

**BASİT SIRA VARSAYIMI ALTINDA ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA
YÖNTEMLERİ VE UYGULAMASI**

Sümeyye ÇINAR

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ŞUBAT 2007
ANKARA**

**BASİT SIRA VARSAYIMI ALTINDA ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA
YÖNTEMLERİ VE UYGULAMASI**

Sümeyye ÇINAR

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ŞUBAT 2007
ANKARA**

Sümeyye ÇINAR tarafından hazırlanan BASİT SIRA VARSAYIMI ALTINDA ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA YÖNTEMLERİ VE UYGULAMASI adlı bu tezin yüksek lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Jale BALİBEYOĞLU

Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Hülya BAYRAK

Üye : Yrd. Doç. Dr. Jale BALİBEYOĞLU

Üye : Prof. Dr. Fikri ÖZTÜRK

Üye : Yrd. Doç. Dr. Emel BAŞAR

Üye : Yrd. Doç. Dr. Necila GÜNDÜZ TEKİN

Tarih : 01/02/2007

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Sümeyye ÇINAR

**BASİT SIRA VARSAYIMI ALTINDA ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA
YÖNTEMLERİ VE UYGULAMASI**

(Yüksek Lisans Tezi)

Sümeyye ÇINAR

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Şubat 2007

ÖZET

Basit sıra alternatifli hipotezler, ortalamaları büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe sıralanması şeklinde tanımlanmaktadır. Bu sıra varsayımı altında ilk istatistiksel çalışmalar 1900'li yıllara dayanmaktadır ve günümüze kadar birçok ilerleme kaydedilmiştir. Bu çalışmanın amacı bahsedilen basit sıra varsayımı altında kullanılan yöntemlerden bazılarını irdelemektir. Bu amaçla, dört yöntem seçilerek, gerçek veri seti ile analizler yapılmıştır. Bu analizler sonucunda yokluk hipotezi reddedilebilmiş ve verilerin geldikleri yığın ortalamalarının basit sıraya uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Bilim Kodu : 205.1.066
Anahtar Kelimeler : Çoklu karşılaştırmalar, H yöntemi, Protected t-test
Sayfa Adedi : 68
Tez Yöneticisi : Yrd. Doç. Dr. Jale BALİBEYOĞLU

**MULTIPLE COMPARISONS PROCEDURES AND EXAMPLES UNDER
SIMPLE ORDER ASSUMPTION**

(M.Sc. Thesis)

Sümeyye ÇINAR

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

February 2007

ABSTRACT

Simple ordered alternative hypotheses are defined as whose means are ordered from the biggest to the smallest and vice versa. Under this simple order assumption, the first statistical studies date back to 1900s. Since then there have been lots of developments. The aim of this work is to examine some of the methods used under simple order assumption. For this purpose, the analyses were made using the real-world data set by choosing four methods. As a result, the null hypothesis was rejected and it was concluded that the population means which the data came from was suitable for simple order.

Science Code : 205.1.066
Key Words : Multiple comparisons, Prosedur H, Protected t-test
Page Number : 68
Adviser : Asst. Prof. Dr. Jale BALİBEYOĞLU

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Yrd. Doç. Dr. Jale BALİBEYOĞLU'na ve yüksek lisans tezinin verilerini kullandığım arkadaşım Ayten Eroğlu'na teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
1. GİRİŞ	1
2. VARYANS ANALİZİ	3
2.1. Tek Yönlü Varyans Analizi	3
3. ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA YÖNTEMLERİ.....	7
4. BASİT SIRA VARSAYIMI ALTINDA KULLANILAN YÖNTEMLER.....	9
4.1. H Yöntemi	10
4.2. M Yöntemi.....	15
4.3. R Yöntemi.....	18
4.4. T Yöntemi.....	21
5. UYGULAMA.....	27
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	33
KAYNAKLAR.....	40
EKLER.....	42
EK-1 Teorem 1	43
EK-2 Teorem 2	44
EK-3 Teorem 3	45
EK-4 Teorem 4	46
EK-5 $\alpha = 0,05$ iken $h_{\alpha,k,v}$ değerleri	47

Sayfa

EK-6 $\alpha = 0.01$ iken $h_{\alpha,k,v}$ değerleri	48
EK-7 $\alpha = 0.05$ iken $q_{\alpha,k,v}$ değerleri	49
EK-8 $\alpha = 0.01$ iken $q_{\alpha,k,v}$ değerleri	50
EK-9 Student's t tablosu	51
EK-10 $\alpha = 0,05$ iken $S_{01}(v)$ değerleri	52
EK-11 $\alpha = 0,01$ iken $S_{01}(v)$ değerleri	53
EK-12 Veri seti	54
EK-13 Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı veeşanlı güven aralıklarını hesaplayan program	56
ÖZGEÇMİŞ	68

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Tek yönlü varyans analizi için veri düzeni.....	4
Çizelge 2.2. Tek yönlü varyans analizi çözümlemesi.....	5
Çizelge 5.1. Varyans analizi çözümlemesi sonuçları.....	27
Çizelge 5.2. Hesaplanan F değeri.....	28
Çizelge 5.3. İkili karşılaştırmalar için gerçekleştirilen testlerin hesaplanan değerleri ve sonuç tablosu.....	29
Çizelge 6.1. H Yöntemi için eşanlı tek taraflı güven aralıkları.....	35
Çizelge 6.2. Karşılaştırma başına hata oranları.....	36
Çizelge 6.3. H Yöntemi için art arda ikili karşılaştırma sonuçlarının gösterimi....	37

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
$A\nu$	Ortalama veya ağırlıklı ortalama
$\overline{E}_{01}^2$	Alternatif sıralı ve bilinmeyen varyanslı homojenliğin testi için olabilirlik oran testi istatistiği
$\overline{E}_{01}^2(\nu)$	ν serbestlik dereceli σ^2 'nin bir bağımsız tahmin edicisi için $\overline{E}_{01}^2$ 'in genelleştirilmesi
$\overline{E}_{12}^2$	Bilinmeyen varyanslı, sıralı yokluk hipotezinin testi için olabilirlik oran testi istatistiği
$\overline{E}_{12}^2(\nu)$	ν serbestlik dereceli σ^2 'nin bir bağımsız tahmin edicisi için $\overline{E}_{12}^2$ 'in genelleştirilmesi.
g^*	g 'nin eşaralıklı regresyonu.
$\wedge$	Olabilirlik oranı
$\hat{\mu}$	Homojenlik varsayımı altında aritmetik ortalamanın tahmin edicisi.
μ^*	Eşaralıklı sınırlama koşulu altında ortalama vektörünün tahmin edicisi
S_{01}	$\overline{E}_{01}^2$ 'nin azalmayan fonksiyonu

Simge	Açıklama
$S_{01}(v)$	$\overline{E}_{01}^2(v)$ 'nin azalmayan fonksiyonu
S_{12}	$\overline{E}_{12}^2$ 'nin azalmayan fonksiyonu
$S_{12}(v)$	$\overline{E}_{12}^2(v)$ 'nin azalmayan fonksiyonu
χ_{01}^{-2}	Alternatif sıralı ve bilinen varyanslı ortalamaların homojenlik testi için olabilirlik oran testi istatistiği
χ_{12}^{-2}	Bilinen varyanslı sıra sınırlamalı yokluk hipotezinin testi için olabilirlik oran testi istatistiği
$\prec$	X üzerindeki sözde sıralama
Kısaltmalar	Açıklama
LRT	Olabilirlik oran testi
MLE	En çok olabilirlik tahmin edicisi
OSRT	Tek taraflı studentized aralık testi

1.GİRİŞ

Bilindiği gibi yığın ortalamaları arasında fark olup olmadığını test etmek için varyans analizi tekniği kullanılır. Yapılan analiz sonucunda H_0 hipotezinin reddedilmesi halinde en az iki yığın ortalamasının birbirinden farklı yığınlardan geldiği sonucuna varılır. Ancak bazı çalışmalar için bu sonuç yeterli değildir. Bu çalışmalara örnek olarak, klinik denemeler ya da çevresel zehirlenme araştırmaları gösterilebilir. Örneğin, herhangi bir ilacın farklı doz seviyelerinin düşük kan basıncı üzerine etkisinin araştırılması ve bu sonuçlara göre bir tedavi şeklinin belirlenmesi istenebilir. Bu ve buna benzer çalışmalarda yığın ortalamalarının farklılığı sezgisel olarak bilinmekle beraber, burada amaç bu yığın ortalamalarının küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe sıralanması durumu üzerine bir bilgi sahibi olmaktır.

Bu gibi durumlar için, yani basit sıralı ortalamalardaki farklılıkları bulmak amacıyla birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları şöyledir: Hayter, örnek çaplarının eşit olduğu varsayımı altında H yöntemine ilişkin kritik değerleri ve eşanlı tek yönlü güven aralıklarını elde etmiştir [1]. Lui, Lee ve Peng, örnek çapları eşit ve örnek çaplarının eşit olmadığı durumlarda gerçek veri seti üzerinde max-min tekniğine dayalı olan M yöntemi için eşanlı güven aralıklarını oluşturmuşlardır [2]. Kruiki, Shimodaira ve Hayter; T yöntemi ve kritik değerlerini oluşturarak eşit örnek çapları için gerçek veri seti üzerinde uygulama yapmıştır [3]. Nashimoto ve Wright örnek çaplarının eşit olduğu varsayımı altında, simülasyon yoluyla H, M, L, R, R', T, T' çoklu karşılaştırma test yöntemleri için güçleri ve deney hata oranlarını hesaplamışlar ve ayrıca hangi yöntemin hangi şartlar altında kullanılmasının uygun olacağı hakkında tavsiyelerde bulunmuşlardır [4]. Nashimoto ve Wright eşit olmayan örnek çapları için, simülasyon yoluyla H, T, Y, H', T', Y' yöntemleri için güçleri ve deney hata oranlarını hesaplamışlardır [5].

Bu yöntemler ortalamalar arasında fark olması durumunda kullanılmaktadır. Bu farklılığın bulunmasında varyans analizi tekniğinden yararlanılmaktadır. Bu tekniğin ayrıntıları ikinci bölümde verilmektedir.

Varyans analizi ile üzerinde çalışılan ortalamalar arasındaki farklılığın bulunması, hangi ortalamalar arasında farklılığın olduğu sorusunu ortaya çıkarmaktadır. Bu gibi durumlarda sorunun cevabı için çoklu karşılaştırma yöntemlerinden yararlanmak gerekmektedir. Üçüncü bölümde bu yöntemlerden kısaca bahsedilmektedir.

Dördüncü bölümde ise, basit sıra varsayımı altında ortalamaların karşılaştırılması için yöntemlerden bazıları örnek çaplarının eşit olmadığı durumlarda incelenmektedir. Bu çalışmada ele alınan yöntemler; 1990 yılında Hayter tarafından önerilen *H yöntemi*, 2002’de Lui, Lee ve Peng’in geliştirdiği max–min tekniği kullanılarak oluşturulan, *H* yönteminin geliştirilmiş hali olan *M yöntemi*, Nashimoto ve Wright’ın (2005a) önerdiği *R yöntemi* ve son olarak, olabilirlik oran prensibi üzerine kurulmuş $\overline{E}^2$ testi ve *t* testi olarak iki aşamadan oluşan ve *protected t-test* diye de bilinen *T yöntemi*’dir.

Beşinci bölümde, gerçek bir veri seti üzerinde bu yöntemler uygulanmaktadır. Ayrıca, *H yöntemi* için tek yanlı eşanlı güven aralıkları, *M yöntemi* için çift yanlı güven aralıkları ve her yöntem için karşılaştırma başına hata oranları (error rate per comparision) hesaplanmıştır.

Altıncı bölümde, yapılan uygulamanın sonuçları özetlenmektedir. Ayrıca, Nashimoto ve Wright’ın (2005a) simülasyon yaparak ulaştıkları sonuçlar ile uygulama sonuçları karşılaştırılmaktadır.

2.VARYANS ANALİZİ

İkiden fazla yığın ortalamalarının aynı anda karşılaştırılması için kullanılan tekniğe varyans analizi denir [6]. Bu analizin amacı toplam varyansı, gruplar içi ve gruplar arası varyanslara ayrıştırarak, gruplar arası varyansın gruplar içi varyanstan önemli derecede büyük olup olmadığını tespit etmektir. Varyans Analizi tekniğinde gruplardan yalnızca birinin diğerlerinden farklı olması durumunda bile, hipotezi reddetmeye yetecek büyüklükteki F değeri elde edilebilir. Bu tekniğin kullanılabilmesi bazı varsayımları gerektirmektedir. Bu varsayımlardan birincisi her yığında bağımlı değişkenin dağılımı Normal Dağılım olmalıdır. İkincisi, homojen varyans varsayımı, yani grupların varyansının aynı olmasıdır. Ayrıca ilgili bağımlı değişkenin eşit aralıklı ya da oranlama ölçme düzeyinde ölçülmüş olması gerekir.

Varyans Analizi “Tek Yönlü Varyans Analizi” ve “Çok Yönlü Varyans Analizi” olmak üzere iki ana başlık altında toplanabilir. Bu çalışmada Tek Yönlü Varyans Analizi tekniğinden yararlanıldığından sadece bu ana başlık açıklanmıştır.

2.1. Tek Yönlü Varyans Analizi

Bağımsız değişken olarak tek bir değişkenin alınmış olduğu duruma tek yönlü varyans analizi denir. Bağımlı değişken bu tek grup tarafından açıklanmaya çalışılır. Burada amaç yığından alınan örneklemelere dayanarak yığınlar hakkında bilgi edinmektir.

Bağımlı değişkeni açıklamada kullanılacak grup seviyesi k , her bir grup seviyesinde de n_i ($i=1,...,k$) tane ölçüm yapılmış olduğunu varsayalım. Bu durum için veri düzeni Çizelge 2.1’de gösterilmektedir.

Çizelge 2.1. Tek yönlü varyans analizi için veri düzeni

Grup							
	1	2	3	...	i	...	k
	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}		Y_{i1}		Y_{k1}
	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}		Y_{i2}		Y_{k2}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
	Y_{1j}	Y_{2j}	Y_{3j}		Y_{ij}		Y_{kj}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
	Y_{1n_1}	Y_{2n_2}	Y_{3n_3}		Y_{in_j}		Y_{kn_k}
Toplam	Y_1	Y_2	Y_3		Y_i		Y_k
Ortalama	$\overline{Y}_1$	$\overline{Y}_2$	$\overline{Y}_3$		$\overline{Y}_i$		$\overline{Y}_k$

Y_{ij} : Grubun i . düzeyindeki j . biriminin aldığı değerler,

Y_i : i . grubun toplamı,

$\bar{Y}_i$: i . grubun ortalamasıdır.

Tek yönlü varyans analizinde model aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2.1)$$

Burada $\mu = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mu_i$, $\tau_i = \mu_i - \mu$, $e_{ij} = Y_{ij} - \mu_i = Y_{ij} - \mu - \tau_i$ ve τ_i : grup etkisi (group effect) olarak tanımlanmaktadır.

Eş. 2.1'in bir doğrusal model olduğu varsayımı altında, varyans analizi tekniğinin uygulanabilmesi için bazı varsayımların sağlanması gerekmektedir.

Bu varsayımlar:

- μ ve τ_i 'ler birer sabittir,

- $\sum_{i=1}^k \tau_i = 0$,
- e_{ij} 'ler sıfır ortalama ve ortak σ^2 varyansı ile birbirinden bağımsız olarak normal dağılıma sahip olmasıdır [6, 7].

Hipotezler ise;

$$\begin{array}{ll} H_0 : \tau_i = 0 & i = 1, \dots, k \quad \text{veya} \quad H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \\ H_1 : \exists \tau_i \neq 0 & H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j, \quad i \neq j \end{array} \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilir.

Eş. 2.1'den hareketle F değerini hesaplamada bazı kare toplamlarına ihtiyaç vardır. Bu kare toplamları Çizelge 2.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.2. Tek yönlü varyans analizi çözümlemesi

Değişkenlik kaynağı (Source of Variation)	df	Kareler Toplamı (Sum of Squares)	Kareler Ortalaması (Mean Squares)	Kareler ortalamasının beklenen değeri (Expected Mean Square)
Gruplar Arası (Among Grups)	$k - 1$	$SS_a = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$	$MSS_a = \frac{SS_a}{k - 1}$	$\sigma^2 + \frac{1}{k - 1} \sum_{i=1}^k n_i \tau_i^2$
Gruplar İçi (Within Grups)	$\sum_i (n_i - 1)$	$SS_r = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$	$MSS_r = \frac{SS_r}{N - k}$	σ^2
Genel	$N - 1$	$SS_t = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y})^2$		

Buradan, söz konusu hipotezin test edilmesi için gerekli olan F istatistiği;

$$F = \frac{SS_a / k - 1}{SS_r / N - k} \text{ eşitliğinden hesaplanır ve } (k - 1), \sum_i (n_i - 1) \text{ serbestlik dereceli}$$

F değeri ile karşılaştırılır. Eğer $F > F_{(k-1), \sum_i (n_i-1)}$ ise H_0 hipotezi reddedilir. Aksi durumda reddedilmez.

3. ÇOKLU KARŞILAŞTIRMA YÖNTEMLERİ

Çoklu karşılaştırma yöntemlerine geçmeden önce iki tanıma ihtiyaç vardır. Birincisi, karşılaştırma ikincisi ise ortogonal karşılaştırmadır.

3.1. Tanım

Karşılaştırma; k tane ortalama için,

$$L = c_1\mu_1 + c_2\mu_2 + \dots + c_k\mu_k \quad \sum c_i = 0 \text{ ve } \exists c_i \neq 0 \quad (3.1)$$

olarak tanımlansın. Burada c_i 'ler ($i=1,2,\dots,k$) sabittir ve Eş. 3.1 aritmetik ortalamaların lineer kombinasyonu olarak adlandırılmaktadır.

Eğer; $\sum_{i=1}^k c_i = 0$ koşulu sağlanıyorsa bu lineer fonksiyona karşılaştırma denir.

3.2 Tanım

Ortogonal karşılaştırma; Lineer fonksiyonlar,

$$\begin{aligned} L_1 &= c_{11}\mu_1 + c_{21}\mu_2 + \dots + c_{k1}\mu_k \\ L_2 &= c_{12}\mu_1 + c_{22}\mu_2 + \dots + c_{k2}\mu_k \end{aligned} \quad (3.2)$$

şeklinde yazılsın. Bu iki karşılaştırmada $c_{11}c_{12} + c_{21}c_{22} + \dots + c_{k1}c_{k2} = 0$ eşitliğinin sağlanması halinde L_1 ve L_2 'ye ortogonal karşılaştırmalar adı verilmektedir. Ortogonal karşılaştırmalar aynı zamanda bağımsızdır. Bu bağımsızlık için; $\sum_{i=1}^k c_{ij} = 0$ ve n 'ler eşit iken $\sum_{j=1}^k c_{ij}c_{ij'} = 0$, n 'ler farklı iken $\sum_{j=1}^k c_{ij}c_{ij'}/n_j = 0$ şartlarının sağlanması gerekli ve yeterlidir. Burada c_{ij} ve $c_{ij'}$ ($j=1,\dots,k; i=1,\dots,k$) karşılaştırmadaki katsayılarıdır [8, 9].

Çoklu karşılaştırma yöntemlerini iki ana başlık altında toplamak mümkündür. Bunlardan birincisi; Planlı (Priori) karşılaştırma yöntemi ikincisi ise Anova sonrası (Post Hoc) karşılaştırma yöntemidir.

3.1. Planlı Karşılaştırma

Deney düzenlenmeden ya da verileri elde etmeden önce araştırmacı etkisini araştırmak istediği durum üzerinde belirlediği karşılaştırmaları yapmak isteyebilir. Bu gibi durumlarda, planlı karşılaştırma yöntemleri kullanılmaktadır. Planlı (Priori) karşılaştırma yöntemlerinde varyans analizinin uygulanması gibi bir zorunluluk yoktur. Bu karşılaştırmalar için iki yöntem önerilmiştir. Bunlardan birincisi; *Ortogonal karşılaştırma yöntemi*dir [9]. Başka kaynaklarda bu yöntem *Anlamlılık düzeyinin ayarlanması* şeklinde tanımlanmıştır [8]. İkincisi ise *ortogonal olmayan karşılaştırma yöntemi* olan *Dunn yöntemi*'dir [9]. Bu yöntem için bazı yazarlar Bonferroni veya Bole eşitsizliğini temel aldığı için *Bonferroni t yöntemi* olarak adlandırmaktadırlar [8].

3.2. Anova Sonrası Karşılaştırma

Varyans analizinin sonucunda H_0 hipotezinin reddedilmesi, en az iki grubun ortalamaları arasında farklılık olduğunu göstermektedir. Ancak çoğu kez bu farklılığın saptanması yeterli olmamakta, hangi grup ortalamalarının farklı olduğu bilinmek istenmektedir [8]. Bu farklılığı belirlemek için ANOVA sonrası (Post Hoc) karşılaştırma yöntemlerden biri kullanılmaktadır. Varyans analizi yapılarak ortalamalar arasında fark bulunduktan sonra karşılaştırma yöntemlerinin uygulanmasına geçilebilir. Bu karşılaştırma yöntemlerin başlıcaları; *LSD (Least Significant Difference) yöntemi*, *Tukey yöntemi*, *Scheffé yöntemi*, *Student-Newman-Keuls yöntemi*, *Duncan yöntemi* ve *Dunnnett yöntemi*dir [8].

4. BASİT SIRA VARSAYIMI ALTINDA KULLANILAN YÖNTEMLER

Varyans analizinde $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ yokluk hipotezi $H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j \quad (i \neq j)$ alternatif hipotezine karşı test edilmektedir. Ancak bazen yığın ortalamalarının en az birinin diğerlerinden farklı olmasından daha fazla bilgi edinilmek istenebilir. Örneğin; yığın parametrelerinin belirli bir sıraya göre dizilmiş olması gibi. Bu sıra, ortalamaların büyükten küçüğe ya da küçükten büyüğe sıralanmış hali olabilir. Ancak; bu hipotezi test etmede doğrudan varyans analizi tekniğinin sonuçlarına göre çıkarımda bulunmak doğru olmaz. Varyans analizi uygulanıp ortalamalar arası fark olduğu tespit edildikten sonra çeşitli yöntemlerle alternatif hipotezi test etmek gerekmektedir. Bu yöntemlerden bazıları bu bölümde ayrıntılı biçimde incelenmiştir.

Bu çalışmada tek yönlü ANOVA modeline uyan veriler üzerinde çalışılmıştır. Tek yönlü sabit etkili ANOVA modeli

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, \dots, k \text{ ve } j = 1, \dots, n_i \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ 'dir.

Tüm yöntemler için hipotezler

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \\ H_1 : \mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k \quad (\mu_1 \leq \mu_k) \end{aligned} \quad (4.2)$$

şeklinde kurulmuştur. Her yöntem için varsayılan sıranın olduğu durum için analizler gerçekleştirilmiştir. Yöntemlerin analizi yapılırken üzerinde çalışılan verinin karakteristik özelliğinden dolayı eşit olmayan örnek çapı ile uygulama yapılmıştır. Analizler her yöntemde grupların ikili karşılaştırmalarından oluşmaktadır. Bu karşılaştırmalarda Eş. 4.3'de ifade edilen birleştirilmiş varyans kullanılmaktadır.

$$S_p^2 = \frac{(n_i - 1)S_i^2 + (n_j - 1)S_j^2}{n_i + n_j - 2} . \quad (4.3)$$

Burada, $\frac{vS_p^2}{\sigma^2} \sim \chi_v^2$ dağılımına sahiptir ve $v = N - k$ 'dır, N ise, n_i örnek çapı olmak

üzere $N = \sum_{i=1}^k n_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$) şeklinde tanımlanmaktadır.

4.1. H Yöntemi

H yöntemi, Hayter (1990) tarafından önerilmiştir ve tek yönlü studentized aralık testi (One-sided studentized range test) olarak tanımlanmaktadır [1]. Bu yöntem ortalamaların sıralandığı varsayımı altında örnek çapının eşit olduğu ve örnek çapının eşit olmadığı durumlar bakımından ayrı ayrı incelenmiştir.

Örnek çaplarının eşit olduğu durum için H yöntemi

$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k$ eşit çaplı örnek birimlerinden elde edilen grup ortalamaları olmak üzere $i < j$ için $\mu_i < \mu_j$ varsayımı altında ve $\forall n_i = n$ ($i = 1, \dots, k$) ise H istatistiği;

$$H = \frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_i}{S_p / \sqrt{n}} \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Eğer $\frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_i}{S_p / \sqrt{n}} \geq h_{\alpha, k, v}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

Buradaki H istatistiğinin $h_{\alpha, k, v}$ kritik değerinden büyük veya eşit olması olasılığı 1. tip hata kadardır ve bu olasılık Eş. 4.2'deki şekilde ifade edilmektedir:

$$P_r \left\{ 1 \leq i < j \leq k \left(\frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_i - \mu_j + \mu_i}{S_p / \sqrt{n}} \right) \geq h_{\alpha, k, v} \right\} = \alpha. \quad (4.2)$$

$k \leq 9$ için kritik değerler Hayter'in (1990) çalışmasında ve $10 \leq k \leq 20$ için kritik değerler Hayter ve Liu'nun (1996) çalışmalarında verilmiştir [1, 5]. Bu çalışmada kullanılan $h_{\alpha, k, v}$ kritik değerleri EK-5 ve EK-6'da verilmiştir [1].

Örnek çaplarının eşit olmadığı durum için H yöntemi

$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k$ eşit olmayan örnek birimlerinden elde edilen grup ortalamaları olmak üzere örnek çapının eşit olmadığı durumlarda ($\exists n_i \neq n \quad i = 1, \dots, k$), $i < j$ olmak üzere $\mu_i < \mu_j$ varsayımı altında H istatistiği;

$$H = \frac{(\bar{Y}_j - \bar{Y}_i)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i}}} \quad (4.3)$$

şekilde tanımlanmıştır. Eğer $\frac{(\bar{Y}_j - \bar{Y}_i)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i}}} \geq h'_{\alpha, n_1, \dots, n_k, v}$ ise, yani; H istatistiğinin kritik

değerden büyük olması durumunda H_0 hipotezi reddedilmektedir.

$$i < j \text{ ve } \tilde{Y}_{ij} = \frac{(\bar{Y}_j - \bar{Y}_i - \mu_j + \mu_i)}{\sqrt{\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i}}} \text{ olsun, örnek çapının eşit olmadığı durumda}$$

tanımlanan H istatistiğinin $h'_{\alpha, n_1, \dots, n_k, v}$ kritik değerinden büyük veya eşit olması olasılığı 1. tip hataya eşittir ve Eş. 4.4'deki gibi tanımlanmıştır:

$$P_r \left\{ 1 \leq i < j \leq k \left(\tilde{Y}_{ij} / S_p \right) \geq h'_{\alpha, n_1, \dots, n_k, v} \right\} = \alpha. \quad (4.4)$$

Hayter (1990) örnek çaplarının eşit olduğu durum için geliştirdiği $h_{\alpha, k, v}$ kritik değerlerinin, örnek çaplarının birbirine yakın olması durumu için kullanılabileceğini belirtmektedir [1]. Örnek çaplarının birbirine yakınlığının kabul edilebilmesi için n_i/n_j oranının 1'e yakın olması durumu önerilmiştir [11]. Örnek çaplarının eşit olduğu ve eşit olmadığı durum için kritik değerler arasındaki diğer bir yaklaşım ise $h_{\alpha, k, v} = \sqrt{2} h'_{\alpha, n, \dots, n, v}$ şeklinde gösterilmektedir [5].

H yöntemi için güven aralıklarının oluşturulması

Tek yönlü varyans analizinde grup ortalamalarının belirli karşılaştırmaları için eşanlı tek taraflı güven aralıkları ilk defa 1976'da Marcus ve Peritz tarafından çalışılmıştır [12]. Bu güven aralıklarının oluşturulmasında Bartholomew'in (1961) olabilirlik oran testinin (LRT) kritik değerleri ile grup ortalamaları için $\sum_{i=1}^k c_i = 0$ ve $c_1 \leq \dots \leq c_k$

olmak üzere $\sum_{i=1}^k c_i \mu_i$ monoton karşılaştırma sınıfı kullanılmıştır [13]. Monoton karşılaştırmalar sınıfı için eşanlı tek taraflı güven aralıkları üzerine yapılan diğer çalışmalar ise Williams (1977) ve Marcus (1982) tarafından yapılmıştır [14, 15]. Burada eşanlı tek taraflı güven aralıkları grup ortalamalarının bütün sıralı ikili farklılıkları için geliştirilmiştir. Eşanlı tek taraflı güven aralıkları üretmek için $\mu_j - \mu_i$ 'nin $(1 \leq i < j \leq k)$ sıralı ikili farklarını oluşturan test yöntemi

$1 \leq i < j \leq k \frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_i}{S_p / \sqrt{n}}$ tersine çevrilerek aşağıdaki gibi elde edilmiştir [1]:

$$P_r \left\{ \mu_j - \mu_i \geq \bar{Y}_j - \bar{Y}_i - S_p h_{\alpha, k, v} / \sqrt{n}, 1 \leq i < j \leq k \right\} = 1 - \alpha. \quad (4.5)$$

Bu güven aralıkları basit sıra $(\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k)$ varsayımı altında yapılandırılmamış olmasına rağmen, Eş. 4.5 verilen sıralı ikili farkları için tek taraflı eşanlı güven aralıkları, yokluk hipotezinin reddedilmesi durumunda hangi grup ortalamalarının birbirine eşit olmadığını gösterdiği bilinmektedir. Bu nedenle, eğer grup ortalamalarındaki varsayılan sıraya uygunluk bekleniyorsa tek taraflı eşanlı güven aralıkları, bilinen iki taraflı güven aralıkları yerine önerilmektedir [1].

Varyansın bilinmediği durum için güven aralığı

Sıralı ikili farklılıkları için olan tek taraflı eşanlı güven aralıkları varyansın bilinmediği durumda, diğer farklı karşılaştırmalar için tek taraflı eşanlı güven aralıkları oluşturmak amacıyla genişletilebileceği teorik olarak aşağıda gösterilmiştir [1].

$$P_r \left\{ \mu_j - \mu_i \geq \bar{Y}_j - \bar{Y}_i - S_p h_{k,\alpha,v} / \sqrt{n}, 1 \leq i < j \leq k \right\} = 1 - \alpha \text{ eşitliğini takiben sıralı ikili}$$

farklılıkları için eşanlı güven aralıkları, farklı karşılaştırmalar için;

$$P_r \left\{ \sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} (\mu_j - \mu_i) \geq \sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} d_{ij}, a_{ij} \geq 0 \right\} = 1 - \alpha \quad (4.6)$$

şeklinde tanımlanmıştır. $d_{ij} = \bar{Y}_j - \bar{Y}_i - S_p h_{k,\alpha,v} / \sqrt{n}$ ve $a_{ij} \geq 0$ dir.

Ayrıca işlem ortalamalarının karşılaştırma kümesi $\left\{ \sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} (\mu_j - \mu_i) : a_{ij} \geq 0 \right\}$,

$\left\{ \sum_{i=1}^k c_i \mu_i : c \in C_k^* \right\}$ 'in karşılaştırma kümesine denktir (Bkz. EK-1). Burada C_k^*

$\left\{ c \in R^k : \sum_{i=1}^k c_i = 0; \sum_{i=1}^j c_i \leq 0, 1 \leq j \leq k-1 \right\}$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu güven

aralıklarında farklı c_i 'ler için farklı güven aralıkları oluşturabileceği, farklı a_{ij} seçimlerinde ise aynı karşılaştırmaları ortaya koyabileceği bilinmektedir. Bundan

dolayı Eş. 4.6 'daki a_{ij} 'nin hangi seçiminin, en dar güven aralığı oluşturacağı saptamak mümkündür (Bkz. EK – 2).

Bu bilgilerin ışığı altında Eş. 4.6 yeniden yazılarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir [1].

$$P_r \left\{ \sum_{i=1}^k c_i \mu_i \geq \sum_{i=1}^k c_i \bar{Y}_i - \sum_{i=1}^k |c_i| S_p h_{k,\alpha,v} / 2\sqrt{n}, c \in C_k^* \right\} = 1 - \alpha . \quad (4.7)$$

Varyansın bilindiği durum için güven aralığı

Varyansın bilindiği durumda, C_k^* karşılaştırma kümesi için belirli bir $1 - \alpha$ düzeyli tek taraflı eşanlı güven aralıkları Marcus tarafından 1978'de elde edilmiş ve

$$P_r \left\{ \sum_{i=1}^k c_i \mu_i \geq \sum_{i=1}^k c_i \bar{Y}_i - \sum_{i=1}^k |c_i| \sigma_{k,\alpha,\infty} / 2\sqrt{n} \right\} = 1 - \alpha \quad (4.8)$$

şeklinde gösterilmiştir [16]. Marcus tarafından elde edilen bu güven aralıkları, belirli $\bar{d}_{k,\alpha}$ kritik değeri için

$$P_r \left\{ \sum_{i=1}^k c_i \mu_i \geq \sum_{i=1}^k c_i \bar{Y}_i - \sqrt{\sum_{i=1}^k c_i^2 \sigma^2} \bar{d}_{k,\alpha} / \sqrt{n} \right\} = 1 - \alpha \quad (4.9)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Ayrıca $\bar{d}_{k,\alpha}$ kritik değerleri, bilinen varyanslı ve sıra sınırlamalı yokluk hipotezinin testi için olabilirlik oran test istatistiği olarak bilinen χ_{12}^{-2} kritik değerlerine eşittir. Ek olarak; varyansın bilindiği ve bilinmediği durumlar için oluşturulmuş olan bu güven aralıkları $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ varsayımı altında yapılmamıştır [1].

4.2. M Yöntemi

M yöntemi Hayter'in 1990'da yapmış olduğu H yönteminin, Liu ve ark. tarafından 2002 yılında max–min düzeltmesiyle geliştirilmiş olan yöntemdir [1, 2]. Bu yöntemde, parametreler ve eğri, doğrusal olmayan regresyon kullanılarak tahmin edilmektedir. Başka bir ifadeyle, bu yöntem parametrik olmayan modeller için önerilmiştir [2, 17]. Ayrıca tahmin edilen eğrinin eşaralıklı (isotonic) olduğu durumlarda bu yöntem kullanılmaktadır.

Örnek çaplarının eşit olduğu durum için M yöntemi

$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k$, ortalamaları $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ olan normal rassal değişkenlerdir. Burada x_i seviyesindeki $f(x_i)$ fonksiyonunun değeri $\bar{Y}_i$ değerini vermektedir.

$i < j$ için $l \leq j \leq m$, $m' \leq i \leq l'$ ve $\mu_i < \mu_j$ olmak üzere M istatistiği;

$$M = l \leq j, l' \geq i \left(\frac{\bar{Y}_l - \bar{Y}_{l'}}{S_p / \sqrt{n}} \right) \quad (4.10)$$

şeklinde ifade edilmiştir [4]. Eğer $l \leq j, l' \geq i \left(\frac{\bar{Y}_l - \bar{Y}_{l'}}{S_p / \sqrt{n}} \right) \geq h_{\alpha, k, v}$ ise H_0 hipotezi reddedilmektedir.

Örnek çaplarının eşit olmadığı durum için M yöntemi

$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k$, ortalamaları $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ olan normal rassal değişkenlerdir. Burada x_i seviyesindeki $f(x_i)$ fonksiyonunun değeri $\bar{Y}_i$ değerini vermektedir.

$i < j$ için $l \leq j \leq m$, $m' \leq i \leq l'$ ve $\mu_i < \mu_j$ olmak üzere örnek çapının eşit olmaması varsayımı altında M istatistiği;

$$M = l \leq \max_{j, l'} \geq i \left(\bar{Y}_l - \bar{Y}_{l'} / S_p \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i} \right)} \right) \quad (4.11)$$

şeklinde tanımlanmaktadır [2]. Yine burada $M \geq h_{\alpha, k, v}$ durumunda H_0 hipotezi reddedilmektedir.

M yöntemi için güven aralıkları

Bu çalışmada güven aralıkları modelden bağımsız olarak incelenmiştir. $y = f(x)$, k bağımsız örnekten tahmin edilen eğridir. $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in}$, $i = 1, 2, \dots, k$ olmak üzere artan x_i değerlerinden elde edilmektedir. Burada Y_{ij} 'ler $\mu_i = f(x_i)$ ortalamalı ve bilinmeyen eşit σ^2 varyanslı bağımsız normal rassal değişkenlerdir [2, 17].

Varyansın bilinmediği örnek çaplarının eşit olduğu durum için güven aralığı

Örnek çapı eşit olduğunda, $1 \leq i < j \leq k$ ikili ortalama farklarının $(\mu_j - \mu_i)$ eşanlı güven aralıkları

$$\bar{Y}_j - \bar{Y}_i - q_{\alpha, k, v} \frac{S_p}{\sqrt{n}} \leq \mu_j - \mu_i \leq \bar{Y}_j - \bar{Y}_i + q_{\alpha, k, v} \frac{S_p}{\sqrt{n}} \quad (4.12)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $\bar{Y}_i = \frac{1}{n} \sum_j Y_{ij}$ dır. $y = f(x)$ fonksiyonunun azalmadığı varsayımı altında, herhangi $l \leq j \leq m$, $m' \leq i \leq l'$ ($i < j$) için güven aralığı;

$\bar{Y}_l - \bar{Y}_{l'} - q_{\alpha,k,v} \frac{S_p}{\sqrt{n}} \leq \mu_j - \mu_i \leq \bar{Y}_m - \bar{Y}_{m'} + q_{\alpha,k,v} \frac{S_p}{\sqrt{n}}$ şeklinde tanımlanmaktadır.

$f(x)$ fonksiyonunun azalmayan olduğu bilindiğinde max-min mantığı altında aşağıdaki iyileştirilmiş güven aralıkları önerilmektedir [2, 17].

$$l \leq j, l' \geq i \left(\bar{Y}_l - \bar{Y}_{l'} - q_{\alpha,k,v} \frac{S_p}{\sqrt{n}} \right) \leq \mu_j - \mu_i \leq m \geq j, m' \leq i \left(\bar{Y}_m - \bar{Y}_{m'} + q_{\alpha,k,v} \frac{S_p}{\sqrt{n}} \right) \quad (4.13)$$

Bu eşanlı güven aralıkları tahmin edilen eşaralıklı regresyondan (isotonic regression) çıkarımda bulunmamıştır. $q_{\alpha,k,v}$ tablo değerleri EK-7 ve EK-8'de yer almaktadır [18].

Varyansın bilinmediği örnek çaplarının eşit olmadığı durum için güven aralığı

Varyansın bilinmediği örnek çaplarının eşit olmadığı durum için güven aralığı Tukey'in eşanlı güven aralıklarının geliştirilmiş hali olan Tukey-Kramer çoklu karşılaştırma yöntemlerinden elde edilmiştir. Hayter (1984), n_i 'lerin eşit olmadığı durumda Eş. 4.12'de verilen güven aralığını

$$P \left\{ \left| (\bar{Y}_j - \bar{Y}_i) - (\mu_j - \mu_i) \right| \leq q_{\alpha,k,v} S_p \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i} \right)} \text{ her } 1 \leq j, i \leq k \right\} \geq 1 - \alpha \quad (4.14)$$

şeklinde tanımlamıştır [19]. Burada $v = \sum_{i=1}^k n_i - k$ dır. $\mu_j - \mu_i$, $(1 \leq i < j \leq k)$ için

belirli bir $1 - \alpha$ düzeyinde eşanlı güven aralıkları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\bar{Y}_j - \bar{Y}_i - q_{\alpha,k,v} S_p \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i} \right)} \leq \mu_j - \mu_i \leq \bar{Y}_j - \bar{Y}_i + q_{\alpha,k,v} S_p \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_i} \right)}. \quad (4.15)$$

Eğer $f(x)$ fonksiyonu azalmıyorsa $\mu_j - \mu_i$, $1 \leq i < j \leq k$ için belirli bir $1 - \alpha$ düzeyli örnek çapının eşit olmadığı durum için max-min mantığı altında geliştirilmiş güven aralıkları

$$l \leq \max_{j, l' \geq i} \left\{ \bar{Y}_l - \bar{Y}_{l'} - q_{\alpha, k, v} S_p \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_l} + \frac{1}{n_{l'}} \right)} \right\} \leq \mu_j - \mu_i \leq \min_{m \geq j, m' \leq i} \left\{ \bar{Y}_m - \bar{Y}_{m'} + q_{\alpha, k, v} S_p \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_m} + \frac{1}{n_{m'}} \right)} \right\} \quad (4.16)$$

şeklinde gösterilmektedir. Sıralı ortalamaların karşılaştırmaları ile ilgilenildiğinde Eş. 4.15'de verilen Tukey-Kramer yöntemi, Scheffé'nin yönteminden ve klasik Bonferroni yönteminden daha kısa aralıklar vermektedir [19]. Bu nedenle, Eş. 4.16 ile tanımlanan max-min eşanlı güven aralıkları eşaralıklı varsayımı altında sıralı ikililerin karşılaştırılmasında iyi bir teknik olmaktadır [2].

4.3. R Yöntemi

R yöntemi olarak adlandırılan üçüncü yöntemi açıklamadan önce bu yöntemde geçen eşaralıklı (isotonic) ve eşaralıklı regresyon (isotonic regression) tanımlarından kısaca bahsedilmiştir.

Eşaralıklı (Isotonic)

Basit sıra $x_1 \prec x_2 \prec \dots \prec x_k$ olmak üzere x 'in ölçülebilir kümesi $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ 'dir.

$f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_k)$ ise f fonksiyonu x üzerinde eşaralıklıdır (isotonic) denir.

Eşaralıklı Regresyon (Isotonic Regression)

g , X üzerinde verilmiş bir fonksiyon olsun. Sadece g^* fonksiyonu eşaralıklı (isotonic) ise ve g^* X üzerindeki bütün f fonksiyonların kümesi

$$\sum_{x \in X} [g(x) - f(x)]^2 w(x) \quad (4.17)$$

eşitliğini minimize ediyorsa, X üzerindeki g^* fonksiyonu w ağırlıklı g 'nin eşaralıklı regresyonudur (isotonic regression) denir. Burada w , X üzerinde pozitif ağırlık fonksiyonu olarak tanımlanmıştır [20].

Nashimoto ve Wright (2005a) tarafından önerilen R istatistiği; $i < j$ olmak üzere $\mu_i < \mu_j$ varsayımı altında

$$R = \frac{(\mu_j^* - \mu_i^*) / S_p - (\beta_j - \beta_i)}{\sigma_{i,j}^*} \quad (4.18)$$

şeklinde tanımlanmaktadır [4]. Bu yöntemde eşaralıklı regresyon kullanılmıştır. $\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k$ koşulu altında aritmetik ortalamaların eşaralıklı regresyon vektörü

$\mu^* = (\mu_1^*, \mu_2^*, \dots, \mu_k^*)'$ ve ençok olabilirlik tahmin edicisi de

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)'$ şeklinde tanımlanmaktadır. $\beta_i = E(\mu_i^* - \mu_i)$ eşaralıklı

regresyondan bulunan β 'lardır. $\sigma_{i,j}^*$ ise eşaralıklı-ortalama farklarının standart

sapmasıdır ve $\sigma_{i,j}^* = \sqrt{\text{Var}(\mu_j^* - \mu_i)}$ şeklinde ifade edilmiştir. R istatistiğinin

hesaplanmasında kullanılan β_i ve $\sigma_{i,j}^*$ 'lerin hesaplanmasında Allan, Harshinder ve Lyn (2003) tarafından yazılan makaleden yararlanılmıştır ve ayrıntılar aşağıda verilmiştir [21].

Y_{ij} 'ler $(i=1,2; j=1,2,\dots,n_i)$ μ_i ortalamalı iki normal yığından gelen bağımsız rassal örnekler ve ortak varyansın tahmini de $\hat{\sigma}^2$ olarak tanımlansın. $\mu_1 \leq \mu_2$ durumu için; μ_1^* 'in β 'sı ve μ_2^* 'in β 'sı sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$E[\mu_1^*] - \mu_1 = -\sqrt{\frac{n_2}{n_1(n_1+n_2)}} \hat{\sigma}^2 [B_1(a) - B_0(a)] \quad (4.19)$$

$$E[\mu_2^*] - \mu_2 = \sqrt{\frac{n_1}{n_2(n_1+n_2)}} \hat{\sigma}^2 [B_1(a) - B_0(a)] \quad (4.20)$$

Burada $a = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \frac{(\mu_2 - \mu_1)}{\hat{\sigma}^2}$ ve m negatif olmayan tam sayı olmak üzere

$$B_m(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^\infty x^m e^{-(x^2/2)} dx \text{ ve } n = n_1 + n_2 \text{ olmak üzere } \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \text{ dir.}$$

$\sigma_{i,j}^{*2}$ 'nin hesaplanması

Y_{ij} 'ler $(j=1,2,\dots,n_i)$ μ_i ortalamalı iki normal yığından gelen bağımsız rasgele örnekler ve μ_i^* sınırlanmış sıra altında ençok olabilirlik tahmin edicisi olmak üzere; $\sigma_{i,j}^{*2}$ aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\sigma_{i,j}^{*2} = \frac{1}{n-M} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \mu_i^*)^2 \quad (4.21)$$

Burada $n = n_1 + n_2$ ve M ise n_i ağırlıklı $\bar{Y}_i$ 'nin eşaralıklı regresyon setinin düzey numarasıdır. Örneğin $\mu_1^* = \mu_2^*$ ise $M = 1$ 'dir, $\mu_1^* < \mu_2^*$ ise $M = 2$ 'dir.

Burada $\frac{(\mu_j^* - \mu_i^*)/S_p - (\beta_j - \beta_i)}{\sigma_{i,j}} \geq C_R$ ise H_0 hipotezi reddedilmektedir. C_R kritik değerleri Student's t tablosundan alınmaktadır [4]. Bu kritik değerler EK-9'da verilmiştir [22].

4.4. T Yöntemi

İncelenen dördüncü yöntem, “protected t-test” diye de bilinen T Yöntemidir. Bu yöntem için varsayılan sıra söz konusu değilse Fisher'in LSD yöntemi, bu sıranın olduğu durumlarda ise $\bar{E}^2$ testi önerilmektedir [4]. Varsayılan sıranın olmadığı durumlarda uygulanan yöntemler aşağıda ayrıntılı olarak verilmektedir.

$\bar{E}^2$ testi

$\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k$ sıralamasının var olduğu varsayımı altında $\bar{E}^2$ testini inceleyelim. $Y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ ($i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n_i$) olmak üzere Y_{ij} 'ler bağımsız değişkenler olsun. Burada Y_{ij} 'nin bilinmeyen ortalaması μ_i ile varyansıda σ_i^2 ile gösterilmiştir. Varyansın bilinmediği fakat $a_1, a_2, \dots, a_k$ sabitlerinin bilindiği koşul altında varyans

$$\sigma_i^2 = a_i \sigma^2 \quad (4.22)$$

olarak tanımlanmıştır. Varyansın bilinmediği, ama eşit kabul edildiği durum için $a_1 = a_2 = \dots = a_k = 1$ olmaktadır. Bu çalışmada $a_i = 1$ ($i = 1, \dots, k$) olarak hesaplamalar yapılmıştır. Burada ağırlıklar $w_i = n_i/a_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$) şeklindedir.

Buradan $\bar{E}^2$ 'nin olabilirlik fonksiyonu

$$(2\pi\sigma^2)^{-N/2} \prod_{i=1}^k a_i^{-n_i/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu_i)^2\right] \quad (4.23)$$

şeklinde ifade edilmekte ve $N = \sum_{i=1}^k n_i$ olarak tanımlanmıştır.

$\bar{E}^2$ testi iki aşamada yapılmaktadır: önce H_0 hipotezine karşılık $H_1 - H_0$ hipotezi testi yapılır eğer bu testte H_0 hipotezi reddedilirse, H_1 hipotezine karşılık $H_2 - H_1$ hipotezi testi yapılır. Bu test aşamaları aşağıda incelenmektedir [20].

H_0 hipotezine karşılık $H_1 - H_0$ hipotezi testi

Bu testte amaç, eşaralıklı olan ortalama vektörü için belli bir sıranın varlığını test etmektir. Testler için gerekli olan σ^2 'in tahmini

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{\mu}_{H_i})^2 / N \quad (4.24)$$

şeklindeir. Eş. 4.24, $H = H_i$ olduğunda $\hat{\sigma}_{H_i}^2$ için kullanılmaktadır. Burada

$w_i = n_i / a_i$ iken $\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i \bar{Y}_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$ dir. H_0 hipotezine karşılık $H_1 - H_0$ hipotezi testinin

LRT'si, $\Lambda = (\hat{\sigma}_{H_1}^2 / \hat{\sigma}_{H_0}^2)^{N/2}$,nin küçük değerleri için hipotezi reddeder. Gerekli

işlemler yapıldığında $\Lambda = (\hat{\sigma}_{H_1}^2 / \hat{\sigma}_{H_0}^2)^{N/2}$ eşitliği aşağıda verilen Eş. 4.25'e denk olur.

$$1 - \Lambda^{2/N} = \frac{\sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{\mu})^2 - \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu^*)^2}{\sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{\mu})^2} \quad (4.25)$$

Bu durumda ise LRT , $1 - \alpha^{2/N}$ 'nin büyük değerleri için H_0 hipotezini reddeder. Eş.

4.25 payı için gerekli işlemler yapılarak $\sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2 + 2 \sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu}) (\bar{y}_i - \mu^*)$ eşitliği elde edilmiştir. Buradaki son terim sıfıra eşittir (Bkz. EK-3). Bu düzenlemenin ardından Eş. 4.25, $\bar{E}_{01}^2$ olarak adlandırılmış ve

$$\bar{E}_{01}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2}{\sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \hat{\mu})^2} \quad (4.26)$$

şeklinde gösterilmiştir. Burada Eş. 4.26'nın paydasındaki terim

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \hat{\mu})^2 &= \sum_{i=1}^k w_i (\bar{Y}_i - \hat{\mu})^2 + \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^k w_i (\bar{Y}_i - \mu_i^*)^2 + \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2 \end{aligned}$$

şeklinde yazılmıştır. Böylece

$$\bar{E}_{01}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2}{\sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2 + \sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \bar{Y}_i)^2 + \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2} \quad (4.27)$$

elde edilmiştir. v negatif olmayan tamsayı olmak üzere, $Q(v)$ bağımsız $\bar{Y}_i$ 'lerin ardı ardına gelmiş hali olduğu ve $Q(v)$ 'nin dağılımı v serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uyduğu varsayımı altında Eş. 4.27 yeniden Eş. 4.28 gibi ifade edilebilir.

$$\bar{E}_{01}^2(v) = \frac{\sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2}{\sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2 + \sum_{i=1}^k w_i (\mu_i^* - \bar{Y}_i)^2 + \sigma^2 Q(v)} \quad (4.28)$$

Burada $\bar{E}_{01}^2$ ve $\bar{E}_{01}^2(v)$ 'nin sayısal değeri olarak aynı olması beklenmez, ancak buradaki iki nicelik aynı dağılıma sahiptir.

$\bar{E}_{01}^2$ 'nin artan fonksiyonu $S_{01}(v) = v\bar{E}_{01}^2(v) / \left[1 - \bar{E}_{01}^2(v)\right]$ dir. $v \rightarrow \infty$ için $\bar{E}_{01}^2(v)$ $\bar{\chi}_{01}^2$ 'e yaklaşır. Yine $v \rightarrow \infty$ için $S_{01}(v) \rightarrow \bar{\chi}_{01}^2$ olduğu bilinmektedir. Buradan bu istatistik,

$$S_{01}(v) = \frac{v\sigma^2\bar{\chi}_{01}^2}{\sigma^2\bar{\chi}_{12}^2 + \sigma^2Q(v)} = \frac{\bar{\chi}_{01}^2}{\bar{\chi}_{12}^2/v + Q(v)/v} \quad (4.29)$$

şeklinde yazılır. $\bar{\chi}_{01}^2 = \sum_{l=1}^m \sum_{i \in B_l} w_i (\mu_i^* - \hat{\mu})^2$ ve $\bar{\chi}_{12}^2 = \sum_{i=1}^k w_i (\bar{Y}_i - \mu_i^*)^2$ şeklinde ifade edilmiştir. $v \rightarrow \infty$ için $Q(v)/v \xrightarrow{P} 1$ dir. $Q(v)/v$ 'nin ortalaması 1 ve varyansıda $2/v$ dir. Yine $v \rightarrow \infty$ için $S_{10}(v) \xrightarrow{D} \bar{\chi}_{01}^2$ dir. Bu test için büyük serbestlik derecelerinde S_{01} 'in kritik değerlerinin kullanmanın uygun olduğu belirtilmiştir. Bu çalışmada büyük örnek çapları ile çalışıldığından serbestlik derecesi büyük olmaktadır. Bu nedenle karşılaştırmalarda S_{01} 'in kritik değeri kullanılmıştır. Bu değerler EK-11, EK - 12 ve EK - 13'de verilmiştir [20].

H_1 hipotezine karşılık $H_2 - H_1$ hipotezi testi

H_1 hipotezine karşılık $H_2 - H_1$ hipotezi testinin LRT'si $\wedge = (\hat{\sigma}_{H_2}^2 / \hat{\sigma}_{H_1}^2)^{N/2}$, nin küçük değerleri için hipotezi reddeder. $\wedge$ 'ye denk olan

$$1 - \wedge^{2/N} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i (\bar{Y}_i - \mu_i^*)^2}{\sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \mu_i^*)^2} \text{ eşitliği}$$

$$\overline{E}_{12}^2 = \frac{\sigma^2 \overline{\chi}_{12}^2}{\sigma^2 \overline{\chi}_{12}^2 + \sum_{i=1}^k a_i^{-1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \overline{Y}_i)^2} \quad (4.30)$$

şeklinde yazılmıştır.

$$\overline{E}_{12}^2(v) = \frac{\overline{\chi}_{12}^2}{\overline{\chi}_{12}^2 + Q(v)} \text{ ve } S_{12}(v) = \frac{v \overline{E}_{12}^2(v)}{1 - \overline{E}_{12}^2(v)} \quad (4.31)$$

ifade edilir ($Q(v)$ önceden tanımlanmıştı).

Yine belirtmelidir ki $S_{12}(v)$, $\overline{E}_{12}^2$ 'nin azalmayan bir fonksiyonudur. Bundan dolayı $S_{12}(v)$ 'nin büyük değerleri için reddi, $\overline{E}_{12}^2(v)$ 'nin büyük değerleri için reddine denktir. $v \rightarrow \infty$ için $S_{12}(v) \sim \overline{\chi}_{12}^2$ dir. $\overline{E}_{12}^2 \sim \overline{E}_{12}^2(v)$ 'nin dağılımı birbirine benzemektedir. Buradan

$$\overline{E}_{12}^2 = \frac{\sigma^2 \overline{\chi}_{12}^2}{N \hat{\sigma}_{H_2}^2 + \sigma^2 \overline{\chi}_{12}^2} \quad (4.32)$$

istatistiği kolayca elde edilebilir. Eş. 4.32'de $\sigma^2 \overline{\chi}_{12}^2$ 'de $\overline{\chi}_{12}^2$ hesaplanırken

$w_i = \frac{n_i}{a_i}$ ($i = 1, 2, \dots, k$)'ya göre yapılmaktadır.

Bu test içinde büyük serbestlik derecelerinde $S_{12}(v)$ istatistiği önerilmektedir. Ve

$S_{12} = (N - k) \overline{E}_{12}^2 / (1 - \overline{E}_{12}^2)$ şeklinde tanımlanmaktadır [20].

$\overline{E}^2$ testi ayrıntılı olarak T yöntemi altında anlatılmıştır. Bu test iki aşamalı olarak gerçekleştirilmektedir. İlk aşamada H_0 hipotezine karşılık $H_1 - H_0$ hipotezi, ikinci

aşamada ise H_1 hipotezine karşılık $H_2 - H_1$ hipotezi test edilmektedir. Burada ilk aşamadaki testin amacı eşaralıklı olan ortalama vektörü için belli bir sıranın varlığını test etmektir. H_0 hipotezi reddedildiğinde bu sıranın olduğu sonucuna ulaşılır [20]. Bu aşama araştırmacı için yeterliyse ikinci aşamaya geçilmeyebilir. İkinci aşamada, birinci aşamada kabul edilen belli bir sıraya sahip eşaralıklı ortalama vektörlerinin belli bir oranda artıp artmadığının test edilmesidir. H_1 hipotezinin reddedilmesi sonucu ilgili ortalama vektörünün belli bir oranda arttığı söylenmektedir. Buradan hareketle bu çalışma için gerekli ilk aşama kullanılmıştır. Bu çalışmada T yöntemi $\bar{E}^2$ testinin ilk aşamasındaki H_0 hipotezinin reddedilmesi ve

$$\frac{\bar{Y}_j - \bar{Y}_i}{S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}} \geq \sqrt{2} \ t_{\alpha, v} \quad (4.33)$$

olması durumunda $i < j$ olmak üzere $\mu_i < \mu_j$ 'yi destekler şekilde yapılandırılmıştır [3–5].

5. UYGULAMA

Bu çalışmada “Emet Borik Asit fabrikası atıklarının buğday ve arpa bitkilerinde çimlenme ve vejetatif büyüme üzerine etkileri” adlı yüksek lisans tezi için elde edilen veriler üzerinde çalışılmıştır [23]. Emet Borik Asit fabrikasından elde edilen atığın azalan düzeylerinin su ile çözeltisi ve bir kontrol grubu ile sulanan buğday bitkilerinin gövde uzunluğuna ilişkin gözlem değerleri üzerinde işlemler gerçekleştirilmiştir. Burada azalan atık miktarının su ile çözeltisi ve kontrol grubu, grupları oluşturmaktadır. Bu çözeltilerde büyüyen buğdayların gövde uzunlukları ise gözlem değerleridir (Y_{ij}).

Uygulama aşamaları:

1. Bu çalışmanın amacına uygun olarak ikili karşılaştırmaların yapılabilmesi için ön şart, atık düzeylerinde büyüyen buğdayların gövde uzunluklarının birbirine eşit olup olmadığının ANOVA testi yapılarak tespit edilmesidir. Bu amaçla;

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_7$$

$$H_1 : \exists \mu_i \neq \mu_j \quad (i \neq j)$$

hipotezi SPSS 8.0 paket programı kullanılarak test edilmiştir ve ilgili sonuçlar Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2’de gösterilmektedir.

Çizelge 5.1. Varyans analizi çözümlemesi sonuçları

Kaynak	Kareler Toplamı	sd	Kareler Oranı
Gruplar Arası	1773,710	6	295,618
Gruplar içi	594,896	356	1,671
Toplam	2368,606	362	

Çizelge 5.2. Hesaplanan F değeri

F	sd1	sd2	p değeri
6,381	6	356	,000

($p < 0,05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir.)

Burada $p < 0,05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilmektedir ve en az iki yığın ortalamasının birbirinden farklı olduğu sonucuna varılmaktadır¹.

2. Yığın ortalamalarının belli bir sıraya göre dizili olup olmadığını test etmek amacıyla bir önceki bölümde bahsedilen dört yöntem için ikili karşılaştırmalar yapılmıştır.

Her yöntem için düzey sayısı (k) 7 olduğundan $\binom{7}{2}$ 'li kombinasyonu kadar yani 21 tane karşılaştırma söz konusudur. Tüm yöntemler ikili karşılaştırmalarında hesaplanan değerlerin ve eşanlı güven aralıklarının hesaplanması C sharp programlama dili ile yazılan program tarafından gerçekleştirilmiştir. Özel olarak R yönteminin hesabında β_i değerlerinin integral yardımıyla hesaplanıyor olmasından dolayı integral değerleri Mathematica 5.2 paket programı ile hesaplandıktan sonra gerekli işlemler yapılmıştır. Her yöntem için ayrı ayrı yapılan 21 tane karşılaştırma Çizelge 5.3'de verilmektedir.

¹ Zaten, sezgisel olarak yığın ortalamalarının farklı ve belli bir sıraya sahip olduğu düşünülmekteydi

Çizelge 5. 3. İkili karşılaştırmalar için gerçekleştirilen testlerin hesaplanan değerleri ve sonuç tablosu

İKİLİ KARŞILAŞTIRMALAR İÇİN HİPOTEZLER			H yöntemi	M yöntemi	R yöntemi	T yöntemi
1	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_1 : \mu_1 \leq \mu_2$	HD	0,7149	1,011	0,1517	0,7149
		α_1	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
		α_2	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
		α_3	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
2	$H_0 : \mu_1 = \mu_3$ $H_1 : \mu_1 \leq \mu_3$	HD	12,6008	17,8202	3,9037	12,6008
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
3	$H_0 : \mu_1 = \mu_4$ $H_1 : \mu_1 \leq \mu_4$	HD	13,2459	18,7325	4,7956	13,2459
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
4	$H_0 : \mu_1 = \mu_5$ $H_1 : \mu_1 \leq \mu_5$	HD	22,2299	31,4378	7,9732	22,2299
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
5	$H_0 : \mu_1 = \mu_6$ $H_1 : \mu_1 \leq \mu_6$	HD	26,5916	37,6062	10,262	26,5916
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
6	$H_0 : \mu_1 = \mu_7$ $H_1 : \mu_1 \leq \mu_7$	HD	18,7719	37,6062	5,9053	18,7719
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red

($\alpha_1 = 0,10; \alpha_2 = 0,05; \alpha_3 = 0,01$; HD : ilgili istatistik için hesaplanan değeri)

Çizelge 5. 3. (Devam) İkili karşılaştırmalar için gerçekleştirilen testlerin hesaplanan değerleri ve sonuç tablosu

İKİLİ KARŞILAŞTIRMALAR İÇİN HİPOTEZLER			H yöntemi	M yöntemi	R yöntemi	T yöntemi
7	$H_0 : \mu_2 = \mu_3$ $H_1 : \mu_2 \leq \mu_3$	HD	10,1661	14,377	3,757	10,1661
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
8	$H_0 : \mu_2 = \mu_4$ $H_1 : \mu_2 \leq \mu_4$	HD	11,394	16,1135	4,2486	11,394
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
9	$H_0 : \mu_2 = \mu_5$ $H_1 : \mu_2 \leq \mu_5$	HD	19,6357	27,769	7,4285	19,6357
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
10	$H_0 : \mu_2 = \mu_6$ $H_1 : \mu_2 \leq \mu_6$	HD	23,1207	32,6976	8,1802	23,1207
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
11	$H_0 : \mu_2 = \mu_7$ $H_1 : \mu_2 \leq \mu_7$	HD	17,6169	32,6976	7,5436	17,6169
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
12	$H_0 : \mu_3 = \mu_4$ $H_1 : \mu_3 \leq \mu_4$	HD	2,7993	3,9589	0,9565	2,7993
		α_1	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red
		α_2	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red
		α_3	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi

($\alpha_1 = 0,10; \alpha_2 = 0,05; \alpha_3 = 0,01$; HD : ilgili istatistik için hesaplanan değeri)

Çizelge 5. 3. (Devam) İkili karşılaştırmalar için gerçekleştirilen testlerin hesaplanan değerleri ve sonuç tablosu

İKİLİ KARŞILAŞTIRMALAR İÇİN HİPOTEZLER			H yöntemi	M yöntemi	R yöntemi	T yöntemi
13	$H_0 : \mu_3 = \mu_5$ $H_1 : \mu_3 \leq \mu_5$	HD	11,6723	16,5071	4,1975	11,6723
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
14	$H_0 : \mu_3 = \mu_6$ $H_1 : \mu_3 \leq \mu_6$	HD	14,8361	20,9813	5,5636	14,8361
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
15	$H_0 : \mu_3 = \mu_7$ $H_1 : \mu_3 \leq \mu_7$	HD	11,4058	20,9813	3,2976	11,4058
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
16	$H_0 : \mu_4 = \mu_5$ $H_1 : \mu_4 \leq \mu_5$	HD	7,8567	11,1111	3,057	7,8567
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
17	$H_0 : \mu_4 = \mu_6$ $H_1 : \mu_4 \leq \mu_6$	HD	10,2234	14,4581	3,4503	10,2234
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
18	$H_0 : \mu_4 = \mu_7$ $H_1 : \mu_4 \leq \mu_7$	HD	8,828	14,4581	3,4973	8,828
		α_1	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red

($\alpha_1 = 0,10; \alpha_2 = 0,05; \alpha_3 = 0,01$; HD : ilgili istatistik için hesaplanan değeri)

Çizelge 5. 3. (Devam) İkili karşılaştırmalar için gerçekleştirilen testlerin hesaplanan değerleri ve sonuç tablosu

İKİLİ KARŞILAŞTIRMALAR İÇİN HİPOTEZLER			H yöntemi	M yöntemi	R yöntemi	T yöntemi
19	$H_0 : \mu_5 = \mu_6$ $H_1 : \mu_5 \leq \mu_6$	HD	1,7713	2,505	0,6903	1,7713
		α_1	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
		α_2	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
		α_3	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
20	$H_0 : \mu_5 = \mu_7$ $H_1 : \mu_5 \leq \mu_7$	HD	2,8440	4,022	3,7028	2,844
		α_1	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_2	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Red
		α_3	H_0 Reddedilemedi	H_0 Red	H_0 Red	H_0 Reddedilemedi
21	$H_0 : \mu_6 = \mu_7$ $H_1 : \mu_6 \leq \mu_7$	HD	1,6457	2,3274	0,6061	1,6457
		α_1	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
		α_2	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi
		α_3	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi	H_0 Reddedilemedi

($\alpha_1 = 0,10; \alpha_2 = 0,05; \alpha_3 = 0,01$; HD : ilgili istatistik için hesaplanan değeri)

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Amacımız, gerçek veri üzerinde uygulama yapıldığında bu dört yöntemin performansını ve Nashimoto ve Wright'ın (2005a) simülasyon yoluyla bulduğu sonuçlarla karşılaştırmaktır. Bu nedenle, önce Nashimoto ve Wright'ın (2005a) ikili karşılaştırmalar için bulduğu sonuçlar, daha sonrada gerçek veri seti üzerinde yapılan uygulama sonuçları değerlendirilecektir.

Nashimoto ve Wright'ın (2005a) ikili karşılaştırmalar için yapmış oldukları simülasyon çalışmasında her bir test yöntemi için testin gücü ($1 - \beta$) ve deney hata oranları (familywise error rate) hesaplanmaktadır ve bulunan sonuçlar şöyledir:

H yöntemi: Varsayılan sıra bozulduğunda diğer yöntemlere göre bu yöntem tavsiye edilmektedir. Çünkü ikili karşılaştırma hata oranları diğer yöntemlere göre kabul edilebilir derecede küçük meydana gelmektedir.

M yöntemi: Varsayılan sıra söz konusu olduğunda uzak indeksli karşılaştırmalar için testin gücü daha yüksek olduğundan *H* yöntemi yerine önerilmektedir.

R yöntemi: Art arda yapılan karşılaştırmalar için güçlü bir yöntem olarak tavsiye edilmektedir. En uzak indeksli karşılaştırmalar için güçlü ve güvenilir bir yöntem olmadığına işaret edilmektedir.

T yöntemi: Varsayılan sıra bozulduğunda ya da varsayılan sıra söz konusu olduğunda ve her türlü karşılaştırma için güçlü bir yöntem olduğu söylenmektedir.

Bahsedilen bu dört yöntem için gerçek veri seti üzerinde yapılan uygulamada ikili karşılaştırmalar için bulunan sonuçlar şöyle özetlenebilir (Çizelge 5.3) :

1.Bütün karşılaştırmalar ve farklı α değerleri için incelenen dört yönteminde birbirine benzer sonuçlar verdiği görülmektedir.

2. Dört yöntemde 1, 12, 19, 20 ve 21'inci karşılaştırmalar hariç, diğer ikili karşılaştırmalar için yokluk hipotezi reddedilebilmiştir. Bu durum verilerin beklenen basit sıra varsayımına uygun olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

3. 1, 12, 19, 20 ve 21 no'lu ikili karşılaştırmalarda farklı sonuçlar gözlemlenmektedir:

20 no'lu karşılaştırmada her α değeri için H yöntemi ile yokluk hipotezi reddedilememesine rağmen, her α değeri için M ve R yöntemi ile yokluk hipotezi reddedilmektedir. T yöntemi için ise, $\alpha = 0,10$ ve $\alpha = 0,05$ değerleri için yokluk hipotezi reddedilmektedir.

1, 12, 19 ve 21 no'lu karşılaştırmalarda da 20 no'lu karşılaştırmada olduğu gibi farklılıklar görülmektedir.

4. Uzak indeksli karşılaştırmalar olarak tanımlayabileceğimiz 4, 5, 6, 10, 11 ve 15 no'lu karşılaştırmalarda dört yöntem içinde aynı sonuçlar bulunmuştur yani yokluk hipotezi reddedilmiştir. Nashimoto ve Wright'ın (2005a) söylediği gibi uzak indeksli karşılaştırmalar için aykırı sonuçlara rastlanmamaktadır.

5. Art arda yapılan ikili karşılaştırmalarda (μ_i 'ye karşılık μ_{i+1}) yani 1, 7, 12, 16, 19 ve 21 no'lu karşılaştırmalarda farklı durumlar söz konusudur. Örneğin, 12 no'lu art arda karşılaştırmalarda dikkate alınan bütün α anlamlılık düzeyleri için M yöntemi yokluk hipotezini reddedebilirken H ve R yöntemleri ile yokluk hipotezi reddedilememekte ve hatta bütün durumlar için güçlü bir yöntem olduğu belirtilen T yöntemi için $\alpha = 0,10$ ve $\alpha = 0,05$ anlamlılık düzeyinde yokluk hipotezi reddedilebilirken $\alpha = 0,01$ anlamlılık düzeyinde yokluk hipotezi reddedilememektedir. Ayrıca; 1 ve 21 no'lu karşılaştırmalarda yöntemlerin hiçbirisinde yokluk hipotezi reddedilememiştir. 19 no'lu karşılaştırmada ise, sadece $\alpha = 0,10$ anlamlılık düzeyinde M yöntemi yokluk hipotezini reddedebilmektedir.

Genel olarak, bu çalışma için Nashimoto ve Wright'ın (2005a) makalesine paralel olarak M yönteminin H yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

H ve M yöntemleri için güven aralıkları

Basit sıra varsayımı altında yapılandırılmayan buna rağmen sıralı ikili farklar için eşanlı tektaraflı güven aralıkları yokluk hipotezinin reddedilmesi üzerine hangi grup ortalamasının birbirine eşit olduğunu gösterdiği bilinmektedir. Buradan hareketle yukarıdaki H yöntemi için tek taraflı eşanlı güven aralıklarını incelendiğinde $\mu_2 > \mu_1$ eşitsizliğinin istatistiksel olarak bir anlam ifade etmediğini söylenebilir. $\mu_4 > \mu_3$, $\mu_6 > \mu_5$, $\mu_7 > \mu_6$ eşitsizlikleri içinde istatistiksel bir anlam teşkil etmemektedir. Çünkü bu sıralı çiftler güven aralıklarında “0”ı kapsamaktadır. $\mu_5 > \mu_4$ ve $\mu_3 > \mu_2$ eşitsizliğinde ise güven aralıklarının istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir. Buradaki sonuçlarla hipotez testlerinde yapılan testlerin sonuçlarının aynı çıktığı gözlenmiştir. M yöntemi için de eşanlı güven aralıkları hesaplanmış hipotez testi ile aynı sonuçları verdiği görülmüştür.

Çizelge 6.1. H Yöntemi için eşanlı tek taraflı güven aralıkları

$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
$\infty > \mu_2 - \mu_1 \geq - 0,5326$	$\infty > \mu_2 - \mu_1 \geq - 0,6054$	$\infty > \mu_2 - \mu_1 \geq - 0,7484$
$\infty > \mu_3 - \mu_2 \geq 1,3390$	$\infty > \mu_3 - \mu_2 \geq 1,2627$	$\infty > \mu_3 - \mu_2 \geq 1,1130$
$\infty > \mu_4 - \mu_3 \geq - 0,1530$	$\infty > \mu_4 - \mu_3 \geq - 0,2366$	$\infty > \mu_4 - \mu_3 \geq - 0,4007$
$\infty > \mu_5 - \mu_4 \geq 1,1168$	$\infty > \mu_5 - \mu_4 \geq 1,0195$	$\infty > \mu_5 - \mu_4 \geq 0,8285$
$\infty > \mu_6 - \mu_5 \geq - 0,4200$	$\infty > \mu_6 - \mu_5 \geq - 0,5126$	$\infty > \mu_6 - \mu_5 \geq - 0,6944$
$\infty > \mu_7 - \mu_6 \geq - 0,6050$	$\infty > \mu_7 - \mu_6 \geq - 0,7294$	$\infty > \mu_7 - \mu_6 \geq - 0,9735$

Karşılaştırma başına hata oranlarının incelenmesi

Tüm yöntemlerin karşılaştırma başına hata oranları² hesaplanmış ve Çizelge 6.2’de gösterilmiştir. Burada M yöntemi diğer yöntemlere oranla kabul edilebilir derecede hata oranına sahip olduğu görülmektedir. M yöntemi için bulunan karşılaştırma başına hata oranı diğer yöntemlere göre oldukça düşük olduğundan M yönteminin, üzerinde çalışılan veri için daha iyi bir yöntem olduğu söylenebilir.

Çizelge 6.2. Karşılaştırma başına hata oranları

KARŞILAŞTIRMA BAŞINA HATA ORANLARI				
α değerleri	H yöntemi	M yöntemi	R yöntemi	T yöntemi
$\alpha = 0,10$	$\alpha_{PC} = 0,2381$	$\alpha_{PC} = 0,0952$	$\alpha_{PC} = 0,1905$	$\alpha_{PC} = 0,1429$
$\alpha = 0,05$	$\alpha_{PC} = 0,2381$	$\alpha_{PC} = 0,1429$	$\alpha_{PC} = 0,1905$	$\alpha_{PC} = 0,1429$
$\alpha = 0,01$	$\alpha_{PC} = 0,2381$	$\alpha_{PC} = 0,1429$	$\alpha_{PC} = 0,1905$	$\alpha_{PC} = 0,2381$

Uygulamanın buraya kadar olan kısmında, tüm yöntemler için ikili karşılaştırmalar ile ilgili hipotezler test edilerek hangi grup ortalamaları için sıra olduğu belirlendi. Burada ise, Eş. 4.2’de öne sürülen hipotez dikkate alınarak basit sıra olup olmadığını tespit etmek amacıyla art arda ikili karşılaştırmalar incelenmektedir. İncelenen bu ikili karşılaştırmalarda yokluk hipotezi reddedilemiyorsa ilgili karşılaştırmaya ait iki ortalamanın aynı yığından geldiği düşünüldüğünden, ilgili grup birleştirilerek bir gruba indirgenmektedir. Benzer şekilde tüm art arda ikililer bu işleme tabi tutulup yeni gruplar oluşturularak, oluşan yeni grup ortalamalarına ilişkin art arda ikili karşılaştırmalar yapılmaktadır.

Sırasıyla H , M , R ve T yöntemleri için art arda karşılaştırmalar incelenerek yeni gruplar oluşturulmuştur. Ancak, burada sadece H ve M yöntemi için oluşturulan yeni gruplar esas alınarak ikili karşılaştırmalar yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda H

² Karşılaştırma başına hata oranı $\alpha_{PC} = \frac{\text{Önemliliği yanlış bir şekilde belirtilen karşılaştırma sayısı}}{\text{Toplam karşılaştırma sayısı}}$

ve M yöntemi için oluşturulan yeni grupların istatistiki olarak anlamlı ve varsayılan basit sıraya uygun olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

H yöntemi için art arda karşılaştırma sonuçları Çizelge 6.3’de gösterilmektedir ve bu yöntem için yapılan gruplamanın ayrıntıları aşağıda verilmektedir.

Çizelge 6.3. H Yöntemi için art arda ikili karşılaştırma sonuçlarının gösterimi

Karşılaştırma No	H yöntemi için alternatif hipotez	İkili testin sonucu
1	$H_1 : \mu_1 \leq \mu_2$	H_0 Reddedilemedi
2	$H_1 : \mu_2 \leq \mu_3$	H_0 Red
3	$H_1 : \mu_3 \leq \mu_4$	H_0 Reddedilemedi
4	$H_1 : \mu_4 \leq \mu_5$	H_0 Red
5	$H_1 : \mu_5 \leq \mu_6$	H_0 Reddedilemedi
6	$H_1 : \mu_6 \leq \mu_7$	H_0 Reddedilemedi

($\alpha = 0,10$ $\alpha=0,05$ ve $\alpha=0,01$ için)

Yapılan ikili karşılaştırmaların test edilmesi ile (Çizelge 6.3)

- 1 ve 2. grubun aynı ortalamalı yığından geldiği,
- 2 ve 3. grubun farklı ortalamalı yığınlardan geldiği,
- 3 ve 4. grubun aynı ortalamalı yığından geldiği,
- 4 ve 5. grubun farklı ortalamalı yığınlardan geldiği,
- 5 ve 6. grubun aynı ortalamalı yığından geldiği,
- 6 ve 7. grubun aynı ortalamalı yığından geldiği,

sonucuna varılmıştır. Bu sonuçlara göre; 1. ve 2. grubu, 3. ve 4. grubu, 5. 6. ve 7. grubu tek bir grup olarak birleştirelim ve yeni oluşturulan bu gruplara sırasıyla A, B, C diyelim.

Böylece, H yöntemi için oluşturulan yeni grupların yokluk ve alternatif hipotezi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C \\ H_1 : \mu_A \leq \mu_B \leq \mu_C \quad \mu_A \leq \mu_C \end{aligned} \quad (6.1)$$

Yeni oluşturulan gruplar için analizler gerçekleştirilmiş ve H yöntemine ilişkin tüm karşılaştırmalardaki yokluk hipotezi reddedilebilmiştir. Yani yapılan gruplama istatistiki olarak anlamlıdır ve irdelenen basit sıraya uygundur sonucuna ulaşılır.

M , R ve T yöntemi için, yukarıda incelenen H yöntemine benzer şekilde işlemler gerçekleştirilmiştir.

M yöntemi

$\alpha = 0,10$ için oluşturulan yeni gruplar

1. ve 2. grup	→	A grubu
3. grup	→	B grubu
4. grup	→	C grubu
5. grup	→	D grubu
6 ve 7. grup	→	E grubu

$\alpha = 0,05$ ve $\alpha = 0,01$ için oluşturulan yeni gruplar

1. ve 2. grup	→	A grubu
3. grup	→	B grubu
4. grup	→	C grubu
5. 6. ve 7. grup	→	D grubu

R yöntemi

$\alpha = 0,10$, $\alpha=0,05$ ve $\alpha=0,01$ için oluşturulan yeni gruplar

1. ve 2. grup $\longrightarrow$ A grup
 3.ve 4. grup $\longrightarrow$ B grup
 5. 6. ve 7. grup $\longrightarrow$ C grup

T yöntemi

$\alpha = 0,10$ ve $\alpha=0,05$ için oluşturulan yeni gruplar

1. ve 2. grup $\longrightarrow$ A grup
 3. grup $\longrightarrow$ B grup
 4. grup $\longrightarrow$ C grup
 5. 6. ve 7. grup $\longrightarrow$ D grup

$\alpha = 0,01$ için oluşturulan yeni gruplar

1 ve 2. grup $\longrightarrow$ A grup
 3 ve 4. grup $\longrightarrow$ B grup
 5. 6. ve 7. grup $\longrightarrow$ C grup

Genel olarak yöntemler için oluşturulan yeni grup sayısı 3 ya da 4'tür ve her yöntemde de çoğunlukla 1. ve 2. grup bir grupta ve 5. 6. ve 7. grup da bir grupta toplanmaktadır. Buradan da 1000 ppm olarak adlandırılan çözeltildeki (1. grup) atık miktarı ile 800 ppm olarak adlandırılan çözeltilindeki (2. grup) atık miktarının buğday bitkisinin büyümesine verdiği zarar birbirine yakındır sonucuna varılabilir. Yine aynı şekilde 5. 6. ve kontrol grubu olan 7. grup içinde 200 ppm ve 100 ppm çözeltilde büyüyen buğday bitkileri ile kontrol grubunda büyüyen buğday bitkinin boylarının arasında çok fark olmadığı söylenebilmektedir.

KAYNAKLAR

1. Hayter, J.A., “A One – Sided Studentized Range Test for Testing Against a Simple Ordered Alternative”, *Journal of American Statistical Association*, 85 (411): 778 – 785 (1990).
2. Liu, L., Lee, C.C., Peng, J., “Max – Min multiple comparison procedure for isotonic dose – response curves”, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 107: 133-141 (2002).
3. Kuriki, S., Shimodaira, H., Hayter, T., “On the isotonic range statistic for testing against an ordered alternative”, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 105: 347 – 362 (2002).
4. Nashimoto, K., Wright, F.T., “Multiple comparison procedures for detecting differences in simply ordered means”, *Computational Statistics & Data Analysis*, 48: 291 – 306 (2005a).
5. Nashimoto, K., Wright, F.T., “A note on comparison procedures for detecting differences in simply ordered means”, *Statistics & Probability Letters*, 73: 393 – 401 (2005b).
6. Çömlekçi, N., “Deney Tasarımı İlke ve Teknikleri” , *ALFA Basım Yayım Dağıtım Ltd.Sti.*, İstanbul, 31 – 43 (2003).
7. Huntsberger, D.V., “Elements of Statistical Inference”, *Marcel Dekker Inc.*, Boston, 213 – 225 (1977).
8. Çehreli, L., “Tek yönlü varyans çözümlemesi sonrasında çoklu kıyaslama yöntemleri: Mitral valve prolapsus (MVP) düzey grupları arası bir uygulama örneği”, Yüksek Lisans Tezi, *İstanbul Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 9 – 13 (1994).
9. Özdemir, M., “Farklı muamele gruplarının sapmasında çoklu karşılaştırma yöntemleri”, Yüksek Lisans Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 7 – 33 (1994).
10. Hsu, J.C., “Multiple Comparisons; Theory and Methods”, *Chapman&Hall*, London ,23 – 125 (1996).
11. Özdemir, A.F., “ Tek yönlü genişlik testi”, Yüksek Lisans Tezi, *Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 4-17 (2002).
12. Marcus, R., Peritz, E., “ Some Simultaneous confidence bounds in normal models with restricted alternatives”, *Journal of the Royal Statistical Society B*, 38: 157–165 (1976).

13. Bartholomew, D. J., “A test of homogeneity of means under restricted alternatives”, *Journal of the Royal Statistical Society B*, 23: 239–281 (1961).
14. Williams, D.A., “Some Inference procedures for monotonically ordered normal means”, *Biometrika*, 64: 9-14 (1977).
15. Marcus, R., “ Some results on simultaneous confidence intervals for monotone contrasts in one-way ANOVA model”, *Communication in statistics, Part A-Theory and Methods*, 11: 615 – 622 (1982).
16. Marcus, R., “ Further Results on simultaneous confidence bounds in normal models with restricted alternatives”, *Communication in statistics, Part A-Theory and Methods*, 7: 573 – 590 (1978).
17. Jia, G.J., “Use of simultaneous inference under order restriction, stepdown testing procedure and stage-wise sequential optimal design in clinical dose study”, Doktora Tezi, *University of Pittsburgh Department of Statistics*, Pittsburgh, 11 – 15 (2004).
18. Rupert, G., Miller, Jr., “Simultaneous statistical inference”, *McGraw – Hill*, New York, 271-272 (1996).
19. Hayter, J.A., “A Proof of the Conjecture that the Tukey – Kramer Multiple Comparison Procedure is Conservative”, *The Annals of Statistics*, 12 (1): 61 – 75 (1984).
20. Robertson, T., Wright, F.T., Dykstra R.L., “Ordered Restricted Statistical Inference”, *John Willey & Sons*, New York, 1 – 74 (1988).
21. Allan R.S., Harshinder S., Lyn R.W., “Order restricted estimators: some bias results”, *Statistics & Probability Letters*, 61: 299 – 308 (2003)
22. Danmodar, N.G., “Temel Ekonometri”, Şenesen, Ü., Şenesen, G.G., *Literatür*, İstanbul, 808-809 (2001).
23. Eroğlu, A. “Emet Borik Asit fabrikası atıklarının buğday ve arpa bitkilerinde çimlenme ve vejetatif büyüme üzerine etkileri”, Yüksek Lisans Tezi, *Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kütahya, 16 (2006).

EKLER

EK-1 Teorem 1

1.1. Teorem

Her $\mu \in \mathfrak{R}^k$ için $\left\{ \sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} (\mu_j - \mu_i); a_{ij} \geq 0 \right\}$ ve $\left\{ \sum_{i=1}^k c_i \mu_i; c \in C_k^* \right\}$ birbirine denktir.

İspat

$\mu, \mu \in \mathfrak{R}^k$ olan sabit bir sayı olsun

$a_{ij} \geq 0$ değerleri için

$$\sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} (\mu_j - \mu_i) = \sum_{i=1}^k c_i \mu_i \text{ dir.}$$

Buradan $1 \leq j \leq k-1$ için $\sum_{i=1}^k c_i = 0$ ve $\sum_{i=1}^l c_i = -\sum_{i=1}^l \sum_{m=j+1}^k a_{im} \leq 0$ olduğu açıktır. Böylece ikinci küme birinci kümeyi kapsar.

Ek olarak; her sabit c karşılaştırması için;

$$\sum_{i=1}^k c_i \mu_i = \sum_{i=1}^{k-1} \left(-\sum_{j=1}^i c_j \right) (\mu_{i+1} - \mu_i), \text{ ve buradan görülüyorki ikinci sınıflama birinci}$$

sınıflamayı kapsamıştır. İki sınıflama birbirine denktir [1, 10].

EK-2 Teorem 2

2.1. Teorem

$c \in C_k^*$ olan her sabit c için tüm $\mu \in \mathfrak{X}^*$ ve a_{ij} negatif olmayan sayılar için

$\sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} (\mu_j - \mu_i) = \sum_{i=1}^k c_i \mu_i$ olsun. Burada $\sum_{1 \leq i < j \leq k} a_{ij} \geq \sum_{i=1}^k |c_i|/2$ eşitliğine ulaşılabilir.

İspat

a_{ij} 'nin uygun değerleri için, $\sum_{i=1}^k |c_i|/2 = \sum_{j=2}^k \max(0, c_j) = \sum_{j=2}^k \left(0, \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij} - \sum_{i=j+1}^k a_{ji} \right)$ dir.

Böylece gerekli eşitsizlik $2 \leq j \leq k$ için $\max\left(0, \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij} - \sum_{i=j+1}^k a_{ji}\right) \leq \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}$ olduğuna dayanır. Ayrıca $1 \leq p < q < r \leq k$ olan bütün (p, q, r) değerleri için eğer $a_{pq}a_{qr} = 0$ ise bir eşitlik olacaktır. İspatın tamamlanması için, her $c \in C_k^*$ için, bu üçlü durumu sağlayan a_{ij} katsayılarını kullanarak p, q ve r değerlerinin bulunabileceğidir. Verilen bir a_{ij} değeri için bu üçlü durumun belirli bir (p, q, r) için bozulduğunu varsayalım. Bir b_{ij} denklik değeri $b_{pq} = \max(0, a_{pq} - a_{qr})$, $b_{qr} = \max(0, a_{qr} - a_{pq})$ ve $b_{pr} = a_{pr} + \min(a_{pq}, a_{qr})$ şeklinde oluşturulabilir. Eğer bu şekilde tanımlanamazsa $b_{ij} = a_{ij}$ şeklinde oluşturulur. Oluşturulan bu yeni denklik değerleri de (p, q, r) için üçlü durum bozulmaz. Kuralı bozan üçlülerin kaldırılması esasına dayanan bu metot sistemli bir şekilde, belirli bir deneme sayısı sonrasında, üçlü durumun sağladığı bir temsil bulunana kadar tekrar edilerek uygulanabilir [1].

EK-3 Teorem 3

3.1. Teorem

Rasgele seçilmiş reel değer fonksiyonu ψ için;

$$\sum_{x \in X} [g(x) - g^*(x)] \psi [g^*(x)] w(x) = 0 \text{ dir.}$$

İspat

Teorem 4.1 tarafından $\sum_{[g^*=c]} [g(x) - c] w(x) = 0$ dir. Yani herhangi c değeri için

g 'nin aralığının içindedir. Buradan eşitlik

$$\sum_{x \in X} [g(x) - g^*(x)] \psi [g^*(x)] w(x) = \sum_c \psi(c) \sum_{[g^*=c]} [g(x) - c] w(x)$$

şeklinde yazılacaktır [20].

EK-4 Teorem 4

4.1. Teorem

Teorem: Herhangi c reel sayısı olmak üzere $g^* = c$ seti boş değilse $c = Av(g^* = c)$ 'dir.

$$(Av(A) = \frac{\sum_{x \in A} w(x) g(x)}{\sum_{x \in A} w(x)} \text{ şeklinde tanımlanmaktadır.})$$

İspat

$$\sum_{x \in X} [g(x) - g^*(x)]^2 w(x) = \sum_{[g^* \neq c]} [g(x) - g^*(x)]^2 w(x) + \sum_{[g^* = c]} [g(x) - c]^2 w(x)$$

şeklinde yazılabilir. $\sum_{x \in X} [g(x) - g^*(x)]^2 w(x)$ ikinci dereceden bir ifadedir. Ve bu ifade $t = Av([g^* = c])$ 'de minimum değere sahiptir. Eğer $c \neq Av([g^* = c])$ ise $[g^* \neq c]$ üzerinde g^* 'a eşit yeni bir fonksiyon $[g^* = c]$ üzerindeki $Av([g^* = c])$ 'ye birazcık yaklaştırır. Buradan açıktır ki eğer yeni fonksiyon $[g^* = c]$ üzerindeki c 'den dolayı çok fazla benzemezse X ölçülebilirdir. O zaman X üzerinde eşaralıklı (isotonic) olacaktır. Ayrıca bu yeni fonksiyon g^* ' a göre kareler toplamını küçültecektir [20].

EK-5 $\alpha = 0,05$ iken $h_{\alpha,k,v}$ değerleri

	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$	$k = 9$
$v = 5$	3.872	4.520	5.000	5.380	5.696	5.961	6.197
$v = 10$	3.353	3.833	4.180	4.452	4.676	4.864	5.029
$v = 15$	3.206	3.639	3.949	4.190	4.387	4.553	4.698
$v = 20$	3.137	3.548	3.840	4.067	4.252	4.406	4.542
$v = 25$	3.096	3.495	3.777	3.995	4.173	4.321	4.451
$v = 30$	3.070	3.460	3.736	3.948	4.121	4.265	4.391
$v = 40$	3.037	3.418	3.685	3.891	4.057	4.197	4.318
$v = 60$	3.005	3.376	3.636	3.835	3.996	4.130	4.246
$v = 120$	2.974	3.335	3.587	3.780	3.935	4.064	4.176
$v = \infty$	2.943	3.295	3.539	3.725	3.875	4.000	4.107

EK-6 $\alpha = 0.01$ iken $h_{\alpha,k,v}$ değerleri

	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$	$k = 9$
$v = 5$	6.057	6.891	7.500	8.009	8.429	8.772	9.104
$v = 10$	4.723	5.239	5.619	5.921	6.172	6.378	6.573
$v = 15$	4.381	4.815	5.131	5.379	5.585	5.754	5.912
$v = 20$	4.225	4.622	4.909	5.134	5.320	5.471	5.613
$v = 25$	4.136	4.512	4.783	4.995	5.169	5.311	5.443
$v = 30$	4.078	4.441	4.702	4.905	5.071	5.207	5.333
$v = 40$	4.007	4.355	4.603	4.796	4.953	5.081	5.200
$v = 60$	3.940	4.272	4.508	4.690	4.839	4.960	5.071
$v = 120$	3.874	4.191	4.415	4.588	4.728	4.842	4.947
$v = \infty$	3.809	4.112	4.325	4.489	4.621	4.732	4.827

EK-7 $\alpha = 0.05$ iken $q_{\alpha,k,v}$ değerleri

	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$	$k = 9$
$v = 1$	17.97	26.98	32.82	37.08	40.41	43.12	45.40	47.36
$v = 5$	3.635	4.602	5.218	5.673	6.033	6.330	6.582	6.802
$v = 8$	3.261	4.041	4.529	4.886	5.167	5.399	5.597	5.767
$v = 10$	3.151	3.877	4.327	4.654	4.912	5.124	5.305	5.461
$v = 11$	3.113	3.820	4.256	4.574	4.823	5.028	5.202	5.353
$v = 15$	3.014	3.674	4.076	4.367	4.595	4.782	4.940	5.077
$v = 18$	2.971	3.609	3.997	4.277	4.495	4.673	4.824	4.956
$v = 19$	2.960	3.593	3.977	4.253	4.469	4.645	4.794	4.924
$v = 20$	2.950	3.578	3.958	4.232	4.445	4.620	4.768	4.896
$v = 24$	2.919	3.532	3.901	4.166	4.373	4.541	4.684	4.807
$v = 30$	2.888	3.486	3.845	4.102	4.302	4.464	4.602	4.720
$v = 40$	2.858	3.442	3.791	4.039	4.232	4.389	4.521	4.635
$v = 60$	2.829	3.399	3.737	3.977	4.163	4.314	4.441	4.550
$v = 120$	2.800	3.356	3.685	3.917	4.096	4.241	4.363	4.468
$v = \infty$	2.772	3.314	3.633	3.858	4.030	4.170	4.286	4.387

EK-8 $\alpha = 0.01$ iken $q_{\alpha,k,v}$ değerleri

	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$	$k = 9$
$v = 1$	90.03	135.0	164.3	185.6	202.2	215.8	227.2	237.0
$v = 5$	5.702	6.976	7.804	8.421	8.913	9.321	9.669	9.972
$v = 8$	4.746	5.635	6.204	6.625	6.960	7.237	7.474	7.681
$v = 10$	4.482	5.270	5.769	6.136	6.428	6.669	6.875	7.055
$v = 11$	4.392	5.146	5.621	5.970	6.247	6.476	6.672	6.842
$v = 15$	4.168	4.836	5.252	5.556	5.796	5.994	6.162	6.309
$v = 18$	4.071	4.703	5.094	5.379	5.603	5.788	5.944	6.081
$v = 19$	4.046	4.670	5.054	5.334	5.554	5.735	5.889	6.022
$v = 20$	4.024	4.639	5.018	5.294	5.510	5.688	5.838	5.970
$v = 24$	3.956	4.546	4.907	5.168	5.374	5.542	5.685	5.809
$v = 30$	3.889	4.455	4.799	5.048	5.242	5.401	5.536	5.653
$v = 40$	3.825	4.367	4.696	4.931	5.114	5.265	5.392	5.502
$v = 60$	3.762	4.282	4.595	4.818	4.991	5.133	5.253	5.356
$v = 120$	3.702	4.200	4.497	4.709	4.872	5.005	5.118	5.214
$v = \infty$	3.643	4.120	4.403	4.603	4.757	4.882	4.987	5.078

EK-9 Student's t tablosu

$sd \setminus P_r$	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.010	0.002
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.674	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

EK-10 $\alpha = 0,05$ iken $S_{01}(\nu)$ değerleri

	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$	$k = 9$
$\nu = 5$	5.296	5.525	5.369	5.077	4.751	4.434	4.139
$\nu = 10$	4.498	5.040	5.262	5.311	5.266	5.167	5.037
$\nu = 15$	4.261	4.873	5.205	5.376	5.447	5.454	5.420
$\nu = 20$	4.146	4.788	5.172	5.405	5.537	5.607	5.629
$\nu = 30$	4.035	4.703	5.135	5.426	5.626	5.764	5.853
$\nu = 40$	3.979	4.660	5.115	5.437	5.671	5.844	5.969
$\nu = 50$	3.946	4.633	5.104	5.443	5.699	5.893	6.042
$\nu = 60$	3.927	4.616	5.096	5.447	5.173	5.925	6.089
$\nu = 100$	3.884	4.580	5.076	5.455	5.748	5.987	6.186
$\nu = \infty$	3.820	4.528	5.049	5.460	5.800	6.088	6.339

(Tabloda yer alan değerler $w/k = 1$ durumu iin dzenlenmiřtir.)

EK-11 $\alpha = 0,01$ iken $S_{01}(\nu)$ değerleri

	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	$k = 7$	$k = 8$	$k = 9$
$\nu = 5$	13.357	13.094	12.093	10.952	9.880	8.933	8.117
$\nu = 10$	9.464	10.129	10.256	10.109	9.825	9.476	9.103
$\nu = 15$	8.467	9.264	9.626	9.746	9.718	9.599	9.431
$\nu = 20$	8.015	8.854	9.311	9.546	9.640	9.642	9.583
$\nu = 30$	7.594	8.459	8.993	9.333	9.541	9.666	9.724
$\nu = 40$	7.392	8.265	8.836	9.222	9.485	9.669	9.790
$\nu = 50$	7.273	8.151	8.739	9.154	9.739	9.154	9.451
$\nu = 60$	7.196	8.075	8.674	9.104	9.426	9.667	9.850
$\nu = 100$	7.046	7.928	8.550	9.012	9.369	9.662	9.890
$\nu = \infty$	6.832	7.709	8.356	8.865	9.284	9.638	9.945

(Tabloda yer alan değerler $w/k = 1$ durumu için düzenlenmiştir.)

EK-12 Veri seti

ÇÖZELTİ DÜZEYLERİ								
	Birim no	1000ppm	800ppm	600ppm	400ppm	200ppm	100ppm	0ppm
BUĞDAY BİTKİSİNİN GÖVDE UZUNLUKLARI	1	5,1	4,9	6,5	7,7	9,3	8,9	11,8
	2	3,9	5,4	6	7,5	10,1	10,4	13,5
	3	4,6	4,3	6,7	7,3	10,1	10,2	9,7
	4	3	5,2	5,2	6,5	10	11,2	11,3
	5	5,1	5,2	6	7	9,3	9,3	11,9
	6	6	5,1	6	8	7,3	11	11,3
	7	4,5	4,5	6	7,8	8,6	8,2	12,4
	8	4,3	6,3	7,1	7,3	8	9,9	13,3
	9	3,5	5,3	6,7	7,8	7,5	9,3	10,9
	10	3,3	6	7	5,8	7,6	8,5	13
	11	5,2	5,8	7,3	4,6	8,5	8,6	10,8
	12	4,5	6,1	7,1	5,9	6,2	10,3	8,5
	13	4,5	6,7	6,9	7,1	7,2	10,7	9,4
	14	4,7	4,4	5,3	7,1	6,7	8,7	10,5
	15	2,6	4,5	6,7	5,7	9	11,3	11,7
	16	1,5	5	6,2	3,2	7,5	8,4	8,3
	17	3,3	4	7,4	5	4,5	8,6	10,2
	18	4,5	4	5,9	3,1	9,5	11	10,3
	19	3,2	4,8	5,9	6,6	9	10,3	8,5
	20	4	4,9	6,3	5,3	9	10	10,4
	21	4,6	4,6	6,1	6,6	8	9	11,6
	22	4,3	4,5	6,5	8,3	10,5	7,5	5,4
	23	4,8	3,8	6,4	8,2	9,3	6,4	8,5
	24	3,5	5	7,5	9,1	9,4	8,8	5,5
	25	4,2	3,5	4,2	7,9	9,1	9,3	9,5
	26	4	4,5	6,9	8,9	8,9	10,6	10,8
	27	4	3,2	7,5	7,7	9	7,7	9,3
	28	2,8	3,7	6,2	7,9	10,5	9,3	10,3
	29	4	4,2	5,5	5,6	9,6	9,6	9,8
	30	3,7	4,8	5	6,7	8,6	8,4	9,7
	31	4,8	3,5	5,9	8,4	9,5	6,1	10,3
	32	3,3	4,6	5,3	5,4	10,2	10,5	8,2
	33	4	4,3	6,3	6,5	7,9	9,8	5,6
	34	3,8	3,7	5	7,2	9,4	8,8	2,8
	35	3,5	5,2	5,7	7,7	10,4	9,8	11,5
	36	3	5	8,3	7,9	11,5	7,3	8,9
	37	4,8	4,1	7,3	8,3	8,4	9,5	8,3
	38	5,1	3,8	7,8	7	11,1	10,6	9,2
	39	6	4,5	6,9	7,6	9,1	10	10,2
	40	5	3,8	6,5	5,8	10,2	9,5	11,2
	41	4,2	4,4	7,4	7	7,8	9	8,5
	42	4,6	4,1	6,9	6	9,6	9,1	9,5

EK-12 (Devam) Veri seti

ÇÖZELTİ DÜZEYLERİ								
	Birim no	1000ppm	800ppm	600ppm	400ppm	200ppm	100ppm	0ppm
BUĞDAY BİTKİSİNİN GÖVDE UZUNLUKLARI	43	4,1	3	7	7,6	9,8	8,8	11
	44	4,3	3,7	5,1	7,3	10,2	10,3	11,1
	45	4,3	4,7	7,8	7,8	9,1	8	10,6
	46	4,5	3,4	6,5	7,7	9,7	10	12,1
	47	4,4	4,3	5,2	7,1	8,5	9	12
	48	3,8	3,1	5,2	8	10,7	10,2	9
	49	5,1	3,9	7	7,3	7,8	9,4	9,1
	50	4	2,2	5,6	5,8	7,9	10,1	10,3
	51	3,4	1	4,1	7,6	10,2	10,7	11,4
	52	4,7	2,6				10,3	7,3
	53		3,7					
	54		0,8					
Ortalamalar		4,1519	4,2888	6,3294	6,9450	8,9568	9,3884	9,9269

EK-13 Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

H YÖNTEMİ

```
using System;
using System.Diagnostics;
namespace Procedures
{
    public class HProseduru:Prosedur
    {
        public HProseduru(int k, double kritikDeger, int[] N, double[] YOrtalama, bool
NlerEsit, double[][] Y):base(k, kritikDeger, N, YOrtalama, NlerEsit, Y)
        {
        }

        public double HataOraniHesapla() {
            int sayac=0;
            int dongusayisi=0;
            Trace.WriteLine("");
            Trace.WriteLine("-----");
            Trace.WriteLine("H PROSEDURU HATA ORANI ANALIZI:");
            Trace.WriteLine(String.Format("Kritik Deger: {0}",kritikDeger));

            Trace.WriteLine("");

            for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
                for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
                    double Hji=H(j,i);
                    if (Hji<kritikDeger) {
                        Trace.WriteLine(String.Format("H{0}{1} :
{2}", (j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(Hji)));
                        sayac=sayac +1;
                    }
                    else {
                        Trace.WriteLine(String.Format("H{0}{1}:{2} >
{3}\tReddedildi", (j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(Hji),kritikDeger));
                    }
                    dongusayisi=dongusayisi+1;
                }
            }
            double sonuc=(double)sayac/dongusayisi;
            Trace.WriteLine("HATA ORANI:" + Prosedur.Formatla(sonuc));
            return sonuc;
        }

        public void GuvenAraliklariniYazdir(){
            Trace.WriteLine("-----");
            Trace.WriteLine("H PROSEDURU GUVEN ARALIKLARI:");

            for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
                for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
                    GuvenAraliginiYazdir(j,i); }
            }
        }
    }
}
```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

    }
}
private void GuvenAraliginiYazdir(int j,int i) {
    double carpan;
    if (!NlerEsit){
        carpan=(double)1/N[i] + (double)1/N[j];
    }
    else {
        carpan=(double)1/N[i];
    }
    double aralikMiktari=Math.Sqrt(SKareYjYi(j,i)) * Math.Sqrt(carpan) *
kritikDeger;

    double altSinir=YOrtalama[j]-YOrtalama[i]-aralikMiktari;
    double ustSinir=YOrtalama[j]-YOrtalama[i]+aralikMiktari;
    Trace.WriteLine(Prosedur.Formatla(altSinir) + "\t<= Guven Araligi" +
(j+1) + (i+1) + " <= \t" + Prosedur.Formatla(ustSinir));
}

private double H(int j, int i){
    double carpan;
    if (!NlerEsit){
        carpan=(double)1/N[i] + (double)1/N[j];
    }
    else {
        carpan=(double)1/N[i];
    }
    double pay=YOrtalama[j]-YOrtalama [i];
    double payda=Math.Sqrt(SKareYjYi(j,i)) * Math.Sqrt(carpan);
    double Yji = pay/payda;
    return Yji;
}
}
}

```

H yöntemi için bu programda çift yanlı güven aralığı hesabı verilmiştir. Ama uygulamada tek yanlı güven aralıkları için yapılmıştır. Burada amaç üst sınır değerlerini görebilmektir.

M YÖNTEMİ

```

using System;
using System.Collections;
using System.Diagnostics;

namespace Procedures
{
    public class MProseduru:Prosedur
    {
        private double guvenAraligiKritikDegeri;
        public MProseduru(int k, double kritikDeger, int[] N, double[] YOrtalama, bool
NlerEsit, double[][] Y, double guvenAraligiKritikDegeri):base(k, kritikDeger, N, YOrtalama,
NlerEsit, Y) {
            this.guvenAraligiKritikDegeri=guvenAraligiKritikDegeri;}
    }
}

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

public void GuvenAraliklariniYazdir(){
    Trace.WriteLine("");
    Trace.WriteLine("-----");
    Trace.WriteLine("M PROSEDURU GUVEN ARALIKLARI:");
    Trace.WriteLine(String.Format("Kritik Deger:{0} Guven Araligi Kritik
Degeri:{1}",kritikDeger, guvenAraligiKritikDegeri));
    Trace.WriteLine("");
    for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
        for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
            GuvenAraliginiYazdir(j,i);
        }
    }
    //Kucukten buyuge sirali olacak sekilde, min degerleri minDegerler dizisine, max
degerleri de maxDegerler dizisine doldurur.
    private void KombinasyonlarinMinMaxDegerleriniAl(int j, int i, out double[]
minDegerler, out double[] maxDegerler ){
        ArrayList minDegerlerList=new ArrayList();
        ArrayList maxDegerlerList=new ArrayList();
        Trace.WriteLine("Guven Araligi" + (j+1) + (i+1) + ":");
        //Alt sinir kombinasyonlarini hesapla
        //i<=l'<l<=j
        Trace.WriteLine("\tAlt Sinir Kombinasyonlari:");
        for (int lUssu=i;lUssu<j;lUssu++){
            for (int l=0;l<=j;l++){
                //lussu l den kucuk olmak zorundadir.
                if (lUssu>=l){
                    continue;
                }
                //Minimum degerini minimumlar dizisine ekle
                double altSinirDegeri=M(l,lUssu,true);
                minDegerlerList.Add(altSinirDegeri);
                Trace.WriteLine("\t\tKombinasyon " + (l+1) +
(lUssu+1) + ":" + Prosedur.Formatla(altSinirDegeri) );
            }
        }
        //Ust sinir kombinasyonlarini hesapla
        //m'<=i<j<=m
        Trace.WriteLine("\tUst Sinir Kombinasyonlari:");
        for (int mUssu=0;mUssu<=i;mUssu++){
            for (int m=j;m<YOrtalama.Length;m++){
                //Maksimum degerini maksimumlar dizisine ekle
                double ustSinirDegeri=M(m,mUssu,false);
                maxDegerlerList.Add(ustSinirDegeri);
                Trace.WriteLine("\t\tKombinasyon " + (m+1) + (mUssu+1) + ":" +
Prosedur.Formatla(ustSinirDegeri) );
            }
        }
        minDegerler=new double[minDegerlerList.Count];
        maxDegerler=new double[maxDegerlerList.Count];

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        minDegerlerList.CopyTo(minDegerler);
        maxDegerlerList.CopyTo(maxDegerler);

        Array.Sort(minDegerler);
        Array.Sort(maxDegerler);
    }

    private void GuvenAraliginiYazdir(int j,int i) {
        double[] minDegerler;
        double[] maxDegerler;
        KombinasyonlarinMinMaxDegerleriniAl(j,i,out minDegerler, out
maxDegerler);

        //Dizilerde en az bir eleman olmak zorunda, en azindan kendisi
        //Alt sinirlarin en buyugunu al.
        double altSinir=(double)minDegerler[minDegerler.Length-1];
        //Ust sinirlarin en kucugunu al
        double ustSinir=maxDegerler[0];
        Trace.WriteLine(Prosedur.Formatla(altSinir) + "\t<= Guven Araligi " + (j+1) +
(i+1) + " <=\t" + Prosedur.Formatla(ustSinir));
        Trace.WriteLine("-----");
    }

    /// <summary>
    /// Guven araliklarinin alt ve ust sinirlarini hesaplamakta kullanilir.
    /// </summary>
    /// <param name="j"></param>
    /// <param name="i"></param>
    /// <param name="altSiniriHesapla"></param>
    /// <returns></returns>
    private double M(int j, int i, bool altSiniriHesapla){
        double carpan;
        if (!NlerEsit){
            carpan=(double)1/N[i] + (double)1/N[j];
            carpan=(double) carpan/2;
        }
        else {
            carpan=(double)1/N[i];
        }
        double sonuc;
        double aralikMiktari=Math.Sqrt(SKareYjYi(j,i)) * Math.Sqrt(carpan) *
guvenAraligiKritikDegeri;
        if (altSiniriHesapla){
            sonuc=YOrtalama[j]-YOrtalama[i]-aralikMiktari;
        }
        else{
            sonuc=YOrtalama[j]-YOrtalama[i]+aralikMiktari;
        }
        return sonuc;
    }

```


EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

/// <summary>
/// Mji kominasyon degerini hesaplamakta kullanilir.
/// </summary>
/// <param name="j"></param>
/// <param name="i"></param>
/// <returns></returns>
private double MKombinasyon(int j, int i){
    double carpan;
    if (!NlerEsit){
        carpan=(double)1/N[i] + (double)1/N[j];
        carpan=(double) carpan/2;
    }
    else {
        carpan=(double)1/N[i];
    }
    double pay=YOrtalama[j]-YOrtalama[i];
    double payda=Math.Sqrt(SKareYjYi(j,i)) * Math.Sqrt(carpan);
    double Mji=pay/payda;
    return Mji;
}

private double M(int j, int i){
    Trace.WriteLine("Hata Orani " + (j+1) + (i+1) + " :");
    ArrayList degerlerList=new ArrayList();
    //Lussu>=i && <j olmali.
    for (int lUssu=i;lUssu<j;lUssu++){
        for (int l=0;l<=j;l++){
            //lussu l den kucuk olmak zorundadir.
            if (lUssu>=l){
                continue;
            }
            double deger=MKombinasyon(l,lUssu);
            degerlerList.Add(deger);
            Trace.WriteLine("\t\t\tKombinasyon:" + (l+1) + (lUssu+1) + " Degeri:" +
Prosedur.Formatla(deger));
        }
    }
    double[] degerler=new double[degerlerList.Count];

    degerlerList.CopyTo(degerler);

    Array.Sort(degerler);
    //En buyuk kombibasyon degerini aliyoruz
    return degerler[degerler.Length-1];
}

public double HataOraniHesapla() {
    int sayac=0;
    int dongusayisi=0;
    Trace.WriteLine("-----");
    Trace.WriteLine("M PROSEDURU HATA ORANI ANALIZI:");
    Trace.WriteLine("Kritik Deger:" + kritikDeger);

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        Trace.WriteLine("-----");

        for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
            for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
                double Mji=M(j,i);

                if (Mji<kritikDeger) {
                    sayac=sayac +1;
                    Trace.WriteLine(String.Format("M{0}{1} :
{2}", (j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(Mji)));
                }
                else {
                    Trace.WriteLine(String.Format("M{0}{1}:{2} > {3}\tReddedildi",
(j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(Mji),kritikDeger));
                }
                dongusayisi=dongusayisi+1;
            }
        }
        double sonuc=(double)sayac/dongusayisi;
        Trace.WriteLine("HATA ORANI:" + Prosedur.Formatla(sonuc));
        return sonuc;
    }
}

```

R YÖNTEMİ

```

using System;
using System.Collections;
using System.Diagnostics;

namespace Procedures
{
    public class RProseduru:Prosedur
    {
        protected double[] izotonikParametreler;
        protected int sayac=0;
        protected int dongusayisi=0;

        //Uzunlugu ji kombinasyonlari kadar
        protected double[] beta;

        public RProseduru(int k, double kritikDeger, int[] N, double[] YOrtalama, bool NlerEsit,
double[][] Y, double[] izotonikParametreler, double[] beta):base(k, kritikDeger, N, YOrtalama,
NlerEsit, Y) {
            this.izotonikParametreler=izotonikParametreler;
            this.beta=beta;
        }

        protected virtual string GetProsedurName(){

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        return "R";
    }

    public double HataOraniHesapla(){
        Trace.WriteLine("");
        Trace.WriteLine("-----");
        Trace.WriteLine(String.Format("{0} PROSEDURU HATA ORANI ANALIZI:",GetProsedurName()));
        Trace.WriteLine(String.Format("Kritik Deger: {0}",kritikDeger));
        Trace.WriteLine("");
        RParametreleriniYazdir();
        Trace.WriteLine("");
        for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
            for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
                KabulRedKontrol(j,i);
            }
        }
        double sonuc=(double)sayac/dongusayisi;
        Trace.WriteLine("HATA ORANI: " + Prosedur.Formatla(sonuc));
        return sonuc;
    }

    protected virtual void KabulRedKontrol(int j, int i){
        double Rji=R(j,i);
        if (Rji<kritikDeger) {
            sayac=sayac +1;
            Trace.WriteLine(String.Format("{0}{1}{2}:{3}", GetProsedurName(),
            (j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(Rji)));
        }
        else {
            Trace.WriteLine(String.Format("{0}{1}{2}:{3} > {4}\tReddedildi",GetProsedurName(),
            (j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(Rji),kritikDeger));
        }
        dongusayisi=dongusayisi+1;
    }

    protected double R(int j,int i){
        double sigmaDegeri=Sigma(j,i);
        double pay=izotonikParametreler[j]-izotonikParametreler[i];
        pay=(double)pay/Math.Sqrt(this.SKareYjYi(j,i));
        pay=pay-BetayiAl(j,i);
        double sonuc=(double)(pay/sigmaDegeri);
        if (sonuc<0) {
            sonuc=Math.Abs(sonuc);
        }
        return sonuc;
    }

    //10,20,30,40,50,60,21,31,41,51,61,32,42,52,62,43,53,63,54,64,65
    private double BetayiAl(int j, int i){
        double sonuc=0;
        int index=0;
        int ekleme=k;
    }

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        for (int m=0;m<i;m++){
            index = index + ekleme-2-m;
        }
        index =index + j-1;
        try{
            sonuc=beta[index];
            return sonuc;
        }
        catch(Exception ex) {
            throw new Exception(String.Format("Sifir tabanlı j: {0} i: {0} ",j,i,ex.Message),ex);
        }
    }

    //10,20,30,40,50,60,21,31,41,51,61,32,42,52,62,43,53,63,54,64,65
    private double Sigma(int j, int i){
        double sonuc=0;
        for (int m=0;m<N[i];m++){
            sonuc= sonuc + (this.Y[i][m]-this.izotonikParametreler[i]) * (this.Y[i][m]-
this.izotonikParametreler[i]);
        }
        for (int m=0;m<N[j];m++){
            sonuc= sonuc + (this.Y[j][m]-this.izotonikParametreler[j]) *
(this.Y[j][m]-this.izotonikParametreler[j]);
        }
        sonuc=(double)(sonuc /(N[i] + N[j] -2));
        sonuc=Math.Sqrt(sonuc);
        return sonuc;
    }

    //10,20,30,40,50,60,21,31,41,51,61,32,42,52,62,43,53,63,54,64,65
    private double VaryansTahmini(int j, int i){
        double sonuc=0;
        for (int m=0;m<N[i];m++){
            sonuc= sonuc + (this.Y[i][m]-this.YOrtalama[i]) * (this.Y[i][m]-
this.YOrtalama[i]);
        }
        for (int m=0;m<N[j];m++){
            sonuc= sonuc + (this.Y[j][m]-this.YOrtalama[j]) * (this.Y[j][m]-
this.YOrtalama[j]);
        }
        sonuc=(double)(sonuc /(N[i] + N[j]));
        sonuc=Math.Sqrt(sonuc);
        return sonuc;
    }

    private void RParametreleriniYazdir(){
        BetalariYazdir();
        Trace.WriteLine("");
        Trace.WriteLine("IZOTONIK PARAMETRELER");
        for (int i=0;i<izotonikParametreler.Length;i++){

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        Trace.Write(String.Format("Mu{0} :
{1}\t",(i+1),Prosedur.Formatla(izotonikParametreler[i])));
    }
    Trace.WriteLine("");
    SigmalarıYazdir();
    Trace.WriteLine("");
    VaryansTahminleriniYazdir();
}

private void BetalarıYazdir(){
    Trace.WriteLine("BETA DEGERLERI");
    for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
        for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
            double betaDegeri=BetayıAl(j,i);
            Trace.Write(String.Format("Beta{0}{1} : {2}\t",(j+1),(i+1),
Prosedur.Formatla(betaDegeri)));
        }
        Trace.WriteLine("");
    }
}

private void SigmalarıYazdir(){
    Trace.WriteLine("SIGMA DEGERLERI");
    for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
        for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
            double sigmaDegeri=Sigma(j,i);
            Trace.Write(String.Format("Sigma{0}{1} : {2}\t",(j+1),(i+1),
Prosedur.Formatla(sigmaDegeri)));
        }
        Trace.WriteLine("");
    }
}

private void VaryansTahminleriniYazdir(){
    Trace.WriteLine("VARYANS TAHMINI DEGERLERI");
    for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
        for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
            double varyansTahmini=VaryansTahmini(j,i);
            Trace.Write(String.Format("VT{0}{1} : {2}\t",(j+1),(i+1),
Prosedur.Formatla(varyansTahmini)));
        }
        Trace.WriteLine("");
    }
}
}

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

T YÖNTEMİ

```
using System;
using System.Diagnostics;

namespace Procedures
{
    public class TProseduru:Prosedur{
        protected double TTabloKritikDeger;
        protected double[] izotonikParametreler;
        protected int sayac=0;
        protected int dongusayisi=0;

        public TProseduru(int k, double kritikDeger, int[] N, double[] YOrtalama, bool NlerEsit,
double[][] Y, double TTabloKritikDeger, double[] izotonikParametreler):base(k, kritikDeger, N,
YOrtalama, NlerEsit, Y){
            this.TTabloKritikDeger=TTabloKritikDeger;
            this.izotonikParametreler=izotonikParametreler;
        }

        protected virtual string GetProsedurName(){
            return "T";
        }

        public double HataOraniHesapla(){
            Trace.WriteLine("");
            Trace.WriteLine("-----");
            Trace.WriteLine(String.Format("{0} PROSEDURU HATA ORANI
ANALIZI:",GetProsedurName()));
            Trace.WriteLine(String.Format("Kritik Deger:{0}   {1} Tablo
Degeri:{2}",kritikDeger,GetProsedurName(), TTabloKritikDeger));
            Trace.WriteLine("");
            TParametreleriniYazdir();
            Trace.WriteLine("");

            double EDegeri=E();
            double sonuc=0;
            if (EDegeri<=this.kritikDeger) {
                Trace.WriteLine(String.Format("Hata Orani hesaplanamaz. {0} > {1}",
Prosedur.Formatla(EDegeri),this.kritikDeger));
                sonuc= -1;
            }
            else{
                for (int i=0;i<YOrtalama.Length-1;i++){
                    for (int j=i+1;j<YOrtalama.Length;j++){
                        KabulRedKontrol(j,i);
                    }
                }
                sonuc=(double) sayac/dongusayisi;
            }
            Trace.WriteLine("HATA ORANI:" + Prosedur.Formatla(sonuc));
        }
    }
}
```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        return sonuc;
    }

    protected virtual void KabulRedKontrol(int j, int i){
        double TDegeri=T(j,i);
        double karsilastirmaDegeri=(double) Math.Sqrt(2) * this.TTabloKritikDeger;

        if ( TDegeri<karsilastirmaDegeri){
            sayac++;
            Trace.WriteLine(String.Format("{0}{1}{2}:{3}", GetProsedurName(),
(j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(TDegeri)));
        }
        else {
            Trace.WriteLine(String.Format("{0}{1}{2}:{3} >
{4}\tReddedildi",GetProsedurName(), (j+1),(i+1),Prosedur.Formatla(TDegeri),karsilastirmaDegeri));
        }
        dongusayisi=dongusayisi+1;
    }
    private double e(){
        double pay=0;
        double toplam=0;
        for (int i=0;i<k;i++){
            toplam=toplam + (double) N[i]* (izotonikParametreler[i]-OrtalamaninTahmini()) *
(izotonikParametreler[i]-OrtalamaninTahmini());
        }
        pay=toplam;
        //Paydayi hesapla
        toplam=0;
        for (int i=0;i<k;i++){
            for (int j=0;j<N[i];j++){
                toplam=toplam + (double)(this.Y[i][j]-OrtalamaninTahmini()) * (this.Y[i][j]-OrtalamaninTahmini());
            }
        }
        double payda=toplam;
        double sonuc=pay/payda;
        return sonuc;
    }
    private double E() {
        double NToplam=0;
        for (int i=0;i<k;i++){
            NToplam=NToplam+ N[i];
        }
        double eDegeri=e();
        double pay=(double)(NToplam - k) *eDegeri;
        double payda=(double)1-eDegeri;
        double sonuc=pay/payda;
        return sonuc;
    }
    private double OrtalamaninTahmini(){
        double toplam=0;
        for (int i=0;i<k;i++){

```

EK-13 (Devam) Yöntemlerin Analizinde kullanılan C sharp programı ile yazılan hata oranı ve eşanlı güven aralıklarını hesaplayan program

```

        toplam=toplam + YOrtalama[i];
    }
    double ortalama=(double) toplam/k;
    return ortalama;
}
protected double T (int j, int i){
    double carpan=(double)1/N[i] + (double)1/N[j];
    double sonuc=(YOrtalama[j]-YOrtalama[i])/(Math.Sqrt(SKareYjYi(j,i)) *
Math.Sqrt(carpan));
        return sonuc;
    }

    private void TParametreleriniYazdir(){
        Trace.WriteLine("IZOTONIK PARAMETRELER");
        for (int i=0;i<izotonikParametreler.Length;i++){
            Trace.Write(String.Format("Mu {0} :
{1}\t", (i+1), Prosedur.Formatla(izotonikParametreler[i])));
        }
        Trace.WriteLine("");
    }
}
}

```


ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ÇINAR, Sümeyye
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 22.06.1980 Ankara
Medeni hali : Bekar
e-mail : smeyyen02@yahoo.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /İstatistik	2007
Lisans	Gazi Üniversitesi/ İstatistik	2004
Lise	Aydınlıkevler	1997

Yabancı Dil

İngilizce