

BİR ÖRNEK İÇİN TESTLER

BÖLÜM 5

1

Bir Örnek İçin Testler

- Binom Testi
- Bir Örnek İşaret Testi
- Wilcoxon İşaretli Sıra Sayıları Testi
- Rastgelelik İçin Dizi Parçaları Testi

2

Binom Testi

- Varsayımlar:
  - Veri tekrarlı Bernoulli deneyinin sonuçlarından oluşur. Yani her gözlem (ölçüm) sonucu "başarılı" ya da "başarısız", "sağlam" ya da "bozuk", "çimlendi" ya da "çimlenmedi" gibi birbirinden ayrık iki sonuçtan biri ile veride yer alır.
  - Tekrarlar (deneyler) birbirinden bağımsızdır.
  - İlgilenilen sonucun olasılığı olmak üzere, bu olasılık tekrardan tekrara (deneyden deneye) sabittir.

3

Binom Testi

H_0	H_1	Test
$\pi = \pi_0$	$\pi > \pi_0$	Tek-yanlı test
$\pi = \pi_0$	$\pi < \pi_0$	Tek-yanlı test
$\pi = \pi_0$	$\pi \neq \pi_0$	İki-yanlı test

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & i.\text{ölçüm (gözlem) değeri ilgilenilen özellikte ise} \\ 0, & i.\text{ölçüm (gözlem) değeri ilgilenilen özellikte değilse} \end{cases}$$

$$b = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \qquad f(b) = \binom{n}{b} p^b (1-p)^{n-b}, \quad b = 0,1,\ldots,n$$

4

Binom Testi

H_1	Karar kuralı		
$\pi < \pi_0$	$b_h \leq b_\alpha$	ise H_0 reddedilir,	$P(b \leq b_\alpha) = \alpha$
$\pi > \pi_0$	$b_h \geq b'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,	$P(b \geq b'_\alpha) = \alpha$
$\pi \neq \pi_0$	$b_h \leq b_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,	$P(b \leq b_{\alpha/2}) = \alpha/2$
	veya $b_h \geq b'_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,	$P(b \geq b'_{\alpha/2}) = \alpha/2$

5

Örnek

Tohum no	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Çimlenme durumu	Ç	N	Ç	N	Ç	Ç	Ç	N	Ç

$H_0: \pi = 0.80$

$H_1: \pi < 0.80$

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & i.\text{tohum çimlendi ise} \\ 0, & i.\text{tohum çimlenmedi ise} \end{cases}$$

$$b = \sum_{i=1}^{n} \delta_i$$

6

Örnek

Tohum no	1	2	3	4	5	6	7	8	9
δ_i	1	0	1	0	1	1	1	0	1

$$b_h = 6$$

Daha önce $\pi = 0.80$, $\alpha = 0.10$ ve $n = 9$ iken $b_\alpha = 5$ hesaplanmıştı. Elde edilen bu sonuçlara göre,

$$b_h \not< b_\alpha, \text{yani } 6 \not< 5$$

olduğundan H_0 reddedilemez. Bu sonuca göre çimlenen tohumların oranı 0.80'den küçük değildir.

7

Örnek

Bu problem için *p-değeri*,

$$p\text{-değeri} = P(b \leq 6)$$

olur. Bu olasılık değeri de $n = 9$ ve $\pi = 0.80$ iken oluşturulan olasılık dağılımından,

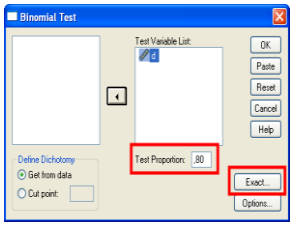
$$\begin{aligned} P(b \leq 6) &= P(b = 0) + P(b = 1) + \cdots + P(b = 6) \\ &= 0.0000 + 0.0000 + \cdots + 0.1761 \\ &= 0.2611 \end{aligned}$$

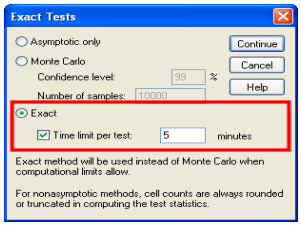
hesaplanır. Bu sonuçlara göre p-değeri $\not< \alpha$ olduğundan H_0 reddedilemez.

8

SPSS Uygulama

	d
1	1
2	0
3	1
4	0
5	1
6	1
7	1
8	0
9	1
10	





Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)	Point Probability
ro	Group 1	1	6	,7	,8	,262[a]	,176
	Group 2	0	3	,3			
	Total		9	1,0			

a. Alternative hypothesis states that the proportion of cases in the first group < ,8.

9

Örnek

Hasta no	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Tahlil sonucu	105	112	120	100	125	128	130	195

$H_0: \pi = 0.60$

$H_1: \pi < 0.60$

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & i.\text{tahlil sonucu } 110'\text{dan küçükse} \\ 0, & i.\text{tahlil sonucu } 110'\text{dan küçük değilse} \end{cases}$$

10

Örnek

Hasta no	1	2	3	4	5	6	7	8
δ_i	1	0	0	1	0	0	0	0

$b_h = 2$

$$f(b) = \binom{n}{b}(0.60)^b(1-0.60)^{n-b}$$

Örnek

$$P(b=0) = \binom{8}{0}(0.60)^0(0.40)^{8-0} = 0.0007$$
$$P(b=1) = \binom{8}{1}(0.60)^1(0.40)^{8-1} = 0.0079$$
$$P(b=2) = \binom{8}{2}(0.60)^2(0.40)^{8-2} = 0.0413$$
$$P(b=3) = \binom{8}{3}(0.60)^3(0.40)^{8-3} = 0.1239$$

$P(b \leq 2) = 0.0499 \cong 0.05$

$P(b \leq 3) \cong 0.1738$

Örnek

$n = 8$ ve $\alpha = 0.05$ iken $P(b \leq b_\alpha) = \alpha$ ile $b_\alpha = 2$ bulunur. Bu sonuçlara göre $b_h = 2$ ve $b_\alpha = 2$ iken

$$b_h \leq b_\alpha$$

olduğu sağlandığından H_0 reddedilir.

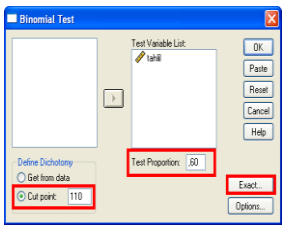
Bu problemde *p-değeri*,

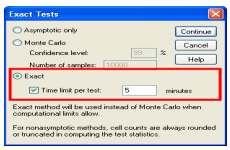
$$p\text{-değeri} = P(b \leq 2)$$
$$= 0.0499$$

13

SPSS Uygulama

	tahlil
1	105
2	112
3	120
4	100
5	125
6	128
7	130
8	195





Binomial Test

		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)	Point Probability
Tahlil sonucu	Group 1	<= 110	2	,2	,6	,050[a]	,041
	Group 2	> 110	6	,8			
	Total		8	1,0			

a. Alternative hypothesis states that the proportion of cases in the first group < ,6.

14

Bir Örnek İşaret Testi

- Varsayımlar:
  - n hacimli örnek medyanı bilinmeyen bir yığından rastgele seçilmiştir.
  - İlgilenilen değişken en az sıralama düzeyinde ölçülmüştür.
  - İlgilenilen değişken süreklidir.

15

Bir Örnek İşaret Testi

H_0	H_1	Test
$M = M_0$	$M > M_0$	Tek-yanlı test
$M = M_0$	$M < M_0$	Tek-yanlı test
$M = M_0$	$M \neq M_0$	İki-yanlı test

$$D_i = X_i - M_0, \qquad i = 1,2,\dots,n$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & D_i > 0 \\ 0, & D_i < 0 \end{cases}$$

$$k = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \qquad f(k) = \binom{n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}, \quad k = 0,1,\dots,n$$

16

Bir Örnek İşaret Testi

H_1	Karar kuralı		
$M < M_0$	$k_h \leq k_\alpha$	ise H_0 reddedilir,	$P(k \leq k_\alpha) = \alpha$
$M > M_0$	$k_h \geq k'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,	$P(k \geq k'_\alpha) = \alpha$
$M \neq M_0$	$k_h \leq k_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,	$P(k \leq k_{\alpha/2}) = \alpha/2$
	veya		
	$k_h \geq k'_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,	$P(k \geq k'_{\alpha/2}) = \alpha/2$

Örnek

X_i (gün) : 32 65 27 34 66 40 36 52

$H_0: M = 30$
$H_1: M > 30$

X_i	$D_i = X_i - 30$	δ_i
32	2	1
65	35	1
27	-3	0
34	4	1
66	36	1
40	10	1
36	6	1
52	22	1
		7

Bu sonuçlara göre $k_h = 7$ olarak hesaplanır. $n = 8$ iken $k'_\alpha = 7$ bulunur. Bu sonuçlara göre $k_h \geq k'_\alpha$ olduğundan H_0 reddedilir.

Örnek

Bu problem için *p-değeri*,

$$\begin{aligned} p\text{-değeri} &= P(k \geq k_h) \\ &= P(k \geq 7) \\ &= P(k = 7) + P(k = 8) \end{aligned}$$

T9 kullanılarak,

$$p\text{-değeri} = 0.0313 + 0.0039 = 0.0352$$

olur. p-değeri $\leq \alpha$ olduğundan H_0 reddedilir.

19

Örnek

X_i (ay) : 110 85 43 60 47 30 150 80 48

$H_0: M = 100$
$H_1: M < 100$

X_i	$D_i = X_i - 100$	δ_i
110	10	1
85	–15	0
43	–57	0
60	–40	0
47	–53	0
30	–70	0
150	50	1
80	–20	0
48	–52	0
		2

Yukarıdaki işlemlere göre $k_h = 2$ olur. $n = 9$ iken $k_\alpha = 1$ bulunur. Bu sonuçlara göre $k_h > k_\alpha$ olduğundan H_0 reddedilemez.

20

Örnek

Bu problem için *p-değeri*,

$$\begin{aligned} p\text{-değeri} &= P(k \leq k_h) \\ &= P(k \leq 2) \\ &= 0.0899 \end{aligned}$$

olur. p-değeri $> \alpha$ olduğundan H_0 reddedilemez.

Wilcoxon İşaretli Sıra Sayıları Testi

- Varsayımlar:
  - n hacimli örnek medyanı bilinmeyen yığından rastgele seçilmiştir.
  - İlgilenilen değişken süreklidir.
  - Yığının dağılımı simetriktir.
  - Ölçme düzeyi en az eşit aralıklıdır.
  - Gözlemler birbirinden bağımsızdır.

Wilcoxon İşaretli Sıra Sayıları Testi

H_0	H_1	Test
$M = M_0$	$M > M_0$	Tek-yanlı test
$M = M_0$	$M < M_0$	Tek-yanlı test
$M = M_0$	$M \neq M_0$	İki-yanlı test

23

Wilcoxon İşaretli Sıra Sayıları Testi

$$D_i = X_i - M_0, \qquad i = 1,2,\dots,n$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & D_i > 0 \\ 0, & D_i < 0 \end{cases}$$

$$r(|D_i|) = \sum_{j=1}^{n} S\left[|D_i| - |D_j|\right] \qquad S(u) = \begin{cases} 1, & u \geq 0 \\ 0, & u < 0 \end{cases}$$

$$T^+ = \sum r(|D_i|)\,\delta_i$$

24

Örnek

X_i	$D_i = X_i - 100$	δ_i	$\lvert D_i \rvert$	$r(\lvert D_i \rvert)$
120	20	1	20	6
105	5	1	5	2
108	8	1	8	4
106	6	1	6	3
90	–10	0	10	5
98	–2	0	2	1
130	30	1	30	7

$$T_h^+ = 1(6) + 1(2) + 1(4) + 1(3) + 0(5) + 0(1) + 1(7) = 22$$

25

Örnek

X_i	$D_i = X_i - 10$	δ_i	$\lvert D_i \rvert$	$r(\lvert D_i \rvert)$
12	2	1	2	1.5
10	0	veriden atılır		
8	–2	0	2	1.5
16	6	1	6	6
18	8	1	8	7
15	5	1	5	4
15	5	1	5	4
5	–5	0	5	4
22	12	1	12	8

$$T_h^+ = 30.5$$

26

Wilcoxon İşaretli Sıra Sayıları Testi

H_1	Karar kuralı		
$M < M_0$	$T_h^+ \le d_\alpha$	ise H_0 reddedilir,	$P(T^+ \le d_\alpha) = \alpha$
$M > M_0$	$T_h^+ \ge d'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,	$d'_\alpha = n(n+1)/2 - d_\alpha$
$M \ne M_0$	$T_h^+ \le d_{\alpha/2}$ veya $T_h^+ \ge d'_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,	$P(T^+ \le d_{\alpha/2}) = \alpha/2$ $d'_{\alpha/2} = n(n+1)/2 - d_{\alpha/2}$

27

Örnek

X_i	$D_i = X_i - 60$	δ_i	$\lvert D_i \rvert$	$r(\lvert D_i \rvert)$
65	5	1	5	1
52	–8	0	8	2
50	–10	0	10	3
40	–20	0	20	6
17	–43	0	43	8
76	16	1	16	5
18	–42	0	42	7
46	–14	0	14	4

$T_h^+ = 6$ T10'dan $n = 8$ iken $d_\alpha = 6$ bulunur. Bu sonuçlara göre,

$$T_h^+ \le d_\alpha, \text{yani } 6 \le 6$$

olduğundan H_0 reddedilir.

28

Örnek

Bu problem için

$$p\text{-değeri} = P(T^+ \leq 6)$$

olarak ifade edilebilir.

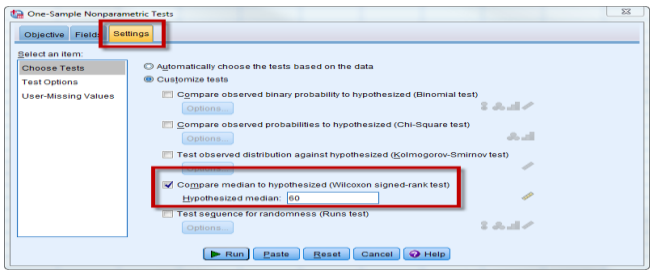
$n = 8$ iken T10'dan

$$P(T^+ \leq 6) = 0.0547$$

bulunur. Buna göre p-değeri $= 0.0547$ ve gerçekleşen α değeri de 0.0547 olur. Bu sonuçlara göre *p-değeri* ile gerçekleşen α değeri aynı olduğundan olduğundan H_0 reddedilir.Çünkü test tek yanlı ve istatistik keskli iken *p-değeri* $\leq \alpha$ ise H_0 reddedilir.

SPSS Uygulama

	X
1	65
2	52
3	50
4	40
5	17
6	76
7	18
8	46
9	



Total N	8
Test Statistic	6,000
Standard Error	7,141
Standardized Test Statistic	-1,680
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,093

Örnek

X_i	$D_i = X_i - 1200$	δ_i	$\lvert D_i \rvert$	$r(\lvert D_i \rvert)$
1210	10	1	10	4
1196	–4	0	4	2
1195	–5	0	5	3
1220	20	1	20	6
1260	60	1	60	9
1245	45	1	45	8
1211	11	1	11	5
1244	44	1	44	7
1201	1	1	1	1
1279	79	1	79	10
1295	95	1	95	11
1310	110	1	110	12

$$T_h^+ = 73$$

31

Örnek

Buna göre $\alpha = 0.05$ iken $d_\alpha = 17$ olur. Bu sonuçlara göre,

$$\begin{aligned} d'_\alpha &= \frac{n(n+1)}{2} - d_\alpha \\ &= \frac{12(13)}{2} - 17 \\ &= 61 \end{aligned}$$

ve $T_h^+ > d'_\alpha$ olduğundan H_0 reddedilir.

Bu problem için

$$p\text{-değeri} = P(T^+ \geq 73) < 0.0046$$

olduğu açıktır. $\alpha = 0.05$ iken p-değeri < 0.05 olduğundan H_0 hipotezi reddedilir.

32

Rastgelelik İçin Dizi Parçaları Testi

Birey no	1	2	3	4	5	6	7	8
Cinsiyet	K	K	E	E	K	E	E	K

Birey no	1	2	3	4	5	6	7	8
X_i	1.70	1.75	1.80	1.82	1.69	1.90	1.74	1.65

Birey no	1	2	3	4	5	6	7	8
Simge	A	A	Ü	Ü	A	Ü	A	A

H_0: Simgelerin dizilişi rastgeledir
H_1: Simgelerin dizilişi rastgele değildir

Rastgelelik İçin Dizi Parçaları Testi

1. Durum:

Birey no	1	2	3	4	5	6	7	8
Cinsiyet	E	E	E	E	K	K	K	K

dizi parçası dizi parçası

Bu diziliş için dizi parçası sayısı 2 olur.

Rastgelelik İçin Dizi Parçaları Testi

2. Durum:

Birey no	1	2	3	4	5	6	7	8
Cinsiyet	E	K	E	K	E	K	E	K

Bu durumda her bir simge bir dizi parçası oluşturur ve dizi parçası sayısı 8 olur.

3. Durum:

Birey no	1	2	3	4	5	6	7	8
Cinsiyet	E	K	K	E	K	E	E	K

Bu diziliş için dizi parçası sayısı 6 olur.

Örnek

X_i									
105	108	116	119	80	92	96	142	145	96
98	115	122	136	127	65	69	72	141	146
133	98	96	122	129	160	162	154	91	88

H_0: Ortalamadan sapmaların dizilişi rastgeledir
H_1: Ortalamadan sapmaların dizilişi rastgele değildir

Örnek

Sıra no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	105	108	116	119	80	92	96	142	145	96
Simge	A	A	Ü	Ü	A	A	A	Ü	Ü	A

Sıra no	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	98	115	122	136	127	65	69	72	141	146
Simge	A	Ü	Ü	Ü	Ü	A	A	A	Ü	Ü

Sıra no	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	133	98	96	122	129	160	162	154	91	88
Simge	Ü	A	A	Ü	Ü	Ü	Ü	Ü	A	A

37

Örnek

X_i									
105	108	116	119	80	92	96	142	145	96
98	115	122	136	127	65	69	72	141	146
133	98	96	122	129	160	162	154	91	88

H_0: Medyandan sapmaların dizilişi rastgeledir
H_1: Medyandan sapmaların dizilişi rastgele değildir

38

Örnek

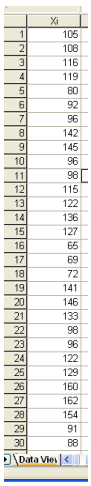
Sıra no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	105	108	116	119	80	92	96	142	145	96
Simge	–	–	+	+	–	–	–	+	+	–

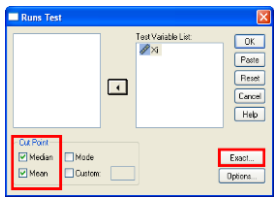
Sıra no	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	98	115	122	136	127	65	69	72	141	146
Simge	–	–	+	+	+	–	–	–	+	+

Sıra no	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X_i	133	98	96	122	129	160	162	154	91	88
Simge	+	–	–	+	+	+	+	+	–	–

39

SPSS Uygulama





Runs Test

	Xi
Test Value[a]	115,5
Cases < Test Value	15
Cases >= Test Value	15
Total Cases	30
Number of Runs	11
Z	-1,672
Asymp. Sig. (2-tailed)	,094
Exact Sig. (2-tailed)	,091
Point Probability	,026

a. Median

Runs Test 2

	Xi
Test Value[a]	114,10
Cases < Test Value	14
Cases >= Test Value	16
Total Cases	30
Number of Runs	11
Z	-1,655
Asymp. Sig. (2-tailed)	,098
Exact Sig. (2-tailed)	,090
Point Probability	,027

a. Mean

40