

**BASINÇLI HAVA YATAĞI İLE DESTEKLENMİŞ
YATAK-ROTOR SİSTEMİNİN
DİNAMİK KARAKTERİSTİKLERİNİN BELİRLENMESİ**

Abdurrahim DAL

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OCAK 2014
ANKARA**

Abdurrahim DAL tarafından hazırlanan “BASINÇLI HAVA YATAĞIYLA YATAKLANMIŞ YATAK-ROTOR SİSTEMİNİN DİNAMİK KARAKTERİSTİKLERİNİN BELİRLENMESİ” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY

.....

Tez Danışmanı, Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Nizami Aktürk

.....

Makine Mühendisliği, G.Ü.

Yrd. Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY

.....

Makine Mühendisliği, G.Ü.

Prof. Dr. M. Fatih BOTSALI

.....

Makine Mühendisliği, S.Ü.

Tez Savunma Tarihi: 10/01/2014

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Abdurrahim DAL

**BASINÇLI HAVA YATAĞI İLE DESTEKLENMİŞ
YATAK-ROTOR SİSTEMİNİN
DİNAMİK KARAKTERİSTİKLERİNİN BELİRLENMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)**

Abdurrahim DAL

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Ocak 2014**

ÖZET

Basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak-rotor sisteminde rotor sıkıştırılabilir bir akışkan olan hava tarafından taşınmaktadır. Dolayısıyla yatak ve rotor arasındaki havanın akışı sistemin dinamiğini de doğrudan etkilemektedir. Basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak-rotor sisteminde akışkanın sıkıştırılabilirliği ve doğrusal olmayan davranışı sebebiyle yatak-rotor arasındaki akış modelinin çözümlenmesi, akış karakteristiğine etki eden parametrelerin incelenmesi ve yatağın dinamik karakteristiğinin optimizasyonu oldukça önemlidir. Bu tezde ilk olarak yatak ve rotor arasındaki akışkan Reynold denklemi kullanılarak modellenmiştir. Bu model değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu ile çözümlenerek yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı; dolayısıyla yatak yük taşıma kapasiteleri ve yatak katılıkları elde edilmiştir. Yatakların geometrik parametrelerinin (boşluk miktarı, boy-çap oranı, besleme deliği çapı) yatak yük taşıma kapasitesi ve yatak katılığına etkileri incelenmiştir. Daha sonra literatürdeki çalışmalardan farklı olarak daha büyük boşluk miktarına sahip yataklar ile yataklanmış rijit yatak-rotor sistemi 2 serbestlik dereceli olarak modellenmiş ve sistemin hareket denklemleri elde edilmiştir. Doğrusal olmayan yatak-rotor sistemi davranışını en iyi şekilde ifade edebilmek için hareket denklemleri farklı rotor dönüş hızları için çözülmüş ve sonuçlar zaman tanım bölgesinde gösterilmiş, orbit eğrileri ve faz

düzlemi eğrileri çizdirilerek yatağın geometrik parametrelerinin rotorun kararlılığına olan etkileri tartışılmıştır. Yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarının artması ile yatağın yük taşıma kapasitesinin ve dolayısıyla yatak katılığının düştüğü görülmüş, ancak daha büyük boşluk miktarına sahip yataklar ile desteklenmiş yatak-rotor sisteminin çalışabilir olduğu gösterilmiştir. Bunun yanı sıra boşluk miktarının artması ile düşen yatak katılığı besleme deliği çapının arttırılması veya daha fazla sayıda orifis kullanılması ile arttığı görülmüştür.

Bilim Kodu	: 914.1.003
Anahtar Kelimeler	: Basınçlı hava yatakları, rotor dinamiği, Reynold denklemi
Sayfa Adedi	: 130
Tez Yöneticisi	: Yrd. Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY

**AN INVESTIGATION INTO DYNAMIC CHARACTERISTIC OF
AN EXTERNALLY PRESSURIZED GAS BEARING – ROTOR SYSTEM**

(M.Sc. Thesis)

Abdurrahim DAL

**GAZİ UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE**

January 2014

ABSTRACT

Rotor is supported by air in the externally pressurized gas bearing. So characteristic of air flow directly effects dynamics of bearing-rotor system. Because of squeezability and nonlinear characteristic of air flow, solution of air flow between rotor and bearing, investigation of bearing parameter and optimization of rotordynamics characteristics are very important in bearing-rotor system. In this study, firstly air flow between rotor and bearing are model by using Reynold's equation. Pressure distribution between rotor and bearing is obtained using alternating direction implicit method, then bearing load carrying capacities and stiffnesses are obtained. The effects of bearing geometrical parameters (clearance, length-radius ratio, orifice radius) on the bearing load carrying capacities and stiffnesses are analyzed. Then a rigid shaft supported by an externally pressurized gas lubricated bearing which has higher clearance is modeled in two degrees of freedom and nonlinear equations of motion are obtained for investigation into effect of bearing parameter. In order to analyze of dynamic response of the bearing-rotor system, nonlinear equations of motion are solved for different rotor rotation speed and results are presented in time domains all. Motions of rotor center are shown with orbits and stability of bearing-rotor system are discussed with phase plane portraits. It is seen that bearing load carrying capacities and stiffnesses is decreased with higher clearance. But it is seen that rotor supported by an externally pressurized gas

bearing which has higher clearance is workable. In addition to this, it is seen that, load carrying capacity and so stiffness are increased with using bearing which has higher orifice diameter and number of orifice.

Science Code : 914.1.003
Keywords : Externally pressurized gas bearing, rotordynamics,
Reynold's equation
Page Number : 130
Supervisor : Assist. Prof. Dr. Tuncay KARAÇAY

TEŞEKKÜR

Bu tezi hazırlama sürecinde bütün akademik bilgilerini benle paylaşan, çalışmalarım sırasında karşılaştığım sorunlarda bana yardımcı olan, problemlerime çözüm üreten, ufkumu genişleten, istisnasız her konuda bana destek olan çok kıymetli danışmanım Yrd. Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY'a;

Her konuda çekinmeden kapısını çaldığım, bu tezi hazırlama sürecinde karşılaştığım problemlerde eşsiz bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, her türlü konuda verdiği tavsiyeler ile yolumu aydınlatan, çok değerli hocam Prof. Dr. Nizami AKTÜRK'e;

Bu tezi hazırlama süresince dostluklarıyla, sohbetleriyle, yardıma ihtiyacım olduğunda anında yanımda olan başta Ahmet Ayberk YURTTADUR, Dilara YILMAN ve Murat KÖKSAL olmak üzere tüm arkadaşlarıma;

Aynı laboratuvarı paylaştığım çok kıymetli arkadaşlarıma, Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümü öğretim üyelerine ve araştırma görevlisi arkadaşlarıma;

Bu tezde yapılan çalışmaların yürütülmesi amacıyla proje desteği sağlayan Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TUBİTAK-1001 “Basınçlı Hava Yataklı Rotorun Teorik ve Deneysel İncelenmesi”, Proje No: 112M847) ve sağladığı imkanlar ile yaptığım çalışmayı hızlandıran ve kolaylaştıran MT Dinamik Danışmanlık Ltd. Şirketine;

Her zaman yanımda olan, hiçbir zaman düşmeme mücadele etmeyen, bugünümü borçlu olduğum, verdikleri tavsiyeler, gösterdikleri sevgi, inanç, sabır, hoşgörü, maddi manevi destekleri için babam Mahmut DAL'a, annem Ayperi DAL'a ve kardeşlerim İnayet DAL'a ve Mehmet Ali DAL'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xiii
RESİMLERİN LİSTESİ	xvii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xviii
1. GİRİŞ.....	1
2. HAVA YATAKLARI ALANINDA YAPILAN ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
2.1. Yatak ve Rotor Arasındaki Akışın Modellenmesi ve Basıncılı Hava Yataklı Rotorun Kararlı Durumdaki Analizi.....	7
2.2. Basıncılı Hava Yataklı Rotorun Dinamik Analizi.....	20
3. HAVA YATAKLARININ MATEMATİKSEL MODELİ.....	29
3.1. Giriş.....	29
3.2. Akışkan Parçacığının Hareketi.....	30
3.2.1. Bir hız alanındaki akışkan parçacığının ivmelenmesi	32
3.2.2. Momentum denklemi.....	34
3.2.3. Akışkan parçacığına etkiyen kuvvetler	35
3.3. Navier-Stokes Denklemleri	37
3.4. Süreklilik Denklemi	40
3.5. Reynold Denklemi.....	41
3.5.1. Sıkıştırılabilir bir akışkan için Reynold denkleminin elde edilmesi.....	41

Sayfa

3.5.2. Dönel koordinat takımında Reynold denklemi.....	47
3.5.3. Bir basınçlı hava yatağı için Reynold denklemi.....	49
3.6. Basınçlı Hava Yatağı ile Yataklanmış Rotor	53
3.6.1. Hareket denklemleri	53
3.6.2. Yatak katılığı	55
4. REYNOLD DENKLEMİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMLENMESİ	56
4.1. Giriş.....	56
4.2. Değişen Yönlü Kapalı Nümerik İntegrasyon (DYKNİ).....	58
4.2.1. Değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon yöntemi.....	58
4.2.2. Değişen yönlü kapalı çözüm metodu şeması.....	60
4.3. Değişen Yönlü Kapalı İntegrasyon Metodunun Reynold Denkleminde Uygulanması.....	62
4.3.1. Reynold denkleminin ayrıştırılması.....	62
4.3.2. Reynold denklemi için değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu şeması.....	64
4.3.3. Başlangıç ve sınır şartları	67
4.4. Nümerik Çözümün Algoritmik Yapısı	69
4.4.1. Basınç dağılımını elde eden algoritma	69
4.4.2. Aerostatik yatakla yataklanmış rotorun hareketini elde eden algoritma.....	70
5. BULGULAR, YORUMLAR VE TARTIŞMA	73
5.1. Aerostatik Hava Yatağında Yatak ve Rotor Arasındaki Basınç Dağılımları.....	73
5.1.1. Grid boyutlarının basınç dağılımına etkisi	77
5.1.2. Zaman adımının basınç dağılımına etkisi.....	80
5.2. Yatak Parametrelerinin Yatak Karakteristiklerine Etkisi ile ilgili Bulgular, Yorumlar ve Tartışma	83

	Sayfa
5.2.1. Ekzantriklik	84
5.2.2. Yatak ve rotor arasındaki boşluk.....	87
5.2.3. Besleme basıncı	89
5.2.4. Orifis geometrisi.....	91
5.2.5. Rotorun açısal hızı	95
5.3. Basıncılı Hava Yatağı ile Yataklanmış Rotorun Dinamik Davranışları.....	98
6. SONUÇ	107
KAYNAKLAR	112
EKLER.....	118
EK-1. DYKNİ metodunun yakınsaması	119
EK-2. DYKNİ metodu için parametrelerin optimizasyonu	123
EK-2. (Devam) DYKNİ metodunu için parametrelerin optimizasyonu	124
EK-3. Reynold denkleminin ayrıklaştırılmış formu	125
EK-3. (Devam) Reynold denkleminin ayrıklaştırılmış formu	126
EK-4. Program akış şemaları	127
Ek-4. (Devam) Program akış şemaları	128
EK-4. (Devam) Program akış şemaları	129
ÖZGEÇMİŞ	130

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 5.1. Yatağın geometrik parametreleri ve akışkanın termodinamik özellikleri	73
Çizelge 5.2. Grid boyutları ve özellikleri.....	77
Çizelge 5.3. Farklı grid boyutları için yatak çevresinde basınç değerleri	79
Çizelge 5.4. Farklı zaman adımları için yatak çevresindeki basınç değerleri	82
Çizelge 5.5. Nümerik çözüm parametreleri	84

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Basınçlı hava yatağının şematik gösterimi	1
Şekil 3.1. Basınçlı hava yatağının kartezyen koordinatlarında gösterimi	29
Şekil 3.2. Son derece küçük bir akışkan parçacığı	31
Şekil 3.3. Akışkan hareketlerinin şematik gösterimi a. ilerleme, b. dönme, c. açısal defarmasyon, d. lineer defarmasyon	31
Şekil 3.4. Akış içerisindeki parçacığın hareketi	32
Şekil 3.5. Akışkan parçacığına etkiyen x yönündeki gerilmeler	36
Şekil 3.6. Yatak ve rotor arasındaki akışkan hızlarının gösterimi	44
Şekil 3.7. Dönel koordinatlarda basınçlı hava yatağının şematik gösterimi	47
Şekil 3.8. Boyutsuz boşluk	49
Şekil 3.9. Yatak üzerindeki basınçlandırılmış hava besleme deliği	50
Şekil 3.10. Besleme deliklerinde hava akışı	50
Şekil 3.11. Bir orifisdeki akışın şematik gösterimi	53
Şekil 3.12. Aerostatik yatağın dinamik modeli	54
Şekil 4.1. Reynold denkleminin nümerik çözümü için kullanılan metotlar	57
Şekil 4.2. A matrisinin ayrıklaştırılmış matrisleri a. T diagonal matrisi b. S diagonal matrisi c. B diagonal matrisi	59
Şekil 4.3. DYKNİ şeması	61
Şekil 4.4. Silindirik yatağın herhangi bir noktasından açılarak dikdörtgen gridin oluşturulması	64
Şekil 4.5. Gridin şematik gösterimi	65
Şekil 4.6. Yatak-rotor sisteminin simulasyon algoritmasının şematik gösterimi	71
Şekil 5.1. Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı, ($P_s=2$ atm)	74

Şekil	Sayfa
Şekil 5.2. $\varepsilon = 0,5$ için yatak ve rotor arasındaki boyutsuz boşluk	75
Şekil 5.3. $\varepsilon = 0,5$ ekzantriklik oranı için yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı, $(P_s=2 \text{ atm})$	75
Şekil 5.4. Bir sıra 8 orifisli aerostatik yataktaki basınç dağılımı $(P_s=2 \text{ atm})$	76
Şekil 5.5. $\varepsilon = 0,5$ ekzantrik oranında bir sıra 8 orifisli yatağın basınç dağılımı	76
Şekil 5.6. Farklı grid boyutları için yatak boyunda basınç dağılımı	78
Şekil 5.7. Farklı grid boyutları için yatak çevresinde basınç dağılımı	78
Şekil 5.8. Farklı zaman adımları için yatak boyunda basınç dağılımları	81
Şekil 5.9. Farklı zaman adımları için yatak çevresinde basınç dağılımları	81
Şekil 5.10. Basınçlı hava yatağı	83
Şekil 5.11. Besleme deliklerinin yatak üzerindeki konumları a. 4 besleme delikli yatak b. 8 besleme delikli yatak.	84
Şekil 5.12. Yatak yük taşıma kapasitesinin ekzantriklik oranına bağlı değişimi $(P_s=2 \text{ atm})$	85
Şekil 5.13. Yatak yük taşıma kapasitesinin ekzantriklik oranına göre değişimi, a. $c=50 \text{ } \mu\text{m}$ b. $c=250 \text{ } \mu\text{m}$ $(P_s=2 \text{ atm}, d_o=0,003 \text{ m})$	86
Şekil 5.14. Yatak katılığının ekzantriklik oranına göre değişimi, $c=50 \text{ } \mu\text{m}$ a. k_{xy} b. k_{xx} c. k_{yx} d. k_{yy}	86
Şekil 5.15. Yatak katılığının ekzantriklik oranına göre değişimi, $c=250 \text{ } \mu\text{m}$ a. k_{xy} b. k_{xx} c. k_{yx} d. k_{yy}	87
Şekil 5.16. Yatak yük taşıma kapasitesinin boşluğa göre değişimi $(P_s=2 \text{ atm})$	88
Şekil 5.17. Yatak katılığının boşluğa göre değişimi, a. k_{xy} b. k_{xx} c. k_{yx} d. k_{yy} $(P_s=2 \text{ atm})$	88
Şekil 5.18. Kütle debisinin besleme basıncına göre değişimi	89
Şekil 5.19. Yatak yük taşıma kapasitesinin besleme basıncına göre değişimi, $c=50 \text{ } \mu\text{m}$	90

Şekil	Sayfa
Şekil 5.20. Yatak yük taşıma kapasitesinin besleme basıncına göre değişimi, $c=250 \mu\text{m}$	90
Şekil 5.21. Yatak katılığının besleme basıncına göre değişimi, $c=50 \mu\text{m}$	91
Şekil 5.22. Yatak katılığının besleme basıncına göre değişimi, $c=250 \mu\text{m}$	91
Şekil 5.23. Kütle debisinin orifis çapına göre değişimi, ($P_s=2 \text{ atm}$)	92
Şekil 5.24. Yatak yük taşıma kapasitesinin orifis çapına göre değişimi, $P_s=2 \text{ atm}$, $c=50 \mu\text{m}$	93
Şekil 5.25. Yatak yük taşıma kapasitesinin orifis çapına göre değişimi, $P_s=2 \text{ atm}$, $c=250 \mu\text{m}$	93
Şekil 5.26. Yatak katılığının orifis çapına göre değişimi, $P_s=2 \text{ atm}$, $c=50 \mu\text{m}$	94
Şekil 5.27. Yatak katılığının orifis çapına göre değişimi, $P_s=2 \text{ atm}$, $c=50 \mu\text{m}$	94
Şekil 5.28. Farklı ekzantriklik değerleri için rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine etkisi ($P_s=2 \text{ atm}$) a. $c=50 \mu\text{m}$, b. $c=250 \mu\text{m}$	95
Şekil 5.29. Farklı ekzantriklik değerleri için rotorun açısal hızının yatak katılığına etkisi ($P_s=2 \text{ atm}$) a. $c=50 \mu\text{m}$, b. $c=250 \mu\text{m}$	96
Şekil 5.30. Farklı boşluklar için rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine etkisi ($P_s=2 \text{ atm}$) a. $L/D=1$, b. $L/D=2$	97
Şekil 5.31. Farklı boşluklar için rotorun açısal hızının yatak katılığına etkisi ($P_s=2 \text{ atm}$) a. $L/D=1$, b. $L/D=2$	97
Şekil 5.32. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000 \text{ rad/s}$) a. x eksen b. y eksen	99
Şekil 5.33. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000 \text{ rad/s}$) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi	99
Şekil 5.34. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000 \text{ rad/s}$) a. x eksen b. y eksen	100
Şekil 5.35. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000 \text{ rad/s}$) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi	101
Şekil 5.36. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000 \text{ rad/s}$) a. x eksen b. y eksen	102

Şekil	Sayfa
Şekil 5.37. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi	102
Şekil 5.38. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen.....	103
Şekil 5.39. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi	104
Şekil 5.40. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen.....	104
Şekil 5.41. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi	105
Şekil 5.42. Farklı rotor hızları için zirve-zirve genliklerinin değişimi	106

RESİMLERİN LİSTESİ**Resim****Sayfa**

Resim 2.1. Kingsbury'nin hava yatağı test düzeneği..... 6

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
a	İvme, m/s^2
a_p	Akış parçacığının ivmesi, m/s^2
A	Katsayılar matrisi
A_d	Besleme deliği kesit alanı, m^2
B	Ayrıklaştırılmış matris
c	Yatak ve rotor arasındaki boşluk, m
c_i, i=1,2,3..n	Sönüm katsayısı, Ns/m
C_d	Boşaltma katsayısı
d₀	Besleme deliği çapı, m
D	Yatak çapı, m
e	Yatak ve rotor merkezleri arasındaki mesafe, m
F	Kuvvet, N
F_b	Akışkan parçağına etkiyen cisim kuvveti, N
F_s	Akışkan parçacığına etkiyen yüzey kuvveti, N
g	Yerçekimi ivmesi, m/s^2
h	Hava filmi kalınlığı, m
H	Boyutsuz hava filmi (h/c)
H_{min}	Minimum hava filmi kalınlığı (h_{min}/c)
H_{maks}	Maksimum hava filmi kalınlığı (h_{maks}/c)
I	Birim matris
k_i, i=1,2,3..n	Yay katsayısı, N/m
k_p	Isı kapasitesi oranı
k_r	Kritik ısı kapasitesi oranı
L	Yatak boyu, m
m	Kütle, kg

Simgeler	Açıklama
$\dot{m}$	Kütle debisi, kg/s
$\dot{M}$	Boyutsuz kütle debisi
n	Zaman adımı sayısı
N	Kartezyen koordinatları boyunca grid nokta sayısı
O	Yatak merkezi
O'	Rotor merkezi
p	Yatak ve rotor arasındaki basınç, Pa
p_a	Atmosfer basıncı, Pa
p_d	Besleme deliği çıkış basıncı, Pa
p_s	Besleme basıncı, Pa
p_u	Besleme deliği giriş basıncı, Pa
p^*	Kritik basınç, Pa
P	Boyutsuz basınç
$\vec{P}$	Momentum vektörü
r	Basınç oranı
$\vec{r}$	Konum vektörü
r_p	Kritik basınç oranı
R	Yatak yarıçapı, m
R_0	Gaz sabiti, J/kgK°
Re	Reynold sayısı
S	Ayrıklaştırılmış köşegen matris
Q	Hacimsel debi, m ³ /s
t	Zaman, s
Δt	Zaman adımı, s
T	Ayrıklaştırılmış matris
T_r	Eşdeğer ayrıklaştırılmış matris
T_0	Mutlak sıcaklık, K°
u, v, w	Akışkan parçacığının hızları, m/s
$U_{i,j}$	Kısmi diferansiyel fonksiyon

Simgeler**Açıklama** U^*

Kısmı diferansiyel denklemin ara çözümü

 V_p

Akışkan parçacığının bileşke hızı, m/s

 x, y, z

Kartezyen koordinatlar

 $\Delta x, \Delta y$

Kartezyan koordinatlarında, grid adımları, m

 $x_i, y_i, z_i \quad i=p,1,2$

Akışkan parçacığının konumları

 Y

Sıkışma katsayısı

 Y_k

Yakınsama kriteri

 W

Rotorun kütlesi, kg

 α

İterasyon kriteri

 β

Besleme deliği giriş çapının, çıkış çapına oranı

 δ

Akışkan parçacığındaki defarmasyon

 ε

Ekzantriklik oranı (e/c)

 θ, ξ

Boyutsuz silindirik koordinat eksenleri

 $\theta_i \quad i=1,2,...,n$

Yatak çevresi, rad

 $\lambda_i \quad i=1,2..n$

Özvektörler

 μ

Dinamik vizkozite, Pas

 $\Delta \xi, \Delta \theta$

Boyutsuz koordinatlarda grid adımları

 $\kappa(T_r)$

Yakınsama kriteri fonksiyonu

 $\gamma(T_r)$

Zaman adımı fonksiyonu

 ρ Yoğunluk, kg/m³ σ

Normal gerilim, Pa

 τ

Kesme (kayma) gerilimi, Pa

 $\zeta_{i,j}, \chi_{i,j}, \psi_{i,j} \quad i,j=1,2..n$

Ayrıklaştırılmış köşegen matrisler

 ϕ

Hücum açısı

 u, v, ω

Kartezyan koordinatlarında hız bileşenleri

 Θ p^2 $\Phi(P)$

Besleme deliği fonksiyonu,

 Γ_0

Boyutsuz besleme parametresi

 Λ

Yatak sayısı

Simgeler**Açıklama** σ

Sıkıştırılabilirlik sayısı

 ∇

Diferansiyel hacim

 Ω

Reel sayılar kümesi

Kısaltmalar**Açıklama****BHY**

Basınçlı Hava Yatağı

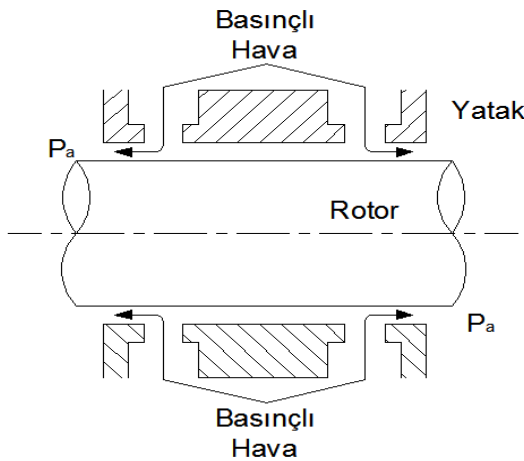
DYKNİ

Değişen Yönlü Kapalı Nümerik İntegrasyon

1. GİRİŞ

Son elli yıl içerisinde ülkemizde gelişen sanayi ve artan nüfus ile birlikte enerji üretimi gittikçe önem kazanmaktadır. Buna paralel olarak enerji üretimi tesislerinde düşük maliyetle yüksek hızlarda çalışabilen makinelere olan ihtiyaç artmaktadır. Gelişen teknoloji ile birlikte ülkemizde hava ulaşım araçlarının da kullanımı artmaktadır. Bununla birlikte jet motorlarının kullanıldığı hava ulaşım araçlarında da yine yüksek hızlarda çalışabilen ve daha uzun ömürlü yataklama elemanlarına olan ihtiyaç artmaktadır. Hava yatakları sağladığı en önemli avantaj olan yataklardaki düşük sürtünme kuvveti sayesinde bu makineler için uygun yataklama elemanı olarak ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla ülkemizde gelişen teknoloji ile artan ihtiyaçlar ve bu ihtiyaçları karşılayacak makineler hakkındaki bilgi kaynaklarının ülkemizde de bulunması önem kazanmaktadır. Hava yatakları hakkındaki bilgi de bu yatakların dinamik yapısının incelenmesi ile elde edilebilir.

Hava yatakları; dönel mekanik sistemlerde dönme hareketini sağlayan elemanlardır. Radyal ve eksenel olarak tasarlanabilen hava yataklarında yatak ve rotor arasındaki hava filmi; yatak üzerine yerleştirilen hava besleme delikleri ile yatak ve rotor arasına iletilerek sağlanabilir (Şekil 1.1).



Şekil 1.1. Basınçlı hava yatağının şematik gösterimi

Dönel mekanik sistemlerin yataklanmasında hava yataklarının kullanılması özellikle yüksek hızlı uygulamalarda sağladığı avantajlardan dolayı bir seçenek olabilir. Yüksek hızlarda çalışan dönel mekanik sistemlerin yataklanmasında kaymalı yatakların veya rulmanların kullanılması çeşitli problemlere neden olabilmektedir. Rulmanlarda sistemin dönüş hızı arttıkça hem mekanik yapılarındaki kısıtlamalardan hem de yuvarlanma dirençlerinin hızla birlikte artmasından dolayı kullanılamaz hale gelebilmektedirler. Konvansiyonel kaymalı yataklarda ise hızdaki artışla birlikte sürtünme ile oluşan ısının uzaklaştırılması için yüksek debide yağ akışı sağlanması gerekliliği, hidrodinamik yağlamanın doğasından kaynaklanan dolanım (whirl) kararsızlıklarına ve dolayısıyla titreşim problemlerine sebep olabilmektedir.

Sıvı yağlayıcının yerine havanın kullanılması ile sürtünmenin daha da azaltılması ve mekanik yapılarında daha az kısıtlamanın olduğu hava yatakları; rulmanlarda ve konvansiyonel kaymalı yataklarda karşılaşılan problemlere çözüm olarak sunulabilir. Bu sebeple hava yatakları, türbinler, güç çevrim makinaları, taşıyıcılar, jiroskoplar ve dişçi matkaplarının yanı sıra sıvı yağlayıcıların çevreye ve doğaya karşı oluşturduğu kirliliğe karşı hassas olan ve hijyenik üretimin istendiği medikal, gıda ve tekstil alanlarında kullanılan makinalar için daha uygun olabilir.

Temel olarak bir hava yatağı (Bknz. Şekil 1.1) yatak üzerine yerleştirilmiş besleme deliklerinden yatak ve rotor arasına bir basınç kaynağından belirli bir debide hava akışı yapılarak yatak ve rotor arasında yağlayıcı bir film oluşturulması ile çalışır. Hava yatakları konvansiyonel kaymalı veya rulmanlı yataklarda olduğu gibi eksenel ve radyal yataklar olarak tasarlanabilmektedir. Genel olarak hava yatakları çalışma mekanizmalarına göre aerostatik ve aerodinamik yataklar olarak iki farklı gruba ayrılabilir. Aerodinamik yataklarda yatak ve rotor arasında bulunan hava sayesinde sürtünmenin etkisi rotorun dönme hızına bağlıdır. Aerostatik yataklarda ise yatak yüzeylerine yerleştirilmiş besleme delikleri ile yatak ve rotor arasına basınçlandırılmış hava iletilmektedir.

Aerodinamik yataklarda yataklar arasındaki bağıl hareket ile yatak ve rotor arasında bir yağlama etkisi oluşturulur. Bu etki bir otomobilin su birikintisi üzerinden çok

yüksek hızlarda geçerken oluşan daha az temas etkisine benzetilebilir. Düşük hızlarda otomobil tekerleğinin yol tutuşu daha iyi olacaktır. Benzer şekilde aerodinamik yataklarda yatak yüzeyleri arasındaki bağıl hıza bağlı olarak yataklarında yük taşıma kapasitesi doğru orantılı şekilde artacaktır. Herhangi bir hareket yoksa iki yatak yüzeyi de birbiri ile temas halindedir.

Aerodinamik yataklar genellikle varaklı tip yataklar veya kendi kendine hareketli (self-acting) yataklar olarak da adlandırılırlar. Aerostatik yataklara göre daha basit olan aerodinamik yataklar dolayısıyla daha küçük yük taşıma kapasitelerine sahiplerdir. Genellikle mikro elektronik cihazlarda kullanılmaktadırlar.

Aerostatik yataklarda yatak ve rotor arasına; yatak yüzeylerine açılmış besleme delikleri ile dışarıdan basınçlandırılmış hava iletilerek, yatak ve rotor arasında sürtünmenin etkisi azaltılır. Dışarıdan basınçlandırılarak iletilen hava dolayısıyla yatağında yük taşıma kapasitesini de belirlemektedir. Dolayısıyla aerostatik yataklar, aerodinamik yataklara göre daha fazla yük taşıma kapasitesine sahiplerdir.

Aerostatik yataklarda dışarıda basınçlandırılmış hava yatak yüzeylerine açılan besleme delikleri ile iletilebilirken, gözenekli bir yapıdaki yatak yüzeyi sayesinde de yatak ve rotor arasında bir yağlayıcı film oluşturulabilir.

Bir aerostatik yatak için yatak ve rotor arasındaki boşluk, besleme deliklerinin çapı ve geometrik özellikleri, dışarıdan beslenen havanın basıncı ve debisi yatakların dinamik özelliklerini etkileyen önemli birer parametredir. Yüksek dönme hızlarında çalışan türbinler ve hava şartlandırıcı makinelerde daha fazla yük taşıma kapasitesine sahip aerostatik yataklar kullanılabilmektedir.

Hava yatakları, sıvı yağlamalı yataklara göre daha az sürtünme kuvvetinin ortaya çıkması ve daha hijyenik ortamlarda kullanılabilmesi gibi en önemli iki avantajı sayesinde araştırmacıların ilgisini çekmiştir. Bu avantajları sayesinde araştırmacılar hava yataklarını araştırmaya ve geliştirmeye başlamıştır. Yatakların önemli parametreleri olan yay katılığı ve sönüm katsayısı bir hava yatağında yatak ve rotor

arasındaki basınçlı hava sayesinde sağlanır. Yatak ve rotor arasındaki basınçlı hava yatağa bir yay etkisi oluştururken aynı zamanda bir de sönüm etkisi oluşturmaktadır. Bundan dolayı araştırmacılar hava yataklarında ilk inceledikleri karakteristik yatak ve rotor arasındaki basınç kuvvetleri yani akışkanın hareketi olmuştur. Daha sonraları ise bu akışkan modeli geliştirip farklı tip uygulamalar için hava yatakları tasarlamışlardır.

Yapılan bu çalışmada yatak yüzeylerine açılan besleme delikleri ile yatak ve rotor arasındaki hacime basınçlandırılmış hava iletilmesi yolu ile çalışan ve literatürdeki çalışmalarda incelenen yataklara göre daha büyük boşluk miktarlarına sahip aerostatik hava yatakları incelenmiştir. Bunun için ilk önce yatak ve rotor arasında kalan akışkanın basınç dağılımını ifade eden matematiksel model elde edilerek incelenmiştir. Bu akışkan modeli sayısal analiz metotları ile MATLAB ortamında oluşturulan bir algoritma ile çözdürülmüştür.

Basınç dağılımı ile aerostatik hava yatağına etki eden kuvvetler ile birlikte iki serbestlik dereceli bir rotor modellenmiştir. Aerostatik hava yatağına etki eden parametrelerin gözlenebilmesi için rotor rijit bir rotor olarak kabul edilmiştir. Bu iki serbestlik dereceli rotor modeli yine MATLAB ortamında oluşturulan akışkan modelini de içine alan bir algoritma ile çözümlenerek rotorun dinamik hareketi incelenmiştir. Rotor-yatak sisteminin dinamik karakteristiklerini incelemek için farklı yatak ve rotor arasındaki boşluk değerlerinde, farklı besleme basınçlarında, farklı orifis geometrilerinde program çalıştırılarak, rotorun titreşimleri orbit eğrileri, faz düzlemi eğrileri ve zaman tanım bölgesinde analiz edilmiştir.

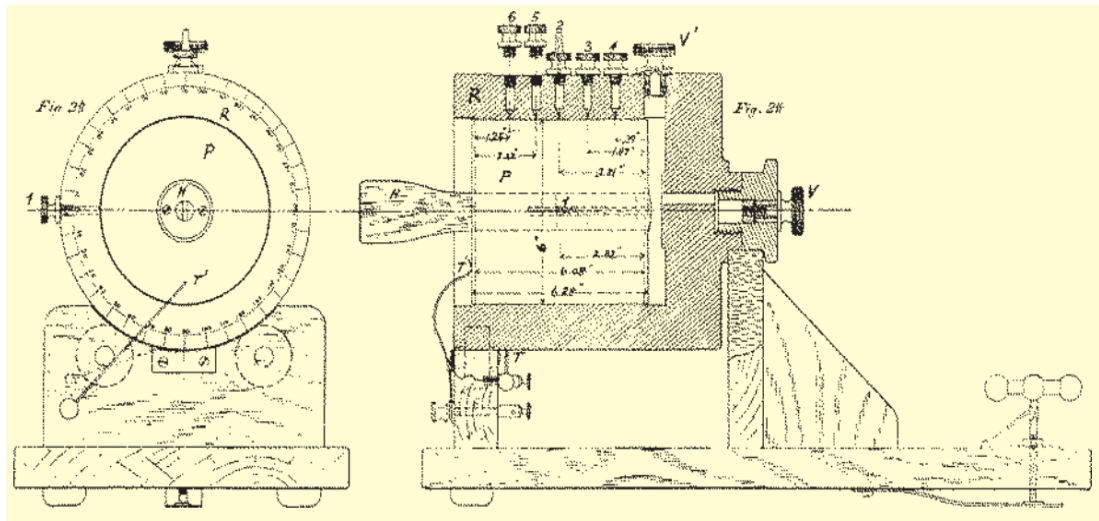
2. HAVA YATAKLARI ALANINDA YAPILAN ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Basınçlı hava yataklarının kullanıldığı ilk uygulamalar genellikle düşük sürtünme kuvvetinin istendiği uygulamalar veya hijyenik laboratuvar ekipmanları olmuştur. Ancak bu ekipmanlar ya düşük hızlarda çalışıyorlardı ya da statik ekipmanlardı. Basınçlı hava yataklarının yüksek hızlı makinelerde kullanılması ancak yatak yüzeyleri arasındaki sıkıştırılabilir karmaşık akışın modellenmesi ile gerçekleşebilmiştir [Elrod, 1960]. Bu çalışmaların yapıldığı 19. yy'da bilgisayarların karmaşık denklemleri çözümleyebilme kapasitelerinin yetersizliği, basınçlı hava yataklarının da geliştirilmesini etkilemiştir. Gelişen bilgisayar teknolojisi ile birlikte yatak yüzeyleri arasındaki karmaşık akışın modellenmesi ve çözülmesi; basınçlı hava yataklarının da yüksek hızlı makinelerde kullanılmasına ve akademik olarak araştırılıp geliştirilmesine olanak sağlamıştır.

Basınçlı hava yatakları ile ilgili yapılan çalışmaların temelini 1828 yılında Willis iki paralel plaka arasındaki akışı gözlemleyerek akış profillerini elde etmeye çalışması oluşturmuştur [Schulli, 1959]. Bu çalışmadan 26 yıl sonra; Hirn kaymalı yataklarda; gazların da sıvı yağlayıcılar yerine kullanılabilir olabileceğini öne sürmüş, ancak 1850'li yıllarda iki plaka arasındaki akışı ifade edebilen bir matematiksel modelin olmaması bu öne sürülen fikrin teorik olarak araştırılmasını geciktirmiştir [Fuller, 1970]. 19 yy'ın sonlarına gelindiğinde Reynolds iki plaka arasındaki akışın hareketini ifade eden; basınca, plakalar arasındaki boşluğa ve akışkan viskozitesine bağlı bir matematiksel model geliştirmiştir. Reynolds tarafından 1886 yılında oluşturulan bu matematiksel modelin, ince yağlayıcı filmin basınç dağılımını ifade edebilmesi basınçlı hava yatakları için oldukça önemli bir gelişme olmuştur [Wang, 1993]. Reynolds'un elde ettiği bu matematiksel denklemi analitik olarak çözümlemesinin ardından basınçlı hava yatakları konusunda yapılan teorik çalışmalar da hızlanmıştır.

Basınçlı hava yatakları konusunda başlayan teorik çalışmalara paralel olarak basınçlı hava yatakları 19. yy'ın sonlarında birkaç uygulamada da kullanılmıştır ve bu uygulamalar ile basınçlı hava yatakları deneysel olarak da araştırılmaya başlanmıştır.

Wang'ın kaydettiğine göre basınçlı hava yatakları ilk olarak Wood tarafından 1890 yılında yapılan bir dengeleme makinesinde kullanılmış ve patenti alınmıştır [Wang, 1993]. Wood tarafından yapılan dengeleme makinesinde kullanılan basınçlı hava yataklarının bir sonraki uygulaması ise Kings-bury tarafından 1897 yılında yapılan buhar makinesinin rotorunun yataklanması için kullanılmıştır (Bknz. Resim 2.1) ve deneysel çalışmalar ile basınçlı hava yatağı içerisindeki basınç dağılım profillerini gözlemlemiştir [Mchugh, 2003]. Bu deneysel çalışmadan sonra; basınçlı hava yatakları için ilk teorik çalışmayı 1913 yılında Harrison yapmıştır. Harrison basınçlı hava yataklarında akışkanın sıkıştırılabilirlik özelliğinin rotora olan etkisi üzerine bir çalışma yapmış, elde ettiği sonuçları Kings-bury'nin yaptığı deneysel sonuçlar ile karşılaştırmıştır. Fuller'in kaydettiğine göre bu iki çalışmanın ardından 1921 yılında Stone basınçlı hava yatakları içerisinde oluşan filmi incelemek için deneysel bir çalışma yapmıştır [Fuller, 1970]. Stone üst kısmı camdan alt kısmı ise kuvarstan oluşan bir eksenel yatak tasarlamış ve optik düzenekler kullanarak yatak içerisinde oluşan hava filmini gözlemlemiştir [Fuller, 1970].



Resim 2.1. Kingsbury'nin hava yatağı test düzeneği [Mchugh, 2003]

Basınçlı hava yataklarının ilk uygulamalarından bir diğeri de; İngiltere'de bulunan Ulusal Fizik Laboratuvarında kullanılmak üzere 1930 yılında yapılan bir meteoroloji sistemi olmuştur. Basınçlı hava yatakları bu uygulamalara ek olarak 1930 ile 1950 yılları arasında pusulalarda, jiroskoplarda ve şırınga gibi laboratuvar ekipmanlarında

da kullanılmıştır [Schuilli, 1959]. Ancak 20. yy'ın başlarında henüz teknolojinin yeterince gelişmemiş olması ve o dönemde kullanılan yataklama elemanlarının, yataklama elemanları için istenen özellikleri sağlaması nedeniyle 1950'li yılların sonuna kadar basınçlı hava yatakları pek dikkat çekmemiştir. 1959 yılında yapılan Birinci Hava Yatakları Sempozyumundan sonra hava yataklarına olan ilgi artmış ve basınçlı hava yatakları sağladığı avantajlardan dolayı akademik olarak araştırılmaya ve geliştirilmeye başlanmıştır. Araştırmacılar öncelikle yatak ve rotor arasındaki karmaşık akışın matematiksel olarak modellenmesi ve bu modelin çözümlenmesi üzerine çalışmalar yapmışlardır. Daha sonra ise elde ettikleri bu matematiksel model yardımıyla basınçlı hava yatakları ile yataklanmış rotorların dinamik karakteristiklerinin araştırılması üzerine analizler ve deneyler yapmışlardır [Fuller, 1970].

Gelişen bilime ve teknolojiye paralel olarak basınçlı hava yataklarının analizleri için geçmişten günümüze bir çok farklı yaklaşımlar kullanılmıştır. Genel olarak bu yaklaşımları iki gruba ayırabiliriz. Bunlardan ilki yatak ve rotor arasındaki akışın modellenmesi ve basınçlı hava yataklarının kararlı haldeki davranışının araştırılması, ikincisi ise film kuvvetlerinin sebep olduğu basınçlı hava yataklı rotordaki dolanım kararsızlığının oluşturduğu kararsız hareketin araştırılması şeklindedir.

2.1. Yatak ve Rotor Arasındaki Akışın Modellenmesi ve Basınçlı Hava Yataklı Rotorun Kararlı Durumdaki Analizi

Basınçlı hava yataklı rotorun dinamik karakteristiklerinin analizi üzerine yapılan ilk araştırmalar yatak ve rotor arasındaki akışın modellenmesi ve bu modelin çözümlenmesi üzerine olmuştur [Fuller, 1970]. 1950'li yıllarda bir çok araştırmacı yatak ve rotor arasında kalan boşluktaki sıkıştırılabilir akışın karmaşık yapısını anlamaya ve yatakların dinamik karakteristikleri için oldukça önemli bir yere sahip olan basınç dağılımının elde edilmesi üzerine teorik ve deneysel araştırmalar yapmışlardır.

Yatak ve rotor arasındaki akışkanın sıkıştırılabilir bir akış olmasından dolayı akış doğrusal olmayan karmaşık bir davranış sergilemektedir. Bu doğrusal olmayan akış ancak akışın adyabatik olması, viskozitesinin sıcaklıkla değişmediği gibi bazı kabuller çerçevesinde analiz edilebilmektedir [Uneeb, 1992].

Dışarıdan basınçlandırılmış hava yatakları üzerine yapılan ilk teorik çalışmalar yalnızca yatak boyunca hava akışının olduğu kabulü ile tek boyutlu akış şeklinde düşünülerek analiz edilmiştir [Constantinescu, 1956]. Bu düşünceye yönelik ilk olarak statik yük kapasitesini belirlemek için eksenel akış modeli kullanılmıştır. Kurulan bu modeller sonsuz uzunluktaki yataklar kabulü ile çözümlenebilmekteydi. Constantinescu bu sonsuz uzunlukta yatak kabulü ile kaymalı yataklarda sıvı yağlayıcı yerine hava kullanarak yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı üzerine bir teorik çalışma yapmıştır [Constantinescu, 1956]. Ancak yatak boyunun sonsuz uzunlukta düşünülüp yapılan analizlerden elde edilen veriler ile deneysel veriler birbirinden farklı çıkmaktaydı. Ausman tarafından bu model ve kabul geliştirilerek sonlu uzunluktaki bir yatak ve rotor arasındaki akışın birinci dereceden pertürbasyon çözümü elde edilmiştir. Kullanılan bu çözüm metodu daha önce yapılan çözümlere ek olarak sonlu boydaki rotorun küçük eksantriklik oranlarında nasıl davranabileceğini de ifade edebilmiştir [Ausman, 1957]. Ausman yaptığı bu çalışmada kullandığı çözüm yöntemini doğrulamak için elde ettiği sonuçları daha önce yapılmış olan deneysel çalışma sonuçları ile karşılaştırarak, sonsuz uzunluktaki yatak boyu kabulü ile yapılan teorik çalışmalardan daha iyi sonuçlar elde etmiştir. Ausman yaptığı bu çalışmada yatak sonlarında akışın davranışını ifade eden bir katsayı kullanmış ve yaptığı bu çözümleme ile basınçlı hava yatakları alanına oldukça önemli bir katkı sağlamıştır. Yapılan bu çalışmaların hemen ardından, Elrod sıkıştırılabilir akışın matematiksel modelinin çözümü için küçük parametreler metodunu kullanmıştır. Elrod çözümde, gazların özelliklerinin çok küçük hacimler ve sıcaklarda değişmediği kabulü yaparak kaymalı yataklar için basınç dağılımını elde etmiştir [Elrod, 1958].

Yatak ve rotor arasında kalan hacimde meydana gelen akışın matematiksel modelinin elde edilmesinin ardından; rotor yüzeyine etkiyen kuvvetler ile yatakların yük taşıma

kapasiteleri hesaplanabilir. Hesaplanan bu yük taşıma kapasitesi, yatakların dinamik karakteristiklerini de ifade edebilmektedir [Unneeb, 1992]. Yatak ve rotor arasındaki akışı ifade eden matematiksel modeli elde eden araştırmacılar; yatakların yük taşıma kapasitelerini belirlemek ve akış modelini geliştirmek için çalışmalar yapmışlardır.

Robinson ve Sterry eksenel akış modeli kullanarak daha önce yapılmış deneysel bir çalışmada kullanılmış jet tipi hidrostatik hava yatağı için teorik bir çalışma yapmışlardır. Yaptıkları bu çalışma ile yatağın yük taşıma kapasitesini ve dışarıdan beslenecek hava karakteristiklerini belirlemişlerdir [Robinson ve Sterry, 1958]. Robinson ve Sterry yaptıkları bu teorik çalışmanın ardından, bu kez de sonsuz uzunlukta bir yatak varsayımı ile yine bir hidrostatik yatağın yük taşıma kapasitesi ve hava akışı özelliklerini araştırmışlardır. Bu çalışma ile elde ettikleri sonuçları daha önce yapılmış deneysel çalışma sonuçları ile karşılaştırmışlardır [Robinson ve Sterry, 1958]. Ancak bu metotla elde edilen yük kapasitesi çevresel akış ihmal edildiği için deneysel uygulamalarda elde edilenden daha büyük olmuştur [Heinrich, 1958]. Bunun üzerine küçük eksantriklik ve dönme hareketi olmadığı kabulü ile hesaplamalara çevresel akış da dahil edilerek analiz edilmiştir [Gross, 1959]. Yatağın etrafındaki sürekli besleme çizgisinin yerine alabilecek kadar çok sayıda besleme delikleri olduğu düşünülmüştür ve akışın izotermal olması için besleme delikleri; basınç düşürücü orifisler şeklinde tasarlanarak kullanılmıştır. Ancak bu analiz sadece varsayımı yapılan bu orifisler için geçerli olabilmektedir.

Bir diğer basitleştirilmiş method ise yataklara giren akışın yataklardan dışarıya çıkan akışa eşit olması kabulü olmuştur. Raimondi ve Powell yaptıkları çalışmada yatak içindeki basınç ve kütle akışını ifade eden grafikler elde etmişlerdir [Tang ve Gross, 1962]. Bu eğrileri elde ederken hem kısılmış hem de kısılmamış akış için besleme basıncı ile ortam basıncı arasındaki oranı bir parametre olarak düşünerek yatak parametresinin bir fonksiyonu şeklinde modellemişlerdir. Bu eğriler gerekli minimum akışla beraber optimum yük veya katılık için kullanılabilir [Tang ve Gross, 1962].

Laub 9 orifise sahip kısmen silindirik ve 48 orifise sahip silindirik iki farklı yatak için deneysel ve analitik bir çalışma yapmıştır [Laub, 1961]. Bu çalışmada hem kısmen silindirik hem de silindirik yataklar için kullanılan akış modeli; basınçlı havanın yatağa orifislerden girip yatak boşluklarından atmosfere çıkana kadar rotor yüzeyinde bir yağlayıcı film oluşturduğunu gözlemlenmiştir. Laub yaptığı deneysel çalışmada hem eksenel hem de çevresel bir akış gözlemlemiştir, ancak eksenel akışın çevresel akıştan daha baskın olduğunu gözlemlemiştir. Eksenel basıncı ölçmek için 6 tane ve çevresel akışı ölçmek için 10 tane basınç ölçer kullanılmış ve yaptığı ölçümlerle basınçlı hava yatakları için basınç eğrileri elde etmiştir [Laub, 1961].

Turnblade ise yaptığı çalışmada eşdeğer bir yatak düşünerek teorik ve deneysel olarak bazı basitleştirme teknikleri geliştiren bir çalışma yapmıştır [Turnblade, 1962]. Bu çalışmada kullanılan eşdeğer yatak bir boyutlu dikdörtgen yatak olarak düşünülmüştür ve bu eşdeğer yatak için elde edilen sonuçlardan yola çıkarak analog teknikler ile gerçek bir yatak içerisindeki akış profillerini tahmin edebilen yeni bir matematik model geliştirilmiştir. Turnblade bu matematik model ile eşdeğer yatakta oluşan dikdörtgen akış çizgilerinin efektif uzunluklarının efektif genişliklere oranlarını kullanarak yatağa etkiyen yükleri elde etmiştir.

Yataklama elemanlarının dinamik karakteristiklerinin analizi için yatakların yük taşıma kapasitelerinin ve akış özelliklerinin bilinmesi gerekir [Fuller, 1970]. Basınçlı hava yatakları için yük taşıma kapasitesi oldukça önemli bir yere sahip olmuş ve araştırmacılar yatak ile rotor arasındaki akışı incelerken yaptıkları kabullerin yatakların yük kapasitesine dolayısıyla yatakların dinamik karakteristiklere olan etkilerini de araştırmak için teorik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır.

Allen ve ark. daha önce yapılan çalışmalarda (Heinrich, 1958; Laub, 1961) deneyler ile elde edilen sonuçların teorik olarak hesaplanan sonuçlardan farklı olmasının çevresel akışın ihmal edilmesinden dolayı ortaya çıktığını ve çevresel akışın basınçlı hava yataklarının analizlerinde oldukça önemli bir yere sahip olduğunu ortaya çıkarmışlardır. Ayrıca yaptıkları çalışmada yatak boyunun yatak karakteristiklerini ifade eden yük taşıma kapasitesi ve katılık üzerine etkileri de araştırmışlardır [Allen

ve ark., 1961]. Basınçlı hava yataklarında çevresel akışın önemi anlaşıldıkça bu konuda araştırmalar da devam etmiştir. Lemon bu konuda çevresel basınç değişim etkisini de içerisine alan bir yaklaşım sunmuştur. Yaptığı teorik çalışmaya ek olarak deneysel bir çalışma da yaparak ortaya attığı teorik yaklaşımla elde ettiği yatak karakteristikleri olan katılık, yük taşıma kapasitesi ve akış değerlerini destekleyici sonuçlar elde etmiştir. Ancak bu çalışmada çevresel basınç dağılımını sabit; yatak çapının ve uzunluğunun da sonuçlara etki etmediğini varsaymıştır. Lemon tarafından geliştirilen bu yaklaşımın sadece 0,75 ve 1,75 arasındaki boy-çap oranları için kullanılabilmektedir [Lemon, 1962].

Shires yaptığı deneysel çalışmalar ile basınçlı hava yataklarının yük taşıma kapasitesini araştırmıştır. Bu çalışma sonucunda; deneysel çalışmalar ile elde ettiği düzeltme faktörünün küçük değerlerde olduğunu ve yatak boyu-çap arasındaki oranın çevresel akışa etkisi gözlemlemiştir. Shires yaptığı deneysel çalışmada eş merkezleri olan 6 orifisli bir yatak kullanarak, eksenel olmayan akışın hem basınç dağılımını bozduğunu hem de rotor eksantrikliği ile değişen basınç dağılımını etkilediği gözlemlemiştir [Shires, 1962]. Bunun üzerine yapılan bir çalışmada yatağa etkiyen basınçlandırılmış havanın dağılımının yatak karakteristiklerine etkisi gözlemlenmiştir [Powell, 1963]. Dudgeon ve Lowe tarafından yapılan diğer bir çalışmada ise hem eksenel hem de çevresel akışı da içeren bir basınç dağılımı elde edilmiş ve akış iki farklı kabul yaparak modellenmiştir. Bunlardan ilkinde; akışın küçük bir kaynaktan yayıldığını; diğerinde ise akışın birbirine yakın orifislerden yayıldığını varsaymışlar; her iki yaklaşımda da çevresel akışın etkisini araştırmışlardır. Teorik çalışmalarını doğrulamak için yaptıkları deneyler ile elde ettikleri sonuçların birbirlerine yakın sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir [Dudgeon ve Lowe, 1965].

Sneck ve Ten yaptıkları çalışmada iç yüzeyleri gözenekli bir yapıya sahip yataklar için akış modelleri kurup bunların çözümü ve bu gözenekli yapının yatak karakteristiklerine olan etkilerini araştırmışlardır. Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını pertürbasyon metodu ile elde etmişler ve yatağın yük taşıma kapasitesinin boy-çap oranı ve hızın bir fonksiyonu olan direnç oranı ile değişimini incelemişler ve

uzun yatak boyları için yük taşıma kapasitesinin oldukça fazla arttığını gözlemlemişlerdir [Sneck ve Ten, 1964]. Sneck ve Elwell bir önceki çalışmayı devam ettirerek deneysel bir çalışma yapmışlardır. Teorik çalışmalar ile elde ettikleri sonuçlarla deneysel sonuçları karşılaştırarak, birbirine yakın sonuçlar elde etmişlerdir [Sneck ve Elwell, 1965].

Constantinescu ve Salcudean teorik olarak daha önceki çalışmalara benzer olarak belirli kabuller çerçevesinde bir veya birkaç dizi orifise sahip basınçlı hava yataklarının basınç dağılımlarını hesaplamışlardır. Constantinescu ve Salcudean diğerlerinden farklı olarak analizlerinde orifisten kesikli olarak besleme yerine sürekli bir hava akışının olduğu kabulünü kullanmışlardır. Yaptıkları bu çalışma ile basınçlı hava yataklarının küçük eksantriklikler için analiz edilmesini sağlamışlardır. Bu analizleri hem orifis beslemeli yataklar hem de kendi kendine beslemeli yataklar için de dikkate almışlardır. Yaptıkları bu analiz ile yatak karakteristiklerini basit bir analitik formda vermişler ve yaptıkları analizler ile bir basınçlı hava yatağının optimum çalışma koşullarını araştırmışlardır. Ancak elde ettikleri bu analizler sadece 6 veya daha az sayıdaki orifisli yataklar için geçerli olmuştur [Constantinescu ve Salcudean, 1967].

Lund yaptığı teorik bir çalışma ile dönen bir shaftın basınçlı hava yatağının yük kapasitesine ve hücum açısına olan etkisini araştırmıştır. Analizlerinde yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını; orifislerden yatakların içersine olan akışı çizgisel bir kaynaktan yayıldığını ve rotorun küçük eksantrikliklerde hareket ettiğini varsayarak birinci mertebeden pertürbasyon metodu kullanarak elde etmiştir. Ayrıca Lund yaptığı bu çalışmasında; iki boyutlu Reynold denkleminin birinci dereceden pertürbasyon metodu yardımıyla; konsantrik bir shaft için ortalama bir basınç değerini referans basınç değeri olarak kullanıp yatak ve rotor arasındaki akışkanın hareketini ifade eden matematiksel modeli lineerize etmiş ve nümerik olarak çözümlemiştir. Elde ettiği sonuçlarla da basınçlı hava yatakları dizaynı için; çeşitli besleme basınçlarında yatakların yük taşıma kapasitelerini ifade eden tablolar oluşturmuştur [Lund, 1967].

Fleming ve ark. iki besleme düzlemi olan ve küçük eksantrikliğe sahip bir basınçlı hava yatağı için teorik analizler yapmışlardır. Yaptıkları çalışmada farklı basınçlarda ve besleme parametrelerinde yük ve hucüm açılarını analiz etmişlerdir [Fleming ve ark., 1968]. Cunningham ve ark., Fleming ve arkadaşlarının yaptıkları teorik çalışmalardan yola çıkarak bir deneysel çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada boy-çap oranı 1,5 olan iki basınçlı hava yatağı ile yataklanmış bir rotorda 0-25000 d/dak hız aralıklarında deneyler yaparak; hücum açılarını, yay katılığını ve orifislerdeki kütle akışını deneysel olarak incelemişlerdir. Yaptıkları deneysel çalışmada elde ettikleri sonuçlar; daha önce yaptıkları teorik çalışmada elde edilen sonuçlardan daha az çıktığı gözlemlenmiştir. Çünkü Fleming yaptığı çalışmada orifislerdeki akışın çizgisel bir kaynaktan yayıldığı varsaymıştır [Cunningham ve ark., 1969].

Powell daha önceki çalışmasında da kullandığı (Powel, 1963) eksenel akış modelini geliştirerek; en uygun performans için dizayn tabloları oluşturmuş ve akış için kullanılan düzeltme faktörlerini belirleyen bir çalışma yapmıştır. Bu çalışma ile elde ettiği dizayn tabloları sadece eksantrik oranı 0,5 olan yatak rotor sistemleri için geçerli olmuştur [Powell, 1970].

Majumdar aerostatik yatakların katılığı, yük kapasitesi ve akışı analiz ettiği deneysel ve teorik bir çalışma yayınlamıştır. Yaptığı çalışmada diğer araştırmacılardan farklı olarak çizgisel akış kabulü kullanmadan çevresel akışı hem de eksenel akışı nümerik olarak çözümlenmiştir. Çalışmasında orifisteki akışı noktasal bir kaynak olarak düşünmüştür. Bu çalışmada büyük eksantriklik oranları için çalışmalar yapmıştır. Teoriksel hesaplamaları ile deneysel çalışmaları karşılaştırdığında; teoriksel çalışmalarında kullandığı metodun büyük eksantrik oranları için oldukça uygun olduğunu kanıtlamıştır [Majumdar, 1970].

Powell rotora etkiyen basınç kuvvetinin birbirinden farklı iki bileşeni olduğunu gözlemlenmiştir. Bu iki bileşenden biri aerostatik ve diğeri aerodinamik bileşenlerdir. Bu iki bileşen birer vektördür ve toplandığında toplam basınç kuvveti elde edilir. Powell lineer süperpozisyon olarak bilinen bu method ile basınçlı hava yataklarının aerodinamik performansını analiz etmiştir. Bu analizleri sonucunda deneysel olarak

da toplam aerodinamik kuvvet bileşenlerini tespit etmeye çalışmıştır. Çalışmalarının sonunda rotor hızının artması ile birlikte yatağın yük taşıma kapasitesinin de arttığını gözlemlemiştir [Powell, 1970].

Pink; Powell tarafından kullanılan süperpozisyon metodunu geliştirerek aerodinamik kuvvet bileşenleri farklı metodlarla hesaplayan bir yöntem elde etmiştir. Deneysel olarak çalışmalar yaparak da teorik çalışmalarla elde ettiği sonuçları doğrulamaya çalışmıştır. Ayrıca sonlu farklar metodunu da kullanıp akış denklemini nümerik olarak çözümlemiş ve bir teoriksel yaklaşım da sunmuştur. Yaptığı bu deneysel ve teorik çalışmalar sonucunda aerodinamik kuvveti etkileyen parametreleri rotor hızı, boy-çap oranı ve uygulanan basınç olarak belirlemiştir [Pink, 1981].

Yatak ve rotor arasındaki akış modelinin elde edilmesinin ardından çalışmalar bu modelin geliştirilmesi ve modelin nümerik olarak çözümlenmesi üzerine devam etmiştir. Reynold tarafından ifade edilen akış modeli zamana, rotorun yatak ve dikeydeki hareketlerine bağlı olarak değişmektedir. Parabolik bir diferansiyel denklem olan akış modelinin analitik çözümünün yanı sıra nümerik çözümü de bu parabolik diferansiyel denklemi doğrusallaştırma veya ayrıklaştırma metotları ile elde edilebilmektedir [Wang, 1993]. Araştırmacılar genellikle pertürbasyon metodu ile basınç dağılımını nümerik olarak çözümlemişlerdir. Bazı araştırmacılar ise sonlu farklar metodunu veya sonlu elemanlar metodunu kullanarak rotor ve yatak arasındaki akışı nümerik olarak çözümlemişlerdir [Castelli ve Pirvics, 1968]. Günümüze yakın çalışmaların bir çoğu; gelişen bilgisayar teknolojisinin de katkısıyla bu nümerik çözüm metodlarının geliştirilmesi üzerine olmuştur.

Wang yaptığı çalışmasında bir eksenel basınçlı hava yatağı için teorik ve deneysel analizler yapmıştır. Wang yatak ve rotor arasındaki akışı pertürbasyon metodu ile doğrusallaştırmış ve doğrusallaştırılmış Reynold denklemini sonlu elemanlar metodu ile çözümlüştür. Wang eksenel basınçlı hava yatağı tasarımı için bu nümerik çözüm metodunu da kullanarak; yatağın geometrik özellikleri, dışarıdan beslenecek havanın debisi ve kullanılacak gazın termodinamik özellikleri verildiğinde yatağın dinamik karakteristiklerini hesaplayan bir bilgisayar programı yazmıştır. Wang

deneysel çalışmasında ise eksenel basınçlı hava yatağı ile yataklanmış bir rotor sistemi üzerinden titreşim, sıcaklık ve konum verileri alarak, teorik çalışmaları ile elde ettiği sonuçlara çok yakın sonuçlar elde etmiştir. Ayrıca Wang kurduğu bu deney düzeneğinde yatak iç yüzeylerinin pürüzlülüğünün rotorun dinamik karakteristiklerine olan etkilerini de incelemiştir [Wang, 1993].

Wang ve Chang yaptıkları çalışmada yatak ve rotor arasındaki akışı ifade eden Reynold denklemini Newton metodu kullanarak nümerik olarak çözümlenmişlerdir. Yaptıkları çalışmada ayrıca SOR (Successive Over Relaxation) metodu ile Reynold denklemini lineerleştirmişlerdir. Çalışmaları ile SOR metodunda kullanılan relaksasyon katsayısının optimum değerini nümerik çözümün stabilitesi ve optimum çözüm süresi için hesaplamışlardır. Yatak ve rotor arasındaki akış modelini çözerek basınç dağılımını, yatak yüklerini, sürtünme kuvvetini ve akış debisini hesaplayan bir bilgisayar programı yazmışlardır. Yazdıkları bu program ile büyük eksantrik oranlarında hızlı ve verimli olarak basınç dağılımını hesaplamışlardır. [Wang ve Chang, 1998].

Rotor ve yatak arasındaki basınç dağılımını hesaplarken kullanılan nümerik metotlardan olan sonlu farklar ve sonlu elemanlar metodlarında; yatak yüzeyindeki her bir nokta için basınç değerleri hesaplanır. Bu noktalardan oluşan gridin toplamı yatak yüzeyine etkiyen basınç kuvvetini ifade eder. Rotora etkiyen basınç kuvvetlerinin doğru hesaplanabilmesi çözüm için oluşturulacak grid boyutlarına bağlıdır. Çözüm için daha az sayıda noktadan oluşan gridin kullanılması yanlış sonuçlar verebilir. Bunun yanı sıra grid çok fazla sayıda noktadan oluşturulduğunda ise hesaplama için geçen süre artacaktır. Araştırmacılar hem doğru hem de hızlı bir çözüm için farklı hesaplama yöntemleri kullanmışlar ve geliştirmişlerdir.

Czolczynski yaptığı çalışmada Reynold denkleminin nümerik olarak çözümlenmesinde değişen yönlü kapalı sonlu farklar metotunu kullanmıştır. Değişen yönlü kapalı sonlu farklar metodu parabolik diferansiyel denklemler için geliştirilmiş bir metottur. Sonlu farklar metodunda bir zaman adımı için yapılan hesaplama değişen yönlü kapalı sonlu farklar metodunda yarım zaman adımında bir koordinat

ekseninde diğ er yarım zaman adımımda ise diğ er koordinat ekseninde hesaplama yapılarak gridi oluşturan herbir nokta için bir zaman adımımdaki basınç değ erleri hesaplanabilmektedir. Czolcynski bu metodla hesapladığı basınç dağılımı ile yatak yüzeylerine etkiyen kuvvetleri, elde ettiği bu kuvvetlerle de yatağın katılık ve sönüm katsayılarını hesaplamıştır [Czolcynski, 1999].

Piekos yaptığı çalışmasında mikro elektronik cihazlarda kullanılan basınçlı hava yatakları için analizler yapmıştır. Çok küçük boşluklardaki akışkan hava filminin basınç dağılımını numerik olarak hesaplamak için iki farklı numerik algoritma kullanmıştır. Bu algoritmaların ilkinde rotorun dönerken akış üzerinde oluşturduğu etkileri ihmal etmiş (BASICS), diğ erinde ise rotorun dönmesi ile oluşan etkileri de içeren (SPECTRES) bir algoritma oluşturmuştur. Piekos bu iki algoritma ile elde ettiği basınç dağılımının rotorun dinamik karakteristiklerine olan etkilerini incelmiş ve ilk algoritmanın kısa yataklar için verimli ve uygun bir algoritma; ikinci algoritmanın ise uzun yatak boyları için uygun olduğunu göstermiştir [Piekos, 2000].

Park ve Kim yaptıkları çalışmada yatak çevresi boyunca açılmış bir oyuktan hava beslemesi yapılan bir aerostatik yatağın basınç dağılımını incelemişlerdir. Rotoru iki serbestlik dereceli olarak modelleyen araştırmacılar, yatak üzerine açılan besleme deliklerine göre daha stabil bir davranış elde etmişlerdir. Ayrıca deneysel çalışmada yapan araştırmacılar teorik olarak buldukları sonuçları doğrulamışlardır [Park ve Kim, 2004].

Lo ve ark. yüksek hızlarda çalışan bir matkapta kullanılan basınçlı hava yatağı için teorik bir çalışma yapmışlardır.  alışmalarında Reynold denklemini Newton metodu ile ayırklaştırarak, iteratif metodlarla numerik olarak çözmüşlerdir. Bu uyguladıkları çözüm metodu ile farklı hızlarda, farklı tip geometriye sahip yatak ve orifisler için yatakların dinamik karakteristiklerini analiz etmişlerdir. Analizlerini SOR metodu ile yapılan çözümlerle karşılaştırmışlar ve çok ince yağlama filmine sahip yataklarda kullandıkları metod ile daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir [Lo ve ark., 2004].

Grau ve ark. varaklı tip bir hava yatağında yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ve bu hava yatağının statik ve dinamik karakteristiklerini inceleyen bir çalışma yapmışlardır. Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını rotorun konumuna göre hesaplama yönteminin aksine basınç dağılımına göre rotorun konumunu hesaplayan bir nümerik çözüm metodu geliştirmişlerdir. Bu metot kullanılarak yaptıkları analizler sonucunda varaklı hava yataklarının düz bir varak yapısı için yüksek yükleri taşıyabildiğini, ancak varak yapısının bozulması sonucunda yük taşıma kapasitesinin de düştüğünü görmüşlerdir [Grau ve ark., 2004].

Wang ve ark. yaptıkları çalışma ile Reynold denkleminin çözümü için yeni bir hibrid çözüm tekniği geliştirmiştir. Çalışmalarında diferansiyel tranformasyon metodu (DTM) ve SOR metodu ile sonlu farklar metodu ile ayırlaştırdıkları Reynold denklemini nümerik olarak çözümlemiş ve sonuçlarını birbirleriyle karşılaştırmışlardır. Yaptıkları çalışmalarda küresel, eksenel ve düşey basınçlı hava yatakları için teorik analizler yapmıştır. Wang ve ark. SOR metodu ile basınç dağılımı için yaptıkları hesaplamalar ile elde ettikleri sonuçlar DTM ile yapılan hesaplamalara göre daha düşük hızlarda ve daha hafif rotorlar için daha iyi sonuçlar vermiştir. Wang ve ark., bu metotlarla elde ettikleri basınç dağılımdan yatağa etkien yükleri ve yatağın dinamik karakteristiklerini de analiz etmişlerdir [Wang ve ark., 2007; Wang, 2009; Wang, 2010; Wang, 2012].

Basit bir basınçlı hava yatağı için yatak ve rotor arasındaki akışın modellenmesi ve bu modelin nümerik olarak çözümlenmesinin ardından araştırmacılar farklı yatak tipleri, farklı yatak yüzeyleri, farklı orifis tipleri ve yatakların kullanım alanları için teorik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır.

Lee ve ark., mikro elektronik cihazlarda kullanılan basınçlı hava yataklı rotorlar için teorik bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarında yatak ve rotor arasındaki akış içerisindeki kayma etkisini de içeren bir nümerik çözüm yapmışlardır. Çalışmalarının sonucunda akış içerisinde meydana gelen kayma etkisinin düşük sıcaklıklarda (300° K) yatağın yük taşıma kapasitesini etkilemediğini, ancak yüksek sıcaklıklarda (1600° K) yatağın yük taşıma etkisini düşürdüğünü, yatak katılığını düşük hızlarda

etkilediğini ve sönüm katsayısını ise yüksek hızlarda arttırdığını ifade etmişlerdir [Lee ve ark., 2005]. Zhang ve ark., Lee ve ark. tarafından yapılan çalışmada olduğu gibi kayma etkisini de içeren bir model kurarak teorik bir çalışma yapmışlardır. Benzer şekilde kayma etkisini içeren modelin çözümü ile elde edilen yük taşıma kapasitesi daha küçük çıktığını kaydetmişlerdir [Zhang ve ark, 2013].

Su ve Lie orifis beslemeli ve iç yüzeyleri gözenekli yapıya sahip iki basınçlı hava yatağının yüksek rotor hızlarındaki dinamik karakteristiklerini inceledikleri bir çalışma yapmışlardır. Elde ettikleri sonuçlara göre yüksek rotor hızlarında eksantriklik ve boy-çap oranı arttıkça her iki tip yatak için de yük taşıma kapasitesi artmıştır [Su ve Lie, 2006]. Kim arka yüzeyleri ince varaklardan oluşan bir yapıya sahip ringten oluşan bir basınçlı hava yatağı için akış denklemlerini sonlu elemanlar metodu kullanarak çözmüş ve bu varakların yatak karakteristiklerine olan etkilerini incelemişlerdir. Analizlerinde hem 1 boyutta hem de 2 boyutta sonlu elemanlar modelleri ile analizler yaparak sonuçları birbirleriyle karşılaştırmışlardır [Kim, 2007]. Deneysel bir çalışma da yaparak bu yatakların düşük yük taşıma kapasitesine sahip olduklarını gözlemlemişlerdir [San Andres ve Kim, 2009]. Kim ve Park benzer şekilde varaklı ringten oluşan basınçlı hava yatağı tasarımı, çalışma koşulları ve dinamik karakteristiklerinin analizi için teorik ve deneysel bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarının sonunda varaklı basınçlı hava yatağının daha az hava debisinde daha fazla yük taşıyabildiğini gözlemlemişlerdir [Kim ve Park, 2009].

Arghir ve Matta basınçlı hava yataklarında kullanılan havanın sıkıştırılabilirlik etkisinin yatağın dinamik davranışına etkisini araştıran bir çalışma yapmışlardır. Yaptıkları çalışmada havanın sıkıştırılabilirlik karakteristiğinin dinamik durumdaki davranışını bir eksenel yatak üzerinde incelemişlerdir. Bir boyutlu düşündükleri yatak için analitik olarak basınç dağılımını hesaplamışlardır. Rotorun açısal hızını da içeren boyutsuz sıkıştırılabilirlik sayısının 1'den daha büyük olduğu durumlarda sıkıştırılabilirliğin katılık ve sönüme olan etkisinin arttığını görmüşlerdir [Arghir ve Matta, 2009].

Wang ve Yau yaptıkları çalışmada yüksek hızda çalışan bir matkap ucunun yataklanmasında kullanılan basınçlı hava yatağı için teorik bir çalışma yapmışlardır. Reynold denklemini SOR ve DTM metodları ile ayırtmışlar ve her bir çözümü birbiriyle karşılaştırmışlardır. Nümerik analiz sonucunda elde ettikleri basınç dağılımı ile rotora etkiyen kuvvetleri bularak iki serbestlik dereceli olarak modelledikleri rotorun farklı ağırlıkları için dinamik davranışlarını analiz etmişlerdir. [Wang ve Yau, 2010].

Rao ve ark. yaptıkları çalışmada mikro elektronik cihazlarda kullanılan bir hava yatağında akış düzeltme faktörlerini incelemişlerdir. Oldukça küçük bir hacimde akan akışkanın karakteristiğini Poiseuille ve Couette akışı olarak ifade ederek Reynold denklemini düzenlemişlerdir. Yaptıkları çalışma ile bu akış türlerini birer düzeltme faktörü şeklinde ifade ederek bu düzeltme faktörlerinin hareket eden yüzeyin pürüzlülüğünün daha fazla etki ettiğini göstermişlerdir [Rao ve ark., 2011].

Colombo ve ark., yatak üzerine yerleştirilmiş besleme deliklerindeki akışı inceleyen teorik bir çalışma yapmışlardır. Besleme deliklerindeki akışı dirençlerden ve kapasitörden oluşan bir devre şeklinde düşünerek akışı etkileyen parametreleri incelemişlerdir. Besleme deliğinin çapının artması ile yatakların yük taşıma kapasitesinin arttığını gözlemlemişlerdir [Colombo ve ark., 2009]. Bu çalışmanın ardından yatak üzerine yerleştirilen besleme deliklerinin içerisindeki akışı ifade eden matematiksel bir modeli kullanarak, üç farklı geometriye sahip hava yatağı için yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını sonlu farklar metodu kullanarak elde etmişler ve yatakların stabilitesini, kritik hızlarını, yatak katılığı ve sönüm katsayısını araştırmışlardır [Colombo ve ark., 2011].

Belforte ve ark. deneysel bir çalışma yaparak farklı besleme deliği geometrilerinin yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımına olan etkisini araştırmışlardır. Yaptıkları bu çalışmada besleme deliği çıkışında oyuklu bir cep bulunan yatak ile normal besleme deliği bulunan yatağın dinamik karakteristiklerini karşılaştırmışlardır. Besleme deliğindeki akışın bir parametresi olan boşaltma katsayısı için deneysel bir bağıntı elde etmişlerdir [Belforte ve ark., 2011].

2.2. Basınçlı Hava Yataklı Rotorun Dinamik Analizi

Dinamik analiz basınçlı hava yataklarındaki dolanım kararsızlığını anlamak için önemlidir. Araştırmacılar basınçlı hava yataklarının statik durum analizlerini yaparken, dinamik davranışlarını da incelemişlerdir. Özellikle çalışma koşullarını belirleyen kritik dolanım hızı araştırmacıların çözmesi gereken en büyük problemlerden biri olmuştur. Çünkü yatak bu kritik hızı ya bir an önce geçmeli ya da bu hızı uzak bölgelerde çalışmalıdır. Bunun için araştırmacılar tasarladıkları yataklar için kritik hız bölgelerini ve bu hızı etki eden parametreleri belirlemek için çalışmalar yapmışlardır. Özellikle yaptıkları analizlerde çevresel akışın yatağın dinamik karakteristikleri üzerine etkili olduğunu vurgulamışlar ve çevresel akışın kontrolü için yeni tasarım ve metodlar geliştirmişlerdir.

Richardson kendinden beslemeli bir yatak için rotorun dönme etkisini statik ve dinamik olarak analiz etmiştir. Bunun için toplu parametreleri kullanarak yayılım etkisini ortadan kaldırmış ve problemi sayısal dizayn bilgileri elde ettiği analizlerle basitleştirmiştir. Geliştirdiği matematiksel model ile yatakların statik ve dinamik performanslarının akış özellikleri ve yatak geometrilerine göre nasıl değiştiğini incelemiştir. Yaptığı bu çalışmada daha önceki çalışmalar ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırarak geliştirdiği modeli doğrulamış ve yatak performansı parametrelerini kendinden beslemeli hava yatakları için güvenilir bir şekilde elde etmiştir [Richardson, 1958].

Gross basınçlı hava yataklarında meydana gelen dolanım kararsızlığının doğasını anlamak için deneysel bir çalışma yapmıştır. Gross deneysel çalışmasında birbirinden ayrı kontrol edilebilen 12 orifise sahip bir yatak için analizler yapmıştır. Orifislerden yatak içerisine etkiyen basınç, orifislerin yeri ve sayısı, dönme hızı, kütle, dengesizlik ve yük gibi dolanım kararsızlığına etkiyen parametreleri bu çalışmada belirlemiştir. Yaptığı çalışma ile senkronize dolanımın en küçük kritik hızda ortaya çıkmasından dolayı silindirik bir formda daha baskın olduğunu gözlemlemiştir [Gross, 1962].

Larson ve Richardson basınçlı hava yatakları ile yataklanmış bir rotor sisteminde dolanım kararsızlıklarının hangi parametrelerde ortaya çıktığını deneysel bir çalışma yaparak tespit etmişler ve bu değerleri içeren bir tablo yayınlamışlardır. Larson ve Richardson; yaptıkları deneysel çalışma ile elde ettikleri tablolarda 0 ile 200 psig arasındaki orifis basınç besleme değerlerinin ve 0,0006 mm ile 0,0032 mm arasındaki yatak ve rotor arasındaki boşluk değerlerinin dolanım kararsızlıklarına olan etkilerini vermişlerdir. Yaptıkları analizlerde belirledikleri bu aralıklarda yatak parametrelerinin hangi yönde eğilim gösterdiklerini incelemişlerdir. Çalışmalarında rotorun dönüş hızına karşı rotorun yaptığı salınımları bir grafikte göstererek; hangi hız aralıklarında yatağın kararlı davranış sergilediğini araştırmışlardır. Bu analizler ile basınçlı hava yataklarında dışarıdan beslenen basınçlı havanın katılık oluşturduğu kadar dolanım kararsızlıklarını stabil edebilen bir sönümü de oluşturduğunu gözlemlemişler ve böylece çok yüksek hızda çalışan basınçlı hava yataklarının daha kararlı bir davranış göstereceklerini belirtmişlerdir [Larson ve Richardson, 1962].

Mullan ve Richardson kendinden beslemeli, küçük eksantrikliğe sahip bir hava yatağı için toplu ve yayılmış parametreler analizler metodlarını basınçlı hava yatakları için geliştirmişlerdir. Basit toplu parametreler analizlerinde gaz filminden dolayı rotor yüzeyine etkiyen kuvvet ile eksantriklik arasındaki bağıntıyı dinamiğin basit doğası ile ifade ederlerken, yayılmış parametreler analizlerinde ise kararlı bir sinüzoidal titreşim için dinamik film kuvvetlerini hesaplayan bir metod geliştirmişlerdir. Ancak yayılmış parametreler metodu kullanarak yaptıkları analizlerde kesin sonuçlar elde edememişlerdir [Mullan ve Richardson, 1964]. Lund pertürbasyon metodu kullanarak dönme ve titreşim etkilerini de içeren basınçlı hava yataklarının performans karakteristikleri ilgili analizler yapmıştır. Analizlerinde küçük eksantriklik oranları ve küçük titreşim genlikleri varsayımları ile birinci dereceden pertürbasyon çözümü elde etmiştir. Yine analizlerinde havanın bir çizgisel kaynaktan yayılma etkisi oluşturmak için birbirlerine çok yakın ve çok fazla sayıda orifis kullanmıştır [Lund, 1964]. Lund yaptığı bu çalışmayı ve Ausman 'ın kullandığı ph-metodunu geliştirerek basınçlı hava yatakları ile yataklanmış bir rotorun stabilitesini teorik olarak araştırmıştır. Yukarıda bahsedilen çalışmalarda orifislerden besleme şekli yatak çevresi boyunca bir çizgisel kaynaktan yayıldığı varsayımı ile

analizler yapılmıştır. Ancak havanın çizgisel kaynaktan yayılımı ile noktasal orifislerden yayılım arasında; orifisten yatak içerisine olan akış orifisler çevresindeki akış karakteristiklerini etkilemektedir. Bundan dolayı Lund yaptığı çalışmada çizgisel kaynak şeklinde düşünülen hava beslemesinin bir düzeltme faktörü ile havanın noktasal kaynaktan yayıldığında oluşan etkiyi de daha önce yaptığı analizlerine katmıştır. Geliştirdiği bu düzeltme faktörü ile rotorun stabilitesinin; besleme basıncı, besleme parametreleri ve rotorun eksantriklerine göre nasıl değiştiğini analiz etmiştir [Lund, 1967].

Tully hem dışarıdan basınçlandırılmış hem de kendinden hareketli hava yataklarının titreşim karakteristiklerini ve durağan hal davranışlarını bir deneysel çalışma ile incelemiştir. Bu deneysel çalışmada 5 farklı yatak-rotor sistemi oluşturmuştur. Yaptığı çalışmada katılığın yatak ve rotor arasındaki boşluk ile değişimini gözlemlediğinde, daha önce yapılan teorik çalışmalara (Shires, 1962; Robinson ve Sterry, 1958) göre çok daha keskin bir değişim gösterdiğini fark etmiştir. Çalışması ile rotor ve yatak arasındaki boşluğun katılığı oldukça fazla etkilediğini ortaya çıkarmıştır. Yaptığı çalışmada titreşim orbitleri düşük eksantriklik oranlarında bir çember çizdiğini gözlemlemiştir. Ayrıca zorlanmış titreşim sonucunda hem aerodinamik hem de hibrid hava yataklarının dengesizlik miktarlarının değişimine etki eden, yüksek dolanım hızı ve eksantrikliği gözlemlemiştir [Tully, 1966].

Ono ve Tamura yatak etrafına çevresel olarak yerleştirilmiş besleme deliklerine sahip hava yataklarının teorik olarak dolanım kararsızlığını incelemiştir. Yaptıkları analizlerde yatak etrafına açılmış besleme deliklerinden yatak yüzeylerine olan hava akışını adiabatik, vizkoz ve izotermal olarak varsaymışlardır. Yaptıkları bu çalışmada rotorun küçük titreşimleri için hava filmi ile oluşturulan kuvvetlerin eksantriklikle nasıl değiştiğini pertürbasyon metodu ile hesaplamışlardır [Ono ve Tamura, 1968]. Bu teorik çalışma Taniguchi ve arkadaşları tarafından yapılan deneysel bir çalışma ile karşılaştırılmıştır. Yaptıkları deneylerde yatak ve rotor arasındaki farklı boşluk değerleri için sonuçlar elde etmişlerdir. Ancak elde ettikleri sonuçlarda yatak ve şaft arasındaki boşluk miktarı 0,03 mm den daha küçük olan değerlerinde dolanım kararsızlığının görülmeye başlanması teorik çalışma ve deneysel çalışmalarda farklı

noktalarda gözlemlenmişler, boşluk miktarının 0,03 ile 0,07 mm değerleri için ise daha iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Bu olayın oluşmasının sebebini; küçük boşluk değerlerinde akışın adyabatik kabul edilmesinden dolayı kaynaklandığını ve büyük boşluk değerlerinde ise hareket eden akışın atalet etkisinin artmasından kaynaklandığını açıklamışlardır [Taniguchi ve ark., 1968].

Mori ve arkadaşları çizgi kaynağı varsayımının birkaç besleme deliğine sahip yataklarda geçerli olmadığını göstermişlerdir. Teorilerinde besleme deliklerinden yatak boşluklarına akan akışkanın, çizgi kaynaktan yayıldığı varsayımı ile daha fazla miktarda olduğunu kanıtlamışlardır. Yaptıkları bu çalışmanın yanı sıra, akışı çözümlerken kompleks potansiyel teorisini kullanmışlar ve çizgisel kaynak varsayımını; kompleks potansiyel teorisi ile elde ettikleri kütle akış oranını bir düzeltme faktörü olarak ifade etmişlerdir. Bu çalışmada elde ettikleri düzeltme faktörü ile elde ettikleri katılık daha önceki çalışmalarla elde edilenden daha büyük çıkmıştır. Mori ve arkadaşları; Lund (1967) tarafından bulunan düzeltme faktörü için yeniden bir çalışma yapmışlardır. Hesaplamalarında tanımladıkları bu iki faktör için birbirine yakın sonuçlar elde etmişlerdir. Bu iki faktörü kullandıktan sonra deneysel çalışmaları ile teorik çalışmalar arasında çok yakın sonuçlar elde etmişlerdir [Mori ve ark., 1970].

Fleming ve arkadaşları iki besleme hattına sahip bir yatak için küçük eksantriklik değerlerinde analizler yapmışlardır. Yaptıkları çalışmada Mori ve arkadaşlarının ortaya attığı teorinin aksine daha önce kullanılan çizgisel kaynak varsayımını kullanmışlardır. Nümerik analizleri sonuçlarında basınç oranını, besleme parametrelerini ve orifisin çıkışındaki hacim miktarlarını hesaplamışlardır. Elde ettikleri sonuçlarla bu hacmin büyümesi stabilitenin düşmesine sebep olduğunu gözlemlenmişlerdir. Ayrıca yaptıkları çalışmada büyük hacimleri ve hıza bağlı olan boyutsuz bir parametre olan düşük yatak sayısı için basınç oranının artması ile stabilite azaldığını ifade etmişlerdir [Fleming ve ark., 1970]. Daha sonraları 1977 yılında yaptıkları bir deneysel çalışma ile bir havalı yatak için dinamik yay katılık ve sönüm oranlarını ölçmüşlerdir. Deneylerinde 30000 dev/dak hıza kadar çalıştırılabilen düşey yerleştirilmiş bir rotor sistemi kullanmışlardır. Yaptıkları

ölçümlerde yatak katılığının sönüm oranına göre basınç değişiminden daha fazla etkilendiğini ve dolanım kararsızlığı durumuna yaklaşıldıkça sönüm katsayısının çok hızlı düştüğünü gözlemlemişlerdir. Küçük eksantriklik analizlerinde elde ettikleri sonuçlara göre yatak katılığını daha fazla tahmin etmişlerdir. Sönüm oranı ise küçük hızlarda daha yakın sonuçlar verirken hız arttıkça deneysel ile teoriksel sonuçlar arasında fark da gittikçe artmıştır. Bu farkı araştıran grup, farkın Lund tarafından geliştirilen düzeltme faktörlerini kullandıkları için kaynaklandığı sonucuna varmışlardır [Fleming ve ark, 1977].

Majumdar yük altında olmayan, boy-çap oranı 1 olan bir basınçlı hava yatağının dinamik davranışını inceleyen bir çalışma yapmıştır. Yaptığı çalışmada besleme deliklerini bir nokta kaynak şeklinde düşünmüş ve besleme deliği çıkışındaki hacimde akışı adiabatik olarak kabul etmiş ve daha önce yapılan çalışmalar ile karşılaştırmıştır. Kullandığı bu metod ile stabilite, çizgisel kaynak düşünülerek analiz edilen bir sisteminkine göre çok az bir iyileşme göstermiştir [Majumdar, 1975].

Mori A. ve Mori H. dışarıdan basınçlandırılmış havalı yataklarda eksantrikliğin dolanım kararsızlığına olan etkisini anlamak için deneysel bir çalışma yapmışlardır. Yaptıkları bu çalışmada konstantrik koşullar altında dolanım kararsızlığı doğal frekanstan iki kat daha büyük ve besleme basıncı, besleme deliği çapı, besleme deliği sayısı, yatak boşluğu gibi parametreleri etkilediğini gözlemlemişlerdir. Bu parametrelerden besleme basıncı ve yatak boşluğu en çok etkilenen parametreler olarak belirlemişlerdir [Mori A. ve Mori H., 1976].

Watkins ve arkadaşları kendinden beslemeli yataklarda dışarı çıkan ve orifisten yatak içerisine giren basınçlı havanın neden olduğu salınımlar ile oluşan statik bir yük altındaki titreşimleri inceleyen bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada yatak ve şaft arasındaki basıncı zamandan bağımsız Reynold denklemini ve şaftın hareket denklemini birlikte çözümlenmişlerdir. Şaftın küçük yerdeğiştirmeler yaptığı varsayımı ile Reynold denklemini basitleştirmişlerdir. Düzensizlik denkleminin nümerik çözümlerinin sonuçlarını sonlu farklar metodu kullanarak basınç bölgeleri oluşturup elde etmişlerdir [Watkins ve ark., 1984].

Günümüze yakın tarihlerde yapılan çalışmalar ise genellikle daha önce kurulmuş temel akış modellerini geliştirmek ve bu modellere farklı çözüm teknikleri uygulamak, basınçlı hava yatakları ile yataklanmış rotorların hareketlerinin modellenmesi ve bu modellerin geliştirilmesi üzerine olmuştur. Ayrıca araştırmacılar özel uygulamalarda kullanılan basınçlı hava yataklarının dinamik karakteristiklerini, yatak yüzeyi pürüzlülük yapısının ve besleme deliklerinin geometrik yapısının yatağın dinamik karakteristiklerine olan etkisini teorik ve deneysel araştırmışlardır.

Unee, yaptığı çalışmada basınçlı hava yatağı ile yataklanmış rotorun dinamik karakteristiklerini incelemiştir. Yatak ve rotor arasındaki sıkıştırılabilir akışkanın 3 boyutlu modelleyerek, besleme deliklerinden yatak içerisine olan akışın sürekli besleme çizgisi varsayımı yerine gerçekte olduğu gibi belirli sayıda delikten hava akışı olduğunu düşünmüştür. Modelle elde ettiği sonuçları daha önce sadece deneysel olarak yapılan çalışmalar ile karşılaştırmıştır. Basınç dağılımının nümerik analizi sonucu elde ettiği basınç dağılımı ile rotora etkiyen kuvvetleri de bir düzeltme faktörü kullanarak ifade etmiştir. Rotora etkiyen kuvvetleri de lineer süperpozisyon analizi yardımıyla aerostatik ve aerodinamik kuvvetlerin etkisini ayrı ayrı analiz etmiştir. Bu model yardımıyla bir yatak-rotor sisteminin dinamik davranışlarını önce durağan hal durumu için sonra da balansızlık etkisini de içerecek şekilde incelemiştir [Unee, 1992].

Czolczynski yaptığı çalışmada basınçlı hava yataklı bir rotorun dinamik karakteristiklerinin hesaplanması için bir metod geliştirmiştir. Czolczynski geliştirdiği bu metotta basınç dağılımı ile elde ettiği kuvvet bileşenlerini zaman serilerini kullanarak lineer ve lineer olmayan katılık ve sönüm katsayılarını hesaplamıştır. Ancak bu metodun harmonik bir hareket yaptığı kabulü ile mümkün olmaktadır, deneysel çalışmalar ile elde edilen katılık ve sönüm katsayıları dolayısıyla farklı çıkmaktadır [Czolczynski, 1996; Czolczynski, 1999].

Şahin yaptığı çalışmada bir basınçlı hava yatağı ile yataklanmış bir rotorun dinamik davranışlarını incelemiştir. Çalışmasında lineer süperpozisyon analizi ile basınç dağılımından bir düzeltme faktörü kullanarak elde ettiği kuvvetleri aerostatik ve

aerodinamik kuvvetlere ayırarak rotorun salınımlarını araştırmıştır. Teorik çalışmasını doğrulamak için bir deney düzeneği ile rotorun farklı hızlarda davranışlarını orbit eğrileri ile ifade etmiştir [Şahin, 2001]. Jacop ve arkadaşları yaptıkları çalışmada rotoru Bently-Murzynska modeli kullanarak modellemişlerdir. Yaptıkları çalışmada teorik ve deneysel olarak yatağın dinamik karakteristiklerini incelemişlerdir [Jacop ve ark., 2001]. Jacop ve ark. bu çalışmanın ardından orifisdeki hava akışı sırasında oluşan pnömatik etkileri de inceledikleri bir deneysel çalışma yapmışlardır. Orifisten yatağın içerisine giren akışın orifise karşılık gelen rotor yüzeyi üzerindeki etkiyi gözlemlemişler ve orifis çıkışı geometrisinin rotor stabilitesine olan etkisini değiştireceğini göstermişlerdir [Jacop ve ark., 2001]. Su ve Lie iki farklı basınçlı hava yatağı tasarlayarak yatağın dinamik karakteristiklerini hem teorik hem de deneysel olarak incelemişlerdir [Su ve Lie, 2006]. Bu iki farklı yatağı biri gözenekli yüzeye sahip yatak ve diğeri de orifis beslemeli yatak olarak tasarlamışlardır. Yaptıkları analizler sonucunda yüksek hızlarda çoklu orifis yatak daha stabil düşük hızlarda ise gözenekli yüzeye sahip yatak daha stabil bir davranış göstermiştir. Cheng ve He yaptıkları çalışmada orifis çıkışlarında açılacak bir geometrik oyuğun yatak dinamik karakteristikleri üzerine olan etkisini inceleyen bir çalışma yapmışlardır [Chen ve He, 2006].

Yang ve ark. yaptıkları çalışmada orifis tipleri ve orifislerin yataktaki konumlarının yatak karakteristiklerine olan etkilerini incelemişlerdir. Çalışmalarında Reynold denklemini Ph-metodu ile ayrıklaştırarak sonlu farklar metodu ile nümerik olarak çözmüşler, orifisdeki akış debisinin, orifis yapısının, orifis sayısının ve yerleşiminin yatak stabilitesine olan etkisini araştırmışlardır. Yang ve ark. kaydettiklerine göre düşük rotor hızlarında orifis sayısının artması yatak katılığını da arttırmaktadır, yüksek hızlarda ise orifis sayısı katılığı çok etkilememektedir. Ayrıca orifisten yatak yüzeylerine akan akışkan debisi arttıkça katılıkta artmaktadır; ancak eksantrikliğin yük kapasitesine olan etkisi orifis sayısı ile ters orantılıdır [Yang ve ark., 2009].

Colombo ve ark. yaptıkları çalışma ile farklı tipteki orifislerin yatağın katılığına olan etkilerini araştırmışlardır. 3 farklı orifis geometrisi için yaptıkları teorik analizler ile beslenen havanın debisi arttıkça yatak katılığının da arttığını göstermişlerdir

[Colombo ve ark., 2009]. Chen ve ark. yatak ve orifis geometrilerinin yatak katılığına olan etkilerini deneysel bir çalışma ile araştırmışlardır. Deneysel çalışmalarında yüksek hızda çalışan bir delici matkab için kullanılabilecek bir basınçlı hava yatağı tasarlayarak, farklı boy-çap oranları, farklı orifis geometrileri farklı besleme basınç değerleri için yatağın yük taşıma kapasitesini ölçmüşlerdir. Elde ettikleri sonuçlara göre yatak katılığı; boy-çap oranı 0,5'den 1'e ve 1'den 1,5'e arttığında katılıkta yaklaşık olarak % 16 artmıştır. Gözlemledikleri bir diğer parametre olan orifis çapı da 0,15 mm'den 0,30 mm'ye çıkartıldığında katılık yaklaşık olarak % 10 düşmüştür [Chen ve ark., 2010]. Zhang ve arkadaşları yatak yüzeyleri arasındaki akışta kayma etkisini araştırmışlardır. Kayma etkisinin yatağın dinamik karakteristiklerine olan etkisini araştıran ekip yatak yüzeyleri arasındaki karmaşık akışı kayma etkisi ile birlikte spektral sıralama metodu kullanarak Reynold denklemini modifiye etmişlerdir [Zhang ve ark., 2011].

Hava yatakları konusunda çok sayıda çalışma yapılmış olmasına rağmen, yatak ve rotor arasında kalan boşlukta hareket eden havanın lineer olmayan davranışı tam olarak modellenip ifade edilememiştir. Hava yatakları için önemli olan basınç dağılımı; yapılan çalışmalar da bazı kabuller ile modellenip çözülebilmektedir. Yapılan her bir kabul de çözümün doğruluğunu etkilemektedir. Bu etkilerin araştırılması için yapılan deneysel çalışmalarda da çözüm için yapılan kabullerin sonuçları değiştirdiğini göstermektedir. Dolayısıyla akışkanın hareketini ifade eden matematiksel model hala geliştirilmekte ve bu modelin çözümü için yeni teknikler kullanılmaktadır.

Yatak geometrisinin bir fonksiyonu olan Reynold denkleminin nümerik çözümü için literatürde bir çok çalışma bulunmasına rağmen, kullanılan çoğu çözüm tekniğinde bir zaman adımı daha fazla bilinmeyen çözülmekte ve bir zaman adımının çözümü için geçen süre de bu bilinmeyenlerin sayısı arttıkça artmaktadır. Reynold denkleminin nümerik analizinin iyileştirilmesi ve geliştirilmesi için yapılan çalışma sayısı azdır.

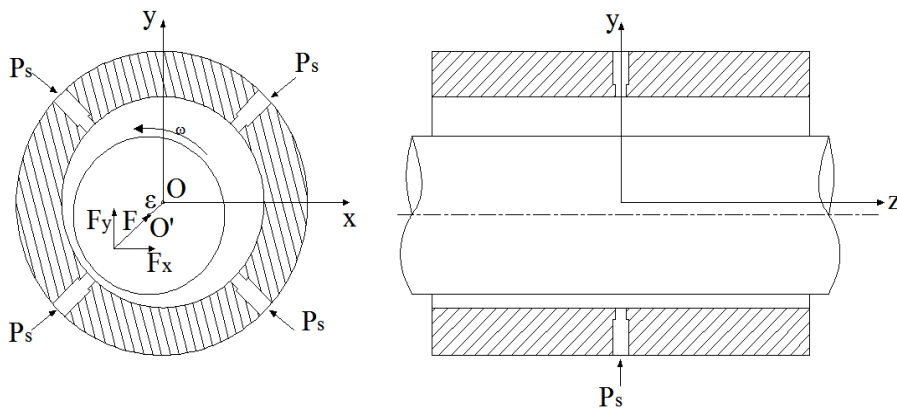
Literatürde yapılan çalışmalarda hava yataklarının önemli bir parametresi olan yatak ve rotor arasında kalan boşluk çok küçük seçilip bu parametreye bağlı olarak basınç dağılımları ve rotor karakteristikleri incelenmiştir. Hava yataklarının imalat maliyeti de yatak ve rotor arasındaki boşluk azaldıkça daha hassas bir imalat gerektiğinden artmaktadır. Daha büyük boşluklara sahip hava yatakları ile yataklanmış rotorun dolanım kararsızlığının ve dinamik karakteristiklerinin incelendiği çalışma sayısı azdır.

3. HAVA YATAKLARININ MATEMATİKSEL MODELİ

Hava yatakları; yatak ve rotor arasındaki karmaşık akışın hareketini ifade eden matematiksel modellerin elde edilmesi ve bu modellerin gelişmesinin ardından bir çok farklı makinede rotorların yataklanması için kullanılabilmektedir. Dolayısıyla yatak ve rotor arasındaki akışın matematiksel modeli hava yatakları için önemli bir yere sahiptir. Bu bölümde, yatak ve rotor arasında kalan hacimdeki akışkanın hareketini ifade eden matematiksel modelin elde edilmesinden, bu modelin bir radyal yatak için ifade edilmesinden, bu modelin terimlerinden, parametrelerinden ve eksen takımlarından bahsedilmiştir. Ayrıca bir aerostatik hava yatağı ile yataklanmış rotorun hareket denklemleri de bu bölümde verilmiştir.

3.1. Giriş

Temel olarak bir aerostatik hava yatağı (Şekil 3.1), stator üzerine açılan besleme deliklerinden yatak içerisine akan basınçlandırılmış hava sayesinde; dönmekte olan bir rotoru dengede tutmaya çalışır. Yatak içerisine akan bu akışkan, rotor dinamiğinin önemli parametreleri olan yatak katılığı ve sönümü sağlamaktadır. Rotor yüzeyine etkiyen basınçlı hava katılığı sağlamasının yanı sıra sıkıştırılabilir bir akışkan olması sayesinde sönümleyici bir etki de oluşturur.



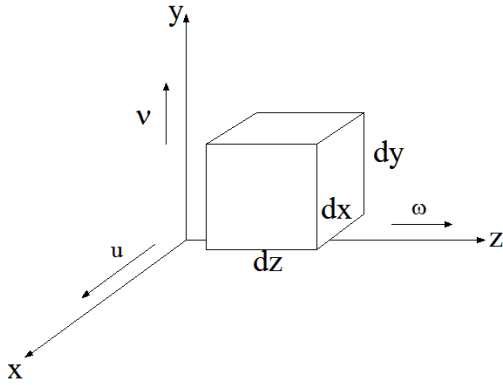
Şekil 3.1. Basınçlı hava yatağının kartezyen koordinatlarında gösterimi

Basınçlı hava yatakları ile yataklanmış bir rotorun dinamiğinin anlaşılabilmesi için yatak yüzeyine etkiyen basınç kuvvetinin elde edilmesi önemlidir. İki plaka arasında akan akışkanın hareketi matematiksel olarak; kısmi diferansiyel denklem takımından oluşan Navier-Stokes denklemi ile ifade edilmektedir.

Yatak ve rotor arasındaki akışkanın modellenmesi için bir çok farklı yaklaşım olmasına rağmen temel olarak bazı kabuller kullanılmaktadır (Bknz. Czolczynski, 1999). Bu kabullerin temelini yatak ve rotor arasında kullanılan akışkanın vizkozitesinin sıcaklıkla çok küçük miktarlarda değişmesinden dolayı, akışın izotermal bir akış olarak kabulüdür. Bu temel kabulün yanı sıra bir diğer kabul ise yatak ve rotor arasındaki akışta, enerji kayıplarının ihmal edilmesidir. Bu kabuller ile beraber; hava yataklarındaki akışın modeli Navier-Stokes denklemi, süreklilik denklemi ve izoterm denklemlerinin birarada kullanılması ile elde edilmektedir. Bu üç denklem ile elde edilen matematiksel model ise Reynold denklemi olarak adlandırılmaktadır. Temel olarak Reynold denklemi yatak parametrelerine (yatak boyu, yatak çapı, yatak ve rotor arasındaki boşluk) ve akışkanın özelliklerine (vizkozite, yoğunluk, vb.) bağlı olarak yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ifade etmektedir. Analitik çözümü mevcut olmayan Reynold denklemi numerik olarak çözülerek basınç dağılımı elde edilebilir. Yatak ve rotor arasında kalan hacimdeki akışkanın rotor yüzeyine uyguladığı basınç bilinirse, rotor yüzeyine etkiyen kuvvetler de hesaplanabilir. Dolayısıyla yatak katılığı ve sönümü de bu elde edilen kuvvete göre belirlenebilir.

3.2. Akışkan Parçacığının Hareketi

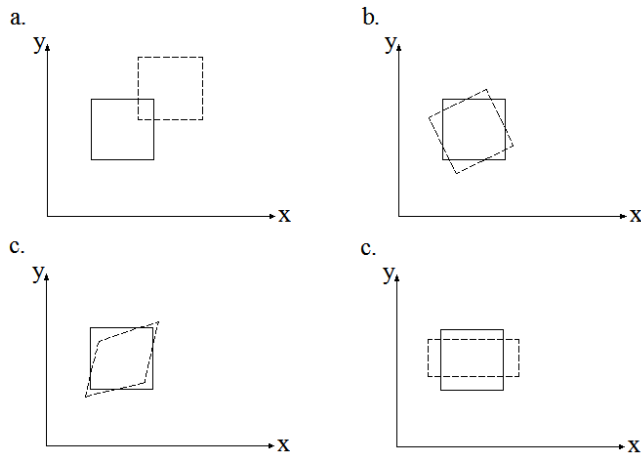
Bir akış içerisindeki akışkan parçacığının hareketi momentumun korunumu yasasına esas alan Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmektedir. Oldukça küçük bir akış parçacığı Şekil 3.2’de gösterildiği gibi başlangıçtaki x, y ve z konumundan x_1, y_1 ve z_1 konumuna hareket ederken aynı zamanda bir dönme hareketi de yaparak ilerler. Bu ilerleme ile beraber akış parçacığı hem lineer hem de açısal bir deformasyona maruz kalır.



Şekil 3.2. Son derece küçük bir akışkan parçacığı

Lineer defarmasyonda akış parçacığı aynı şeklini korurken, açısal defarmasyonda parçacık şeklini yitirir. Genel olarak bir akış içerisindeki akış parçacığı ilerleyip dönerken, lineer ve açısal defarmasyona maruz kalır.

Akışkan parçacığının x-y düzlemi için bu dört hareketi Şekil 3.3’de gösterilmiştir. Üç boyutlu bir akış için bu hareketler x-y düzleminde olduğu gibi x-z ve y-z düzleminde de benzer şekildedir. Eğer akış saf bir şekilde ilerleme ve dönme hareketi yapıyorsa, akış parçacığında deformasyon meydana gelmeyecektir.



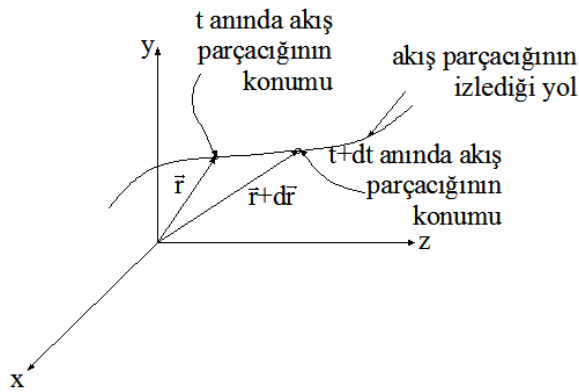
Şekil 3.3. Akışkan hareketlerinin şematik gösterimi a. ilerleme, b. dönme, c. açısal defarmasyon, d. lineer defarmasyon

3.2.1. Bir hız alanındaki akışkan parçacığının ivmelenmesi

Son derece küçük bir akış parçacığının (Bknz. Şekil 3.2) hareket denklemi Newton'un hareket yasasından faydalanılarak elde edilebilir. Genel olarak akışkan parçacığının ivmelenmesi bir hız alanındaki hareketten yola çıkılarak elde edilebilir. Bu hipotez belirli bir hacimdeki akışkanın akışını, zamanın ve konumun bir fonksiyonu olarak ifade etmektedir. Belirli bir hacimdeki akışkanın hız ifadesi kartezyen koordinatlarında $\vec{V} = (x, y, z, t)$ şeklinde ifade edilebilir. Bu hız alanındaki akışkan parçası bir t anında hız vektörü;

$$\vec{V} \big|_t = \vec{V}(x, y, z, t) \quad (3.1)$$

şeklindedir. Şekil 3.4'de bir akışkan parçacığının t anından $t+dt$ anına hareketi gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Akış içerisindeki parçacığın hareketi

Akış $t+dt$ anında kartezyen koordinatlarında $x+dx, y+dy, z+dz$ konumuna hareket ettiği zaman hız vektörü ise;

$$\vec{V} \big|_{t+dt} = \vec{V}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) \quad (3.2)$$

şeklinde olacaktır.

Akış parçacığının t anında ve $\vec{r}$ konumundaki (Bknz. Şekil 3.4) hızındaki değişim;

$$d\vec{V}_p = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} dx_p + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} dy_p + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} dz_p + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dt \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu parçacığın ivmelenmesi ise;

$$\vec{a}_p = \frac{d\vec{V}_p}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \frac{dx_p}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \frac{dy_p}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \frac{dz_p}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad (3.4)$$

şeklinde yazılabilir.

Eş. 3.4'de verilen ivme ifadesindeki u , v ve ω akışkan parçacığının sıralı olarak Kartezyen koordinatındaki (x,y,z) hız bileşenleridir. Kartezyen koordinatlardaki hız bileşenleri ile birlikte akışkan parçacığının ivmelenmesi;

$$\vec{a}_p = \frac{d\vec{V}_p}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} u + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} v + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \omega + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabilir.

Eş. 3.5'de ifade edildiği gibi akış parçacığı iki sebeple ivmelenmektedir. Akış yüksek veya düşük bir hız bölgesinde yayılırken ivmelenebilir. Örneğin bir nozzle içerisinden akan akışkan ivmelenecektir. Bunun yanında akışkanın hareketi zamana da bağımlı bir fonksiyon olduğu için lokal olarak da ivmelenebilir. Bu durumda akışkan parçacığının ivme ifadesi iletim ivmelenmesi ve yerel ivmelenmenin toplamı şeklindedir.

Eş. 3.5’de verilen vektörel ivme skalar olarak kartezyen koordinatlarında;

$$a_{xp} = \frac{Du}{Dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.6)$$

$$a_{yp} = \frac{Dv}{Dt} = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3.7)$$

$$a_{zp} = \frac{Dw}{Dt} = u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (3.8)$$

şeklinde yazılabilir.

3.2.2. Momentum denklemi

Bir akışkan parçacığının dinamik hareketini ifade eden denklem Newton’un ikinci yasasından faydalanılarak elde edilebilir. Çok küçük kütleli bir akış parçacığı için Eş. 3.9’da verilen Newton’un hareket yasası ifadesi kullanılabilir.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (3.9)$$

Eş. 3.9’da verilen Newton’un hareket yasası ifadesindeki P, sistemin lineer momentumunu ifade etmektedir ve hız vektörüne bağlı olarak;

$$\vec{P} = \int \vec{V} dm \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Lineer momentum ifadesi Newton’un hareket yasasında (Bknz. Eş. 3.9) yerine yazılırsa kuvvet ifadesi;

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (3.11)$$

şeklinde olacaktır. Daha önce Eş. 3.8’de verilen bir hız alanındaki ivmelenme ifadesi ile birlikte; vektörel olarak Newton’un hareket yasası;

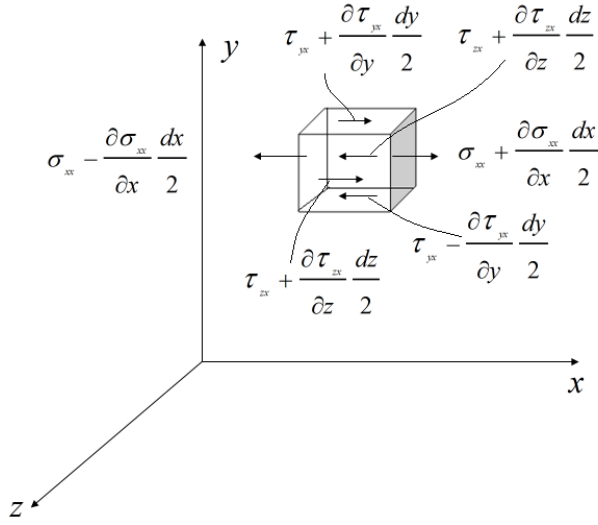
$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{V}}{dt} = dm \left[u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir.

3.2.3. Akışkan parçacığına etkiyen kuvvetler

Bir akışkan parçacığına etkiyen kuvvetleri yüzey kuvvetleri ve cisim kuvvetleri olarak iki farklı grupta toplamak mümkündür. Kartezyen koordinatlarında çok küçük dm kütleli ve $dV = dxdydz$ hacimli bir akışkan parçacığına x eksen yönünde etkiyen gerilmeler x yönündeki yüzey kuvvetlerini de arttıracaktır.

Akışkan parçacığına etkiyen normal ve kesme gerilmeleri Şekil 3.5’de gösterilmiştir. Eğer bu diferansiyel elemanın tam merkezindeki gerilmeler σ_{xx}, τ_{yx} ve τ_{zx} ise x eksen yönünde akışkan parçacığının tüm yüzeylerine etkiyen gerilmeler Şekil 3.5’deki gibi olacaktır.



Şekil 3.5. Akışkan parçacığına etkiyen x yönündeki gerilmeler

Bu durumda x yönünde akışkan parçacığına etkiyen yüzey kuvvetlerinin toplamı;

$$dF_{sx} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (3.13)$$

şeklinde olacaktır.

Akışkan parçacığına etkiyen toplam kuvvet ise yüzey kuvvetleri ve yerçekiminin etkisi ile ortaya çıkan cisim kuvvetlerinin toplamı olan;

$$dF_x = dF_{Bx} + dF_{sx} = \left(\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (3.14)$$

eşitliği ile ifade edilebilir.

Kartezyen koordinatlarındaki y ve z yönündeki kuvvetler de benzer olarak Eş. 3.15 ve Eş. 3.16'da verildiği gibi yazılabilir.

$$dF_y = dF_{By} + dF_{Sy} = \left(\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (3.15)$$

$$dF_z = dF_{Bz} + dF_{Sz} = \left(\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dx dy dz \quad (3.16)$$

Elde edilen bu kuvvet bileşenleri ile birlikte momentum denklemi kartezyan koordinatlarında tekrar yazılırsa;

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right] \quad (3.17)$$

$$\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \right] \quad (3.18)$$

$$\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right] \quad (3.19)$$

şeklinde olacaktır.

Elde edilen bu denklemler, süreklilik şartı içerisinde bir akışkanın hareketini ifade eden matematiksel denklemlerdir. Eş. 3.17, Eş. 3.18 ve Eş. 3.19 bir akışkan parçacığının hızına veya basıncına göre düzenlenerek çözülebilir.

3.3. Navier-Stokes Denklemleri

Herhangi bir geometriye sahip yatak için yatak ve rotor arasındaki akışkanın hareketini ifade eden denklemler Navier-Stokes denklemlerinden yola çıkılarak elde

edilmektedir. Newton tipi bir akışkan için viskoz gerilmeler açısal defarmasyon miktarı ile orantılıdır.

Bir hız alanı içerisindeki terimlere ve akışkanın özelliklerine bağlı olarak kartezyan koordinatlarındaki gerilmeler (Bknz. Şekil 3.5);

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{yx} \right) = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial x} \right) = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.20)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3.21)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) \quad (3.22)$$

$$\sigma_{xx} = -p - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.23)$$

$$\sigma_{yy} = -p - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.24)$$

$$\sigma_{zz} = -p - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{V} + 2\mu \frac{\partial \omega}{\partial z} \quad (3.25)$$

şeklinde yazılabilir.

Eş. 3.25, Eş. 3.26 ve Eş. 3.27’de verilen ifadelerde geçen p yerel termodinamik basınç ifadesidir.

Eş. 3.17, Eş. 3.18 ve Eş. 3.19’da verilen diferansiyel momentum ifadeleri, gerilme ifadeleri ile beraber tüm kartezyen koordinatları için tekrar düzenlenirse;

$$\begin{aligned} \rho \frac{Dv}{Dt} = & \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{Dv}{Dt} = & \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\omega}{Dt} = & \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(2 \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

şeklinde olacaktır. Yukarıda yazılan denklemler akışkanın hareketini ifade eden hareket denklemleri olup Navier-Stokes denklemleri olarak adlandırılmaktadır. Navier-Stokes denkleminin en genel hali diverjans ile birlikte;

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p - \nabla \tau + \rho g \quad (3.29)$$

şeklinde verilebilir. Bu ifadedeki $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$ ’dir. Navier-Stokes ifadesi

Eş. 3.29’da da gösterildiği gibi kartezyan koordinatlarındaki basınca, yüzey kuvvetlerine ve cisim kuvvetlerine bağlı olarak akışkanın termodinamik özellikleri arasındaki bağıntıyı ifade etmektedir. Bir basınçlı hava yatağındaki rotor ve yatak arasındaki akışı ifade edebilen bir matematiksel model olan Navier-Stokes denklemi, düzenlenerek akışkanın rotor üzerindeki basınç dağılımını ifade edebilir.

3.4. Süreklilik Denklemi

Belirli bir hacimdeki kütle değişimi iki etkene bağlı olarak gerçekleşebilir. Bunlardan ilki bir akıntının olması ile mümkündür. V hacmindeki sıradan bir akışı çevreleyen yüzey S ile gösterilsin. Yoğunluğu ρ , hız vektörü $\vec{v}$, olan bir akışkan için bu S yüzeyindeki kütle akışı;

$$\oint_S (\rho \vec{v}) \cdot \hat{n} dS \quad (3.30)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Eş. 3.30'daki $\hat{n}$, S yüzeyine dik olan vektörü, dS ise yüzey alanının diferansiyel elemanı ifade etmektedir. Kütle değişimine sebep olan ikinci faktör ise akışın sıkıştırılabilirliği ile ilişkilidir. Yani bir akışkanla dolu kaptaki kütlenin artması ancak, akışkanın yoğunluğunun artması ile mümkün olmaktadır. Kütlenin artması ile birlikte yoğunluğun zamanla değişimi;

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (3.31)$$

şeklinde ifade edilebilir. İfade edilen iki faktörle beraber kütle değişimi;

$$\oint_S (\rho \vec{v}) \cdot \hat{n} dS + \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0 \quad (3.32)$$

şeklinde elde edilir.

Denklemdaki integraller divarjan teoremi ile birlikte;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.33)$$

şeklinde yazılarak süreklilik denklemi elde edilebilir.

3.5. Reynold Denklemi

BHY konusunda geçmişten günümüze yapılan bir çok çalışmanın temelini yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı elde etmek için yapılan çalışmalar oluşturmaktadır (Bknz. Uneeb, 1992). Reynold'un yaptığı bir çalışma ile elde ettiği akışkanın hareketini ifade eden matematiksel model, daha sonraları bu konuda çalışan araştırmacıların yaptıkları teorik ve deneysel çalışmalar ile geliştirilerek kullanılmaktadır. Bu model; herhangi bir geometriye sahip konvensiyonel yataklarda, yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinin çeşitli kabuller çerçevesinde basitleştirilmiş bir formu olan Reynold denklemi olarak adlandırılmaktadır.

3.5.1. Sıkıştırılabilir bir akışkan için Reynold denkleminin elde edilmesi

Reynold denklemi yatak ve rotor arasında kullanılan yağlayıcı akışkanın sıkıştırılabilir veya sıkıştırılamayan bir akışkan türüne bağlı olarak Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinde yapılan çeşitli kabuller ile değişik formlarda ifade edilmektedir.

Akışkanın viskozitesinin sabit kabul edilmesi

Hava yataklarında kullanılan akışkanın sıkıştırılabilir bir akışkan olmasına bağlı olarak Navier-Stokes denkleminde yapılan kabullerin ilki akışkanın viskozitesinin sabit kabul edilmesidir. Termodinamik olarak gazların vizkozitesi sıcaklığa bağlı olarak oldukça küçük miktarlarda değişmektedir. Hava yataklarında kullanılan

havanın da viskozitesi sıcaklıkla beraber oldukça az değişmektedir ve dolayısıyla viskozitesi sabit olarak kabul edilebilir.

Atalet kuvvetlerinin ihmal edilmesi

Hava yataklarındaki bir diğer kabul ise atalet kuvvetlerinin ihmal edilmesidir. Atalet kuvvetleri akışkanın hareketi ile oluşan viskoz kuvvetler Reynold sayısı ile ilişkilidir. Bir aerostatik yatakta atalet kuvvetlerinin etkisi genellikle besleme deliklerinin çevresinde ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla yatak ve rotor arasında boşluk miktarı ve besleme deliklerinden beslenen basınç arttıkça atalet kuvvetlerinin de etkisi artmaktadır. Reynold sayısı;

$$Re = \frac{\rho V h^2}{\mu L} \quad (3.34)$$

şeklinde ifade edilirse, yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarı arttıkça Reynold sayısı da artmaktadır. Ancak yapılan deneysel çalışmalarda genellikle ince bir gaz filmi için Reynold sayısı yaklaşık olarak 0,10 civarında elde edilmiştir [Uneeb, 1992]. Ayrıca besleme delikleri yakınlarında ise $Re > 1$ ve besleme deliklerinden uzak yerlerde ise $Re < 1$ olarak bulunmuştur. Yapılan bu çalışmada BHY’de yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarları 50 μm ve 250 μm arasındaki değerler olarak belirlenmiştir, dolayısıyla akışkanın viskozitesine, yoğunluğuna ve yatağın geometrisine bağlı olarak Re sayısı birden küçüktür ve atalet kuvvetleri çok ince yağlayıcı filmler için ihmal edilebilir. Atalet kuvvetlerinin ihmal edilmesi ile birlikte

Eş. 3.29’da verilen genel Navier-Stokes denklemindeki $\rho \frac{Dv}{Dt}$ ifadesi ihmal edilebilir

ve Navier-Stokes denklemi;

$$\nabla p = -\nabla \tau + \rho g \quad (3.35)$$

şeklinde yazılabilir.

Cisim kuvvetlerinin ihmal edilmesi

Hava yataklarındaki yatak ve rotor arasındaki akışı modellemek için yapılan bir diğer kabul ise cisim kuvvetlerinin ihmal edilmesidir. BHY’de yatak ve rotor arasında oluşan yağlayıcı film oldukça incedir. Eş. 3.35’de ifade edilen kuvvetler birbirleri ile kıyaslandığında basınç ve yüzey kuvvetleri yerçekiminin oluşturduğu kuvvetlere göre oldukça büyüktür. Havanın yoğunluğu da dikkate alınırsa cisim kuvvetleri ihmal edilebilir.

Eş. 3.35 tekrar düzenlenerek hava yatakları için Navier-Stokes denklemi;

$$\nabla p = -\nabla \tau \quad (3.36)$$

Eş 3.36’daki şekilde elde edilir.

Çok ince hava filmi geometrisi

BHY’de yatak ve rotor arasında kalan boşluk artıkça yatağın yük taşıma kapasitesi de akışın sıkıştırılabilir bir akışkan olmasından dolayı düşmektedir. Dolayısıyla hava yataklarında yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarı mikron boyutunda tasarlanmaktadır. Hız vektörünün yatak ve rotor arasındaki dikey boşluğu ifade eden y koordinatındaki bileşeni de diğer koordinatlardaki hız bileşenleri ile karşılaştırıldığında oldukça küçüktür. Yatak ve rotor arasında oluşan çok ince bir hava filminde Eş. 3.26, Eş. 3.27 ve Eş. 3.28’de verilen diferansiyel momentum denklemindeki $\frac{\partial u}{\partial y}$ ve $\frac{\partial \omega}{\partial y}$ hız gradyanları diğer tüm hız gradyanlarından oldukça büyüktür. Dolayısıyla diferansiyel momentum denklemindeki bu iki hız gradyanı haricindeki diğer tüm hız gradyanları ihmal edilebilir. Yani çok ince yağlayıcı bir filmde basınç çok az değiştiği için y eksenindeki basıncın değişimi sıfır kabul edilebilir. Tüm bu kabuller ile birlikte kartezyan koordinatlarda Navier-Stokes denklemi;

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (3.37)$$

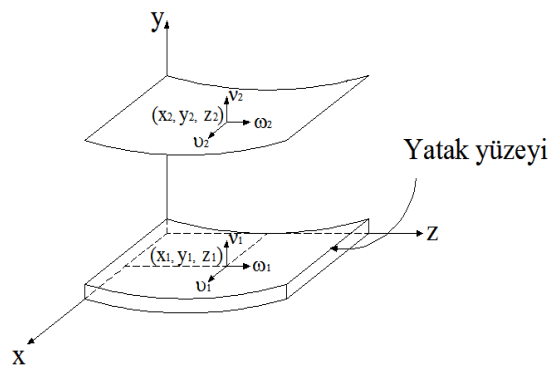
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] \quad (3.39)$$

eşitlikleri ile ifade edilebilir.

Eş. 3.37, Eş. 3.38 ve Eş. 3.39’da verilen Navier-Stokes denklemi sınır şartları ile birlikte analitik olarak çözümlenebilir. Elde edilen analitik çözüm Eş. 3.33’de verilen süreklilik denklemi ile birlikte tekrar düzenlenerek yatak ve rotor arasındaki akışkanın hareketini ifade eden Reynold denklemi elde edilebilir.

İki yüzey arasında kalan akışkanın hız vektörleri Şekil 3.6’da gösterilmiştir. Navier-Stokes denkleminin çözümü için gerekli sınır şartları, yatak ve rotor yüzeylerindeki hıza ve konuma bağlı olarak ifade edilebilir.



Şekil 3.6. Yatak ve rotor arasındaki akışkan hızlarının gösterimi

Yapılan kabuller sonucunda elde edilen sıkıştırılabilir bir akışkanın hareketini ifade eden Navier-Stokes denkleminin analitik çözümü için sınır şartları akış parçasının

yatak yüzeyine temas ettiği yerlerdeki hız bileşenleri $v(0) = 0$ ve $\omega(0) = 0$; yatak yüzeyinden h kadar yukarıdaki akışkanın hızı ise $v(h) = U$ ve $\omega(h) = 0$ olsun. Verilen sınır şartları ile Eş. 3.37, Eş. 3.38 ve Eş. 3.39'da verilen hızların konuma göre değişimlerinin integralleri alınarak;

$$v = \frac{1}{2\mu} y(y-h) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Uy}{h} \quad (3.40)$$

$$\omega = \frac{1}{2\mu} y(y-h) \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.41)$$

elde edilebilir.

Bu hız ifadeleri ve Eş. 3.33'de ifade edilen süreklilik denklemi yapılan kabuller ile beraber;

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \omega) = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.42)$$

şeklinde yazılabilir ve h kalınlığında bir film için integralleri alınabilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^h \rho v dy \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^h \rho \omega dy \right] = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^h \rho dy \right] \quad (3.43)$$

Süreklilik denklemi Eş. 3.40 ve Eş. 3.41 v ve ω hızları ile birlikte düzenlenirse;

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3 \rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3 \rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + 6U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (3.44)$$

ifadesi elde edilecektir.

Yüksek dönüş hızlarında bir gazın sıkışması ve genleşmesi olayları adyabatik bir prosestir. Ancak ince bir gaz filminde, ısı transferi izotermal bir prosestir. Dolayısıyla mükemmel gazlar için bir enerji denklemi kullanılması gerekmemektedir [Fox ve McDonald, 1994]. Bu durumda ideal gaz denklemi;

$$\frac{p}{\rho} = R_0 T_0 \quad (3.45)$$

veya

$$p = \rho^{-k} \times \text{Sabit} \quad (3.46)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu ifadeyle beraber Eş. 3.44 düzenlenirse;

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3 p}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3 p}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 12 \frac{\partial}{\partial t} (ph) + 6U \frac{\partial}{\partial x} (ph) \quad (3.47)$$

elde edilecektir.

Eş. 3.47 ile ifade edilen bu denklem sıkıştırılabilir bir akışkan için Reynold denklemi olarak adlandırılmaktadır. Eş. 3.47’de geçen h yatak ve rotor arasındaki boşluğu ifade etmekte olup; rotorun eksantrikliğine ve eksantriklik açısına bağlı olarak;

$$h = c + e \cos(\theta) \quad (3.48)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada e rotorun eksantrikliğini ifade etmektedir. Eş. 3.47’de verilen denklemin sağ tarafındaki iki terim bir akış boyunca basınçta meydana gelen değişimi; sol taraftaki ilk terim zamana göre genleşmeyi, ikinci terim ise yağlayıcı filmin değişimini ifade etmektedir.

Eş. 3.49 düzenlenirse boyutsuz formda Reynold denklemi;

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[H^3 P \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 P \frac{\partial P}{\partial \xi} \right] = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + \sigma \frac{\partial}{\partial t} (PH) \quad (3.50)$$

Eş. 3.50'deki gibi elde edilir. Burada Λ ; yatak sayısı ve σ ; sıkıştırılabilirlik sayısı olarak adlandırılmaktadır. Boyutsuz birer katsayı olan bu ifadelerden yatak sayısı;

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R}{c} \right)^2 \quad (3.51)$$

ve sıkıştırılabilirlik sayısı;

$$\sigma = \frac{12\mu}{p_a} \left(\frac{R}{c} \right)^2 \quad (3.52)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Yatak sayısı ve sıkıştırılabilirlik sayısı hava yatakları için önemli birer parametre olup yatakların geometrik özelliklerine göre değişmektedir.

Eş 3.48'de verilen herhangi bir θ konumundaki yatak ve rotor arasındaki boşluk boyutsuz parametreler cinsinden;

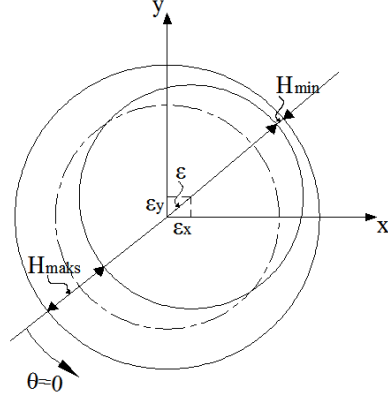
$$H(\theta) = 1 + \varepsilon \cos(\theta) \quad (3.53)$$

şeklinde ifade edilebilir ve Eş. 3.53'de geçen boyutsuz eksantriklik de;

$$\varepsilon = \frac{1}{c} \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (3.54)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Şekil 3.8’de gösterildiği gibi boşluğa, θ ’ya ve eksantriklik oranı ε ’a bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 3.8. Boyutsuz boşluk

3.5.3. Bir basınçlı hava yatağı için Reynold denklemi

Eş. 3.50’de verilen Reynold denklemi en genel haliyle bir hava yatağı için yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ifade eder. Ancak BHY’de yatak yüzeylerine açılan hava besleme delikleri (orifisler) bulunmaktadır. Dolayısıyla bu orifislerden yatak çalıştığı sürece yatak ve rotor arasına bir kütle akışı olacaktır. Bu kütle akışı ile beraber yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı da değişecektir. Dolayısıyla yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ifade eden matematiksel modele kütle debisinin de eklenmesi gerekir. Eş. 3.49’da verilen Reynold denklemi kütle debisi ile beraber;

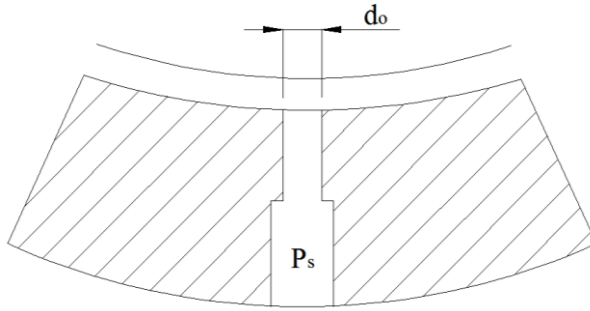
$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[H^3 P \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[H^3 P \frac{\partial P}{\partial \xi} \right] + \Gamma_s P_s H \phi(P) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + \sigma \frac{\partial}{\partial t} (PH) \quad (3.55)$$

şeklinde ifade edilebilir. BHY için yazılan bu eşitlikte boyutsuz parametreler ile birlikte besleme parametresi Γ_s , orifislerden beslenen boyutsuz hava basıncı P_s , orifislerin bulunduğu yatak ve rotor arasındaki boşluk H ve besleme deliği

fonksiyonu $\Phi(P)$ ifadelerine bağılı olarak değişmektedir. Eş. 3.52’de verilen besleme parametresi;

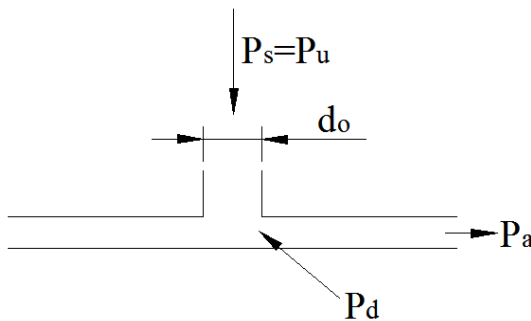
$$\Gamma_s = \frac{12\mu\sqrt{R_o T_o} \pi d_o^2}{p_a c^2 \Delta\theta \Delta\xi} \quad (3.56)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada Şekil 3.9’da görüldüğü gibi d_o besleme deliğinin çapını ifade etmektedir.



Şekil 3.9. Yatak üzerindeki basınçlandırılmış hava besleme deliği

Besleme deliklerinden beslenen basınçlı hava; yatak ve rotor arasında kalan boşluğa iletilirken bir miktar basınç düşüşü meydana gelir. Şekil 3.10’da gösterildiği gibi bir besleme basıncı ile besleme deliğine giren hava; deliğin çapına bağılı olarak basıncı düşürerek yatak ve rotor arasında yağlayıcı film oluşturup atmosfere çıkmaktadır.



Şekil 3.10. Besleme deliklerinde hava akışı

Teorik olarak orifislerden akan akışkanın debisi, akışkanın ısı kapasitesi oranı k_p 'ye bağlı olarak değişmektedir. Maksimum besleme basıncında, orifislerden akan akışkan adyabatik bir proses olduğu kabulü yapılırsa Mach sayısı bire eşit olur ve kritik basınç oranı ısı kapasitesine bağlı olarak;

$$r_p = \frac{p^*}{p_u} = \left(\frac{2}{k_p + 1} \right)^{k_p / (k_p - 1)} \quad (3.57)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Orifislerdeki akışlarda Bernoulli denklemi; orifis girişi ve çıkışındaki kütlenin korunumu ile basitleştirilerek ifade edilebilir.

Sıkıştırılabilir bir akışkan için hacimsel debi;

$$Q = C Y A_d \sqrt{\frac{2g(P_u - P_d)}{\rho}} \quad (3.58)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Kütle debisi için ise;

$$\dot{m} = \rho Q = C Y A_d \sqrt{2g\rho(P_u - P_d)} \quad (3.59)$$

ifadesi yazılabilir.

Eş. 3.59'da verilen C boşaltma katsayısı C_d katsayısına ve besleme deliği giriş ve çıkış çapına bağlı olarak $C = C_d / \sqrt{1 - \beta^4}$ şeklinde ifade edilmektedir.

Sıkıştırılabilir bir akışkanın besleme deliğinden akışında, sıkışmanın etkisini de içermektedir. Eş. 3.59'da sıkışma katsayısı Y ise basınç oranı r ve boşaltma katsayısına bağlı olarak;

$$Y = \sqrt{r^{2/k_p} \left(\frac{k_p}{k_p - 1} \right) \left(\frac{1 - r^{(k_p - 1)/k_p}}{1 - r} \right) \left(\frac{1 - \beta^4}{1 - \beta^4 r^{2/k_p}} \right)} \quad (3.60)$$

eşitliği ile elde edilebilir.

Eş. 3.60'daki β değeri genellikle 1'den daha küçük değerler almaktadır ve bu terimin dördüncü dereceden üssü sıfıra yaklaşacağı için ihmal edilebilir.

Sıkıştırılabilir bir akışkanın yüksek basınç bölgesinden düşük basınç bölgesine bir orifis içerisinden geçerek akışı sırasında, akışkanın hızı artarken basıncıda kütlenin korunumu yasasına bağlı olarak azalacaktır.

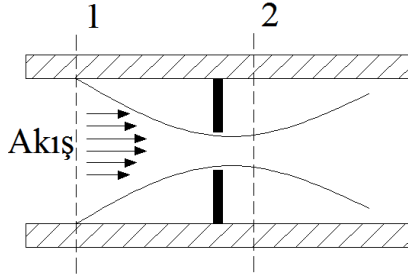
Sıkışma katsayısı ile birlikte orifisten akan akışkanın hacimsel debisi;

$$Q = C A_d \sqrt{\frac{2k_p}{k_p - 1} \left[\left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{2/k_p} - \left(\frac{p_d}{p_u} \right)^{(k_p + 1)/k_p} \right]} \quad \text{eğer} \quad 1 > \frac{p_d}{p_u} \geq r_p \quad (3.61)$$

şeklinde elde edilir. Eş. 3.61'de ifade edilen kütle debisi bir orifisten akan ideal bir gaz için geçerli olup Mach sayısının birden küçük olduğu ses altı hızlarda geçerli bir ifadedir. Böyle tip akışlar kısılmamış akışlar olarak adlandırılmaktadır.

Şekil 3.11'de gösterildiği gibi sıkıştırılabilir bir akışkan 1 noktasından daha düşük basınçlı 2 noktasına genişlerken akışın özellikleri doğal olarak değişecektir. Besleme deliği çıkışındaki akışkanın basıncı ne kadar düşükse, çıkıştaki akışkanın kütle debisi ve hızı besleme deliği içerisindeki akışkanın hızının ses üstü hıza ulaşana kadar artması beklenir. Yani ses hızı olarak bilinen $r = p_2 / p_1$ oranı kritik basınç oranı r_p

eşit olacaktır. Bir aerostatik yatak için havanın ısı kapasitesi oranı 1,4'e bağlı olarak kritik basınç oranı 0,528'dir.



Şekil 3.11. Bir orifisdeki akışın şematik gösterimi

Eğer akışkanın hızı ses üstü hıza ulaşırsa; akış kısılmış akış olarak adlandırılır ve kısılmış akış için hacimsel debi;

$$Q = C A_d \frac{2k_p}{k_p + 1}^{1/2} \left(\frac{2}{k_p + 1} \right)^{1/(k_p - 1)} \quad \text{eğer} \quad \frac{P_d}{P_u} < r_p \quad (3.62)$$

şeklinde ifade edilebilir.

BHY'de besleme deliklerinden akan akışın kütleli debisi tasarlanan orifis geometrisine ve besleme delikleri girişindeki akışkanın basınç ve debisine bağlı olarak Eş. 3.61 veya Eş. 3.62 ile hesaplanabilir.

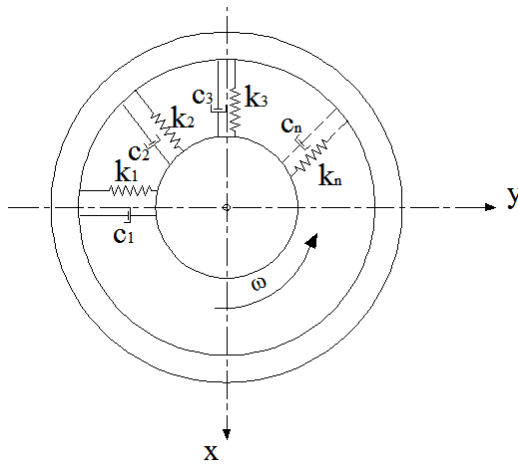
3.6. Basıncılı Hava Yatağı ile Yataklanmış Rotor

3.6.1. Hareket denklemleri

BHY'nin performansını ve rotor sisteminin dinamik kararlılığını etkileyen önemli bir etken yatak yüzeyleri ve şaft yüzeyi arasındaki akışkanın basıncıdır. Bu yüzeyler arasındaki basınç yatağın en önemli dinamik karakteristikleri olan yay katsayısı ve

sönüm oranını; basıncın değişimi yatağın kritik hız aralığını, ulaşabileceği maksimum hızı ve yatağın stabilitesini etkilemektedir.

Bir BHY’de yatak ve rotor arasındaki basınç; Şekil 3.12’de şematik olarak gösterildiği gibi yay katılığı sağlarken aynı zaman da sıkıştırılabilirliğin etkisi ile beraber sönüm etkisi de oluşturmaktadır. Dolayısıyla rotor yüzeyine etki eden kuvvet bir aerostatik yatağı için önemli bir karakteristiktir.



Şekil 3.12. Aerostatik yatağın dinamik modeli

Reynold denklemi başlangıç ve sınır şartları ile birlikte nümerik olarak çözümlenerek rotor yüzeyine etkiyen basınç kuvveti bulunabilir. Basınç fonksiyonu boyutsuz koordinatlarda $P(\xi, \theta)$ şeklinde ifade edilirse rotor yüzeylerine etkiyen kuvvetler de;

$$F_x = p_a R^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{L/R} P(\xi, \theta) \cos \theta d\xi d\theta \quad (3.63)$$

$$F_y = p_a R^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{L/R} P(\xi, \theta) \sin \theta d\xi d\theta \quad (3.64)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Eş. 3.63 ve Eş. 3.64’de verilen kuvvet ifadeleri ile birlikte iki serbestlik dereceli bir rotor için hareket denklemleri;

$$m\ddot{x} + p_a R^2 \int_0^{2\pi L/R} \int_0^1 P(\xi, \theta) \cos \theta d\xi d\theta = 0 \quad (3.65)$$

$$m\ddot{y} + p_a R^2 \int_0^{2\pi L/R} \int_0^1 P(\xi, \theta) \sin \theta d\xi d\theta = 0 \quad (3.66)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eş. 3.65 ve Eş. 3.66 denklemleri basınç kuvvetleri elde edildikten sonra 4. Dereceden Runge Kutta metodu kullanılarak nümerik olarak çözülebilir

3.6.2. Yatak katılığı

Basınçlı hava yataklarında yatak ve rotor arasındaki basınçlı hava, rotor üzerinde hem bir katılık hem de bir sönüm etkisi oluşturur. Yatak içerisindeki basınçlı hava rotor hareketsiz durumdayken rotora uyguladığı basınç kuvveti yatağın katılığını da ifade eder. Eğer rotor yatak içerisinde x eksenini boyunca e_x kadar hareketinde basınç dağılımından elde edilen kuvvet F_x , y eksenini boyunca e_y kadar hareketinde basınç dağılımından elde edilen kuvvet F_y ise; x ve y yönündeki yatak katılıkları;

$$k_x = F_x / e_x = \frac{1}{e_x} p_a R^2 \int_0^{2\pi L/R} \int_0^1 P(\xi, \theta) \cos \theta d\xi d\theta \quad (3.67)$$

$$k_y = F_y / e_y = \frac{1}{e_y} p_a R^2 \int_0^{2\pi L/R} \int_0^1 P(\xi, \theta) \sin \theta d\xi d\theta \quad (3.68)$$

şeklinde yazılabilir.

4. REYNOLD DENKLEMİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMLENMESİ

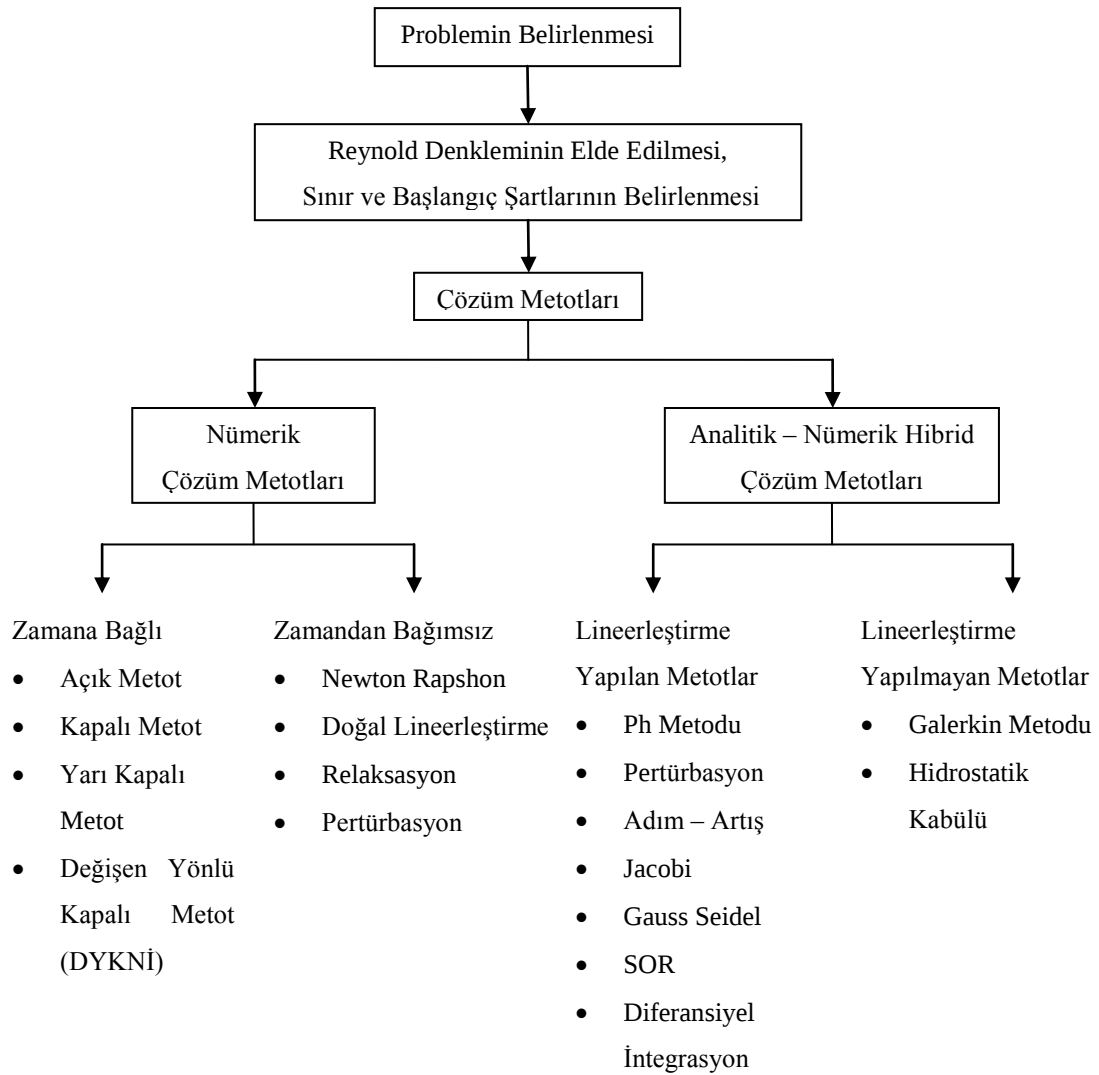
Bir BHY için yatak ve rotor arasındaki akışkanın hareketini ifade eden Navier-Stokes denkleminin ve Navier-Stokes denkleminin bir formu olan Reynold denkleminin teorik olarak nasıl elde edildiği ve hangi parametrelere göre değiştiği Bölüm 3’de anlatılmıştır. Reynold denklemi genel olarak bir hava yatağı için yatak geometrisine ve akışkanın özelliklerine göre yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ifade eder. Hava yatakları için basınç dağılımının bilinmesi, yatakların dinamik karakteristiklerinin de elde edilmesini sağlamaktadır. Dolayısıyla hava yatakları ile yataklanmış bir rotorun dinamik karakteristiklerinin anlaşılması, yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının elde edilmesi ile mümkündür. Bu bölümde Reynold denkleminin nümerik olarak çözülmesi anlatılmıştır. Nümerik çözümleme için kullanılacak metottan ve çözüm için gerekli başlangıç ve sınır şartlarından bahsedilmiştir. Basınç dağılımını hesaplayan ve bir aerostatik hava yatağı ile yataklanmış rotor için hareket denklemlerini çözen algoritma da bu bölümde açıklanmıştır.

4.1. Giriş

Reynold denklemi yatakların geometrik özelliklerine ve yatak ve rotor arasında kullanılan akışkanın özelliklerine bağlı olarak değişen parabolik bir diferansiyel denklemdir. Yatakların mikron boyutundaki geometrik özellikleri ve lineer olmayan bir akış karakteristiğinden dolayı Reynold denkleminin tam olarak analitik çözümü mevcut değildir. Ancak analitik metodlarla lineerleştirilen Reynold denklemi nümerik olarak çeşitli metodlar kullanılarak çözümlenebilmektedir. Genel olarak lineerleştirilen Reynold denkleminin nümerik çözülmesi için iterasyon tabanlı metodlar kullanılmaktadır (Bknz. Czolczynski, 1999).

Reynold denkleminin nümerik çözümü için literatürde araştırmacıların kullandıkları metodlar nümerik çözüm teknikleri ve analitik–nümerik metodlarla oluşturulan hibrid teknikler olarak iki ana başlıkta toplanabilir. Direkt nümerik çözümler zamana bağımlı ve zamandan bağımsız çözüm teknikleri ile çözülebilirken, hibrid

tekniklerinde ise doğrusal olmayan Reynold denkleminin analitik metodlar kullanılarak doğrusallaştırılıp ardından nümerik metodlarla çözülebilmektedir [Wang ve ark., 2005]. Genel olarak Reynold denklemi akışkanın sıkıştırılabilir veya sıkıştırılamayan bir akışkan türüne bağlı olarak değişik formlarda ifade edilir. Dolayısıyla çözüm ilk önce akışkan türüne bağlı olarak Reynold denklemi elde edilir. Elde edilen bu matematiksel denklem belirlenen sınır şartları ve başlangıç şartları ile birlikte Şekil 4.1’de verilen nümerik çözüm tekniklerinden biri kullanılarak çözülebilir.



Şekil 4.1. Reynold denkleminin nümerik çözülmesi için kullanılan metotlar

Bu çalışmada bir BHY için yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı Reynold denklemi direk numerik çözüm tekniklerinden olan değişen yönlü kapalı metot kullanılarak nümerik olarak çözümlenmiştir.

4.2. Değişen Yönlü Kapalı Nümerik İntegrasyon (DYKNİ)

Değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon (DYKNİ) metodu genel olarak birden fazla koordinatta değişen kısmi diferansiyel denklemlerinin çözümü için sonlu farklar metodunun genişletilmiş bir formudur.

4.2.1. Değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon yöntemi

Genel bir problem olarak bir fonksiyon kartezyan koordinatları x , y ve zamana bağlı olarak ifade edilsin;

$$a(u_x)_x + a(u_y)_y + a(t) = f \quad x, y \in \Omega \quad (4.1)$$

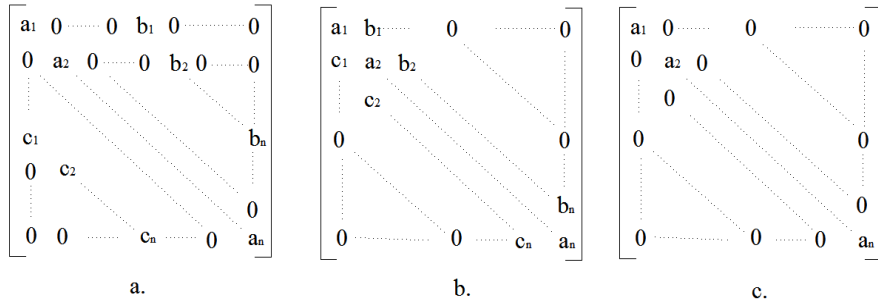
burada $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ uzay koordinatları ile sınırlandırılmış bir küme olsun. Eş. 4.1 ile verilen fonksiyon bir parabolik diferansiyel denklemsel ise ve lineerleştirilirse;

$$Au = b \quad (4.2)$$

şeklinde yazılabilir. Eş. 4.2'deki katsayı matrisi A ayrıklaştırılarak;

$$A = T + S + B \quad (4.3)$$

yazılır. Eşitliğin sağ tarafındaki matrisler $N \times N$ boyutunda matrisler olup, T matrisi kısmi diferansiyel denklemin x koordinatındaki türevi, S matrisi y koordinatındaki türevi ve B matrisi de zaman adımını ifade etsin. Ayrıklaştırılan A matrisinin elemanları da birer diagonal matris şeklinde verilsin ve bu herbir matrisin yapısı da Şekil 4.2'de gösterildiği gibi olsun.



Şekil 4.2. A matrisinin ayrıklaştırılmış matrisleri a. T diagonal matrisi b. S diagonal matrisi c. B diagonal matrisi

Eş. 4.3’de ayrıklaştırılmış A matrisi elemanları için tekrar yazılabilir.

$$(T + S + B)u = b \quad (4.4)$$

Bu denklemin çözümü için bir iterasyon şeması kurulabilir. Richardson metodu kullanılarak Eş. 4.4 tekrar düzenlenerek yazılırsa;

$$u = (I - T - S - B)u + b \quad (4.5)$$

elde edilebilir. Eş. 4.5’de ifade edilen I ara çözüm sonucu ise ve n de 1 tam zaman adımını ifade edecek olursa;

$$(\alpha I + T + nB)u = (\alpha I - S - (1 - n)B)u + b \quad (4.6)$$

şeklinde yazılabilir. Eş. 4.6’da verilen α bir katsayıdır. Eğer n zaman adımı iki tam zaman adımına bölünürse;

$$\left(\alpha I + T + \frac{1}{2}B \right)u = \left(\alpha I - S - \frac{1}{2}B \right)u + b \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bir sonraki yarım adımın çözümü ise;

$$\left(\alpha I + S + \frac{1}{2} B \right) u = \left(\alpha I - T - \frac{1}{2} B \right) u + b \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ara çözümün sonucu u^* ise değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu çözümü;

$$\left(\alpha I + T + \frac{1}{2} B \right) u^* = \left(\alpha I - S - \frac{1}{2} B \right) u^n + b \quad (4.9)$$

$$\left(\alpha I + S + \frac{1}{2} B \right) u^{n+1} = \left(\alpha I - T - \frac{1}{2} B \right) u^* \quad (4.10)$$

şeklinde ifade edilebilir.

4.2.2. Değişen yönlü kapalı çözüm metodu şeması

İki yönlü değişen bir Poisson denklemi için değişen yönlü kapalı çözüm metodu uygulansın. Poisson denklemi;

$$-u_{xx} - u_{yy} = f \quad (4.11)$$

şeklinde ifade edilebilir veya $-u_{xx} = u_{yy} + f$ şeklinde de yazılabilir. DYKNİ teorisinden faydalanılarak Eş. 4.11'deki kısmi diferansiyel denklem için;

$$\begin{aligned} -u_{xx}^{n+1/2} &= f + u_{yy}^n \\ u_{yy}^{n+1} &= f + u_{xx}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (4.12)$$

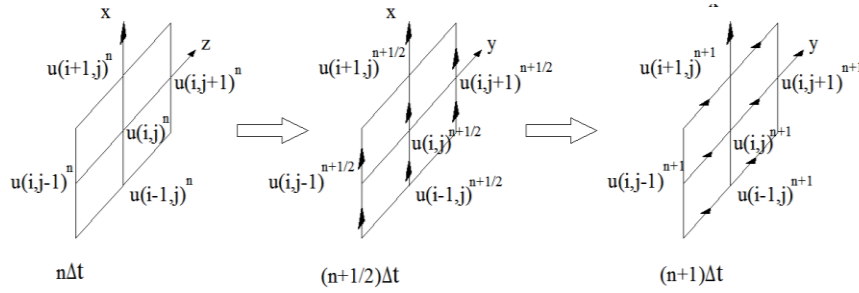
şeklinde yazılabilir. Sonlu farklar yöntemi ile Eş. 4.12'deki ifadeler;

$$\frac{-u_{i-1,j}^{n+1/2} + 2u_{i,j}^{n+1/2} - u_{i+1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} + \frac{-u_{i,j-1}^n + 2u_{i,j}^n - u_{i,j+1}^n}{\Delta y^2} = f_{i,j} \quad (4.13)$$

yazılarak yarım zaman adımıdaki çözüm şeması ve;

$$\frac{-u_{i,j-1}^{n+1} + 2u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j+1}^{n+1}}{\Delta y^2} = f_{i,j} - \frac{-u_{i-1,j}^{n+1/2} + 2u_{i,j}^{n+1/2} - u_{i+1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} \quad (4.14)$$

şeklinde yazılarak tam bir zaman adımıdaki kısmi diferansiyel denklemin nümerik çözümü elde edilebilir. Şekil 4.3’de gösterildiği gibi parabolik bir kısmi diferansiyel denkleminin nümerik integrasyonunda; tam bir zaman adımının çözümü için iki yarım zaman adımı kullanılmaktadır.



Şekil 4.3. DYKNİ şeması

DYKNİ metodunda ilk yarım zaman adımında diferansiyel denklemin bir kartezyan koordinatında; ikinci yarım zaman adımında ise diğer kartezyan koordinatında sonlu farklar metotları ile ayrıştırılarak tam bir zaman adımının çözümü elde edilmektedir.

Değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu ile yapılan çözümün yakınsaması için kullanılan bağıntı ve yakınsama kriterinin basınç dağılımına olan etkisi EK-1’de ve çözümün yakınsaması için gerekli zaman adımı kriteri, katsayıların ve çözüm parametrelerinin optimizasyonu EK-2’de detaylı olarak açıklanmıştır.

4.3. Değişen Yönlü Kapalı İntegrasyon Metodunun Reynold Denklemine Uygulanması

Reynold denkleminin sonlu farklar metotları (açık sonlu farklar metodu, kapalı sonlu farklar metodu vb.) ile yapılan nümerik integrasyonlarında; çözümün yakınsaması için geçen süre fazladır. Reynold denklemi iki farklı koordinat eksenine bağlı olarak değiştiği için bir zaman adımında 5 tane bilinmeyen çözülmesi gerekmektedir. Denklemin bir koordinatındaki değişkeni i diğer koordinatındaki değişkeni de j alt indisleri ile gösterilirse; sonlu farklar metodu ile yapılacak çözümde n . zaman adımı için $u_{i,j}$, $u_{i-1,j}$, $u_{i+1,j}$, $u_{i,j-1}$ ve $u_{i,j+1}$ bilinmeyenleri gelmektedir. Dolayısıyla çözüm için daha fazla işlemci yükü gerektirecek ve çözümün tamamlanması için geçen süre artacaktır.

DYKNİ metodunda çözüm için tam bir zaman adımının iki eşit parçaya bölünerek, ilk yarım zaman adımında bir eksen yönünde; ikinci yarım zaman adımında ise diğer eksen yönünde yukarıdaki bölümlerde anlatıldığı gibi çözüm yapılabilir. Basit olarak değişen yönlü kapalı metot ile ilk yarım zaman adımında $u_{i,j}^{n+1/2}$, $u_{i-1,j}^{n+1/2}$ ve $u_{i+1,j}^{n+1/2}$ elemanları çözülüp, ikinci yarım zaman adımında ise ilk yarım zamanda elde edilen çözüm yardımıyla $u_{i,j}^{n+1}$, $u_{i-1,j}^{n+1}$ ve $u_{i+1,j}^{n+1}$ elde edilerek, $n+1$ zamanı için çözüm elde edilebilir. Dolayısıyla daha hızlı ve daha az işlemci yükü gerektirecek bir çözüm yapılabilir [Czołczynski, 1999].

4.3.1. Reynold denkleminin ayrıştırılması

Reynold denkleminin nümerik integrasyonundan önce analitik olarak Eş. 3.50'de ifade edilen boyutsuz formdaki Reynold denklemi;

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) + \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + \sigma \frac{\partial}{\partial t} (PH) = \dot{M} \quad (4.15)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Eş. 4.15’de geçen $\dot{M}$; orifislerdeki kütle debisini ifade etmektedir. Eş. 4.15’de $P^2=\Theta$ dönüşümü yapılırsa basıncın θ ve ξ koordinatlarındaki değişimleri;

$$\frac{\partial P^2}{\partial \theta} = 2P \frac{\partial P}{\partial \theta} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{1}{2P} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial P^2}{\partial \xi} = 2P \frac{\partial P}{\partial \xi} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{1}{2P} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}$$

şeklinde yazılabilir. Benzer olarak basıncın zamana göre değişimi de

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{2P} \frac{\partial \Theta}{\partial t}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler ile birlikte boyutsuz parametreler ile verilen Reynold denklemi;

$$-\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H^3}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{H^3}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) + \frac{\Lambda H}{2P} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + \Lambda P \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{\sigma H}{P} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + 2\sigma P \frac{\partial H}{\partial t} = \dot{M} \quad (4.16)$$

şeklinde yazılabilir.

Eş. 4.16’daki türev ifadeleri ile birlikte Reynold denklemi;

$$\begin{aligned} & -3H^2 \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) - H^3 \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} \right) + \frac{\Lambda H}{P} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + 2\Lambda P \frac{\partial H}{\partial \theta} \\ & + \frac{\sigma H}{P} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + 2\sigma P \frac{\partial H}{\partial t} = 2\dot{M} \end{aligned} \quad (4.17)$$

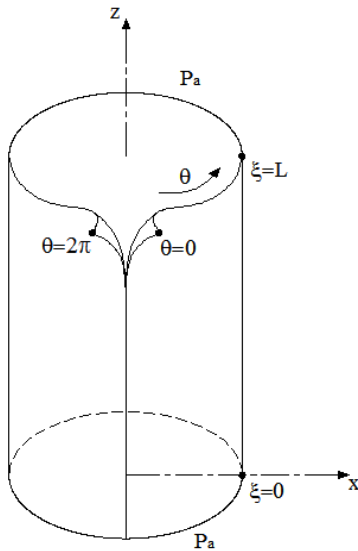
düzenlenerek elde edilebilir. Eş. 4.17’de verilen Reynold denklemi görüldüğü gibi yatağın çevresel koordinatını ifade eden θ ’ya yatak boyunu ifade eden ξ ’ya ve zamana bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla yaygın olarak kullanılan sonlu farklar metodlarından biriyle çözüldüğü zaman hem işlemci yükü artacak hem de

çözüm süresi artacaktır. DYKNİ metodu ile tam bir zaman adımı iki yarım zaman adımına ayrılarak çözülebilir ve böylece çözüm zamanından ve işlemci yükünden tasarruf edilebilir. Değişen yönlü nümerik integrasyonda sonlu farklar metodların herhangi biriyle (açık metot, kapalı metot) bir noktanın çözümü bir ileri ve bir geri noktanın korelasyonu biçiminde ifade edilir.

4.3.2. Reynold denklemi için değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu şeması

Nümerik çözüm için Şekil 4.4'de gösterildiği gibi silindirik bir geometriye sahip yatağın iç yüzeyi herhangi bir noktasından açıldığı varsayılarak dikdörtgen bir grid oluşturulabilir.

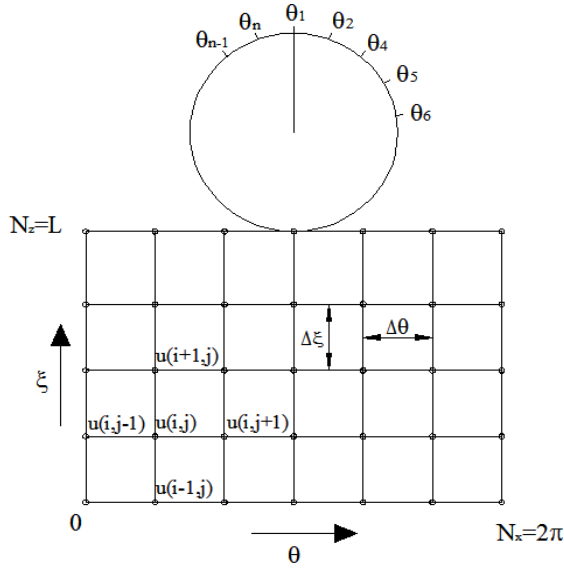
Boyutsuz parametreler ile ifade edilen Reynold denkleminin θ koordinatı yatak iç yüzeyinin çevresel koordinat eksenini ifade etmekte olup, 0 ile 2π arasında, ξ koordinatı ise yatağın boyutsuz uzunluğunu ifade eden koordinat eksenini olup, 0 ile L arasında değerler alacaktır.



Şekil 4.4. Silindirik yatağın herhangi bir noktasından açılarak dikdörtgen gridin oluşturulması

Oluşturulan gridde koordinat adımları $\Delta\theta$ ve $\Delta\xi$ olacak şekilde $N_z = L / \Delta\xi$ ve $N_\theta = 2\pi / \Delta\theta$ sayıda parçalara bölünebilir. Dolayısıyla Şekil 4.5’de gösterildiği gibi oluşturulan grid sınırdaki noktalarla birlikte $(N_\theta + 1) \times (N_z + 1)$ sayıda noktadan oluşacaktır.

DYKNİ metodu ile zaman adımı Δt için $n+1/2$ ve $n+1$ adımları hesaplanabilir. Çözüm Şekil 4.5’de gösterilen gridin tüm noktaları bilinen n adımı ile başlayarak, ilk yarım zaman adımında yatak boyunda; yani ξ yönündeki terimler bilinmeyen; θ yönündeki terimler bilindiği kabul edilerek çözüm yapıp, $\Theta_{i,j}^{n+1/2}$ elde edilir. Elde edilen bu ara çözüm yardımıyla; bu sefer ξ yönündeki çözümler bilinen kabul edilerek; çevresel yönde yani θ yönünde çözüm yapıp $\Theta_{i,j}^{n+1}$ elde edilir.



Şekil 4.5. Gridin şematik gösterimi

DYKNİ metodu ile Reynold denklemindeki zamana bağlı terimler

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\Theta_{i,j}^{n+1/2} - \Theta_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (4.18)$$

şeklinde ayrıklaştırılabilir.

İlk yarım zaman adımında ξ yönünde çözüm yapıldığına göre;

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} = \frac{(\Theta_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\Theta_{i,j}^{n+1/2} + \Theta_{i-1,j}^{n+1/2})}{\Delta \xi^2} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} = \frac{(\Theta_{i,j+1}^n - 2\Theta_{i,j}^n + \Theta_{i,j-1}^n)}{\Delta \theta^2} \quad (4.20)$$

şeklinde yazılabilir. Yarım zaman adımı $n+1/2$ için elde edilen çözüm ile θ yönünde $n+1$ adımı için de benzer olarak;

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} = \frac{(\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1})}{\Delta \theta^2} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} = \frac{(\Theta_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\Theta_{i,j}^{n+1/2} + \Theta_{i-1,j}^{n+1/2})}{\Delta \xi^2} \quad (4.22)$$

şeklinde yazılarak $n+1$ adımı için çözüm elde edilebilir. Benzer olarak Reynold denkleminin diğer terimleri de ayrıştırılarak DYKNİ şeması oluşturulur. DYKNİ şeması EK-3'de detaylı olarak verilmiştir.

Oluşturulan bu şema ile katsayılar matrisleri $\chi_{i,j}$, $\psi_{i,j}$ ve $\varsigma_{i,j}$ ile birlikte tam bir zaman adımı için;

$$\left. \begin{array}{l} n \rightarrow n+1/2 \quad \chi_{i,j} \Theta_{i-1,j}^{n+1/2} + \psi_{i,j} \Theta_{i,j}^{n+1/2} + \varsigma_{i+1,j} \Theta_{i+1,j}^{n+1/2} = f_{i,j} \\ n \rightarrow n+1 \quad \chi_{i,j-1} \Theta_{i,j-1}^{n+1} + \psi_{i,j} \Theta_{i,j}^{n+1} + \varsigma_{i,j} \Theta_{i,j+1}^{n+1} = f_{i,j} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \leq i \leq N_z \\ 2 \leq j \leq N_\theta \end{array} \quad (4.23)$$

şeklinde ifade edilerek $(N_z - 1) \times (N_\theta - 1)$ adet denklem çözülerek $n+1$ zaman adımı için gridin tüm noktaları hesaplanabilir.

4.3.3. Başlangıç ve sınır şartları

Süreklilik denklemi yardımıyla elde edilen Reynold denklemi süreklilik şartını sağlayabilmesi için sonlu hacim kabulü yapılması gerekir [Unneeb, 1992]. Dolayısıyla sonlu bir hacim için yapılan çözümlerde sınır şartlarının ve başlangıç şartlarının belirlenmesi gereklidir.

Başlangıç şartları

Radyal bir BHY iki ucu atmosfere açık olduğu ve besleme deliklerinden yatak ve rotor arasına herhangi bir akış olmadığı kabulü ile başlangıçta yatağın içerisindeki basınç atmosfer basıncına eşit olur. Yani başlangıçta Reynold denkleminin nümerik integrasyonu için oluşturulan griddeki tüm noktaların basıncı atmosfer basıncına eşittir.

DYKNİ metodu için oluşturulan grid noktalarının değerleri hesaplanırken besleme deliğine denk gelen noktalarda Eş 4.17’de verildiği gibi Reynold denkleminin sağ tarafı kütle debisini ifade eden $\dot{M}$ eşittir. Bu noktalar haricinde ise Reynold denkleminin sağ tarafı sıfıra eşit olacaktır.

Sınır şartları

Radyal bir aerostatik hava yatağında (Bknz. Şekil 3.1) yatağın iki tarafı da atmosfere açıktır. Dolayısıyla (Bknz. Şekil 4.5) θ ’nın herhangi bir konumunda $\xi = 0$ ve $\xi = L$ için basınç değerleri atmosfer basıncına eşittir. Yani;

$$\begin{aligned} P(0, \theta) &= 1 \\ P(L, \theta) &= 1 \end{aligned} \tag{4.24}$$

şeklindedir.

Silindirik bir geometriye sahip yatak iç yüzeyi herhangi bir yerinden açılarak dikdörtgen bir grid oluşturulmuştur (Bknz. Şekil 4.5). Dolayısıyla silindirin açıldığı varsayıldığı noktalar birbirine eş noktalardır. Yani bu noktalardaki basınçlarda birbirine eşit olacaktır.

$$P(\xi, 0) = P(\xi, L) \quad (4.25)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Radyal bir BHY için yatak içerisindeki basınç dağılımı yatak boyunun merkez eksenine göre simetrik olacaktır. Yani $\xi = L / 2$ noktasına göre basınç dağılımı simetriktr.

$$P(0 \rightarrow L / 2, \theta) = P(L / 2 \rightarrow L, \theta) \quad (4.26)$$

şeklinde ifade edilebilir. Başka bir deyişle;

$$\xi = L / 2, \quad \frac{\partial P}{\partial \xi} = 0 \quad (4.27)$$

şeklinde de ifade edilebilir.

Silindirik bir geometriye sahip olan yatak iç yüzeyinde yatak ve rotor arasındaki boşluk ifadesi θ 'ya bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla böyle bir geometri için yatak içerisindeki basınçta periyodik bir dağılım gösterecektir. Yani;

$$P(\xi, \theta) = P(\xi, \theta + 2\pi) \quad (4.28)$$

şeklinde ifade edilebilir.

4.4. Nümerik Çözümün Algoritmik Yapısı

Bir BHY ile yataklanmış rotorun dinamik karakteristiklerinin ve bu karakteristiklere bağlı olarak rotorun nasıl bir davranış sergileyeceğini bilmek önemlidir. Bunun için ilk önce yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının belirlenmesi gerekir daha sonra ise bu basınç dağılımı ile rotora etkiyen basınç kuvvetleri belirlenerek rotorun hareket denklemleri çözülebilir.

4.4.1. Basınç dağılımını elde eden algoritma

Navier-Stokes denklemleri, süreklilik denklemi ve çeşitli kabüller ile birlikte elde edilen Reynold denklemi yatakların dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi için çözülerek basınç dağılımının elde edilmesi gereklidir. Nümerik çözüm için DYKNİ metodu ile ayrıklaştırılan Reynold denklemi iteratif metotlar yardımıyla çözümlenebilir. Bu çalışmada da yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı; detaylı olarak yukarıda anlatılan çözüm metodu kullanılarak MATLAB programı yardımıyla çözülmüştür.

Genel olarak algoritma yatak parametreleri olarak ifade edilen yatak boyu, yatak çapı, besleme deliği geometrisi ve besleme deliklerinin yataktaki konumlarının belirlenmesi ile başlatılır. Yukarıdaki bölümlerde geçen sınır ve başlangıç şartları ile birlikte DYKNİ metodu şeması kullanılarak yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı çözülür. Bu çözüm bir sonraki çözümün başlangıç şartı olarak belirlenerek çözüm yakınsayana kadar bu prosedür ile devam eder.

Yakınsama kriteri

Başlangıç ve sınır şartları ile başlayan çözüm ile elde edilen çözüm bir sonraki zaman adımındaki çözümün başlangıç şartı kabul edilerek yakınsama kriterinden küçük olana kadar devam eder. Yani bağıl hata yakınsama kriterinden (Bknz. EK-1) küçük olana kadar çözüm devam edecektir.

$$\text{maks} \left\{ \frac{|P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n|}{P_{i,j}^{n+1}} \right\} \leq Y_k \quad (4.29)$$

4.4.2. Aerostatik yatakla yataklanmış rotorun hareketini elde eden algoritma

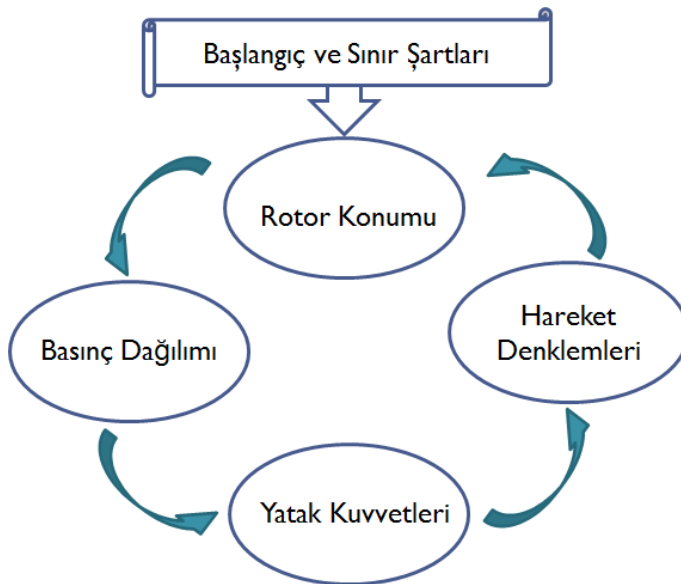
Rotorun dinamik karakteristiklerinin anlaşılması ve analiz edilebilmesi rotorun hareketini ifade eden denklemlerinde nümerik olarak çözümlenmesi gerekir. Bunun için yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının elde edilmesinin ardından rotor üzerine etkiyen basınç kuvveti Eş. 3.63 ve Eş. 3.64'de ifade edildiği gibi elde edilebilir. Elde edilen bu kuvvetler ile birlikte Eş. 3.65 ve Eş. 3.66 ile ifade edilen hareket denklemleri dördüncü derece Runge-Kutta nümerik algoritması yardımıyla çözülebilir.

Şaftın hareketi belirlenen zaman aralığı için ivmesi, hızı ve konumu iteratif yöntemlerle hesaplanabilir. Algoritma statik konumdaki rotorun konumu, yatak parametreleri girilerek başlatılır. Girilen konuma göre yatak ve rotor arasındaki boyutsuz boşluk (H) belirlenerek basınç dağılımı nümerik olarak çözümlenir. Elde edilen statik çözüm rotorun dinamik parametrelerinin gözlemlenmesi için yapılacak çözümün başlangıç şartı kabul edilir ve algoritma aşağıdaki sırayla devam eder;

- $t=0$ anından çok küçük zaman adımı Δt kadar hareket eden rotora etkiyen kuvvet F_0 'dan F_z 'ye artacaktır ve bununla birlikte konumu hızı ve ivmesi değişecektir. Bu yeni kuvvet ile rotorun konumu, hızı ve ivmesi; rotorun hareket denklemleri kullanılarak dördüncü dereceden Runge-Kutta algoritması ile belirlenir.
- Şaftın yeni konumu için yatak ve rotor arasındaki boyutsuz boşluk (H) değişecektir ve dolayısıyla yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı da değişecektir. Şaftın yeni konumuna göre basınç dağılımı önceki kısımda anlatılan algoritma ile elde edilir.

- Elde edilen bu basınç dağılımının integrali alınarak rotor yüzeyine etkiyen yeni kuvvetler belirlenir.
- Birinci adımdaki hız ve konum, ikinci adımda elde edilen basınç dağılımı ve üçüncü adımda elde edilen kuvvetler yeni başlangıç şartı olur. Bu değerler ile beraber $2\Delta t$ için aynı prosedür uygulanarak algoritmaya belirlenen zaman aralığı için devam edilir.

Rotorun hareketini tanımlayan bu adım adım metot orbit metodu olarak bilinmektedir. Maddeler halinde sıralanan algoritma Şekil 4.6'da döngü şeklinde verilmiştir.



Şekil 4.6. Yatak-rotor sisteminin simulasyon algoritmasının şematik gösterimi

Çözümün ardından belirlenen geometrik, konum ve hıza bağlı başlangıç şartları için rotorun orbit eğrileri elde edilerek rotorun stabil çalıştığı bölge ve stabil olmayan bölgelerde nasıl bir davranış sergileyebileceği incelenebilir. Diğer çözüm algoritmaları ile karşılaştırıldığında daha hızlı ve daha gerçek sonuçlar vermektedir (Bknz. Czolczynski, 1999).

Bir BHY’de yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını çözen ve bu çözüm yardımıyla BHY ile yataklanmış rotorun hareketini elde eden algoritmanın akış şeması EK-3’de verilmiştir.

5. BULGULAR, YORUMLAR VE TARTIŞMA

BHY'nin dinamik karakteristikleri yatağın tasarımı, geometrik ve yapısal özellikleri ile birlikte dışarıdan verilen basınçlı hava ve dolayısıyla debisine bağlıdır. Bu bölümde ilk olarak yatağın özellikleri ile katılığı, dolayısıyla yatağın yük taşıma kabiliyeti ile ilgili bulgular sunulacak ve analiz edilecektir. Daha sonra farklı yataklar ile desteklenmiş bir rotor ile oluşturulmuş ve iki serbestlik dereceli olarak modellenmiş yatak-rotor sisteminin benzetim sonuçları sunulurken rotanın titreşimleri ve kararlılığı analiz edilmiştir.

5.1. Aerostatik Hava Yatağında Yatak ve Rotor Arasındaki Basınç Dağılımları

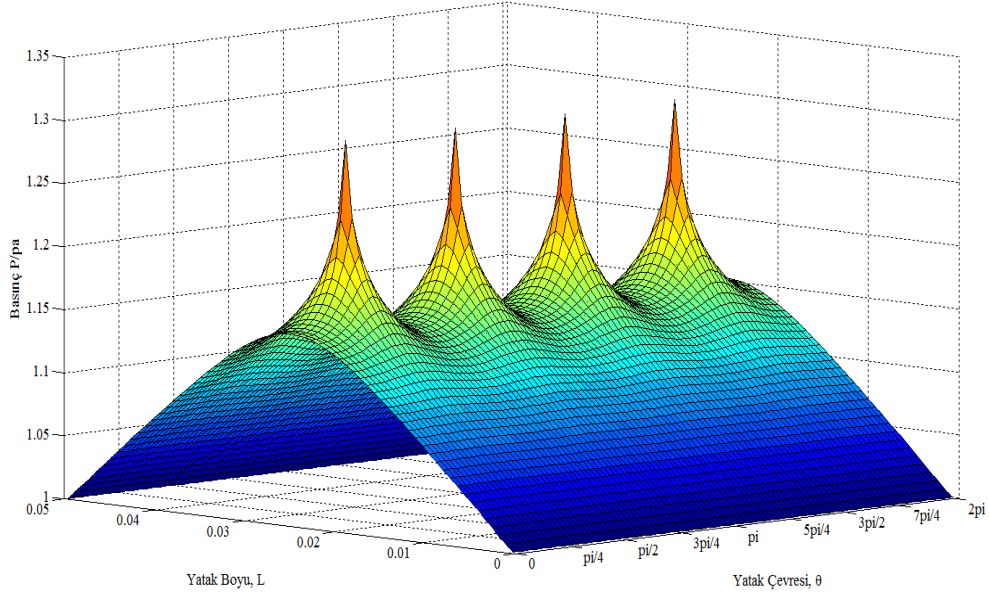
Reynold denklemi ile ifade edilen yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı yatak boyu, yatak çapı, yatak ve rotor arasındaki boşluğun boyutuna, akışkanın viskozitesine ve besleme parametresi bağlı olarak değişmektedir (Bknz. Eş. 4.17).

Bölüm 4'de anlatılan çözüm metotları ve algoritma yardımıyla Çizelge 5.1'de verilen özelliklerdeki bir BHY'nin farklı besleme basınçları, farklı orifis sayıları ve farklı rotor eksantriklikleri için basınç dağılımları elde edilmiştir.

Çizelge 5.1. Yatağın geometrik parametreleri ve akışkanın termodinamik özellikleri

Tanım	Değer
Yatak boyu, L	0,05 m
Yatak çapı, R	0,025 m
Yatak ve rotor arasındaki boşluk, c	$2,5 \times 10^{-4}$ m
Orifis çapı, d_0	0,003 m
Akışkan viskozitesi (Hava, 20 °C) μ	$17,4 \times 10^{-6}$ Pa.s
Gaz Sabiti R^0	287,6 J/Kg.K
Mutlak Sıcaklık, T^0	288 °K
Atmosfer Basıncı p_a	1 atm

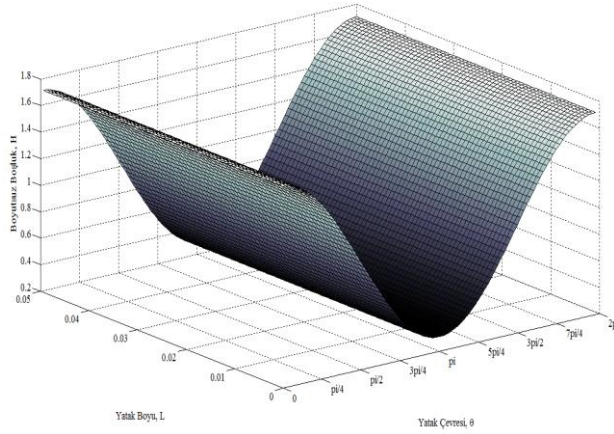
Şekil 5.1’de 4 orifisli bir BHY’nin statik yani rotorun dönmediği ve yatak ile eş merkezli olduğu durumda elde edilen basınç dağılımı verilmiştir.



Şekil 5.1. Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı, ($P_s=2$ atm)

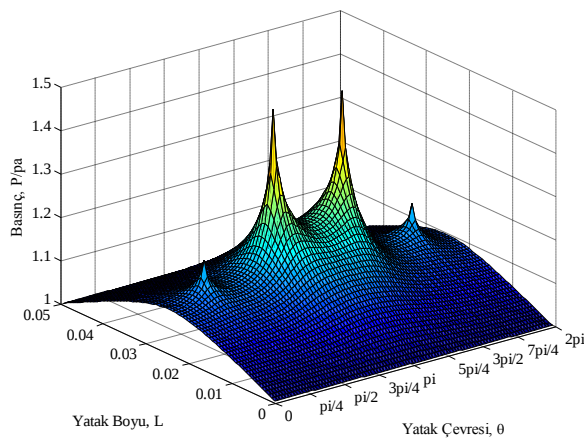
Rotor ve yatak eş merkezli olduğu için yatak içerisindeki basınç dağılımı verilen sınır şartlarına bağlı olarak beklendiği gibi tam simetrik oluşmaktadır. Ayrıca orifislerin bulunduğu noktalarda sürekli bir hava beslemesi olduğu için beklendiği gibi en yüksek basınç orifislerin karşısında oluşmaktadır. Aynı zamanda yatağın iki ucunun atmosfere açık olmasından dolayı yatağa 2 atm basınçta giren hava Şekil 5.1’de görüldüğü gibi her iki taraftan basıncı atmosfer basıncına düşerek çıkmaktadır ve sınır şartlarını sağlamaktadır.

Eğer yatak ile rotor eş merkezli değilse yani bir eksantriklik var ise yatak ve rotor arasındaki boşluğa bağlı olarak basınç dağılımı da değişecektir. Eğer rotor ve yatak arasındaki eksantriklik $\varepsilon = 0,5$ ise; boyutsuz boşluğun yatak içerisindeki dağılımı Şekil 5.2’de gösterildiği gibi olacaktır.



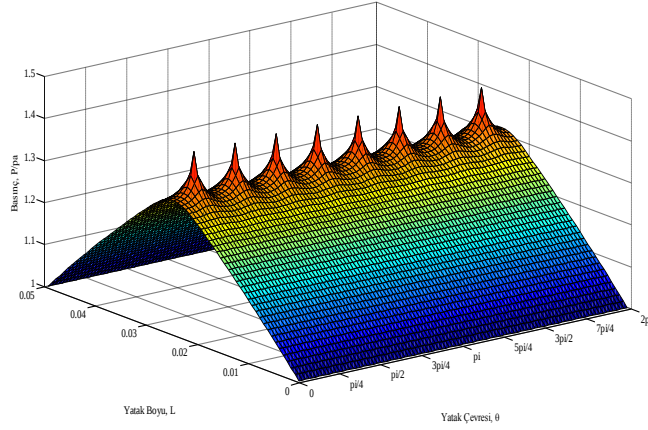
Şekil 5.2. $\varepsilon = 0,5$ için yatak ve rotor arasındaki boyutsuz boşluk

Bu $\varepsilon=0,5$ 'deki boyutsuz boşluk için aynı basınç ($P_s = 2$ atm) beslenen BHY'deki basınç dağılımı Şekil 5.3'de verilmiştir. Eksantriklik oranına bağlı olarak değişen yatak ve rotor arasındaki boşluk dolayısıyla basınç dağılımını da etkilemektedir (Bknz Şekil 5.3). Yatak ve rotor arasındaki radyal boşluk miktarının az olduğu yerde beklendiği gibi basınç daha yüksek; fazla olduğu yerlerde ise basınç daha düşük çıkmaktadır. Benzer şekilde orifislerin karşısındaki basınç; yatak ve rotor arasına bir kütle akışı olduğu için orifislerin çevresindeki noktalara göre daha yüksek çıkmaktadır.



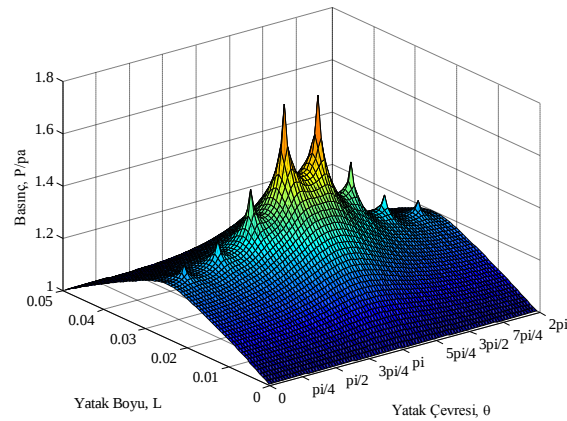
Şekil 5.3. $\varepsilon = 0,5$ ekantriklik oranı için yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı, ($P_s = 2$ atm)

Orifis sayısı arttırıldıkça yatak içi basınç dağılımı da değişmektedir. Şekil 5.4’de aynı BHY’nin 8 orifis ile beslenmesi durumunda oluşan basınç dağılımı verilmiştir. Her iki yatak da aynı basınçla beslenmesine rağmen 8 orifisli yatağa 4 orifisli olana göre daha yüksek kütle debisi girdiği için daha yüksek basınç değerleri elde edilmiştir.



Şekil 5.4. Bir sıra 8 orifisli aerostatik yataktaki basınç dağılımı ($P_s=2$ atm)

Aynı şekilde 8 orifisli yatağın $\varepsilon = 0,5$ ekzantriklik oranı basınç dağılımı hesaplanırsa Şekil 5.5’de verilen sonuç elde edilir. 4 orifise sahip yataktaki basınç dağılımına benzer olarak yatak ve rotor arasındaki basınç değerleri boşluğun daha dar olduğu yerlerde daha geniş yerlere göre daha büyük oluşmaktadır.



Şekil 5.5. $\varepsilon = 0,5$ ekzantrik oranında bir sıra 8 orifisli yatağın basınç dağılımı

5.1.1. Grid boyutlarının basınç dağılımına etkisi

Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının elde edilmesi için Bölüm 4’de anlatıldığı gibi bir kenarı yatak boyu diğer kenarı yatak çevresini ifade eden dikdörtgen grid oluşturulmuştu (Bknz. Şekil 4.5). Bu gridin bağlantı (düğüm) noktalarında yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı DYKNİ ile elde edilir. Gridi oluşturan nokta sayısı ne kadar fazlaysa yani grid noktaları arasındaki mesafe ne kadar küçükse gerçek çözüme daha yakın sonuçlar elde edilecektir. Dolayısıyla grid boyutları nümerik çözümler için önemli bir yere sahiptir.

Grid boyutlarının basınç dağılımına olan etkisinin incelenmesi için Reynold denklemi Çizelge 5.2’de verilen grid boyutlarında çözülerek sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

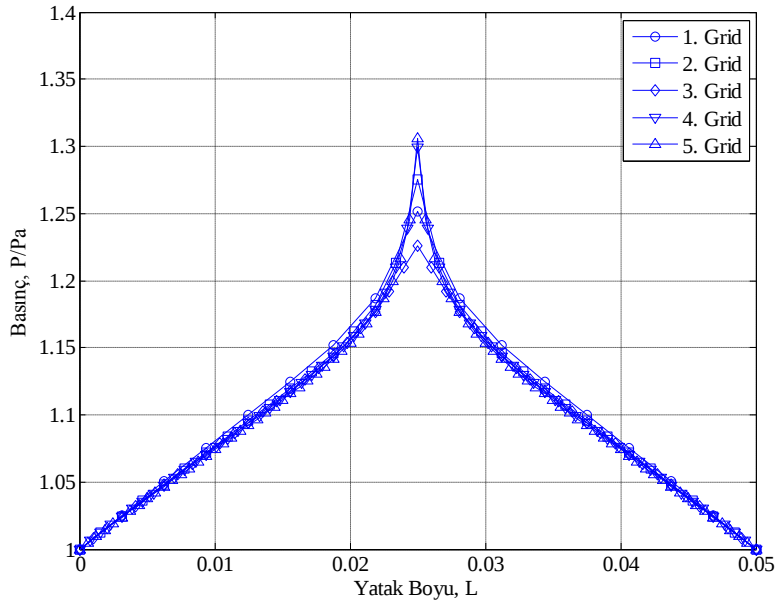
Çizelge 5.2. Grid boyutları ve özellikleri

	Grid Nokta Sayısı $N_{\xi} \times N_{\theta}$	Grid Boyutları	
		$\Delta\xi$	$\Delta\theta$
1. Grid	16x24	0,2500	0,2618
2. Grid	32x48	0,1250	0,1309
3. Grid	48x72	0,0883	0,0873
4. Grid	64x96	0,0625	0,0654
5. Grid	80x120	0,0500	0,0524

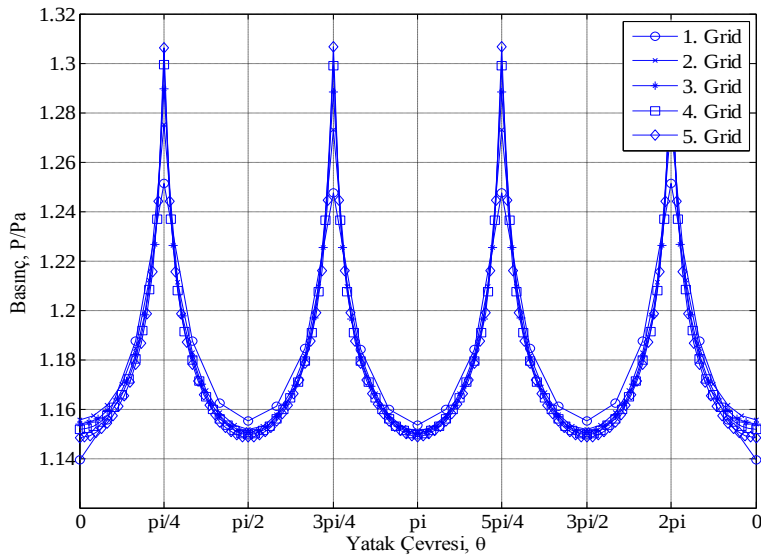
Karşılaştırma için Çizelge 5.1’de verilen özelliklere sahip, besleme basıncı 2 atm ve bir sıra 4 orifise sahip bir BHY kullanılmıştır.

Şekil 5.6 ve Şekil 5.7’de yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımları yatak boyuna ve yatak çevresine göre çizdirilmiştir. Nümerik çözüm tekniğinde bir noktanın çözümünde o noktanın etrafındaki noktalara bağlı bir sonuç elde edilir, dolayısıyla gridi oluşturan nokta sayısının artırılması nümerik çözümün de daha doğru sonuçlar vermesini sağlayacaktır. Şekil 5.6 ve Şekil 5.7’de görüldüğü gibi gridi oluşturan

noktaların sayısı artıkça basınç dağılımı daha iyi sonuçlar vermektedir. Ancak gridi oluşturan noktaların sayısı belirli bir seviyeden sonra arttırılması çözüm sonuçlarını daha fazla iyileştirmemektedir.



Şekil 5.6. Farklı grid boyutları için yatak boyunda basınç dağılımı



Şekil 5.7. Farklı grid boyutları için yatak çevresinde basınç dağılımı

Farklı gridlerin basınç dağılımlarına olan etkisinin daha iyi anlaşılabilmesi için Çizelge 5.2'deki grid yapıları kullanılarak elde edilen yatak ve rotor arasındaki basınç değerleri Çizelge 5.3'de verilmiştir.

Çizelge 5.3. Farklı grid boyutları için yatak çevresinde basınç değerleri

		Grid Boyutları				
Yatak Çevresi θ	Yatak Boy $L/2$	Basınç Değerleri P/Pa				
		1. Grid	2. Grid	3. Grid	4. Grid	5. Grid
	0	1,1393455	1,1553713	1,1537091	1,1516068	1,1484985
	$\pi / 4$	1,2511706	1,2750687	1,2893708	1,2992407	1,3061173
	$\pi / 2$	1,1551897	1,1516680	1,1506094	1,1497843	1,1486688
	$3\pi / 4$	1,2476520	1,2730652	1,2881732	1,2987281	1,3065710
	π	1,1532992	1,1508295	1,1501159	1,1495903	1,1489138
	$5\pi / 4$	1,2476520	1,2730652	1,2881732	1,2987281	1,3065710
	$3\pi / 2$	1,1551897	1,1516680	1,1506094	1,1497843	1,1486688
	$7\pi / 4$	1,2511706	1,2750687	1,2893708	1,2992407	1,3061173
	2π	1,1393455	1,1553713	1,1537091	1,1516068	1,1484985

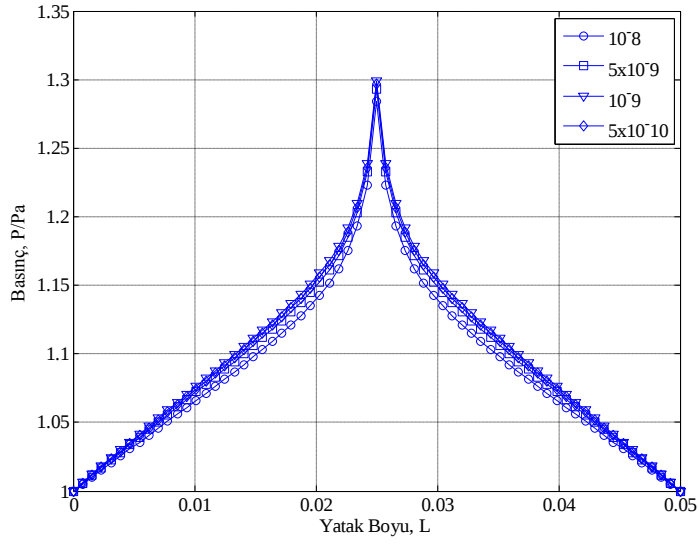
Çizelge 5.3'deki sonuçlara göre 1, 2 ve 3 gridleri birbirleri ile karşılaştırılırsa boyutsuz basınç değerleri arasında 0,03 civarından fark oluşmaktadır. 3 ve 4 gridlerinde ise 0,01 civarında fark ortaya çıkmaktadır. 4. ve 5. gridler birbirleri ile karşılaştırılırsa fark 0,005 civarında çıkmaktadır. Dolayısıyla 5. Grid boyutları kullanılarak yapılacak çözümler fazladan işlemci yükü ve çözüm için daha uzun süreler gerektirecektir.

BHY'lerin dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi için yapılacak çalışmalarda basınç dağılımları Çizelge 5.2'de açıklanan 4. grid boyutları kullanılarak oluşturulan grid şekli kullanılmıştır.

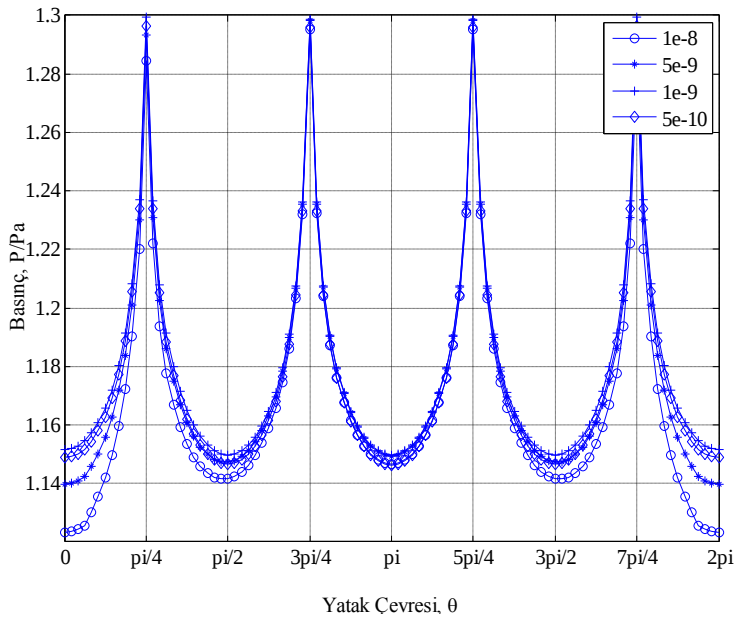
5.1.2. Zaman adımının basınç dağılımına etkisi

Eş. 4.17’de ifade edilen Reynold denklemi hatırlanacağı gibi kartezyen koordinatlarındaki eksenlere ve zamana bağlı olarak değişmektedir. Yatak ve rotor arasındaki boşlukta hareket eden akışın kararlı duruma ulaşması için geçen süre t ile ifade edilsin. Nümerik çözüm için oluşturulan DYKNİ şemasında; koordinat eksenleri küçük parçalara ayrılıp dikdörtgen grid oluşturularak eksenler boyunca bu küçük adımlarda çözüm yapılır. Buna benzer olarak zaman da küçük adımlara bölünerek, nümerik çözüm bu zaman adımı için gerçekleştirilir. Dolayısıyla zaman adımı da Reynold denkleminin çözümünü etkileyen önemli bir parametredir.

Yapılan zaman adımı (Δt) analizinde de Çizelge 5.1’de verilen yatak parametreleri kullanılarak 5×10^{-10} , 10^{-9} , 5×10^{-9} ve 10^{-8} zaman adımları için basınç dağılımları elde edilmiştir. Farklı zaman adımları için elde edilen basınç dağılımlarının yatak boyuna ve yatak çevresine göre değişimleri Şekil 5.8 ve Şekil 5.9’da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi 10^{-8} ve 5×10^{-9} zaman adımları ile yapılan çözümler daha küçük zaman adımlarına göre farklı sonuçlar vermiştir. Ayrıca görüldüğü gibi 5×10^{-10} ve 10^{-9} zaman adımları ile yapılan çözümler birbirine çok yakındır. Bunun yanı sıra yapılan çözümlerde zaman adımının 10^{-9} değerinden daha küçük zaman adımları ile elde edilen hesaplamalar sonuçları çok etkilememektedir. Ayrıca daha küçük zaman adımları ile yapılan çözümlerde çözüm için gerekli işlem süresi de uzamaktadır.



Şekil 5.8. Farklı zaman adımları için yatak boyunda basınç dağılımları



Şekil 5.9. Farklı zaman adımları için yatak çevresinde basınç dağılımları

Farklı zaman adımları ile yapılan çözümlerin basınç dağılımlarına olan etkisini göstermek için farklı zaman adımlarında elde edilen yatak ve rotor arasındaki basınç değerleri Çizelge 5.4’de verilmiştir.

Çizelge 5.4. Farklı zaman adımları için yatak çevresindeki basınç değerleri

		Zaman Adımları, Δt			
Yatak Çevresi θ	Yatak Boyu $L/2$	Basınç Değerleri P/Pa			
		1×10^{-8}	5×10^{-9}	1×10^{-9}	5×10^{-10}
	0	1,0928994	1,1105610	1,1301220	1,1292514
	$\pi / 4$	1,2283712	1,2393345	1,2510751	1,2497606
	$\pi / 2$	1,1305741	1,1382674	1,1456764	1,1434750
	$3\pi / 4$	1,3504672	1,3548433	1,3582334	1,3557175
	π	1,1641272	1,1683208	1,1709597	1,1676357
	$5\pi / 4$	1,3504530	1,3548373	1,3582329	1,3557174
	$3\pi / 2$	1,1305405	1,1382531	1,1456753	1,1434748
	$7\pi / 4$	1,2283231	1,2393140	1,2510735	1,2497602
	2π	1,0928994	1,1105610	1,1301220	1,1292514

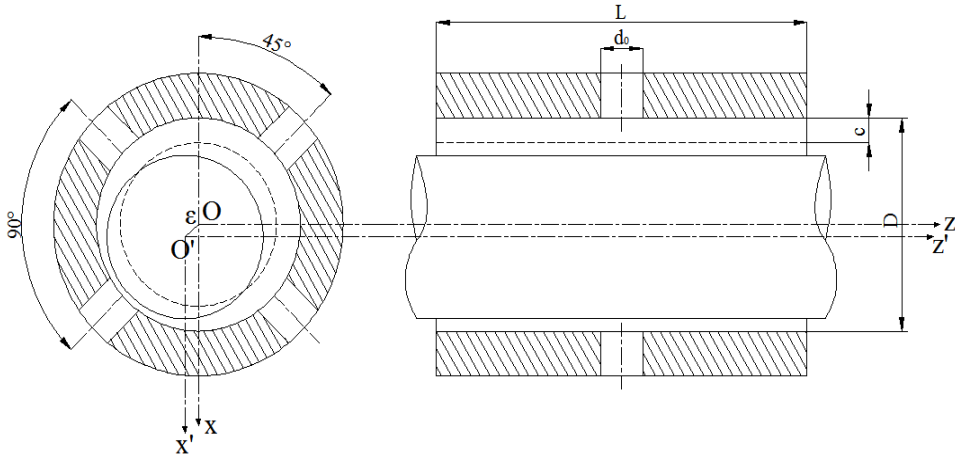
Elde edilen sonuçlara göre ilk iki zaman adımı için elde edilen basınç değerleri zaman adımının küçültülmesiyle değişmektedir. Son iki zaman adımı ile yapılan çözümlerde ise birbirine çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Son iki zaman adımı ile yapılan çözümlerde boyutsuz basınç değerleri arasındaki fark % 0,018 civarlarındadır. Dolayısıyla yapılacak çözümlerde zaman adımı 10^{-9} olarak belirlenmesi hem yeteri kadar doğru hem de hızlı bir çözüm yapılmasını sağlayacaktır.

Bu çalışmada bir BHY ile yataklanmış rotorun dinamik karakteristiklerinin anlaşılması için gerekli basınç dağılımının hesaplanmasında yukarıdaki kısımlarda geçen grid boyutları $0,0625 \times 0,0654$, zaman adımı 10^{-9} ve yakınsama kriteri de 10^{-6} olarak belirlenmiş ve bu değerler kullanılarak basınç dağılımları hesaplanmıştır.

5.2. Yatak Parametrelerinin Yatak Karakteristiklerine Etkisi ile ilgili Bulgular, Yorumlar ve Tartışma

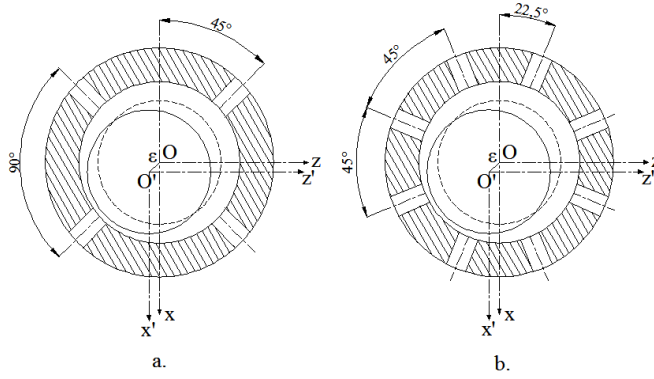
BHY'nin dinamik karakteristiklerini etkileyen yatak parametreleri; yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarı, yatak üzerinde bulunan besleme delikleri sayısı ve geometrileri, yatak boyu ve çapı olarak ifade edilebilir. Bunlara ek olarak BHY dışarıdan basınçlandırılarak verilen akışkanın yatağa giriş basıncı da yatağın dinamik karakteristikleri olan yay katılığı ve dolayısıyla yük taşıma kapasitesini etkilemektedir. Ayrıca rotorun açısal hızı hidrodinamik etki oluşturarak yatağın dinamik karakteristiklerini etkilemektedir.

Kullanılan basınçlı hava yatağı Şekil 5.10'da ve incelenen her bir parametre için yatak ve rotor arasında dolaşan havanın termodinamik özellikleri Çizelge 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.10. Basınçlı hava yatağı

Bu çalışmada incelenen BHY'de orifislerin yatak yüzeylerindeki konumları bir sıra ve eşit aralıklarla yerleştirilmiştir. Şekil 5.11'de gösterildiği gibi 4 orifisli yatak için orifisler birbirine göre 90°'lik konumla, 8 orifisli yatak için orifisler birbirine göre 45°'lik konumla yerleştirilmiştir.



Şekil 5.11. Besleme deliklerinin yatak üzerindeki konumları a. 4 besleme delikli yatak b. 8 besleme delikli yatak.

Bölüm 4’de anlatılan yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının nümerik çözümü için grid boyutları, yakınsama kriteri ve zaman adımı basınç dağılımını etkileyen önemli parametrelerdir. Yapılan bu çalışmada kullanılan bu parametreler Çizelge 5.5’de verilmiştir.

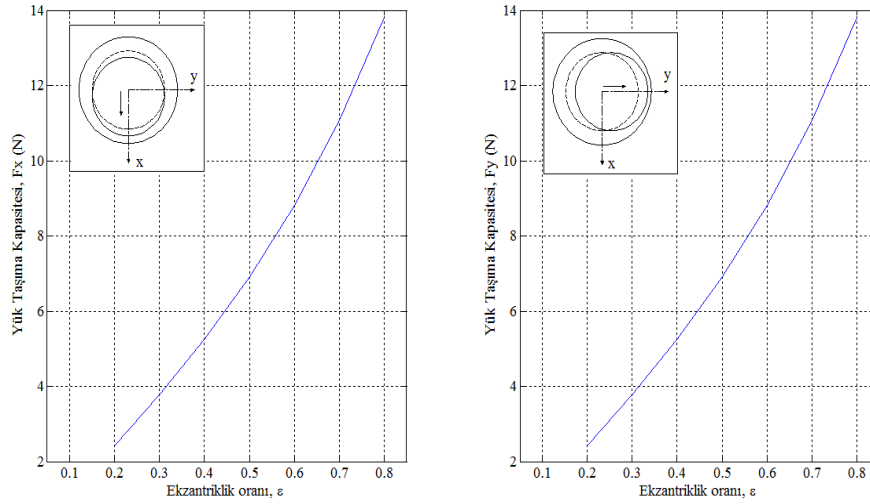
Çizelge 5.5. Nümerik çözüm parametreleri

Tanım	Değer
Grid Boyutları, $\Delta\xi \times \Delta\theta$	0,0625x0,0654
Yakınsama Kriteri, Y_k	10^{-6}
Zaman Adımı, Δt	10^{-9} s

5.2.1. Ekzantriklik

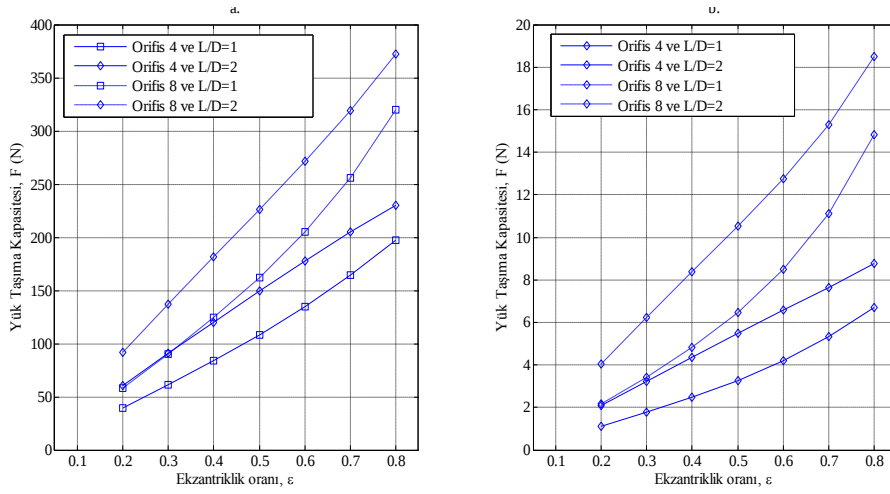
Bölüm 3’de anlatıldığı gibi yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı yatak ve rotor arasındaki boşluğa bağlı değişen bir fonksiyondur. Yatak ve rotor arasındaki boşluk ise rotorun yatak içerisindeki konumuna bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla rotorun konumu basınç dağılımını da etkileyecektir. Şekil 5.12’de 2 atm besleme basıncında, 4 orifisli bir BHY için kartezyan koordinatındaki kuvvet bileşenlerinin ekzantrikliğe göre değişimi verilmiştir. Rotor düşey ve yatay ekseninde hareketi sırasında ekzantriklik arttıkça Şekil 5.12’de görüldüğü gibi kuvvet de artacak, azaldıkça kuvvet de azalacaktır.

BHY’de yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarı azaldıkça havanın sıkıştırılabilirlik özelliği ile beraber rotora etkiyen kuvvetler de doğrusal olmayan bir artış göstermektedir. Dolayısıyla yatağın düşey ve yatay ekseninde hareketi sonucunda kuvvetler de değişecektir.



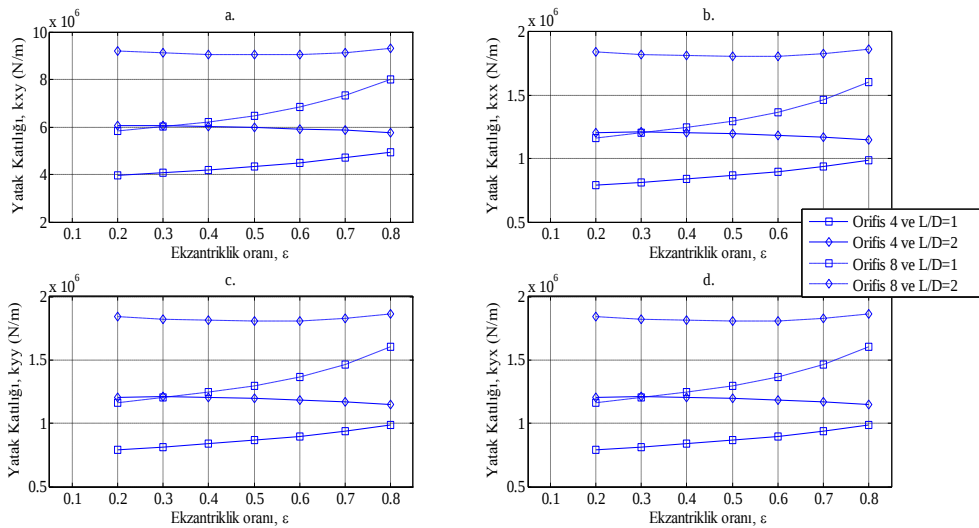
Şekil 5.12. Yatak yük taşıma kapasitesinin ekzantriklik oranına bağlı değişimi ($P_s=2$ atm).

Şekil 5.13’de yatak ile rotor arasındaki boşluğun iki farklı değeri için yatağın yük taşıma kapasitesi verilmiştir. Grafikler sabit besleme basıncı ($P_s=2$ atm) ve orifis çapı ($d_o=0,003$ m) için farklı L/D oranları ve farklı orifis sayıları için çizilmiştir. Görüldüğü gibi yatağın yük taşıma kapasitesi ekzantriklik oranının artması ile lineer olmayan bir artış göstermektedir. L/D oranı ile yatak boyunun artması da yatak ve rotor arasındaki hacmi arttırdığı için yük taşıma kapasitesini arttırmaktadır. Ayrıca orifis sayısının artması ile birlikte yatağa giren kütle debisi arttığı için yatağın yük taşıma kapasitesi de artmaktadır. Şekil 5.13’de verilen $50\text{ }\mu\text{m}$ boşluk miktarına sahip bir BHY’nin yük taşıma kapasitesinin ekzantrikliğe göre değişimi literatürde geçen deneysel çalışmalar ile uyumluluk göstermektedir (Bknz. Kozanek ve ark., 2009). Dolayısıyla $50\text{ }\mu\text{m}$ ’den daha büyük boşluk miktarları için elde edilen bulgulara geçerli olmaktadır.



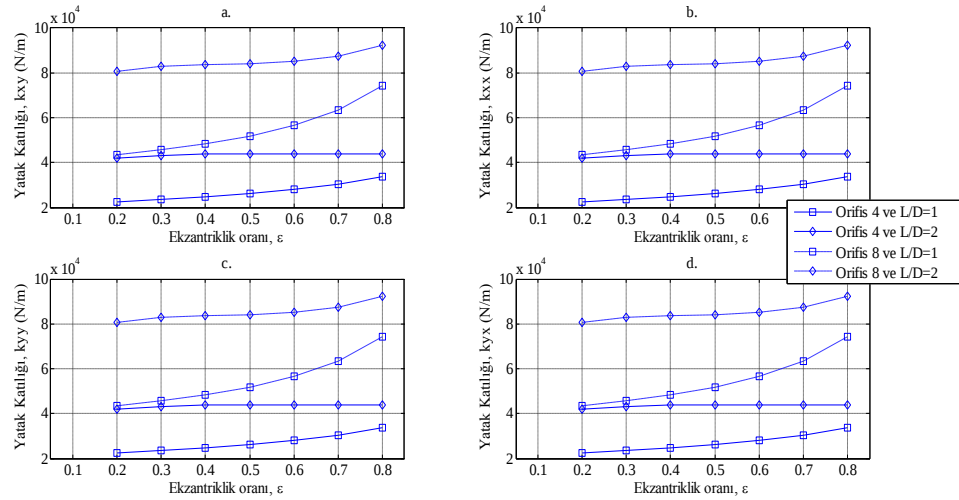
Şekil 5.13. Yatak yük taşıma kapasitesinin ekzantriklik oranına göre değişimi, a. $c=50 \mu\text{m}$ b. $c=250 \mu\text{m}$ ($P_s=2 \text{ atm}$, $d_o=0,003 \text{ m}$)

Bölüm 3’de anlatıldığı şekilde yatak katılıkları hesaplanmış ve Şekil 5.14 ve Şekil 5.15’de verilmiştir. Görüldüğü gibi yatak katılığı ekzantriklik oranına bağlı olarak lineer olmayan bir grafik sergilemektedir. Besleme deliği sayısının artmasına bağlı olarak artan yük nedeniyle yatak katılığı da artmaktadır. Daha büyük L/D oranı için yatak katılığı neredeyse değişmemektedir.



Şekil 5.14. Yatak katılığının ekzantriklik oranına göre değişimi, $c=50 \mu\text{m}$ a. k_{xy} b. k_{xx} c. k_{yx} d. k_{yy}

Şekil 5.15’de 250 μm için yatak katılığının ekzantriklikle değişimi gösterilmiştir. Görüldüğü gibi boşluğun artması sonucunda yatak katılığı da düşmektedir. Ancak yatak katılığının ekzantrikliğe göre değişimi farklı boşluklar için de yatak ve rotor arasındaki boşluk değeri 50 μm ’de olduğu gibi benzer özellikleri göstermektedir.



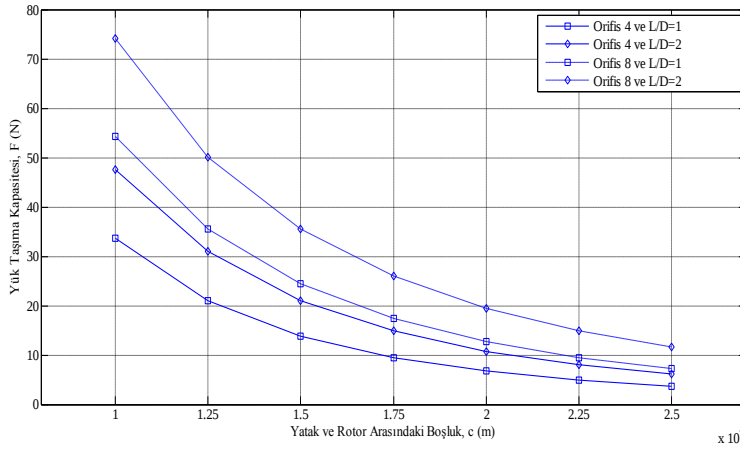
Şekil 5.15. Yatak katılığının ekzantriklik oranına göre değişimi, $c=250 \mu\text{m}$ a. k_{xy} b. k_{xx} c. k_{yy} d. k_{xy}

5.2.2. Yatak ve rotor arasındaki boşluk

BHY’de rotor ile yatak eş merkezli durumdayken arada kalan boşluk (c), basınçlı hava yataklarının bir diğer geometrik parametresidir. Bölüm 3’de bahsedildiği gibi Reynold denklemi; yatak ve rotor arasındaki boşluğun bir fonksiyonudur. Yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarı azaldıkça; basınçlı hava yataklarında kullanılan havanın sıkıştırılabilirlik karakteristiğine bağlı olarak rotora etkiyen kuvvetlerde lineer olmayan bir şekilde artmaktadır.

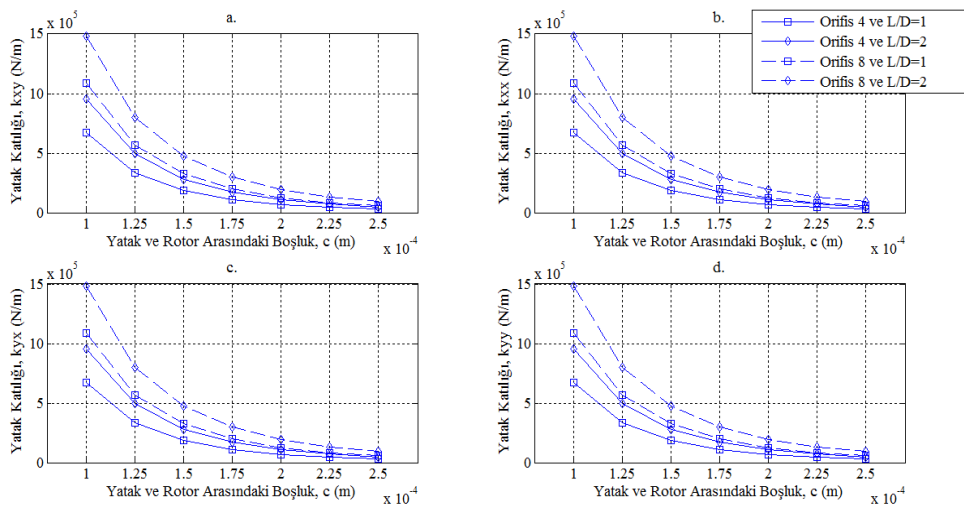
Şekil 5.16’da farklı L/D oranları ve orifis sayıları için yük taşıma kapasitesinin yatak ve rotor arasındaki boşluk ile değişimi verilmiştir. Boşluk miktarındaki artış ile yük taşıma kapasitesi fiziksel olarak beklendiği gibi doğrusal olmayan bir azalış göstermektedir. Orifis sayısının artması yük taşıma kapasitesini artırması ile birlikte yatak ve rotor arasındaki boşluğa göre değişimi benzer özellik göstermektedir.

Benzer şekilde L/D oranının artması da yük taşıma kapasitesini arttırmaktadır. Bu düşüşe rağmen daha fazla orifis olması daha yüksek yatak yük taşıma kapasitesi elde edilmesini sağlamaktadır.



Şekil 5.16. Yatak yük taşıma kapasitesinin boşluğa göre değişimi ($P_s=2$ atm)

Şekil 5.17'de yatak katılığının boşlukla değişimi verilmiştir. Görüldüğü gibi yatak katılığı boşluk arttıkça, lineer olmayan şekilde azalmıştır. Yatak ve rotor arasındaki boşluğun artması yük taşıma kapasitesini düşürdüğünden dolayı buna paralel olarak yatak katılığı da beklendiği gibi azalmıştır.

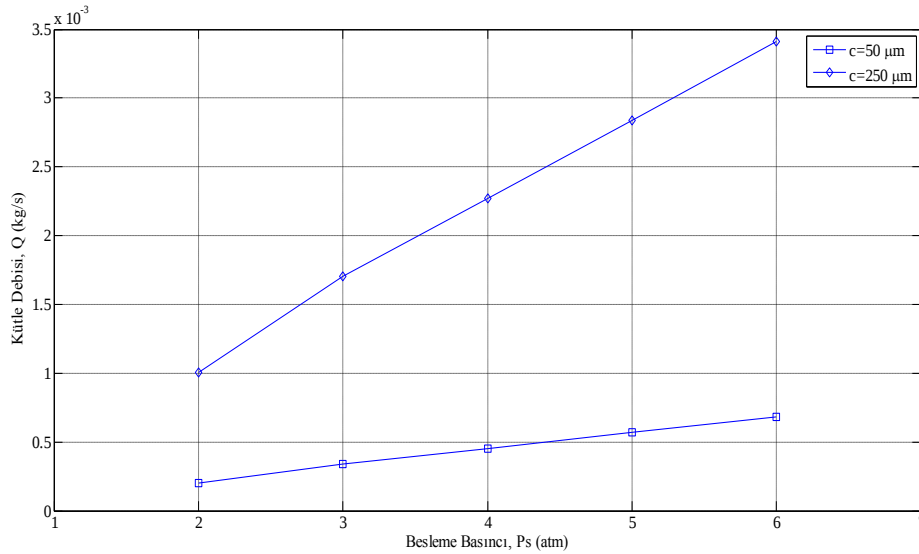


Şekil 5.17. Yatak katılığının boşluğa göre değişimi, a. k_{xy} b. k_{xx} c. k_{yx} d. k_{yy} ($P_s=2$ atm)

5.2.3. Besleme basıncı

Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı fonksiyonu olan Reynold denklemi besleme deliklerinin bulunduğu yerlerde kütle debisine bağlı olarak değişmektedir (Bknz. Bölüm 3). Reynold denkleminde kütle debisi, besleme parametresi Γ_s , besleme basıncı P_s , yatak ve rotor arasındaki boşluk H ve debi fonksiyonu $\phi(P)$ 'ye bağlı olarak $\dot{M} = \Gamma_s P_s H \phi(P)$ şeklinde ifade edilmişti. Dolayısıyla besleme basıncının artırılması kütle debisini arttıracaktır. Artan kütle debisi ile beraber basınç dağılımı fonksiyonu da değişecektir.

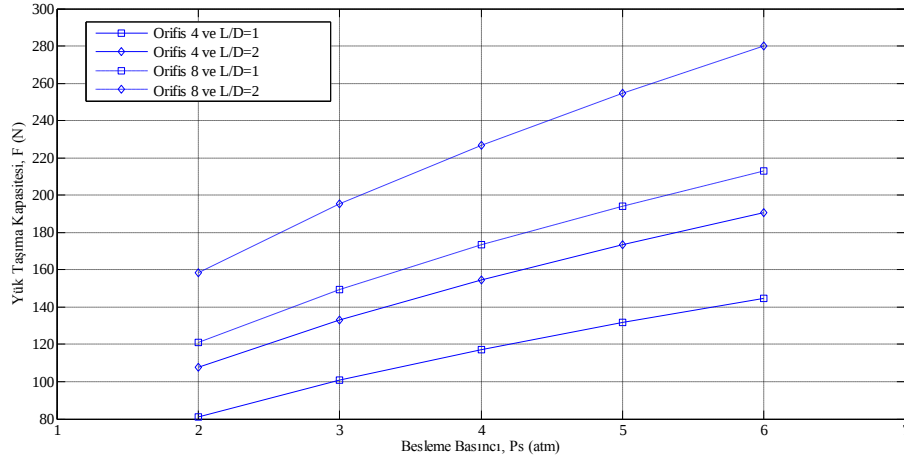
Şekil 5.18'de görüldüğü gibi farklı boşluklara sahip yataklarda besleme deliklerinden yatak içerisine akan havanın kütle debisi basınç arttıkça artmaktadır.



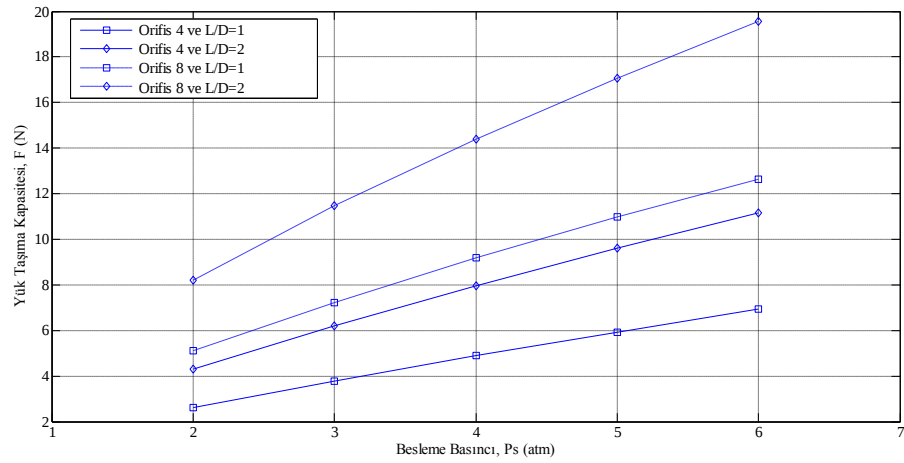
Şekil 5.18. Kütle debisinin besleme basıncına göre değişimi

Farklı orifis sayıları ve L/D oranları için sırasıyla $c=50 \mu\text{m}$ ve $c=250 \mu\text{m}$ için yatak yük taşıma kapasitesi Şekil 5.19 ve Şekil 5.20'de verilmiştir. Yatak ve rotor arasına gönderilen havanın besleme basıncının artırılması ile artan kütle debisi, sabit hacimdeki yatak ve rotor arasındaki basıncın artmasına neden olmaktadır. Basıncın artması ile birlikte rotora etkiyen kuvvetler de artmaktadır. Görüldüğü gibi besleme

basıncının artırılması ile yatağın yük taşıma kapasitesi de lineer bir artış göstermiştir.

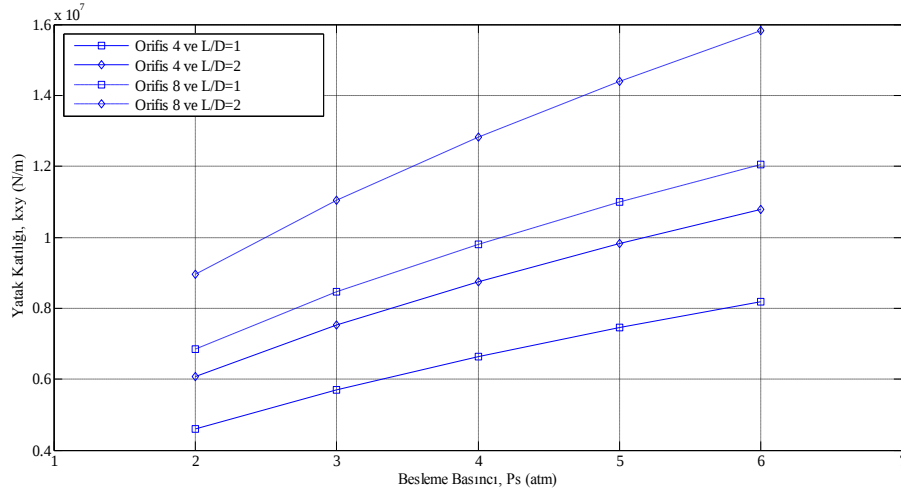


Şekil 5.19. Yatak yük taşıma kapasitesinin besleme basıncına göre değişimi, $c=50 \mu m$

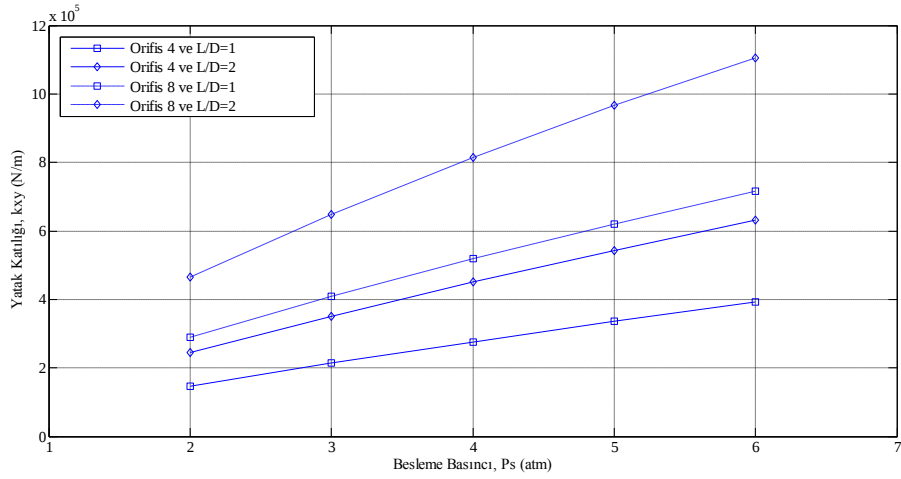


Şekil 5.20. Yatak yük taşıma kapasitesinin besleme basıncına göre değişimi, $c=250 \mu m$

Şekil 5.21 ve Şekil 5.22’de aynı parametreler için yatak katılığı da gösterilmiştir. Yatak katılıkları da yük taşıma kapasitesine benzer davranış göstermektedir.



Şekil 5.21. Yatak katılığının besleme basıncına göre değişimi, $c=50 \mu\text{m}$

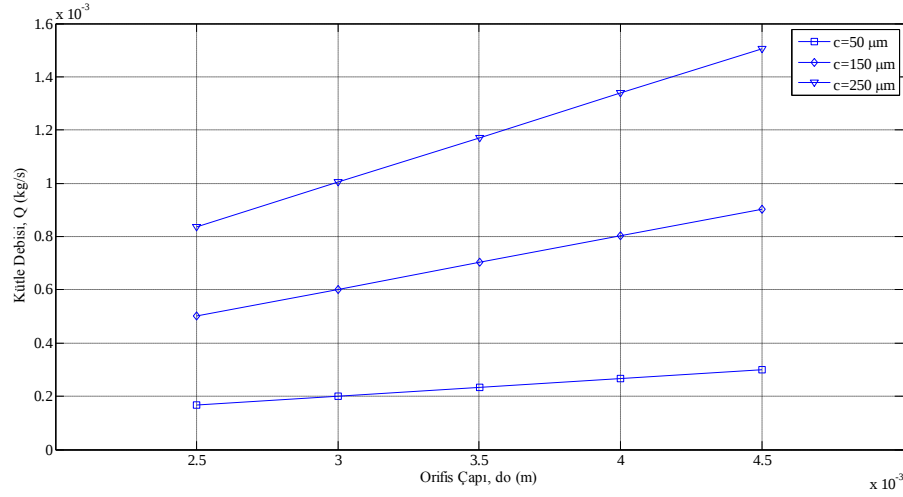


Şekil 5.22. Yatak katılığının besleme basıncına göre değişimi, $c=250 \mu\text{m}$

5.2.4. Orifis geometrisi

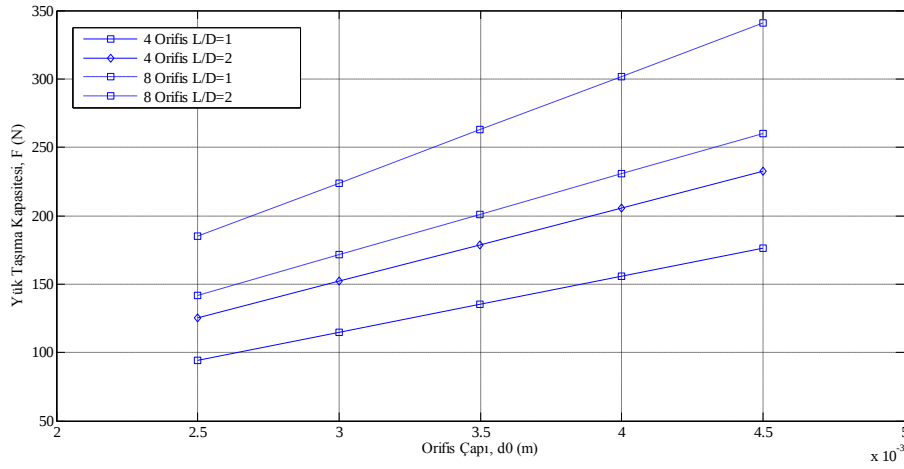
Bölüm 3’de bahsedildiği gibi BHY’de yatak üzerine açılan orifisler ile yatak ve rotor arasında basınçlandırılarak gönderilen havanın debisi, bu orifislerin geometrileriyle değişmektedir. Reynold denklemi ise yatak ve rotor arasına gönderilen havanın debisine bağlı değişen bir fonksiyondur. Dolayısıyla yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı orifislerin geometrilerine göre değişmektedir. Bu çalışmada orifislerin geometrisi sadece orifis çapına bağlı olarak ifade edilmiştir.

Bölüm 3’de verildiği şekilde farklı orifis çapları için kütle debisi hesaplanmış ve Şekil 5.23’de verilmiştir. Görüldüğü gibi orifis çapının artırılması ile birlikte yatak ve rotor arasına gönderilen havanın debisi de artmaktadır. Yatak ve rotor arasındaki boşluğun büyük olması hava debisini daha da arttırmaktadır.

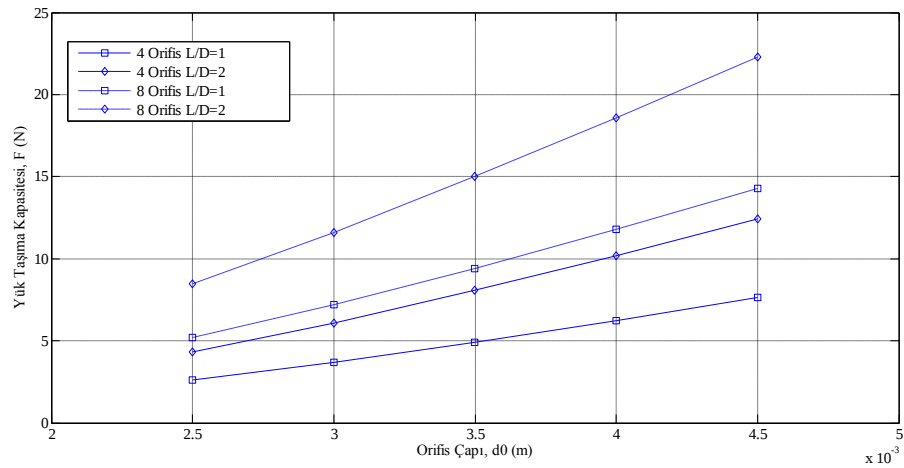


Şekil 5.23. Kütle debisinin orifis çapına göre değişimi, ($P_s=2$ atm)

Kütle debisinin artması ile birlikte yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı da değişecektir. Dolayısıyla rotora etkiyen kuvvetler de değişecektir. Şekil 5.24 ve Şekil 5.25’de sırasıyla $c=50 \mu m$ ve $c=250 \mu m$ için yatak yük taşıma kapasitesinin orifis çapı dolayısıyla kütle debisiyle değişimi farklı orifis sayısı ve L/D oranları için verilmiştir. Görüldüğü gibi orifis çapının artması ile birlikte debi artmış (Bknz. Şekil 5.25) ve buna paralel olarak yatak yük taşıma kapasitesi de artmıştır. Yatak yük taşıma kapasitesi benzer şekilde lineer bir artış göstermektedir. Orifis sayısının artması yük taşıma kapasitesini arttırması ile birlikte yatak ve rotor arasındaki boşluğa göre değişimi benzer özellik göstermektedir. Benzer şekilde L/D oranının artması da yük taşıma kapasitesini arttırmaktadır.



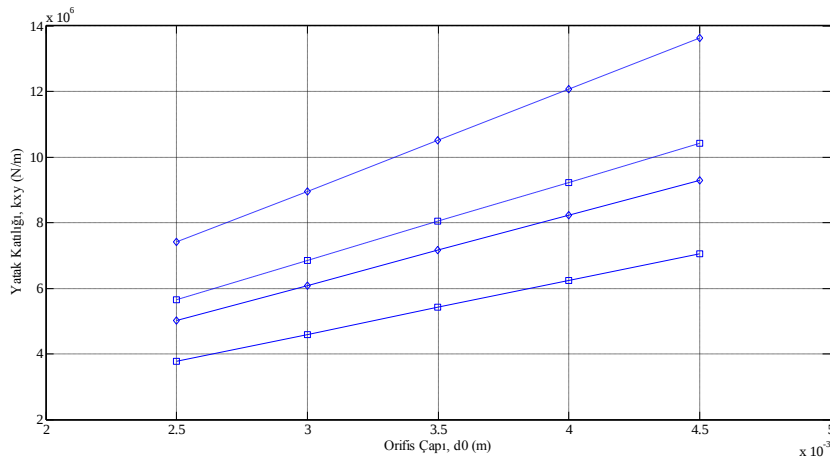
Şekil 5.24. Yatak yük taşıma kapasitesinin orifis çapına göre değişimi, $P_s=2$ atm, $c=50$ μm



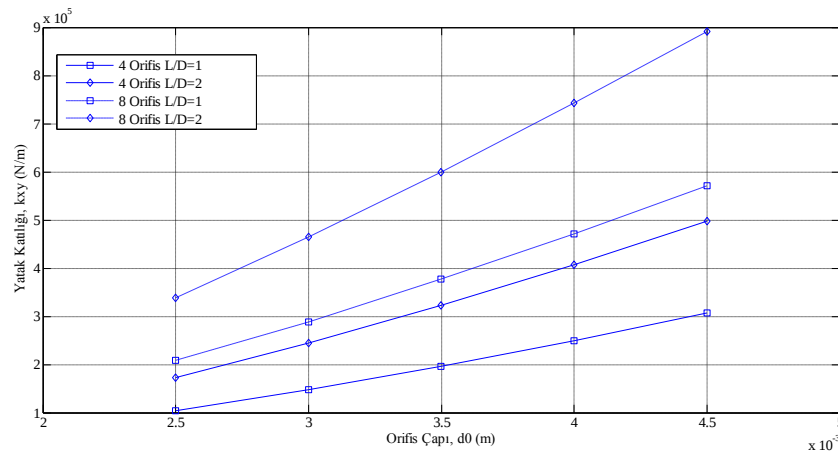
Şekil 5.25. Yatak yük taşıma kapasitesinin orifis çapına göre değişimi, $P_s=2$ atm, $c=250$ μm

Şekil 5.26 ve Şekil 5.27’de sırasıyla $c=50$ μm ve $c=250$ μm için yatak katılığının orifis çapı dolayısıyla kütle debisiyle değişimi farklı orifis sayısı ve L/D oranları için verilmiştir. Görüldüğü gibi orifis çapının artması ile birlikte (Bknz. Şekil 5.25 ve Şekil 5.26) yatak yük taşıma kapasitesi de artmıştır. Yatak yük katılığı da benzer şekilde lineer bir artış göstermektedir. Orifis sayısının artması ve L/D oranının artması da yatak katılığını arttırmaktadır.

Orifis çapının büyütülmesi ile artan kütleli debiyle beraber yatak yük taşıma kapasitesi artmış ve dolayısıyla yatak katılığı da yükün artmasına paralel olarak artmıştır. Orifis sayısının artması da yine kütle debisini arttırdığı için yatak katılığının orifis çapına göre değişimi daha büyük olmaktadır. Ayrıca L/D oranının artırılması yatak ve rotor arasında kalan hacmi arttırdığından yatak ve rotor arasına gönderilen basınçlı hava yatak kenarlarından çıkana kadar rotora daha fazla etki etmekte ve dolayısıyla yatak katılığını da paralel olarak arttırmaktadır.



Şekil 5.26. Yatak katılığının orifis çapına göre değişimi, $P_s=2$ atm, $c=50$ μ m

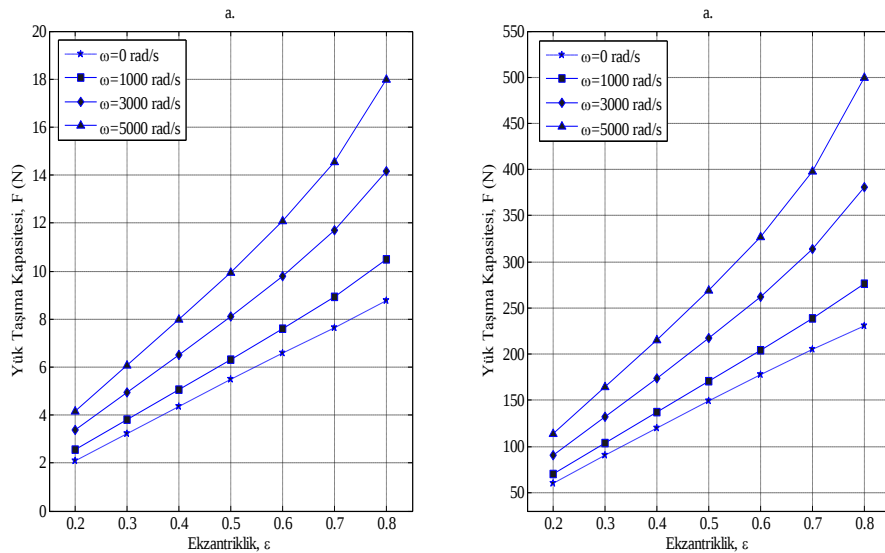


Şekil 5.27. Yatak katılığının orifis çapına göre değişimi, $P_s=2$ atm, $c=250$ μ m

5.2.5. Rotorun açısal hızı

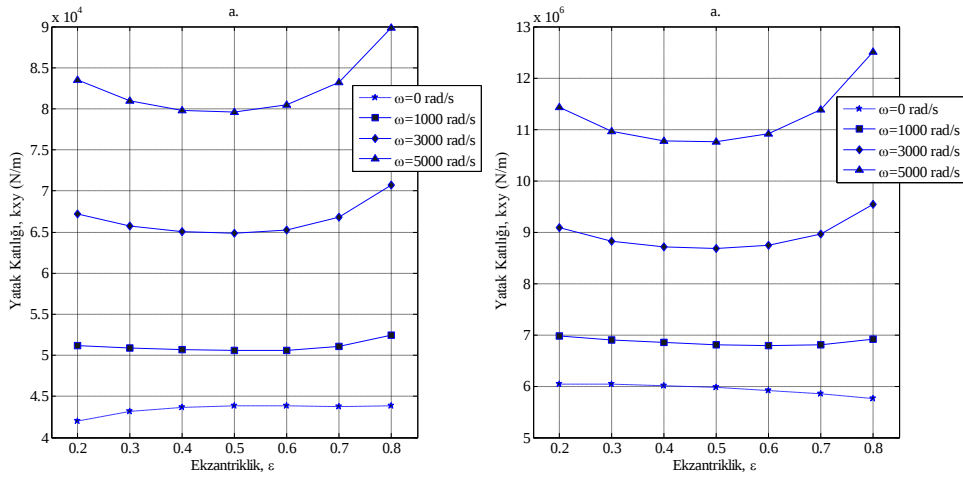
Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ifade eden Reynold denklemi Bölüm 3’de bahsedildiği gibi hareket eden düzlemin hızına bağlı değişen bir fonksiyondur. Bir radyal yatak için ifade edilen Reynold denkleminde hareket eden yüzey olan rotor yüzeyinin açısal hızı dolayısıyla basınç dağılımını da etkileyecektir. Buna paralel olarak basınç dağılımının değişmesi yatağın yük taşıma kapasitesi ve yatak katılığı da etkileyecektir.

Yatak geometrik parametreleri için hidrodinamik etki olarak adlandırılan rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine ve yatak katılığına etkisi incelenmek için ilk olarak farklı ekzantriklik için rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine olan etkisi iki farklı boşluk miktarı için ($c=50\text{ }\mu\text{m}$ ve $c=250\text{ }\mu\text{m}$) Şekil 5.28’de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotorun açısal hızı arttıkça rotorun yatak içerisindeki konumuna göre yatak yük taşıma kapasitesi de artmaktadır. Ekzantrikliğin yük taşıma kapasitesine etkisi rotorun hızı arttıkça oluşan daha büyük hidrodinamik etkiden dolayı büyümeaktadır.



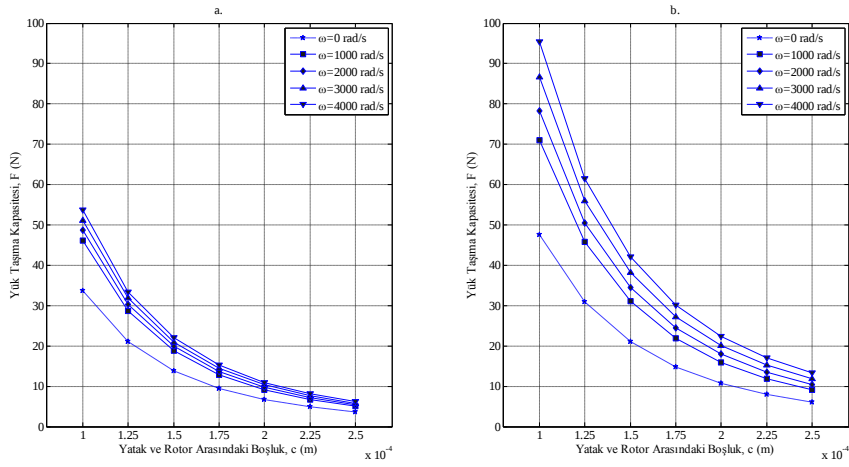
Şekil 5.28. Farklı ekzantriklik değerleri için rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine etkisi ($P_s=2\text{ atm}$) a. $c=50\text{ }\mu\text{m}$, b. $c=250\text{ }\mu\text{m}$

Benzer şekilde aynı geometrik parametrelere sahip yatak için yatak katılığı hesaplanmış ve Şekil 5.29'da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi yatak içerisinde x-y düzleminde hareket ettirilen rotorun yük taşıma kapasitesi artmaktadır. Buna paralel olarak yatak katılığı da daha büyük ekzantriklik oranları için lineer olmayan bir davranışla değişmektedir. Rotorun açısal hızından dolayı oluşan hidrodinamik etki rotorun yük taşıma kapasitesini arttırmakta ve dolayısıyla yatak katılığını da etkilemektedir. Genel olarak rotorun açısal hızının artırılması yatak katılığını da arttırmıştır. Özellikle ekzantriklik oranı değeri 0,5'den daha büyük olduğunda daha belirgin bir artış sergilemektedir.



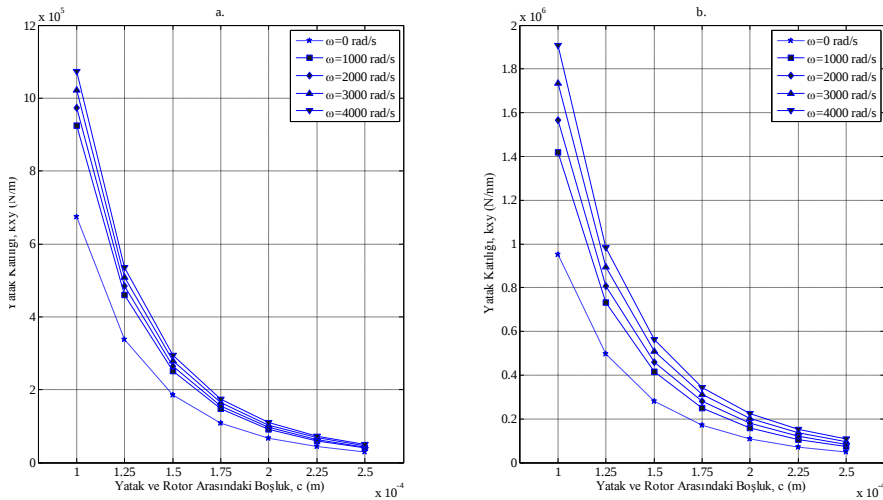
Şekil 5.29. Farklı ekzantriklik değerleri için rotorun açısal hızının yatak katılığına etkisi ($P_s=2$ atm) a. $c=50 \mu m$, b. $c=250 \mu m$

İkinci olarak farklı boşluk miktarları için rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine olan etkisi iki farklı L/D oranı ($L/D=1$ ve $L/D=2$) için Şekil 5.30'da gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotorun açısal hızı arttıkça oluşan hidrodinamik etkiden dolayı yatağın yük taşıma kapasitesi artmaktadır. Yatak ve rotor arasındaki boşluğun artması ile yatak yük taşıma kapasitesi de düşmekle beraber rotorun açısal hızının etkisi de daha büyük boşluklar için azalmaktadır. Ayrıca daha büyük L/D oranı için hidrodinamik etki daha fazla olmaktadır.



Şekil 5.30. Farklı boşluklar için rotorun açısal hızının yatak yük taşıma kapasitesine etkisi ($P_s=2$ atm) a. $L/D=1$, b. $L/D=2$

Benzer şekilde aynı geometrilerdeki yataklar için yatak katılığı hesaplanmış ve Şekil 5.31’de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotorun açısal hızı arttıkça oluşan hidrodinamik etkiden dolayı yatak katılığı artmaktadır. Yatak ve rotor arasındaki boşluğun artması ile yatak katılığı kapasitesi de düşmekle beraber rotorun açısal hızının etkisi de daha büyük boşluklar için azalmaktadır. Ayrıca daha büyük L/D oranı için hidrodinamik etki daha fazla olmaktadır.



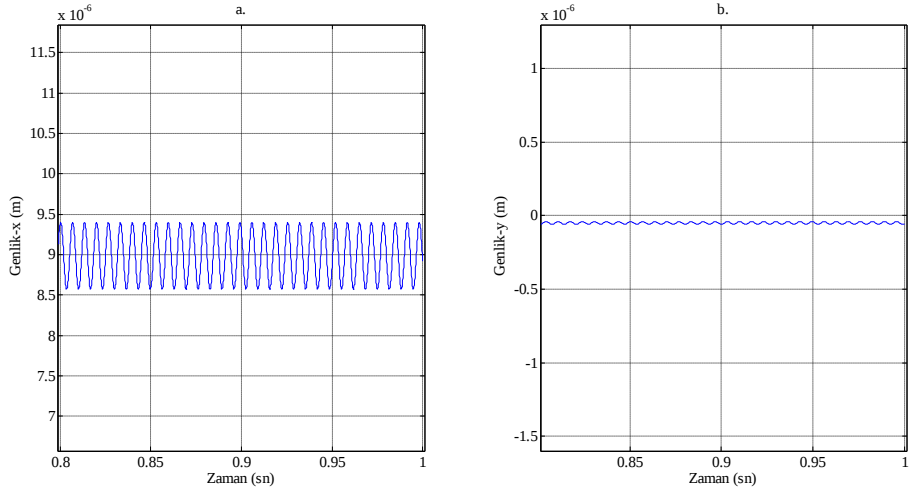
Şekil 5.31. Farklı boşluklar için rotorun açısal hızının yatak katılığına etkisi ($P_s=2$ atm) a. $L/D=1$, b. $L/D=2$

5.3. Basınçlı Hava Yatağı ile Yataklanmış Rotorun Dinamik Davranışları

Farklı geometrik parametreler ile tasarlanmış basınçlı hava yatağı ile yataklanmış rotorun hareketleri Bölüm 4’de bahsedilen algoritma kullanılarak MATLAB programı ile simule edilmiş ve rotorun dinamik davranışları incelenmiştir. Yatağın farklı geometrik parametreleri için yapılan simulasyonlar sonucunda yatakların zaman tanım bölgesinde titreşimleri, orbit eğrileri ve faz düzlemi eğrileri elde edilerek yatağın geometrik parametrelerinin etkileri incelenmiştir.

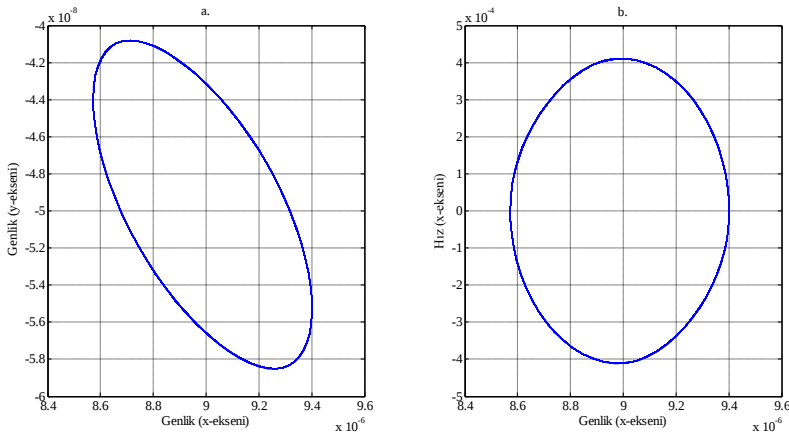
Bu çalışmada simulasyonlar için 4 ve 8 orifise (orifis çapları $d_o=0,003$ m) sahip yataklar (Bknz. Şekil. 5.2) kullanılmıştır. Basınçlı hava yatakları ile yataklanmış rotorun kütlesi, 0,3 kg ve rijit kabul edilerek Jeffcott rotor modeli kullanılarak modellenmiştir. Bu model doğrultusunda, yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarı ve rotorun açısal hareketi esnasındaki boşluk miktarının değişimi çok küçük değerlerde olduğu için sönüm katsayısının değişmeyeceği kabul edilmiştir. Literatürde yapılan deneysel çalışmalar referans alınarak hareket denklemlerine 100 Ns/m sabit viskoz sürtünme tanımlanmış ve çözümler yapılmıştır (Bknz. Kozenek ve ark., 2009).

Şekil 5.32’de besleme basıncı 2 atm, L/D oranı 1 ve boşluk miktarı 125 μm olan 4 orifisli bir BHY ile yataklanmış rotorun x ve y koordinatlarındaki titreşimleri zaman tanım bölgesinde gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotor, yatak yük taşıma kapasitesine ve rotorun ağırlığına bağlı olarak, pozitif x yönünde 9×10^{-6} noktasında dengeye gelmektedir ve ağırlığın etkisi ile x ekseninde y eksenine göre daha büyük genliklerde salınımlar yapmaktadır.



Şekil 5.32. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen

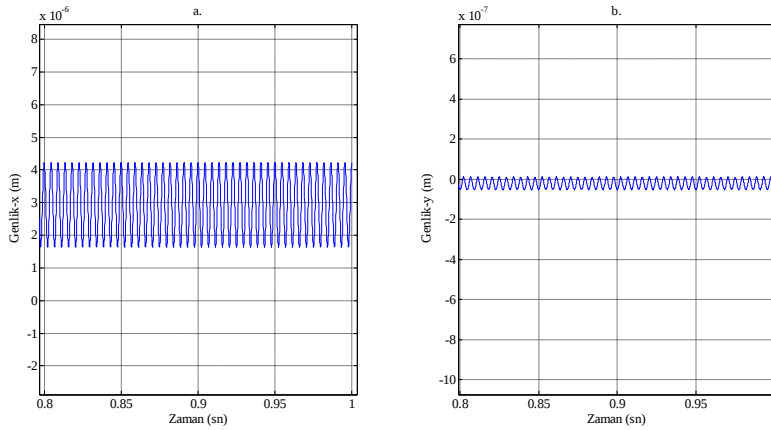
Şekil 5.33’de aynı özelliklere sahip BHY ile yataklanmış rotorun, x eksenindeki titreşimlerinin y eksenindeki titreşimlerine karşı çizdirilmesi ile elde edilen, orbit eğrisi ve iki durum değişkeni olan konum ve hızın ($x, \dot{x}$) birbirine karşı çizdirilmesi ile elde edilen faz düzlemi eğrisi verilmiştir. Görüldüğü gibi rotor merkezi denge noktası etrafında kararlı bir salınım yapmaktadır.



Şekil 5.33. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi

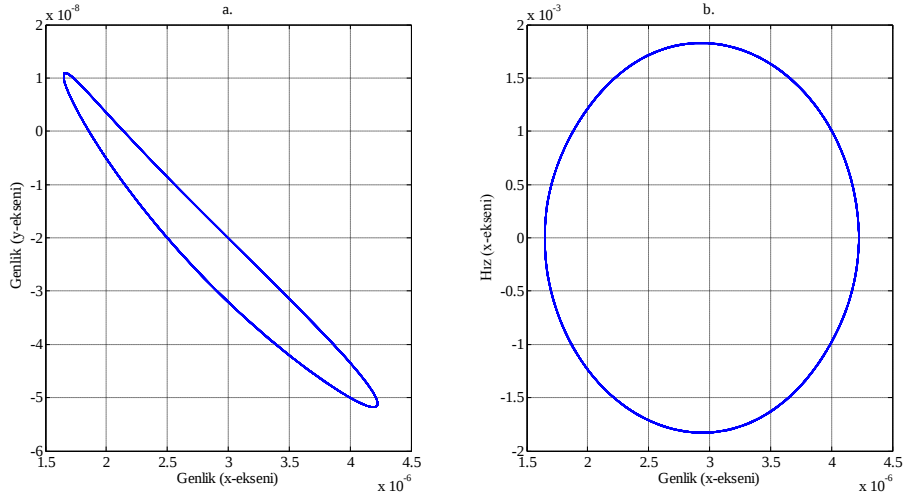
Şekil 5.34’de besleme basıncı 2 atm, L/D oranı 2 ve boşluk miktarı 125 μm olan 4 orifisli bir BHY ile yataklanmış rotorun x ve y koordinatlarındaki titreşimleri zaman

tanım bölgesinde gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotor, yatak yük taşıma kapasitesine ve rotorun ağırlığına bağlı olarak, pozitif x yönünde 3×10^{-6} noktasında dengeye gelmektedir. L/D oranının arttırılması ile yatak yük taşıma kapasitesinin artması yatak-rotor sisteminin denge noktasını da orjine yaklaştırmaktadır. Ayrıca yatak yük taşıma kapasitesinin artması ile birlikte rotorun x ve y eksenindeki titreşimlerinin genlikleri de artmaktadır.



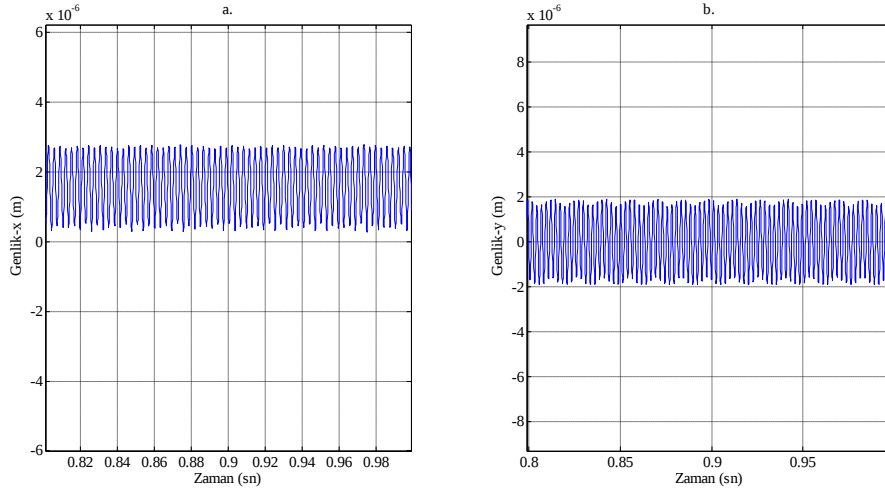
Şekil 5.34. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen

Şekil 5.35’de aynı özelliklere sahip BHY ile yataklanmış rotorun, orbit ve faz düzlemi eğrileri gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotor merkezi denge noktası etrafında kararlı bir salınım yapmaktadır. Ancak L/D oranı 1 için elde edilen grafiklerle karşılaştırıldığında orbit ve faz düzlemi eğrileri titreşim genliklerine paralel şekilde büyümüştür.



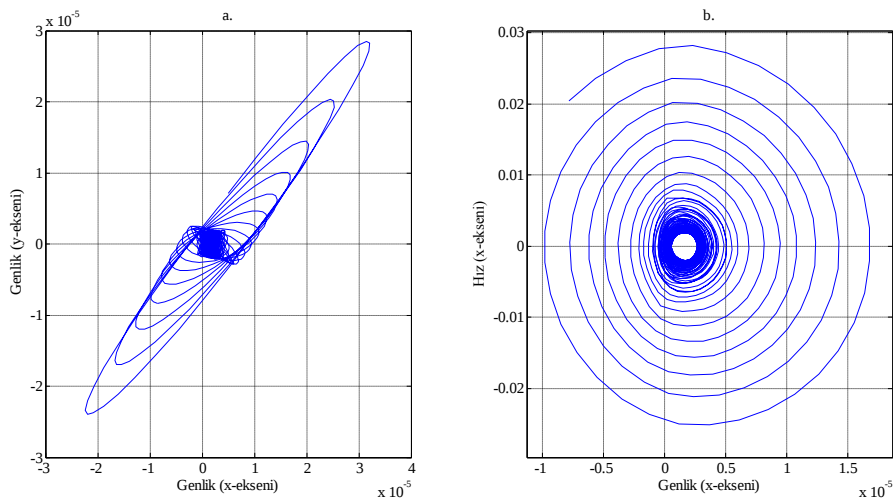
Şekil 5.35. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi

Şekil 5.36'da besleme basıncı 2 atm, L/D oranı 2 ve boşluk miktarı 125 μm olan 8 orifisli bir BHY ile yataklanmış rotorun x ve y koordinatlarındaki titreşimleri zaman tanım bölgesinde gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotor, yatak yük taşıma kapasitesine ve rotorun ağırlığına bağlı olarak, pozitif x yönünde yaklaşık $1,5 \times 10^{-6}$ noktasında dengeye gelmektedir. Orifis sayısının artması ile birlikte yatak yük taşıma kapasitesinin artması yatak-rotor sisteminin denge noktasını da orjine yaklaştırmaktadır. Orifis sayısının artırılması rotorun x eksenindeki titreşim genliklerini çok fazla etkilememektedir. Ancak rotorun y eksenindeki titreşimlerinin genlikleri artmıştır.



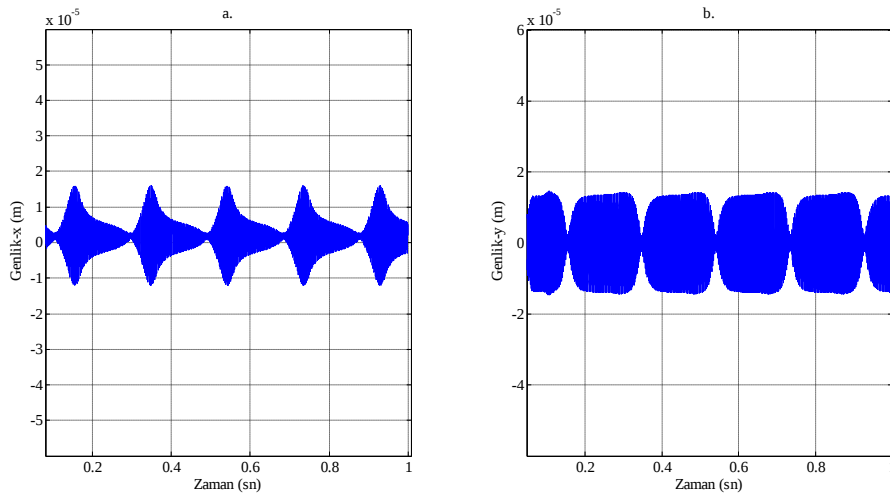
Şekil 5.36. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen

Şekil 5.37’de aynı özelliklere sahip BHY ile yataklanmış rotorun, orbit ve faz düzlemi eğrileri gösterilmiştir. Görüldüğü gibi yatak-rotor sisteminin denge noktası orjine yaklaşmasına rağmen rotorun y eksenindeki titreşim genliklerinin artması ile birlikte kararsız bir davranış sergilemektedir.



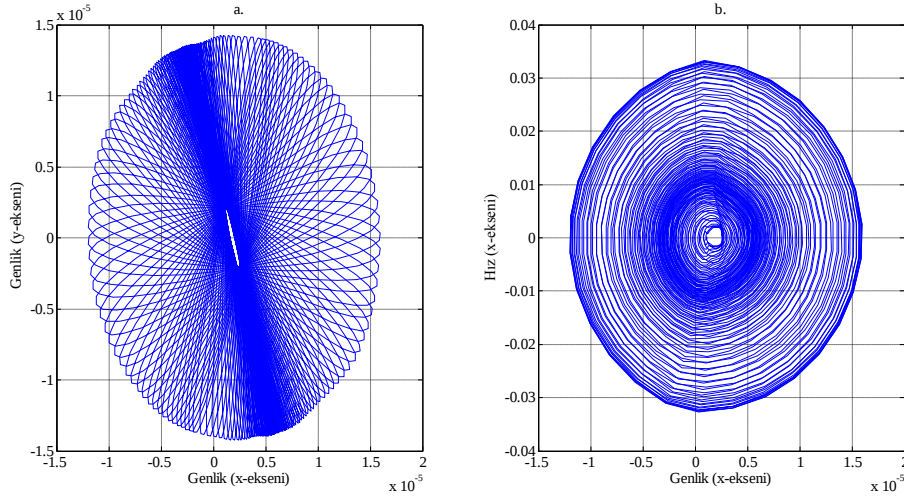
Şekil 5.37. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi

Şekil 5.38’de besleme basıncı 3 atm, L/D oranı 2 ve boşluk miktarı 125 μm olan 8 orifisli bir BHY ile yataklanmış rotorun x ve y koordinatlarındaki titreşimleri zaman tanım bölgesinde gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotor, yatak yük taşıma kapasitesine ve rotorun ağırlığına bağlı olarak, pozitif x yönünde yaklaşık $1,5 \times 10^{-6}$ noktasında dengeye gelmektedir. Besleme basıncının arttırılması ile birlikte yatak yük taşıma kapasitesi dolayısıyla yatak katılığı artmıştır. Buna paralel olarak yatak-rotor sisteminin doğal frekansları da artmıştır. Zorlama frekansı yatak-rotor sisteminin doğal frekansına yaklaşmış ve vuru olayı ortaya çıkmıştır.



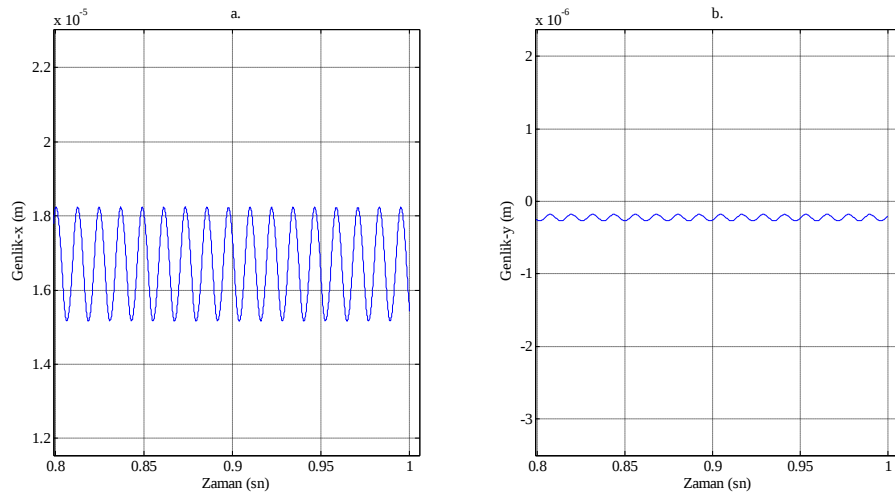
Şekil 5.38. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen

Şekil 5.39’da aynı özelliklere sahip BHY ile yataklanmış rotorun, orbit ve faz düzlemi eğrileri gösterilmiştir. Zorlama frekansının yatak-rotor sisteminin doğal frekansına yaklaşması sonucunda rotor rezonans bölgesi çevresinde kararsız bir davranış sergilemektedir.



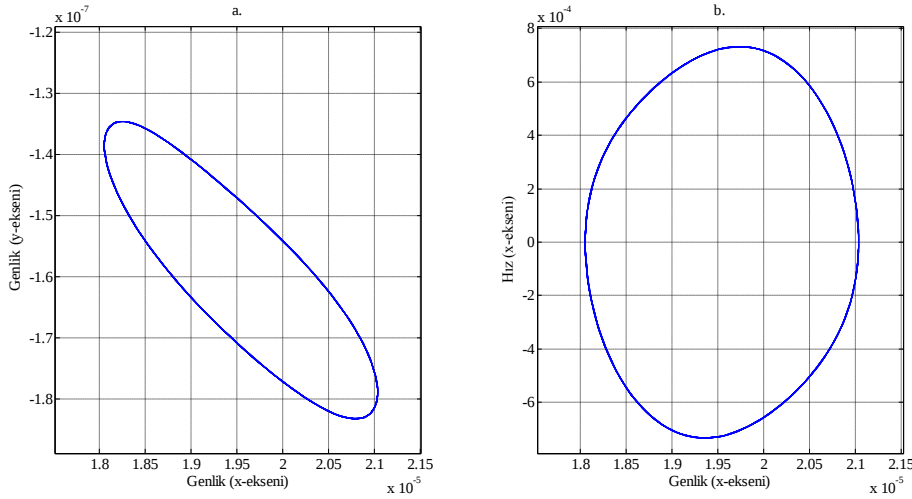
Şekil 5.39. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi

Şekil 5.40'da besleme basıncı 3 atm, L/D oranı 2 ve boşluk miktarı 250 μm olan 8 orifisli bir BHY ile yataklanmış rotorun x ve y koordinatlarındaki titreşimleri zaman tanım bölgesinde gösterilmiştir. Görüldüğü gibi yatak ve rotor arasındaki boşluk miktarının artması ile birlikte yük taşıma kapasitesi dolayısıyla yatak katılığı azalarak rotorun x ve y eksenindeki titreşimlerinin genlikleri azalmıştır.



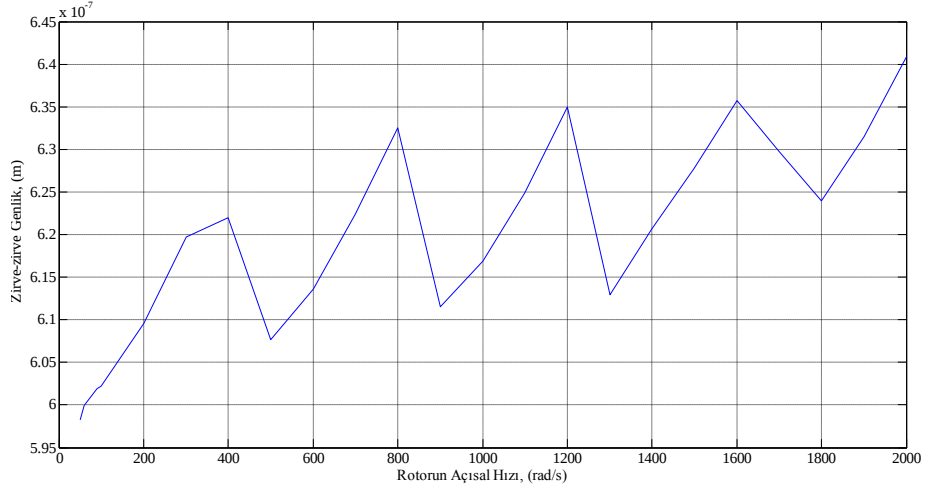
Şekil 5.40. Zaman tanım bölgesinde rotor titreşimleri ($\omega=2000$ rad/s) a. x eksen b. y eksen

Şekil 5.41’de aynı özelliklere sahip BHY ile yataklanmış rotorun, orbit ve faz düzlemi eğrileri gösterilmiştir. Görüldüğü gibi rotor ve yatak arasındaki boşluk miktarının artması ile birlikte yatak-rotor sisteminin doğal frekansı düşmüştür ve rotor, rezonans bölgesinden uzak bölgelerde kararlı bir davranış sergilemektedir.



Şekil 5.41. Rotor merkezinin titreşimleri ve kararlılık eğrisi ($\omega=2000$ rad/s) a. Orbit eğrisi b. Faz düzlemi eğrisi

Şekil 5.42’de besleme basıncı 2 atm, L/D oranı 2 ve boşluk miktarı $250 \mu\text{m}$ olan 4 orifisli bir BHY ile yataklanmış rotorun x ve y koordinatlarındaki zirve-zirve genlikleri farklı rotor hızlarında gösterilmiştir. Yatak ve rotor arasındaki havanın lineer olmayan özelliğinden dolayı yatak katılığı da lineer olmayan bir davranış sergilemektedir. Dolayısıyla yatak-rotor sistemi de lineer olmayan titreşim karakteristikleri ve bununla birlikte lineer olmayan rezonans olayları sergilemektedir. Görüldüğü gibi lineer olmayan yatak katılığına sahip olan bir BHY’de lineer olmayan rezonans olaylarından biri olan süper harmonik rezonans ortaya çıkmıştır.



Şekil 5.42. Farklı rotor hızları için zirve-zirve genliklerinin değişimi

6. SONUÇ

Yapılan bu çalışma ile daha büyük boşluk miktarlarına sahip basınçlı hava yataklarının dinamik karakteristiklerine etki eden parametreler ve daha büyük boşluk miktarlarına sahip basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak-rotor sisteminin dinamik davranışları incelenmiştir. Bu kapsamda yatak ve rotor arasında kalan hacimdeki akışkanın hareketi, geometrik parametreler olarak ifade edilen yatak ve rotor arasında kalan boşluğun, yatak boyunun, yatak çapının, besleme karakteristiklerinin ve akışkanın özelliklerinin bir fonksiyonu olarak modellenmiştir. Bu model kurulan bir algoritma ile numerik olarak çözülerek yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımı elde edilmiştir. Numerik çözüme etkiyen her bir parametre ayrı ayrı incelenerek, optimum nümerik çözüm parametreleri belirlenmiştir. Bu numerik çözüm parametreleri kullanılarak farklı tip BHY'ler için rotorun statik durumu ve farklı rotor hızları için ayrı ayrı basınç dağılımları elde edilmiş, yatak yük taşıma kapasiteleri ve yatak katlıkları hesaplanmıştır. Her bir geometrik parametrenin ve rotorun dönme etkisinin yatak yük taşıma kapasitesine ve yatak katılığına olan etkisi grafiklerle gösterilerek tartışılmıştır.

Bir BHY ile yataklanmış rotorun davranışlarının incelenmesi için yatak-rotor sistemi, iki serbestlik dereceli olarak modellenmiş ve doğrusal olmayan hareket denklemleri çözülmüştür. Yatak geometrik parametrelerinin etkisini incelemek üzere farklı BHY'ler kullanılarak simülasyonlar yapılmış ve rotorun titreşimleri, orbit eğrileri ve faz düzlemi eğrileri zaman tanım bölgesinde analiz edilmiştir. Yatak-rotor sisteminin titreşim davranışları daha iyi ifade edilebilmesi için hareket denklemleri farklı rotor hızlarında çözülerek frekans bölgesi araştırılmıştır.

Basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak -rotor sisteminin dinamik davranışları üzerine yapılan bu çalışma için elde edilen sonuçlar yatak parametrelerinin yatak karakteristiklerine olan etkisi ve yatak-rotor sisteminin dinamik davranışları şeklinde iki gruba ayrılabilir.

Yatak parametrelerinin yatak karakteristiklerine olan etkisi için yapılan çalışmalar ile aşağıda sıralanan sonuçlar elde edilmiştir.

- Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımını ifade eden Reynold denklemi ekzantriklik oranının bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Genel olarak ekzantriklik oranının (ϵ) artmasıyla beklendiği gibi yatak yük taşıma kapasitesi ve yatak katılığı havanın sıkıştırılabilirlik karakteristiğine bağlı olarak lineer olmayan bir şekilde beklendiği gibi artmıştır. Yatak katılığı da yine havanın sıkıştırılabilirlik karakteristiğine bağlı olarak ekzantriklik oranı 0,5'e kadar lineer şekilde artmış 0,5'den daha büyük değerlerde de lineer olmayan şekilde artmıştır.
- Reynold denklemi yatak ve rotor arasında kalan boşluğun bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Yapılan çalışma sonucunda sabit kütleli debi için yatak ve rotor arasındaki hacmin artması ile yatağın yük taşıma kapasitesi lineer olmayan şekilde beklendiği gibi düşmüştür. Yani yatak ve rotor arasında kalan boşluğun artması ile yatak ve rotor arasına gönderilen basınçlı havanın rotor üzerine uyguladığı kuvvet de düşmüştür. Yatak yük taşıma kapasitesine paralel olarak yatak ve rotor arasındaki boşluk arttıkça yatak katılığı da beklendiği gibi lineer olmayan şekilde düşmüştür.
- Reynold denklemi yatak boyunun ve çapının bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Yapılan çalışmalar ile yatak-çap oranı küçüldükçe yatak ve rotor arasına giren basınçlı hava rotoru daha hızlı terk ettiği için beklendiği gibi yatak yük taşıma kapasitesi de düşmektedir. Daha büyük boy-çap oranlarında ise basınçlı hava yatak içerisinde daha fazla etki yaparak yatak yük taşıma kapasitesini arttırmıştır. Yatak yük taşıma kapasitesine paralel olarak yatak katılığı da daha büyük boy-çap oranı benzer etkiden dolayı daha büyük çıkmıştır.

- Reynold denklemi dışarıdan basınçlandırılarak gönderilen havanın debisine bağlı değişen bir fonksiyondur. Yapılan bu çalışma ile orifis geometrisi olarak orifis çapının yatak yük taşıma kapasitesine ve yatak katılığına olan etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre orifis çapının arttırılması ile yatak ve rotor arasına gönderilen basınçlı havanın debisi artmaktadır. Dolayısıyla orifis çapının arttırılması yatak yük taşıma kapasitesini de fiziksel olarak beklediği gibi arttırmıştır. Buna paralel olarak yatak katılığı da orifis çapının büyütülmesi ile artmıştır.
- Orifis sayısı arttıkça yatak ve rotor arasına gönderilen basınçlı havanın debisi artacaktır. Yapılan bu çalışmada bir sıra üzerine yerleştirilmiş 4 ve 8 orifisli yatakların yük taşıma kapasiteleri ve yatak katılıkları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre daha fazla sayıda orifis kullanılması fiziksel olarak beklediği gibi yatak yük taşıma kapasitesini de arttırmıştır. Buna paralel olarak yatak katılığı da daha fazla sayıda orifis kullanılması ile artmıştır.
- Yatak ve rotor arasına gönderilen basınçlı havanın debisi besleme basıncının bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Yapılan bu çalışmada farklı besleme basınçları için yatak yük taşıma kapasitesi ve yatak katılığı hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre besleme basıncının arttırılması ile yatak ve rotor arasına gönderilen havanın debisi de artmıştır. Artan debiye paralel olarak yatak yük taşıma kapasitesi ve yatak katılığı da havanın lineer olmayan karakteristiğinden dolayı lineer olmayan şekilde artmıştır.

İkinci grubun farklı tip BHY ile yataklanmış yatak-rotor sisteminin dinamik davranışları için yapılan çalışma ile aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

- Yatak-rotor sisteminin hareket denklemleri BHY'nin rotora uyguladığı kuvvetlere göre değişen lineer olmayan bir karakteristiğe sahiptir. Dolayısıyla yatağın her bir geometrik parametresi için değişen yatak yük taşıma

kapasitesi ve yatak katılığı yatak-rotor sisteminin titreşim karakteristiklerini değiştirmiştir.

- Fiziksel olarak beklenildiği gibi, daha fazla sayıda besleme deliğine sahip yatakların titreşim genlikleri de yatak yük taşıma kapasitesi arttığı için artmıştır. Ayrıca boy-çap oranı (L/D) arttıkça yatak yük taşıma kapasitesinin artmasına paralel olarak artmıştır. Ancak orifis sayısının artması yatağın y eksenindeki titreşimlerinin genliklerini arttırmış, yatak-rotor sisteminin kararlı davranışını etkilemiştir.
- Besleme basıncının artırılması ile daha fazla yük taşıma kapasitesine sahip olan yataklar ile yataklanmış yatak-rotor sisteminin x ve y eksenindeki titreşim genlikleri artmış, yatak-rotor sisteminin kararlı davranışını etkilemiştir.

Yatak ve rotor arasında kalan boşluktaki akışkanın hareketi çeşitli kabuller yapılarak modellenmiştir. Yapılan her bir kabülün matematiksel modele etkisini içeren bir çalışma yapılarak model iyileştirilebilir.

Analitik çözümü olmayan yatak ve rotor arasındaki akışkanın karmaşık matematiksel modeli, bu çalışmada değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu kullanılarak çözülmüştür. Nümerik çözüm parametrelerine de bağlı olarak kullanılan bu nümerik çözüm tekniği ile yatak ve rotor simülasyonlarının elde edilmesi çok zaman almaktadır. Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının çözüm süresi nümerik-analitik hibrid çözüm tekniklerinin kullanılması veya algoritmanın geliştirilmesi ile kısaltılabileceği düşünülmektedir.

Farklı geometrik özelliğe sahip BHY'ler için yatak ve rotor arasında kalan boşluktaki basınç dağılımı ve yatak yük taşıma kapasitesi dolayısıyla yatak katılığı elde edilmiştir. Elde edilen sonuçların desteklenmesi amacıyla deneysel bir çalışma yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Bu çalışmada yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının rotor yüzeyi boyunca integralleri alınarak yatak kuvvetleri elde edilmiştir. Yatağın geometrisine bağlı olarak değişen kuvvetler rotor üzerinde bir katılık oluşturduğu kabul edilmiş ancak hareket denklemlerine 100 Ns/m sabit viskoz sürtünme tanımlanmış ve çözümler yapılmıştır. Yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının çözümünde farklı teknikler kullanılarak rotora etkiyen kuvvetler yatak katılığı ve sönümü ayrı ayrı ifade edecek şekilde elde edilmesi rotorun titreşim karakteristiklerini daha doğru ifade edilebilmesini sağlayacağı düşünülmektedir.

Lineer olmayan rezonans bölgelerinin inceleneceği bir çalışma yapılarak BHY ile yataklanmış rotorların dinamik davranışları daha doğru ifade edilebilir. Bundan dolayı daha geniş bir hız aralığında simülasyonlar yapılarak lineer olmayan rezonans bölgelerinin tespit edilmesi için geniş kapsamlı bir çalışma yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Bu çalışmada yatak-rotor sistemi iki serbestlik dereceli olarak modellenmiştir. Yatak-rotor sisteminin matematiksel modeli, rotorun açısal hareketlerini de içerecek şekilde, dört ve beş serbestlik dereceli olarak genişletilmesi ile jireskopik kuvvetlerin rotor dinamiğine etkisi incelenebilir. Bunun yanı sıra balanssızlığın etkisinin de incelenmesi, yatak-rotor sisteminin doğal frekanslarının tespit edilmesini sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Allen, D. S., Stokes, P. J., Whitley, S., "The performance of externally pressurized bearings using simple orifice restrictors", *Trans. Amer. Soc. Lub. Engrs.*, 4 (1): 181. (1961).

Arghir, M., Matta, P., "Compressibility effects on the dynamic characteristics of gas lubricated mechanical components", *C. R. Mecanique*, 337 (11) : 739–747 (2009).

Ausman, J. S., "The fluid dynamic theory of gas lubricated bearing", *Trans. Amer. Soc. Lub., Engrs.*, 79 (6): 1218-1224 (1957).

Castelli, V., Pirvics, J., "Review of numerical methods in gas bearing film analysis", *Journal of Lubrication Technology*, 11 (1): 777-790 (1968).

Chen, X., He, X., "The effect of the recess shape on performance analysis of the gas-lubricated bearing in optical lithography", *Tribology International*, 39 (11): 1336–1341 (2006).

Chen, Y. S., Chiu, C. C., Cheng, Y. D., "Influences of operational conditions and geometric parameters on the stiffness of aerostatic journal bearings", *Precision Engineering*, 34 (4): 722-734 (2010).

Colombo, F., Raparelli, T., Viktorov, V., "Externally pressurized gas bearings: A comparison between two supply holes configurations", *Tribology International*, 42 (2): 303–310 (2009).

Constantinescu, V. N., "Methods for calculating characteristics of infinitely long slider bearings consisting of plane surfaces and lubricated by gas", *Studii si Cercetari de Mecanica Aplicata*, 7 (3): 81-105 (1956).

Constantinescu, V. N., Salcudean, M., "An approximate method for analysis of externally pressurized journal bearings", *4. International Gas Bearing Symp.*, Southampton, 1-6 (1967).

Cunningham, R. E., Fleming, P. D., Anderson, J. W., "Experiments on rotating externally pressurized air journal bearing", *NASA Report*, 5192, USA, 1-12 (1969).

Czołczynski, K., "How to obtain stiffness and damping coefficients of gas bearings", *Wear*, 201 (1): 265-275 (1996).

Czolczynski, K., "Rotordynamics of Gas-Lubricated Journal Bearing Systems", Ling, F. F., Winer, W. O., *Springer*, NewYork, 1-48 (1999).

Dudgeon, E. H., Lowe, I. R. G., "A theoretical analysis of hydrostatic gas journal bearings", *Mechanical Engineering Report*, 54, Canada, 15-50 (1965).

Elrod, H. G., "A derivation of the basis equation for gas-lubricated slider bearing", ***Friction and Lubrication Report***, USA, 97-343 (1958)

Fleming, D. P., Cunningham, R. E., Anderson, W. J., "Stability analysis for unloaded externally pressurized gas-lubricated bearings with journal rotation", ***NASA Report, 4934***, USA, 15-58 (1968).

Fleming, D. P., Cunningham, R. E., Anderson, W. J., "Zero-load stability of rotating externally pressurized gas-lubricated journal bearings", ***Journal of Lubrication Technology***, 92: 325 (1970).

Fleming, D. P., Thayer, W. J., Cunningham, R. E., "Dynamic stiffness and damping of externally pressurized gas lubricated journal bearings", ***Joint Lubrication Conference***, Boston, 101-105 (1977).

Fuller, D. D., "A review of research in the field of gas-lubricated bearings", ***NASA Report, 2429***, USA, 5-50 (1970).

Grau, G., Iordanoff, I., Said, B. B., Berthier, Y., "An original definition of the profile of compliant foil journal gas bearings: static and dynamic analysis", ***Tribology Transactions***, 47 (2): 248-256 (2004).

Gross, W. A., "A gas film lubrication study, part I: some theoretical analyses of slider bearing", ***IBM Journal of Research and Development***, 3 (3): 237-249 (1959).

Gross, W. A., "Investigation of whirl in externally pressurized air-lubricated journal bearings", ***Trans. Amer. Soc. Mech. Engr. J. Basic Eng.***, 84: 132-140 (1962).

Heinrich, G., "The theory of the externally pressurized bearings", ***1st International Symposium on Gas-Lubricated Bearing***, USA, 42 (1959).

Jacob, J. S., Donald, E. B., Yu, J. J., "A hydrostatic bearing with compressible fluid for broad application", ***ASME Turbo Expo***, USA, 250 2001.

Jacop, J. S., Yu, J. J., Bently, D. E., Goldman, P., "Air-hammer instability of externally pressurized compressible-fluid bearings", ***Proceedings Of The International Symposium On Stability Control Of Rotating Machinery***, USA, 764-771 (2001).

Kim, D., Park, S., "Hydrostatic air foil bearings: Analytical and experimental investigation", ***Tribology International***, 42 (3): 413-425 (2009).

Kim, T. H., "Analysis of side end pressurized bump type gas foil bearings: a model anchored to test data", PhD Thesis, ***Texas A&M University***, USA, 94-130 (2007).

Kozanek, J., Simek, J., Steinbauer, P., Bilkovsky, A., "Identification of stiffness and damping coefficients of aerostatic journal bearing", *Engineering Mechanics*, 16 (3): 209-220 (2009).

Larson, R. H., Richardson, H. H., "A preliminary study of whirl instability for pressurized gas bearings", *Trans. Amer. Soc. Mech. Engr. J. Basic Eng.*, 84 (4): 511-518 (1962).

Laub, J. H., "Externally pressurized gas bearings", *Trans. Amer. Soc. Lub. Engrs.*, 4 (1): 261-265 (1961).

Lee, Y., Kwak, H., Kim, C., Lee, N., "Numerical prediction of slip flow effect on gas-lubricated journal bearing for MEMS/MST-based micro-rotating machinery", *Tribology International*, 38 (2): 89-96 (2005).

Lemon, J. R., "Analytical and experimental study of externally pressurized air-lubricated journal bearings", *Trans. Amer. Soc. Mec. Lub. Engrs. J. Basic Engng.*, 84 (1): 159-168 (1962).

Lund, J. W., "The hydrostatic gas journal bearing with journal rotation and vibration", *Trans. Amer. Soc. Mech. Engr. J. Basic Eng.*, 86 (2): 328-336 (1964).

Lund, J. W., "A theoretical analysis of whirl instability and pneumatic hammer for a rigid rotor in pressurized gas journal bearings", *Journal of Lubrication Technology*, 89 (2): 154-166 (1967).

Lund, J. W., "A theoretical analysis of whirl instability and pneumatic hammer for a rigid rotor in pressurized gas journal bearing", *An International Journal on the Science and Technology of Friction, Lubrication and Wear*, 12 (2): 154-166 (1967).

Lo, Y., Wang, C. C., and Lee, Y. H., "Performance analysis of high-speed spindle aerostatic bearings", *Tribology International*, 38 (1): 5-14 (2005).

Majumdar, B. C., "The numerical solution of aerostatic journal bearings with several supply ports", *Wear*, 15 (5): 331-340 (1970).

Majumdar, B. C., "Dynamic characteristics of externally pressurized gas journal bearings with multiple supply holes", *Wear*, 34 (2): 189-199 (1975).

Mchugh, J., "Albert Kingbury-His life and times", *Sound &Vibration*, October 2003: 8-9 (2003).

Mori, A., Mori, H., "Effect of eccentricity on whirl instability in externally pressurized inherently compensated gas journal bearings", *7th Int. Gas Bearing Symp.*, Cambridge, UK, A6: 52-68 (1976).

Mori, H., Mori, A., Doi, H., “Whirl Analysis of externally Pressurized air journal bearing”, *Trans. of JSME*, 36 (283): 494-501 (1970).

Mullan, P. J., Richardson, H. H., “Plane vibration of inherently compensated gas journal bearing; analysis and comparison with experiments”, *Trans. Amer. Soc. Mech. Engr.*, 7 (3): 277-287 (1964).

Ono, K., Tamura, A., “Whirl instability of externally pressurized gas journal bearing”, *Bulletin of JSME*, 11 (46): 706-714 (1968).

Park, J., Kim, K., “Stability analyses and experiments of spindle system using new type of slot-restricted gas journal bearings”, *Tribology International*, 37 (4): 451–462 (2004).

Piekos, E. S., “Numerical Simulation of Gas- Lubricated Journal Bearings For Microfabricated Machines”, PhD. Thesis, *Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute Of Technology*, Boston, 15-108 (2000).

Pink, E. G., “Characteristic of orifice compensated hybrid journal bearings”, *8. Gas Bearing Symp.*, Leichester, 1-18 (1981).

Powell, J. W., “Gas behaviour and load capacity of hydrodynamic gas journal bearings”, *Wear*, 6 (6): 11 (1963).

Powell, J. W., “The design of aerostatic bearings”, *Machinery Publishing Co. Limited*, UK, 110-160 (1970).

Rao, X., Chang, K., Li, W., “Characteristics of micro gas journal bearings based on kinetic theory”, *Tribology International*, 44 (3): 241–247 (2011).

Richardson, H. H., “Static and dynamic characteristics of compensated gas bearings”, *Trans. Amer. Soc. Mech. Engr.*, 80 (7): 1503-1523 (1958).

Robinson, C. H., Sterry, F., “The static strength of pressure fed gas journal bearings, jet bearings”, *AERE Report, 2642*, Harwell, (1958).

San Andres, L., Kim T. H., “Analysis of gas foil bearings integrating FE top foil models”, *Tribology International*, 42 (1):111-120 (2009).

Sciulli, E. B., “A Bibliography On Gas Lubricated Bearings”, *NASA Report, 4440*, USA, 10-90 (1959).

Shires, G. L., “The vented pressure-fed gas journal bearing”, *UKAEA Report Winfrith*, 111-112, (1962).

Sneck, J., Yen, K. T., “The externally pressurized, porous wall, gas-lubricated journal bearing. I”, *ASLE Transactions*, 7 (3): 288-298 (1964).

Sneck, H. J., Elwell R. C., “The Externally Pressurized, Porous Wall, Gas-Lubricated Journal Bearing. II”, *ASLE Transactions*, 8 (4): 339-345 (1965).

Su, J. C. T., Lie, K. N., "Rotor dynamic instability analysis on hybrid air journal bearings", *Tribology international*, 39 (3): 238-248 (2006).

Şahin, D. E., “Basınçlı hava yataklı rotorların salınımları”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 1-31 (2001).

Tang, I. C., Gross, W. A., “Analysis and design of externally pressurized gas bearings”, *Trans. Amer. Soc. Lub., Engrs.*, 5 (1): 261 (1962).

Taniguchi, O., Tamura, A., Ono, K., “Experimental study of whirl instability for externally pressurized air journal bearing”, *Bulletin of JSME*, 11 (44): 172-179 (1968).

Tully, N., “The vibration characteristic of hybrid journal gas bearing systems”, Phd Thesis, *University of Southampton*, 5-40 (1966).

Turnblade, R. C., “The design of externally pressurized gas lubricated bearings by the method of bearing equivalence”, *Trans. Amer. Soc. Lub. Engrs.*, 5 (2): 385-392 (1962).

Uneeb, M., “Theoretical Investigation of Whirl Instability In Externally Pressurized Gas Journal Bearings”, PhD Thesis, *Imperial College of Science, Technology and Medicine*, London, 29-92 (1992).

Venkatesh, V. C., Izman, S., “Gas Lubricated Bearing”, Precision Engineering, *Tata McGraw-Hill*, New Delhi, 288-365 (2007).

Wang, C., Yau, H., “Theoretical analysis of high speed spindle air bearings by a hybrid numerical method”, *Applied Mathematics and Computation*, 217 (5): 2084-2096 (2010).

Wang, C., Jang, M. J., Yeh, Y. L., “Bifurcation and nonlinear dynamic analysis of a flexible rotor supported by relative short gas journal bearings”, *Chaos, Solitons & Fractals*, 32 (2): 566-582 (2007).

Wang, C., “Application of a hybrid method to the nonlinear dynamic analysis of a flexible rotor supported by a spherical gas-lubricated bearing system”, *Nonlinear Analysis: Theory, Method & Applications*, 70 (5): 2035-2053 (2009).

Wang, C., “Bifurcation and nonlinear analysis of a flexible rotor supported by a relative short spherical gas bearing system”, ***Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation***, 15 (9): 2659-2671 (2010).

Wang, C., “Bifurcation and nonlinear dynamic analysis of united gas-lubricated bearing system”, ***Computer and Mathematics with Application***, 64 (5): 729-738 (2012).

Wang, N., Chang C., "An Application of Newton's Method to the Lubrication Analysis of Air-Lubricated Bearings", ***Tribology Transactions***, 42 (2): 419-424 (1998).

Wang, J., “Design of Gas Bearing Systems for Precision Applications”, PhD. Thesis, ***Technische Universiteit***, Eindhoven, 1-35 (1993).

Watkins, C. B., Branch, H. D., Eronini, I. E., “Dynamic characteristics of a hydrostatic gas bearing driven by oscillating exhaust pressure”, ***J. Lubr. Technol.***, 106 (4): 477-483 (1984).

Yang, P., Zhu, K. Z., Wang, X., “On the non-linear stability of self-acting gas journal bearings”, ***Tribology International***, 42 (1): 71-76 (2009).

Zhang, W., Zhou, J., Meng, G., “Performance and stability an alysis of gas lubricated journal bearings in MEMS”, ***Tribology International***, 44 (7): 887–897 (2011).

Zhang, X., Wang, X., Liu, R., Wang, B. “Influence of temperature on nonlinear rdynamic characteristics of spiral-grooved gas-lubricated thrust bearing-rotor systems for microengine”, ***Tribology International***, 61 (2013): 138–143 (2013).

EKLER

EK-1. DYKNİ Metodunun Yakınsaması

DYKNİ metodunun yakınsaması için yarım zaman adımı sonra diferansiyel denklemi ifade eden A matrisinin ayrıklaştırılmış matrisleri;

$$T_1 \cong T + \frac{1}{2}B \quad \text{ve} \quad S_1 \cong S + \frac{1}{2}B \quad (1.1)$$

olarak yazılabilir. Eş. 1.1 ve Eş. 1.2 bu kabuller ile tekrar;

$$u^{n+1} = (\alpha I + S_1)^{-1} (\alpha I - T_1) \left\{ (\alpha I + T_1)^{-1} [(\alpha I - S_1)u^n + b] \right\} + (\alpha I + S_1)^{-1} b \quad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir. İfadedeki;

$$T_r \cong (\alpha I + S_1)^{-1} (\alpha I - T_1) (\alpha I + T_1)^{-1} (\alpha I - S_1) \quad (1.3)$$

şeklinde yazılabilir.

$$k_r \cong (\alpha I + S_1)^{-1} [(\alpha I - T_1)(\alpha I + T_1)^{-1} + I] b \quad (1.4)$$

şeklindeki katsayılar ile ifade edilirse Eş. 1.2;

$$u^{n+1} = T_r u^n + k_r \quad (1.5)$$

olarak yazılabilir. Basit iterasyon şemasının yakınsaması $\kappa(T_r)$ ile ifade edilsin. İlk olarak eş değer bir matris tanımlansın;

$$\tilde{T}_r \cong (\alpha I + S_1) T_r (\alpha I + S_1)^{-1} = (\alpha I - T_1) (\alpha I + T_1)^{-1} (\alpha I - S_1) (\alpha I + S_1)^{-1} \quad (1.6)$$

EK-1. (Devam) DYKNİ Metodunun Yakınsaması

Görüldüğü gibi T_r matrisi ile $\tilde{T}_r$ matrisi benzer matrislerdir ve spektral çapları birbirine eşittir. O halde;

$$\kappa(T_r) = \kappa(\tilde{T}_r) \leq \|\tilde{T}_r\| \quad (1.7)$$

olacaktır.

Teorem: T_1 negatif olmayan tanımlı ve S_1 matrisi de en az bir elemanı pozitif tanımlı Hermitian tip $N \times N$ boyutunda matrisler olsun ve $\kappa(T_r) < 1 \forall \alpha > 0$ şartlarını sağlasın.

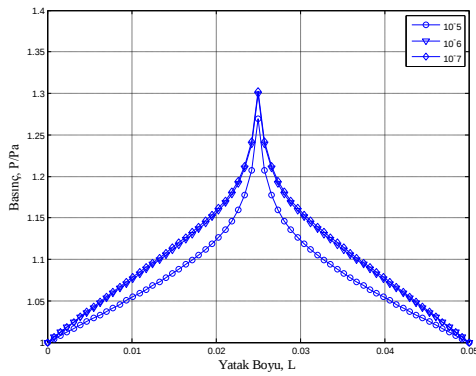
İspat: T_1 matrisi Hermitian bir matris olduğunda, özdeğerleri gerçektir ve diagonalize edilebilir. Aynı şekilde $\alpha I - T_1$ ve $\alpha I + T_1$ içinde geçerlidir. Bunun yanı sıra T_1 negatif olmayan tanımlı bir matris olduğu sürece, özvektörleri $\lambda_j \geq 0$ için $\forall \lambda_j \in \gamma(T_1)$ olacaktır. Benzer olarak $\lambda_j \in \gamma(T_1)$ ise $\alpha - \lambda_j \in \gamma(\alpha I - T_1)$ ve $\alpha + \lambda_j \in \gamma(\alpha I + T_1)$ şeklindedir. Ayrıca $\alpha I + T_1$ diagonalize edilebilen bir ifade ise; $(\alpha + \lambda_j)^{-1} \in \gamma((\alpha I + T_1)^{-1})$ şeklinde ifade edilebilir. Son olarak; buradan yola çıkılarak $(\alpha I - T_1)(\alpha I + T_1)$ ifadesinin özvektörleri; $(\alpha - \lambda_j) / (\alpha + \lambda_j)$ şeklinde olacaktır. Böylece spektral formda;

$$\|(\alpha I - T_1)(\alpha I + T_1)^{-1}\| = \max_{1 \leq j \leq N} \left| \frac{\alpha - \lambda_j}{\alpha + \lambda_j} \right| \quad (1.8)$$

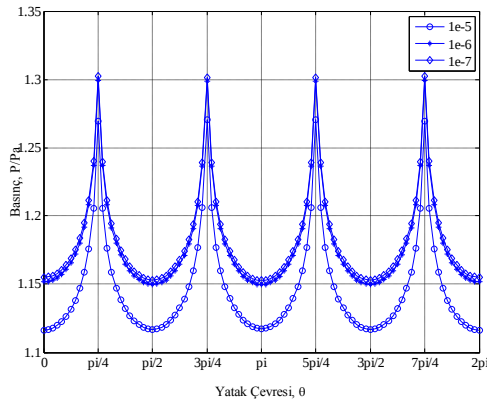
şeklinde ifade edilir. Eş. 1.8'in sağ tarafındaki ifade çözümün yakınsaması için 1'den daha küçük bir değer olmalıdır. Yukarıda anlatılan teorem ile $\|(\alpha I - S_1)(\alpha I + S_1)^{-1}\|$ ifadesi içinde benzer olarak geçerlidir.

EK-1. (Devam) DYKNİ Metodunun Yakınsaması

Yakınsama kriterinin basınç dağılımına olan etkisinin incelenmesi için 10^{-5} , 10^{-6} ve 10^{-7} yakınsama kriterleri için basınç dağılımları elde edilerek, yakınsama kriterinin basınç dağılımına etkisi Şekil 1.1 ve Şekil 1.2’de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi 10^{-5} yakınsama kriteri ile yapılan çözümler daha küçük yakınsama kriteri değerlerine göre farklı sonuçlar vermiştir. Ayrıca şekillerde görüldüğü gibi 10^{-6} ve 10^{-7} yakınsama kriterleri ile yapılan çözümler birbirine çok yakındır. Yani yapılan çözümlerde yakınsama kriterinin 10^{-6} değerinden daha da küçülmesi sonuçları çok etkilememektedir. Ayrıca daha küçük yakınsama kriterleri ile yapılan çözümlerde çözüm için gerekli süre de uzamaktadır.



Şekil 1.1. Farklı yakınsama kriteri için yatak boyunda basınç dağılımı



Şekil 1.2. Farklı yakınsama kriterleri için yatak çevresinde basınç dağılımı

Ek-1. (Devam) DYKNİ Metodunun Yakınsaması

Farklı yakınsama kriterlerinin basınç dağılımlarına olan etkisinin daha iyi ifade edilebilmesi için farklı yakınsama kriterleri kullanılarak elde edilen yatak ve rotor arasındaki basınç değerleri Çizelge 1.1’de verilmiştir.

Çizelge 1.1. Farklı yakınsama kriterleri için yatak çevresindeki basınç değerleri

		Zaman Adımları, Y_k		
Yatak Çevresi, θ	Yatak Boyu $L/2$	Basınç Değerleri P/Pa		
		10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
	0	1,1164316	1,1516068	1,1550606
	$\pi / 4$	1,2694355	1,2992407	1,3021771
	$\pi / 2$	1,1169573	1,1497843	1,1529985
	$3\pi / 4$	1,2702923	1,2987281	1,3015141
	π	1,1174930	1,1495903	1,1527199
	$5\pi / 4$	1,2702923	1,2987281	1,3015141
	$3\pi / 2$	1,1169573	1,1497843	1,1529985
	$7\pi / 4$	1,2694355	1,2992407	1,3021771
	2π	1,1164316	1,1516068	1,1550606

Çizelge 1.1’de farklı yakınsama kriterleri için yatak çevresindeki basınç değerleri verilmiştir. Görüldüğü gibi ilk yakınsama kriteri için elde edilen basınç değerleri yakınsama kriterinin küçültülmesiyle değişmektedir. Son iki yakınsama kriteri ile yapılan çözümlerde ise birbirine çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Son iki yakınsama kriteri ile yapılan çözümlerde boyutsuz basınç değerleri arasındaki fark 0,0035 civarlarındadır. Yakınsama kriteri 10^{-6} dan daha küçük olduğunda basınç dağılımı neredeyse değişmemektedir. Dolayısıyla yatak ve rotor arasındaki basınç dağılımının hesaplanması için yakınsama kriteri 10^{-6} olarak belirlenebilir.

EK-2. DYKNİ Metodu İçin Parametrelerin Optimizasyonu

DYKNİ metodu parametrelerinin optimizasyonu için; x ve y kartezyan koordinatında değişen bir diferansiyel denklemin çözümü için oluşturulmuş grid uniform bir grid kabul edilirse; $N_x = N_y$ olacaktır ve her iki yöndeki adım değerleri de $h_x = h_y = h = 1/(N_x - 1)$ şeklinde yazılabilir. Dirichlet sınır şartları için ayrıklaştırılmış diferansiyel denklemin her iki yönde de $N_x - 2$ tane grid noktası olacaktır ve A matrisinin boyutu da $(N_x - 2)^2$ olacaktır.

T_r matrisinin özvektörleri;

$$\lambda_{i,j} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha - 4 \sin^2(\frac{(i-1)\pi}{2(N_x-1)})}{\alpha + 4 \sin^2(\frac{(i-1)\pi}{2(N_x-1)})} & \frac{\alpha - 4 \sin^2(\frac{(j-1)\pi}{2(N_x-1)})}{\alpha + 4 \sin^2(\frac{(j-1)\pi}{2(N_x-1)})} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

ve yukarıdaki $N_x = N_y$ uniform kabulü ile birlikte;

$$\gamma(T_r) = \left[\max_{2 \leq i \leq N_x-1} \left| \frac{\alpha - 4 \sin^2(\frac{(i-1)\pi}{2(N_x-1)})}{\alpha + 4 \sin^2(\frac{(i-1)\pi}{2(N_x-1)})} \right| \right]^2 \quad (2.2)$$

olması gerekir. $\gamma(T_r)$ nin küçük olabilmesi için optimum iterasyon kriteri seçilen çözüm adımına bağlı olarak;

$$\alpha_{opt} = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} h\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} h\right) \quad (2.3)$$

EK-2. (Devam) DYKNİ Metodunu İçin Parametrelerin Optimizasyonu

ifade edilebilir. $h \rightarrow 0$ yaklaştıkça $\gamma(T_r)$ ile ifade edilen zaman adımı da doğru değere yaklaşacaktır. Eş. 2.3 optimum iterasyon kriteri ile tekrar düzenlenirse;

$$\gamma(T_r) = \frac{1 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}h\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}h\right)}{1 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}h\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}h\right)} \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eğer h çözüm adımı oldukça küçükse zaman adımı;

$$\gamma(T_r) \simeq \frac{1 - \pi h}{1 + \pi h} \simeq 1 - 2\pi h + O(h^2) \quad (2.5)$$

olacaktır.

EK-3. Reynold Denkleminin Ayrıklaştırılmış Formu

Bir aerostatik hava yatağı için türevleri alınmış Reynold denklemi;

$$\begin{aligned}
 & -3H^2 \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) - H^3 \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} \right) + \frac{\Lambda H}{P} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + 2\Lambda P \frac{\partial H}{\partial \theta} \\
 & + \frac{\sigma H}{P} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + 2\sigma P \frac{\partial H}{\partial t} = 2\dot{M}
 \end{aligned}$$

şeklinde. Dönel koordinat eksenlerinden θ , i alt indisi ve ξ , j alt indisi ile gösterilsin. Reynold denkleminin değişen yönlü kapalı nümerik integrasyon metodu ile ayrıklaştırılmış formu;

$n \rightarrow n+1/2$ zaman adımı için;

$$\begin{aligned}
 & SN \frac{H_{i,j}^n}{P_{i,j}^n} \frac{\Theta_{i,j}^{n+1/2} - \Theta_{i,j}^n}{\Delta t} + 2SN P_{i,j}^n \frac{H_{i,j}^{n+1/2} - H_{i,j}^n}{\Delta t} + 2BN \frac{\Theta_{i,j}^n}{P_{i,j}^n} \frac{H_{i,j+1}^{n+1/2} - H_{i,j-1}^n}{2\Delta \theta} \\
 & + \Lambda \frac{H_{i,j}^n}{P_{i,j}^n} \frac{\Theta_{i,j+1}^n - \Theta_{i,j-1}^n}{2\Delta \theta} - 3(H_{i,j}^n)^2 \frac{(H_{i,j+1}^n - H_{i,j-1}^n)(\Theta_{i,j+1}^n - \Theta_{i,j-1}^n)}{4\Delta \theta^2} \\
 & - 3(H_{i,j}^n)^2 \frac{(H_{i+1,j}^n - H_{i-1,j}^n)(\Theta_{i+1,j}^{n+1/2} - \Theta_{i-1,j}^{n+1})}{4\Delta \xi^2} - (H_{i,j}^n)^3 \frac{(\Theta_{i,j+1}^n - 2\Theta_{i,j}^n + \Theta_{i,j-1}^n)}{\Delta \theta^2} \\
 & - (H_{i,j}^n)^3 \frac{(\Theta_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\Theta_{i,j}^{n+1/2} + \Theta_{i-1,j}^{n+1/2})}{\Delta \xi^2} = 2\dot{M}
 \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilebilir.

EK-3. (Devam) Reynold Denkleminin Ayırıklaştırılmış Formu

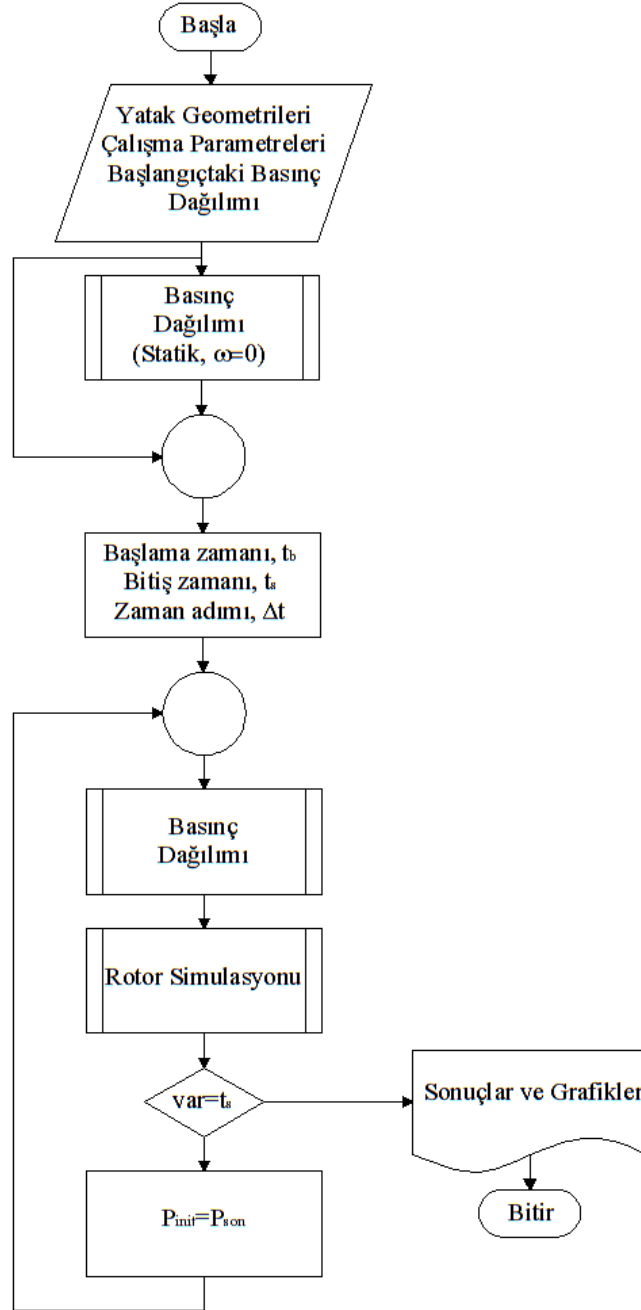
benzer olarak diğer yarım zaman adımında;

$n+1/2 \rightarrow$ $n+1$ zaman adımı için;

$$\begin{aligned}
 & SN \frac{H_{i,j}^{n+1/2} (\Theta_{i,j}^{n+1} - \Theta_{i,j}^{n+1/2})}{P_{i,j}^{n+1/2} \Delta t} + 2SN P_{i,j}^{n+1/2} \left(\frac{H_{i,j}^{n+1} - H_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t} \right) + \Lambda \frac{H_{i,j}^{n+1/2} (\Theta_{i,j+1}^{n+1/2} - \Theta_{i,j-1}^{n+1/2})}{P_{i,j}^{n+1/2} 2\Delta\theta} \\
 & + 2BN \frac{\Theta_{i,j}^{n+1/2}}{P_{i,j}^{n+1/2}} \frac{H_{i,j+1}^{n+1/2} - H_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta\theta} - \frac{3(H_{i,j}^{n+1/2})^2 (H_{i,j+1}^{n+1/2} - H_{i,j-1}^{n+1/2})(\Theta_{i,j+1}^{n+1} - \Theta_{i,j-1}^{n+1})}{4\Delta\theta^2} \\
 & - 3(H_{i,j}^{n+1/2})^2 \frac{(H_{i+1,j}^{n+1/2} - H_{i-1,j}^{n+1/2})(\Theta_{i+1,j}^{n+1/2} - \Theta_{i-1,j}^{n+1/2})}{4\Delta\xi^2} \\
 & - \frac{(H_{i,j}^{n+1/2})^3 (\Theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\Theta_{i,j}^{n+1} + \Theta_{i,j-1}^{n+1})}{\Delta\theta^2} - \frac{(H_{i,j}^{n+1/2})^3 (\Theta_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\Theta_{i,j}^{n+1/2} + \Theta_{i-1,j}^{n+1/2})}{\Delta\xi^2} = 2\dot{M}
 \end{aligned}$$

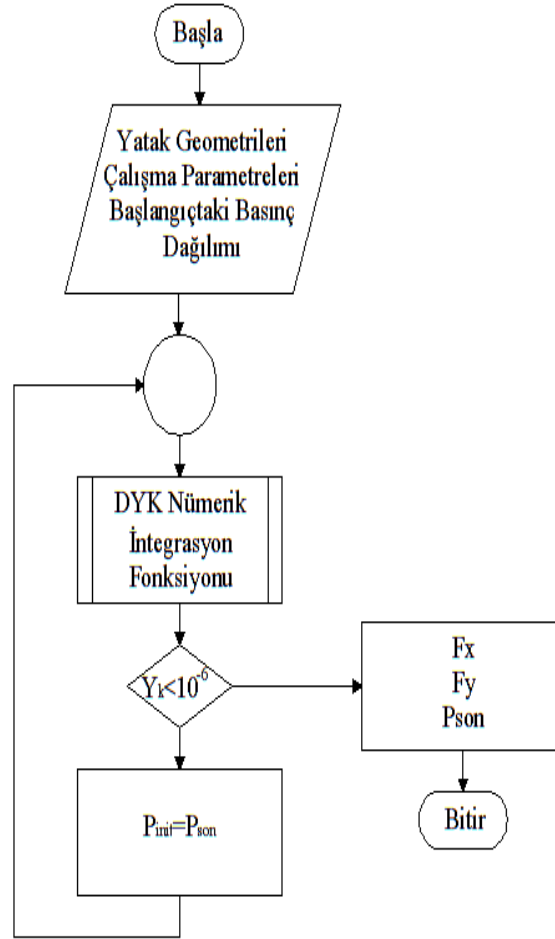
şeklinde ifade edilebilir.

EK-4. Program Akış Şemaları



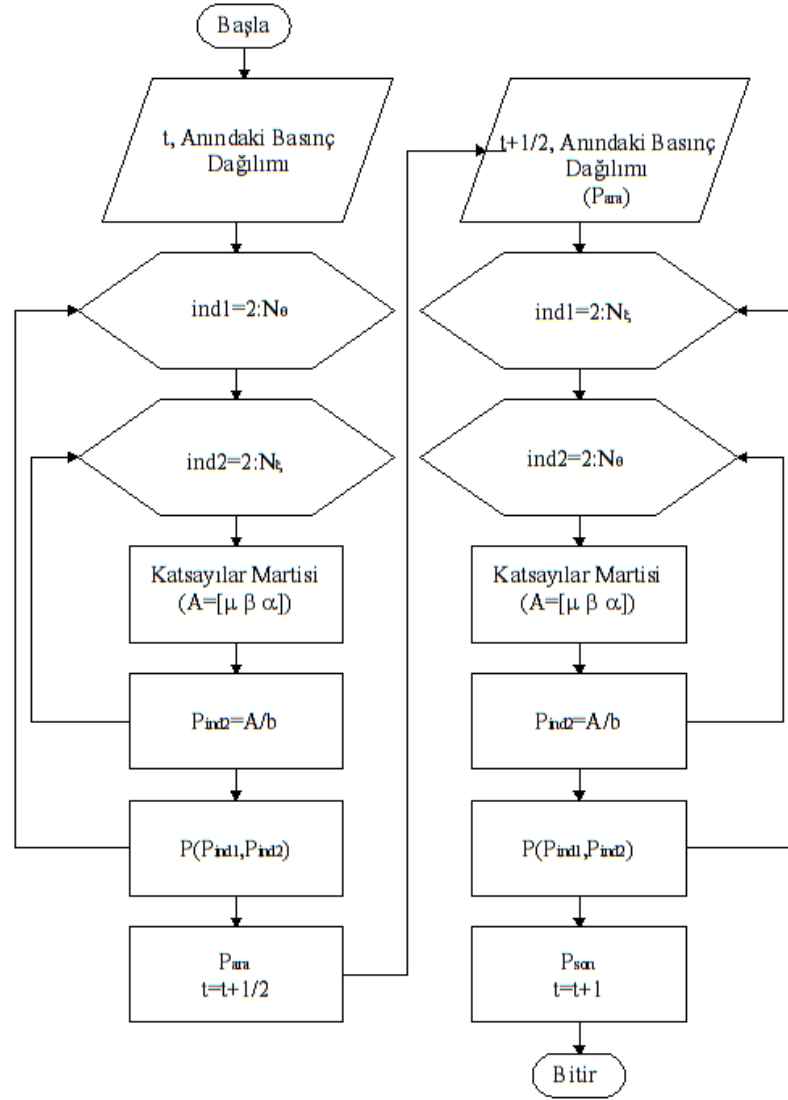
Şekil 4.1. Ana program

Ek-4. (Devam) Program Akış Şemaları



Şekil 4.2. Basınç dağılımını hesaplayan altprogram akış şeması

EK-4. (Devam) Program Akış Şemaları



Şekil 4.3. DYK nümerik integrasyon fonksiyonu akış şeması

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : Dal, Abdurrahim
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 29.08.1988, Kilis
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0 (312) 582 34 64
 Faks : 0 (312) 230 84 34
 e-mail : abdurrahimdal@gazi.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Selçuk Üniversitesi/Mak. Müh. Böl.	2006
Lise	H. M. Koçarslan Anadolu Lisesi	2002

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2010-2011	Konya / Bilimsel Destek Mer.	Proje Koordinatörü
2011-2012	Batman Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2012-2014	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce