıma sahiptir. Buna göre

$$t_i = \frac{\tilde{X}_i - \mu_i}{\sqrt{S_i^2 \sum_{j=1}^n W_{ij}^2}}$$

dönüşümü ile elde edilen t_i istatistiği, ortalaması '0' ve varyansı σ_i^2/S_i^2 olan koşullu normal dağılıma sahiptir [Chen ve Chen, 1998]. Benzer biçimde

$$t_i = \frac{\tilde{X}_i - \mu_i}{S_{[k]}/\sqrt{n}} \quad (2.9)$$

istatistiği n_0-1 serbestlik dereceli student- t dağılımına sahiptir. Aynı zamanda t_i istatistiğinin ortalaması

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^k t_i}{k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{\tilde{X}_i - \mu_i}{S_{[k]}/\sqrt{n}} = \frac{1}{S_{[k]}/\sqrt{n}} \sum_{i=1}^k \frac{\tilde{X}_i - \mu_i}{k} = \frac{\tilde{X} - \bar{\mu}}{S_{[k]}/\sqrt{n}}$$

(2.10)

eşitliği ile elde edilir. Genel ağırlıklı ortalama

$$\tilde{X} = \sum_{i=1}^k \frac{\tilde{X}_i}{k}$$

olmak üzere, Eş. 1.1 yokluk hipotezini test etmek için Chen ve Chen (1998) tarafından Eş. 2.11’de derlenen test istatistiği önerilmiştir.

$$\tilde{F}^1 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\tilde{X}_i - \tilde{X}}{S_{[k]}/\sqrt{n}} \right)^2 \quad (2.11)$$

Bu test istatistiğinin dağılımını bulmak için $\tilde{F}^1$ test istatistiği farklı biçimde yazılır. Buna göre Eş. 2.11’de parantez içindeki terim,

$$\frac{\tilde{X}_i - \tilde{X}}{S_{[k]}/\sqrt{n}} = \frac{\tilde{X}_i - \mu_i}{S_{[k]}/\sqrt{n}} - \frac{\tilde{X} - \mu}{S_{[k]}/\sqrt{n}} + \frac{\mu_i - \mu}{S_{[k]}/\sqrt{n}}$$

biçiminde yazılarak $\tilde{F}^1$ test istatistiği;

$$\tilde{F}^1 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\tilde{X}_i - \mu_i}{S_{[k]}/\sqrt{n}} - \frac{\tilde{X} - \mu}{S_{[k]}/\sqrt{n}} + \frac{\mu_i - \mu}{S_{[k]}/\sqrt{n}} \right)^2 \quad (2.12)$$

olarak da ifade edilebilir. Eş. 2.9 ve Eş. 2.10’a göre Eş. 2.12’de parantez içindeki birinci terim t istatistiğini, ikinci terimde $\bar{t}$ istatistiğini verir. O zaman Eş. 2.12

$$\tilde{F}^1 = \sum_{i=1}^k \left(t - \bar{t} + \frac{\mu_i - \mu}{S_{[k]}/\sqrt{n}} \right)^2$$

biçiminde tekrar yazılabilir. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında, $\tilde{F}^1$ istatistiği, herbiri n_0-1 serbestlik dereceli bağımsız Student-t değişkenlerinden oluşan

$$Q = \sum_{i=1}^k (t_i - \bar{t})^2$$

istatistiğini verir. Q rasgele değişkeni, yokluk hipotezinin doğruluğu altındaki $\tilde{F}^1$ istatistiği ile aynı dağılıma sahiptir. Q rasgele değişkeni belli bir dağılıma yakınsamadığından k ve n_0-1 değerlerine göre m sayıda tekrar yapılarak dağılımını oluşturması gerekir. Simülasyon sonucunda bulunan bu dağılım Q_{k,n_0} ve $\tilde{F}^1$ istatistiği için hesaplanan değer $\tilde{F}_h^1$ olmak üzere

$$P(Q_{k,n_0} > \tilde{F}_h^1) < \alpha$$

olduğunda yokluk hipotezi red edilir [Chen ve Chen, 1998].

2.5.2. Tek aşamalı açıklık yöntemi

Eş. 1.1'deki yokluk hipotezini test etmek için Chen (2001) tarafından Tek Aşamalı Açıklık testi önerilmiştir. Bu test istatistiği

$$T_l = \frac{\tilde{X}_{\max} - \tilde{X}_{\min}}{\sqrt{z^*}}$$

olarak tanımlanmıştır [Chen, 2001]. Burada z^* istatistiği $\frac{S_1^2}{n_1}, \dots, \frac{S_k^2}{n_k}$ istatistiklerinden

en büyük olanıdır. $\tilde{X}_{\max}$ ve $\tilde{X}_{\min}$ ise, sırasıyla $\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_k$ istatistiklerinde en büyük ve en küçük değerlerdir. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında T_l istatistiğinin dağılımı,

$$R = \max_{1 \leq i, j \leq k} |t_i - t_j|$$

olmak üzere, k sayıda ve herbiri $\nu = n_0 - 1$ serbestlik dereceli bağımsız Student- t değişkenlerinin açıklık dağılımına eşittir. R rasgele değişkeni belli bir dağılıma yakınsamadığından k ve ν değerlerine göre m sayıda tekrar yapılarak dağılımı oluşturulur. Simülasyon sonucunda bulunan bu dağılım $R_{k,\nu}$ ve T_l istatistiği için hesaplanan değer t_l olmak üzere

$$P(R_{k,\nu} > t_l) < \alpha$$

ise ortalamaların eşitliği hipotezi red edilir [Chen, 2001].

2.6. Xu ve Wang'ın Genelleştirilmiş F Testi

Homojen olmayan varyans durumunda yığınların ortalamalarının eşitliği hipotezinin testi için önerilen diğer bir test istatistiği de Xu ve Wang (2007) tarafından geliştirilen genelleştirilmiş F testidir. Eş. 1.1'deki yokluk hipotezi

$$H_0: \mu_1 = \mu_k; \mu_2 = \mu_k; \dots; \mu_{k-1} = \mu_k$$

olarak ifade edilebilir. v_a ile v_b

$$v_a = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{k-1})', \quad v_b = \mathbf{1}_{k-1} \mu_k$$

ile gösterilirse, yokluk hipotezi ve karşıt hipotez

$$H_0: v_a = v_b, \quad H_1: v_a \neq v_b \quad (2.13)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Burada $\mathbf{1}_{k-1}$, $(k-1) \times 1$ boyutlu tüm elemanları 1 olan vektördür. Test istatistiği için gerekli olan notasyonlar aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\bar{Y}_a = (\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_{k-1})', \quad \bar{Y}_b = \mathbf{1}_{k-1} \bar{X}_k,$$

$\bar{Y}_a$ ve $\bar{Y}_b$ vektörleri

$$\Sigma_a = k\hat{\sigma}_s^2 \left(\frac{\sigma_1^2}{n_1}, \dots, \frac{\sigma_{k-1}^2}{n_{k-1}} \right), \quad \Sigma_b = \frac{\sigma_k^2}{n_k} \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}'$$

olmak üzere $\bar{Y}_a : N(\nu_a, \Sigma_a)$ ve $\bar{Y}_b : N(\nu_b, \Sigma_b)$ dağılımlarına sahiptirler. Σ_a ve Σ_b parametre matrislerinin yansız tahmin edicileri

$$S_a = k\hat{\sigma}_s^2 \left(\frac{S_1^2}{n_1 - 1}, \dots, \frac{S_{k-1}^2}{n_{k-1} - 1} \right)$$

ve

$$S_b = \frac{1}{n_k - 1} S_k^2 \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}'$$

ile elde edilir. Burada $S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ yerine σ_i^2 parametresinin ençok

olabilirlik tahmin edicisi olan $S_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ istatistiği kullanılır.

$\bar{Y}_a$, $\bar{Y}_b$, S_a ve S_b rasgele değişkenleri birbirlerinden bağımsızdır ve gözlenmiş değerleri $\bar{y}_a$, $\bar{y}_b$, s_a ve s_b ile gösterilir. Y_a ve Y_b aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$Y_a = (s_a + s_b)^{-1/2} \bar{Y}_a, \quad Y_b = (s_a + s_b)^{-1/2} \bar{Y}_b$$

Buna göre Y_a ve Y_b değişkenlerinin dağılımları

$$Y_a : N(\theta_a, \Lambda_a), \quad Y_b : N(\theta_b, \Lambda_b)$$

olur. Dağılımların parametreleri

$$\begin{aligned} \theta_a &= (s_a + s_b)^{-1/2} v_a, & \theta_b &= (s_a + s_b)^{-1/2} v_b \\ \Lambda_a &= (s_a + s_b)^{-1/2} \Sigma_a (s_a + s_b)^{-1/2} & \text{ve} & \quad \Lambda_b = (s_a + s_b)^{-1/2} \Sigma_b (s_a + s_b)^{-1/2} \end{aligned}$$

olarak elde edilir. O halde Eş. 2.13'deki hipotez aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir.

$$H_0 : \theta_a = \theta_b, \quad H_1 : \theta_a \neq \theta_b$$

H_0 hipotezinin doğruluğu altında,

$$Y = (\Lambda_a + \Lambda_b)^{-1/2} (Y_a - Y_b) : N(0, I_{k-1})$$

olarak elde edilir.

$$R_a = (s_a + s_b)^{-1/2} s_a^{1/2} \Sigma_a^{1/2} S_a^{-1} \Sigma_a^{1/2} s_a^{1/2} (s_a + s_b)^{-1/2}$$

ve

$$R_b = (s_a + s_b)^{-1/2} \left(\frac{\sigma_k^2 s_k^2}{n_k s_k^2} \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}' \right) (s_a + s_b)^{-1/2}$$

olmak üzere, ortalamaların eşitliği hipotezinin testi için genelleştirilmiş test değişkeni

$$T = Y' (R_a + R_b) Y$$

olarak önerilmiştir [Xu ve Wang, 2007]. R_a aşağıdaki gibi tekrar yazıldığında,

$$R_a = (s_a + s_b)^{-1/2} k\ddot{o}s\left(\frac{\sigma_1^2 s_1^2}{n_1 S_1^2}, \dots, \frac{\sigma_{k-1}^2 s_{k-1}^2}{n_{k-1} S_{k-1}^2} \right) (s_a + s_b)^{-1/2} \quad (2.14)$$

elde edilir. Burada $\frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2}$ istatistiği $n_i - 1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir. O

halde bu ifade U_i ile gösterilirse $U_i = \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} : \chi_{n_i-1}^2$ elde edilir. Buna göre U_i ifadesi

Eş. 2.14'deki R_a ifadesinde yerine konulursa

$$R_a = (s_a + s_b)^{-1/2} k\ddot{o}s\left(\frac{s_1^2}{U_1}, \dots, \frac{s_{k-1}^2}{U_{k-1}} \right) (s_a + s_b)^{-1/2}$$

olur. Böylece R_a , R_b ve Y istatistiklerinin dağılımları buna bağlı olarakta T değişkeninin dağılımı bilinmeyen parametreden bağımsız olur. T değişkeninin değeri

$$\begin{aligned} t &= (y_a - y_b)' (y_a - y_b) \\ &= (\bar{y}_a - \bar{y}_b)' (s_a + s_b)^{-1} (\bar{y}_a - \bar{y}_b) \end{aligned} \quad (2.15)$$

ile hesaplanır. H_o hipotezinin doğruluğu altında genelleştirilmiş p değeri

$$p = P(T \geq t / H_0)$$

şeklinde ifade edilir. Xu ve Wang (2007) tarafından geliştirilen genelleştirilmiş p için algoritma aşağıdaki gibi verilebilir.

1) Veri setindeki x_{ij} gözlenen değerlerin yardımıyla $\bar{x}_i$ ve s_i^2 hesaplanır.

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}, \quad s_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2, \quad i = 1, \dots, k$$

2) $\bar{x}_i$ ve s_i^2 değerlerine bağlı olarak y_a , y_b , s_a ve s_b değerleri elde edilir.

$$\begin{aligned} \bar{y}_a &= (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{k-1})' & \bar{y}_b &= \mathbf{1}_{k-1} \bar{x}_k \\ s_a &= k\ddot{\sigma} \left(\frac{s_1^2}{n_1 - 1}, \dots, \frac{s_{k-1}^2}{n_{k-1} - 1} \right), & s_b &= \frac{s_k^2}{n_k - 1} s_k^2 \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}' \end{aligned}$$

3) Genelleştirilmiş test değişkeninin değeri olan t bulunur.

$$t = (\bar{y}_a - \bar{y}_b)' (s_a + s_b)^{-1} (\bar{y}_a - \bar{y}_b)$$

4) Y ve U_i değerleri üretilir.

$$Y : N(0, I_{k-1}) \quad U_i : \chi_{n_i-1}^2, \quad i = 1, \dots, k$$

5) Y ve U_i değerlerine bağlı olarak T test değişkeninin dağılımı bulunur.

$$T = Y' \left((s_a + s_b)^{-1/2} \left(k\ddot{\sigma} \left(\frac{s_1^2}{U_1}, \dots, \frac{s_{k-1}^2}{U_{k-1}} \right) + \frac{s_k^2}{U_k} \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}' \right) (s_a + s_b)^{-1/2} \right) Y$$

6) $T \geq t$ iken $W=1$ aksi halde $W=0$ olarak atanır.

7) 4-6 adımları M kez tekrar edilerek p değeri $p = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M W_m$ şeklinde hesaplanır [Xu ve Wang, 2007].

2.7. Parametrik Bootstrap Yaklaşımı

Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi bu çalışmada tek faktörlü sabit etkili modellerde normallik ve homojen olmayan varyans varsayımı durumunda yığınların ortalamasının eşitliğine ait hipotezin testi için ortaya konan testler incelenmektedir. Bootstrap yöntemi de bu testlerden biridir.

Bootstrap yöntemi Parametrik ve Parametrik Olmayan Bootstrap olmak üzere iki durum için geliştirilmiştir. Lee (1994), model varsayımlarından en az biri sağlandığında Parametrik Bootstrap yönteminin Parametrik Olmayan Bootstrap yönteminden daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir. Burada normallik varsayımının sağlandığı ve varyansların homojen olmadığı durum ele alınmıştır. En az bir varsayım sağlandığında Krishnamoorthy ve ark. (2006) Parametrik Bootstrap yöntemini, bu tek yönlü model yapısı için kullanmayı önermişlerdir.

Parametrik Bootstrap yönteminde, verilen örneklerden elde edilen istatistik değerleri parametre değerleri yerine kullanılarak yeniden örnekler oluşturulur ve bu da Parametrik Bootstrap örneği olarak isimlendirilir. $\tilde{S}_b$ test istatistiğinin konum parametresinin değişmezlik (location invariant) özelliği vardır. Yani $\tilde{S}_b$ test istatistiğinde a sabit sayı olmak üzere X_{ij} yerine $X_{ij} + a$ koyduğumuzda elde edilen yeni test istatistiği de $\tilde{S}_b$ test istatistiğidir. Bunun ispatını Ek-2’de görmek mümkündür.

Ortalama parametresinin değişmezlik özelliğinden dolayı işlem kolaylığı olsun diye ortalama değeri ‘0’ alınmıştır. Buna göre Bootstrap örneğinin $\bar{X}_{Bi}$ ve S_{Bi}^2 istatistiklerinin dağılımları

$$\bar{X}_{Bi} : N\left(0, \frac{S_i^2}{n_i}\right)$$

ve

$$S_{Bi}^2 : S_i^2 \chi_{n_i-1}^2 / (n_i - 1)$$

şeklindedir. Eş. 2.2’deki $\tilde{S}_b$ fonksiyonunda $\bar{X}$ ve S_i^2 yerine Bootstrap örneğinden elde edilen $\bar{X}_{Bi}$ ve S_{Bi}^2 yazılırsa aşağıdaki eşitlikte verilen yeni $\tilde{S}_{bB}$ fonksiyonu elde edilir.

$$S_{bB} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{S_{Bi}^2} \bar{X}_{Bi}^2 - \frac{\left[\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_{Bi}}{S_{Bi}^2} \right]^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{S_{Bi}^2}}$$

Z_i standart normal rasgele değişken olmak üzere $\bar{X}_{Bi}$ için gerekli dönüşümler yapıldığında

$$Z_i = \frac{\bar{X}_{Bi} - 0}{S_i / \sqrt{n_i}} \rightarrow \bar{X}_{Bi} = Z_i \left(\frac{S_i}{\sqrt{n_i}} \right)$$

elde edilir. Bu durumda $\tilde{S}_{bB}$ fonksiyonunda $\bar{X}_{Bi}$ ve S_{Bi}^2 değişkenlerinin yerine dağılımları yazıldığında

$$\tilde{S}_{bB} \left(Z_i, \chi_{n_i-1}^2; S_i^2 \right) = \sum_{i=1}^k \frac{Z_i^2 (n_i - 1)}{\chi_{n_i-1}^2} - \frac{\left[\sum_{i=1}^k \frac{\sqrt{n_i} Z_i (n_i - 1)}{S_i \chi_{n_i-1}^2} \right]^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i (n_i - 1)}{S_i^2 \chi_{n_i-1}^2}} \quad (2.16)$$

olur. Buna göre,

$$P \left\{ \tilde{S}_{bB} \left(Z_i, \chi_{n_i-1}^2; S_i^2 \right) > \tilde{s}_b \right\} < \alpha$$

olduğunda yokluk hipotezi red edilir.

$\tilde{S}_{bB}$ fonksiyonunun iyi bir yaklaşık dağılımını bulmak kolay değildir. Fakat $k=2$ için uygun bir yaklaşımını aşağıdaki ifadedeki gibi göstermek mümkündür. Z standart normal rasgele değişken ve

$$p_1 = \frac{S_1^2/n_1}{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}, \quad p_2 = 1 - p_1$$

olmak üzere

$$\tilde{S}_{bB} = \frac{Z^2}{p_1 \left\{ \chi_{n_1-1}^2 / (n_1 - 1) \right\} + p_2 \left\{ \chi_{n_2-1}^2 / (n_2 - 1) \right\}} = \frac{Z^2}{D \left(\chi_{n_1-1}^2, \chi_{n_2-1}^2 / S_1^2, S_2^2 \right)} \quad (2.17)$$

elde edilir. $D \left(\chi_{n_1-1}^2, \chi_{n_2-1}^2 / S_1^2, S_2^2 \right)$ fonksiyonu iki bağımsız değişken olan $\chi_{n_1-1}^2$ ve $\chi_{n_2-1}^2$ den oluşmaktadır. $D \left(\chi_{n_1-1}^2, \chi_{n_2-1}^2 / S_1^2, S_2^2 \right)$ fonksiyonun dağılımı moment yöntemini kullanarak χ_d^2/d dağılımına yaklaşmaktadır. Bu iki değişkenin birinci momentleri aynıdır yani bire eşittir. İkinci momentleri yani varyanslarını birbirine eşitlediğimizde d 'yi bulabiliriz. Bunun ispatını Ek-3'de görmek mümkündür. Buna göre,

$$Var\left(D\left(\chi_{n_1-1}^2, \chi_{n_2-1}^2 / S_1^2, S_2^2\right)\right) = Var\left(\chi_d^2 / d\right)$$

ifadesinden

$$d = \frac{\left(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_1\right)^2}{\frac{S_1^4}{n_1^2(n_1-1)} + \frac{S_2^4}{n_2^2(n_2-1)}}$$

eşitliği elde edilmiştir [Krishnamoorthy ve ark., 2006]. Buradaki d , Welch (1947) tarafından Behrens-Fisher problemi için geliştirdiği test istatistiğinin dağılımının yaklaşık serbestlik derecesi ile aynıdır. D fonksiyonun χ^2 dağılımına yaklaşımı Eş.

2.17'deki $\tilde{S}_{bB}$ fonksiyonunda yerine kullanıldığında $\frac{\chi_1^2/1}{\chi_d^2/d} : F_{1,d}$ olarak elde edilir.

Buna göre

$$P\left(\tilde{S}_b > F_{1,d,\alpha}\right) < \alpha$$

olduğu durumda yokluk hipotezi red edilir.

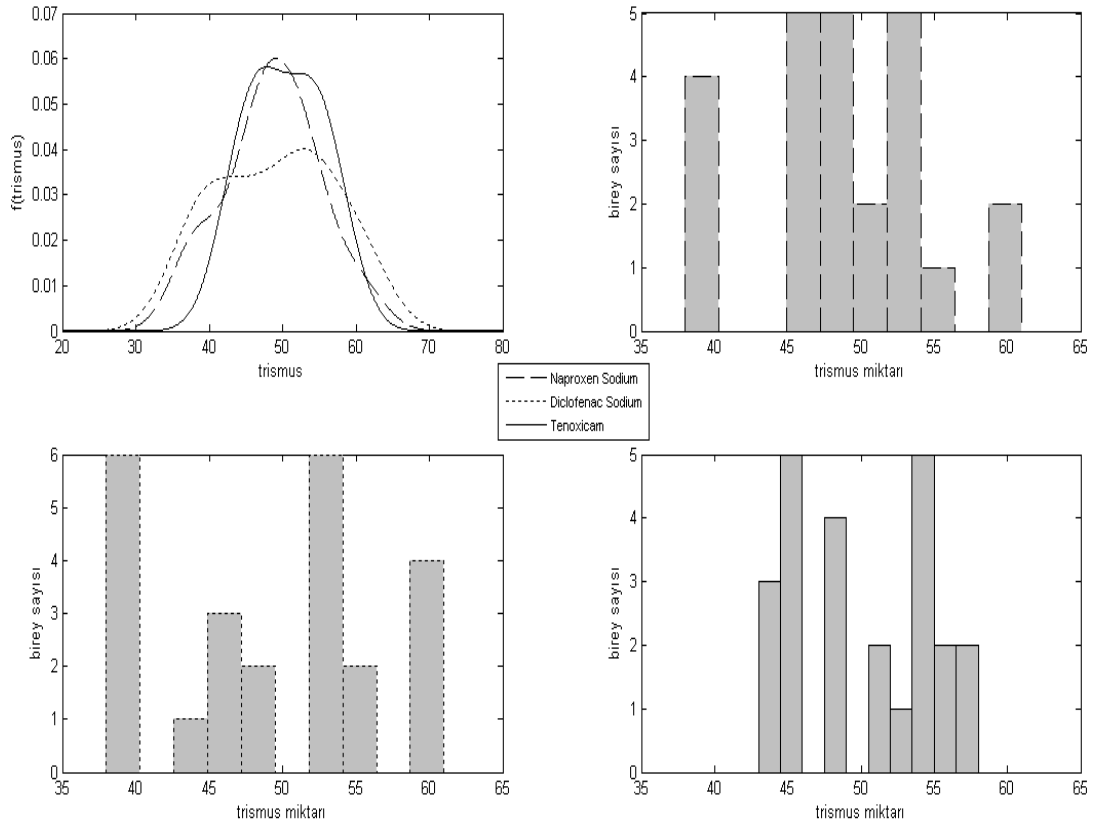
3. UYGULAMALAR

Bu bölümde yığınların varyanslarının homojenliği varsayımı sağlanmadığında klasik F testi yerine kullanılan ve 2.bölümde tanıtılan testlerin gerçek veri üzerinde uygulanışı anlatılacaktır. Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçlarının herbiri 24'er hastaya uygulanmış ve toplam 72 hastanın trismus (çene kitlenmesi) değerleri ölçülmüştür. Bu üç ilaç türü arasında trismus değerleri bakımından fark olup olmadığı araştırılmak istenmektedir. Trismus değerlerine ilişkin veri Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları için Trismus değerleri

Trismus Değerleri					
Naproxen Sodium		Diclofenac Sodium		Tenoxicam	
54	50	61	45	45	55
55	54	61	38	44	54
49	45	52	53	48	46
45	61	52	53	48	46
38	54	54	38	55	43
46	39	48	45	58	43
49	46	54	45	49	54
38	38	44	40	49	56
52	48	48	39	58	56
45	60	55	39	53	54
51	49	55	60	46	51
52	48	38	60	46	51
$\bar{x}_1 = 48.58$		$\bar{x}_2 = 49.04$		$\bar{x}_3 = 50.33$	
$s_1^2 = 40.25$		$s_2^2 = 61.78$		$s_3^2 = 23.45$	

Bu veriye ait histogramlar ve dağılımlarının plot grafikleri Şekil 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.1. Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları için Trismus değerlerine ilişkin histogramlar ve dağılımlarının plot grafikleri

Bu ilaçların etkilerine ilişkin yokluk hipotezi

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu \quad (3.1)$$

olarak verilir. Yokluk hipotezini test etmek için klasik F testinin varsayımlarının sağlanıp sağlanmadığını belirlemek oldukça önemlidir. Bu örneklerin herbiri için “örnek normal dağılımdan gelmiştir” hipotezi Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği istatistiği ile test edilmiş ve normal dağılım varsayımının sağlandığı görülmüştür. Benzer biçimde yığınların varyanslarının homojenliğine ilişkin yokluk hipotezinin testi için SPSS 16.0 programında Levene testi uygulanmış ve Çizelge 3.2’deki sonuç elde edilmiştir.

Çizelge 3.2. İlaç türlerine göre trismus değerleri ile varyansların homojenliği için Levene testi sonuçları

Levene Test İstatistiği	sd1	sd2	p
3.746	2	69	0.029

$\alpha=0.05$ alınırsa Çizelge 3.2'ye göre $p<\alpha$ olduğundan yığınların varyanslarının homojenliğini belirten yokluk hipotezi rededilir. Buna göre yığınların varyansları homojen olmadığından klasik F testi yerine diğer testlerin uygulanması uygun olur.

3.1. Welch Testinin Uygulanması

Welch (1951) tarafından geliştirilen Welch testi kullanılarak Eş. 3.1 ile yokluk hipotezini test etmek için ilk önce genel ortalama olan $\bar{X}$ istatistiğinin değerinin bulunması gerekir. Bu değer,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

ile hesaplanarak $\bar{x}=49.32$ olarak bulunmuştur. i . örneğin ağırlığı $w_i = \frac{n_i}{S_i^2}$ olmak üzere, $w_1=0.596$, $w_2=0.388$ ve $w_3=1.024$ hesaplanmıştır.

Eş. 2.3 ile Welch test istatistiği

$$W = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \left[\left(\bar{X}_i - \bar{X} \right)^2 / (k-1) \right]}{1 + \frac{2(k-2)}{k^2-1} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} \left(1 - \frac{w_i}{\sum w_j} \right)^2},$$

olarak verilmişti. Buna göre W test istatistiğinin değeri

$$W_h = \frac{0.596 \left[(48.58 - 49.33)^2 / (3-1) \right] + 0.388 \left[(49.04 - 49.33)^2 / (3-1) \right] + 1.024 \left[(50.33 - 49.33)^2 / (3-1) \right]}{1 + \frac{2(3-2)}{3^2-1} \left(\frac{1}{24-1} \left(1 - \frac{0.596}{2.008} \right)^2 + \frac{1}{24-1} \left(1 - \frac{0.388}{2.008} \right)^2 + \frac{1}{24-1} \left(1 - \frac{1.024}{2.008} \right)^2 \right)} = 0.69$$

olarak elde edilmiştir. W test istatistiği, $k-1$ ve f serbestlik dereceli F dağılımına yakınsamaktadır. Bu F dağılımının payda için serbestlik derecesi

$$f = \frac{1}{\frac{3}{k^2-1} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} \left(1 - \frac{w_i}{\sum w_j} \right)^2}$$

eşitliğinden hesaplanarak,

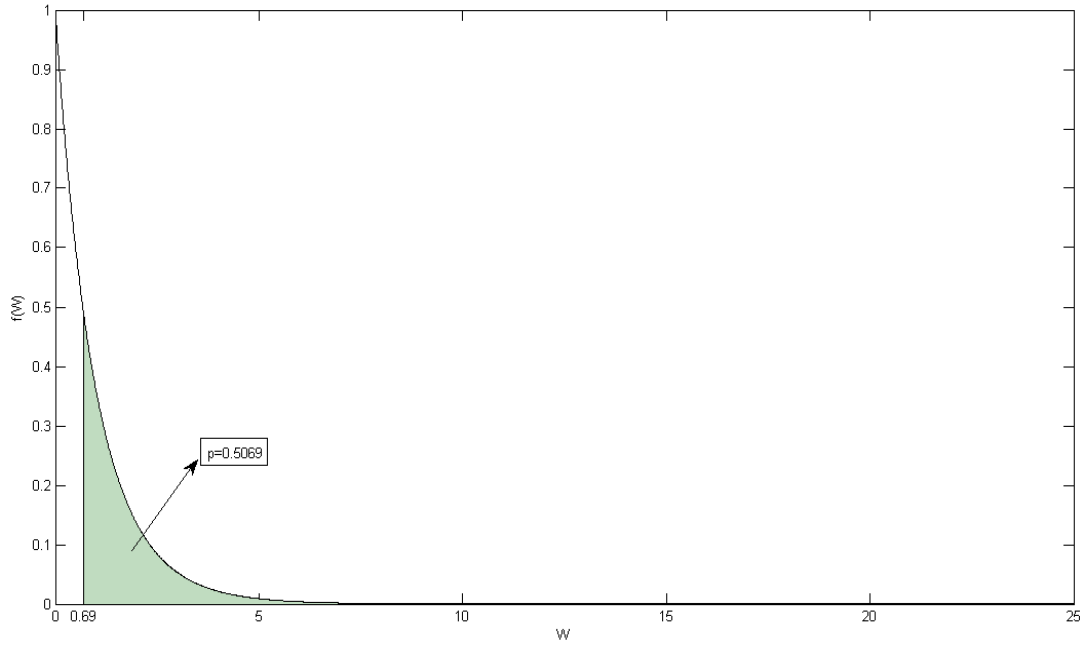
$$= \frac{1}{\frac{3}{3^2-1} \left(\left(\frac{1}{24-1} \left(1 - \frac{0.596}{2.008} \right)^2 \right) + \frac{1}{24-1} \left(1 - \frac{0.388}{2.008} \right)^2 + \frac{1}{24-1} \left(1 - \frac{1.024}{2.008} \right)^2 \right) \right)}$$

$$= 44,238$$

bulunmuştur. Bu sonuç ile p değeri

$$p = P(F_{2,44} > 0.69) = \int_{0.69}^{\infty} f(F) dF = 0.5069$$

olarak hesaplanmıştır. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.2’de taralı alandır.



Şekil 3.2. Welch test istatistiği ile p değeri

$\alpha=0.05$ alınırsa, $p > \alpha$ yani $0.5069 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.2. Scott-Smith Testinin Uygulanması

Scott ve Smith tarafından önerilen test istatistiği

$$F_s = \sum_{i=1}^k \frac{n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{S_i^{*2}}$$

olarak verilmişti. Bu eşitlikte yer alan

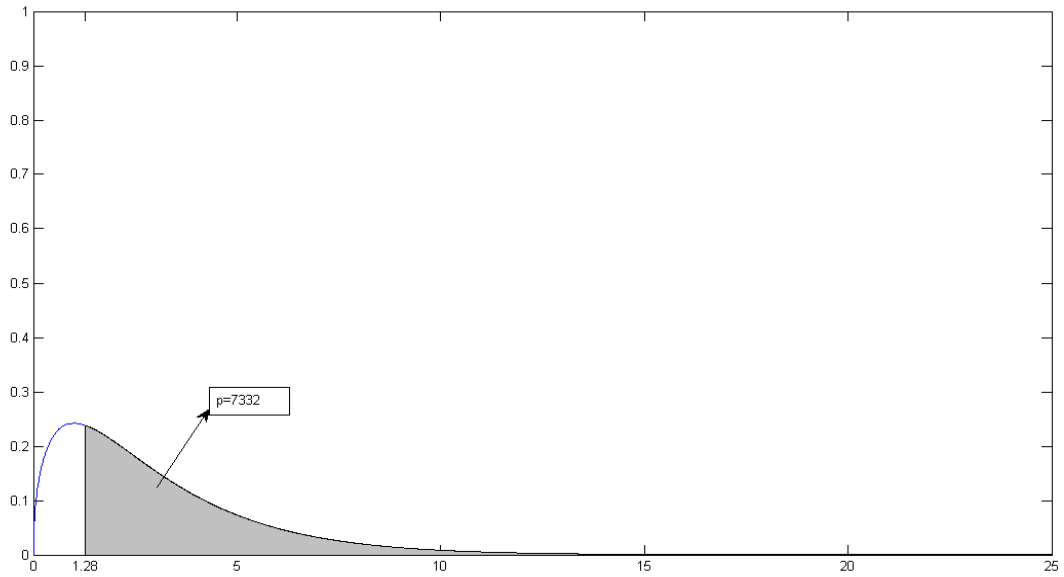
$$S_i^{*2} = \frac{n_i - 1}{n_i - 3} S_i^2$$

istatistiklerinin değerleri $s_1^{*2} = 44.09$, $s_2^{*2} = 67.66$ ve $s_3^{*2} = 25.68$ olarak hesaplanmıştır.

Bu sonuçlar Eş. 2.4’de yerine konulduğunda test istatistiğinin değeri $f_s = 1.28$ olarak bulunmuştur. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında F_s istatistiğinin dağılımı, k serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir. F_s testi için

$$p = P(\chi^2_3 > 1.28) = \int_{1.28}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2 = 0.7332$$

bulunmuştur. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.3’de taralı alandır.



Şekil 3.3. Scott-Smith test istatistiği ile p değeri

$\alpha = 0.05$ alınırsa, $p > \alpha$ yani $0.7332 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.3. Brown-Forsythe Testinin Uygulanması

Brown ve Forsythe (1974) tarafından önerilen test istatistiği

$$B = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{n_i}{n}\right) S_i^2}$$

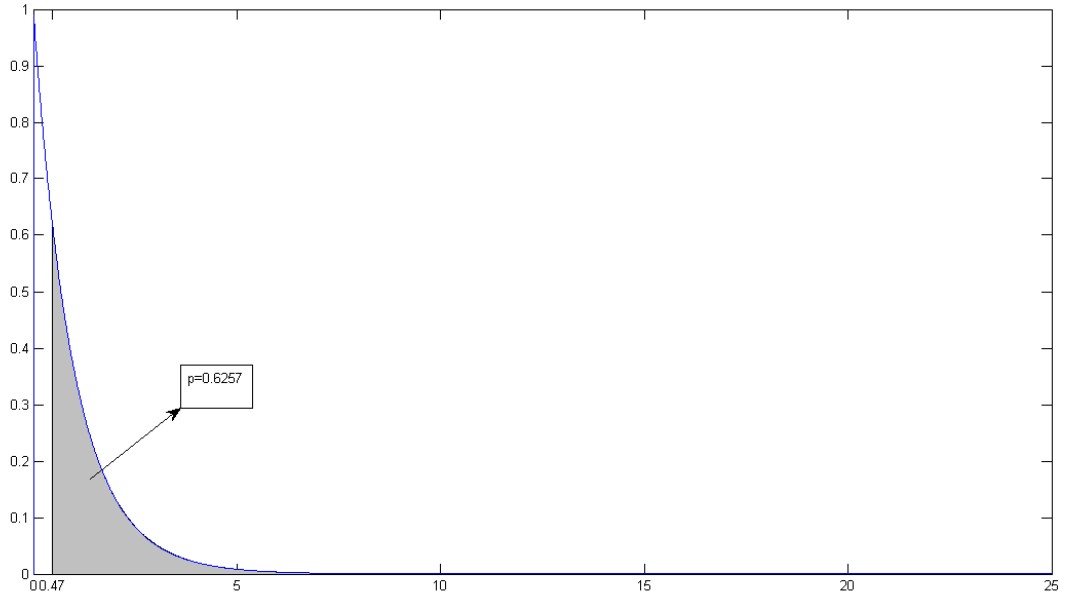
olarak verilmişti. Bu eşitliğe göre işlemler yapıldığında test istatistiğinin değeri $B_h=0.473$ olarak hesaplanmıştır. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında B istatistiğinin dağılımı, $k-1$ ve v serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir. Bu F dağılımının payda için serbestlik derecesi

$$v = \frac{\left[\sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{n_i}{n}\right) S_i^2 \right]^2}{\sum_{i=1}^k \frac{\left(1 - \frac{n_i}{n}\right)^2 S_i^4}{n_i - 1}}$$

eşitliğinden hesaplanarak $v=60$ bulunmuştur. B testi için

$$p = P(F_{3,60} > 0.473) = \int_{0.473}^{\infty} f(F) dF = 0.6257$$

olarak hesaplanmıştır. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.3'de taralı alandır.



Şekil 3.4. Brown-Forsythe test istatistiği ile p değeri

$\alpha=0.05$ alınırsa, $p > \alpha$, yani $0.6257 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.4. Weerahandi'nin Genelleştirilmiş F Testinin Uygulaması

Weerahandi tarafından geliştirilmiş olan bu yöntemde, $\frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2}$ istatistiğinin fonksiyonu

$$B_j = \frac{\left(\sum_{i=1}^j \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \right)}{\left(\sum_{i=1}^{j+1} \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \right)}, \quad j = 1, \dots, k-1$$

ve bu fonksiyonun dağılımı $B_j : \text{beta}[b_{1j}, b_{2j}]$ olarak verilmişti. Dağılımın parametreleri

$$b_{1j} = \sum_{i=1}^j \frac{(n_i - 1)}{2} \quad \text{ve} \quad b_{2j} = \sum_{i=1}^j \frac{(n_{j+1} - 1)}{2}$$

ile gösterilmek üzere

$$B_1 : \text{beta}[b_{11}, b_{21}] = \text{beta}[11.5, 11.5]$$

ve

$$B_2 : \text{beta}[b_{12}, b_{22}] = \text{beta}[23, 11.5]$$

olarak elde edilmiştir. B_1 ve B_2 dağılımlarından rasgele $B_1 = 0.473$ ve $B_2 = 0.783$ değerleri seçilmiştir. Bu değerler

$$a_1 = \frac{n_1 s_1^2}{B_1 B_2}, \quad a_2 = \frac{n_2 s_2^2}{(1 - B_1) B_2} \quad \text{ve} \quad a_3 = \frac{n_3 s_3^2}{(1 - B_2)}$$

eşitliğinde yerine konursa $a_1 = 2608.28$, $a_2 = 3593.24$ ve $a_3 = 1067.93$ olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlara göre

$$\tilde{s}_b(a_1, \dots, a_k) = \left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i^2}{a_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i}{a_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{a_i}} \right)$$

eşitliği ile $\tilde{s}_b(a_1, a_2, a_3) = 0,0208$ olarak hesaplanmıştır. Genelleştirilmiş p için

$$p = 1 - E \left(H_{k-1, n-k} \left\{ \frac{n-k}{k-1} \tilde{s}_b[a_1, a_2, a_3, \dots, a_k] \right\} \right)$$

eşitliği daha önce verilmişti. Bu eşitlik için

$$H_{k-1,n-k} \left\{ \frac{n-k}{k-1} \tilde{s}_b [a_1, a_2, a_3, \dots, a_k] \right\} = H_{2,69} \left\{ \frac{69}{2} \times 0.0208 \right\} = H_{2,69} \{0.7176\} = 0.5085$$

sonucu elde edilmiştir. Burada $H_{2,69}$, 2 ve 69 serbestlik derecesine sahip F dağılımının kümülatif dağılım fonksiyonudur. Aynı şekilde beta dağılımı 5000 kez üretilerek farklı H değerleri elde edilir. H değerlerinin ortalaması bulunup birden çıkartıldığında genelleştirilmiş p değeri hesaplanır. Buna göre simülasyon çalışması

sonucunda $p = 1 - \left(\frac{0.5085 + \dots}{5000} \right) = 0.5547$ değeri elde edilmiştir. $\alpha = 0.05$ alınırsa,

$p > \alpha$ yani $0.5547 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.5. Xu ve Wang'ın Genelleştirilmiş F Testinin Uygulaması

Xu ve Wang tarafından önerilen testin uygulanması için Eş. 3.1'deki yokluk hipotezi

$$H_0: \mu_1 = \mu_k; \mu_2 = \mu_k; \dots; \mu_{k-1} = \mu_k$$

biçimine dönüştürülür. O halde

$$v_a = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{k-1})'$$

ve

$$v_b = \mathbf{1}_{k-1} \mu_k$$

olmak üzere, yokluk ve karşıt hipotezleri

$$H_0: v_a = v_b, \quad H_1: v_a \neq v_b$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir.

$$s_a = k\ddot{o}\S\left(\frac{s_1^2}{n_1-1}, \dots, \frac{s_{k-1}^2}{n_{k-1}-1}\right), \quad s_b = \frac{s_k^2}{n_k-1} s_k^2 \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}'$$

$$Y : N(0, I_{k-1})$$

ve

$$U_i : \chi_{n_i-1}^2, \quad i=1,2,3$$

olmak üzere test istatistiği

$$t = (\bar{y}_a - \bar{y}_b)' (s_a + s_b)^{-1} (\bar{y}_a - \bar{y}_b)$$

olarak verilmişti. $\bar{y}_a, \bar{y}_b, s_a$ ve s_b

$$\bar{y}_a = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{k-1})' = \begin{bmatrix} 48.58 \\ 49.04 \end{bmatrix}, \quad \bar{y}_b = \mathbf{1}_{k-1} \bar{x}_k = \begin{bmatrix} 50.33 \\ 50.33 \end{bmatrix}$$

$$s_a = k\ddot{o}\S\left(\frac{s_1^2}{n_1-1}, \dots, \frac{s_{k-1}^2}{n_{k-1}-1}\right) = \begin{bmatrix} \frac{40.25}{23} & 0 \\ 0 & \frac{61.78}{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.75 & 0 \\ 0 & 2.67 \end{bmatrix}$$

$$s_b = \frac{1}{n_k-1} s_k^2 \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}' = \begin{bmatrix} \frac{23.45}{23} & \frac{23.45}{23} \\ \frac{23.45}{23} & \frac{23.45}{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.02 & 1.02 \\ 1.02 & 1.02 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlar ile test istatistiğinin değeri

$$t_h = (\bar{y}_a - \bar{y}_b)' (s_a + s_b)^{-1} (\bar{y}_a - \bar{y}_b) = \begin{bmatrix} -1.75 \\ -1.29 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 2.77 & 1.02 \\ 1.02 & 2.67 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1.75 \\ -1.29 \end{bmatrix} = 1.232$$

bulunmuştur. Yokluk hipotezinin doğruluğu altındaki test değişkeninin dağılımı

$$T = Y' \left((s_a + s_b)^{-1/2} \left(k\ddot{o}\ddot{s} \left(\frac{s_1^2}{U_1}, \dots, \frac{s_{k-1}^2}{U_{k-1}} \right) + \frac{s_k^2}{U_k} \mathbf{1}_{k-1} \mathbf{1}_{k-1}' \right) (s_a + s_b)^{-1/2} \right) Y$$

olarak verilmişti. Buna göre m . tekrardaki dağılım T_m olarak ifade edilir. T_m istatistiğinin değerinin hesaplanabilmesi için ilk önce Y ve U değerlerinin aşağıda verilen dağılımlardan seçilmesi gerekir.

$$Y : N(0, I_{k-1}) \quad U_i : \chi_{n_i-1}^2, \quad i = 1, 2, 3$$

1. tekrar için bu dağılımlardan rasgele seçilen değerler

$$Y = \begin{bmatrix} 0.53 \\ 0.22 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad U = [16.72 \quad 10.74 \quad 21.94]$$

olmak üzere, bunlar eşitlikte yerlerine konursa T_l istatistiği için hesaplanan değer T_l^I olmak üzere

$$T_l^I = [0.53 \quad 0.22] \left(\begin{bmatrix} 2.77 & 1.02 \\ 1.02 & 2.67 \end{bmatrix}^{-1/2} \left(\begin{bmatrix} \frac{40.25}{16.72} & 0 \\ 0 & \frac{61.78}{10.74} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{23.45}{21.94} & \frac{23.45}{21.94} \\ \frac{23.45}{21.94} & \frac{23.45}{21.94} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 2.77 & 1.02 \\ 1.02 & 2.67 \end{bmatrix}^{-1/2} \right) \begin{bmatrix} 0.53 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

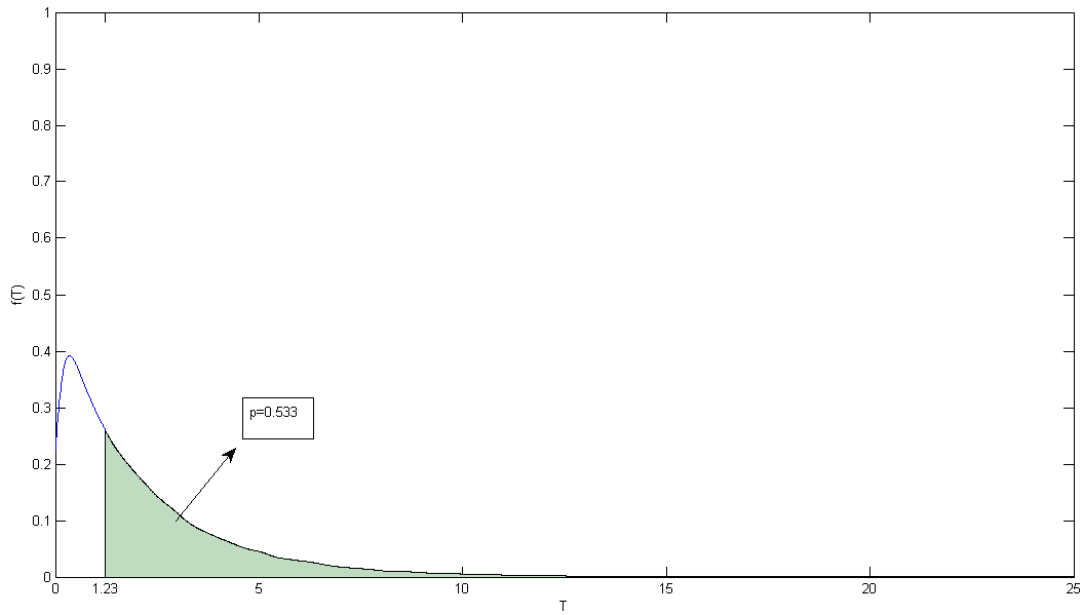
$$T_l^I = 0.41$$

elde edilmiştir. Bu yolla p değerini bulmak için m . tekrar için $T_m^1 \geq t_h$ iken $W_m=1$,

aksi halde $W_m=0$ olarak atanır. Böylece M tekrar için $p = \frac{\sum_{m=1}^M W_m}{M}$ bulunur. Buna göre

1.tekrar sonucunda T_l istatistiğinin hesaplanan değeri T_l^I olarak gösterilirse ve

$T_1^1 < t_h$ olduğundan $W_1=0$ bulunur. 2. tekrar için benzer yolla Y ve U değerleri üretilerek T_2^1 değeri bulunur ve t_h değeri ile karşılaştırılarak W_2 değeri bulunur. Bu şekilde $M=5000$ deneme yapıldığında $p=0.533$ değeri bulunmuştur. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.5’de taralı alandır.



Şekil 3.5. Xu ve Wang’ın Genelleştirilmiş F Test istatistiği ile p değeri

$\alpha=0.05$ alınırsa $p > \alpha$, yani $0.533 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.6. Tek Aşamalı Testin Uygulaması

Tek Aşamalı testin uygulanması için ilk önce $n_0=23$ hacimli örnekler için varyanslar

$$S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_0} \frac{(X_{ij} - \bar{X}_i(n_0))^2}{(n_0 - 1)}$$

ile hesaplanarak $S_1^2 = 42.07$, $S_2^2 = 58.89$ ve $S_3^2 = 24.49$ bulunmuştur. $S_{[k]}^2 = \max(S_1^2, \dots, S_k^2) = 58.89$ olmak üzere, gözlemlerin ağırlıkları

$$U_i = \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_i} \sqrt{\frac{n_i - n_0}{n_0} \left(\frac{S_{[k]}^2}{S_i^2} - 1 \right)}$$

ve

$$V_i = \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_i} \sqrt{\frac{n_0}{n_i - n_0} \left(\frac{S_{[k]}^2}{S_i^2} - 1 \right)}$$

eşitliklerinden hesaplanarak $U_1=0.0472$, $U_2=0.0417$, $U_3=0.0520$, $V_1=-0.0847$, $V_2=0.0471$ ve $V_3=-0.1951$ bulunmuştur. Bu değerler kullanılarak herbir gözlem için ağırlıklandırmalar

$$W_{ij} = \begin{cases} U_i & 1 \leq j \leq n_0 \\ V_i & n_0 < j \leq n \end{cases}$$

ile elde edilir. Buna göre ağırlıklandırılmış örnek ortalaması

$$\tilde{X}_i = \sum_{j=1}^n W_{ij} X_{ij}$$

ve genel ağırlıklı ortalama

$$\tilde{X} = \sum_{i=1}^k \frac{\tilde{X}_i}{k}$$

ile hesaplanarak $\tilde{x}_1 = 48.6603$, $\tilde{x}_2 = 49.0417$, $\tilde{x}_3 = 50.1686$ ve $\tilde{x} = 49.29$ bulunmuştur. Tek Aşamalı test istatistiği

$$\tilde{F}^1 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\tilde{X}_i - \tilde{X}}{S_{[k]}/\sqrt{n}} \right)^2$$

olarak verilmişti. Bulunan değerler yerine konulduğunda $\tilde{F}_h^1 = 0.5013$ elde edilmiştir.

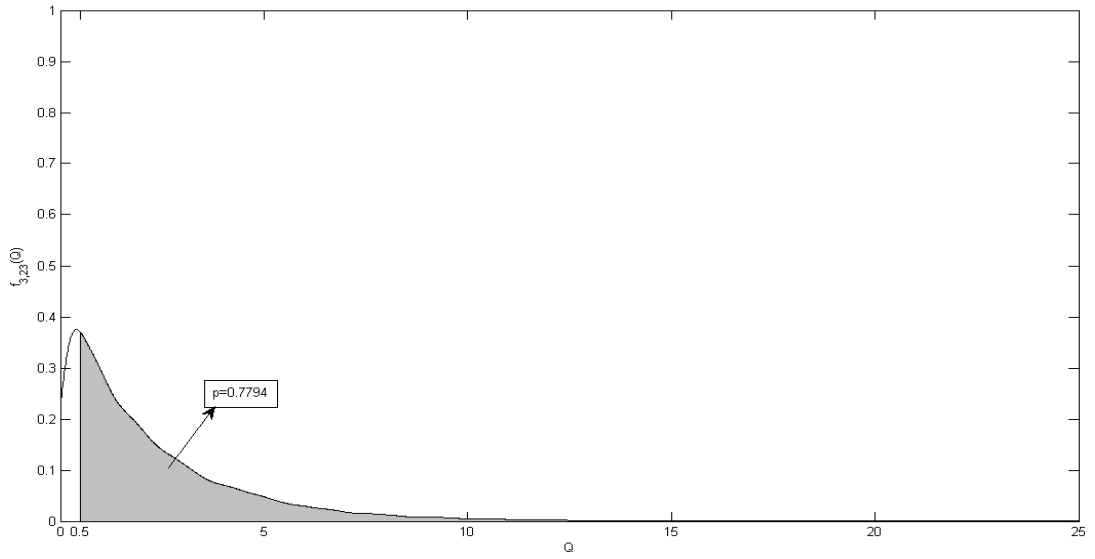
Yokluk hipotezinin doğruluğu altındaki $\tilde{F}^1$ istatistiğinin dağılımı, herbiri $n_0 - 1$ serbestlik dereceli bağımsız Student- t değişkenlerinden oluşan

$$Q = \sum_{i=1}^k (t_i - \bar{t})^2$$

karesel formun dağılımına eşittir. Q rasgele değişkeni belli bir dağılıma yakınsamadığından k ve $n_0 - 1$ değerlerine göre 5000 tekrar yapılarak simülasyon sonucunda dağılımı oluşturulmuştur. Bulunan bu dağılım Q_{k, n_0} olmak üzere

$$p = P(Q_{3, 22} > 0.5013) = 0.7794$$

bulunmuştur. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.6'da taralı alandır.



Şekil 3.6. Tek Aşamalı test istatistiği ile p değeri $\alpha=0.05$ alınırsa $p > \alpha$, yani $0.7794 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.7. Tek Aşamalı Açıklık Testinin Uygulanması

Chen (2001) tarafından önerilen tek aşamalı açıklık test istatistiği

$$T_1 = \frac{\tilde{X}_{\max} - \tilde{X}_{\min}}{\sqrt{z^*}}$$

olarak tanımlanmıştı. Buna göre $\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_k$ istatistiklerinden en büyük ve en küçük değerli olanlarının farkı,

$$\tilde{X}_{\max} - \tilde{X}_{\min} = 50.17 - 48.66 = 1.51$$

bulunmuştur. $z^* = maks \left(\frac{S_i^2}{n_i} \right)$ olarak tanımlandığından $\frac{S_1^2}{n_1} = \frac{42.07}{24} = 1.75$,

$\frac{S_2^2}{n_2} = \frac{58.89}{24} = 2.45$ $\frac{S_3^2}{n_3} = \frac{24.09}{24} = 1.03$ olmak üzere $z^* = 2.45$ bulunmuştur. Buna göre

T_l istatistiğinin değeri $t_l = \frac{1.51}{\sqrt{2.45}} = 0.9629$ olarak hesaplanmıştır. Yokluk

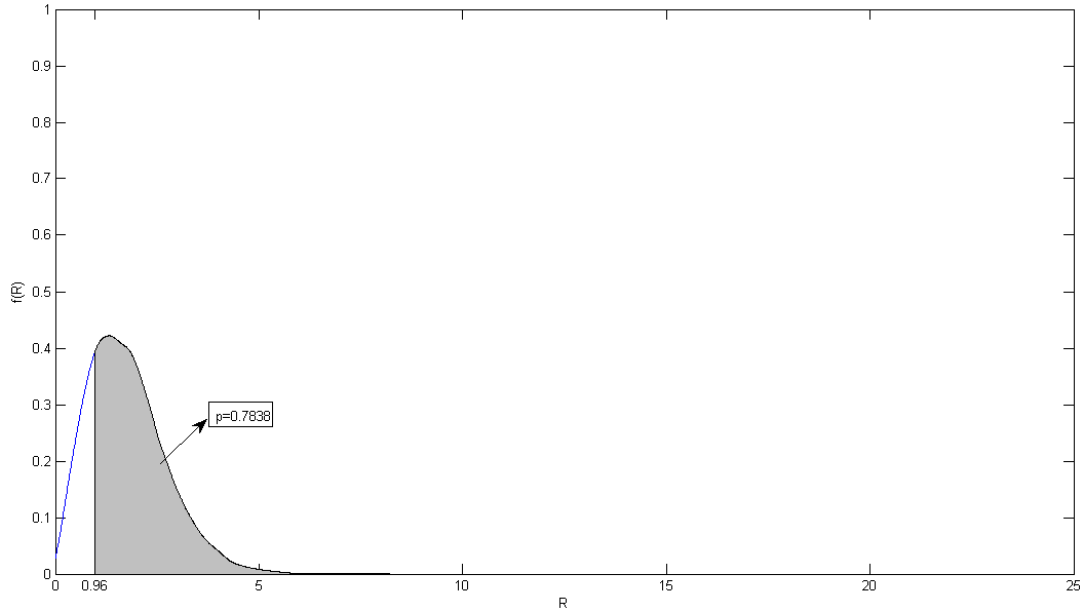
hipotezinin doğruluğu altındaki T_l istatistiğinin dağılımı, herbiri $v = n_0 - 1$ serbestlik dereceli bağımsız Student- t değişkenlerinden oluşan

$$R = \max_{1 \leq i, j \leq k} |t_i - t_j|$$

değişkeninin dağılımına eşittir. R rasgele değişkeni belli bir dağılıma yakınsamadığından k ve v değerlerine göre 5000 tekrar yapılarak simülasyon sonucunda dağılımı oluşturulmuştur. Bulunan bu dağılım $R_{k,v}$ olmak üzere

$$p = P(R_{3,22} > 0.9629) = 0.7838$$

bulunmuştur. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.7’de taralı alandır.



Şekil 3.7. Tek Aşamalı Açıklık test istatistiği ile p değeri

$\alpha=0.05$ alınırsa $p > \alpha$, yani $0.7839 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

3.8. Parametrik Bootstrap Yaklaşımının Uygulaması

Krishnamoorthy ve ark. (2006) tarafından önerilen Parametrik Bootstrap yöntemi için ilk olarak $\bar{X}_{Bi}$ ve S_{Bi}^2 değişkenleri tanımlanır. Bu değişkenler

$$\bar{X}_{Bi} : N\left(0, \frac{S_i^2}{n_i}\right)$$

$$S_{Bi}^2 : S_i^2 \chi_{n_i-1}^2 / (n_i - 1)$$

dağılımına sahiptir. Eş. 2.2

$$\tilde{S}_b(S_1^2, \dots, S_k^2) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i^2}{S_i^2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{X}_i}{S_i^2}\right)^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{S_i^2}}$$

olarak verilmişti. Bu eşitlikte $\bar{X}_i$ ve S_i^2 değişkenleri yerine $\bar{X}_{Bi}$ ve S_{Bi}^2 değişkenleri yazıldığında Eş. 2.16

$$\tilde{S}_{bB} \left(Z_i, \chi_{n_i-1}^2; S_i^2 \right) = \sum_{i=1}^k \frac{Z_i^2 (n_i - 1)}{\chi_{n_i-1}^2} - \frac{\left[\sum_{i=1}^k \frac{\sqrt{n_i} Z_i (n_i - 1)}{S_i \chi_{n_i-1}^2} \right]^2}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i (n_i - 1)}{S_i^2 \chi_{n_i-1}^2}}$$

olarak elde edilmişti. Bu eşitliğe göre Z_i ve $\chi_{n_i-1}^2$ değişkenleri için

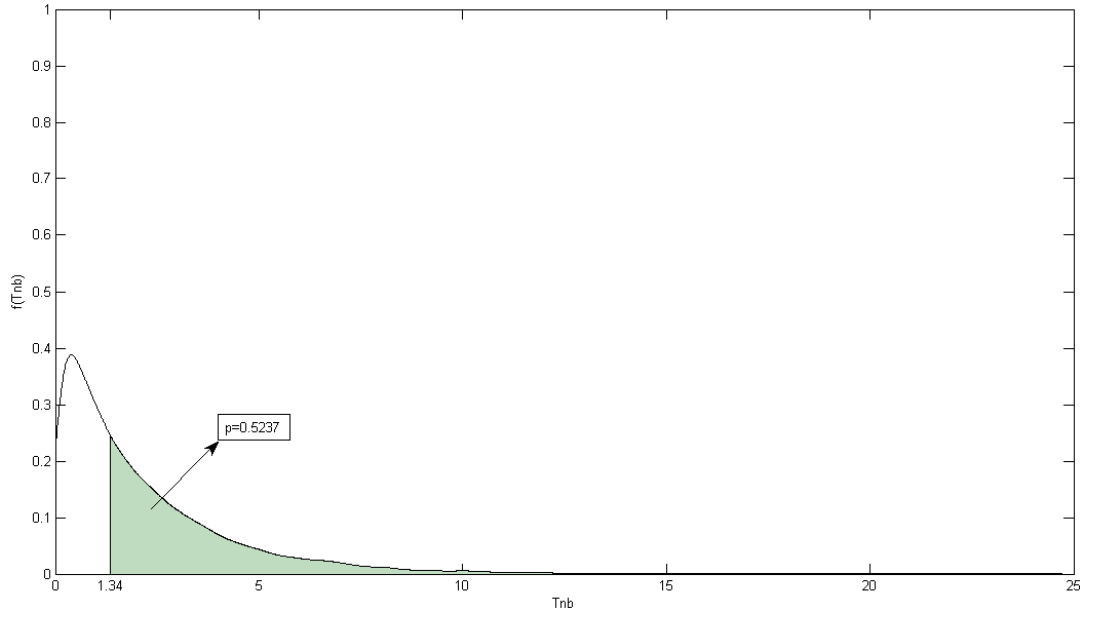
$$Z = [0.5689 \quad -1.6464 \quad 0.8162], \quad \chi_{23}^2 = [15.39 \quad 25.55 \quad 28.69]$$

elde edilmiştir. Bu değerler Eş. 2.16'da yerine konulduğunda $\tilde{s}_{bB}=2.6218$ olarak hesaplanmıştır. Buna göre p değerini bulmak için m . tekrar için $\tilde{s}_{bB_i} > \tilde{s}_b$ iken $W_m=I$,

aksi halde $W_m=0$ olarak alınır. Böylece M tekrar için $p = \frac{\sum_{m=1}^M W_m}{M}$ ile bulunur. Buna

göre Eş. 2.2 ile verilmiş olan $\tilde{S}_b$ test istatistiğinin değeri $\tilde{s}_b=1.34$ olarak elde edilmiştir.

1.tekrar sonucuna göre $\tilde{s}_{bB_i} > \tilde{s}_b$ yani $2.618 > 1.34$ olduğundan $W_I=1$ olur. Bu şekilde yapılan 5000 tekrar sonucunda $p=0.5237$ hesaplanmıştır. Bu p değeri aşağıdaki Şekil 3.8'de taralı alandır.



Şekil 3.8. Parametrik Bootstrap test istatistiği ile p değeri

$\alpha=0.05$ alınırsa $p > \alpha$, yani $0.5237 > 0.05$ olduğundan trismus değerleri bakımından Naproxen Sodium, Diclofenac Sodium ve Tenoxicam ilaçları arasında fark yoktur.

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, Bölüm 2’de tanıtılan test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları ve güçleri bakımından karşılaştırılması simülasyon yoluyla yapılarak sonuçlar tablolarla ve grafiklerle gösterilmiştir.

4.1. Test İstatistiklerinin Deneysel I.Tip Hata Oranları Bakımından Karşılaştırılması

Simülasyon çalışmasında, test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları bakımından karşılaştırılmasında ortalamaları eşit olarak belirlenen $k=3$ ve $k=5$ sayıdaki yığınlar için, örnek hacimleri ve yığın varyanslarının çeşitli kombinasyonları kullanılmıştır. Bu kombinasyonlar örnek hacimlerinin eşit ve farklı, yığın varyanslarının homojen ($\sigma_1^2 = \dots = \sigma_k^2$) ve heterojen ($\sigma_1^2 < \dots < \sigma_k^2$ veya $\sigma_1^2 > \dots > \sigma_k^2$), örnek hacimleri ile yığın varyanslarının doğru ve ters orantılı olduğu durumlar dikkate alınarak oluşturulmuştur. Ayrıca yığın varyanslarının heterojenlikleri artan bir şekilde oluşturularak heterojenlik seviyeleri de dikkate alınmıştır.

Önceden belirlenen yığınların sayısına göre yukarıda bahsedilen durumlar dikkate alınarak aynı ortalamalı normal dağılımlı yığınlardan n_i hacminde örnekler üretilmiştir ($i=1\dots k, j=1, \dots, n_i$). Bu örneklerin herbiri için ortalamaların eşitliği hipotezinin testi amacıyla 2. bölümde bahsedilen klasik F (KF), Welch (W), Scott-Smith (SS), Brown-Forsythe (BF), Weerahandi’nin Genelleştirilmiş F (GF), Tek Aşamalı (TA), Tek Aşamalı Açıklık (TAA), Parametrik Bootstrap (PB) ve Xu ile Wang’ın Genelleştirilmiş F (XW) testlerinin algoritmaları kullanılarak test istatistiklerinin herbirinin değeri hesaplanmış ve bu testlerin herbiri için p değerleri bulunmuştur.

p değerleri seçilen nominal α değeri ile karşılaştırılarak “ p değeri $<$ nominal α ” ise ortalamaların eşitliği hipotezi red edilmiştir. Bu işlemler 5000 kez tekrarlanarak nominal $\alpha=0.05$ ve $\alpha=0.10$ durumları için her bir test istatistiğinin ortalamaların

eşitliği hipotezini red etme sayıları saptanmış ve bunlar 5000 tekrar sayısına bölünerek her bir test istatistiği için deneysel I.tip hata oranları hesaplanmıştır. Bu testlerden PB testi ve genelleştirilmiş p değeri gerektiren GF ve XW testlerinin p değerini bulmak amacıyla herbiri ayrıca 5000 tekrara dayalı simülasyon ile olasılık dağılımları türetilerek bu dağılımlardan genelleştirilmiş p değerleri hesaplanmıştır.

Nominal $\alpha=0.05$ için testlerin deneysel I.tip hata oranları $k=3$ iken Çizelge 4.1 ve $k=5$ iken Çizelge 4.2’de verilmiştir. Ayrıca nominal $\alpha=0.10$ için testlerin deneysel I.tip hata oranları $k=3$ iken Çizelge 4.3 ve $k=5$ iken Çizelge 4.4’de elde edilmiştir. Bu sonuçlarla ilgili yorumlar aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.1. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları

n_i	σ_i	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(4,4,4)	(1,1,1)	0.0494	0.0422	0.0360	0.0348	0.0324	0.0464	0.0494	0.0412	0.0150
	(4,4,4)	0.0498	0.0432	0.0366	0.0374	0.0342	0.0484	0.0480	0.0418	0.0158
	(9,9,9)	0.0492	0.0388	0.0366	0.0338	0.0332	0.0462	0.0466	0.0372	0.0132
	(1,1.25,1.5)	0.0565	0.0443	0.0386	0.0417	0.0363	0.0481	0.0450	0.0432	0.0166
	(1,2,4)	0.0798	0.0521	0.0975	0.0571	0.0431	0.0435	0.0418	0.0498	0.0368
	(1,4,9)	0.0932	0.0674	0.2996	0.0588	0.0652	0.0548	0.0558	0.0620	0.0446
	(1,1,1)	0.0498	0.0492	0.0314	0.0490	0.0460	0.0490	0.0430	0.0492	0.0370
	(4,4,4)	0.0496	0.0526	0.0322	0.0501	0.0480	0.0460	0.0434	0.0540	0.0380
	(9,9,9)	0.0499	0.0532	0.0292	0.0502	0.0470	0.0510	0.0478	0.0530	0.0394
(10,10,10)	(1,1.25,1.5)	0.0548	0.0522	0.0376	0.0506	0.0482	0.0502	0.0508	0.0532	0.0426
	(1,2,4)	0.0730	0.0502	0.1446	0.0576	0.0494	0.0490	0.0458	0.0504	0.0610
	(1,4,9)	0.0760	0.0448	0.4202	0.0606	0.0478	0.0500	0.0472	0.0442	0.0680
	(1,1,1)	0.0474	0.0490	0.0224	0.0474	0.0466	0.0470	0.0460	0.0484	0.0532
	(4,4,4)	0.0476	0.0479	0.0210	0.0476	0.0466	0.0453	0.0440	0.0469	0.0480
	(9,9,9)	0.0474	0.0490	0.0224	0.0474	0.0466	0.0470	0.0456	0.0484	0.0504
	(1,1.25,1.5)	0.0490	0.0476	0.0260	0.0480	0.0464	0.0510	0.0486	0.0482	0.0640
	(1,2,4)	0.0694	0.0499	0.1481	0.0645	0.0493	0.0458	0.0446	0.0505	0.0708
	(1,4,9)	0.0724	0.0510	0.4504	0.0658	0.0510	0.0466	0.0434	0.0500	0.0756
(30,30,30)	(1,1,1)	0.0496	0.0508	0.0172	0.0446	0.0390	0.0524	0.0514	0.0524	0.0166
	(4,4,4)	0.0476	0.0510	0.0155	0.0452	0.0396	0.0500	0.0488	0.0516	0.0160
	(9,9,9)	0.0485	0.0504	0.0144	0.0396	0.0342	0.0488	0.0464	0.0508	0.0178
	(1,1.25,1.5)	0.0336	0.0500	0.0174	0.0410	0.0322	0.0468	0.0450	0.0486	0.0166
	(1,2,4)	0.0292	0.0512	0.0264	0.0574	0.0406	0.0468	0.0456	0.0494	0.0248
	(1,4,9)	0.0332	0.0566	0.0350	0.0638	0.0486	0.0468	0.0444	0.0542	0.0452
	(1.5,1.25,1)	0.0792	0.0586	0.0214	0.0500	0.0448	0.0522	0.0510	0.0592	0.0266
	(4,2,1)	0.1852	0.0680	0.0908	0.0712	0.0568	0.0524	0.0506	0.0676	0.0368
	(9,4,1)	0.2332	0.0766	0.3554	0.0728	0.0734	0.0502	0.0484	0.0646	0.0432
(3,5,7)	(1,1,1)	0.0486	0.0492	0.0302	0.0454	0.0448	0.0502	0.0482	0.0498	0.0158
	(4,4,4)	0.0496	0.0504	0.0298	0.0408	0.0452	0.0536	0.0502	0.0502	0.0358
	(9,9,9)	0.0490	0.0490	0.0296	0.0470	0.0454	0.0454	0.0430	0.0488	0.0396
	(1,1.25,1.5)	0.0388	0.0460	0.0344	0.0476	0.0426	0.0502	0.0474	0.0460	0.0142
	(1,2,4)	0.0300	0.0500	0.1284	0.0570	0.0446	0.0478	0.0476	0.0488	0.0560
	(1,4,9)	0.0314	0.0534	0.3746	0.0632	0.0524	0.0484	0.0472	0.0502	0.0640
	(1.5,1.25,1)	0.0816	0.0560	0.0364	0.0580	0.0388	0.0540	0.0502	0.0524	0.0390
	(4,2,1)	0.1462	0.0540	0.1360	0.0632	0.0526	0.0516	0.0504	0.0588	0.0470
	(9,4,1)	0.1688	0.0548	0.4136	0.0666	0.0580	0.0512	0.0516	0.0510	0.0534
(7,10,13)	(1,1,1)	0.0494	0.0534	0.0254	0.0540	0.0506	0.0502	0.0492	0.0522	0.0500
	(4,4,4)	0.0505	0.0460	0.0226	0.0474	0.0442	0.0476	0.0456	0.0452	0.0506
	(9,9,9)	0.0496	0.0478	0.0224	0.0468	0.0462	0.0456	0.0472	0.0470	0.0536
	(1,1.25,1.5)	0.0418	0.0528	0.0314	0.0540	0.0502	0.0494	0.0506	0.0514	0.0570
	(1,2,4)	0.0386	0.0470	0.1370	0.0598	0.0458	0.0484	0.0466	0.0456	0.0672
	(1,4,9)	0.0394	0.0470	0.4254	0.0634	0.0492	0.0472	0.0470	0.0482	0.0684
	(1.5,1.25,1)	0.0694	0.0521	0.0305	0.0559	0.0509	0.0507	0.0488	0.0502	0.0478
	(4,2,1)	0.1110	0.0482	0.1446	0.0652	0.0486	0.0542	0.0488	0.0468	0.0454
	(9,4,1)	0.1248	0.0464	0.4456	0.0678	0.0484	0.0520	0.0484	0.0454	0.0470
(20,25,30)	(1,1,1)	0.0494	0.0534	0.0254	0.0540	0.0506	0.0502	0.0492	0.0522	0.0500
	(4,4,4)	0.0505	0.0460	0.0226	0.0474	0.0442	0.0476	0.0456	0.0452	0.0506
	(9,9,9)	0.0496	0.0478	0.0224	0.0468	0.0462	0.0456	0.0472	0.0470	0.0536
	(1,1.25,1.5)	0.0418	0.0528	0.0314	0.0540	0.0502	0.0494	0.0506	0.0514	0.0570
	(1,2,4)	0.0386	0.0470	0.1370	0.0598	0.0458	0.0484	0.0466	0.0456	0.0672
	(1,4,9)	0.0394	0.0470	0.4254	0.0634	0.0492	0.0472	0.0470	0.0482	0.0684
	(1.5,1.25,1)	0.0694	0.0521	0.0305	0.0559	0.0509	0.0507	0.0488	0.0502	0.0478
	(4,2,1)	0.1110	0.0482	0.1446	0.0652	0.0486	0.0542	0.0488	0.0468	0.0454
	(9,4,1)	0.1248	0.0464	0.4456	0.0678	0.0484	0.0520	0.0484	0.0454	0.0470

Yığın varyansları homojenlik varsayımını sağladığında klasik F testi, örnek hacimleri hem eşit hemde eşit değilken nominal $\alpha=0.05$ değerine oldukça yakın deneysel I.tip hata oranları vermektedir. Özellikle örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları homojen iken klasik F testi tüm testlerin içinde nominal $\alpha=0.05$ değerine en yakın sonuçları vermektedir. Dolayısıyla diğer testler içinde hem kullanım kolaylığı hem de çok iyi sonuç vermesi bakımından klasik F testinin oldukça iyi bir test olduğu söylenebilir. Örnek hacimleri eşit fakat yığın varyansları heterojen olduğunda klasik F testi için elde edilen deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça büyük çıkmaktadır. Bu fark heterojenlik arttıkça daha çok büyümektedir. Ancak beklenildiği gibi örnek hacimleri arttıkça bu farklılık biraz da olsa azalmakla birlikte bu azalışın çok fazla olmadığı göze çarpmaktadır. Yığın varyansları ile örnek hacimleri doğru orantılıyken klasik F testinin oldukça iyi sonuçlar verdiği bilinir. Özellikle örnek hacimleri arttıkça testin deneysel I.tip hata oranının nominal $\alpha=0.05$ değerine oldukça yaklaştığını söylemek mümkündür. Diğer bir deyişle varyansı büyük olan yığından daha büyük hacimli örnek almanın heterojenliğin etkisini azalttığı söylenebilir. Klasik F testinin en fazla kötü sonuç verdiği durum örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumdur. Bu durumda örnek hacmine bağlı olarak testin deneysel I.tip hata oranı 0.22 değerine kadar çıkmaktadır. Bu değer nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça büyük bir değerdir. Örnek hacimleri arttıkça bu değer bir miktar düzelse de bu tatmin edici düzeyde değildir.

Örnek hacimlerinin eşit ve yığın varyanslarının homojen olduğu durum altında testleri incelendiğinde, örnek hacimleri küçükken varyansların değerinin artmasına rağmen tüm testlerin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.05$ değerine oldukça yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir. XW testi için bu oranlar örnek hacimleri küçük olduğunda nominal $\alpha=0.05$ değerinden uzaklaşırken örnek hacimleri arttıkça bu durumun tersinin gerçekleştiği görülmektedir.

Örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları heterojen olduğu durum altında testler incelendiğinde, örnek hacimleri küçük olduğunda yığın varyanslarının heterojenliğinin artmasından KF , W , BF , GF ve özellikle SS testleri oldukça

etkilenmiştir. Ayrıca XW testinin deneysel I.tip hata oranının, heterojenlik çok az olduğunda nominal $\alpha=0.05$ değerinden uzaklaşırken heterojenlik arttıkça bu değere yaklaştığı görülmektedir. Örnek hacimleri arttığında W ve GF testlerinin nominal $\alpha=0.05$ değerine yakın, XW testinin ise bu değerden oldukça uzak deneysel I.tip hata oranları verdiği gözlenmiştir. SS testinin diğer testlere göre heterojenlikten çok fazla etkilendiği de görülmektedir. Yığın sayısı arttığında ise örnek hacimleri küçükken KF, W, SS, BF, GF, PB testlerinin; örnek hacimleri arttığında da bu testlerden W, PB ve GF testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.05$ değerine oldukça yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Örnek hacimlerinin artışından olumsuz etkilenen XW testi için bu oranın, nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça farklılaştığı gözlenmiştir.

Örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları heterojen olduğu durum için genel bir değerlendirme yapıldığında PB, TA ve TAA testlerinin diğer testlere göre daha iyi yani deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.05$ değerine oldukça yakın sonuçlar vermiş olduğu söylenebilir.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durum altında testler incelendiğinde, örnek hacimleri küçükken W ve BF testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığı görülmektedir. Ayrıca XW testi için bu oran, heterojenlik az olduğunda nominal $\alpha=0.05$ değerinden uzaklaşırken heterojenlik arttığında bu değere yaklaşmıştır. Örnek hacimleri arttığında ise W testinin düzelerek nominal $\alpha=0.05$ değerine daha yakın; XW, BF ve SS testlerinin ise bu değerden oldukça uzak deneysel I.tip hata oranlarına sahip olduğu görülmektedir. Yığın sayısı arttığında örnek hacimleri küçükken W, SS, BF ve GF testleri için bu oranların nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça büyük olduğu gözlenmiştir. Ayrıca bu testlerden W ve GF testlerinin örnek hacimlerinin artışından olumlu etkilenerek nominal $\alpha=0.05$ değerine yakın, XW testinin ise olumsuz etkilenerek bu değerden uzak deneysel I.tip hata oranlarına sahip olduğu görülmektedir.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumu genel olarak değerlendirildiğinde KF, TA, TAA ve PB testlerinin diğer testlere göre nominal α

$=0.05$ değerine daha yakın deneysel I.tip hata oranlarına sahip olduğunu söylemek mümkündür.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durum altında testler incelendiğinde KF , BF ve SS testlerinin bu durumdan oldukça etkilenerek deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığı gözlenmiştir. Örnek hacimleri küçükken TA , TAA ve XW testlerinin, örnek hacmi arttıkça bu testlere ek olarak PB , GF ve W testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.05$ değerine oldukça yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Yığın sayısı arttığında ise örnek hacimleri küçükken KF , BF , W , SS , PB ve GF testleri için bu oranlar nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaşmaktadır. XW , TA , TAA testlerinin ise yığın sayısının artışından etkilenmediği ve nominal $\alpha=0.05$ değerine yakın deneysel I.tip hata oranları verdiği gözlenmiştir. Örnek hacimleri arttığında GF , PB özellikle W testleri için bu oranlar düzelerek nominal $\alpha=0.05$ değerine yaklaşmaktadır.

Çizelge 4.3. Nominal $\alpha=0.10$, $k=3$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları

n_i	σ_i	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
	(1,1,1)	0.1048	0.0962	0.0484	0.0854	0.0778	0.0968	0.0954	0.0914	0.0412

(4,4,4)	(4,4,4)	0.1008	0.0942	0.0514	0.0808	0.0802	0.1008	0.1024	0.0912	0.0420
	(9,9,9)	0.0974	0.0914	0.0482	0.0834	0.0746	0.0980	0.0964	0.0880	0.0408
	(1,1.25,1.5)	0.1108	0.1012	0.0598	0.0904	0.0840	0.0968	0.0950	0.0986	0.0472
	(1,2,4)	0.1396	0.1142	0.1332	0.1092	0.1052	0.0948	0.0956	0.1118	0.0750
	(1,4,9)	0.1482	0.1208	0.3478	0.1056	0.1226	0.1032	0.1020	0.1164	0.0864
(10,10,10)	(1,1,1)	0.0910	0.0894	0.0486	0.0888	0.0832	0.0870	0.0816	0.0886	0.0784
	(4,4,4)	0.1038	0.0998	0.0530	0.1014	0.0916	0.0940	0.0896	0.0990	0.0842
	(9,9,9)	0.1010	0.0984	0.0544	0.0980	0.0912	0.0972	0.0948	0.0996	0.0820
	(1,1.25,1.5)	0.1046	0.0988	0.0576	0.1012	0.0912	0.0984	0.0922	0.0982	0.0816
	(1,2,4)	0.1134	0.0968	0.1866	0.0996	0.0958	0.0996	0.0952	0.0966	0.1076
(30,30,30)	(1,4,9)	0.1246	0.0962	0.4782	0.1084	0.1008	0.0970	0.0932	0.0948	0.1142
	(1,1,1)	0.1018	0.0996	0.0476	0.1016	0.0976	0.0994	0.0996	0.1008	0.0946
	(4,4,4)	0.1064	0.1054	0.0476	0.1060	0.1030	0.0984	0.0980	0.1056	0.1014
	(9,9,9)	0.0984	0.0960	0.0434	0.0980	0.0938	0.0946	0.0958	0.0972	0.0950
	(1,1.25,1.5)	0.1002	0.0974	0.0528	0.0992	0.0952	0.1026	0.1016	0.0968	0.1054
(3,5,7)	(1,2,4)	0.1164	0.0992	0.2062	0.1120	0.0986	0.0988	0.0996	0.0998	0.1188
	(1,4,9)	0.1184	0.1038	0.5074	0.1104	0.1052	0.1000	0.0966	0.1048	0.1198
	(1,1,1)	0.0976	0.1062	0.0210	0.0902	0.0860	0.0954	0.0936	0.1058	0.0448
	(4,4,4)	0.0956	0.0994	0.0242	0.0866	0.0836	0.1028	0.1008	0.0988	0.0452
	(9,9,9)	0.0934	0.1058	0.0294	0.0882	0.0890	0.0980	0.0948	0.1056	0.0486
(7,10,13)	(1,1.25,1.5)	0.0684	0.0836	0.0224	0.0814	0.0718	0.0998	0.0980	0.0840	0.0450
	(1,2,4)	0.0568	0.0932	0.0390	0.1046	0.0768	0.0978	0.0958	0.0916	0.0734
	(1,4,9)	0.0556	0.1038	0.0462	0.1126	0.0944	0.0952	0.0940	0.1000	0.0862
	(1.5,1.25,1)	0.1358	0.1114	0.0324	0.0920	0.0934	0.1056	0.1024	0.1106	0.0634
	(4,2,1)	0.2774	0.1162	0.1288	0.1218	0.1244	0.1064	0.1038	0.1166	0.0846
(20,25,30)	(9,4,1)	0.3008	0.1258	0.4002	0.1226	0.1296	0.1038	0.0990	0.1076	0.0952
	(1,1,1)	0.0870	0.0900	0.0514	0.0872	0.0832	0.0964	0.0904	0.0890	0.0780
	(4,4,4)	0.1008	0.0958	0.0504	0.0960	0.0892	0.0974	0.0934	0.0966	0.0796
	(9,9,9)	0.0952	0.0948	0.0506	0.0930	0.0894	0.1010	0.0944	0.0958	0.0796
	(1,1.25,1.5)	0.0782	0.0966	0.0560	0.0948	0.0874	0.0952	0.0914	0.0970	0.0790
(7,10,13)	(1,2,4)	0.0642	0.0956	0.1844	0.1060	0.0900	0.1034	0.0992	0.0946	0.1050
	(1,4,9)	0.0682	0.1068	0.4412	0.1150	0.1076	0.0960	0.0926	0.1060	0.1128
	(1.5,1.25,1)	0.1282	0.1002	0.0552	0.0988	0.0948	0.0982	0.0958	0.1006	0.0874
	(4,2,1)	0.2110	0.1058	0.1880	0.1100	0.1106	0.0936	0.0908	0.1064	0.0892
	(9,4,1)	0.2440	0.1146	0.4850	0.1198	0.1226	0.1064	0.1002	0.1116	0.0996
(20,25,30)	(1,1,1)	0.1044	0.1040	0.0476	0.1034	0.1008	0.0976	0.0922	0.1032	0.0900
	(4,4,4)	0.0962	0.0956	0.0472	0.0942	0.0934	0.1000	0.0940	0.0958	0.0910
	(9,9,9)	0.1052	0.1000	0.0464	0.1048	0.0964	0.0934	0.0898	0.1008	0.0998
	(1,1.25,1.5)	0.0822	0.0980	0.0544	0.0962	0.0946	0.0980	0.0942	0.0976	0.0994
	(1,2,4)	0.0744	0.0966	0.2024	0.1086	0.0940	0.0950	0.0948	0.0958	0.1126
(20,25,30)	(1,4,9)	0.0772	0.1018	0.4912	0.1158	0.1030	0.0988	0.0988	0.1012	0.1186
	(1.5,1.25,1)	0.1192	0.0978	0.0524	0.1000	0.0984	0.1072	0.0992	0.1006	0.0880
	(4,2,1)	0.1658	0.0992	0.1952	0.1082	0.1012	0.0962	0.0882	0.0990	0.0946
	(9,4,1)	0.1706	0.1000	0.4944	0.1174	0.1004	0.0906	0.0870	0.0976	0.0980

Çizelge 4.4. Nominal $\alpha=0.10$, $k=5$, farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları

n_i	σ_i	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
	(1,1,1,1,1)	0.1008	0.1076	0.0748	0.0806	0.1352	0.0950	0.0970	0.0880	0.0340

	(4,4,4,4,4)	0.1048	0.1068	0.0730	0.0868	0.1404	0.1054	0.1064	0.0896	0.0412
	(9,9,9,9,9)	0.0962	0.1052	0.0694	0.0748	0.1334	0.1020	0.1026	0.0842	0.0338
	(18,18,18,18,18)	0.1042	0.1088	0.0730	0.0844	0.1334	0.0972	0.0980	0.0872	0.0396
	(1,1.25,1.5,1.75,2)	0.1104	0.1010	0.0738	0.0864	0.1314	0.0990	0.0970	0.0788	0.0486
	(1,2,4,6,8)	0.1490	0.1304	0.2346	0.1046	0.1618	0.0990	0.1004	0.1004	0.0766
	(1,4,9,13,18)	0.1556	0.1420	0.4720	0.1036	0.1852	0.0942	0.0942	0.1062	0.0760
(10,10,10,10,10)	(1,1,1,1,1)	0.0972	0.0988	0.0698	0.0962	0.1080	0.0964	0.0908	0.0980	0.0860
	(4,4,4,4,4)	0.0996	0.1046	0.0710	0.0962	0.1150	0.1120	0.1016	0.0998	0.0858
	(9,9,9,9,9)	0.0968	0.0984	0.0686	0.0930	0.1108	0.1026	0.0996	0.0964	0.0948
	(18,18,18,18,18)	0.0990	0.1032	0.0688	0.0966	0.1138	0.1056	0.1008	0.0998	0.0846
	(1,1.25,1.5,1.75,2)	0.1078	0.1034	0.0854	0.1028	0.1166	0.0926	0.0866	0.1016	0.0978
	(1,2,4,6,8)	0.1300	0.1018	0.3418	0.1222	0.1290	0.0970	0.0914	0.0982	0.1244
	(1,4,9,13,18)	0.1374	0.1026	0.6036	0.1170	0.1310	0.0938	0.0884	0.1004	0.1226
(30,30,30,30,30)	(1,1,1,1,1)	0.1016	0.1012	0.0580	0.1014	0.1076	0.1064	0.1066	0.1006	0.1252
	(4,4,4,4,4)	0.0958	0.0948	0.0566	0.0958	0.0980	0.0950	0.0974	0.0942	0.1096
	(9,9,9,9,9)	0.1010	0.1032	0.0616	0.1010	0.1074	0.1030	0.1036	0.1026	0.1160
	(18,18,18,18,18)	0.0938	0.0960	0.0590	0.0936	0.0994	0.1004	0.0920	0.0946	0.1072
	(1,1.25,1.5,1.75,2)	0.1030	0.0926	0.0708	0.1022	0.0974	0.1070	0.1030	0.0916	0.1284
	(1,2,4,6,8)	0.1294	0.0982	0.3402	0.1228	0.1042	0.0982	0.0926	0.0974	0.1364
	(1,4,9,13,18)	0.1300	0.0978	0.6380	0.1232	0.1096	0.1074	0.1006	0.0974	0.1482
(3,4,5,6,7)	(1,1,1,1,1)	0.0990	0.1166	0.0454	0.0872	0.1342	0.1012	0.0990	0.1012	0.0450
	(4,4,4,4,4)	0.0990	0.1166	0.0454	0.0872	0.1342	0.1012	0.0990	0.1012	0.0428
	(9,9,9,9,9)	0.1036	0.1142	0.0484	0.0918	0.1336	0.0978	0.0932	0.0972	0.0390
	(18,18,18,18,18)	0.0998	0.1266	0.0482	0.0924	0.1420	0.0980	0.0934	0.1030	0.0358
	(1,1.25,1.5,1.75,2)	0.0680	0.1052	0.0436	0.0894	0.1216	0.0956	0.0922	0.0886	0.0482
	(1,2,4,6,8)	0.0684	0.1060	0.0758	0.1078	0.1218	0.1054	0.1016	0.0886	0.0862
	(1,4,9,13,18)	0.0708	0.1208	0.0934	0.1192	0.1460	0.0970	0.0928	0.0994	0.0910
	(2,1.75,1.5,1.25,1)	0.1750	0.1350	0.0646	0.0966	0.1600	0.1008	0.0980	0.1144	0.0576
	(8,6,4,2,1)	0.2814	0.1410	0.2660	0.0996	0.1758	0.0980	0.0932	0.1054	0.0894
	(18,13,9,4,1)	0.2910	0.1350	0.5620	0.0980	0.1792	0.1046	0.1006	0.1038	0.0932
(7,9,11,13,15)	(1,1,1,1,1)	0.1004	0.1128	0.0758	0.1076	0.1142	0.1006	0.0988	0.1086	0.0766
	(4,4,4,4,4)	0.0978	0.0992	0.0682	0.0958	0.1096	0.1002	0.0972	0.0954	0.0864
	(9,9,9,9,9)	0.1016	0.1096	0.0734	0.1020	0.1188	0.1070	0.0986	0.1056	0.0842
	(18,18,18,18,18)	0.1024	0.1000	0.0684	0.0920	0.1098	0.1044	0.1018	0.0960	0.0880
	(1,1.25,1.5,1.75,2)	0.0694	0.1058	0.0822	0.1066	0.1138	0.1034	0.0966	0.1032	0.1000
	(1,2,4,6,8)	0.0668	0.1034	0.2910	0.1192	0.1100	0.0966	0.0948	0.0958	0.1294
	(1,4,9,13,18)	0.0670	0.1072	0.5538	0.1198	0.1256	0.0956	0.0886	0.1036	0.1204
	(2,1.75,1.5,1.25,1)	0.1674	0.1056	0.0826	0.1078	0.1188	0.0996	0.0964	0.1024	0.0894
	(8,6,4,2,1)	0.2556	0.1054	0.3316	0.1166	0.1252	0.0998	0.0984	0.0958	0.0930
	(18,13,9,4,1)	0.2598	0.1080	0.6082	0.1206	0.1380	0.0974	0.0970	0.1012	0.0962
(20,23,26,29,32)	(1,1,1,1,1)	0.1008	0.1008	0.0636	0.1000	0.1062	0.1134	0.1050	0.1010	0.1022
	(4,4,4,4,4)	0.1003	0.1046	0.0630	0.1028	0.1098	0.1040	0.0946	0.1032	0.1122
	(9,9,9,9,9)	0.1080	0.1050	0.0658	0.1076	0.1090	0.1034	0.0982	0.1052	0.1042
	(18,18,18,18,18)	0.0994	0.1004	0.0608	0.1020	0.1050	0.1030	0.0974	0.1000	0.1090
	(1,1.25,1.5,1.75,2)	0.0870	0.1060	0.0764	0.1106	0.1108	0.1010	0.0980	0.1064	0.1256
	(1,2,4,6,8)	0.0852	0.1024	0.3254	0.1242	0.1070	0.1000	0.0940	0.0972	0.1368
	(1,4,9,13,18)	0.0874	0.1040	0.5896	0.1298	0.1130	0.1028	0.1018	0.1030	0.1332
	(2,1.75,1.5,1.25,1)	0.1384	0.1018	0.0768	0.1070	0.1080	0.0994	0.0956	0.1002	0.0952
	(8,6,4,2,1)	0.1890	0.1058	0.3496	0.1220	0.1038	0.1050	0.0982	0.0942	0.0968
	(18,13,9,4,1)	0.1858	0.1034	0.6242	0.1190	0.1070	0.0954	0.0930	0.0958	0.0994

Örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları homojen iken testleri incelendiğinde bir çok testin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.10$ değerine oldukça yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Örnek hacimleri küçük olduğunda XW testi için bu oranın, nominal $\alpha=0.10$ değerinden oldukça uzaklaşırken örnek hacimleri arttıkça bu

değere yaklaştığı söylenebilir. Yığın sayısı artışından ise GF testinin etkilenecek, örnek hacimleri küçükken nominal $\alpha=0.10$ değerinden uzak örnek hacimleri arttıkça bu değere yakın deneysel I.tip hata oranları verdiği gözlenmiştir.

Örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları heterojen olduğu durum altında testler incelendiğinde, örnek hacimleri küçükken heterojenliğin artmasından KF, W, GF, PB, XW ve özellikle SS testlerinin etkilendiği görülmektedir. Bu testlerden W, PB ve GF testlerinin deneysel I.tip hata oranları, örnek hacimlerinin artmasından olumlu etkilenecek nominal $\alpha=0.10$ değerine oldukça yakın sonuçlar vermiştir. XW testi için bu oranın, örnek hacimleri küçükken nominal $\alpha=0.10$ değerinden küçük, örnek hacimleri arttığında bu değerden daha büyük olduğu gözlenmiştir. Yığın sayısı arttığında da bir önceki duruma benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu durumda örnek hacimleri küçükken KF, W, SS, GF ve XW testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.10$ değerinden oldukça uzaklaştığı görülmektedir. Örnek hacimlerinin artmasından ise W ve GF testleri olumlu etkilenecek nominal $\alpha=0.10$ değerine yakın, BF ve XW testleri olumsuz etkilenecek bu değerden oldukça uzak deneysel I.tip hata oranlarına sahip olduğu görülmektedir.

Örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları heterojen olduğu durumla ilgili genel bir değerlendirme yapıldığında TA, TAA ve PB testlerinin, örnek hacimleri arttığında da bu testlere ek olarak W ve GF testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.10$ değerine oldukça yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durum altında testler incelendiğinde genel olarak testlerin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.10$ değerine oldukça yakın olduğunu söyleyebiliriz. Bu durumdan en çok SS testi etkilenecektir. Buna göre örnek hacimleri küçükken SS testi için bu oranın nominal $\alpha=0.10$ değerinden oldukça küçük, örnek hacimlerinin artmasıyla bu değerden oldukça büyük olduğu görülmektedir. Ayrıca örnek hacimleri küçükken KF, GF ve XW testleri nominal $\alpha=0.10$ değerinden uzak, örnek hacimleri arttığında ise GF ve XW testleri bundan olumlu etkilenecek bu değere daha yakın deneysel I.tip hata

oranları verdiği gözlenmiştir. Yığın sayısının artışı ise daha çok testi etkilemiştir. Örnek hacimleri küçükken KF, SS, XW, PB ve GF testlerinin deneysel I.tip hata oranları, nominal $\alpha=0.10$ değerinden uzaklaşmıştır. Fakat XW ve PB testlerinin bu oranları heterojenlik arttıkça nominal $\alpha=0.10$ değerine yaklaştığı görülmektedir. Ayrıca örnek hacimleri arttığında GF testi düzelirken SS, XW ve BF testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.10$ değerinden oldukça uzaklaştığı görülmektedir.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durum genel olarak değerlendirildiğinde diğer testlere göre en çok SS ve BF testlerinin bu durumdan kötü olarak etkilendiğini söylemek mümkündür.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durum incelendiğinde doğru orantılı durumuna göre daha çok testin etkilendiği görülmektedir. Örnek hacimleri küçükken KF, W, SS, BF, XW ve GF testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.10$ değerinden oldukça uzaklaşmaktadır. Örnek hacimleri arttığında W, BF, XW ve GF testlerinin düzeldiği ve bu oranların nominal $\alpha=0.10$ değerine yakın oldukları gözlenmiştir. Yığın sayısı arttığında ise testlerin bu durumdan fazla etkilenmediği görülmektedir.

Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durum genel olarak değerlendirildiğinde TA, TAA ve PB testlerinin örnek hacimleri arttığında da bu testlere ek olarak W, XW ve GF testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha=0.10$ değerine yaklaşarak oldukça iyi sonuç verdiği söylenebilir.

Nominal $\alpha=0.10$ olmak üzere testlerin deneysel I.tip hata oranları bakımından genel olarak karşılaştırıldığında TA, TAA, PB testlerinin, örnek hacimleri arttığında bu testlere ek olarak W ve GF testlerinin oldukça iyi sonuç verdiği görülmektedir. Ayrıca örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumda XW testinin deneysel I.tip hata oranının nominal $\alpha=0.10$ değerine oldukça yakınlaşarak iyi sonuç verdiği söylenebilir.

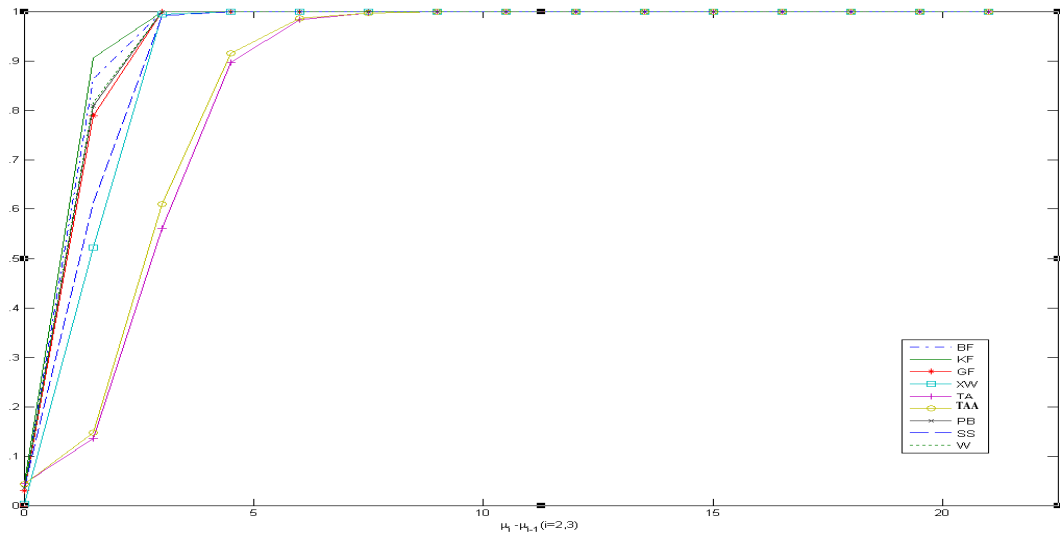
4.2. Test İstatistiklerinin Güç Bakımından Karşılaştırılması

Simülasyon çalışmasında testlerin güç bakımından karşılaştırılması amacıyla farklı ortalamalı normal dağılımlı yığınlardan n_i hacimli örnekler üretilmiştir ($i=1...k$, $j=1,...,n_i$). $k=3$ ve $k=5$ sayıdaki yığınlar için farklı örnek hacimleri ve farklı yığın varyanslarının çeşitli kombinasyonları kullanılmıştır. Bu örneklerin herbiri için gerçekte yanlış olan ortalamaların eşitliği hipotezinin testi amacıyla 2. bölümde bahsedilen test istatistiklerinin değerleri hesaplanmış ve bu testlerin her biri için p değerleri bulunmuştur. Bu işlemler 5000 kez tekrarlanarak nominal $\alpha=0.05$ için her bir test istatistiğinin ortalamaların eşitliği hipotezini red etme sayıları saptanmış ve bunlar tekrar sayısına yani 5000'e bölünerek her bir test istatistiğinin deneysel güç değerleri (oranları) hesaplanmıştır. Bu sonuçlar Çizelge 4.5-4.24 ve Şekil 4.1-4.20'de özetlenmiştir.

Çizelge 4.5. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
$(-1.5, 0, 1.5)$	0.912	0.812	0.623	0.874	0.792	0.111	0.123	0.813	0.512

(-3,0,3)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.554	0.591	1.000	0.994
(-4.5,0,4.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.873	0.892	1.000	1.000
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.937	0.970	1.000	1.000
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000



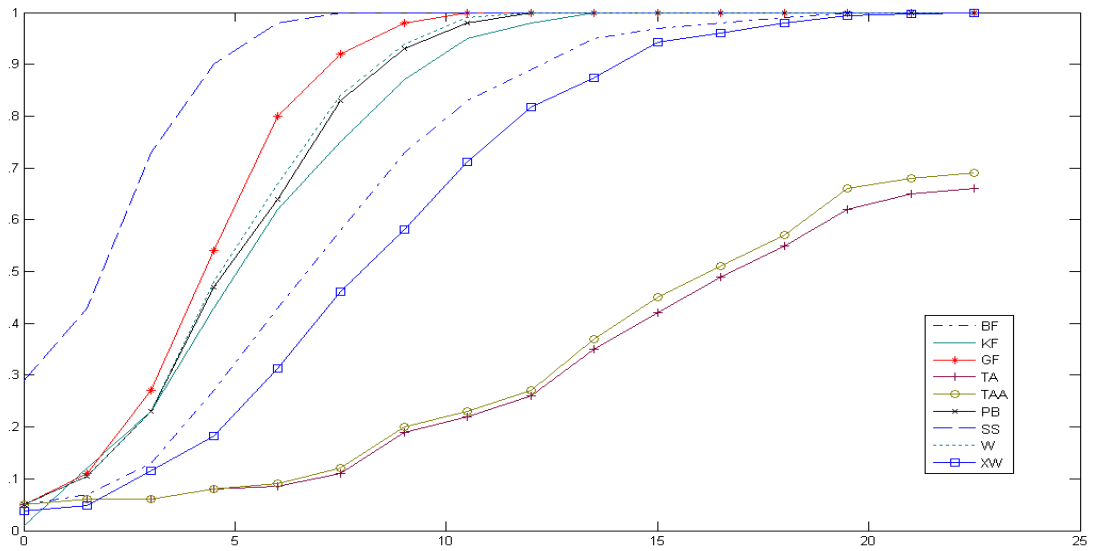
Şekil 4.1. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.5 ve Şekil 4.1'i incelediğimizde yani örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları homojen olduğunda, özellikle μ_i parametreleri arasındaki fark en az 3 iken, tüm testlerin güçlerinin hemen hemen birbirlerine yakın ve oldukça iyi sonuç verdiği gözlenmiştir. TA ve TAA testleri ise diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.6. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.120	0.105	0.431	0.072	0.112	0.062	0.064	0.105	0.049

(-3,0,3)	0.230	0.230	0.733	0.133	0.273	0.063	0.062	0.234	0.115
(-4.5,0,4.5)	0.430	0.481	0.910	0.274	0.541	0.081	0.082	0.471	0.182
(-6,0,6)	0.621	0.672	0.980	0.432	0.802	0.085	0.091	0.641	0.312
(-7.5,0,7.5)	0.752	0.843	1.000	0.581	0.924	0.111	0.121	0.834	0.461
(-9,0,9)	0.870	0.940	1.000	0.730	0.986	0.194	0.202	0.932	0.581
(-10.5,0,10.5)	0.952	0.994	1.000	0.830	1.000	0.223	0.234	0.981	0.712
(-12,0,12)	0.981	1.000	1.000	0.891	1.000	0.264	0.274	1.000	0.817
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	0.954	1.000	0.351	0.371	1.000	0.874
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	0.976	1.000	0.420	0.450	1.000	0.942
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	0.496	0.512	1.000	0.961
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	0.554	0.573	1.000	0.979
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.624	0.666	1.000	0.994
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.650	0.681	1.000	0.998

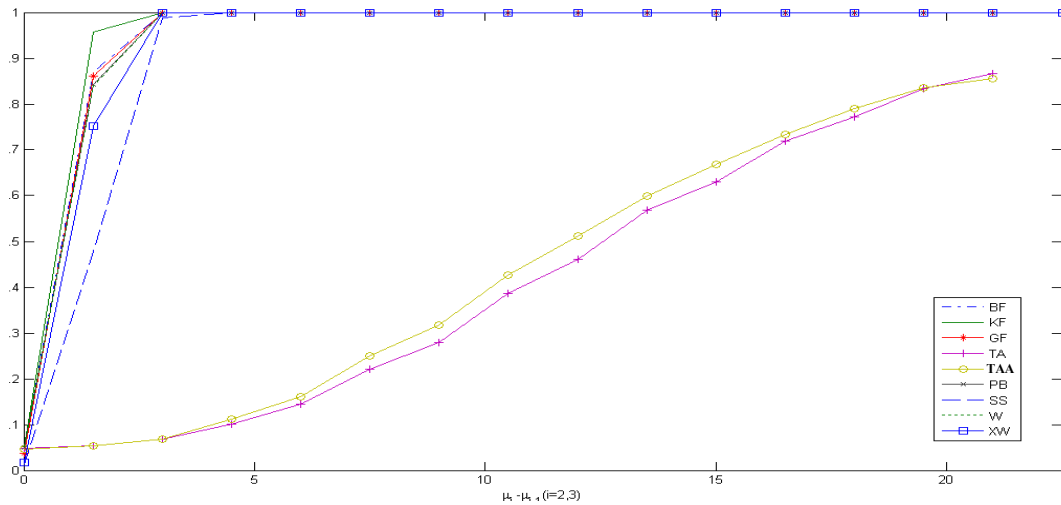


Şekil 4.2. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.6 ve Şekil 4.2'yi incelediğimizde yani yığın varyansları heterojen olduğunda testlerin güç bakımından birbirlerinden farklılaştığı görülmektedir. KF ve SS testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testlerin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. TA ve TAA testlerinin güç değerleri diğer testlere göre daha düşük olduğu görülmektedir. GF, W ve PB testlerinin ise oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlenmektedir, özellikle yığın ortalamaları arasındaki fark en az 7 iken GF testinin güç değeri 0.90'dan fazladır ki bu oldukça yüksek bir değerdir.

Çizelge 4.7. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.957	0.838	0.478	0.871	0.860	0.054	0.053	0.840	0.634
(-3,0,3)	1.000	1.000	0.987	0.999	1.000	0.069	0.068	1.000	0.996
(-4.5,0,4.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.101	0.113	1.000	1.000
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.145	0.162	1.000	1.000
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.221	0.251	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.278	0.318	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.387	0.426	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.461	0.512	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.569	0.598	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.630	0.668	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.718	0.734	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.771	0.790	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.833	0.834	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.866	0.856	1.000	1.000

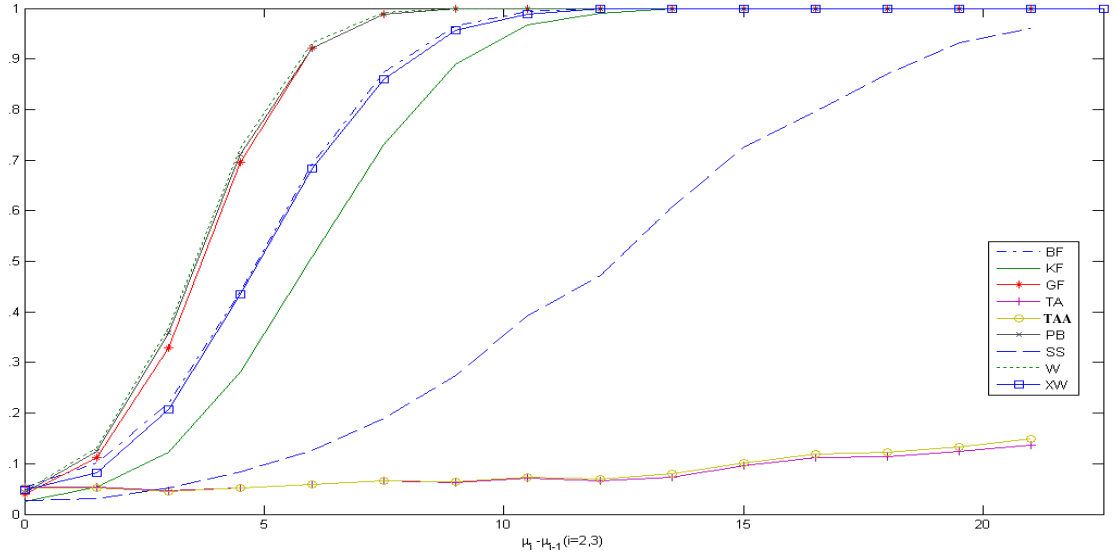


Şekil 4.3. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.7 ve Şekil 4.3'ü incelediğimizde yani örnek hacimleri farklı ve yığın varyansları homojen olduğunda TA ve TAA testleri hariç diğer testlerin güçlerinin birbirine yakın ve oldukça iyi olduğu gözlenmiştir. TA ve TAA testlerinin diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu gözlenmiştir. Ayrıca bu testlerin örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları homojen olduğu duruma göre de daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.8. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.053	0.132	0.032	0.101	0.112	0.054	0.052	0.125	0.062
(-3,0,3)	0.123	0.370	0.053	0.219	0.329	0.047	0.045	0.359	0.155
(-4.5,0,4.5)	0.281	0.724	0.083	0.439	0.695	0.052	0.052	0.712	0.355
(-6,0,6)	0.508	0.931	0.127	0.692	0.921	0.058	0.059	0.922	0.596
(-7.5,0,7.5)	0.731	0.991	0.190	0.874	0.988	0.065	0.066	0.989	0.797
(-9,0,9)	0.889	0.998	0.274	0.965	0.999	0.063	0.065	0.998	0.928
(-10.5,0,10.5)	0.966	1.000	0.392	0.994	1.000	0.072	0.074	1.000	0.981
(-12,0,12)	0.991	1.000	0.472	0.998	1.000	0.066	0.069	1.000	0.994
(-13.5,0,13.5)	0.998	1.000	0.608	0.999	1.000	0.074	0.081	1.000	0.999
(-15,0,15)	0.999	1.000	0.726	1.000	1.000	0.097	0.101	1.000	0.999
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	0.796	1.000	1.000	0.111	0.119	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	0.870	1.000	1.000	0.114	0.123	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	0.932	1.000	1.000	0.125	0.133	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	0.961	1.000	1.000	0.137	0.149	1.000	1.000

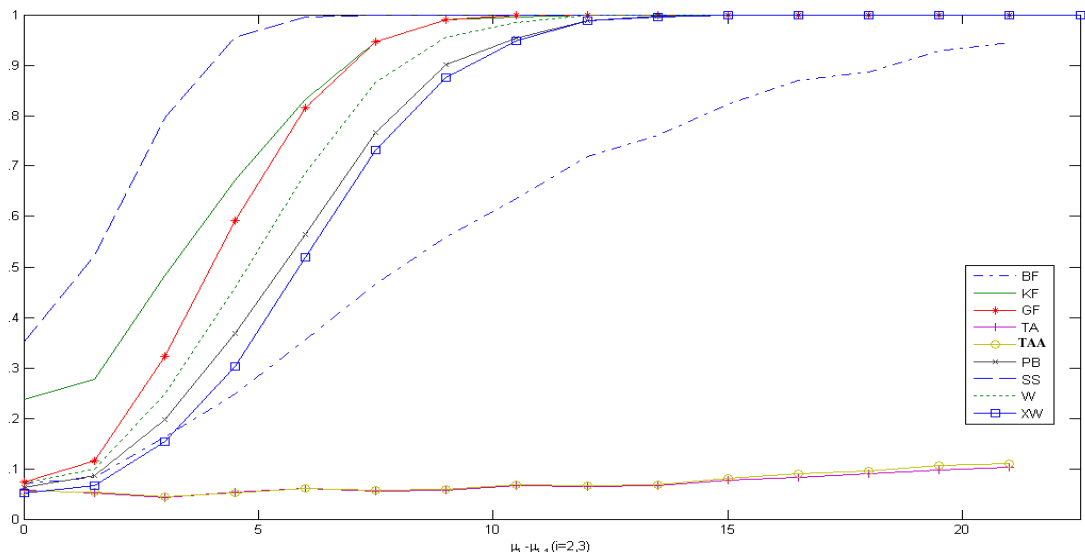


Şekil 4.4. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek hacimleri ve yığın varyansları doğru orantılı olduğunda yani Çizelge 4.8 ve Şekil 4.4'ü incelediğimizde SS özellikle TA ve TAA testleri diğer testlere göre oldukça kötü sonuçlar vermişlerdir. PB, GF ve W testlerinin güç değerleri hemen hemen birbirlerine yakın olup diğer testlere göre oldukça iyi olduğu gözlenmiştir.

Çizelge 4.9. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2=9$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.278	0.099	0.522	0.083	0.116	0.052	0.053	0.086	0.049
(-3,0,3)	0.483	0.248	0.795	0.163	0.323	0.043	0.044	0.197	0.114
(-4.5,0,4.5)	0.673	0.458	0.956	0.248	0.592	0.053	0.051	0.369	0.232
(-6,0,6)	0.832	0.687	0.995	0.356	0.816	0.061	0.061	0.565	0.393
(-7.5,0,7.5)	0.946	0.866	1.000	0.466	0.946	0.056	0.057	0.766	0.600
(-9,0,9)	0.989	0.956	1.000	0.559	0.991	0.057	0.058	0.901	0.773
(-10.5,0,10.5)	0.996	0.985	1.000	0.635	0.999	0.066	0.069	0.954	0.886
(-12,0,12)	0.999	0.999	1.000	0.718	0.999	0.064	0.067	0.989	0.954
(-13.5,0,13.5)	1.000	0.999	1.000	0.761	1.000	0.067	0.067	0.998	0.981
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	0.822	1.000	0.077	0.081	0.999	0.996
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	0.869	1.000	0.082	0.089	1.000	0.999
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	0.887	1.000	0.089	0.096	1.000	0.999
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	0.929	1.000	0.098	0.106	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	0.943	1.000	0.102	0.109	1.000	1.000



Şekil 4.5. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=3$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $\sigma_1^2=9$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

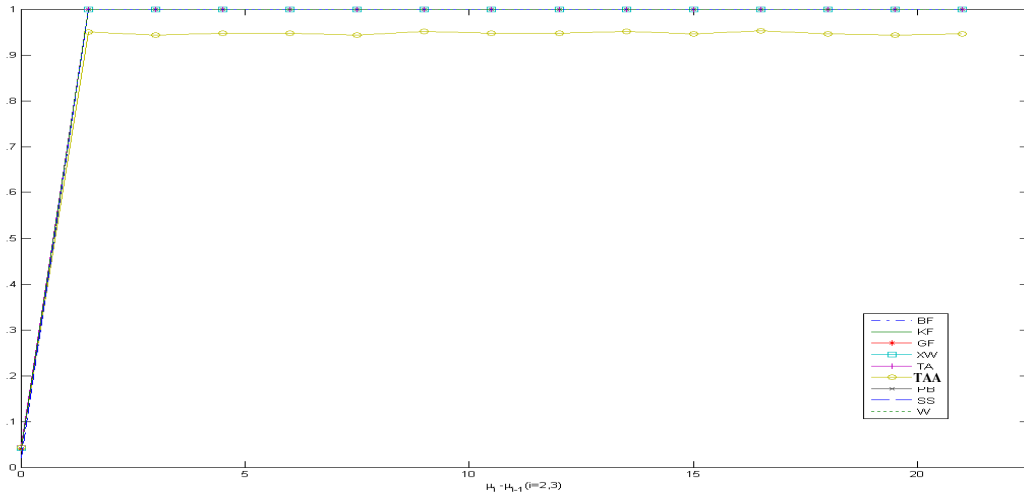
Örnek hacimleri ve yığın varyansları ters orantılı olduğunda yani Çizelge 4.9 ve Şekil 4.5'i incelediğimizde testlerin güç değerlerinin birbirinden oldukça farklılık gösterdiği görülmektedir. SS ve KF testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testlerin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. TA ve TAA testleri ise oldukça düşük güç

değerlerine sahipken XW, PB, W ve özellikle GF testleri diğer tüm testlere göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlenmiştir.

Örnek hacimleri küçükken, tüm durumları genel olarak değerlendirdiğimizde yığın varyanslarının heterojenliği arttıkça, güç bakımından GF testi diğer testlere göre daha iyi sonuçlar vermiştir. KF testi diğer testlere göre yığın varyansları homojen olduğunda daha iyi sonuçlar vermesine rağmen özellikle yığın varyansları ile örnek hacimleri ters orantılı olduğu durumda düşük sonuçlar verdiği görülmüştür.

Çizelge 4.10. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.949	1.000	1.000
(-3,0,3)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.943	1.000	1.000
(-4.5,0,4.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.947	1.000	1.000
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.947	1.000	1.000
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.943	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.951	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.948	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.947	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.951	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.946	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.952	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.946	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.944	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.946	1.000	1.000

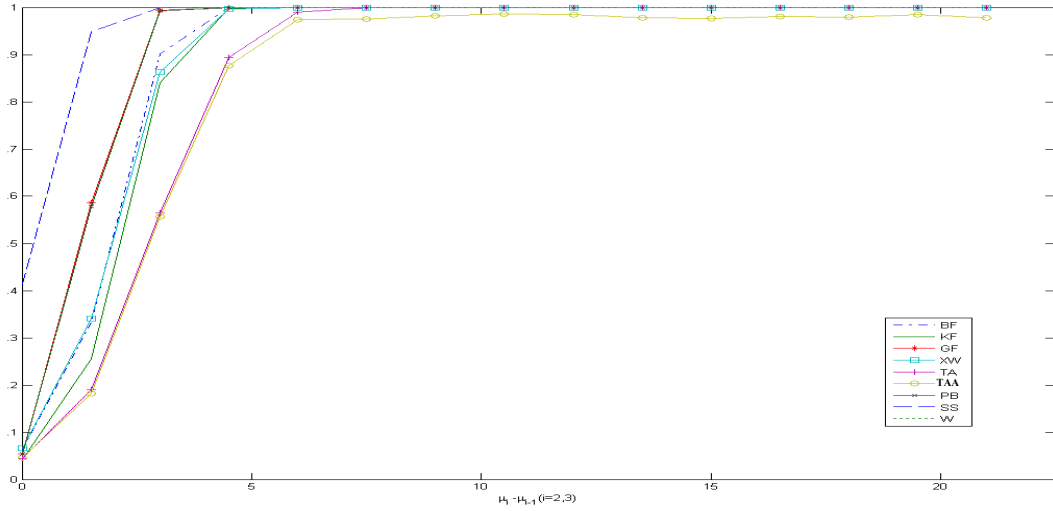


Şekil 4.6. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek hacimleri arttığında yığın varyansları homojen iken yani Çizelge 4.10 ve Şekil 4.6'yı incelediğimizde tüm testlerin güç değerlerinin oldukça iyi olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.11. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.256	0.577	0.948	0.332	0.577	0.190	0.182	0.577	0.341
(-3,0,3)	0.840	0.993	1.000	0.902	0.993	0.565	0.556	0.993	0.863
(-4.5,0,4.5)	0.998	1.000	1.000	0.999	1.000	0.898	0.877	1.000	0.997
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	0.974	1.000	0.999
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.975	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.981	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.986	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.978	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.976	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.980	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.980	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.978	1.000	1.000

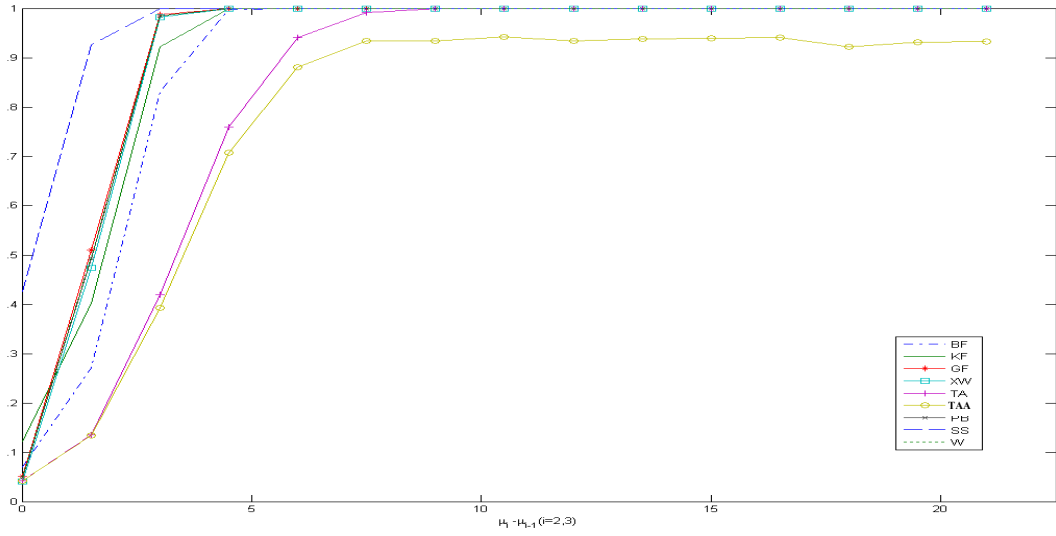


Şekil 4.7. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek hacimleri ve yığın varyansları doğru orantılı olduğunda yani Çizelge 4.11 ve Şekil 4.7'yi incelediğimizde SS testinin deneysel I.tip hata oranı nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. GF, PB ve W testleri ise birbirlerine yakın güç değerlerine sahip olup diğer testlere göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Öyleki yığın ortalamaları arasındaki fark en az 3 iken bu testlerin güç değerleri 0.90'a ulaşmaktadır bu da oldukça iyi bir sonuçtur.

Çizelge 4.12. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=9$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.402	0.495	0.925	0.271	0.509	0.136	0.134	0.509	0.474
(-3,0,3)	0.922	0.985	0.999	0.831	0.987	0.419	0.393	0.987	0.981
(-4.5,0,4.5)	0.999	1.000	1.000	0.998	1.000	0.760	0.707	1.000	1.000
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.941	0.881	1.000	1.000
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.992	0.934	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.934	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.941	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.933	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.938	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.939	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.941	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.922	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.932	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.933	1.000	1.000

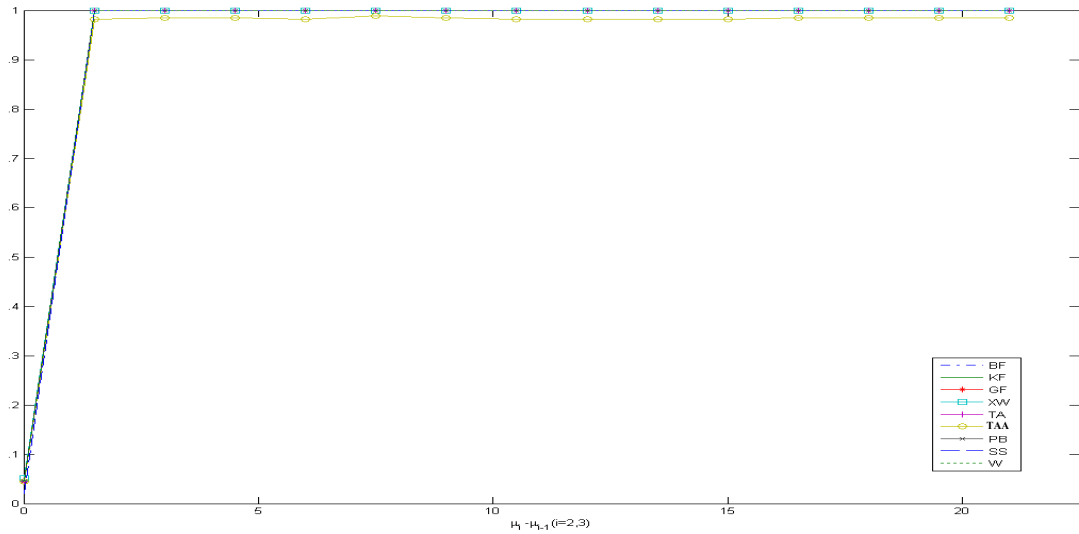


Şekil 4.8. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=20$, $n_2=25$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=9$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.12 ve Şekil 4.8'i incelediğimizde yani örnek hacimleri ile yığın varyansları ters orantılı olduğu durumda, SS ve KF testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. TA ve TAA testlerinin güç değerleri diğer testlere göre oldukça düşük olduğu gözlenmiştir. GF, XW, PB ve W testleri ise birbirine yakın değerlere sahip olup diğer testlere göre oldukça iyi sonuçlar vermişlerdir. Örnek hacimleri ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumundakine benzer biçimde yığın ortalamaları arasındaki fark en az 2 iken testlerin güç değerlerinin 0.90'a ulaştığı gözlenmiştir.

Çizelge 4.13. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.982	1.000	1.000
(-3,0,3)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000
(-4.5,0,4.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.985	1.000	1.000
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.982	1.000	1.000
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.988	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.985	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.982	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.982	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.982	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.982	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.984	1.000	1.000

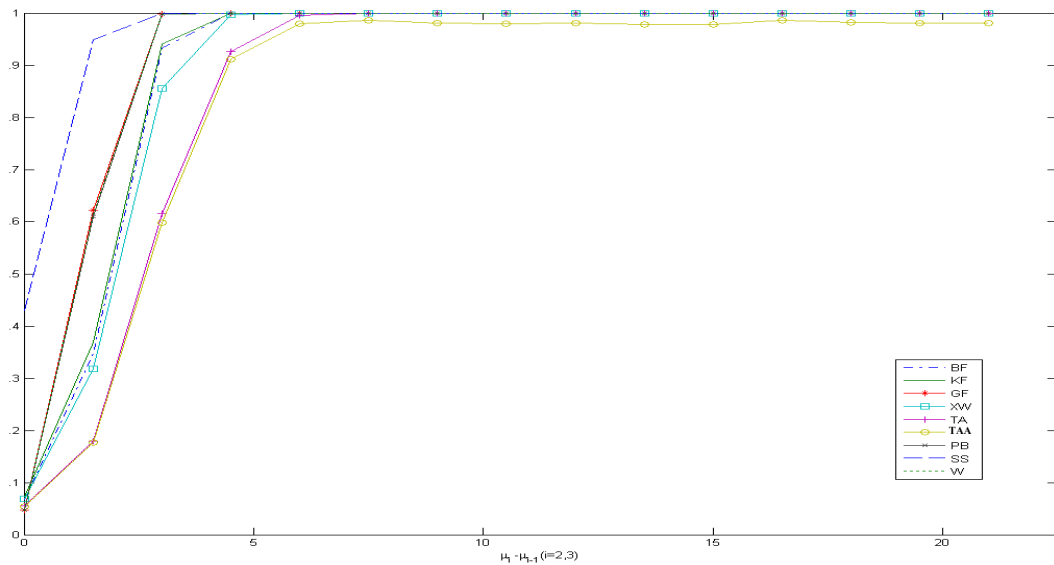


Şekil 4.9. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek hacimleri arttığında ve yığın varyansları homojen iken yani Çizelge 4.13 ve Şekil 4.9'u incelediğimizde tüm testlerin güç değerleri hemen hemen aynı olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.14. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

(μ_1, μ_2, μ_3)	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-1.5,0,1.5)	0.368	0.615	0.949	0.347	0.615	0.179	0.177	0.615	0.317
(-3,0,3)	0.941	0.998	1.000	0.933	0.998	0.615	0.597	0.998	0.856
(-4.5,0,4.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.926	0.912	1.000	0.997
(-6,0,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.996	0.979	1.000	1.000
(-7.5,0,7.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.985	1.000	1.000
(-9,0,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.981	1.000	1.000
(-10.5,0,10.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.980	1.000	1.000
(-12,0,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.981	1.000	1.000
(-13.5,0,13.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.978	1.000	1.000
(-15,0,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.986	1.000	1.000
(-16.5,0,16.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.981	1.000	1.000
(-18,0,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.981	1.000	1.000
(-19.5,0,19.5)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.981	1.000	1.000
(-21,0,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.990	1.000	1.000



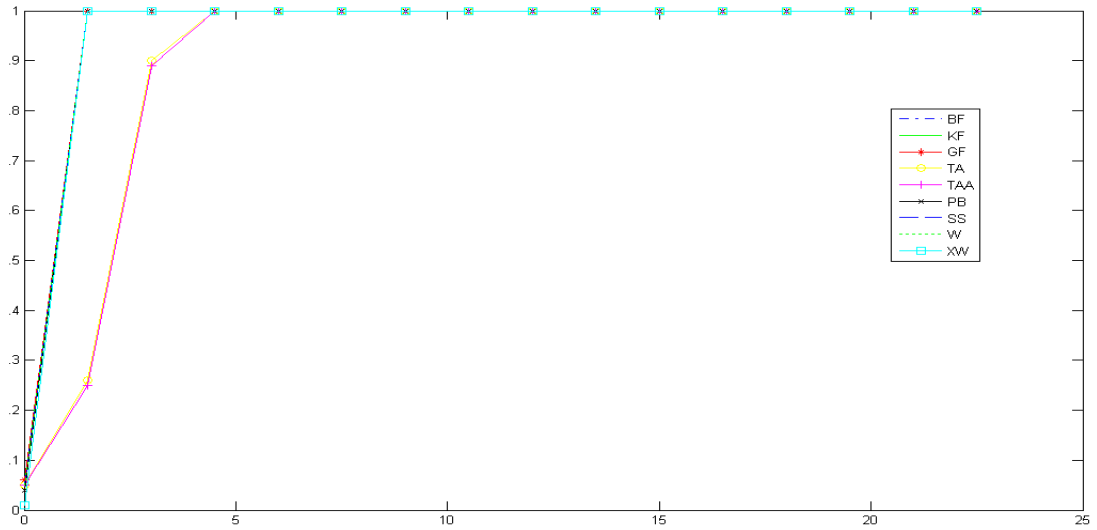
Şekil 4.10. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları homojen iken yani Çizelge 4.14 ve Şekil 4.10'u incelediğimizde testlerin birbirinden farklılaştığı görülmektedir. SS testinin deneysel I.tip hata oranı nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. Diğer testler ise hemen hemen birbirlerine daha yakın sonuçlar vermişlerdir. Buna göre TA ve TAA testleri genel olarak daha düşük değerlere sahipken GF, PB ve W testleri

hemen hemen aynı güç değerlerine sahip olup oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Çizelge 4.15. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$, $\sigma_4^2=1$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.260	0.250	1.000	1.000
(-6,-3,0,3,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.900	0.890	1.000	1.000
(-9,-4.5,0,4.5,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-12,-6,0,6,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-15,-7.5,0,7.5,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-18,-9,0,9,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-21,-10.5,0,10.5,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-24,-12,0,12,24)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-27,-13.5,0,13.5,27)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000



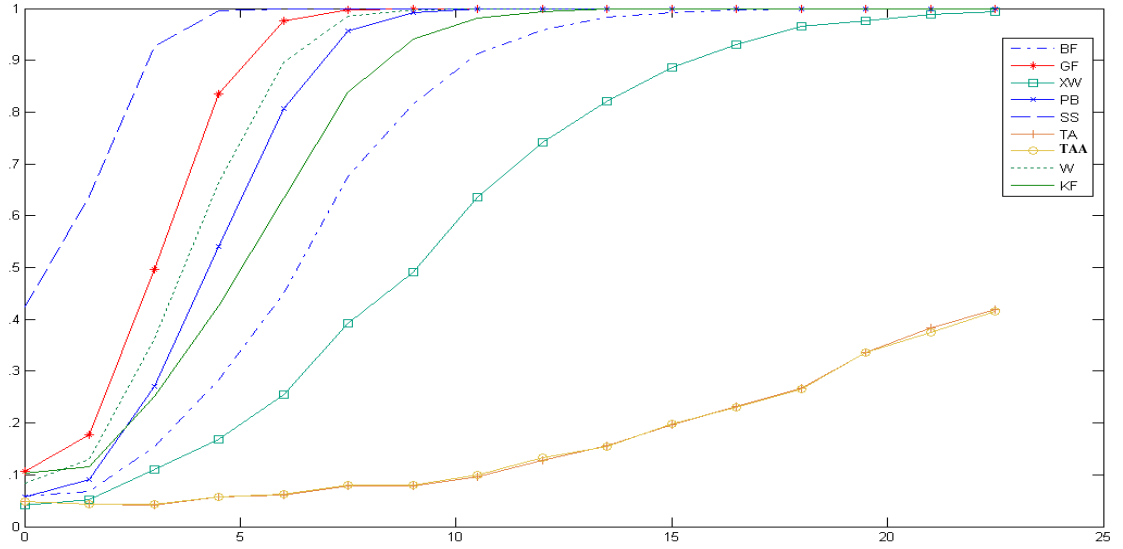
Şekil 4.11. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$, $\sigma_4^2=1$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Yığın sayısı arttığında ve varyansları homojen iken yani Çizelge 4.15 ve Şekil 4.11'i incelediğimizde TA ve TAA testleri hariç, diğer testlerin aynı sonuçlar verdiği

gözlenmiştir. TA ve TAA testleri ise örnek hacimlerinin küçük olmasından oldukça etkilenecek diğer testlere göre daha kötü sonuçlar vermişlerdir.

Çizelge 4.16. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	0.115	0.129	0.638	0.067	0.178	0.044	0.043	0.091	0.051
(-6,-3,0,3,6)	0.252	0.362	0.927	0.154	0.496	0.042	0.044	0.270	0.111
(-9,-4.5,0,4.5,9)	0.426	0.665	0.995	0.283	0.835	0.057	0.058	0.541	0.168
(-12,-6,0,6,12)	0.635	0.897	1.000	0.451	0.976	0.061	0.063	0.807	0.254
(-15,-7.5,0,7.5,15)	0.839	0.985	1.000	0.676	0.997	0.079	0.079	0.956	0.393
(-18,-9,0,9,18)	0.941	0.997	1.000	0.815	1.000	0.078	0.081	0.992	0.492
(-21,-10.5,0,10.5,21)	0.982	1.000	1.000	0.912	1.000	0.096	0.099	0.998	0.636
(-24,-12,0,12,24)	0.994	1.000	1.000	0.959	1.000	0.129	0.133	1.000	0.742
(-27,-13.5,0,13.5,27)	0.999	1.000	1.000	0.984	1.000	0.156	0.155	1.000	0.821
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	1.000	0.992	1.000	0.197	0.198	1.000	0.887
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	0.232	0.229	1.000	0.931
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	0.267	0.265	1.000	0.966
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.336	0.335	1.000	0.976
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.384	0.375	1.000	0.989



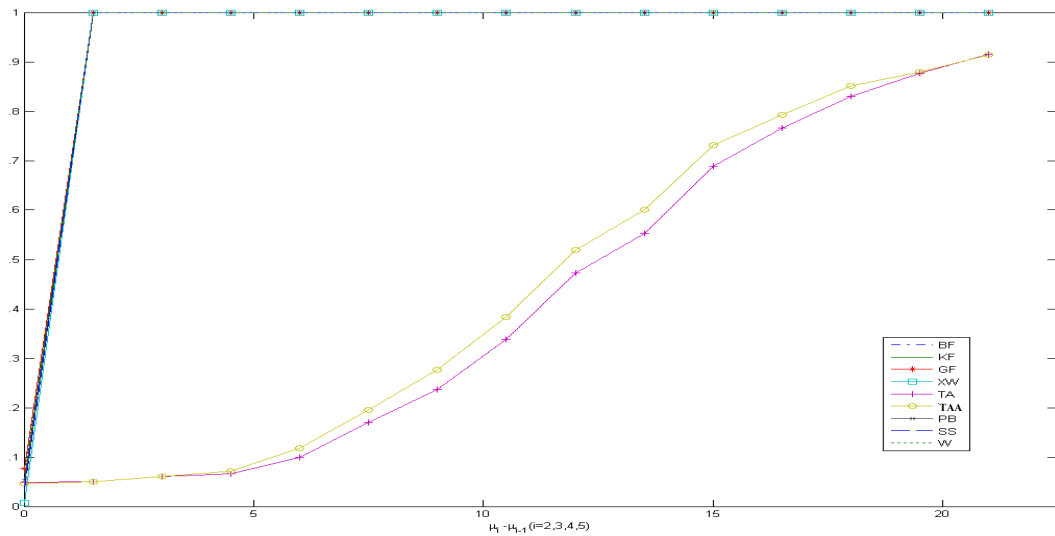
Şekil 4.12. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=4$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=4$, $n_5=4$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.16 ve Şekil 4.12'yi incelediğimizde örnek hacimlerinin eşit ve yığın varyanslarının heterojen olduğu durumundan tüm testlerin olumsuz yönde etkilenmiş

olduğu görülmektedir. KF ile GF testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha = 0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testlerin güç bakımından değerlendirilmesi yapılmamıştır. TA ve TAA testleri hemen hemen aynı güç değerlerine sahip olup diğer testlere göre daha kötü sonuçlar verirken W ve PB testlerinin ise genel olarak daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Çizelge 4.17. Nominal $\alpha = 0.05$, $k = 5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 4$, $n_3 = 5$, $n_4 = 6$, $n_5 = 7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.050	0.056	1.000	1.000
(-6,-3,0,3,6)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.061	0.063	1.000	1.000
(-9,-4.5,0,4.5,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.065	0.084	1.000	1.000
(-12,-6,0,6,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.099	0.154	1.000	1.000
(-15,-7.5,0,7.5,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.170	0.255	1.000	1.000
(-18,-9,0,9,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.237	0.392	1.000	1.000
(-21,-10.5,0,10.5,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.338	0.577	1.000	1.000
(-24,-12,0,12,24)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.473	0.717	1.000	1.000
(-27,-13.5,0,13.5,27)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.553	0.840	1.000	1.000
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.688	0.904	1.000	1.000
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.766	0.947	1.000	1.000
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.830	0.975	1.000	1.000
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.877	0.988	1.000	1.000
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.916	0.993	1.000	1.000

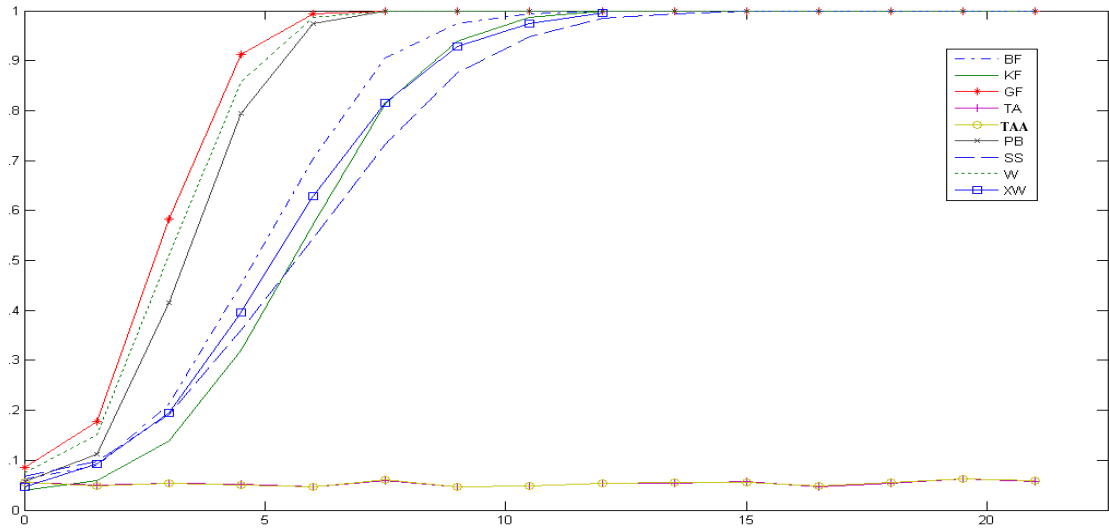


Şekil 4.13. Nominal $\alpha = 0.05$, $k = 5$, $n_1 = 3$, $n_2 = 4$, $n_3 = 5$, $n_4 = 6$, $n_5 = 7$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Yığın sayısı arttığında, örnek hacimleri farklı ve yığın varyansları homojen iken Çizelge 4.17 ve Şekil 4.13'ü incelediğimizde tüm testlerin genel olarak birbirine yakın sonuçlar vermiş olduğu görülmektedir. TA ve TAA testleri diğer testlere göre daha kötü sonuçlar vermişlerdir. Ayrıca bu testlerin örnek hacimleri eşit olduğu duruma göre karşılaştırıldığında da daha düşük güç değerleri verdiği de görülmektedir.

Çizelge 4.18. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	0.059	0.150	0.097	0.089	0.177	0.049	0.049	0.11	0.060
(-6,-3,0,3,6)	0.139	0.510	0.191	0.213	0.583	0.053	0.053	0.41	0.164
(-9,-4.5,0,4.5,9)	0.319	0.857	0.360	0.452	0.913	0.051	0.051	0.79	0.338
(-12,-6,0,6,12)	0.573	0.986	0.544	0.705	0.994	0.047	0.047	0.97	0.565
(-15,-7.5,0,7.5,15)	0.814	0.999	0.733	0.906	1.000	0.061	0.061	0.99	0.761
(-18,-9,0,9,18)	0.939	1.000	0.876	0.974	1.000	0.046	0.046	1.00	0.885
(-21,-10.5,0,10.5,21)	0.986	1.000	0.948	0.995	1.000	0.049	0.049	1.00	0.964
(-24,-12,0,12,24)	0.998	1.000	0.985	0.999	1.000	0.054	0.054	1.00	0.989
(-27,-13.5,0,13.5,27)	0.999	1.000	0.994	1.000	1.000	0.056	0.056	1.00	0.998
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000	0.056	0.056	1.00	1.000
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.049	0.049	1.00	1.000
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.055	0.055	1.00	1.000
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.062	0.062	1.00	1.000
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.058	0.058	1.00	1.000

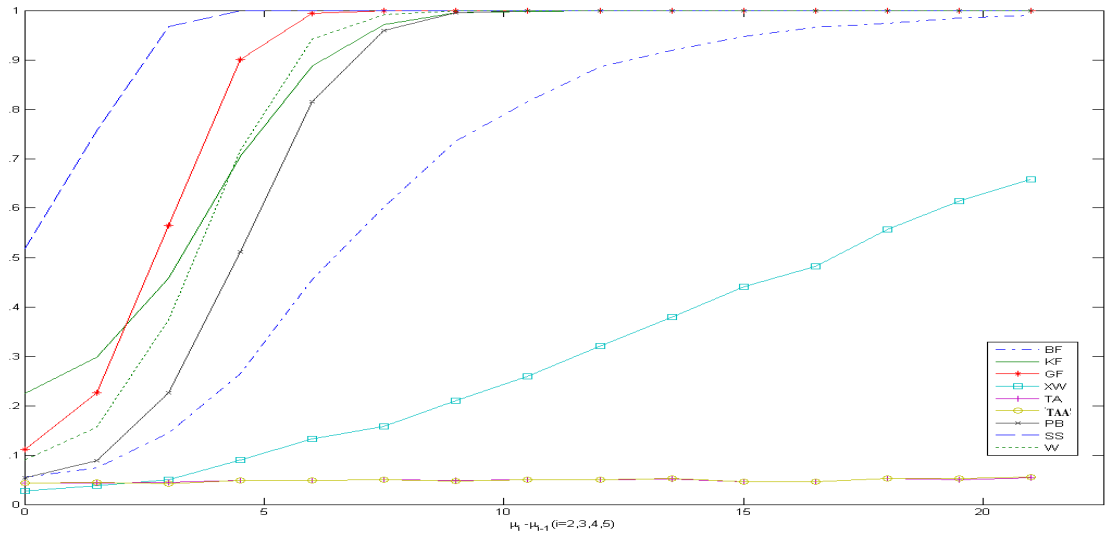


Şekil 4.14. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=9$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.18 ve Şekil 4.14'ü incelediğimizde yani örnek hacimleri ve yığın varyansları doğru orantılı olduğunda, TA ve TAA testlerinin güçlerinin oldukça düşük değerlere sahip olduğu görülmektedir. GF ve W testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığı gözlenmektedir. PB testi ise diğer testlere göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Çizelge 4.19. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2=18$, $\sigma_3^2=9, \sigma_4^2=4, \sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	0.298	0.156	0.757	0.074	0.226	0.045	0.045	0.089	0.038
(-6,-3,0,3,6)	0.458	0.375	0.968	0.145	0.565	0.042	0.042	0.226	0.049
(-9,-4.5,0,4.5,9)	0.705	0.716	0.999	0.264	0.900	0.048	0.048	0.511	0.089
(-12,-6,0,6,12)	0.888	0.942	1.000	0.456	0.994	0.049	0.049	0.815	0.133
(-15,-7.5,0,7.5,15)	0.972	0.991	1.000	0.602	1.000	0.051	0.051	0.960	0.158
(-18,-9,0,9,18)	0.995	1.000	1.000	0.736	1.000	0.048	0.048	0.996	0.211
(-21,-10.5,0,10.5,21)	0.998	1.000	1.000	0.815	1.000	0.049	0.049	0.999	0.260
(-24,-12,0,12,24)	1.000	1.000	1.000	0.887	1.000	0.050	0.050	1.000	0.321
(-27,-13.5,0,13.5,27)	1.000	1.000	1.000	0.920	1.000	0.053	0.053	1.000	0.379
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	1.000	0.947	1.000	0.046	0.046	1.000	0.441
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	0.967	1.000	0.046	0.046	1.000	0.482
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	0.974	1.000	0.053	0.053	1.000	0.557
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	0.985	1.000	0.052	0.052	1.000	0.614
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	0.991	1.000	0.056	0.056	1.000	0.659



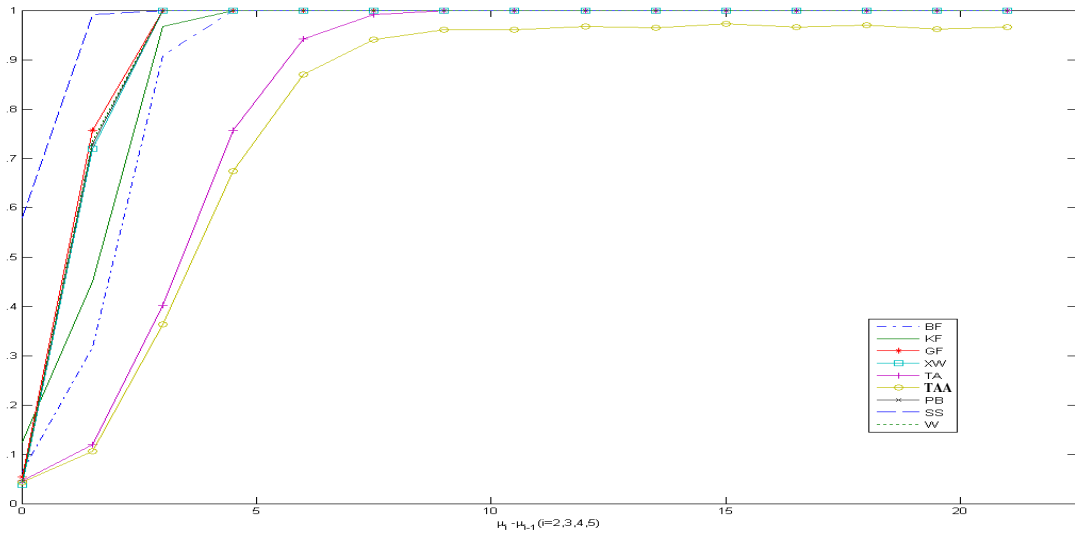
Şekil 4.15. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=3$, $n_2=4$, $n_3=5$, $n_4=6$, $n_5=7$ ve $\sigma_1^2=18$, $\sigma_2^2=13, \sigma_3^2=9, \sigma_4^2=4, \sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.19 ve Şekil 4.15'i incelediğimizde örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olması durumundan daha çok testin olumsuz yönde etkilendiği görülmektedir. SS, KF, GF ve W testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha = 0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testlerin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. Buna göre diğer testlerden TA ve TAA testleri oldukça düşük güç değerleri alırken PB testi daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlenmiştir. Ayrıca yığın ortalamaları arasındaki fark en az 8 iken PB testinin güç değerinin 0.90'a ulaştığı görülmektedir. XW testi ise yığın sayısının artışıyla etkilenerek $k=3$ yığın sayısında elde edilen sonuçlara göre daha kötü sonuçlar vermiş olduğu gözlenmiştir.

Örnek hacimleri ve yığın varyanslarının ters orantılı olması durumu genel olarak incelendiğinde, yığın sayısının daha az olduğu duruma göre yığın sayısı arttığında GF testinin deneysel I.tip hata oranı nominal $\alpha = 0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. Yığın sayısı arttığında tüm durumlar için PB testinin diğer testlere göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Çizelge 4.20. Nominal $\alpha = 0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2 = 1$, $\sigma_2^2 = 1$, $\sigma_3^2 = 1$, $\sigma_4^2 = 1$, $\sigma_5^2 = 1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	1.000	0.736	0.992	0.317	0.757	0.120	0.106	0.736	0.719
(-6,-3,0,3,6)	1.000	1.000	1.000	0.909	1.000	0.403	0.363	1.000	1.000
(-9,-4.5,0,4.5,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.757	0.674	1.000	1.000
(-12,-6,0,6,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.942	0.871	1.000	1.000
(-15,-7.5,0,7.5,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.992	0.941	1.000	1.000
(-18,-9,0,9,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.961	1.000	1.000
(-21,-10.5,0,10.5,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.961	1.000	1.000
(-24,-12,0,12,24)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.968	1.000	1.000
(-27,-13.5,0,13.5,27)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.965	1.000	1.000
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.973	1.000	1.000
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.967	1.000	1.000
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.970	1.000	1.000
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.962	1.000	1.000
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.967	1.000	1.000

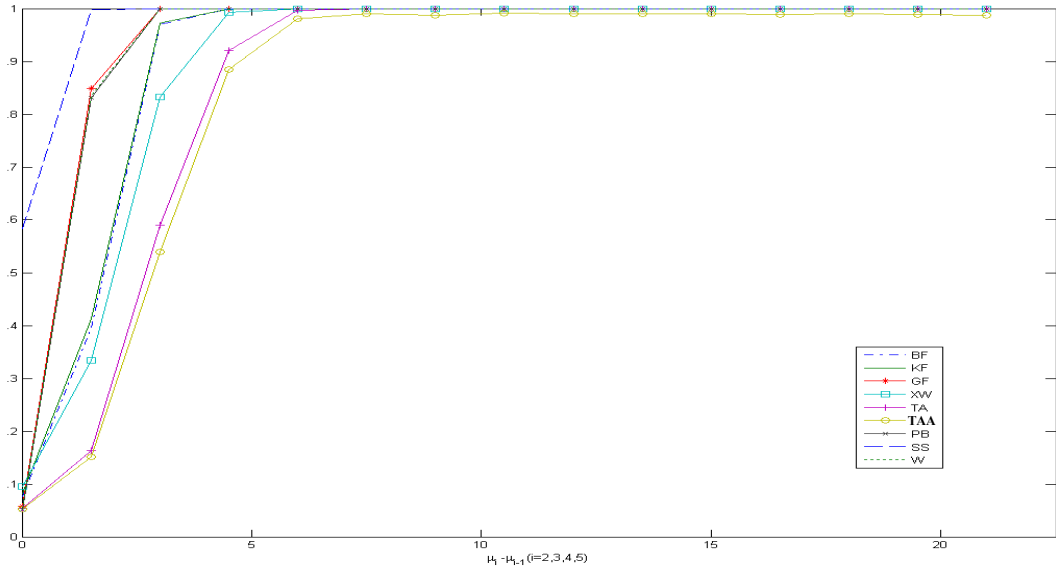


Şekil 4.16. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=1$, $\sigma_3^2=1$, $\sigma_4^2=1$, $\sigma_5^2=1$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.20 ve Şekil 4.16'yı incelediğimizde testlerin birbirinden farklılık gösterdiği gözlenmiştir. Ayrıca SS ve KF testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. GF, W ve XW testlerinin güç değerleri hemen hemen birbirlerine yakın olup diğer testlere göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Çizelge 4.21. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=20$, $n_2=23$, $n_3=26$, $n_4=29$, $n_5=32$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri

$(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)$	KF	W	SS	BF	GF	TA	TAA	PB	XW
(-3,-1.5,0,1.5,3)	0.270	0.801	0.994	0.352	0.793	0.171	0.159	0.077	0.349
(-6,-3,0,3,6)	0.907	1.000	1.000	0.949	1.000	0.598	0.543	1.000	0.874
(-9,-4.5,0,4.5,9)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.921	0.885	1.000	0.997
(-12,-6,0,6,12)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.991	0.984	1.000	1.000
(-15,-7.5,0,7.5,15)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000
(-18,-9,0,9,18)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000
(-21,-10.5,0,10.5,21)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000
(-24,-12,0,12,24)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000
(-27,-13.5,0,13.5,27)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000
(-30,-15,0,15,30)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000
(-33,-16.5,0,16.5,33)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	1.000
(-36,-18,0,18,36)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000
(-39,-19.5,0,19.5,39)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000
(-42,-21,0,21,42)	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000



Şekil 4.20. Nominal $\alpha=0.05$, $k=5$, $n_1=30$, $n_2=30$, $n_3=30$, $n_4=30$, $n_5=30$ ve $\sigma_1^2=1$, $\sigma_2^2=4$, $\sigma_3^2=8$, $\sigma_4^2=13$, $\sigma_5^2=18$ iken test istatistikleri için güç değerleri

Çizelge 4.24 ve Şekil 4.20'yi incelediğimizde ise örnek hacimleri eşit ve yığın varyansları farklı olduğunda GF, PB, W testleri genel olarak aynı güç değerlerine sahip olup diğer testlere göre daha iyi sonuçlar vermişlerdir. TA ve TAA testleri ise daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Testleri güç bakımından genel olarak değerlendirdiğimizde TA ve TAA testleri örnek hacimlerinin küçük ve özellikle farklı olmasından olumsuz yönde etkilenmiş olduğu görülmektedir. Bunların diğer testlere göre oldukça düşük güç değerlerine sahip olduğu gözlenmiştir. Örnek hacimleri büyük olduğunda daha iyi sonuçlar vermesine rağmen yine de diğer testlere göre bu testlerin oldukça düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. SS testinin genellikle deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından değerlendirmesi yapılmamıştır. Diğer testler ise birbirine genel olarak yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Tüm durumlar için özellikle GF, W ve PB testlerinin güç değerleri birbirine yakın olup yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

5. SONUÇLAR

Testleri deneysel I.tip hata oranları bakımından karşılaştırdığımızda genel olarak tüm durumları değerlendirdiğimizde KF, SS ve BF testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal α değerinden oldukça uzaklaştığı görülmektedir. XW testi için bu oranın, örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumda nominal α değerine yaklaşırken doğru orantılı olduğu durumda uzaklaştığı görülmektedir. W ve GF testleri her iki ilişki durumunda da örnek hacimleri küçükken nominal α değerinden uzaklaşırken örnek hacimlerinin artmasından etkilenecek bu değere daha yakın deneysel I.tip hata oranları vermiş olduğu görülmektedir. PB testi için bu oran doğru orantılı olduğu durumda örnek hacimlerinin her durumunda nominal α değerine oldukça yaklaşırken ters orantılı durumunda örnek hacimleri arttığında nominal α değerine yaklaştığı görülmektedir. TA ve TAA testleri ise her iki ilişki durumunda örnek hacimleri küçük olduğunda bile diğer testlere göre oldukça tutarlı ve nominal α değerine daha yakın deneysel I.tip hata oranları vermiş olduğu gözlenmiştir. Hangi testin daha iyi olduğunu anlamak için sadece deneysel I.tip hata oranlarına değil aynı zamanda güç değerlerine de bakılması gerekir.

Yığın varyansları homojenlik varsayımını sağladığında örnek hacimleri hem eşit hem de farklıken KF testinin güç değerleri oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Dolayısıyla diğer testler içinde hem kullanım kolaylığı hem de iyi sonuç vermesi nedeniyle KF testinin tercih edilmesi uygun olur. Yığın varyansları heterojen olduğunda örnek hacimleri küçükken KF testinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorumlarda bu testin güç bakımından karşılaştırılması yapılmamıştır. Örnek hacimleri arttığında ise KF testinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0.05$ değerine daha yakın sonuçlar vermesine rağmen diğer testlere göre daha düşük güç değerleri vermiştir.

Genel olarak değerlendirdiğimizde örnek hacimlerinin küçük olması tüm testlerin özellikle TA ve TAA testlerinin güç değerlerini düşürmüştür. Örnek hacimleri arttığında beklenildiği gibi testlerin güç değerleri artmaktadır. Diğer bir ifadeyle

yığından daha büyük hacimli örnek almanın heterojenliğin etkisini azalttığı söylenebilir. Öyleki yığın ortalamaları arasındaki fark çok az olduğunda bile testlerin güç değerleri 0.90 civarına yaklaştığı görülmektedir.

Yığın varyansları homojen olduğunda örnek hacimleri hem küçük hem de büyük olduğunda genel olarak testlerin güç değerleri birbirine oldukça yakın olup yüksek değerlere sahiptirler. Fakat heterojenlik arttığında özellikle örnek hacimleri ve yığın varyansları arasındaki ilişkinin doğru ve ters orantılı olması durumunda testler birbirinden oldukça farklılıklar göstermektedirler. Yığın sayısının ise güç bakımından testleri genel olarak çok fazla etkilemediği görülmektedir. Fakat örnek hacimleri küçük olduğunda yığın sayısının büyük olması testleri birbirinden oldukça ayırmaktadır.

Testleri güç bakımından tüm durumlar altında incelediğimizde, genellikle SS ve KF testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal α değerinden oldukça uzak olduğu için değerlendirmeye alınmamıştır. TA ve TAA testlerinin güç değerleri ise örnek hacimleri küçük yada büyük olsa bile diğer testlere göre daha düşük sonuçlar vermiş olduğu gözlenmiştir. PB, W ve özellikle GF testleri genel olarak diğer testlere göre daha yüksek güç değerlerine sahiptirler. Bu testlerden GF testi yığın sayısı 3 olduğunda PB testi de yığın sayısı arttığında daha ön plana çıkmaktadır. Ayrıca bu testlerin yanı sıra örnek hacimleri ile yığın varyanslarının ters ilişkili olduğu durumda özellikle örnek hacmi arttığında XW testi de güç bakımından diğer testlere göre oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğunu söylemek mümkündür.

KAYNAKLAR

Argaç, D., “Testing for homogeneity in a general one-way classification with fixed effects: power simulations and comparative study”, *Computational Statistics and Data Analysis*, 44:603-612 (2004).

Bishop, T.A., “Heteroscedastic ANOVA, MANOVA and multiple comparasion”, Unpublished Ph.D. thesis, *The Ohio State University*, 1-50 (1976).

Bishop, T.A. and Dudewicz, E.J., “Excat analysis of variance with unequal variances: test procedures and tables”, *Technometrics*, 20: 419-430 (1978).

Bishop, T.A. and Dudewicz, E.J., “Heteroscedastic ANOVA”, *Sankhya*, 43B:40-57 (1981).

Box, G.E.P., “Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems”, *Annals of Mathematical Statistics*, 25: 290-302 (1995).

Brown, M.B., Forsythe, A.B., “The small sample behavior of some statistics which test the equality of several means”, *Technometrics*, 16: 129-132 (1974).

Chen, H.J. and Lam, K., “Single-stage interval estimation of the largest normal mean under heteroscedasticity”, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 18(10):3703-3718 (1989).

Chen, S. ve Chen, J.H., “Single-Stage Analysis of Variance Under Heteroscedasticity”, *Communications in Statistics Simulations*, 27(3): 641-666 (1998).

Chen, S., “One stage and two stage statistical inference under heteroscedasticity”, *Communications in Statistics Simulations*, 30(4): 991-1009 (2001).

Dudewicz, E.J. and Dalal, S.R., “Allocation of observation in ranking and selection with unequal variances”, *Sankhya*, 37B:28-78 (1975).

Gamage, J. ve Weerahandi, S., “Size performance of some tests in one-way ANOVA”, *Communications in Statistics Simulations*, 27(3):625-640 (1998).

Gamage, J., Mathew, T., Weerahandi, S., “Genarilized p-values and genaralized confidence regions for the multivariate Behrens-Fisher problem and MANOVA”, *J. Multivariate Anal.*, 88:177-189 (2004).

Gamgam, H., “Parametrik olmayan istatiksel teknikler”, *Gazi Üniversitesi*, Ankara, 289:195-209 (1989).

Gerami, A., Zahedian, A., "Comparing the means of normal populations with unequal variances", *Proceedings of the 53rd Session of Intenational Statistical Institute*, Seoul, Korea, 13-16 (2001).

Hartung, J., Argaç, D., Makambi, K.H., "Small sample properties of tests on homogeneity in one-way ANOVA and meta analysis", *Statist. Papers*, 43:197-235 (2002).

Krishnamoorthy, K., Mathew, T., "Inferences on the means of lognormal distrubutions using generalized p-values and generalized confidince intervals", *J. Statist. Plann. Inference*, 115:103-121 (2003).

Krishnamoorthy, K., Lu, F., Thomas, M., "A parametric boostrap approach for ANOVA with unequal variances: fixed and random models", *Computational Statistics and Data Analysis*, 51:5731-5742 (2006).

Krutchkoff, R.G., "One-way fixed effects analysis of variance when the error variances may be unequal", *J. Statist. Comput. Simulation*, 30:259-271 (1988).

Lam, K., "Subset selection of normal populations under heteroscedasticity", *American Sciences Press*, Sydney, Australia, 307-311 (1992).

Lee, S., Ahn, C.H., "Modified ANOVA for unequal variances", *Communications in Statistics Simulations*, 32:987-1004 (2003).

Lee, S.M.N., "Optimal choice between parametric and nonparametric bootstrap estimates", *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 115:335-363 (1994).

Mathew, T., Webb, D.W., "Generalized p values and confidence intervals for variance compenents: Applications to army test and evaluation", *Technometrics*, 47:312-322 (2005).

Moore, D.S., "The basic practice of statistics", *W.H. Freeman*, New York, 30-78 (2003).

Moser, B.K., Stevens, G.R., Watts, C.L., "The two sample t test versus the Satterhwaite's approximate F test", *Communications in Statistics Theory and Methods*, 18:3963-3975 (1989).

Öksüz, E., "Dağılıkların eşitliği için yüzdelik testi ve diğer testlerle karşılaştırılması", Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 1-5 (2007).

Reed, J.F., Stark, D.B., "Robust analysis of variances: a simulation study", *Journal of Applied Statistics*, 22:87-104 (1995).

Rice W.R., Gaines, S.D., "One way analysis of variances with unequal variances", *In:Proceedings of National Academy of Science*, 8183-8184 (1989).

Scheffe, H., "The Analysis of Variance", **Wiley**, New York, 30-80 (1959).

Scott, A.J. ve Smith, T.M.F., "Interval Estimates for Linear Combinations of Means", **Applied Statistics**, 20(3):276-285 (1971).

Tsui, K. and Weerahandi, S., "Generalized p-Values in Significance Testing of Hypotheses in the Presence of Nuisance Parametres", **Journal of the American Statistical Association**, 84:602-607 (1989).

Weerahandi, S., "ANOVA under unequal error variances", **Biometrika**, 38:330-336 (1995a).

Weerahandi, S., "Testing variance compenents in mixed models with generalized p values", **J. Amer. Statist. Assoc.**, 86:151-153 (1991).

Weerahandi, S., and Johnson, R. A., "Testing reliability in a stress-strength model when X and Y are normally distributed", **Technometrics**, 34:83-91 (1992).

Weerahandi, S., "Exact statistical method for data analysis", **Springer-Verlag**, New York, 2-50 (1995).

Weerahandi, S., "Generalized inference in repeated measures: Exact methods in MANOVA and mixed models", **Wiley**, New York, 1-60 (2004).

Welch, B.L., "The generalization of student's problem when several different population variances are involved", **Biometrika**, 34:28-35 (1947).

Welch, B.L., "On the comparison of several mean values: An alternative approach", **Biometrika**, 38:330-336 (1951).

Wen, M.J. and Chen, H.J., "Single-stage multiple comparison procedures under heteroscedasticity", **American Journal of Mathematical and Management Sciences**, 14:1-48 (1994).

Xu, L. ve Wang, S. "A new generalized p-value for ANOVA under heteroscedasticity", **Statistics and Probability Letters**, 78:963-969 (2007a).

Xu, L. ve Wang, S., "A new generalized p-value and its upper bound for ANOVA under unequal erros variances", **Communications in Statistics Theory and Methods**, 37:1002-1010 (2007b).

Zhou, L., Mathew, T., "Some tests for variance compenents using generalized p values", **Techonometrics**, 36:394-402 (1994).

KAYNAKLAR

Argaç, D., “Testing for homogeneity in a general one-way classification with fixed effects: power simulations and comparative study”, *Computational Statistics and Data Analysis*, 44:603-612 (2004).

Bishop, T.A., “Heteroscedastic ANOVA, MANOVA and multiple comparasion”, Unpublished Ph.D. thesis, *The Ohio State University*, 1-50 (1976).

Bishop, T.A. and Dudewicz, E.J., “Excata analysis of variance with unequal variances: test procedures and tables”, *Technometrics*, 20: 419-430 (1978).

Bishop, T.A. and Dudewicz, E.J., “Heteroscedastic ANOVA”, *Sankhya*, 43B:40-57 (1981).

Box, G.E.P., “Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems”, *Annals of Mathematical Statistics*, 25: 290-302 (1995).

Brown, M.B., Forsythe, A.B., “The small sample behavior of some statistics which test the equality of several means”, *Technometrics*, 16: 129-132 (1974).

Chen, H.J. and Lam, K., “Single-stage interval estimation of the largest normal mean under heteroscedasticity”, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 18(10):3703-3718 (1989).

Chen, S. ve Chen, J.H., “Single-Stage Analysis of Variance Under Heteroscedasticity”, *Communications in Statistics Simulations*, 27(3): 641-666 (1998).

Chen, S., “One stage and two stage statistical inference under heteroscedasticity”, *Communications in Statistics Simulations*, 30(4): 991-1009 (2001).

Dudewicz, E.J. and Dalal, S.R., “Allocation of observation in ranking and selection with unequal variances”, *Sankhya*, 37B:28-78 (1975).

Gamage, J. ve Weerahandi, S., “Size performance of some tests in one-way ANOVA”, *Communications in Statistics Simulations*, 27(3):625-640 (1998).

Gamage, J., Mathew, T., Weerahandi, S., “Generalized p-values and generalized confidence regions for the multivariate Behrens-Fisher problem and MANOVA”, *J. Multivariate Anal.*, 88:177-189 (2004).

Gamgam, H., “Parametrik olmayan istatistiksel teknikler”, *Gazi Üniversitesi*, Ankara, 289:195-209 (1989).

Gerami, A., Zahedian, A., "Comparing the means of normal populations with unequal variances", *Proceedings of the 53rd Session of Intenational Statistical Institute*, Seoul, Korea, 13-16 (2001).

Hartung, J., Argaç, D., Makambi, K.H., "Small sample properties of tests on homogeneity in one-way ANOVA and meta analysis", *Statist. Papers*, 43:197-235 (2002).

Krishnamoorthy, K., Mathew, T., "Inferences on the means of lognormal distrubutions using generalized p-values and generalized confidince intervals", *J. Statist. Plann. Inference*, 115:103-121 (2003).

Krishnamoorthy, K., Lu, F., Thomas, M., "A parametric boostrap approach for ANOVA with unequal variances: fixed and random models", *Computational Statistics and Data Analysis*, 51:5731-5742 (2006).

Krutchkoff, R.G., "One-way fixed effects analysis of variance when the error variances may be unequal", *J. Statist. Comput. Simulation*, 30:259-271 (1988).

Lam, K., "Subset selection of normal populations under heteroscedasticity", *American Sciences Press*, Sydney, Australia, 307-311 (1992).

Lee, S., Ahn, C.H., "Modified ANOVA for unequal variances", *Communications in Statistics Simulations*, 32:987-1004 (2003).

Lee, S.M.N., "Optimal choice between parametric and nonparametric bootstrap estimates", *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 115:335-363 (1994).

Mathew, T., Webb, D.W., "Generalized p values and confidence intervals for variance compenents: Applications to army test and evaluation", *Technometrics*, 47:312-322 (2005).

Moore, D.S., "The basic practice of statistics", *W.H. Freeman*, New York, 30-78 (2003).

Moser, B.K., Stevens, G.R., Watts, C.L., "The two sample t test versus the Satterhwaite's approximate F test", *Communications in Statistics Theory and Methods*, 18:3963-3975 (1989).

Öksüz, E., "Dağılıkların eşitliği için yüzdelik testi ve diğer testlerle karşılaştırılması", Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 1-5 (2007).

Reed, J.F., Stark, D.B., "Robust analysis of variances: a simulation study", *Journal of Applied Statistics*, 22:87-104 (1995).

Rice W.R., Gaines, S.D., "One way analysis of variances with unequal variances", *In:Proceedings of National Academy of Science*, 8183-8184 (1989).

Scheffe, H., "The Analysis of Variance", **Wiley**, New York, 30-80 (1959).

Scott, A.J. ve Smith, T.M.F., "Interval Estimates for Linear Combinations of Means", **Applied Statistics**, 20(3):276-285 (1971).

Tsui, K. and Weerahandi, S., "Generalized p-Values in Significance Testing of Hypotheses in the Presence of Nuisance Parametres", **Journal of the American Statistical Association**, 84:602-607 (1989).

Weerahandi, S., "ANOVA under unequal error variances", **Biometrika**, 38:330-336 (1995a).

Weerahandi, S., "Testing variance compenents in mixed models with generalized p values", **J. Amer. Statist. Assoc.**, 86:151-153 (1991).

Weerahandi, S., and Johnson, R. A., "Testing reliability in a stress-strength model when X and Y are normally distributed", **Technometrics**, 34:83-91 (1992).

Weerahandi, S., "Exact statistical method for data analysis", **Springer-Verlag**, New York, 2-50 (1995).

Weerahandi, S., "Generalized inference in repeated measures: Exact methods in MANOVA and mixed models", **Wiley**, New York, 1-60 (2004).

Welch, B.L., "The generalization of student's problem when several different population variances are involved", **Biometrika**, 34:28-35 (1947).

Welch, B.L., "On the comparison of several mean values: An alternative approach", **Biometrika**, 38:330-336 (1951).

Wen, M.J. and Chen, H.J., "Single-stage multiple comparison procedures under heteroscedasticity", **American Journal of Mathematical and Management Sciences**, 14:1-48 (1994).

Xu, L. ve Wang, S. "A new generalized p-value for ANOVA under heteroscedasticity", **Statistics and Probability Letters**, 78:963-969 (2007a).

Xu, L. ve Wang, S., "A new generalized p-value and its upper bound for ANOVA under unequal erros variances", **Communications in Statistics Theory and Methods**, 37:1002-1010 (2007b).

Zhou, L., Mathew, T., "Some tests for variance compenents using generalized p values", **Techonometrics**, 36:394-402 (1994).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : YİĞİT, Esra
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 14.09.1981, Bursa
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0(312) 2021482
 e-mail : eyigit@gazi.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Ondokuz Mayıs Üni. /İstatistik Böl.	2007
Lisans	Ondokuz Mayıs Üni. /İstatistik Böl.	2003
Lise	Gemlik Anadolu Meslek Lisesi / Hazır GiyimBöl.	1999

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2005-2007	Ondokuz Mayıs Üni. / İstatistik Böl.	Araştırma Görevlisi
2007-	Gazi Üni./ İstatistik Böl.	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

Gamgam, H., Yiğit, E. “Gruplandırılmış Verilerin Üstel Dağılıma Uyumunun Ağırlıklandırılmış Kolmogrov-Smirnov Testlerinin Olabilirlik Oranı, Ki-Kare Testiyle Karşılaştırılması”, TÜİK İstatistik Araştırma Dergisi, 2008 (Baskıda).

Tebliğler

Kardiyen, F., Duran, A. E., Yiğit, E. “A Monte Carlo Comprasion of Likelihood Based Constructive Heteroscedasticity Tests for the Market Model, 9. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 9 Eylül Ün., Kuşadası, Turkey, 2008

Hobiler

Tenis, Sinema, Yüzme