

**TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİNDE MODELLEME
SÜRECİNDEKİ TESTLERİN KARŞILAŞTIRMALI İNCELENMESİ**

Sibel SANCAK

**DOKTORA TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MART 2008
ANKARA**

Sibel SANCAK tarafından hazırlanan TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİNDE
MODELLEME SÜRECİNDEKİ TESTLERİN KARŞILAŞTIRMALI
İNCELENMESİ adlı bu tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Reşat KASAP

Tez Danışmanı, İstatistik Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek
Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hülya ÇINGİ

İstatistik Anabilim Dalı, H.Ü.

Prof. Dr. Reşat KASAP

İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Prof. Dr. Hamza GAMGAM

İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Prof. Dr. Hülya BAYRAK

İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Prof. Dr. Yılmaz AKDİ

İstatistik Anabilim Dalı, A.Ü.

Tarih : 26/03/2008

Bu tez ile G. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Doktora derecesini
onamıştır.

Prof. Dr. Nermin ERTAN

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Sibel SANCAK

**TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİNDE MODELLEME SÜRECİNDEKİ
TESTLERİN KARŞILAŞTIRMALI İNCELENMESİ
(Doktora Tezi)**

Sibel SANCAK

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Mart 2008**

ÖZET

Bu çalışmada, tek değişkenli zaman dizileri modellerinde modelin uygunluğunun test edilmesi amacıyla kullanılan testler incelenmiştir. Bu amaçla, Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testleri dikkate alınarak, seçilen farklı model yapıları ve farklı örnek çapları ile testlerin, uygunluğu sağlamadaki performanslarını değerlendirmek için simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Testlerin birbirleri ile karşılaştırılması için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak öncelikle testlerin deneysel birinci (I.) tip hata (α) sonuçları, ardından da deneysel güç ($1-\beta$) sonuçları elde edilmiş ve bu şekilde karşılaştırma yapılmıştır. Bu simülasyon çalışmasına göre, elde edilen deneysel birinci tip hata ve deneysel güç değerleri dikkate alınarak, testlere ilişkin karşılaştırmalı sonuçlar verilmiştir.

Bilim Kodu : 205.1.066

Anahtar Kelimeler : Zaman dizileri (serileri), simülasyon, artıkların otokorelasyon (ACF) ve kısmi otokorelasyon (PACF) katsayıları, portmanteau test istatistikleri

Sayfa Adedi : 156

Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Reşat KASAP

**COMPARATIVE INVESTIGATION OF THE MODELLING PROCESS
TESTS MADE FOR THE UNIVARIATE TIME SERIES**

(Ph. D. Thesis)

Sibel SANCAK

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

March 2008

ABSTRACT

In this study, the tests used for the diagnostic checking of the model in the univariate time series models, have been examined. For this purpose, simulation studies to assess the performances of the various tests to provide the compatibility, have been made by using different model patterns and different sample sizes, taking into consideration the Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ and Li-McLeod $Q(m)$ tests. Monte Carlo simulation method has been used for the comparison of the tests and the experimental first (1^{st}) type errors (α) have been determined, followed by the results of the experimental power ($1-\beta$). According to this simulation study, the comparative results concerning the tests have been given taking the experimental first type errors and experimental power results, into consideration.

Science Code : 205.1.066

**Key Words : Time series, Simulation, coefficients of residuals ACF and
PACF, Portmanteau test statistics,**

Page Number : 156

Adviser : Prof. Dr. Reşat KASAP

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca bilimsel yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, desteğini esirgemeyen değerli hocam, Sayın Prof. Dr. Reşat KASAP'a; maddi ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan başta eşim olmak üzere tüm aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR	xviii
1. GİRİŞ	1
2. TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİ	5
2.1. Otokovaryans, Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Katsayıları	6
2.2. Tek Değişkenli Genel Durağan Modeller	8
2.2.1. Otoregressif (AR) modeller	8
2.2.2. Hareketli ortalama (MA) modeli	10
2.2.3. Otoregressif-hareketli ortalama (ARMA) modelleri	12
2.3. Tek Değişkenli Durağan Olmayan Doğrusal Modeller	13
2.4. Modelleme Süreci	16
3. TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİNDE MODELİN	
UYGUNLUĞUNUN TEST EDİLMESİ	20
3.1. Box-Pierce Test İstatistiği	20
3.1.1. Artık otokorelasyonun asimptotik dağılımı	21
3.2. Ljung-Box Test İstatistiği	26
3.3. Li-McLeod Test İstatistiği	30

Sayfa

3.4. McLeod-Li Test İstatistiği	31
3.4.1. Karesi alınmış artık otokorelasyonun asimptotik dağılımı	32
3.5. Monti's Q Test İstatistiği	33
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI	36
4.1. Simülasyon Planı	36
4.1.1. Deneysel birinci (I.)tip hata(α) simülasyonu için algoritma ve akış şeması	39
4.1.2. Deneysel güç (1- β) simülasyonu için algoritması ve akış şeması	41
4.2. Deneysel Sonuçlar	43
4.2.1. Deneysel birinci (I.) tip hata (α) sonuçları	43
4.2.2. Deneysel güç (1- β) sonuçları	134
5. SONUÇ..	148
KAYNAKLAR	153
ÖZGEÇMİŞ	156

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	sayfa
Çizelge 4.1. n=50 için 10000 denemede AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	44
Çizelge 4.2. n=100 için 10000 denemede AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	48
Çizelge 4.3. n=500 için 10000 denemede AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	52
Çizelge 4.4. n=50 için 10000 denemede AR(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	57
Çizelge 4.5. n=100 için 10000 denemede AR(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	61
Çizelge 4.6. n=500 için 10000 denemede AR(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	65
Çizelge 4.7. n=50 için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	70
Çizelge 4.8. n=100 için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	74
Çizelge 4.9. n=500 için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	78
Çizelge 4.10. n=50 için 10000 denemede MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	83

Çizelge	sayfa
Çizelge 4.11. n=100 için 10000 denemede MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	87
Çizelge 4.12. n=500 için 10000 denemede MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	91
Çizelge 4.13. n=50 için 10000 denemede MA(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	96
Çizelge 4.14. n=100 için 10000 denemede MA(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	100
Çizelge 4.15. n=500 için 10000 denemede MA(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	104
Çizelge 4.16. n=50 için 10000 denemede MA(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	109
Çizelge 4.17. n=100 için 10000 denemede MA(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	113
Çizelge 4.18. n=500 için 10000 denemede MA(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	117
Çizelge 4.19. n=50 için 10000 denemede ARMA(1,1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	122
Çizelge 4.20. n=100 için 10000 denemede ARMA(1,1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	126
Çizelge 4.21. n=500 için 10000 denemede ARMA(1,1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçları	130

Çizelge**sayfa**

Çizelge 4.22. n=50 için 10000 denemede uygun model AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçları($\alpha=0.05, m=5$).....	135
Çizelge 4.23. n=100 için 10000 denemede uygun model AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçları($\alpha=0.05, m=10$).....	137
Çizelge 4.24. n=100 için 10000 denemede uygun model AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçları($\alpha=0.05, m=20$).....	140
Çizelge 4.25. n=50 için 10000 denemede uygun model MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçları($\alpha=0.05, m=5$).....	142
Çizelge 4.26. n=100 için 10000 denemede uygun model MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçları($\alpha=0.05, m=10$).....	144
Çizelge 4.27. n=100 için 10000 denemede uygun model MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçları($\alpha=0.05, m=20$).....	146

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 4.1. n=50 için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	46
Şekil 4.2. n=50 için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği	47
Şekil 4.3. n=100 için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	50
Şekil 4.4. n=100 için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği	51
Şekil 4.5. n=500 için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	54
Şekil 4.6. n=500 için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği	55
Şekil 4.7. n=50 için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	59
Şekil 4.8. n=50 için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği	60

Şekil	Sayfa
Şekil 4.9. $n=100$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	63
Şekil 4.10. $n=100$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	64
Şekil 4.11. $n=500$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	67
Şekil 4.12. $n=500$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	68
Şekil 4.13. $n=50$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	72
Şekil 4.14. $n=50$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği	73
Şekil 4.15. $n=100$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	76
Şekil 4.16. $n=100$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	77
Şekil 4.17. $n=500$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği	80

Şekil	Sayfa
Şekil 4.18. $n=500$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	81
Şekil 4.19. $n=50$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	85
Şekil 4.20. $n=50$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği	86
Şekil 4.21. $n=100$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	89
Şekil 4.22. $n=100$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	90
Şekil 4.23. $n=500$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	93
Şekil 4.24. $n=500$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	94
Şekil 4.25. $n=50$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	98
Şekil 4.26. $n=50$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	99

Şekil	Sayfa
Şekil 4.27. $n=100$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	102
Şekil 4.28. $n=100$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	103
Şekil 4.29. $n=500$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	106
Şekil 4.30. $n=500$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	107
Şekil 4.31. $n=50$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	111
Şekil 4.32. $n=50$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	112
Şekil 4.33. $n=100$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	115
Şekil 4.34. $n=100$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	116
Şekil 4.35. $n=500$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği	119

Şekil	Sayfa
Şekil 4.36. $n=500$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	120
Şekil 4.37. $n=50$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif-hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	124
Şekil 4.38. $n=50$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	125
Şekil 4.39. $n=100$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif-hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	128
Şekil 4.40. $n=100$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	129
Şekil 4.41. $n=500$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının otoregressif-hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	132
Şekil 4.42. $n=500$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel birinci tip hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği.....	133
Şekil 4.43. $n=50$ için uygun model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=5$)	136

Şekil	Sayfa
Şekil 4.44. n=100 için uygun model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, m=10).....	139
Şekil 4.45. n=100 için uygun model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, m=20).....	141
Şekil 4.46. n=50 için uygun model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, m=5)	143
Şekil 4.47. n=100 için uygun model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, m=10).....	145
Şekil 4.48. n=100 için uygun model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, m=20).....	147

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklama

X_t	t dönemine ait X değişkeninin değeri
Y_t	t dönemine ait Y değişkeninin değeri
Z_t	t dönemine ait Z değişkeninin değeri
γ	Dizi için otokovaryans katsayısı
ρ	Dizi için otokorelasyon katsayısı
ϕ	Otoregressif parametre
θ	Hareketli ortalama parametresi
∇^d	d. dereceden fark
a_t	Hata terimi

Kısaltmalar

Açıklama

AR(p)	p nci dereceden Otoregresif Model
MA(q)	q ncu dereceden Hareketli Ortalama Modeli
ARMA(p,q)	Otoregresif-Hareketli Ortalama Modeli
ARIMA(p,d,q)	Tamamlanmış Otoregresif Hareketli Ort. Modeli
Q_{BP}	Box-Pierce Q(m) Test İstatistiği
Q_{LB}	Ljung-Box Q(m) Test İstatistiği
Q_{ML}	McLeod-Li Q(m) Test İstatistiği
Q_{MT}	Monti's Q(m) Test İstatistiği
Q_{LM}	Li-McLeod Q(m) Test İstatistiği

1. GİRİŞ

Zaman dizileri analizi istatistik içinde kullanılmakta olan önemli bilim dallarından biridir. Zaman dizilerine uygun verileri analiz etmek, bunları grafiksel olarak ifade etmek ve modellemek başlı başına bir iştir. Her geçen gün daha yaygın bir şekilde kullanılmakta olan bu konu, özellikle zamana dayalı ekonomi ve işletme verilerinin analiz edilmesinde ve yorumlanmasında tercih edilmektedir.

Zaman dizilerinde çalışırken model belirleme ve belirlenen modelin veriye uygunluğu büyük önem taşımaktadır. Çünkü yanlış belirlenmiş bir model çok farklı sonuçlar doğurabilir. Bu anlamda, model belirleme aşamasının hemen ardından belirlenen modelin veriye uygunluğu mutlaka test edilmelidir. Bunun için geliştirilmiş farklı model yapıları için pek çok test mevcuttur. Araştırmacı tarafından söz konusu test yöntemlerinin etkin bir şekilde uygulanabilmesi için, öncelikli olarak zaman dizilerinin iyi anlaşılması gerekmektedir. Zaman dizilerinde modellemenin tam olarak kavranmış olması, ileride test yöntemlerinin veriler üzerinde incelemesi yapılırken ortaya çıkabilecek sorunların kaynağının bulunmasında ve araştırılmasında yol gösterici olacaktır.

Bu çalışmanın ana temasını oluşturan durum, mevcut test yöntemlerinin farklı model yapılarının da göz önünde bulundurulması halinde nasıl bir durum ortaya koyacaklarının incelenmesidir. Burada amaç; tek değişkenli doğrusal zaman dizisi modelleri için, modelleme sürecindeki testlerin incelenmesi ve modelin veriye uygun olup olmadığının tespit edilmesini sağlamadaki performansları bakımından karşılaştırılmasıdır. Bu şekilde, literatürde bulunan çeşitli test yöntemlerinin aynı anda tek bir çalışmada bir arada incelenmesi ile, araştırmacılara kaynak teşkil etmesinin yanında, farklı durumlarda testlerin birbirlerine göre ortaya koyacakları kıyaslanabilir sonuçların tespit edilmesidir.

Zaman dizileri analizinde, model uygunluğunu test etme çalışmaları günümüzden çok öncelere dayanmaktadır. Özellikle Box-Jenkins (1970), uygun zaman dizisi

modellerinin tanımlanmasında ve tahmin edilmesinde yol göstermenin yanı sıra, bu modeller için modelleme sürecinin kontrolüne yönelik çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmalar esnasında artıkların otokorelasyon katsayısından faydalanmanın önemine değinerek daha sonra yapılacak çalışmalara da yol gösterici olmuşlardır.

İlk olarak [Box-Pierce, 1970], artıkların otokorelasyon katsayısının dağılımını araştırmış ve bu temel üzerinden hareketle modelleme sürecinden sonra, elde edilen modelin veriye uygun olup olmadığının araştırılmasında başvurulacak bir test yöntemi geliştirmiştir. Bundan sonra ortaya atılan örnekleme dağılımı ile ilgili birtakım iddiaların ardından [Ljung-Box, 1986], bu test istatistiği üzerinde değişiklik yapmayı önermiş, ve daha küçük örnekler üzerinde çalışarak modelleme sürecinde modelin uygunluğunun tespit edilmesinde yol gösterici olması açısından yeni bir test yöntemi geliştirmiştir. Bundan başka, modelleme sürecinin kontrol edilmesinde, [Li ve McLeod, 1978], [Box-Pierce, 1970] tarafından önerilmiş olan test istatistiği üzerinde değişiklik yapmayı önererek yeni bir yaklaşım ortaya atmaktadır. Karşılaştırmalarda en az [Ljung-Box, 1986] tarafından ortaya atılan test yöntemi kadar anlamlı durumlar ortaya koyduğu gözlemlenmiştir.

[McLeod, 1978], Box-Jenkins modellerinde artıkların otokorelasyon katsayısının dağılımı üzerinde çalışmıştır. ARMA modellerinde artıkların otokorelasyon katsayısının büyük örnekleme dağılımını türetmiştir. [Granger ve Anderson, 1978], karesi alınmış artıkların otokorelasyon katsayısının, uygun otoregressif hareketli ortalama modellerinin artıklarında, istatistiksel bağımlılığın doğrusal olmayan modeller üzerinde de faydalı olduğunu bulmuşlardır.

[McLeod ve Li, 1983], uygun otoregressif hareketli ortalama (ARMA) modelleri üzerinde karesi alınmış artıkların otokorelasyon katsayısından faydalanarak modelleme sürecini test etmişlerdir. [Monti, 1994], daha çok doğrusal modeller üzerinde, [Ljung-Box, 1978] testinin farklı bir biçimi olarak artıkların otokorelasyon katsayısı yerine artıkların kısmi otokorelasyon katsayısını kullanmayı önermiştir. [Chatfield, 1976], sabit bir n için, Portmanteau istatistiğinin, model uygun ise ve gecikme sayısı yeteri kadar büyük ise, m - p - q serbestlik derecesi ile asimptotik ki-

kare dağılmakta olduğunun doğruluğunu sorgulamış ve bunun üzerine çalışmalar yapmıştır.

[Davies, Triggs ve Newbold, 1977], uygun bir örnek hacmi için, [Box-Pierce, 1970] üzerinde değişiklikler yaparak, uygulamada çok fazla göze çarpmayan bir test istatistiği üzerinde çalışmışlardır. [Ljung ve Box, 1978] ve [Prothero ve Wallis, 1976] uygulamalarda modife edilmiş portmanteau istatistiğinin kullanımını savunmuşlardır.

İstatistikçilerin önemli görevlerinden biri de eldeki veriye en uygun modelin belirlemektir. Bu nedenle, genellikle şu soru ile karşılaşılır: “veriye en uygun model nasıl belirlenir?”. Çalışmaların temelini oluşturan asıl soru da bu olmuştur. Buradan hareket eden pek çok bilim adamının günümüzde de hala devam eden çalışmaları söz konusudur. Zaman dizilerinde modelin uygunluğunu test etmek oldukça zor bir iştir. Şimdiye kadar pek çok bilim adamı bu konuyla ilgilenmiş, bu anlamda çalışmalar yapmışlardır.

Zaman dizilerinde farklı modeller mevcuttur: tek değişkenli ve çok değişkenli otoregressif hareketli ortalama (ARMA) modelleri, threshold tipi zaman dizisi modelleri, bilineer modeller, üstel otoregressif modeller, koşullu otoregressif heteroscedasticity (ayrı değişkeli) (ARCH) modeller bunlardan bazılarıdır. Bu farklı modeller için, modelin veriye uygun olup olmadığının test edilmesi amacıyla kullanılmakta olan testler genel olarak Portmanteau test istatistikleri altında sınıflandırılmaktadır.

Tek değişkenli zaman dizilerinde modelleme sürecindeki testlerin karşılaştırmalı incelenmesi şeklinde belirlenen probleme yönelik olarak hazırlanan doktora tez çalışması beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde bu çalışmanın yapılmasındaki amaç ve hedef belirtilmektedir. İkinci Bölümde tek değişkenli zaman dizileri modelleri, zaman dizileri modelleme süreci ve ilgili kavramlar ifade edilmektedir.

Üçüncü Bölümde, modelleme sürecinde modelin uygunluğunu test etmede kullanılan test istatistikleri ve Dördüncü Bölümde, Üçüncü Bölümde teorik olarak ifade edilen

test yöntemlerinden Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testleri, Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları ve deneysel güç ($1-\beta$) sonuçları itibariyle karşılaştırılmaktadır. Beşinci Bölümde ise, çalışmanın sonuçlarına ilişkin yorum ve önerilere yer verilmektedir.

2. TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİ VE MODELLENMESİ

Zaman dizisi, rasgele değişkenlerin bir koleksiyonu olup, kronolojik sırayla elde edilen verilere sahip değişkenlerin zaman içindeki ölçümleridir. Bir zaman dizisi genel olarak, n örnek büyüklüğü olmak üzere Z_t , $t=1, \dots, n$ biçiminde gösterilir. Böylece, zaman içinde t -inci gözlenen veri, z_t ile ifade edilir [Box ve Jenkins, 1976]. Bir başka ifadeyle, olasılık teorisinde zaman dizileri sonlu bir rasgele değişkenler kümesi olup $\{Z_t: t=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ stokastik sürecinden üretilmektedir. Böyle zaman dizilerine “stokastik zaman dizileri” denir [Wei, 1990; Akdi, 2003].

Zaman içinde veriler belirli aralıklarla elde ediliyorsa böyle dizilere “kesikli zaman dizileri”, zamanın tüm noktalarında ölçülebiliyorsa böyle dizilere “sürekli zaman dizileri” denir. Kesikli zaman dizileri genellikle haftalık, aylık, günlük, gibi eşit aralıklarla elde edilen verilerdir. Zaman dizileri analizinin yapılabilmesi için parametre tahminleri için yanlılığa sebep olan, yani ileri sürülen varsayımların göz önünde tutulmasına yol açan trend, konjonktürel dalgalanma, mevsimlik etki ve rasgele değişkenlerin kontrol edilmesi gerekmektedir. Zaman dizileri çeşitli amaçlar için analiz edilir. Bu amaçlar zaman dizilerini unsurlarına ayırma, zaman dizileri arasındaki ilişkiyi açıklama, kontrol ve ileriye dönük tahmin amaçlarından oluşmaktadır [Box and Jenkins, 1976; Kaya, 1999].

Tek değişkenli zaman dizileri analizinde geçmiş gözlem değerleri kullanılarak ileriye yönelik tahmin yapmak için kullanıldığından geçmiş gözlem değerleri ile bir bağımlılık söz konusudur. Öyleyse, tek değişkenli zaman dizileri yönteminin dayandığı bazı varsayımlar vardır. Buna göre, bir zaman dizisinde mevcut olan zaman dizisi unsurlarının gelecek dönemde de aynı kalacağı kabul edilir. Bu varsayım nedeniyle geçmiş dönem gündem değerlerine dayanarak gelecek dönem tahmini değerlerin elde edilmesi sağlanır. Bu yöntem zaman dizilerini meydana getiren unsurları birbirlerinden ve tesadüfi unsurlardan ayırmak suretiyle serinin gelecekte alabileceği değerleri tahmin etmeyi amaçlar. Bu yöntemler, eşit zaman

aralıklarıyla elde edilen gözlem değerlerinden meydana gelen kesikli zaman dizilerine uyarlanır [Özmen, 1986].

Şimdi, tek değişkenli genel doğrusal zaman dizilerine ait özellikler ve modeller aşağıda kısaca tanıtılacaktır.

2.1. Otokovaryans, Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Katsayıları

Zaman dizileriyle ilgili çalışmalarda en çok karşılaşılan kavramlardan üçü otokovaryans, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarıdır. Bunlar, zaman dizilerini karakterize eden özelliklere sahiptirler.

Buna göre, $\mu = E(Z_t)$ olan bir sürecin ortalaması $\bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t$ olmak üzere, örnek otokovaryans fonksiyonu:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \quad k=1, \dots, n \quad (2.1)$$

dır. Aynı zamanda aşağıdaki gösterimde kullanılmaktadır:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \quad k=1, \dots, n \quad (2.2)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\gamma}_k = \gamma_k \quad (2.3)$$

olarak ifade edilmektedir.

Otokorelasyon fonksiyonu, bir zaman dizisiyle bu zaman dizisinin gecikmeli dizileri arasındaki ilişkileri verir. Örneğin; Z_t ile Z_{t+k} arasındaki otokorelasyon $(Z_1, Z_{1+k}), (Z_2, Z_{2+k}), \dots, (Z_{t-k}, Z_n)$ gecikmeli zaman dizisi çiftleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.

Bu ρ_k ile gösterilmektedir ve k'ıncı gecikmeye ait otokorelasyondur. Tüm gecikmelere ait otokorelasyon katsayısı değerleri otokorelasyon fonksiyonunu oluşturur. k. gecikme için örnek otokorelasyon fonksiyonu,

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} = \frac{\hat{\gamma}_k}{\gamma_0} \quad k=1,2,\dots \quad (2.4)$$

$$\hat{\rho}_k = \hat{\rho}_{-k}$$

şeklinde gösterilir. Örnek otokorelasyonların standart hataları da,

$$S_{\hat{\rho}_k} \cong \sqrt{\frac{1}{n} (1 + 2 \sum_{i=1}^n \hat{\rho}_i^2)} \quad (2.5)$$

veya kısaca, n yeteri kadar büyük olduğunda ve durağanlık sağlandığında özel olarak,

$$S_{\hat{\rho}_k} \cong \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (2.6)$$

yazılır. Bilindiği üzere, korelasyon katsayısı (ρ) -1 ile +1 arasında değer almaktadır. Otokorelasyon katsayısı da zaman dizileri arasındaki ilişkiyi ifade ettiğinden, -1 ile +1 arasında değer alır [Kadılar, 2005; Wei, 1990].

Kısmi korelasyon katsayısı da regresyondan bilindiği üzere, diğer değişkenler sabit iken iki değişken arasındaki ilişkiyi verir. Kısmi otokorelasyon katsayısı yine benzer bakış açısıyla, zaman dizisinin, diğer gecikmeli dizilerin etkileri ihmal edilerek ilgili gecikmeye ait zaman dizisi ile arasındaki ilişkidir. Örnek kısmi otokorelasyon fonksiyonu;

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_j} \quad (2.7)$$

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - (\hat{\phi}_{k+1,k+1})(\hat{\phi}_{k,k+1-j}) \quad j=1,\dots,k \quad (2.8)$$

Örnek kısmi otokorelasyonun standart hatası ise kısaca,

$$S_{\hat{\phi}_{kk}} \cong \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (2.9)$$

olarak gösterilmektedir. Tüm gecikmelere ait kısmi otokorelasyon katsayısı değerleri kısmi otokorelasyon fonksiyonunu oluşturmaktadır [Kadılar, 2005; Wei, 1990].

2.2. Tek Değişkenli Genel Durağan Modeller

Bilindiği gibi, herhangi bir zaman dizisinin durağan olabilmesi için, ortalaması, varyansı, kovaryansı ve daha yüksek dereceden momentleri zamana göre sabit olması gerekir. Tek değişkenli durağan zaman dizilerinde otoregressif (AR), hareketli ortalama (MA) ve otoregressif-hareketli ortalama (ARMA) modelleri, doğrusal durağan modeller olarak adlandırılır. Eğer model durağan değilse dizinin durağanlaştırılması gerekir [Box and Jenkins,1976]. Adı geçen modeller aşağıda özetle verilmektedir.

2.2.1. Otoregressif (AR) modeller

Herhangi bir zaman dizisi, gecikmeleri cinsinden ifade edilebiliyor ise bu model, otoregressif (AR) model olarak adlandırılır. AR modelleri içerdikleri geçmiş dönem sayısına göre adlandırılırlar. Eğer geçmiş dönemden sadece bir tane gözleme bağlı bir AR modeli ise “birinci dereceden”, p tane geçmiş gözlem değerine bağlı ise “p-inci dereceden AR modeli” olarak adlandırılır.

AR(p) modelinin genel ifadesi şöyledir;

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + A_t \quad (2.10)$$

$$\phi_p(B)z_t = A_t \quad (2.11)$$

Burada $Z_t, Z_{t-1}, \dots, Z_{t-p}$ değerleri, her gözlem değerinden μ 'nün farkı alınarak (Y_t orijinal diziyi temsil etmek üzere $Z_t = Y_t - \mu$) elde edilir. $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ modelin bilinmeyen fakat tahmin edilecek parametreleridir. p , modelin derecesi ve A_t ise ortalaması sıfır ve varyansı σ^2 olan beyaz gürültü sürecidir. Model, geriye doğru öteleme operatörü B kullanılarak ifade edilecek olursa aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$BZ_t = Z_{t-1}, B^2Z_t = Z_{t-2}, \dots, B^pZ_t = Z_{t-p} \quad (2.12)$$

olmak üzere,

$$Z_t = (\phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_p B^p)Z_t + A_t \quad (2.13)$$

dır. Bu yazılış şekli modellerin durağanlık koşulunu sağlayıp sağlamadığını belirlemede yardımcı olur. Buna göre sürecin durağan olabilmesi için $\phi(B) = 0$ polinomunun köklerinin birim çemberin dışında kalması gerekmektedir. Ayrıca, AR modeli her zaman tersinirlik (invertibility, tersi alınabilirlik) koşulunu sağlar. Tersinirlik koşulu ise, MA modelinin AR modeli için aranan durağanlığa benzer bir özelliğidir.

Uygulamada en çok birinci ve ikinci dereceden AR modelleri kullanılır.

AR(1) modeli

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + A_t \quad (2.14)$$

$$(1 - \phi B)Z_t = A_t \quad (2.15)$$

şeklinde tanımlanır. Durağanlığın sağlanabilmesi için $(1 - \phi_1 B) = 0$ polinomunun kökleri birim çemberin dışında olmalıdır. Yani eğer model durağan ise $|\phi_1| < 1$ olur.

AR(2) modeli

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + A_t \quad (2.16)$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)Z_t = A_t \quad (2.17)$$

şeklinde tanımlanır. AR(2) modeli içinde durağanlık koşulu aşağıdaki eşitsizliklerin aynı anda sağlanması ile gerçekleşir

$$\begin{aligned} \phi_1 + \phi_2 &< 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &< 1 \\ |\phi_2| &< 1 \end{aligned} \quad (2.18)$$

[Wei, 1990; Kasap, 1996].

2.2.2. Hareketli ortalama (MA) modeli

Herhangi bir zaman dizisinin, aynı dönemin hata terimi ile belirli sayıda geçmiş dönemin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edildiği modeller, hareketli ortalama modelleridir. Hareketli ortalama modeli AR modelinden farklı olarak geçmiş gözlem değerleri yerine şimdiki ve geçmiş hata terimleri kullanılarak elde edilir. Hareketli ortalama modelleri de içerdikleri geçmiş hata terimi sayısına göre belirlenir. Eğer geçmiş dönemden sadece bir tane hata terimine bağlı bir MA modeli ise “birinci dereceden”, q tane geçmiş hata terimine bağlı bir MA modeli ise “q-inci dereceden MA modeli” olarak adlandırılır.

MA(q) modelinin genel ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Z_t = A_t - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} - \dots - \theta_q A_{t-q} \quad (2.19)$$

şeklinde yazılır. Burada $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ modelin tahmin edilecek parametreleridir. q ise MA modelinin derecesini göstermektedir. MA modelleri her zaman durağanlık koşulunu sağlarlar. Ancak tersinirlik özelliğini sağlayıp sağlamadığını anlamak için en kolay yol modelin geriye doğru öteleme operatörü B ($BZ_t = Z_{t-1}$) ile ifade edilmesidir. Tersinirlik koşulunun sağlanması için bu polinomun köklerinin birim çemberin dışında kalması gerekmektedir.

MA(q) modeli, geriye doğru öteleme operatörü B ile,

$$Z_t = (1 - B\theta_1 - \dots - \theta_q B^q) A_t \quad (2.20)$$

şeklinde yazılır.

Uygulamada en çok kullanılan MA modelleri MA(1) ve MA(2) modelleridir.

MA (1) modeli

$$Z_t = A_t - \theta_1 A_{t-1} \quad (2.21)$$

veya

$$Z_t = (1 - B\theta_1) A_t \quad (2.22)$$

şeklinde ifade edilir. MA(1) modeli için tersinirlik koşulu $|\theta_1| < 1$ eşitsizliğinin sağlanması ile gerçekleşir.

MA (2) modeli

$$Z_t = A_t - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} \quad (2.23)$$

$$Z_t = (1 - B\theta_1 - B^2\theta_2)A_t \quad (2.24)$$

şeklinde tanımlanır. MA(2) modeli için tersinirlik koşulları aşağıdaki eşitsizlikler ile sağlanmaktadır

$$\begin{aligned} \theta_1 + \theta_2 &< 1 \\ \theta_1 - \theta_2 &< 1 \\ |\theta_2| &< 1 \end{aligned} \quad (2.25)$$

[Box and Jenkins,1994; Wei, 1990].

2.2.3. Otoregressif-hareketli ortalama (ARMA) modelleri

Durağan zaman dizilerinin AR ve MA modellerinden oluşan genel karma modeli, ARMA modelidir. Yani, ARMA(p,q); AR(p) ve MA(q) modellerinin bir kombinasyonudur. Bu modellerde, bir zaman dizisinin herhangi bir dönemine ait gözlem, ondan önceki belirli sayıda gözlem ve hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi bulunur. Modelin derecesini geçmiş gözlem değerleri (p) ve geçmiş hata terimleri (q) belirler. ARMA (p,q) modeli genel olarak şöyle yazılabilir,

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + A_t - \theta_1 A_{t-1} - \dots - \theta_q A_{t-q} \quad (2.26a)$$

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \dots - \phi_p Z_{t-p} = A_t - \theta_1 A_{t-1} - \dots - \theta_q A_{t-q} \quad (2.27b)$$

Eş. 2.26a ve Eş. 2.27b’de yer alan notasyonların anlamları, yukarıda belirtildiği gibidir.

Burada $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ ve $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ parametrelerdir. ARMA modellerinin de durağanlık ve tersinirlik koşullarını sağlayıp sağlamadığını belirlemek için, modeli geriye doğru öteleme operatörü B'yi kullanarak yeniden yazılmasında yarar vardır. Öyleyse ARMA(p,q) modeli B operatörü kullanarak,

$$\phi(B)Z_t = \theta(B)A_t \quad (2.28)$$

şeklinde yazılır. Buradaki $\phi(B)$ ile $\theta(B)$ sırasıyla p ve q dereceden polinomlardır. Bunlar;

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (2.29)$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (2.30)$$

şeklinde ifade edilirler. ARMA (p,q) modeli için durağanlık ve tersinirlik koşullarına birlikte bakılmalıdır. $\phi(B) = 0$ polinomunun kökleri birim çemberin dışında ise durağanlık koşulu ve $\theta(B) = 0$ polinomunun kökleri birim çemberin dışında ise tersinirlik koşulu sağlanır [Wei, 1990].

2.3. Tek Değişkenli Durağan Olmayan Doğrusal Modeller

Gerçek hayatta karşılaşılan zaman dizileri çoğunlukla durağan değildir. Bu dizilerin durağanlığı trend, mevsimsel ve konjonktürel dalgalanmalar ve rastgele yapıya sahip olaylar tarafından bozulmaktadır. Durağanlığın sağlanabilmesi için adı geçen etkenlerin önceden belirlenmesi ve yok edilmesi, kısaca durağan olmayan bir zaman dizisinin durağan hale dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu ise dizinin ACF (otokorelasyon fonksiyonu) ve PACF (kısmi otokorelasyon fonksiyonu)'lerinin incelenmesi [Box-Jenkins, 1976] veya *birim kök* testinin uygulanması ile söz konusu dizinin uygun dereceden farkları alınarak yapılabilir [Dikey-Fuller, 1979].

Otoregressif parametresinin derecesi p, hareketli ortalama parametresinin derecesi q ve alınan fark sayısı d olmak üzere, bu modele (p,d,q) dereceden otoregressif tamamlanmış hareketli ortalama modeli adı verilir ve kısaca ARIMA(p,d,q) olarak ifade edilir. Genel ARIMA(p,d,q) modeli,

$\phi_p(B)$ ve $\theta_q(B)$ yukarıda tanımlandığı şekliyle:

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B) A_t \quad (2.31)$$

dir. θ_0 parametresi d=0 ve d>0 durumları için çok farklı rolü vardır. d=0 ise dizi durağandır, ve θ_0 sürecin ortalaması ile $\theta_0 = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$ şeklinde ilişkilendirilir. Bununla birlikte $d \geq 1$ ise θ_0 deterministik trend terimi olarak adlandırılır.

ARIMA (p,d,q) ifadesi

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + A_t + \theta_1 A_{t-1} + \dots + \theta_q A_{t-q} \quad (2.32)$$

olmak üzere;

$x_t = \nabla^d z_t$: farkı alınmış dizi

∇ : fark operatörü

d : fark alma derecesi

$$\nabla z_t = x_t = z_t - z_{t-1} \quad (2.33)$$

şeklinde tanımlıdır. En genel haliyle model, fark alma operatörü $\nabla = Z_t - Z_{t-1}$ ve $W_t = \nabla^d Z_t$ olmak üzere,

$$\phi(B) W_t = \theta(B) A_t \quad (2.34)$$

şeklinde yazılır. Burada, W_t farkı alınmış diziyi temsil etmektedir. ARIMA(p,d,q) modelinin genel ifadesinin yanında, ayrı ayrı ARI(p,d) veya IMA(d,q) modelleri de yazılabilir. ARIMA modellerinde durağanlık koşulları ARMA modellerinde olduğu gibidir.

Bu aşamadan sonra, mevsimsel ve mevsimsel olmayan fark dönüşümleri de dikkate alınarak, en genel tek değişkenli model dereceleri kısaca (p,d,q)X(P,D,Q) şeklinde ifade edilir. Burada, (p,d,q) mevsimsel olmayan yapıyı, (P,D,Q) ise mevsimsel yapıyı göstermektedir. Buna göre mevsimsel modelin genel ifadesi;

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)\nabla^d\nabla_s^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^s)A_t \quad (2.35)$$

biçimindedir. Burada, $\Phi_p(B^s)$ ve $\Theta_q(B^s)$ sırasıyla P ve Q dereceden B'nin mevsimsel polinomlarını gösterir. ∇_s^D , mevsimsel fark alma operatörü, ∇^d ise d'inci dereceden mevsimsel olmayan fark alma operatörüdür. Bu modellerde durağanlık şartları daha önce incelenen modellerde olduğu gibidir. Buna göre en genel haliyle durağan olan-olmayan ve mevsimsel olan-olmayan doğrusal zaman dizileri sembolik olarak SARIMA(p, d, q)X(P, D, Q)s şeklinde yazılabilir.

Eğer eldeki zaman dizisi fark alma işlemleri ile durağan hale gelemeyecek görüntüde ise bu durumda, varyansta durağan dışılığın ortadan kaldırılabilmesi için güç fonksiyonu adı verilen bir teknik kullanılır. Söz konusu varyans düzgünleştirme işlemi için güç fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır [Box and Jenkins,1994; Wei, 1990];

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} T(Z_t) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Z_t^{(\lambda)} - 1}{\lambda} \quad (2.36)$$

Bu dönüşüme aynı zamanda Box-Cox dönüşümü denir. Burada λ , dönüşüm parametresi olarak adlandırılır. Z_t ise dönüştürülmüş dizidir. Gerekğinde uygulamacılar tarafından kullanılmakta olan mevcut dönüşümlerden en elverişli olanı uygulanarak veri, varyansta durağan hale getirilebilir. Varyansta durağanlıktan sonra gerekiyorsa ortalamada durağanlık için fark alma operatörü kullanılabilir [Wei, 1990].

2.4. Modelleme Süreci

Bir zaman dizisinde modelleme süreci, genellikle aşağıdaki gibi yapılır. Modelleme sürecinde yapılacak ilk iş, dizilere ait grafikler çizmektir. Eğer grafik sürekli artma ya da azalma eğilimi gösteriyorsa dizinin durağan olmadığı söylenebilir. Fakat bu yol bazı yanılgılara ve sağlıksız kararlar alınmasına neden olabilir. Çünkü ilk bakışta durağan gibi algılanan diziler zaman içinde az da olsa bazı değişiklikler gösterebilirler. Zaman dizilerinde durağanlığı tespit etmenin yollarından biri, dizinin otokorelasyon (ACF) ve kısmi otokorelasyon (PACF) grafiklerine bakılmasıdır. Zaman dizilerinde ACF ve PACF yapılarının incelenmesiyle uygun (p,q) düzeyinin seçilmesi sağlanır. Özetle ARMA modelinin belirlenmesinde, ACF ve PACF 'nin davranışları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- a. ACF, AR(p) modeli için üstel veya sinüsoidal olarak azalır, fakat MA(q) modeli için q gecikmeden sonra aniden kesilir.
- b. PACF, AR(p) modeli için p gecikmeden sonra aniden kesilirken, MA(q) modeli için üstel veya sinüsoidal olarak giderek azalır.
- c. ARMA(p,q) modeli için ACF ve PACF birlikte tamamen ortadan kalkar. (p-q) gecikmeden sonra azalırlar.

Buna göre; Box-Jenkins yaklaşımıyla durağanlığın incelenmesinde, dizinin grafiği, ACF ve PACF grafikleri çizilerek belirlenmeye çalışılır. Hesaplanan bir otokorelasyon fonksiyonu eğer bir kaç gecikmeden sonra üstel olarak hızlı bir şekilde sifıra yaklaşıyorsa, incelenen zaman dizisi durağandır denilebilir. Yalnızca durağan diziler istatistiksel anlamlı ACF ve PACF'ye götürür. Durağan olmayan diziler bu

yüzden uygun fark alma yöntemlerinin uygulanmasıyla durağan dizilere dönüştürülmek zorundadır. Durağan olmayan bir dizinin ACF grafiği, yavaş azalan ve alt ve üst sınırları genişleyerek artan bir yapıya sahiptir. PACF grafiği ise sınırlar bakımından benzer yapıya sahip olmakla beraber çoğunlukla ilk katsayının görüntüsü grafikte bire yakın bir yapıdadır. Verinin hangi modeli işaret ettiği, ACF ve PACF'nin grafiksel davranışlarına bakılarak söylenebilir. Buna göre, ACF ya da PACF'nin salınımlı olarak azalması AR ya da MA süreçlerini işaret eder. Eğer her ikisinde de (ACF ve PACF) salınımlı düşüş varsa bu, karma bir ARMA sürecini belirtir. Bundan başka, sıfırdan farklı anlamlı otokorelasyon ve/veya kısmi otokorelasyonların sayısıyla, AR düzeni için p katsayısının değeri, PACF yapısından ve MA düzeni için de q katsayısının değeri, ACF yapısından belirlenir. Durağan modellerde geçici uygun model yapısı $AR(p)$ için, kısmi otokorelasyon katsayılarından yararlanılır. Bunun için kısmi otokorelasyon katsayılarının korelogramı (grafiki) çizilir. Bu grafik üzerinde daha önceden belirlenen güven aralığı dışında kalan kısmi otokorelasyon katsayılarının gecikmesi bize geçici uygun modelin derecesini verir. Örneğin istatistiksel olarak anlamlı olan birinci gecikmeye ait otokorelasyon katsayısı varsa model $AR(1)$, p tane varsa $AR(p)$ olarak gösterilir. Kabaca uygun model $MA(q)$ tipinde ise, bu modelin derecesi otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak belirlenir. Bunun için otokorelasyon katsayılarının korelogramı çizilir. Korelogramda standart limitleri dışında kalan otokorelasyon katsayıları $MA(q)$ modelinin derecesi olacaktır. $ARMA(p,q)$ modeli için p ve q derecelerinin belirlenmesinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarından yararlanılır. Anlamlı otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları birer tane ise, geçici ARMA modelinin derecesi $ARMA(1,1)$ olacaktır. Gecikme değerleri için hesaplanan ACF ve PACF katsayıları, çizilen korelogramda $\pm N_T \frac{1}{\sqrt{n}}$ aralıkları dışında kalıyorsa, ACF ve PACF katsayı değerinin anlamlı olduğu söylenebilir (Burada N_T , Normal dağılımdaki tablo değeridir). Bu durumda geçici model olarak; $AR(p)$, $MA(q)$ ve $ARMA(p,q)$ modellerinden uygun olan biri tespit edilebilir. Durağanlık yapısını ortaya koyan bir başka ölçüt ise birim-kök (unit-root) testidir [Dikey ve Fuller, 1979; Kasap, 2000; Akdi, 2003]. Birim-kök testine burada girilmeyecektir.

Otokorelasyon katsayıları eğer üstel olarak sıfıra yaklaşma eğiliminde değilse durağan olmayan bir dizi var demektir. Yani katsayılar yavaş bir şekilde üstel olarak azalıyorlarsa durağan olmama durumu söz konusudur. Bu dizinin analiz edilmesi için durağan hale getirilmesi gerekir. Bunun için dizinin birinci farkı alınarak otokorelasyon katsayılarına bakılır. Eğer katsayılar hızla sıfıra yaklaşıyorsa, yani standart hata sınırları içine düşüyorsa dizi durağandır. Aksi takdirde fark dizisinin tekrar farkının alınması gerekebilir. Fark alma yoluyla durağan hale getirilen dizi için geçici model olarak $ARI(p,d)$, $IMA(d,q)$ ve $ARIMA(p,d,q)$ model gruplarından birisine karar verilir. Eğer varyansta durağan dışılık var ise uygun Box-Cox dönüşümleri alınarak oluşturulan dizi incelenir. İncelenen zaman dizisinde eğer mevsimsellik yapısı var ise o zaman geçici model tipi olarak mevsimlik model gruplarından $ARI(p,d)X(P,D)$, $IMA(d,q)X(D,Q)$ ve $ARIMA(p,d,q)X(P,D,Q)$ birisi seçilir. Veri durağan değilse mevsimlik fark ya da farklar alınarak dizi durağan hale getirilir. Daha sonra mevsimlik farklar dizisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarına göre uygun model belirlenir [Box ve Jenkins, 1976].

Tek değişkenli zaman dizilerinde modelleme aşamasında modelin derecesinin belirlenmesinden sonra parametreleri tahmin edilir. Parametre tahmini genel olarak üç farklı başlık halinde düşünülebilir; momentler yöntemi, en çok olabilirlik yöntemi ve bilinen en küçük kareler yöntemidir.

Modelleme aşamalarından geçici modelin parametre tahminleri tamamlandıktan sonra, artık terimlerinden yararlanarak bu modelin veriye uygunluğunun testi yapılır. Yani bu aşamada, elde edilen modelin uygun olup olmadığının incelenmesi yapılır. Modelin uygunluğunun incelenmesi ise modelin tamamında yapılan bir incelemedir. Bu incelemeler artıklara dayalı bir incelemedir. A_t sürecinin beyaz gürültü süreci olma varsayımı, normal dağılıp dağılmadığı, hatalara ilişkin otokorelasyonların sıfır olup olmadığına cevap aranır. Bu işlem için artıklar dizisinin otokorelasyon katsayıları bulunur ve incelenir. Eğer bu katsayılar belirli bir anlam düzeyinde sıfıra yakınsa veya sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı değilse, geçici modelin uygun bir model olduğuna karar verilir. Artıklar dizisini incelemek için geliştirilen ve yaygın olarak kullanılan çeşitli test istatistikleri mevcuttur. Bu test yöntemleri Bölüm 3’de

ayrıntılı olarak verilmekte olduğundan bu kısımda değinilmeyecektir [Box ve Pierce, 1970; Box ve Jenkins, 1976; Wei, 1990].

Bilindiği gibi zaman dizileri analizinde, bir dizinin modeli olarak birden fazla yeterli model elde edilebilir. Bazen en iyiyi seçmek kolaydır. Fakat çoğunlukla en iyiyi seçmek her zaman kolay olmamaktadır. Böyle durumlar için, zaman dizileri analizi literatüründe birden çok model seçme ölçütü vardır. Bunlardan biri kestirim sonuçlarına göre en iyi modeli seçmektir. Diğerleri ise kısaca bilgi ölçütleridir. Bu alanda pek çok bilgi ölçütü mevcuttur. Bu ölçütlerden bazıları, AIC (Akaike Information Criteria), BIC, SC gibi bilgi ölçütleridir. Bu ölçütlere göre en iyi model seçiminde karar şöyle verilir; uygun modellerin içerisinde en iyi model, ölçüt değeri en küçük olan modeldir. Eğer istenirse buradan elde dılecek en iyi model, sistemin geleceğini kestirmek amacıyla kullanılabilir.

3. TEK DEĞİŞKENLİ ZAMAN DİZİLERİNDE MODELİN

UYGUNLUĞUNUN TEST EDİLMESİ

Model kurmanın en önemli aşamalarından biri onu doğru bir şekilde teşhis edebilmektir. Özelde, tahmin edilen modelin artıklarının beyaz gürültü olup olmaması sonucu ile ilgilenilmektedir. Yani eldeki dizinin hangi zaman dizisi modeline uyduğuna bakılmaktadır. Bunun için birinci tercih, dizilerin kendi grafikleri dışında ACF ve PACF grafiklerine bakmaktır. Grafik, ACF ve PACF'nin gecikmelerini gösterir. Bununla beraber, bu grafikler durağanlık yapıları hakkında da bilgi verilmesinde katkı sağlarlar. İkinci tercih, artıkların m gecikmede sifıra eşit olduğu (H_0) yokluk hipotezini test etmek için bir test istatistiği kurmaktır. Özelde, sadece durağan değil aynı zamanda durağan olmayan yapılar da söz konusu olabilir. Bu testler, ortalamada durağan olmama ve varyansta durağan olmama durumunu kontrol etmek için ayrı ayrı uygulanabilir [Arranz, 2005].

İkinci yaklaşımda kullanılan test istatistiği, Portmanteau istatistiği olarak ifade edilir. Burada bazı Portmanteau istatistiklerinden kısaca bahsetmekte fayda vardır. Orijinal Box-Pierce (1970) ve modife edilmiş Ljung-Box (1986) Portmanteau istatistiklerinin yanı sıra mevcut yeni Portmanteau istatistikleri de vardır. Çalışılan bu testlerde otokorelasyon veya kısmi otokorelasyon katsayılarının anlamlı olup olmadığı boş hipotezi test edilmektedir [Battaglia, 1990].

3.1. Box-Pierce Test İstatistiği

Bu test istatistiği, Box-Pierce (1970) tarafından zaman dizilerinde modelleme sürecinde verinin modele uygunluğunu test etmek maksadıyla öne sürülmüştür. Portmanteau test istatistiklerinde, artıkların otokorelasyon ve artıkların kısmi otokorelasyon katsayıları kullanılmaktadır. Artıkların otokorelasyon katsayısı;

$$r_k = \sum_{t=k+1}^n a_t a_{t-k} / \sum_{t=1}^n a_t^2, \quad k=1,...,m \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eğer model yeterli ve $n \geq m$ ise, beklenti $r_1 \cong r_2 \cong \dots \cong r_m \cong 0$ olmasıdır. Bu yüzden modelin yeterliliği testleri r_k 'nın önemine dayanır [Arranz, 2005].

Burada ifade edilen Box-Pierce test istatistiği, artıkların otokorelasyon katsayısının kullanımına dayalı bir test istatistiğidir. Daha iyi kavranabilmesi açısından, burada artık otokorelasyonun asimptotik dağılımının bilinmesinde fayda vardır. Bu durum istatistiğin dağılımın ne olması gerektiği hakkında bilgi verecektir.

3.1.1. Artık otokorelasyonun asimptotik dağılımı

Tek değişkenli ARMA modelinden artık otokorelasyonu r 'nin asimptotik dağılımı Box ve Pierce (1970) tarafından incelenmiştir. $\beta = (\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q)^T$ 'nin etkin bir tahmin edicisi $\hat{\beta}$ için büyük örnek Fisher bilgi matrisi I aşağıdaki gibi yazılabilir ($\sigma^2 = 1$ varsayılır).

$$I = \begin{pmatrix} \gamma_{vv}(i-j) & \gamma_{vu}(i-j) \\ \gamma_{uv}(i-j) & \gamma_{uu}(i-j) \end{pmatrix}_{(p+q) \times (p+q)} \quad (3.2)$$

burada γ_{vv} , γ_{vu} , γ_{uv} ve γ_{uu} teorik olarak otokovaryanslardır ve u_t ve v_t sürecinin çapraz kovaryansı,

$$\begin{aligned} \phi(B)v_t &= -A_t \\ \text{ve} \\ \theta(B)u_t &= A_t \end{aligned} \quad (3.3)$$

dir. Yani, $\gamma_{uu}(k) = E(u_t u_{t+k})$, $\gamma_{vv}(k) = E(v_t v_{t+k})$ ve $\gamma_{uv}(k) = E(u_t v_{t+k})$ olur. $\hat{r}$

yerine r , $\hat{A}_t$ yerine de A_t yazılsın. Yani, $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)^T$ dir. Burada $r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n a_t a_{t-k}}{\sum_{t=1}^n a_t^2}$

dir. $\sqrt{n}r$ 'nin büyük örnek dağılımı $0_{m \times 1}$ ortalama ve I_m kovaryans matrisi ile çok değişkenli normal dağılımdır. $l < 0$ iken, $\phi'_l = \theta'_l = 0$ ile $\frac{1}{\phi(B)} = \phi^{-1}(B) = \sum_{l=0}^{\infty} \phi'_l B^l$ ve $\frac{1}{\theta(B)} = \theta^{-1}(B) = \sum_{l=0}^{\infty} \theta'_l B^l$ olsun. $m \times (p+q)$ matrisi, $X = (-\phi'_{i-j} | \theta'_{i-j})$ ile tanımlansın. Burada, ϕ'_{i-j} , X 'in (i,j) 'inci elemanı ve θ'_{i-j} de X 'in $(p+i,j)$ 'inci elemanıdır [Li, 2004].

Teorem [McLeod, 1978] r 'nin büyük örnek dağılımı, $0_{m \times 1}$ ortalama ve C kovaryans matrisi ile çok değişkenli normaldir.

$$C = Var(r) = \frac{1}{n} (I_m - XI^{-1}X^T) \quad (3.4)$$

Lemma $\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta, r)$ 'nin birleşik asimptotik dağılımı, 0 ortalama ve aşağıdaki kovaryans matrisi ile çok değişkenli normaldir,

$$\left(\begin{array}{c|c} I^{-1} & -I^{-1}X^T \\ \hline -XI^{-1} & 1 \end{array} \right)$$

$\begin{matrix} p+q & m \end{matrix}$

Bu Lemma,

$$\hat{\beta} - \beta = I^{-1}S_C + O_p\left(\frac{1}{n}\right) \quad (3.5)$$

eşitliği gösterilerek sağlanır. Burada, S_C , eğer $1 \leq i \leq p$ ise, $-\sum A_t v_{t-i}/n$, eğer $p+1 \leq i \leq p+q$ ise $-\sum A_t u_{t-p-i}/n$ 'in i 'inci elemanı ile $p+q$ vektörüdür; ve

$$\hat{r} = r + X(\hat{\beta} - \beta) + O_p\left(\frac{1}{n}\right) \quad (3.6)$$

dir. Standart yöntemlerle, $\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta)$ ve $\sqrt{n}r$ 'nin asimptotik kovaryans matrisinin $-\Gamma^{-1}X^T$ olduğu gösterilebilir [Li, 2004; Ljung, 1986].

Eğer m yeteri kadar büyük ise, $l > m$ için $\phi_l' \equiv 0$ ve $\theta_l' \equiv 0$ 'dır. $X^T X \equiv I$ ve dolayısıyla $n \cdot \text{Var}(\hat{r})$ yaklaşık olarak matrisin rankına eşittir. Böylelikle, çok değişkenli normal dağılımın karakterizasyonu [Rao, 1973] ile, Portmanteau veya Box-Pierce istatistiği,

$$Q_m = n(r^T r) = n \sum_{k=1}^m r_k^2 \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer sabit model uygun ise, m - p - q serbestlik dereceli asimptotik ki-kare dağılımlıdır. Bir başka deyişle, eğer tüm artık otokorelasyonları sıfırdan anlamlı derecede farklı gibi göz önüne alınıyorsa o zaman modelin veriye uygun olmadığı düşünülür [Li, 2004].

ϕ_j , $1 \leq j \leq p$ veya θ_j , $1 \leq j \leq q$ 'nun herhangi bir altkümesi eğer sıfıra doğru bir yaklaşım göstermekte ise asimptotik kovaryansı $(I_m - X_0 I_0^{-1} X_0^T)/n$ 'den elde edilebilir [McLeod, 1978]. Burada I_0 , parametrelere uygun satır ve sütunlar silinerek I 'den elde edilir ve X_0 da uygun sütunlar silinerek X 'den elde edilir. Bu sonuç ayrıca, eğer model uygun ise, Q_m 'in m - p_0 - q_0 serbestlik derecesi ile χ^2 gibi asimptotik olarak dağıldığı anlamına da gelir, burada p_0 ve q_0 sırasıyla tahmin edilen otoregresif ve hareketli ortalama parametrelerinin sayısıdır [Li, 2004].

Ayrıca $\{X_t\}$ 'nin ortalaması tahmin edilsin veya edilmesin, Q_m 'in serbestlik derecesi değişmeden kalır. Bazı kaynaklarda, Q_m 'in serbestlik derecesi, X_t ortalama etrafında merkezlendiğinde m - p - q oluyorken, ortalama ve θ_0 tahmin edildiğinde m - p - q -1' e eşit olur. Aslında iki yöntem de asimptotik olarak denktir ve serbestlik derecesi m - p - q olmalıdır [Box and Pierce, 1970; Li, 2004].

Bu kısımda, daha sonra diğer test istatistiklerinin de elde edilmelerinde ve anlaşılmasında faydası olacağı düşünüldüğünden, artıkların otokorelasyon katsayısının beklenen değeri ve varyansı verilecektir.

Artıkların otokorelasyon katsayısı, $r_k = \sum_{t=k+1}^n a_t a_{t-k} / \sum_{t=1}^n a_t^2$, $k=1, \dots, m$ olmak üzere,

$$r_k = \sum_{t=1}^{n-k} a_t a_{t+k} / \sum_{t=1}^n a_t^2 \quad k=1, \dots, n \text{ olsun.}$$

$\frac{n}{n-k} r_k = \frac{n}{n-k} \left[\sum_{t=1}^{n-k} a_t a_{t+k} / \sum_{t=1}^n a_t^2 \right]$ olarak alınsın. Bu ifade de karışıklık olmaması açısından r_{ck} olarak tanımlansın. Buna göre;

$$E(r_{ck}) = \frac{n}{n-k} E \left(\frac{\sum_{t=1}^{n-k} a_t a_{t+k}}{\sum_{t=1}^n a_t^2} \right)$$

$$E(r_{ck}) = n E \left(\frac{a_1 a_{1+k}}{\sum_{t=1}^n a_t^2} \right)$$

$$E(r_{ck}) = \frac{1}{n-1} E \left(\frac{\sum_{i \neq j} a_i a_j}{\sum_{i=1}^n a_i^2} \right)$$

$$E(r_{ck}) = \frac{1}{n-1} E \left(\frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right) - \sum_{i=1}^n a_i^2}{\sum_{i=1}^n a_i^2} \right)$$

$$E(r_{ck}) = -(n-1)^{-1}$$

dir. Buradan,

$$E(r_k) = -\frac{n-k}{n(n-1)}, \quad 1 \leq k \leq n-1$$

olarak elde edilir [Moran, 1948].

Artıkların otokorelasyon katsayısının varyansı bulunurken bilinen klasik varyans bulma yaklaşımından hareketle, $Var(r_k) = E(r_k^2) - (E(r_k))^2$ eşitliğinden elde edilebilir. Bu durumda artıkların otokorelasyon katsayısının karesinin beklenen değerinin bilinmesi gerekmektedir.

$$E(r_k^2) = E \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{-2} \{ (n-k)a_1^2 a_2^2 + 2(n-2k)a_1^2 a_2 a_3 + ((n-k)^2 + 2(n-2k) - (n-k))a_1 a_2 a_3 a_4 \} \right]$$

$$E(r_k^2) = E \left[\left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{-2} \left(\frac{n-k}{n(n-1)} \sum a_i^2 a_j^2 + \frac{2(n-2k)}{n(n-1)(n-2)} \sum a_i^2 a_j a_l + \frac{((n-k)^2 - 2(n-2k) - (n-k))}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \sum a_i a_j a_l a_m \right) \right]$$

dir. Burada toplamalar [Moran, 1948]'de verilmekte olduğu gibi, $S_r = \sum_{i=1}^n a_i^r$, $r \geq 1$

ifadesi ile kullanılabilir. Buna göre;

$$\sum a_i^2 a_j^2 = S_2^2 - S_4$$

$$\sum a_i^2 a_j a_l = 2S_4 - S_2^2$$

$$\sum a_i a_j a_l a_m = 3S_2^2 - 6S_4$$

olarak ifade edilir [Dufour and Roy, 1985]. Buradan,

$$E(r_k^2) = \frac{(n-k)}{n(n-1)}(1 - E[S_4 / S_2^2]) + \frac{\{2n(n-2k) - 3(n-k)(n-k-1)\}}{n(n-1)(n-2)(n-3)}(2E[S_4 / S_2^2] - 1)$$

$$E(r_k^2) = \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \left[\{-n^3 + (k+3)n^2 - k(n+6k)\}E[S_4 / S_2^2] \right. \\ \left. + \{n^2(n-k-4) + 3(n-k) + 3k(n+k)\} \right]$$

dır. Burada $E[S_4 / S_2^2]$ bilindiği takdirde hesaplama yapmak kolay olacaktır. Fakat $E[S_4 / S_2^2]$ 'ü analitik olarak hesaplanamaz. Artıkların olasılık dağılımından, $S_4 / S_2^2 \geq \frac{1}{n}$ olduğu ifadesi kullanılabilir. Buna göre, $n > 3$ olduğu zaman, tüm gecikme değerleri için $E[S_4 / S_2^2]$ ifadesinin katsayısı negatiftir ve bu ifade yerine $1/n$ yazıldığı takdirde,

$$Var(r_k) \leq \frac{n^4 - (k+7)n^3 + (7k+16)n^2 + 2(k^2 - 9k - 6)n - 4k(k+4)}{n(n-1)^2(n-2)(n-3)}$$

bulunur. Burada $k \geq 1$ ve $n > 3$ 'dür [Dufour and Roy, 1985].

Box-Pierce Portmanteau test istatistiğini karışıklığa yol açmaması açısından Q_{BP} olarak göstermekte fayda vardır.

3.2. Ljung-Box Test İstatistiği

Box ve Pierce (1970), yukarıda da ifade edildiği gibi artıkların otokorelasyon katsayısına dayalı bir test istatistiğini önermişlerdir. Q_{BP} istatistiğinin, model uygun ise ve m yeteri kadar büyük ise $m-p-q$ serbestlik derecesi ile asimptotik ki-kare dağıldığı gösterilmiştir. Bu istatistikle ilgili olarak, ilerleyen yıllarda üzerinde çalışan araştırmacılar tarafından çeşitli anlamlarda tartışmalar ortaya atılmıştır. Bunun üzerine bazı bilim adamları bu test istatistiği üzerinde değişiklik yapmayı önermişler ve bu yönde çalışmalar yapmışlardır [Box ve Pierce, 1970].

[Chatfield, 1976], bir n sınırı belirleyerek, bu örnek hacmi için elde edilen dağılımın doğruluğunu sorgulamıştır. [Davies, Triggs ve Newbold, 1977], daha çok uygun bir n için uygulamada çok fazla göze çarpmayan Q_{BP} 'i kanıtlamaya çalıştılar. [Ljung ve Box, 1978] ve [Prothero ve Wallis, 1976] ise modife edilmiş Q istatistiğinin kullanımını önerdiler ve aşağıdaki test istatistiğini türettiler,

$$Q_{LB} = n(n+2) \sum_{k=1}^m r_k^2 / (n-k) \quad (3.8)$$

Q_{LB} , χ_{m-p-q}^2 'dan çok daha yakın olan bir kısıtlı örnek dağılımına sahiptir. Q_{BP} istatistiğinin bu şekli bazı uygulamacılar tarafından tercih edilir, bu şekli Ljung-Box veya Ljung-Box-Pierce istatistiği olarak söylenir. Modife etme nedeni, $Var(r_k) \cong (n-k) / \{n(n+2)\}$ 'den olur. Yani, Q_{LB} özellikle, asimptotik varyansı ile Q_{BP} 'de artıkların otokorelasyon katsayısı r_k 'nın her biri düzeltilerek elde edilir. Davies, Triggs ve Newbold (1977), Q_{LB} 'nin varyansının $m-p-q$ serbestlik derecesi ile ki-kare dağılımından önemli derecede daha büyük olduğunu gösterdiler, ki bu, $2(m-p-q)$ 'dir [Li, 2004].

Yukarıda Eş. 3.8. ile ifade edilen Ljung-Box test istatistiği Q_{LB} için, daha önce Box-Pierce test istatistiğinin elde edilmesinde de kullanılmakta olan artıkların otokorelasyon katsayısı,

$$r_k = \sum_{t=k+1}^n a_t a_{t-k} / \sum_{t=1}^n a_t^2, \quad k=1, \dots, m \quad (3.9)$$

kullanılmaktadır. Burada $r=(r_1, \dots, r_m)$ ' sıfır ortalama ve $Var(r_k)=(n-k)/\{n(n+2)\}$ varyans, $Kov(r_k, r_l)=0$ ($k \neq l$) ile çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğundan büyük n için artıkların otokorelasyon katsayısı m serbestlik dereceli ki-kare dağılır [Box and Pierce, 1970]. Bu kısımda test istatistiklerinin beklenen değer ve varyanslarından bahsetmekte fayda vardır. Buna göre; artıkların otokorelasyon katsayısı r_k , $N(0, n^{-1}I_m)$ dağıldığı için, Q_{BP} ve Q_{LB} asimptotik olarak m serbestlik

dereceli ki-kare dağılır. Bu durumda, ki-kare dağılımının özelliğinden dolayı, beklenen değeri m ve varyansı da $2m$ olur. n değeri için,

$$E\{Q_{BP}\} = n \sum_{k=1}^m E(r_k^2) = \frac{mn}{n+2} \left(1 - \frac{m+1}{2n}\right) \quad (3.10)$$

dir. Burada, eğer n sayı değeri olarak m 'den daha büyük ise, $E\{Q_{LB}\}$ m 'e göre daha küçük olacaktır. Benzer şekilde varyans irdelenecek olursa,

$$Var\{Q_{BP}\} = n^2 \sum_{k=1}^m Var(r_k^2) + 2n^2 \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m Kov(r_k^2, r_l^2), \quad (3.11)$$

$$Var\{Q_{LB}\} = n^2 (n+2)^2 \sum_{k=1}^m (n-k)^{-2} Var(r_k^2) + 2n^2 (n+2)^2 \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m (n-k)^{-1} (n-l)^{-1} Kov(r_k^2, r_l^2)$$

burada sabit n için, kovaryans sıfır değildir. Varyansların daha net tanımlanabilmesi açısından artıkların otokorelasyon katsayısının tek değişkenli ve iki değişkenli momentlerine gereksinim duyulabilir.

$$E(r_k^i r_l^j) = \frac{E\{(\sum a_t a_{t-k})^i (\sum a_t a_{t-l})^j\}}{E\{(\sum a_t^2)^{i+j}\}}, \quad (3.12)$$

Bu durum artıkların otokorelasyonları ile hata terimi arasındaki bağımsızlıktan kaynaklanmaktadır. Genelleştirmemek kaydıyla, $Var(a_t)=1$ alınırsa, $\sum a_t^2$ n serbestlik dereceli ki-kare gibi dağılır ve $E(\sum a_t^2)^{i+j} = n(n+2) \dots (n+2i+2j-2)$ dir.

Böylelikle, $k < \frac{1}{2}n$ için,

$$Var(r_k^2) = \frac{6(3n-5k) + 3(n-k)^2}{n(n+2)(n+4)(n+6)} - \frac{(n-k)^2}{n^2 (n+2)^2}, \quad (3.13)$$

$$Kov(r_k^2, r_l^2) = \frac{(n-k)(n-l) + 4(n-l) + 8(n-k-l)}{n(n+2)(n+4)(n+6)} - \frac{(n-k)(n-l)}{n^2(n+2)^2}$$

Q_{BP} ve Q_{LB} kesin varyansları, yukarıdaki eşitlikler kullanılarak kolaylıkla elde edilebilir. $1/n$ 'den daha büyük terimleri önemsemeyerek, yaklaşık olarak, m 'e göre daha büyük n için,

$$Var\{Q_{BP}\} = 2m(1 + \frac{m-10}{n}), \quad (3.14)$$

$$Var\{Q_{LB}\} = 2m(1 + \frac{2m-5}{n})$$

dir [Ljung and Box, 1978]. Beklenen değer ve varyanslar ifade edildikten sonra test istatistiğine değinilebilir.

Test istatistiği ifade edilirken, daha evvel değinilmiş olan Box-Pierce $Q(m)$ test istatistiğinden de faydalanılacaktır. Artıkların otokorelasyon katsayısı $\hat{r} = (\hat{r}_1, \dots, \hat{r}_m)'$ olmak üzere,

$$\hat{r} \cong (I - D)r$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada, $I-D$, $m \times m$ matrisinin idempotentini yani eşleniğini göstermektedir. Bu ilişki ile, Box-Pierce $Q(m)$ test istatistiğinin beklenen değeri,

$$E\{Q_{BP}\} \cong E\{nr'(I - D)r\} = tr\{n(I - D)C\},$$

dir. Burada C , artıkların otokorelasyon katsayısının kovaryans matrisidir. D matrisi, d_{ij} elemanlarından oluşmaktadır. DC matrisi yaklaşık olarak $n^{-1}D$ 'ye eşittir. Bu yaklaşım ve $E\{Q_{BP}\} = tr(nC)$ kullanılarak,

$$E\{Q_{LB}\} \cong E\{Q_{BP}\} - p - q \quad (3.15)$$

elde edilir. (3.10) ve (3.15) eşitlikleri birleştirilerek, Q_{BP} 'nin beklenen değeri yaklaşık olarak,

$$E\{Q_{BP}\} \cong \frac{mn}{n+2} \left(1 - \frac{m+1}{2n}\right) - p - q$$

dir. Bu da, Q_{BP} 'in dağılımının, n 'in değeri m 'e göre çok büyük olmadıkça, χ^2_{m-p-q} 'dan belirgin bir şekilde sapma gösterdiğini işaret eder. Bununla beraber, aynı yaklaşım kullanılarak, Q_{LB} 'ın beklenen değeri,

$$E\{Q_{LB}\} \cong E\{Q_{BP}\} - p - q = m - p - q$$

olarak elde edilir [Ljung and Box, 1978].

3.3. Li-McLeod Test İstatistiği

Bu test, Box-Pierce $Q(m)$ test istatistiğinin bir başka modife edilmiş halidir. [Li ve McLeod, 1981], bilinen Box-Pierce $Q(m)$ test istatistiği üzerinde değişiklik yapmayı düşünürken, bu test istatistiğinin beklenen değeri ile ilgili olarak inceleme yapmayı önermektedirler, dolayısıyla aşağıda verildiği şekilde inceleyerek alternatif bir modife etmeyi önermişlerdir,

$$n \sum_{k=1}^m E(r_k^2) \cong m \left(1 - \frac{m+1}{2n}\right) \quad (3.16)$$

Burada, ikinci kısım, eğer $2n$, $m(m+1)$ 'den çok büyük değilse, buradan elde edilecek sonucun anlamlı olabileceği belirtilmiştir. Buna göre, [Li ve McLeod, 1981], beklenen değerdeki değişimin test istatistiğinde anlamlı bir sapma meydana getireceği düşüncesiyle,

$$Q_{LM} = Q_{BP} + \frac{m(m+1)}{2n} \quad (3.17)$$

değişikliğini önermişlerdir. Box-Pierce Q(m) Portmanteau test istatistiği, denklemde yerine konulduğunda,

$$Q_{LM} = \frac{m(m+1)}{2n} + n \sum_{k=1}^m r_k^2$$

elde edilir ve bu test istatistiği (m-p-q) serbestlik dereceli ki-kare dağılır [Arranz, 2005; Kheoh and McLeod, 1992].

3.4. McLeod-Li Test İstatistiği

Bu test yöntemi, McLeod ve Li (1983) tarafından öne sürülmüştür. Buradaki genel yaklaşım da, doğrusal ARMA modeli varsayımından hareketle modelleme süreci kontrolü için, karesi alınmış artık otokorelasyonları kullanmak olmuştur. m gecikmeli karesi alınmış artık otokorelasyonlar,

$$r_{aa}(m) = \frac{\sum_{t=m+1}^n (a_t^2 - \hat{\sigma}^2)(a_{t-m}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{t=m+1}^n (a_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2} \quad (3.18)$$

şeklinde ifade edilir. Bu kısımda, karesi alınmış artık otokorelasyonların dağılımından bahsetmekte fayda vardır. Q_{ML} istatistiği

$$Q_{ML} = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{r_{aa}^2(m)}{n-m} \quad (3.19)$$

İle ifade edilmektedir. ARMA modeli uygundur yokluk hipotezi altında, Q_{ML} istatistiği χ_m^2 dağılır [Arranz, 2005].

3.4.1. Karesi alınmış artık otokorelasyonun asimptotik dağılımı

Tek değişkenli ARMA(p,q) modelinden üretilen n gözlemlili zaman dizisi, $z_1, \dots, z_n$ olsun ve burada a_t birleşik ve aynı dağılımlı olarak varsayılıyor olsun. Parametre değerleri $\beta = (\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \mu, \sigma^2)$ ile gösterilmektedir. $\hat{\beta}$ en küçük kareler veya maksimum olabilirlik tahmin edicisi ile tahmin ediliyor olsun. $\hat{a}_t$, $t=1, \dots, n$ olmak üzere, isteğe bağlı parametre değerleri $(\dot{\phi}_1, \dots, \dot{\phi}_p, \dot{\theta}_1, \dots, \dot{\theta}_q, \dot{\mu})$ 'ne uygun artıkları göstermektedir. Burada $\hat{\sigma}^2 = \sum \hat{a}_t^2 / n$ 'dir. Burada kullanılmakta olan “” İşareti matematiksel olarak hesaplanan değeri göstermektedir.

m gecikme için karesi alınmış artıkların otokorelasyonu aşağıdaki gibi yazılmaktadır,

$$\dot{r}_{aa}(m) = \dot{c}_{aa}(m) / \dot{c}_{aa}(0)$$

Burada,

$$\dot{c}_{aa}(m) = \sum_{t=m+1}^n (\hat{a}_t^2 - \hat{\sigma}^2)(\hat{a}_{t-m}^2 - \hat{\sigma}^2) / n, \quad m \geq 0.$$

$\hat{c}_{aa}(m)$ ve $c_{aa}(m)$ benzer olarak tanımlanabiliyor olsun. Aşağıdaki lemma basit bir hesaplama ile onaylanabilir [Li,1981].

Lemma

$$\partial \dot{c}_{aa}(m) / \partial \beta_i = O_p(1/\sqrt{n})$$

dır.

Theorem

Sabit M için, $\sqrt{n} \hat{r}_{aa}$ $n \rightarrow \infty$ için, asimptotik olarak $N(0, I_M)$ dağılır. Burada I_M , M özdeşlik matrisidir.

İspat

$\hat{\beta} = \hat{\beta}$ için Taylor serisinde $\dot{c}_{aa}(m)$ açılarak,

$$\hat{c}_{aa}(m) = c_{aa}(m) + \sum_i (\hat{\beta}_i - \beta_i) \partial \dot{c}_{aa}(m) / \partial \beta_i + O_p(1/n).$$

$$\partial \dot{c}_{aa}(m) / \partial \beta_i = O_p(1/\sqrt{n}) \text{ ve } \hat{\beta}_i - \beta_i = O_p(1/\sqrt{n}) \text{ için, } \hat{c}_{aa}(m) = c_{aa}(m) + O_p(1/n)$$

olur. $\sqrt{n}(c_{aa}(1), \dots, c_{aa}(M)) / \gamma_{aa}(0)$, asimptotik olarak $N(0, I_M)$ olarak dağılır. Burada, $\gamma_{aa}(0) = ((a_t^2 - \sigma^2)^2)$ dir.

$$\dot{c}_{aa}(0) = \gamma_{aa}(0) \quad \text{ve} \quad \dot{c}_{aa}(k) = \hat{c}_{aa}(k) \quad \text{ile} \quad \dot{r}_{aa}(k) \quad \text{açılarak,}$$

$$\hat{r}_{aa}(k) = \hat{c}_{aa}(k) / \gamma_{aa}(0) + O_p(1/n) \text{ elde edilmiştir.}$$

$\hat{r}_a(k)$ 'nin asimptotik varyansı, tahmin edilen β 'nin etkisine bağlı olarak $r_a(k) = \sum a_t a_{t-k} / \sum a_t^2$ 'nin varyansından farklıdır [McLeod ve Li, 1983].

3.5. Monti's Q Test İstatistiği

Bu test yöntemi, Monti (1994) tarafından öne sürülmüş olup, artıkların kısmi otokorelasyon katsayılarının kullanımını önermektedir. Buradaki yaklaşım, daha evvel ifade edilmiş olan Ljung-Box Q(m) test istatistiğine benzer bir yapı ortaya koymaktadır. Ancak oradaki yaklaşımdan farklı olarak artıkların otokorelasyon katsayısı r_k yerine artıkların kısmi otokorelasyon katsayısı π_k 'nın, $k=1,2,\dots,m$, kullanımını önermektedir. Önerilen istatistik,

$$Q_M = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{\pi_k^2}{n-k} \quad (3.20)$$

dır. Q_m istatistiği asimptotik olarak m-p-q serbestlik derecesi ile ki-kare dağılmaktadır. Burada Q_m istatistiğinin bazı asimptotik özellikleri verilebilir.

r_k , artıkların otokorelasyon katsayısı ve π_k artıkların kısmi otokorelasyon katsayısı olmak üzere, $r_{(m)} = (r_1 r_2 \dots r_m)'$ ve $\pi_{(m)} = (\pi_1 \pi_2 \dots \pi_m)'$ olsun. Durbin-Levinson algoritmasından, $\pi_{(m)}$, $r_{(m)}$ fonksiyonundan elde edilebilir, $\pi_{(m)} = \psi(r_{(m)})$, buradan k. eleman,

$$\pi_k = \psi_k(r_{(k)}) = \frac{r_k - r'_{(k-1)} R_{(k-1)}^{-1} r_{(k-1)}^*}{1 - r'_{(k-1)} R_{(k-1)}^{-1} r_{(k-1)}} \quad (3.21)$$

dır. Burada, $R_{(k)}$, $k \times k$ boyutlu Toeplitz matrisidir. Buna göre; $r_{(k)}^* = (r_k r_{k-1} \dots r_1)'$ ile $R_{(k)} = (r_{|i-j|})$, $i, j=1, 2, \dots, k$. İlk m sayıdaki artıkların kısmi otokorelasyon katsayısı vektörü, $\hat{\pi}_{(m)} = (\hat{\pi}_1 \hat{\pi}_2 \dots \hat{\pi}_m)'$ olsun. Burada, $\hat{\pi}_k$, artıkların yerine hatalar yerleştirilerek, elde edilir.

Lemma

Eğer model tam olarak belirlenmiş ise, Q_m asimptotik olarak, m-p-q serbestlik dereceli ki-kare dağılır.

İspat

Eğer hata otokorelasyonları sıfır ise, $r_k = O_p(n^{-\frac{1}{2}})$ ($k=1, 2, \dots$) dır. Dolayısıyla,

$R_{(k)} = I_k + O_p(n^{-\frac{1}{2}})$ dir ve Eş. 3.21'den,

$$\pi_{(m)} = r_{(m)} + O_p(n^{-1}) \quad (3.22)$$

dir. $r_{(m)}$ etrafında $\psi(\hat{r}_{(m)})$ 'in Taylor yaklaşımından,

$$\hat{\pi}_{(m)} = \pi_{(m)} + \frac{\partial \pi_{(m)}}{\partial r_{(m)}} (\hat{r}_{(m)} - r_{(m)}) + O_p(n^{-1}) \quad (3.23)$$

dir. $\partial \pi_{(m)} / \partial r_{(m)} = I_m + O_p(n^{-\frac{1}{2}})$ olduğu için, (3.22) ve (3.23),

$$\hat{\pi}_{(m)} = \hat{r}_{(m)} + O_p(n^{-1}) \quad (3.24)$$

dir. $\hat{r}_{(m)}$, $r_{(m)}$ 'in tekil doğrusal dönüşümünden yaklaşık olarak,

$\hat{r}_{(m)} = (I_m - Q)r_{(m)} + O_p(n^{-1})$ dir. Burada, Q p+q ranka sahip matrisdir. $n^{\frac{1}{2}}r_{(m)}$, sıfır ortalama vektörü ve diyagonal kovaryans matrisi $\Sigma_{(m)}$ ile varyansı,

$$Var(n^{\frac{1}{2}}r_k) = \frac{n-k}{n+2}$$

ile asimptotik olarak çok değişkenli normal dağılıma sahiptir.

Sonuç olarak, $n^{\frac{1}{2}} \Sigma_{(m)}^{-\frac{1}{2}} \hat{\pi}_{(m)}$, sıfır ortalama vektörü ve $(I_m - Q)$ kovaryans matrisi ile asimptotik olarak çok değişkenli dağılır ve Q_m de asimptotik olarak m-p-q serbestlik dereceli ki-kare dağılır [Kwan and Wu, 1997; Monti, 1994].

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

4.1. Simülasyon Planı

Bu bölümde, Bölüm-3 de teorik olarak ifade edilen test istatistikleri kullanılarak Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) test yöntemleri Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, farklı durumların da göz önünde bulundurulması halinde karşılaştırılmaktadır.

Burada asıl amaç, modelin veriye uygun olup olmadığı H_0 yokluk hipotezinin test edilmesidir. Veri üretim sürecinde farklı durumların söz konusu olduğu varsayılın. Buna göre, uygun modelin, AR(1) modeli, AR(2) modeli, AR(3) modeli, MA(1) modeli, MA(2) modeli, MA(3) modeli ve ARMA(1,1) modeli olduğu varsayımı altında veri üretimi yapılmaktadır. Bu durumlar göz önünde bulundurularak simülasyon çalışması yapılmış, her bir test için deneysel Birinci Tip Hata ve deneysel güç sonuçları elde edilmiştir. Simülasyon çalışmasında 10000 deneme yapılmaktadır. İlk olarak AR(1) modeli düşünüldüğünde; bu durum için otoregressif parametre ϕ 'nin 0.20, 0.50, 0.70 ve 0.99 değerleri alması durumunda, farklı gecikme değerleri için her bir teste ait deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Bu durum için de yine örnek hacimlerinin test sonuçlarını etkileyip etkilemediğinin de görülmesi açısından, örnek hacmi $n=50$, $n=100$ ve $n=500$ alınarak üç farklı durumda sonuçlara bakılmıştır.

İkinci durum olarak; AR(2) modeli ele alındığında, bu durum için de birinci ve ikinci otoregressif parametrenin ikili olarak değişen durumları, yine farklı gecikme sayıları ile beraber ele alınmış ve deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Oturegressif parametre çiftleri, (0.50,0.20), (0.60,0.40), (0.80,0.50) ve (0.95,0.60) olarak alınmıştır. Örnek hacmi $n=50$, $n=100$ ve $n=500$ için ayrı ayrı sonuçlar elde edilmektedir.

Üçüncü durum olarak; AR(3) modeli ele alındığında, bu durum için de birinci, ikinci ve üçüncü otoregressif parametrenin üçlü olarak değişen durumları, farklı gecikme

sayıları ile beraber ele alınmış ve deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Otoregressif parametre çiftleri, (0.05,0.10,0.15), (0.20,0.25,0.30), (0.50,0.60,0.70) ve (0.65,0.85,0.90) olarak alınmıştır. Örnek hacmi $n=50$, $n=100$ ve $n=500$ için ayrı ayrı sonuçlar elde edilmektedir.

Dördüncü durum olarak; MA(1) modelinin uygunluğunun test edilmesi amacıyla, hareketli ortalama parametresi için 0.20, 0.50, 0.70 ve 0.99 değerleri alınarak örnek hacmi $n=50$, $n=100$ ve $n=500$ için farklı gecikme sayılarında beş test yöntemi için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir.

Beşinci olarak, MA(2) modeli düşünülmektedir. Bu durum için birinci ve ikinci hareketli ortalama parametre çiftinin değişen değerleri ile gecikme sayılarının farklılığı bir arada ele alınarak beş test yöntemi için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Hareketli ortalama parametre çiftleri (0.50,0.20), (0.60,0.40), (0.80,0.50) ve (0.95,0.60) olarak alınmıştır. Bu durum için de yine örnek hacmi $n=50$, $n=100$ ve $n=500$ alınarak her iki durum için de sonuçlar elde edilmiştir.

Altıncı durum olarak; MA(3) modeli ele alındığında, bu durum için de birinci, ikinci ve üçüncü hareketli ortalama parametresinin üçlü olarak değişen durumları, farklı gecikme sayıları ile beraber ele alınmış ve deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Hareketli ortalama parametre çiftleri, (0.05,0.10,0.15), (0.20,0.25,0.30), (0.50,0.60,0.70) ve (0.65,0.85,0.90) olarak alınmıştır. Örnek hacmi $n=50$, $n=100$ ve $n=500$ için sonuçlar ayrı ayrı elde edilmektedir.

Yedinci durum olarak, ARMA(1,1) modelinin uygunluğunu test etmek için yine aynı örnek hacimlerinde değişen parametre değerleri ve gecikme sayıları da göz önünde bulundurularak karşılaştırma yapılmaktadır. Simülasyon yöntemi kullanılarak deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının elde edilmesinin yanı sıra bu bölümde, her bir durum için aynı zamanda güç hesaplamaları da yapılmaktadır.

Her bir test için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları hesaplanırken; temelde kurulmuş olan H_0 hipotezinden yola çıkılmaktadır, ki bu “ H_0 : model uygundur” boş

hipotezidir. H_0 hipotezinin doğru olduğu biliniyorken, her test için gerçekte doğru olan H_0 hipotezinin red edilmesi oranını bulmak için örnek seçme işlemi 10000 defa tekrarlanarak yapılan simülasyon çalışmasıyla deneysel sonuçlar elde edilmiştir. Benzer şekilde, H_0 hipotezinin yanlış olduğu biliniyorken her test için gerçekte yanlış olan H_0 hipotezini red etme oranı, 10000 defa tekrarla simülasyon çalışması yapılarak elde edilmiştir ve bu durum testlerin deneysel güç sonuçları olarak ifade edilmektedir.

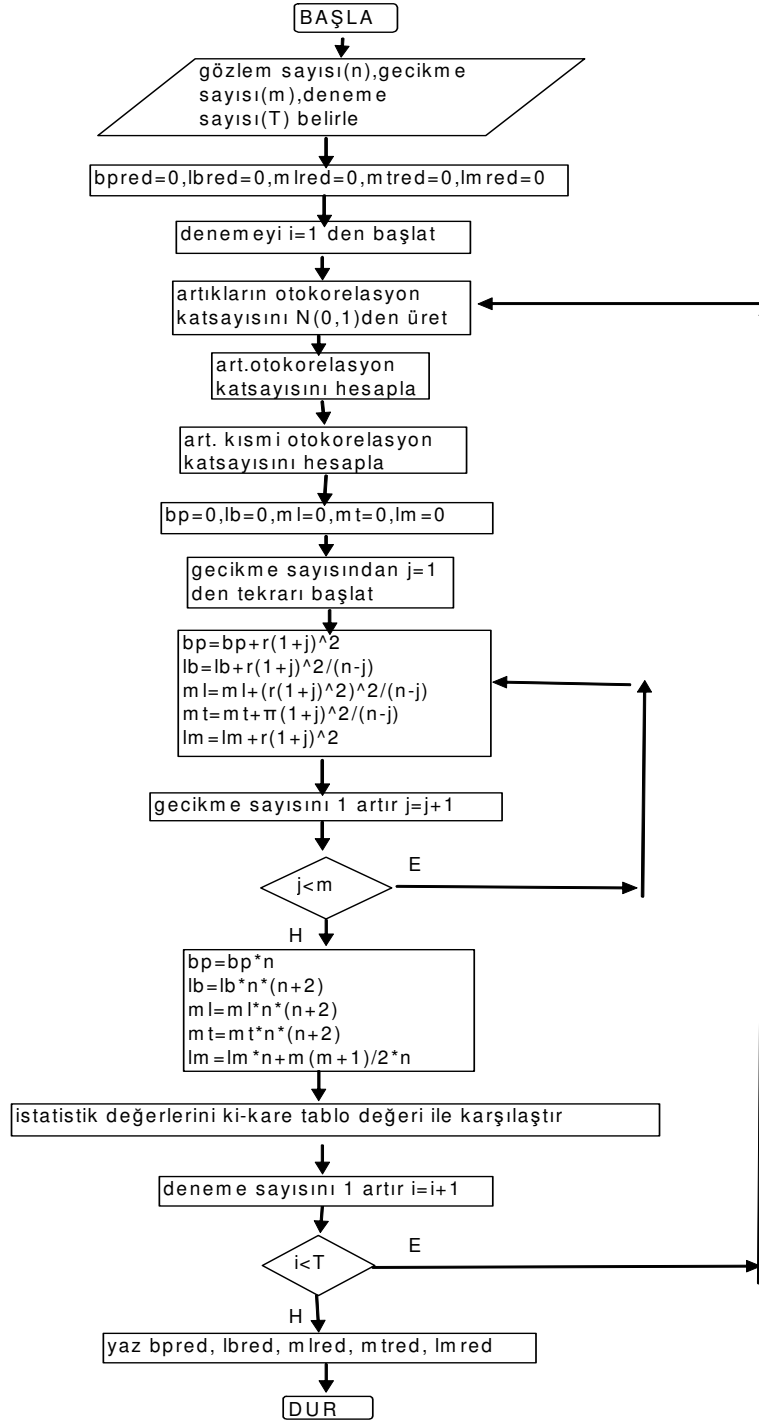
Bu çalışmada simülasyon çalışması yapılırken RATS İstatistik Paket Programı kullanılmıştır.

4.1.1 Deneysel birinci (I.) tip hata (α) simülasyonu için algoritma ve akış şeması

Testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarını bulmak için aşağıdaki diyagrama ilişkin adımlar izlenmektedir. AR(1) modeli için simülasyon çalışması yapmada kullanılan diyagram burada verilmiştir. AR(2), AR(3), MA(1), MA(2), MA(3) ve ARMA(1,1) modelleri için de aynı diyagram izlenmekte sadece model üretme kısmında uygun modele göre çalışılmaktadır. Buna göre;

1. Başlangıç olarak örnek hacmi n , gecikme sayısı m ve deneme sayısı T belirlenmelidir.
2. Deneysel sonuca ulaşmak için başlangıç değerleri sıfırlanmalıdır.
3. Simülasyon için belirlenen deneme sayısına göre (T), ilk döngü başlatılır.
4. AR(1) modelini otoregressif parametre değeri 0.20 (sonra sırasıyla 0.50, 0.70, 0.99) için kur.
5. Artıkların otokorelasyon katsayısını $N(0,1)$ den üret ve AR(1) modeli için hesapla.
6. Artıkların kısmi otokorelasyon katsayısını $N(0,1)$ den üret ve AR(1) modeli için hesapla.
7. Test istatistiklerini hesaplamak için gecikme sayısı içinde ikinci döngüyü başlat.
8. Bu döngü içinde test istatistiklerini hesapla.
9. Gecikme sayısı için sonlandırma kriterine ulaşıldı ise ikinci döngüyü sonlandır.
10. İstatistik değeri, ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılarak, $\alpha=0.05$ için verilir.
11. Simülasyon deneme sayısı için sonlandırma kriterine ulaşıldı ise ilk döngüyü sonlandır.
12. Deneysel sonuçları yaz.
13. Dur.

Algoritmanın akış şeması da aşağıda verilmektedir.

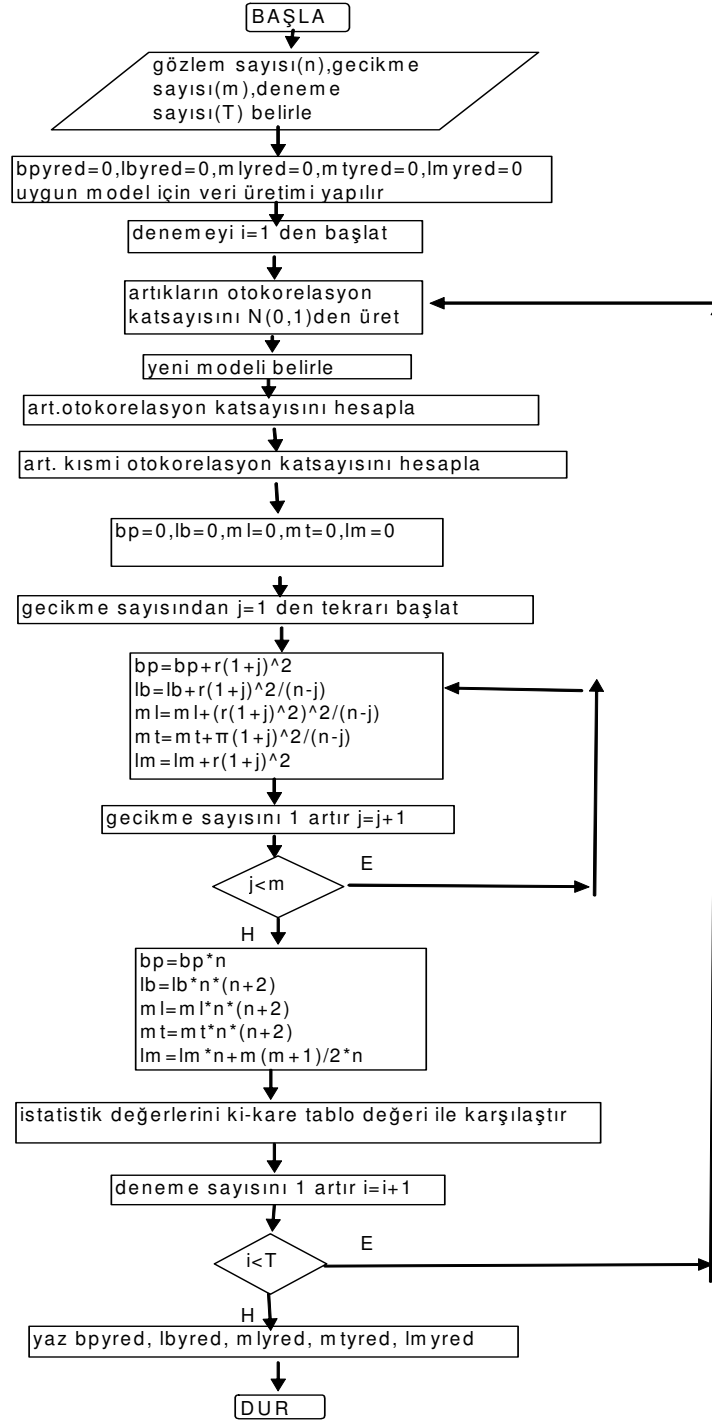


4.1.2 Deneysel güç ($1-\beta$) simülasyonu için algoritma ve akış şeması

Testlerin deneysel güç ($1-\beta$) sonuçlarını bulmak için aşağıdaki diyagrama ilişkin adımlar izlenmektedir. Uygun model AR(1) modeli olduğunda simülasyon çalışması yapmada kullanılan diyagram burada verilmektedir. Uygun model MA(1) olduğunda yine aynı diyagram izlenmekte sadece veri üretim kısmında seçilen MA(1) modeline göre veri üretilmekte ve modeller de ona göre değişmektedir. Öyleyse;

1. Başlangıç olarak örnek hacmi n , gecikme sayısı m ve deneme sayısı T belirlenmelidir.
2. Deneysel güç sonucuna ulaşmak için başlangıç değerleri sıfırlanmalıdır.
3. Simülasyon için belirlenen deneme sayısına göre (T), ilk döngü başlatılır.
4. AR(1) modeli için otoregressif parametre değeri 0.70 olmak üzere model kurulur.
5. Artıkların otokorelasyon katsayısını $N(0,1)$ den üret ve AR(1) modeli için hesapla.
6. Artıkların kısmi otokorelasyon katsayısını $N(0,1)$ den üret ve AR(1) modeli için hesapla.
7. Test istatistiklerini hesaplamak için gecikme sayısı içinde ikinci döngüyü başlat.
8. Yeni modeli kur.
9. Artıkların otokorelasyon katsayısını ilgili modele göre üret.
10. Bu döngü içinde test istatistiklerini hesapla.
11. Gecikme sayısı için sonlandırma kriterine ulaşıldı ise ikinci döngüyü sonlandır.
12. İstatistik değeri, ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılarak, $\alpha=0.05$ için verilir.
13. Simülasyon deneme sayısı için sonlandırma kriterine ulaşıldı ise ilk döngüyü sonlandır.
14. Deneysel güç sonuçları yaz.
15. Dur.

Algoritmanın akış şeması da aşağıda verilmektedir.



4.2. Deneysel Sonuçlar

4.2.1. Deneysel birinci (I.) tip hata (α) sonuçları

Bu kısımda, AR(1), AR(2), AR(3), MA(1), MA(2), MA(3) ve ARMA(1,1) modellerinden Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak 10000 denemede veri üretimi yapılmakta ve bu veriler üzerinden her bir modelin uygunluğu Bölüm 3’de test istatistikleri belirtilmiş olan beş test yöntemi için karşılaştırılmaktadır. Deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hesaplanmasında izlenen yol: H_0 hipotezinin doğru olduğu biliniyorken, her test için gerçekte doğru olan H_0 hipotezini red oranını bulmak amacıyla artık otokorelasyon katsayısının ortalaması sıfır(0), varyansı bir(1) olan Standart Normal dağılıma sahip, parametreleri farklı olan modellerden, değişen gecikme ve parametre değerlerinin her bir kombinasyonu için örnek seçme işlemi 10000 defa tekrarlanarak H_0 hipotezini red etme sayısı bulunmakta ve bu sayı 10000’e bölünerek elde edilmektedir. Burada nominal Birinci Tip Hata $\alpha=0.05$ olarak alınmıştır. Bu yöntemle elde edilen Birinci Tip Hata (α) sonuçları aşağıda çizelgelerle verilmektedir.

AR(1) modeli

Bu kısımda farklı otoregressif parametreler düşünülmüş olup, dört AR(1) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti’s Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için örnek hacmi $n=50$ ve $n=100$ alınarak, her bir örnek hacmi için ayrı ayrı deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = 0.20z_{t-1} + a_t$$

$$\text{Model-2: } z_t = 0.50z_{t-1} + a_t$$

$$\text{Model-3: } z_t = 0.70z_{t-1} + a_t$$

$$\text{Model-4: } z_t = 0.99z_{t-1} + a_t$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları örnek hacmi $n=50$ için Çizelge 4.1’de, örnek hacmi $n=100$ için Çizelge 4.2’de ve $n=500$ için Çizelge 4.3’de verilmektedir.

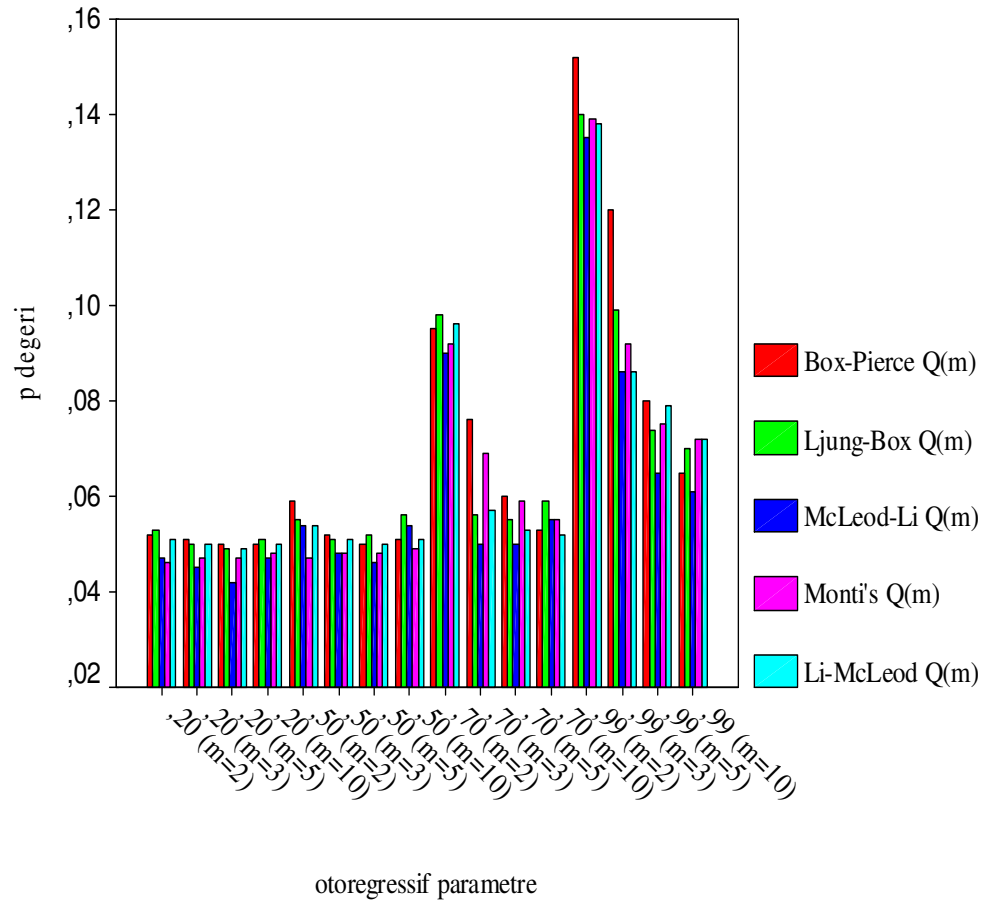
Çizelge 4.1. $n=50$ için 10000 denemede AR(1) modeli için Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Otoregressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce $Q(m)$	0.20	0.052	0.051	0.050	0.050
	0.50	0.059	0.052	0.050	0.051
	0.70	0.095	0.076	0.060	0.053
	0.99	0.152	0.120	0.080	0.065
Ljung-Box $Q(m)$	0.20	0.053	0.050	0.049	0.051
	0.50	0.055	0.051	0.052	0.056
	0.70	0.098	0.056	0.055	0.059
	0.99	0.140	0.099	0.074	0.070
McLeod-Li $Q(m)$	0.20	0.047	0.045	0.042	0.047
	0.50	0.054	0.048	0.046	0.054
	0.70	0.090	0.050	0.050	0.055
	0.99	0.135	0.086	0.065	0.061
Monti's $Q(m)$	0.20	0.046	0.047	0.047	0.048
	0.50	0.047	0.048	0.048	0.049
	0.70	0.092	0.069	0.059	0.055
	0.99	0.139	0.092	0.075	0.072
Li-McLeod $Q(m)$	0.20	0.051	0.050	0.049	0.050
	0.50	0.054	0.051	0.050	0.051
	0.70	0.096	0.057	0.053	0.052
	0.99	0.138	0.086	0.079	0.072

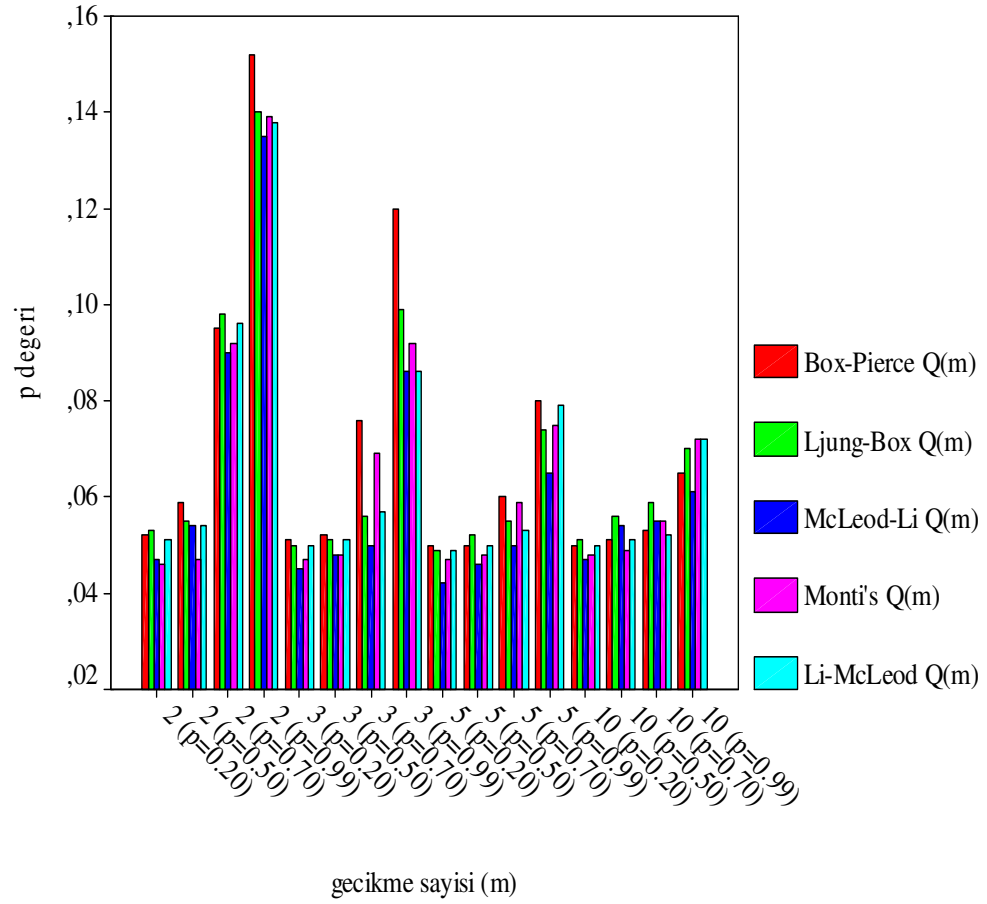
Çizelge 4.1'e bakıldığında; bu çizelgede örnek hacmi $n=50$ için, otoregressif parametre ϕ 'nin dört farklı değeri ve değişen gecikme sayısı alınarak AR(1) modelinin uygunluğu testinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmiştir. Buna göre; otoregressif parametre $\phi \leq 0.50$ olduğu zaman tüm gecikme sayıları için, modelin uygun olduğu belirlenen anlamlılık düzeyinde kabul edilmektedir. Burada yer verilen beş test için de bu durum söz konusudur. Otoregressif parametrenin $\phi=0.70$ olduğu durumda küçük gecikme sayısı $m=2$ için testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir düzeyin üzerine çıkmaktadır. Gecikme sayısı arttıkça elde edilen sonuçlar kabul edilebilir sınıra daha fazla yaklaşmaktadırlar.

Otoregressif parametrenin $\phi=0.99$ olduğu durumda, elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının küçük gecikme sayıları için kabul edilebilir düzeyden oldukça fazla uzaklaşmakta olduğu gözlemlenirken, daha büyük gecikme sayılarında sonuçların daha kabul edilebilir bir durumda olduğu gözlemlenmektedir. Dolayısıyla burada yer verilmiş olan beş test yöntemi için de, daha büyük otoregressif parametre değerleri için artan gecikme sayısına gereksinim duyulmakta olduğu ifadesi kullanılabilir.

Aşağıda Şekil 4.1'e bakıldığında otoregressif parametre bakımından testlerin birbirlerine göre nasıl bir değişim göstermiş olduğu grafiksel olarak verilmektedir. Bu grafiğe bakıldığında; otoregressif parametrenin küçük olduğu durumlarda testlerin tüm gecikmeler için kabul edilebilir olduğu ve birbirlerine göre farklılık göstermedikleri gözlemlenmektedir. Ancak otoregressif parametre değeri arttıkça küçük gecikme sayılarında testlerin anlamlılık düzeyinden uzaklaştığı, daha büyük gecikme sayısına gereksinim duyduğu ifade edilebilir. Şekil 4.2'ye bakıldığında, testlerin gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmakta olduğu gözlemlenmektedir. Buna göre; daha küçük gecikme sayısı için testler arasında farklılıklar gözlemlenirken, artan gecikme sayısı için otoregressif parametreler bakımından testler arasındaki farklılık azalmaktadır.



Şekil 4.1. $n=50$ için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata α sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.2. $n=50$ için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata α sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

Çizelge 4.2. $n=100$ için 10000 denemede AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

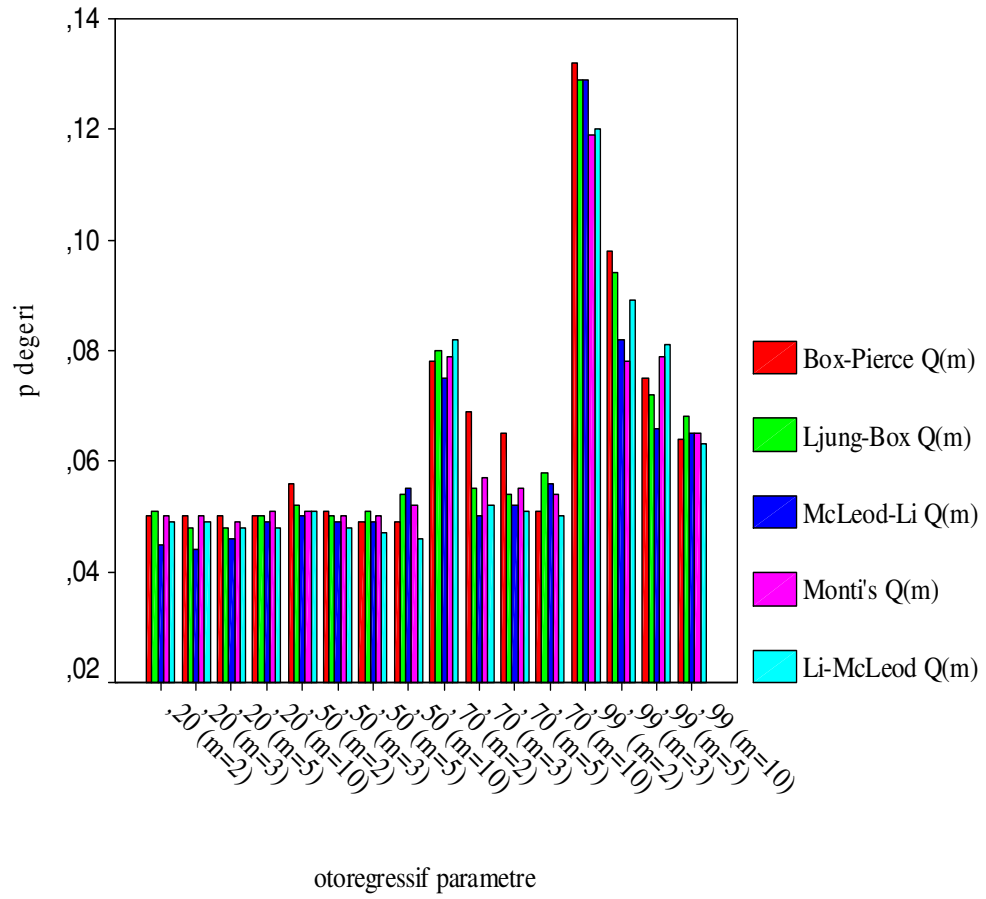
	Otoregressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.050	0.050
	0.50	0.056	0.051	0.049	0.049
	0.70	0.078	0.069	0.065	0.051
	0.99	0.132	0.098	0.075	0.064
Ljung-Box Q(m)	0.20	0.051	0.048	0.048	0.050
	0.50	0.052	0.050	0.051	0.054
	0.70	0.080	0.055	0.054	0.058
	0.99	0.129	0.094	0.072	0.068
McLeod-Li Q(m)	0.20	0.045	0.044	0.046	0.049
	0.50	0.050	0.049	0.049	0.055
	0.70	0.075	0.050	0.052	0.056
	0.99	0.129	0.082	0.066	0.065
Monti's Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.049	0.051
	0.50	0.051	0.050	0.050	0.052
	0.70	0.079	0.057	0.055	0.054
	0.99	0.119	0.078	0.079	0.065
Li-McLeod Q(m)	0.20	0.049	0.049	0.048	0.048
	0.50	0.051	0.048	0.047	0.046
	0.70	0.082	0.052	0.051	0.050
	0.99	0.120	0.089	0.081	0.063

Çizelge 4.2'ye göre; AR(1) modeli için, örnek hacmi $n=100$ olduğu zaman testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının karşılaştırılmakta olduğu gözlemlenmektedir. Buna göre; otoregressif parametre değeri $\phi \leq 0.70$ olduğu zaman tüm gecikme sayıları için modelin uygun olduğu belirlenen anlamlılık düzeyinde kabul edilmektedir. Tüm testler için bu durum sağlanmaktadır.

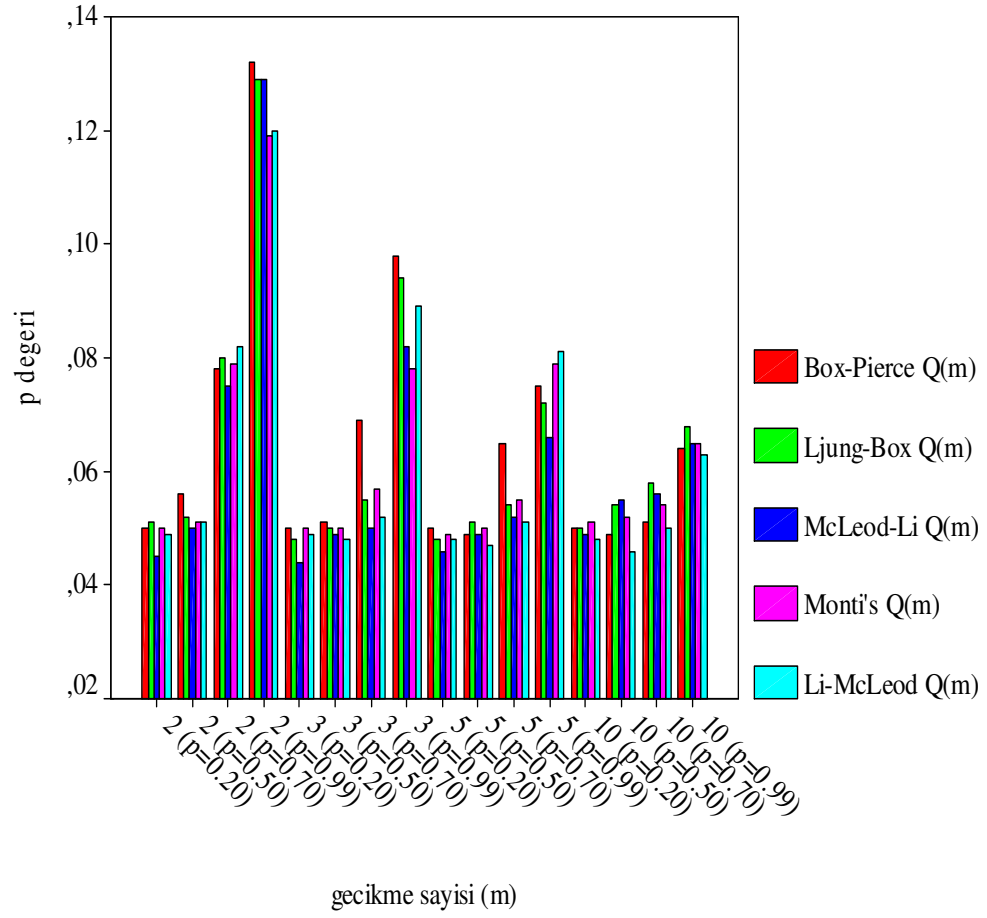
Otoregressif parametrenin değeri $\phi=0.99$ olduğu zaman, gecikme sayının küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyden oldukça fazla sapma göstermiş olduğu çok açık bir şekilde fark edilmektedir. Dolayısıyla bu durum için, testlerin kabul edilebilir düzeye yaklaşabilmesi, artan gecikme sayısına bağlıdır.

Aşağıda Şekil 4.3'de; testlerin otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği verilmektedir. Bu grafiğe göre, yine yukarıdaki ifade kullanılabilir, yani otoregressif parametrenin değerinin küçük olduğu durumlarda tüm gecikme sayıları için testler kabul edilebilir düzeyde iken otoregressif parametrenin artan değerlerinde daha büyük gecikme sayısına gereksinim duyulmaktadır.

Şekil 4.4'e göre; testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmaktadır. Buna göre; gecikme sayısı küçük olduğu zaman otoregressif parametrenin değerine göre testlerin deneysel sonuçları arasında farklılıklar olabilmektedir. Fakat artan gecikme sayısında bu farklılık ortadan kalkmaktadır.



Şekil 4.3. $n=100$ için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



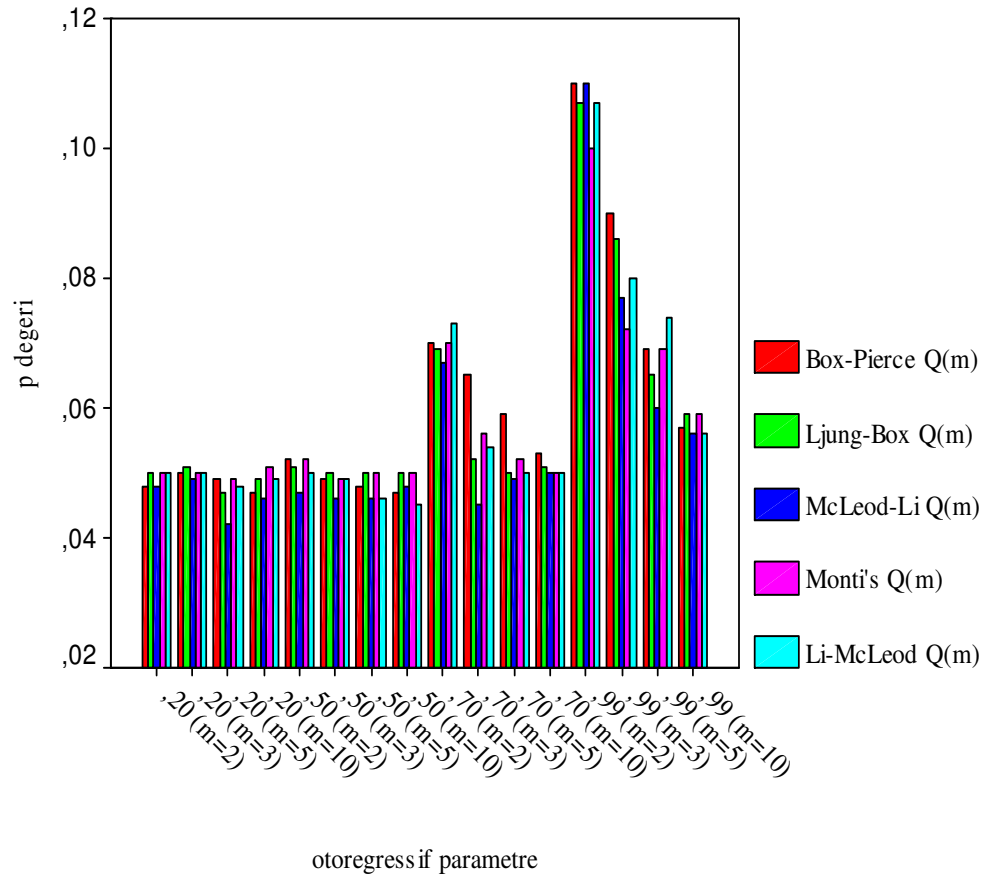
Şekil 4.4. $n=100$ için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

Çizelge 4.3. $n=500$ için 10000 denemede AR(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

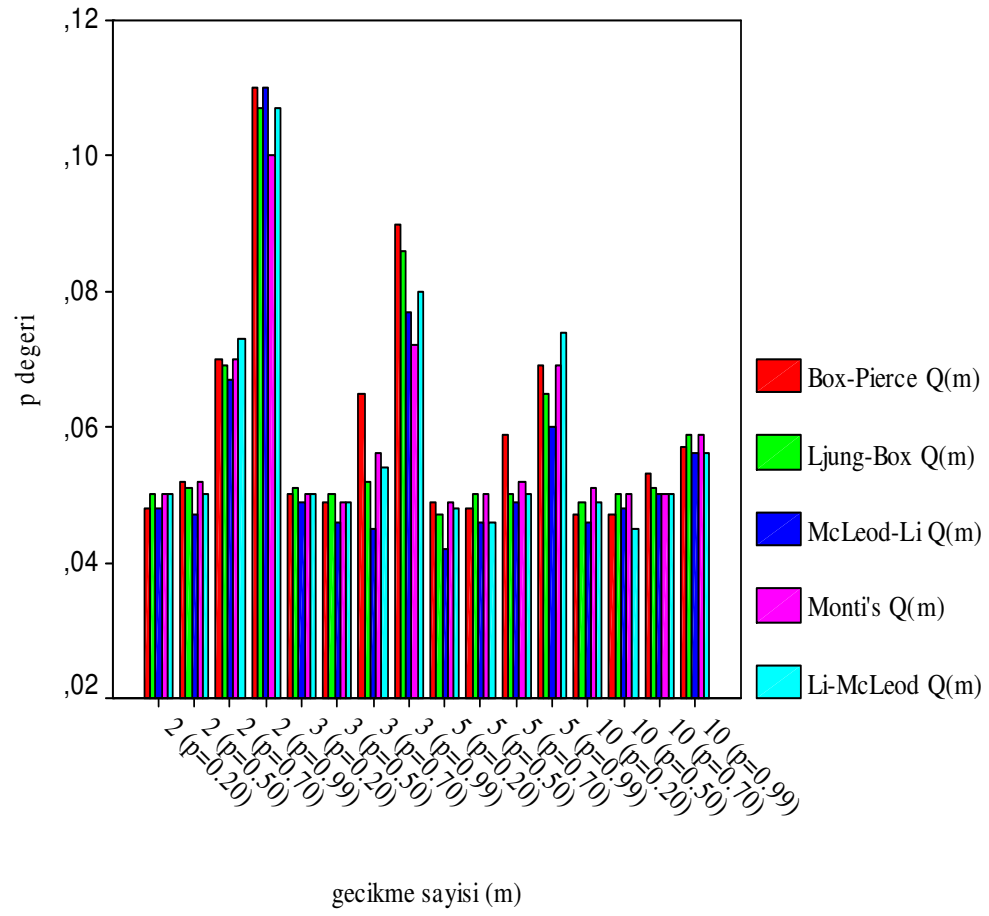
	Otoregressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.20	0.048	0.050	0.049	0.047
	0.50	0.052	0.049	0.048	0.047
	0.70	0.070	0.065	0.059	0.053
	0.99	0.110	0.090	0.069	0.057
Ljung-Box Q(m)	0.20	0.050	0.051	0.047	0.049
	0.50	0.051	0.050	0.050	0.050
	0.70	0.069	0.052	0.050	0.051
	0.99	0.107	0.086	0.065	0.059
McLeod-Li Q(m)	0.20	0.048	0.049	0.042	0.046
	0.50	0.047	0.046	0.046	0.048
	0.70	0.067	0.045	0.049	0.050
	0.99	0.110	0.077	0.060	0.056
Monti's Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.049	0.051
	0.50	0.052	0.049	0.050	0.050
	0.70	0.070	0.056	0.052	0.050
	0.99	0.100	0.072	0.069	0.059
Li-McLeod Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.048	0.049
	0.50	0.050	0.049	0.046	0.045
	0.70	0.073	0.054	0.050	0.050
	0.99	0.107	0.080	0.074	0.056

Çizelge 4.3'e göre; AR(1) modeli için, örnek hacmi $n=500$ olduğu zaman, farklı otoregressif parametre değerleri ile gecikme sayılarının kombinasyonları düşünülerek elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının olduğu gözlemlenir. Buna göre; otoregressif parametre değeri, $\phi \leq 0.50$ olduğunda, bazı noktalarda kabul edilebilir nominal düzeyde olsa da genel anlamda tüm testler için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının belirtilen anlamlılık düzeyinin altında değer aldığı gözlemlenmektedir. $\phi=0.70$ olduğu zaman, artan gecikme sayısında McLeod-Li $Q(m)$ test yöntemi dışında tüm testler için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının anlamlılık düzeyinde olduğu söylenebilir.

Otoregressif parametre, $\phi=0.99$ değerini aldığı zaman gecikme sayısının $m \leq 5$ olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının kabul edilebilir anlamlılık düzeyinin üstünde olduğu, ancak gecikme sayısının artması durumunda belirtilen anlamlılık düzeyi civarında değer aldığı gözlemlenmektedir. Testler otoregressif parametre katsayısının ve gecikme sayısının aldığı değer bakımından grafiksel olarak da aşağıda Şekil 4.5'de ve 4.6'da verilmektedir.



Şekil 4.5. $n=500$ için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.6. $n=500$ için model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

AR(2) Modeli

Bu kısımda farklı otoregressif parametre çiftleri düşünülerek dört adet AR(2) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = 0.50z_{t-1} + 0.20z_{t-2} + a_t$$

$$\text{Model-2: } z_t = 0.60z_{t-1} + 0.40z_{t-2} + a_t$$

$$\text{Model-3: } z_t = 0.80z_{t-1} + 0.50z_{t-2} + a_t$$

$$\text{Model-4: } z_t = 0.95z_{t-1} + 0.60z_{t-2} + a_t$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları örnek hacmi $n=50$ için Çizelge 4.4'de, örnek hacmi $n=100$ için Çizelge 4.5'de ve örnek hacmi $n=500$ için Çizelge 4.6'da verilmektedir.

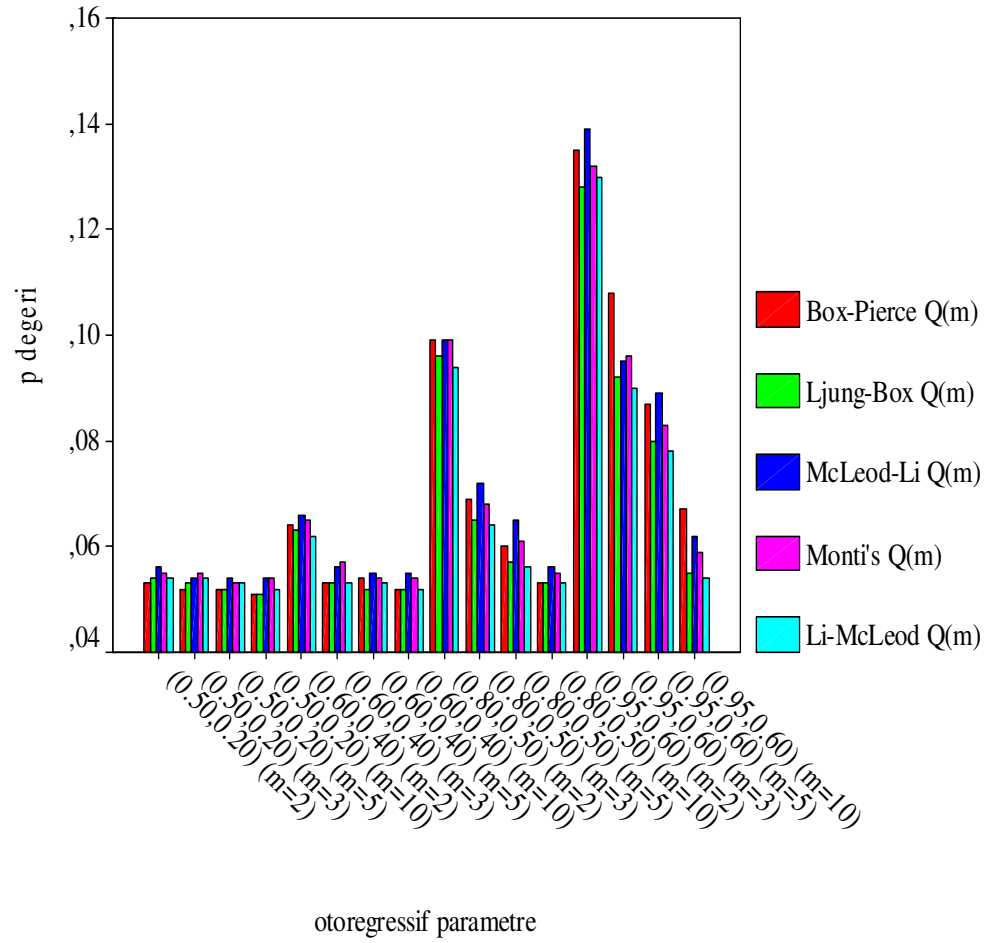
Çizelge 4.4. $n=50$ için 10000 denemede AR(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Otoregressif Parametre	İkinci Otoregressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ_1	ϕ_2	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.50	0.20	0.053	0.052	0.052	0.051
	0.60	0.40	0.064	0.053	0.054	0.052
	0.80	0.50	0.099	0.069	0.060	0.053
	0.95	0.60	0.135	0.108	0.087	0.067
Ljung-Box Q(m)	0.50	0.20	0.054	0.053	0.052	0.051
	0.60	0.40	0.063	0.053	0.052	0.052
	0.80	0.50	0.096	0.065	0.057	0.053
	0.95	0.60	0.128	0.092	0.080	0.055
McLeod-Li Q(m)	0.50	0.20	0.056	0.054	0.054	0.054
	0.60	0.40	0.066	0.056	0.055	0.055
	0.80	0.50	0.099	0.072	0.065	0.056
	0.95	0.60	0.139	0.095	0.089	0.062
Monti's Q(m)	0.50	0.20	0.055	0.055	0.053	0.054
	0.60	0.40	0.065	0.057	0.054	0.054
	0.80	0.50	0.099	0.068	0.061	0.055
	0.95	0.60	0.132	0.096	0.083	0.059
Li-McLeod Q(m)	0.50	0.20	0.054	0.054	0.053	0.052
	0.60	0.40	0.062	0.053	0.053	0.052
	0.80	0.50	0.094	0.064	0.056	0.053
	0.95	0.60	0.130	0.090	0.078	0.054

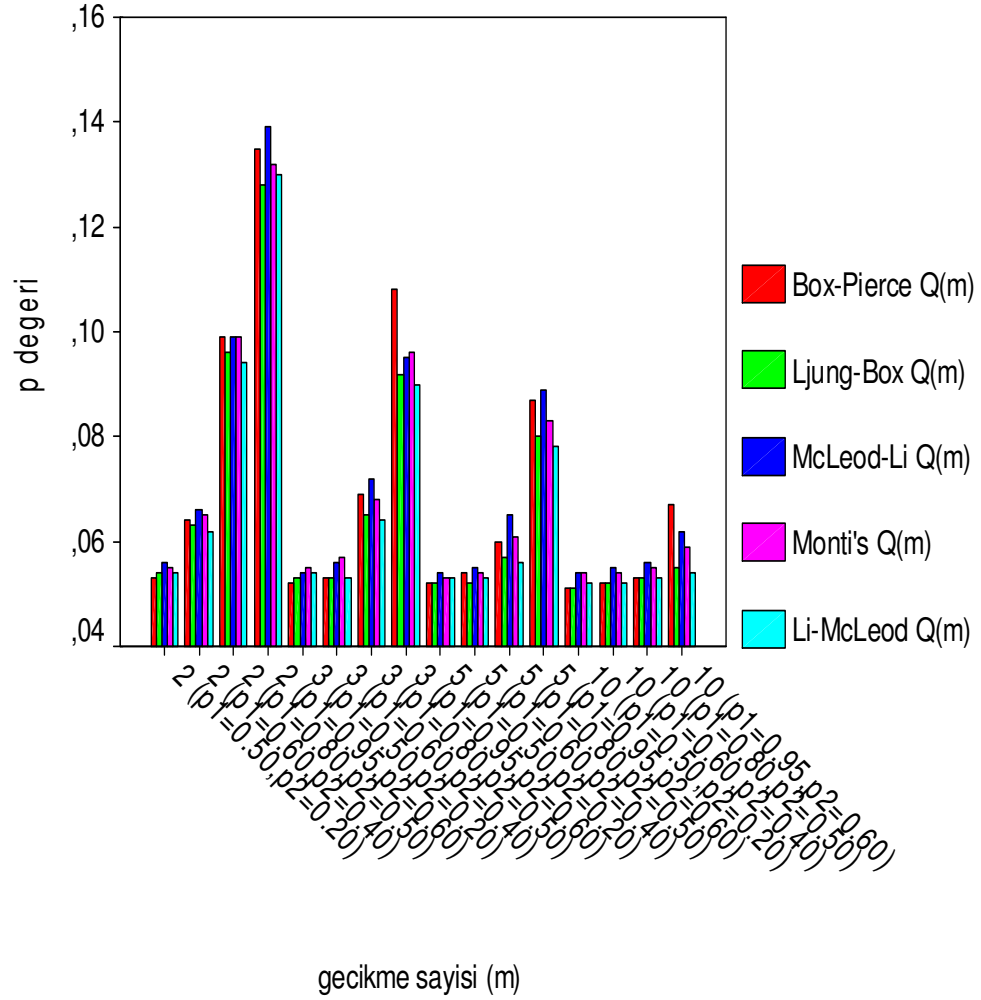
Çizelge 4.4'e bakıldığında; örnek hacmi $n=50$ için, otoregressif parametrenin farklı ikili durumları ve gecikme sayıları bir arada düşünülerek AR(2) modelinin uygunluğu testinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmiştir. $(\phi_1, \phi_2)=(0.50, 0.20)$ olduğu zaman testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının AR(2) modeli için tüm gecikme sayılarında kabul edilebilir olduğu gözlemlenmektedir. $(\phi_1, \phi_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman küçük gecikme sayısı $m=2$ için tüm testler kabul edilebilir düzeyin üstüne çıkıyorken, diğer gecikme sayıları için kabul edilebilir durumdadır. $(\phi_1, \phi_2)=(0.80, 0.50)$ olduğu zaman küçük gecikme durumlarında elde edilen deneysel sonuçlar kabul edilebilir düzeyin üstüne çıkmaktadır. Daha büyük gecikme sayısı $m=10$ için, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir sınıra yaklaşmaktadır.

$(\phi_1, \phi_2)=(0.95, 0.60)$ olduğu zaman gecikme sayının küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyden oldukça fazla sapma göstermiş olduğu fark edilmektedir. Dolayısıyla bu durum için, testlerin kabul edilebilir düzeye yaklaşabilmesi, artan gecikme sayısına bağlıdır. Bu durum aşağıda Şekil 4.7'de de grafiksel olarak verilmektedir.

Bundan başka, Şekil 4.8'de de gecikme sayısı bakımından testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları grafiksel olarak karşılaştırılmaktadır. Buna göre; gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda, otoregressif parametrelerin aldıkları değerlere göre testlerin deneysel oranları birbirlerine göre farklılıklar göstermektedirler. Bu farklılık artan gecikme sayısı ile birlikte azalmaktadır.



Şekil 4.7. $n=50$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.8. $n=50$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

Çizelge 4.5. $n=100$ için 10000 denemede AR(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

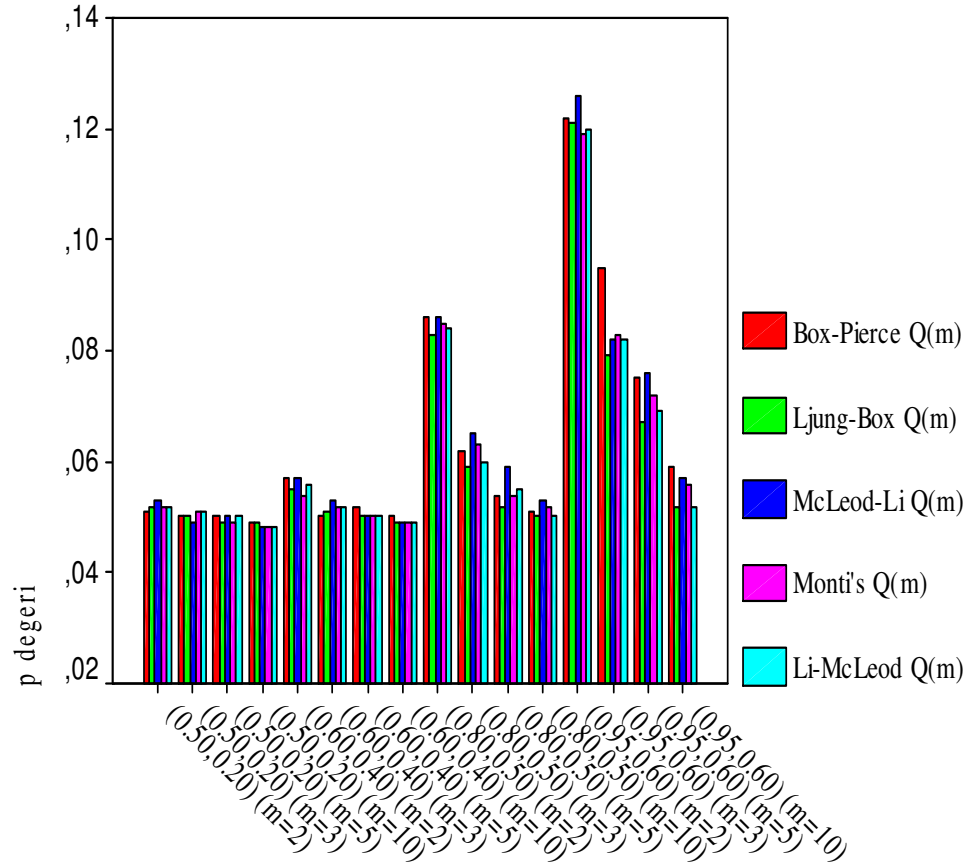
	Birinci Otoregressif Parametre	İkinci Otoregressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ_1	ϕ_2	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.50	0.20	0.051	0.050	0.050	0.049
	0.60	0.40	0.057	0.050	0.052	0.050
	0.80	0.50	0.086	0.062	0.054	0.051
	0.95	0.60	0.122	0.095	0.075	0.059
Ljung-Box Q(m)	0.50	0.20	0.052	0.050	0.049	0.049
	0.60	0.40	0.055	0.051	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.083	0.059	0.052	0.050
	0.95	0.60	0.121	0.079	0.067	0.052
McLeod-Li Q(m)	0.50	0.20	0.053	0.049	0.050	0.048
	0.60	0.40	0.057	0.053	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.086	0.065	0.059	0.053
	0.95	0.60	0.126	0.082	0.076	0.057
Monti's Q(m)	0.50	0.20	0.052	0.051	0.049	0.048
	0.60	0.40	0.054	0.052	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.085	0.063	0.054	0.052
	0.95	0.60	0.119	0.083	0.072	0.056
Li-McLeod Q(m)	0.50	0.20	0.052	0.051	0.050	0.048
	0.60	0.40	0.056	0.052	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.084	0.060	0.055	0.050
	0.95	0.60	0.120	0.082	0.069	0.052

Çizelge 4.5'e göre; örnek hacmi $n=100$ için, 10000 denemede, model AR(2) olduğu zaman mevcut testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmiştir. Buna göre, otoregressif parametre çiftleri $(\phi_1, \phi_2)=(0.50, 0.20)$ ve $(\phi_1, \phi_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının AR(2) modeli için tüm gecikme sayılarında nominal düzeyde olduğu gözlemlenmektedir.

$(\phi_1, \phi_2)=(0.80, 0.50)$ olduğu zaman daha küçük gecikme durumu $m=2$ için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir düzeyin üstüne çıkmaktadır. Ancak artan gecikme durumunda tüm testler için sonuçlar kabul edilebilir sınır civarındadır.

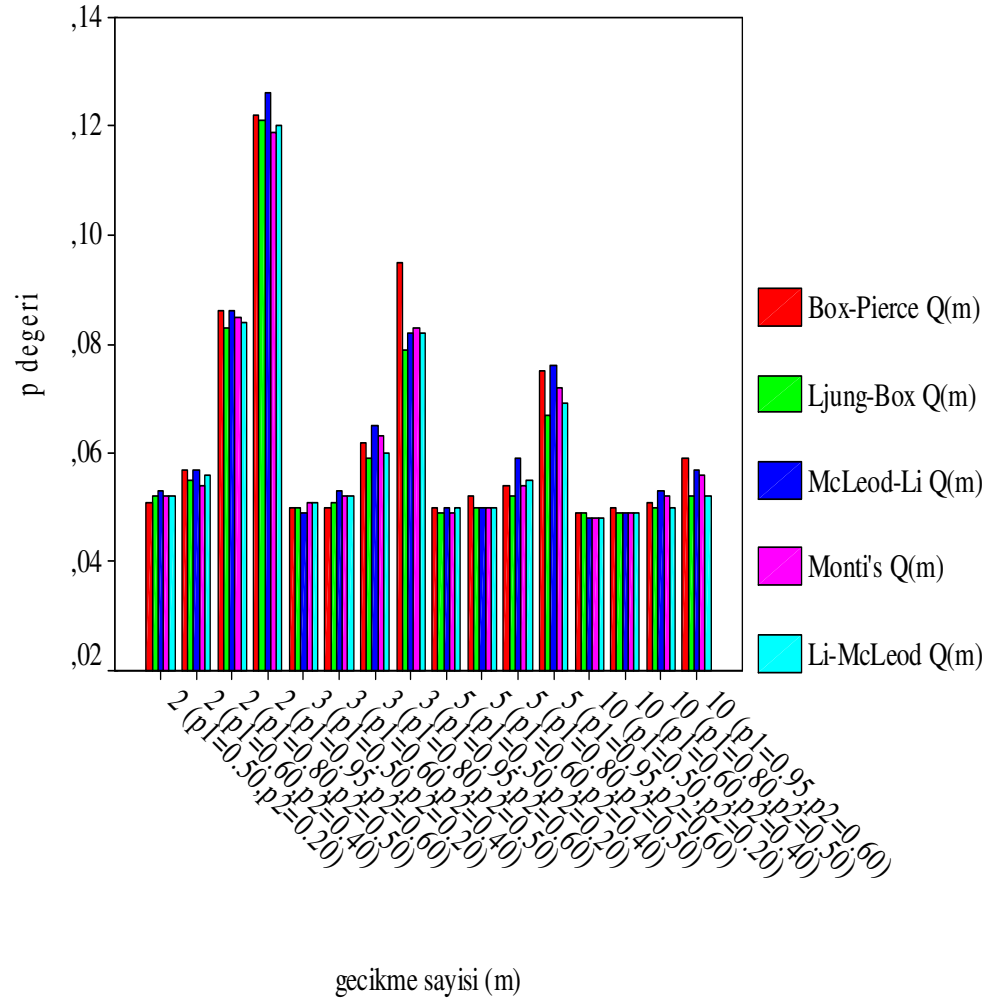
$(\phi_1, \phi_2)=(0.95, 0.60)$ olduğu zaman gecikme sayısı arttıkça elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları nominal düzeye doğru bir yaklaşma göstermektedirler. Dolayısıyla, testlerin kabul edilebilir düzeye yaklaşabilmesi, artan gecikme sayısına bağlıdır.

Şekil 4.9, bu durumu grafiksel olarak ifade etmektedir. Bunun dışında, gecikme sayısı bakımından testlerin birbirleriyle mukayese edilmesi istenirse; Şekil 4.10'da da gösterilmekte olduğu gibi küçük gecikme sayıları için parametrelerin değerlerine göre deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları bakımından testler arasında farklılık olmakla beraber, gecikme sayısı arttığı zaman bu farklılığın azalmakta olduğu gözlemlenmektedir.



otoregressif parametreler

Şekil 4.9. $n=100$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.10. $n=100$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

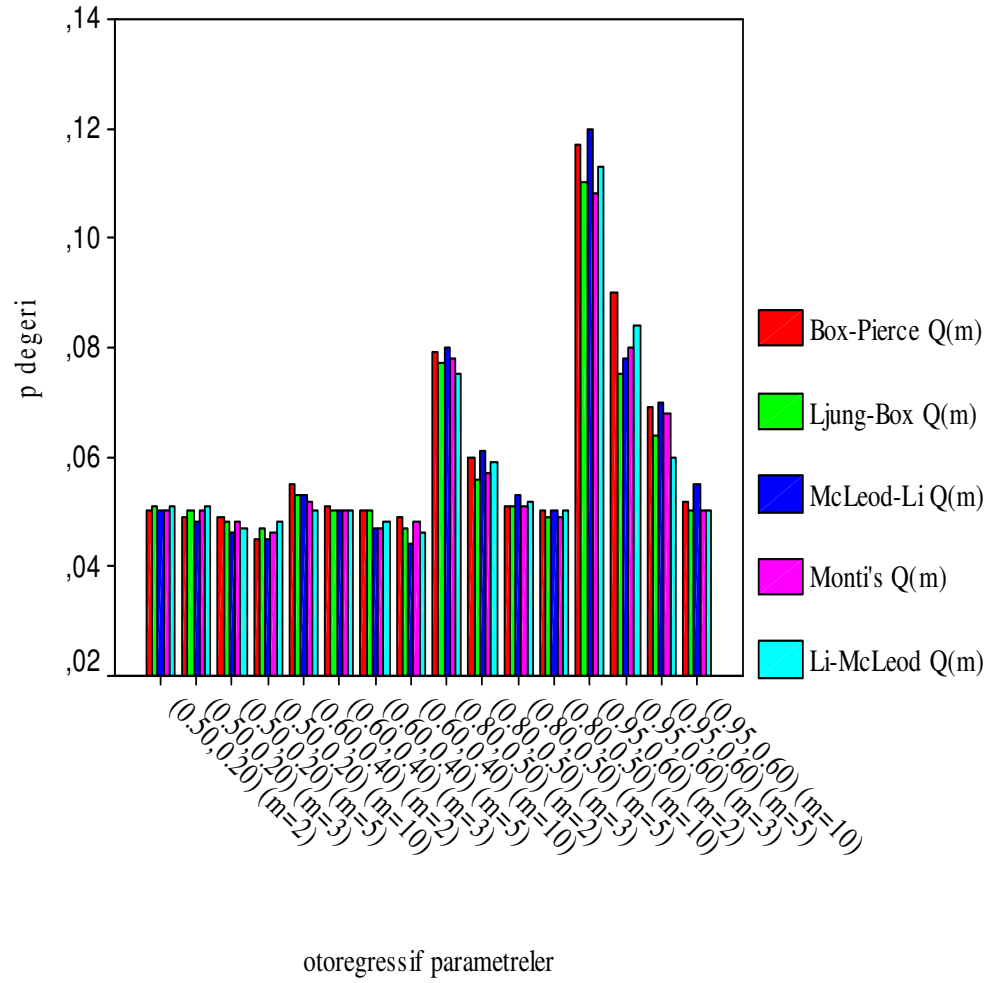
Çizelge 4.6. $n=500$ için 10000 denemede AR(2) modeli için Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Otoressif Parametre	İkinci Otoressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ_1	ϕ_2	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce $Q(m)$	0.50	0.20	0.050	0.049	0.049	0.045
	0.60	0.40	0.055	0.051	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.079	0.060	0.051	0.050
	0.95	0.60	0.117	0.090	0.069	0.052
Ljung-Box $Q(m)$	0.50	0.20	0.051	0.050	0.048	0.047
	0.60	0.40	0.053	0.050	0.050	0.047
	0.80	0.50	0.077	0.056	0.051	0.049
	0.95	0.60	0.110	0.075	0.064	0.050
McLeod-Li $Q(m)$	0.50	0.20	0.050	0.048	0.046	0.045
	0.60	0.40	0.053	0.050	0.047	0.044
	0.80	0.50	0.080	0.061	0.053	0.050
	0.95	0.60	0.120	0.078	0.070	0.055
Monti's $Q(m)$	0.50	0.20	0.050	0.050	0.048	0.046
	0.60	0.40	0.052	0.050	0.047	0.048
	0.80	0.50	0.078	0.057	0.051	0.049
	0.95	0.60	0.108	0.080	0.068	0.050
Li-McLeod $Q(m)$	0.50	0.20	0.051	0.051	0.047	0.048
	0.60	0.40	0.050	0.050	0.048	0.046
	0.80	0.50	0.075	0.059	0.052	0.050
	0.95	0.60	0.113	0.084	0.060	0.050

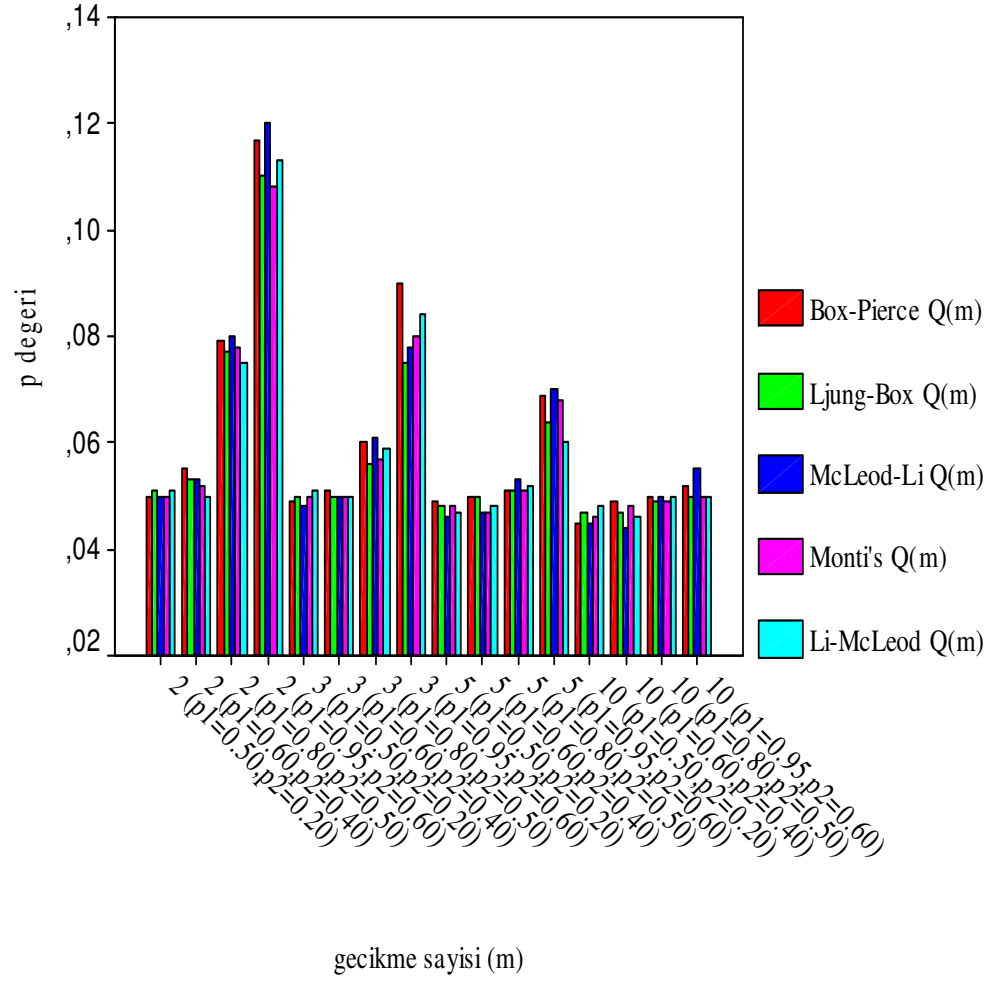
Çizelge 4.6'ya göre; örnek hacmi $n=500$ için, 10000 denemede, model AR(2) olduğu zaman mevcut testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre, otoregressif parametre çiftleri $(\phi_1, \phi_2)=(0.50, 0.20)$ ve $(\phi_1, \phi_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısının $m=2$ ve $m=3$ olması halinde kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarında olduğu gözlemlenmektedir. Gecikme sayısı arttıkça elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyin altında olduğu söylenebilir.

Bundan başka, otoregressif parametre çifti $(\phi_1, \phi_2)=(0.80, 0.50)$ olduğu zaman gecikme sayısının küçük değeri $m=2$ için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyin üstünde olduğu gözlemlenirken, artan gecikme sayısında kabul edilebilir düzeye yaklaşmakta olduğu ifade edilebilir. AR(2) modeli için, otoregressif parametre çifti $(\phi_1, \phi_2)=(0.95, 0.60)$ olduğunda ise, artan gecikme sayısı durumunda hemen hemen tüm test yöntemleri nominal düzeye yaklaşmakta, bunun dışında, yani gecikme sayısının küçük değer aldığı durumlarda, nominal düzeyin üstünde değer almaktadır.

Burada ifade edilen durumlar, testlerin otoregressif parametre katsayılarının ve gecikme sayılarının aldıkları değerler de göz önünde bulundurularak, sırasıyla aşağıda Şekil 4.11'de ve Şekil 4.12'de grafiksel olarak verilmektedir.



Şekil 4.11. $n=500$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.12. $n=500$ için model AR(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

AR(3) Modeli

Bu kısımda farklı otoregressif parametre çiftleri düşünülerek dört adet AR(3) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = 0.05z_{t-1} + 0.10z_{t-2} + 0.15z_{t-3} + a_t$$

$$\text{Model-2: } z_t = 0.20z_{t-1} + 0.25z_{t-2} + 0.25z_{t-3} + a_t$$

$$\text{Model-3: } z_t = 0.50z_{t-1} + 0.60z_{t-2} + 0.70z_{t-3} + a_t$$

$$\text{Model-4: } z_t = 0.65z_{t-1} + 0.85z_{t-2} + 0.90z_{t-3} + a_t$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları örnek hacmi $n=50$ için Çizelge 4.7'de, örnek hacmi $n=100$ için Çizelge 4.8'de ve $n=500$ için Çizelge 4.9'da verilmektedir.

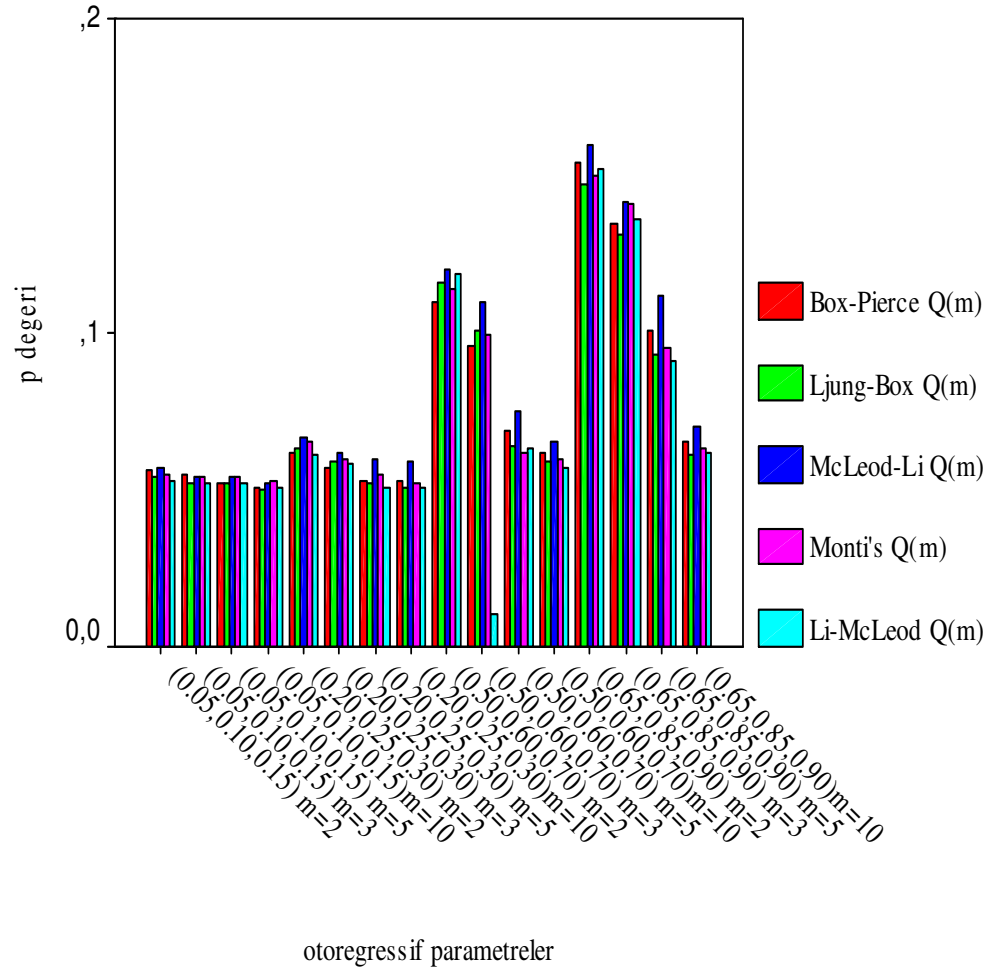
Çizelge 4.7. $n=50$ için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Otoressif Parametre	İkinci Otoressif Parametre	Üçüncü Otoressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.056	0.055	0.052	0.051
	0.20	0.25	0.30	0.062	0.057	0.053	0.053
	0.50	0.60	0.70	0.110	0.096	0.069	0.062
	0.65	0.85	0.90	0.154	0.135	0.101	0.065
Ljung-Box Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.054	0.052	0.052	0.050
	0.20	0.25	0.30	0.063	0.059	0.052	0.051
	0.50	0.60	0.70	0.116	0.101	0.064	0.059
	0.65	0.85	0.90	0.147	0.131	0.093	0.061
McLeod-Li Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.057	0.054	0.054	0.052
	0.20	0.25	0.30	0.067	0.062	0.060	0.059
	0.50	0.60	0.70	0.120	0.110	0.075	0.065
	0.65	0.85	0.90	0.160	0.142	0.112	0.070
Monti's Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.055	0.054	0.054	0.053
	0.20	0.25	0.30	0.065	0.060	0.055	0.052
	0.50	0.60	0.70	0.114	0.099	0.062	0.060
	0.65	0.85	0.90	0.150	0.141	0.095	0.063
Li-McLeod Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.053	0.052	0.052	0.051
	0.20	0.25	0.30	0.061	0.058	0.051	0.051
	0.50	0.60	0.70	0.119	0.105	0.063	0.057
	0.65	0.85	0.90	0.152	0.136	0.091	0.062

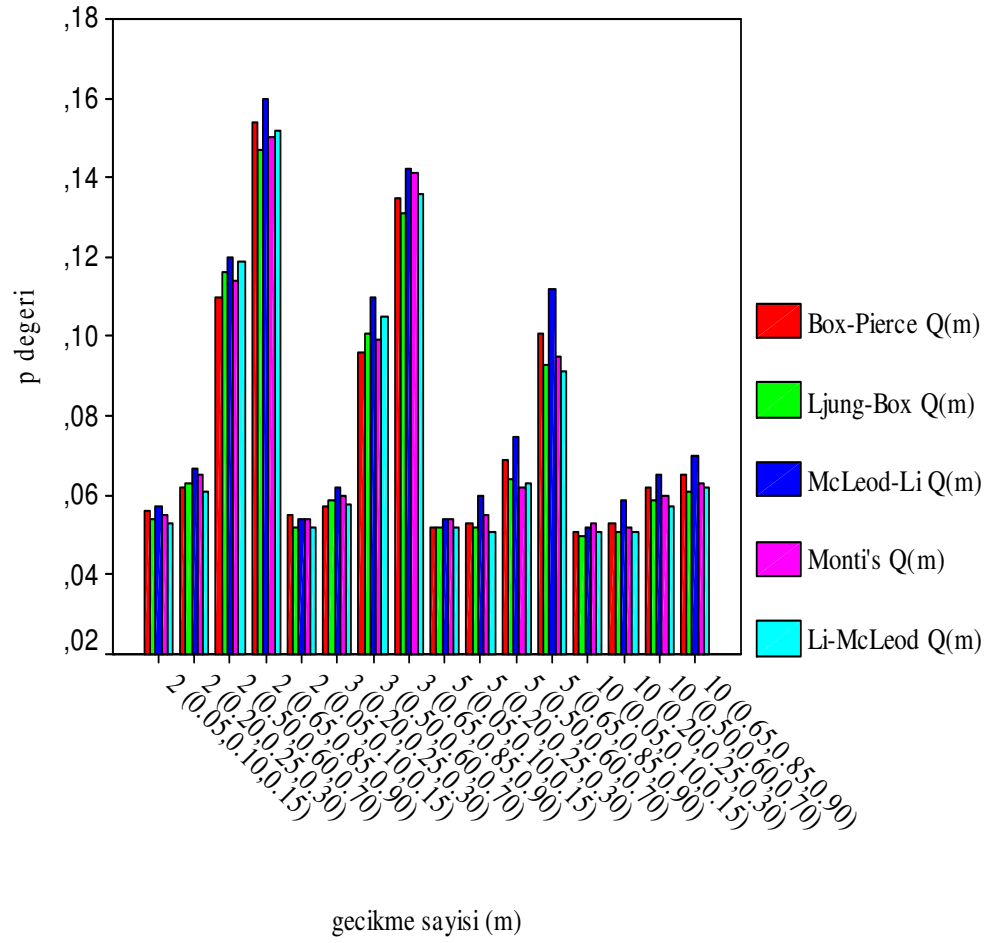
Çizelge 4.7'ye bakıldığında; burada, örnek hacmi $n=50$ için, 10000 deneme yapılarak, model AR(3) olduğu zaman mevcut test yöntemlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre, otoregressif parametre katsayılarının $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.05, 0.10, 0.15)$ olduğu durumda, tüm gecikmelerde testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyindedir. Fakat, otoregressif parametre katsayılarının değeri, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.20, 0.25, 0.30)$ olduğu zaman gecikme sayısının $m=2$ olduğu durumda, tüm test yöntemleri için, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeye göre bir miktar artmakta olduğu söylenebilir. Ancak diğer gecikmeler için, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının kabul edilebilir sınırlarda olduğu gözlemlenir.

Bundan başka, otoregressif parametre katsayılarının değerinin, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.50, 0.60, 0.70)$ ve $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.65, 0.85, 0.90)$ olduğu zaman, gecikme sayısının küçük değerleri için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyin üstünde olduğu gözlemlenirken, artan gecikme sayısında kabul edilebilir düzeye yaklaşmakta olduğu ifade edilebilir.

Burada ifade edilen durumlar, testlerin otoregressif parametre katsayılarının ve gecikme sayılarının aldıkları değerler de göz önünde bulundurularak, daha açık olarak, aşağıda Şekil 4.13'de ve Şekil 4.14'de grafiksel olarak verilmektedir.



Şekil 4.13. $n=50$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.14. $n=50$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

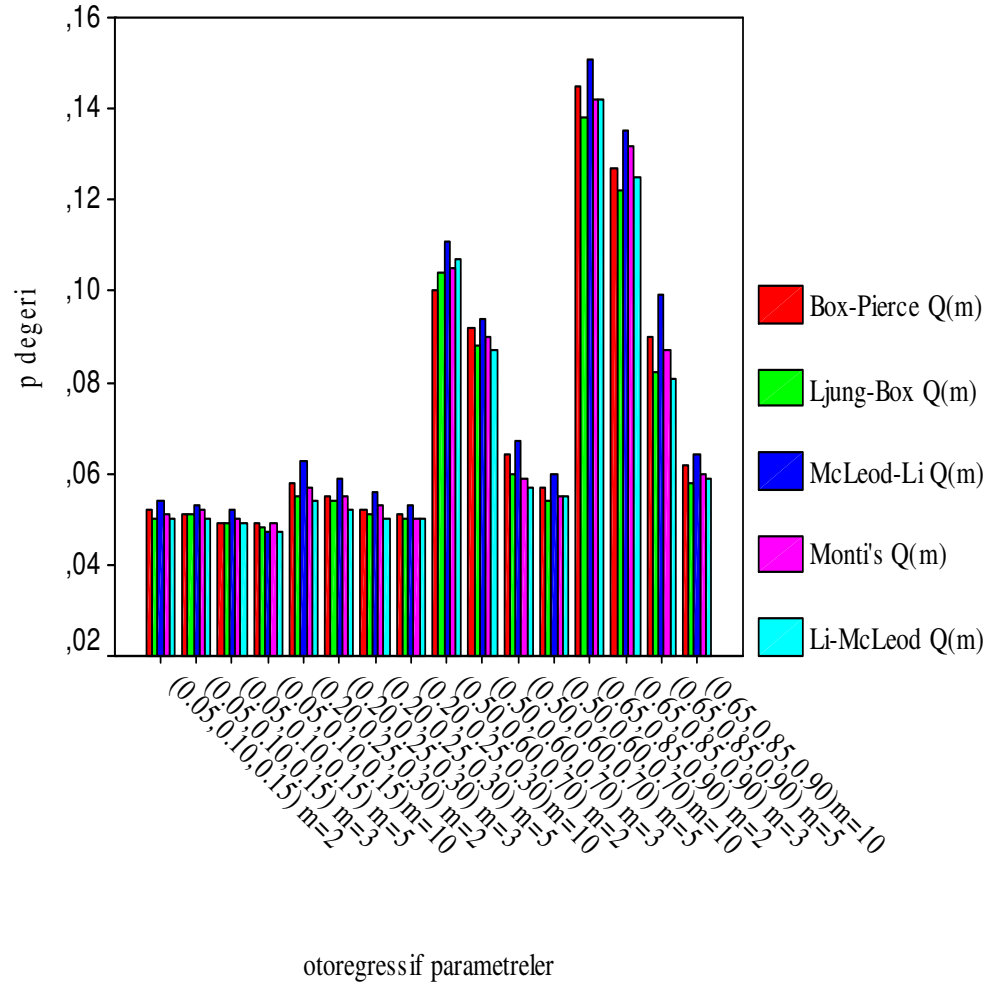
Çizelge 4.8. $n=100$ için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Otoressif Parametre	İkinci Otoressif Parametre	Üçüncü Otoressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.052	0.051	0.049	0.049
	0.20	0.25	0.30	0.058	0.055	0.052	0.051
	0.50	0.60	0.70	0.100	0.092	0.064	0.057
	0.65	0.85	0.90	0.145	0.0127	0.090	0.062
Ljung-Box Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.050	0.051	0.049	0.048
	0.20	0.25	0.30	0.055	0.054	0.051	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.104	0.088	0.060	0.054
	0.65	0.85	0.90	0.138	0.122	0.082	0.058
McLeod-Li Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.054	0.053	0.052	0.047
	0.20	0.25	0.30	0.063	0.059	0.056	0.053
	0.50	0.60	0.70	0.111	0.094	0.067	0.060
	0.65	0.85	0.90	0.0151	0.135	0.099	0.064
Monti's Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.051	0.052	0.050	0.049
	0.20	0.25	0.30	0.057	0.055	0.053	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.105	0.090	0.059	0.055
	0.65	0.85	0.90	0.142	0.132	0.087	0.060
Li-McLeod Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.050	0.050	0.049	0.047
	0.20	0.25	0.30	0.054	0.052	0.050	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.107	0.087	0.057	0.055
	0.65	0.85	0.90	0.142	0.125	0.081	0.059

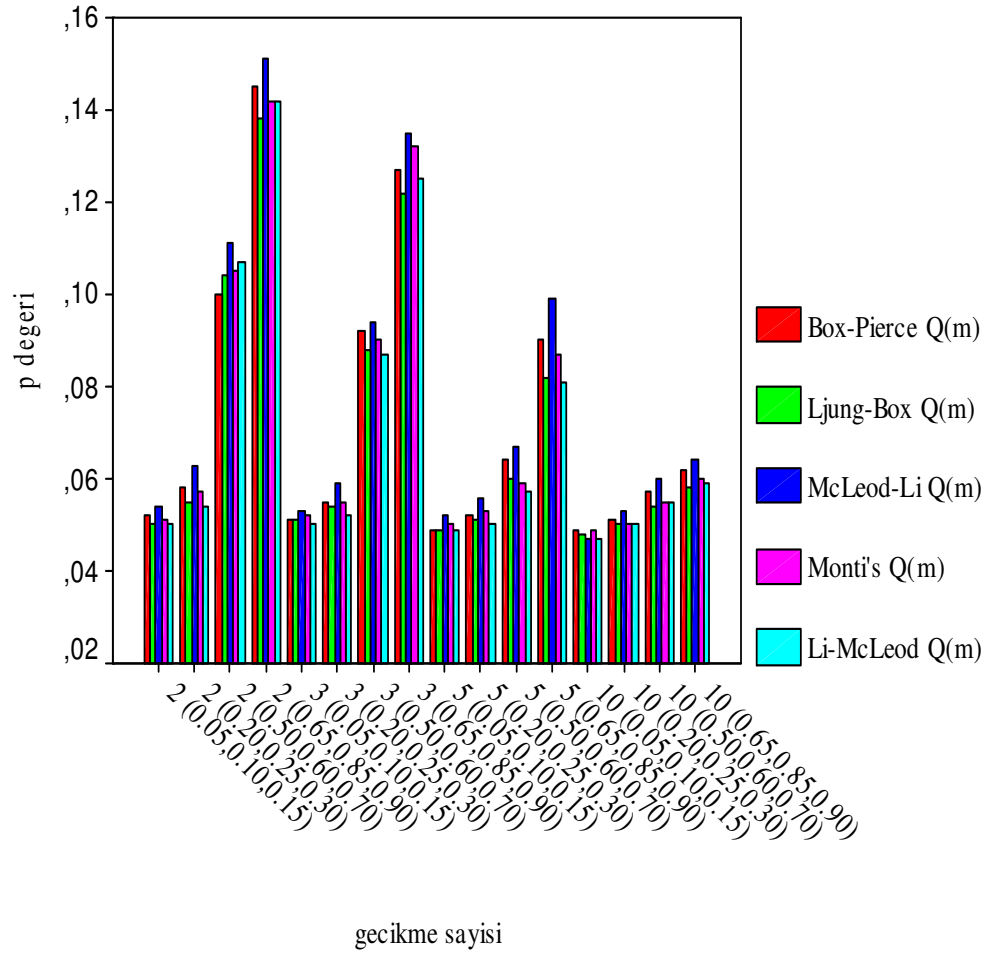
Çizelge 4.8'e göre; örnek hacmi $n=100$ için, 10000 denemede, model AR(3) olduğu zaman elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir. Buna göre, otoregressif parametre katsayılarının $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.05, 0.10, 0.15)$ değerini aldığı durumda, gecikme sayısının değerinin küçük olduğu durumda testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyindedir. Artan gecikme sayısında nominal düzeyin altında olduğu söylenebilir. Oturegressif parametre katsayılarının değeri, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.20, 0.25, 0.30)$ olduğu zaman tüm gecikmelerde, test yöntemlerinin hepsi için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyde olduğu söylenebilir.

Bundan başka, otoregressif parametre katsayılarının değerinin, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.50, 0.60, 0.70)$ ve $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.65, 0.85, 0.90)$ olduğu zaman, gecikme sayısının küçük değerleri için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyin üstünde olduğu gözlemlenirken, artan gecikme sayısında kabul edilebilir düzeye yaklaşmakta olduğu ifade edilebilir. Bu durumda, söz konusu durumda, kabul edilebilirliğin sağlanması için, artan gecikme sayısına gerek duyulmaktadır.

Burada ifade edilen durumlar, testlerin otoregressif parametre katsayılarının ve gecikme sayılarının aldıkları değerler de göz önünde bulundurularak, aşağıda Şekil 4.15'de ve Şekil 4.16'da grafiksel olarak verilmektedir.



Şekil 4.15. $n=100$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.16. $n=100$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

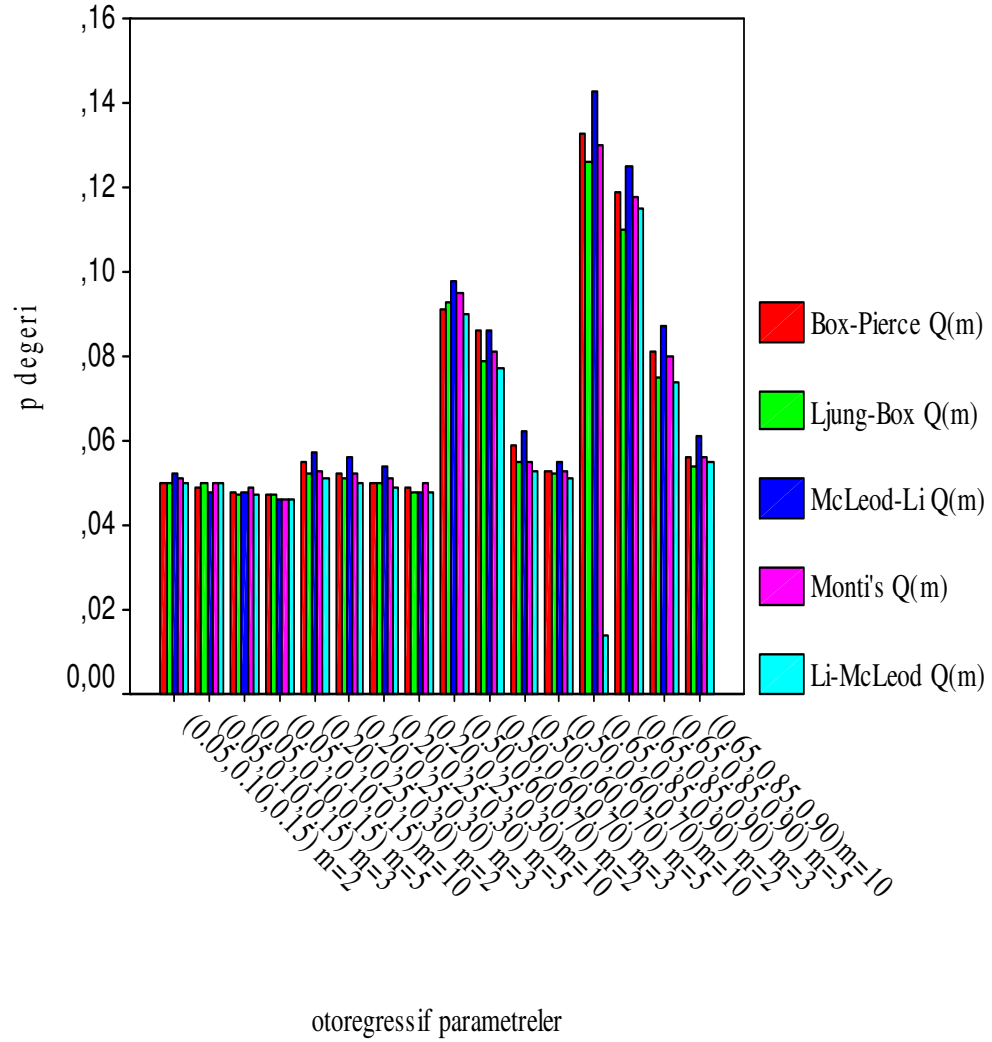
Çizelge 4.9. $n=500$ için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Otoressif Parametre	İkinci Otoressif Parametre	Üçüncü Otoressif Parametre	Gecikme Sayısı			
	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.050	0.049	0.048	0.047
	0.20	0.25	0.30	0.055	0.052	0.050	0.049
	0.50	0.60	0.70	0.091	0.086	0.059	0.053
	0.65	0.85	0.90	0.133	0.119	0.081	0.056
Ljung-Box Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.050	0.050	0.047	0.047
	0.20	0.25	0.30	0.052	0.051	0.050	0.048
	0.50	0.60	0.70	0.093	0.079	0.055	0.052
	0.65	0.85	0.90	0.126	0.110	0.075	0.054
McLeod-Li Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.052	0.048	0.048	0.046
	0.20	0.25	0.30	0.057	0.056	0.054	0.048
	0.50	0.60	0.70	0.098	0.086	0.062	0.055
	0.65	0.85	0.90	0.143	0.125	0.087	0.061
Monti's Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.051	0.050	0.049	0.046
	0.20	0.25	0.30	0.053	0.052	0.051	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.095	0.081	0.055	0.053
	0.65	0.85	0.90	0.130	0.118	0.080	0.056
Li-McLeod Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.050	0.050	0.047	0.046
	0.20	0.25	0.30	0.051	0.050	0.049	0.048
	0.50	0.60	0.70	0.090	0.077	0.053	0.051
	0.65	0.85	0.90	0.138	0.115	0.074	0.055

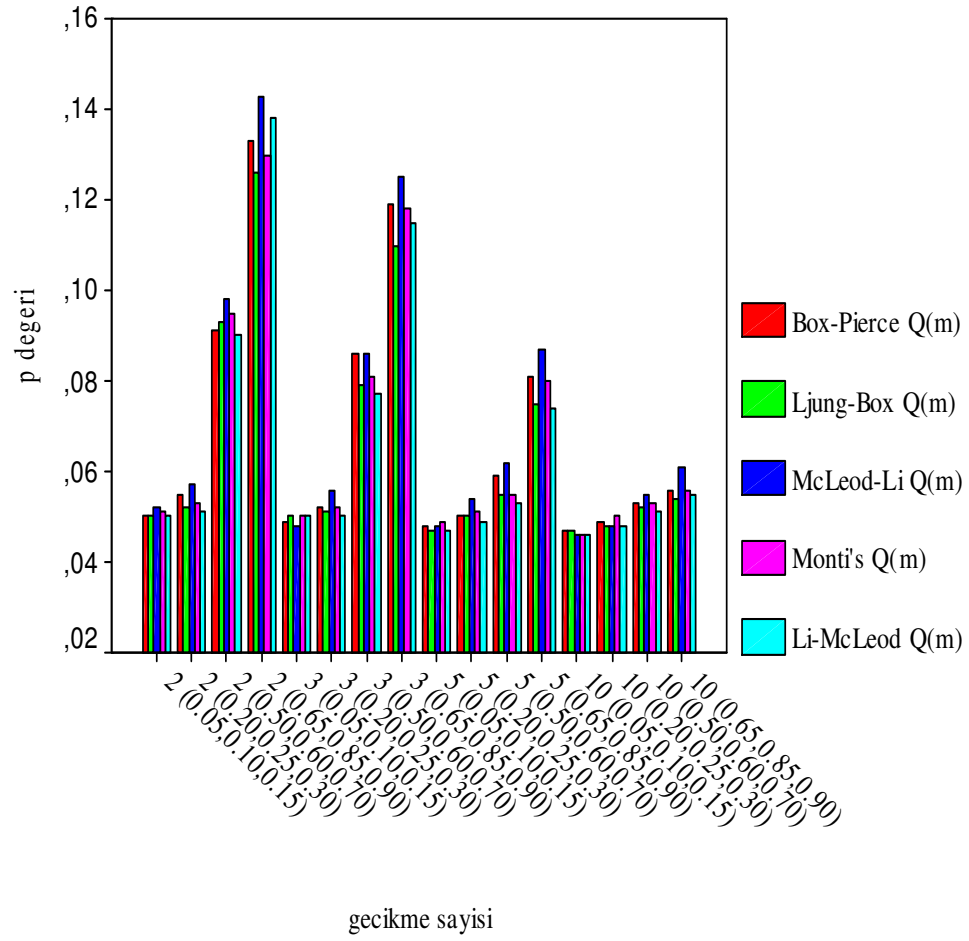
Çizelge 4.9'a göre; örnek hacmi $n=500$ olduğu zaman 10000 denemede simülasyon çalışması yapılarak, model AR(3) için, mevcut test yöntemlerinin farklı otoregressif parametre değerlerinin ve gecikme sayılarının kombinasyonları bir arada düşünülerek, deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmektedir. Buna göre, otoregressif parametre katsayılarının $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.05, 0.10, 0.15)$ değerini aldığı durumda, gecikme sayısının değerinin sadece küçük olduğu durumda testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyindedir. Artan gecikme sayısında nominal düzeyin altında değer almaktadırlar. Oturegressif parametre katsayılarının değeri, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.20, 0.25, 0.30)$ olduğu zaman tüm gecikmelerde, test yöntemlerinin hemen hemen hepsi için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzey civarında olduğu söylenebilir.

Oturegressif parametre katsayılarının değeri, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.50, 0.60, 0.70)$ olduğunda gecikme sayısı $m=2$ ve $m=3$ için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarını kabul edilebilir düzeyin üstünde iken, artan gecikme sayısında nominal düzeye yaklaşmaktadırlar benzer şekilde otoregressif parametre katsayılarının değeri $(\phi_1, \phi_2, \phi_3)=(0.65, 0.85, 0.90)$ olduğu zaman, sadece gecikme sayısının büyük değerleri için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarını kabul edilebilirliğe yaklaşmaktadır.

Burada ifade edilen durumlar, testlerin otoregressif parametre katsayılarının ve gecikme sayılarının aldıkları değerler de göz önünde bulundurularak, aşağıda Şekil 4.17'de ve Şekil 4.18'de grafiksel olarak verilmektedir.



Şekil 4.17. $n=500$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif parametre bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.18. $n=500$ için model AR(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

MA(1) Modeli

Bu kısımda dört farklı hareketli ortalama parametresi düşünülerek dört tane MA(1) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için örnek hacmi n=50, n=100 ve n=500 alınarak deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = a_t - 0.20a_{t-1}$$

$$\text{Model-2: } z_t = a_t - 0.50a_{t-1}$$

$$\text{Model-3: } z_t = a_t - 0.70a_{t-1}$$

$$\text{Model-4: } z_t = a_t - 0.99a_{t-1}$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları örnek hacmi n=50 için Çizelge 4.10'da, örnek hacmi n=100 için Çizelge 4.11'de ve örnek hacmi n=500 için Çizelge 4.12'de verilmektedir.

Çizelge 4.10. $n=50$ için 10000 denemede MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

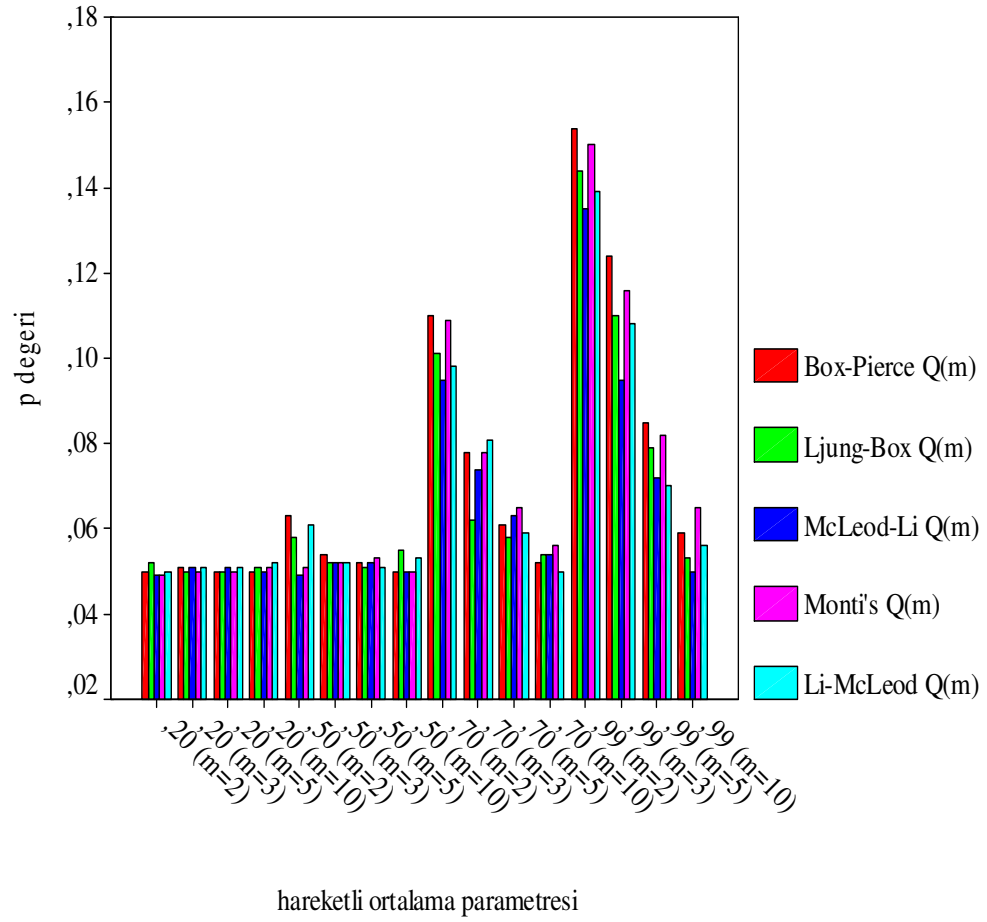
	Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.20	0.050	0.051	0.050	0.050
	0.50	0.063	0.054	0.052	0.050
	0.70	0.110	0.078	0.061	0.052
	0.99	0.154	0.124	0.085	0.059
Ljung-Box Q(m)	0.20	0.052	0.050	0.050	0.051
	0.50	0.058	0.052	0.051	0.055
	0.70	0.101	0.062	0.058	0.054
	0.99	0.144	0.110	0.079	0.053
McLeod-Li Q(m)	0.20	0.048	0.049	0.049	0.049
	0.50	0.049	0.047	0.040	0.049
	0.70	0.095	0.048	0.049	0.054
	0.99	0.135	0.095	0.072	0.050
Monti's Q(m)	0.20	0.049	0.046	0.049	0.049
	0.50	0.049	0.048	0.049	0.050
	0.70	0.109	0.049	0.052	0.047
	0.99	0.150	0.116	0.082	0.065
Li-McLeod Q(m)	0.20	0.050	0.049	0.049	0.048
	0.50	0.061	0.052	0.051	0.049
	0.70	0.098	0.081	0.059	0.050
	0.99	0.139	0.108	0.070	0.056

Çizelge 4.10'a bakıldığında; bu çizelgede örnek hacmi $n=50$ için, hareketli ortalama parametresi θ 'nın dört farklı değeri ve değişen gecikme sayısı alınarak MA(1) modelinin uygunluğu testinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmiştir. Buna göre; hareketli ortalama parametresi $\theta \leq 0.50$ olduğu zaman tüm gecikme sayıları için, Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları belirlenen anlamlılık düzeyinde kabul edilebilir düzeydedir. Diğer iki test için elde edilmiş olan sonuçlar kabul edilebilir düzeyin altındadır.

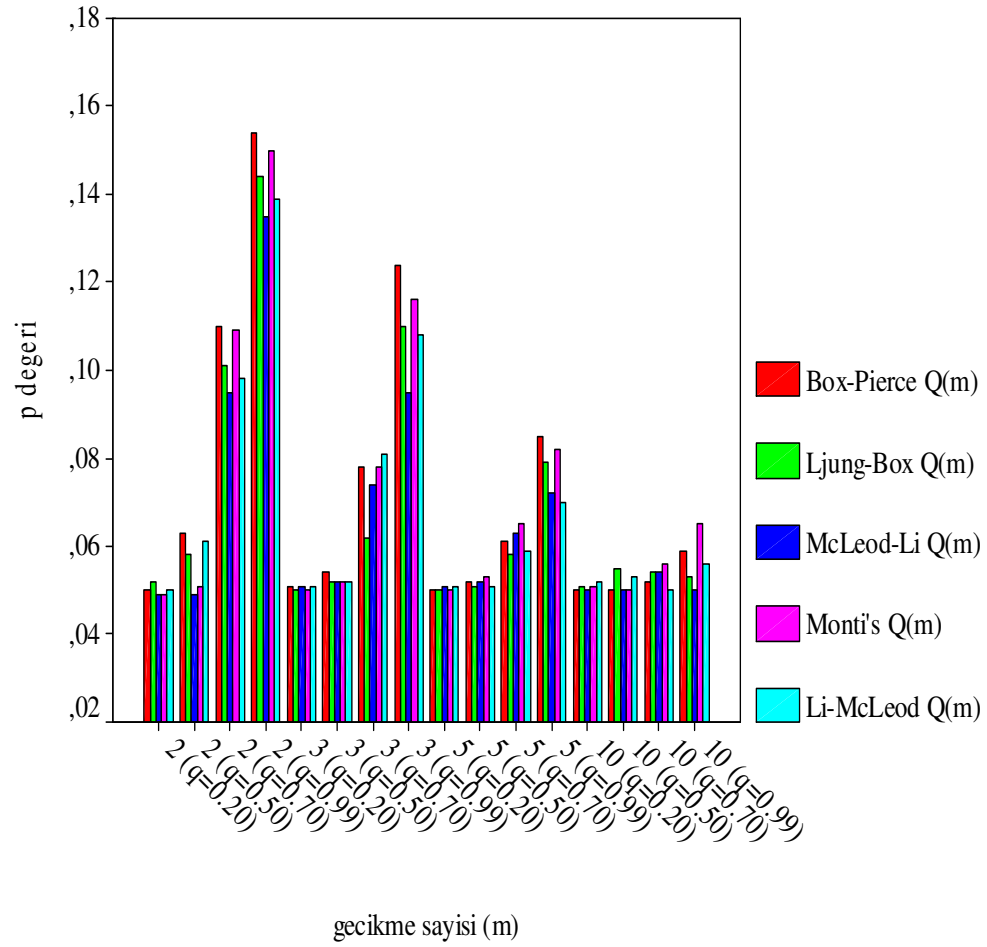
Hareketli ortalama parametresinin $\theta=0.70$ olduğu durumda küçük gecikme sayısı $m=2$ için testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir düzeyin üzerine çıkmaktadır. Gecikme sayısı arttıkça deneysel sonuçlar kabul edilebilir sınıra daha fazla yaklaşmaktadırlar.

Hareketli ortalama parametresinin $\phi=0.99$ olduğu durumda küçük gecikme sayıları için kabul edilebilir düzeyden oldukça fazla uzaklaşma olduğu gözlemlenirken, daha büyük gecikme sayılarında deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının daha kabul edilebilir bir durumda olduğu gözlemlenmektedir. Dolayısıyla burada yer verilmiş olan beş test yöntemi için, daha büyük hareketli ortalama parametresi değerleri için artan gecikme sayısına gereksinim duyulmakta olduğu ifadesi kullanılabilir. Bu durum aşağıda Şekil 4.19'da grafiksel olarak daha açık bir şekilde gösterilmektedir.

Bundan başka, gecikme sayısı bakımından testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları karşılaştırılmak istenirse, aşağıda Şekil 4.20'de de gösterilmekte olduğu gibi, gecikme sayısı küçük olduğu zaman hareketli ortalama parametresinin küçük olduğu durumlarda testler arasında farklılık gözlemlenmezken, parametre değeri arttığı zaman farklılık ortaya çıkmaktadır. Bu farklılığın gecikme sayısındaki artışla beraber ortadan kalkmakta olduğu çok açık bir şekilde gözlemlenmektedir.



Şekil 4.19. $n=50$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.20. $n=50$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel α sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

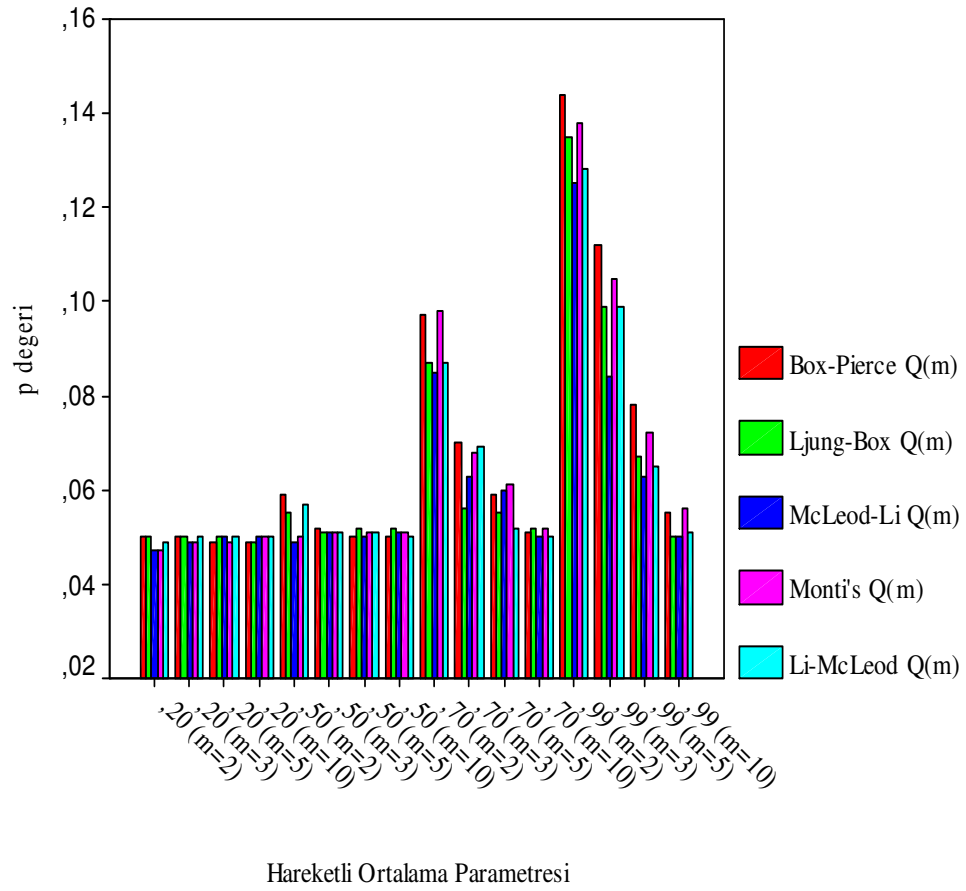
Çizelge 4.11. $n=100$ için 10000 denemede MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.049	0.049
	0.50	0.059	0.052	0.050	0.050
	0.70	0.097	0.070	0.059	0.051
	0.99	0.144	0.112	0.078	0.055
Ljung-Box Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.050	0.049
	0.50	0.055	0.051	0.052	0.052
	0.70	0.087	0.056	0.055	0.052
	0.99	0.135	0.099	0.067	0.050
McLeod-Li Q(m)	0.20	0.047	0.049	0.050	0.050
	0.50	0.049	0.051	0.050	0.051
	0.70	0.085	0.063	0.060	0.050
	0.99	0.125	0.084	0.063	0.050
Monti's Q(m)	0.20	0.047	0.049	0.049	0.050
	0.50	0.050	0.051	0.051	0.051
	0.70	0.098	0.068	0.061	0.052
	0.99	0.138	0.105	0.072	0.056
Li-McLeod Q(m)	0.20	0.049	0.050	0.050	0.050
	0.50	0.057	0.051	0.051	0.050
	0.70	0.087	0.069	0.052	0.050
	0.99	0.128	0.099	0.065	0.051

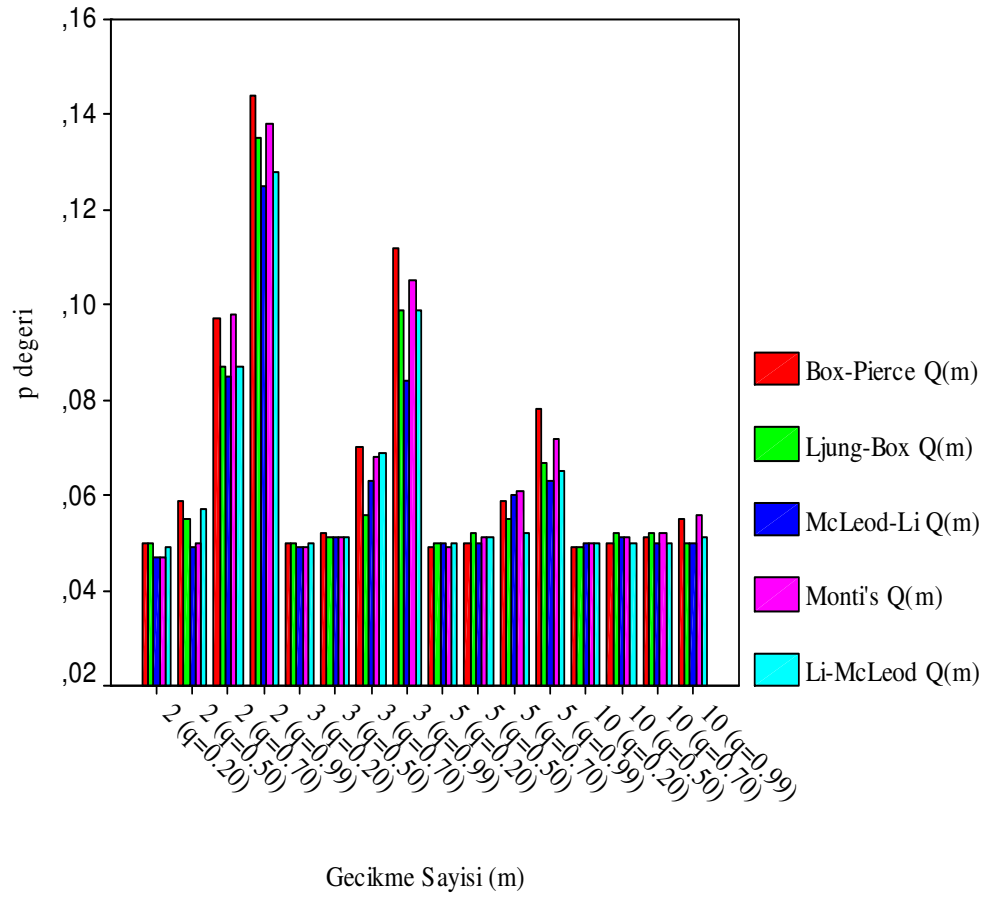
Çizelge 4.11’de; örnek hacmi $n=100$ için, model MA(1) olduğunda, hareketli ortalama parametresi θ ’nın dört farklı değeri ve dört farklı gecikme sayısı bir arada düşünülerek, testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir. Buna göre; hareketli ortalama parametresi $\theta \leq 0.50$ olduğu zaman tüm gecikme sayıları için, Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel sonuçları belirlenen anlamlılık düzeyinde kabul edilebilir durumdadır.

Hareketli ortalama parametresinin $\theta=0.70$ olduğu durumda daha küçük gecikme sayısı için testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir düzeyin üzerine çıkmaktadır. Gecikme sayısı arttıkça elde edilen sonuçların nominal düzeye doğru yaklaşmakta oldukları söylenebilir. Hareketli ortalama parametresinin $\theta=0.99$ olduğu durumda küçük gecikme sayıları için kabul edilebilir düzeyden oldukça fazla uzaklaşma olduğu gözlemlenirken, daha büyük gecikme sayılarında deneysel sonuçların daha kabul edilebilir bir durumda olduğu gözlemlenmektedir. Bu durum aşağıda Şekil 4.21’de grafiksel olarak verilmektedir.

Ayrıca, gecikme sayısı bakımından testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına bakıldığında, aşağıda Şekil 4.22’de de gösterilmekte olduğu gibi, küçük gecikme sayısı için hareketli ortalama parametresinin değerinin küçük olduğu durumlarda, büyük gecikme sayısı için de hareketli ortalama parametresinin daha büyük olduğu durumlarda farklılık olmamakta, bunun aksi durumda testler arasında farklılık olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 4.21. $n=100$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.22. $n=100$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

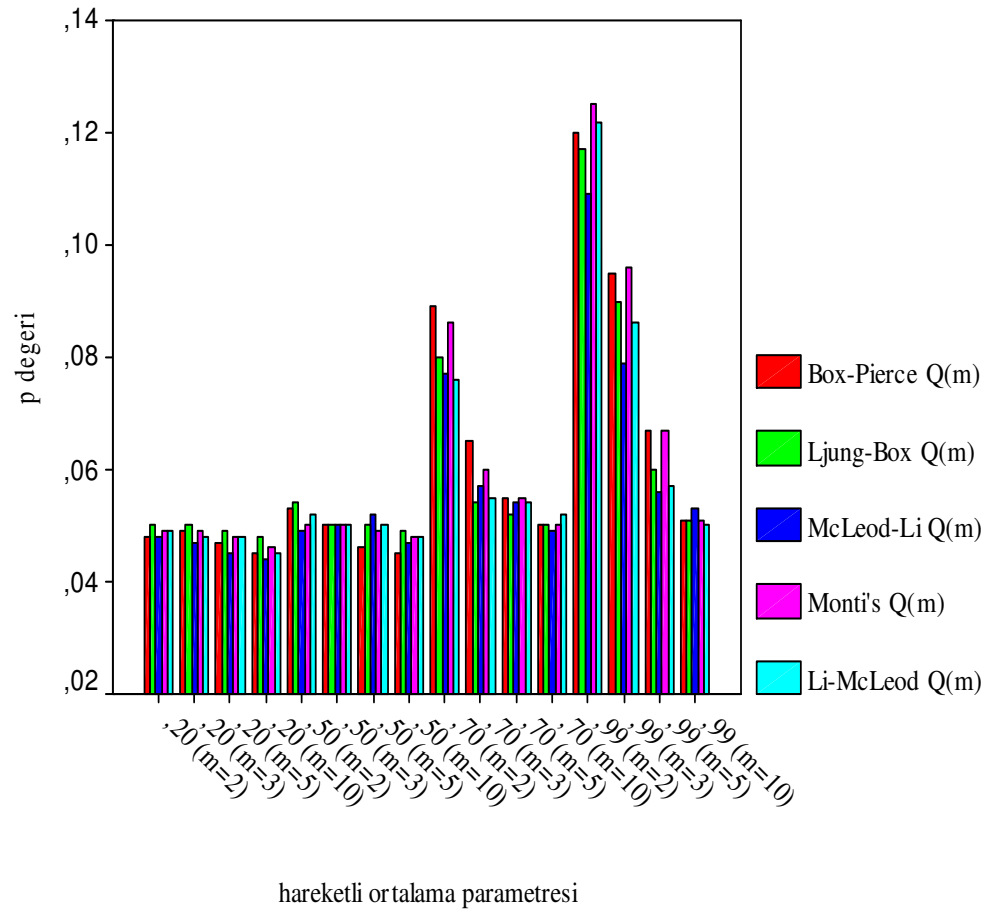
Çizelge 4.12. $n=500$ için 10000 denemede MA(1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.20	0.048	0.049	0.047	0.045
	0.50	0.053	0.050	0.046	0.045
	0.70	0.089	0.065	0.055	0.050
	0.99	0.120	0.095	0.067	0.051
Ljung-Box Q(m)	0.20	0.050	0.050	0.049	0.048
	0.50	0.054	0.050	0.050	0.049
	0.70	0.080	0.054	0.052	0.050
	0.99	0.117	0.090	0.060	0.051
McLeod-Li Q(m)	0.20	0.048	0.047	0.045	0.044
	0.50	0.049	0.050	0.052	0.047
	0.70	0.077	0.057	0.054	0.049
	0.99	0.109	0.079	0.056	0.053
Monti's Q(m)	0.20	0.049	0.049	0.048	0.046
	0.50	0.050	0.050	0.049	0.048
	0.70	0.086	0.060	0.055	0.050
	0.99	0.125	0.096	0.067	0.051
Li-McLeod Q(m)	0.20	0.049	0.048	0.048	0.045
	0.50	0.052	0.050	0.050	0.048
	0.70	0.076	0.055	0.054	0.052
	0.99	0.122	0.086	0.057	0.050

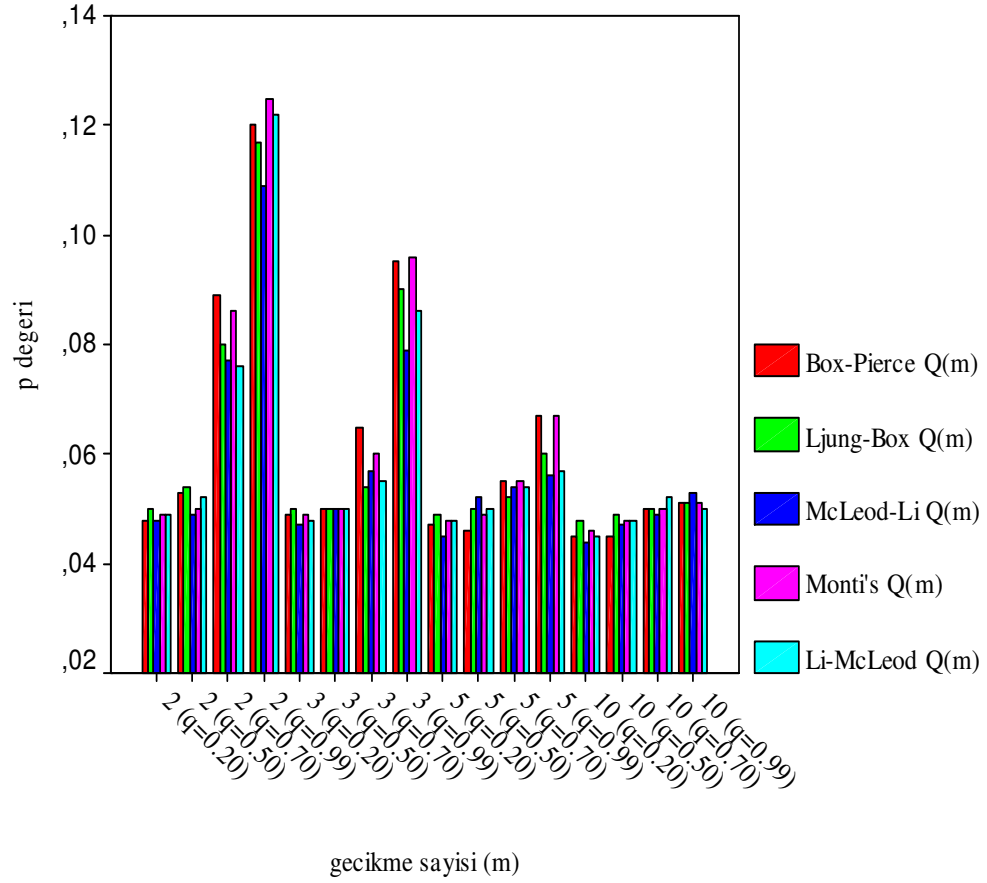
Çizelge 4.12'ye göre; örnek hacmi $n=500$ için, model MA(1) olduğunda, hareketli ortalama parametresi θ 'nın dört farklı değeri ve dört farklı gecikme sayısı bir arada düşünülerek, testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir. Buna göre; hareketli ortalama parametresi $\theta=0.20$ olduğu zaman, gecikme sayısı $m=2$ ve $m=3$ olduğunda Ljung-Box $Q(m)$ test yöntemine göre elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları nominal düzeydedir. Diğer test yöntemlerine bakıldığında, tüm gecikme sayıları için elde edilen sonuçlar kabul edilebilirlik sınırlarının altında değer almaktadırlar. $\theta=0.50$ olduğu zaman, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir sınırlar içerisinde iken artan gecikme sayısı durumunda nominal düzeyin altında değer almaktadırlar.

Hareketli ortalama parametresinin $\theta=0.70$ olduğu durumda küçük gecikme sayısı için testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir düzeyin üzerine çıkmaktadır. Gecikme sayısı artmasıyla beraber, elde edilen sonuçların nominal düzeye doğru yaklaşmakta oldukları gözlemlenmektedir. Hareketli ortalama parametresinin $\theta=0.99$ olduğu durumda, küçük gecikme sayıları için kabul edilebilir düzeyden oldukça fazla uzaklaşma olduğu gözlemlenirken, artan gecikme sayılarında deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının daha kabul edilebilir bir durumda olduğu gözlemlenmektedir.

Burada ifade edilen durumlar, hareketli ortalama parametresi ve gecikme sayısına göre, aşağıda Şekil 4.23'de ve Şekil 4.24'de grafiksel olarak gösterilmektedir.



Şekil 4.23. $n=500$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.24. $n=500$ için model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

MA(2) Modeli

Bu kısımda dört farklı hareketli ortalama parametre çifti düşünülerek dört adet MA(2) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = a_t - 0.50a_{t-1} - 0.20a_{t-2}$$

$$\text{Model-2: } z_t = a_t - 0.60a_{t-1} - 0.40a_{t-2}$$

$$\text{Model-3: } z_t = a_t - 0.80a_{t-1} - 0.50a_{t-2}$$

$$\text{Model-4: } z_t = a_t - 0.95a_{t-1} - 0.60a_{t-2}$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları örnek hacmi $n=50$ için Çizelge 4.13'de, örnek hacmi $n=100$ için Çizelge 4.14'de ve örnek hacmi $n=500$ için Çizelge 4.15'de verilmektedir.

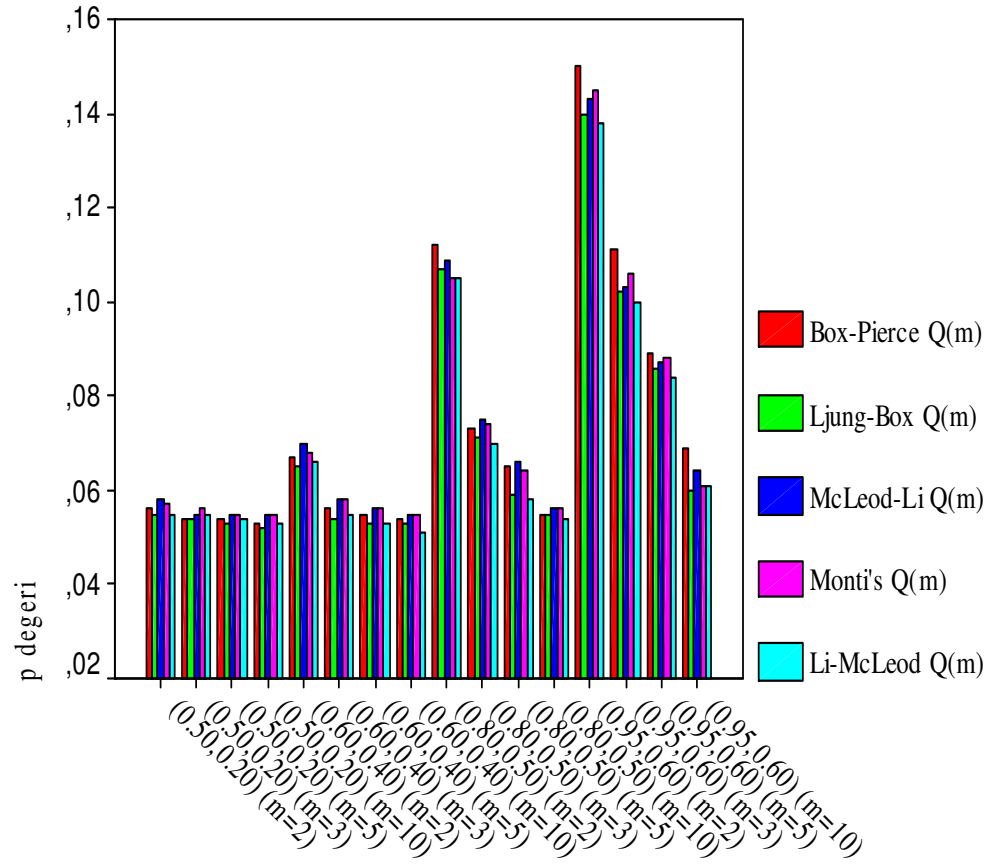
Çizelge 4.13. $n=50$ için 10000 denemede MA(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Hareketli Ortalama Parametresi	İkinci Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ_1	θ_2	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.50	0.20	0.056	0.054	0.054	0.053
	0.60	0.40	0.067	0.056	0.055	0.054
	0.80	0.50	0.112	0.073	0.065	0.055
	0.95	0.60	0.150	0.111	0.089	0.069
Ljung-Box Q(m)	0.50	0.20	0.055	0.054	0.053	0.052
	0.60	0.40	0.065	0.054	0.053	0.053
	0.80	0.50	0.107	0.071	0.059	0.055
	0.95	0.60	0.140	0.102	0.086	0.060
McLeod-Li Q(m)	0.50	0.20	0.058	0.055	0.055	0.055
	0.60	0.40	0.070	0.058	0.056	0.055
	0.80	0.50	0.109	0.075	0.066	0.056
	0.95	0.60	0.143	0.103	0.087	0.064
Monti's Q(m)	0.50	0.20	0.057	0.056	0.055	0.055
	0.60	0.40	0.068	0.058	0.056	0.055
	0.80	0.50	0.105	0.074	0.064	0.056
	0.95	0.60	0.145	0.106	0.088	0.061
Li-McLeod Q(m)	0.50	0.20	0.055	0.055	0.054	0.053
	0.60	0.40	0.066	0.055	0.053	0.051
	0.80	0.50	0.105	0.070	0.058	0.054
	0.95	0.60	0.138	0.100	0.084	0.061

Çizelge 4.13'e bakıldığında; örnek hacmi $n=50$ için, hareketli ortalama parametresinin farklı ikili durumları ve gecikme sayıları bir arada düşünülerek MA(2) modelinin uygunluğu testinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmiştir. $(\theta_1, \theta_2)=(0.50, 0.20)$ olduğu zaman testlerin deneysel sonuçlarının MA(2) modeli için tüm gecikme sayılarında kabul edilebilir olduğu gözlemlenmektedir. $(\theta_1, \theta_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman küçük gecikme sayısı $m=2$ için tüm testler kabul edilebilir düzeyin üstüne çıkmakla beraber yine kabul edilebilir sınır civarındadır. Diğer gecikme sayıları için nominal düzeyde olduğu ifade edilebilir.

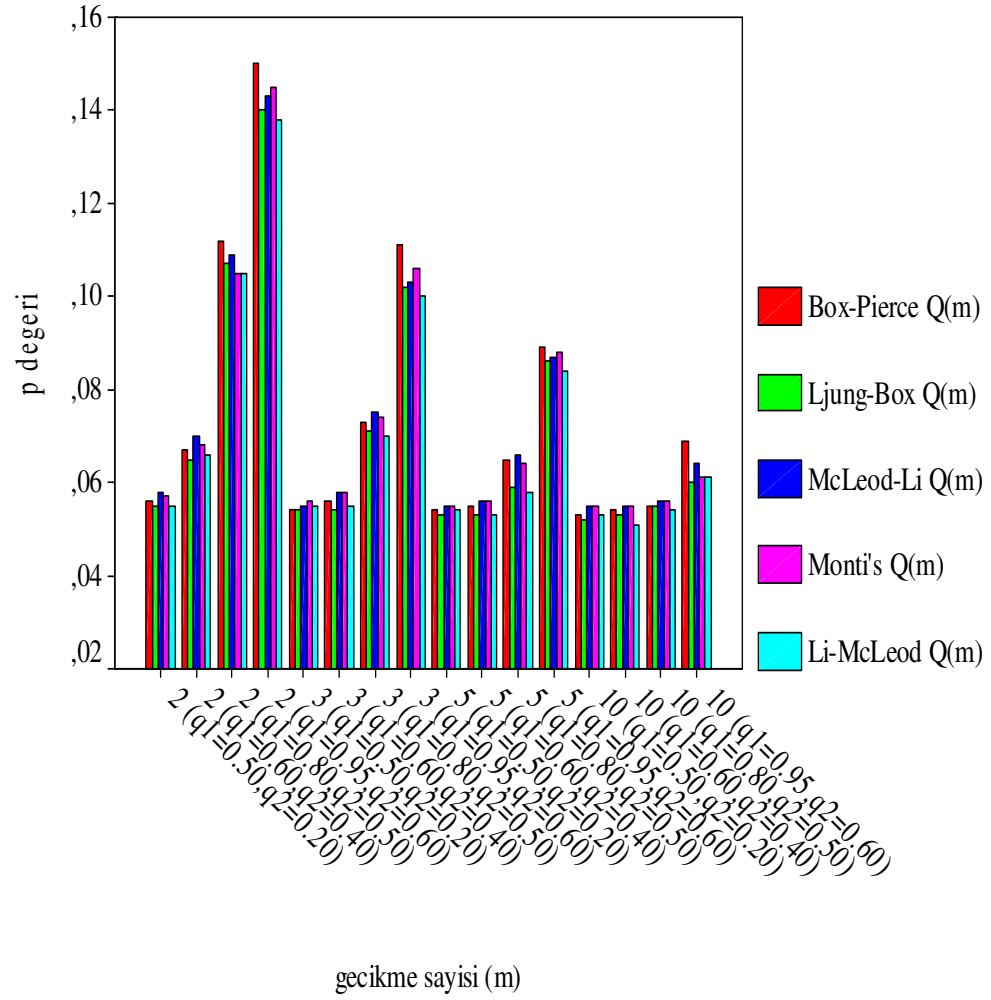
$(\theta_1, \theta_2)=(0.80, 0.50)$ olduğu zaman küçük gecikme durumlarında elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir düzeyin üstüne çıkmaktadır. Daha büyük gecikme sayıları için sonuçlar kabul edilebilir sınıra yaklaşmaktadırlar. $(\theta_1, \theta_2)=(0.95, 0.60)$ olduğu zaman yine bir önceki durum söz konusudur. Gecikme sayının küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyden oldukça fazla sapma göstermiş olduğu fark edilmektedir. Dolayısıyla bu durum için, testlerin kabul edilebilir düzeye yaklaşabilmesi, artan gecikme sayısına bağlıdır. Bu durum aşağıda Şekil 4.25'de grafiksel olarak gösterilmektedir.

Ayrıca, gecikme sayısı bakımından testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları mukayese edilmek istenirse, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda hareketli ortalama parametrelerinin daha büyük değerleri için testler arasında deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları bakımından farklılık olduğu ifade edilebilir. Daha küçük hareketli ortalama parametrelerinde farklılık gözlemlenmemektir. Gecikme sayısının büyük değeri için, testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları bakımından aralarında farklılık bulunmamaktadır. Bu durum Şekil 4.26'da grafiksel olarak gösterilmektedir.



hareketli ortalama parametresi

Şekil 4.25. $n=50$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.26. $n=50$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel α sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

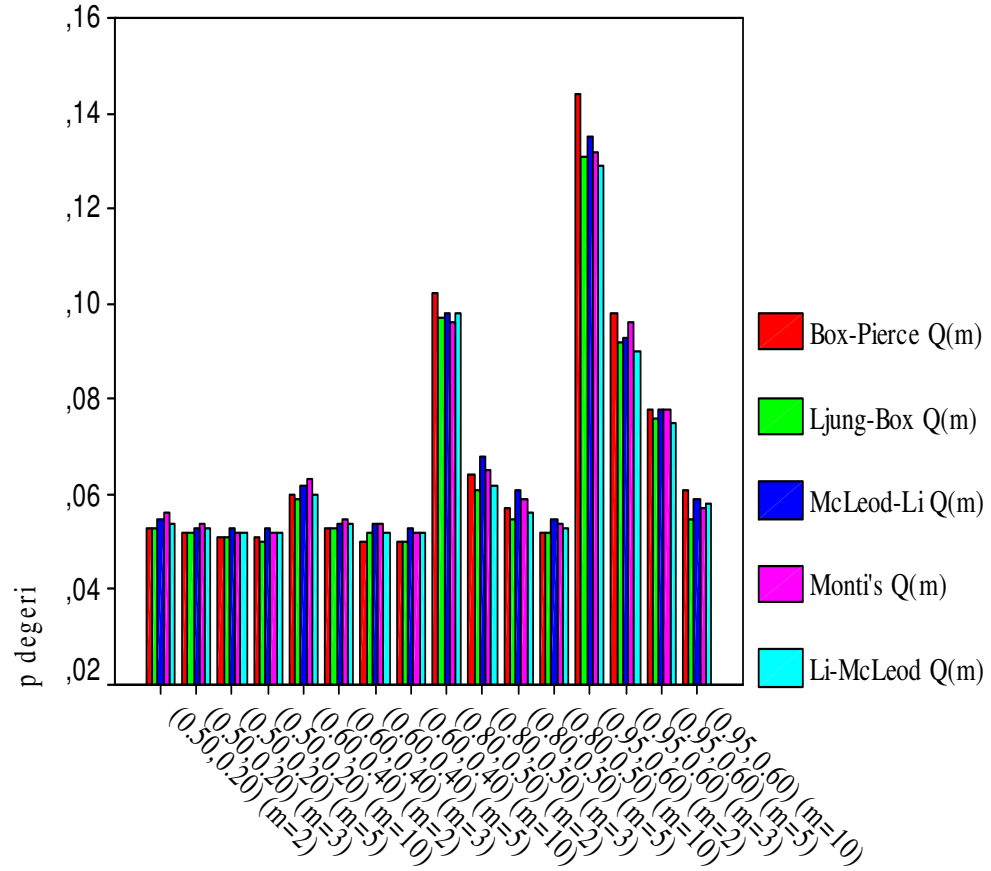
Çizelge 4.14. $n=100$ için 10000 denemede MA(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Hareketli Ortalama Parametresi	İkinci Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ_1	θ_2	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.50	0.20	0.053	0.052	0.051	0.051
	0.60	0.40	0.060	0.053	0.050	0.050
	0.80	0.50	0.102	0.064	0.057	0.052
	0.95	0.60	0.144	0.098	0.078	0.061
Ljung-Box Q(m)	0.50	0.20	0.053	0.052	0.051	0.050
	0.60	0.40	0.059	0.053	0.052	0.050
	0.80	0.50	0.097	0.061	0.055	0.052
	0.95	0.60	0.131	0.092	0.076	0.055
McLeod-Li Q(m)	0.50	0.20	0.055	0.053	0.053	0.053
	0.60	0.40	0.062	0.054	0.054	0.053
	0.80	0.50	0.098	0.068	0.061	0.055
	0.95	0.60	0.135	0.093	0.078	0.059
Monti's Q(m)	0.50	0.20	0.056	0.054	0.052	0.052
	0.60	0.40	0.063	0.055	0.054	0.052
	0.80	0.50	0.096	0.065	0.059	0.054
	0.95	0.60	0.132	0.096	0.078	0.057
Li-McLeod Q(m)	0.50	0.20	0.054	0.053	0.052	0.052
	0.60	0.40	0.060	0.054	0.052	0.052
	0.80	0.50	0.098	0.062	0.056	0.053
	0.95	0.60	0.129	0.090	0.075	0.058

Çizelge 4.14'e bakıldığında; örnek hacmi $n=100$ için, model MA(2) modeli olduğu zaman testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmiştir. $(\theta_1, \theta_2)=(0.50, 0.20)$ ve $(\theta_1, \theta_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının MA(2) modeli için tüm gecikme sayılarında kabul edilebilir olduğu gözlemlenmektedir. $(\theta_1, \theta_2)=(0.80, 0.50)$ olduğu zaman tüm testler için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları küçük gecikme sayısı $m=2$ için nominal düzeyin üstüne çıkmakla beraber, artan gecikme sayısında kabul edilebilir düzeye doğru yaklaşmakta olduğu gözlemlenmektedir.

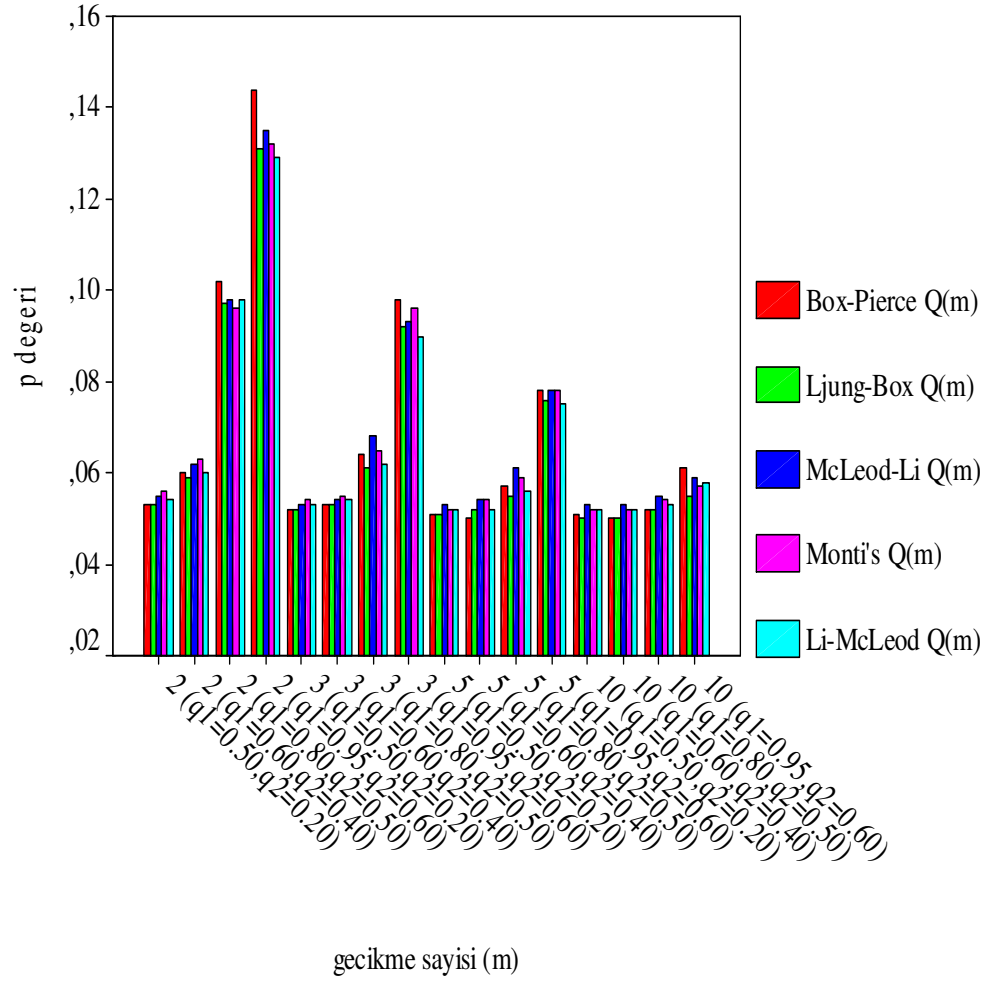
$(\theta_1, \theta_2)=(0.95, 0.60)$ olduğu zaman, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının belirlenen anlamlılık düzeyine göre, kabul edilebilir sınırın oldukça üstünde olduğu fark edilmektedir. Söz konusu bu durum için daha büyük gecikme sayısı gerekmektedir. Bu durum Şekil 4.27'de verilmektedir.

Testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından mukayese edilmesi istenirse; aşağıda Şekil 4.28'de de gösterilmekte olduğu gibi, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda daha küçük hareketli ortalama parametresi değerleri için testler arasında deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına göre farklılık bulunmamakla beraber, hareketli ortalama parametre çifti değerlerinin artması ile farklılık ortaya çıkmaktadır. Bundan başka, grafikte de gösterildiği gibi, gecikme sayısının artmasıyla birlikte, testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları arasındaki farklılığın, hareketli ortalama parametre çiftlerinin değişiminden etkilenmediği gözlemlenmektedir. Yani gecikme sayısı büyük olduğu zaman testler arasında deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları bakımından farklılık bulunmamaktadır.



hareketli ortalama parametreleri

Şekil 4.27. $n=100$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.28. $n=100$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

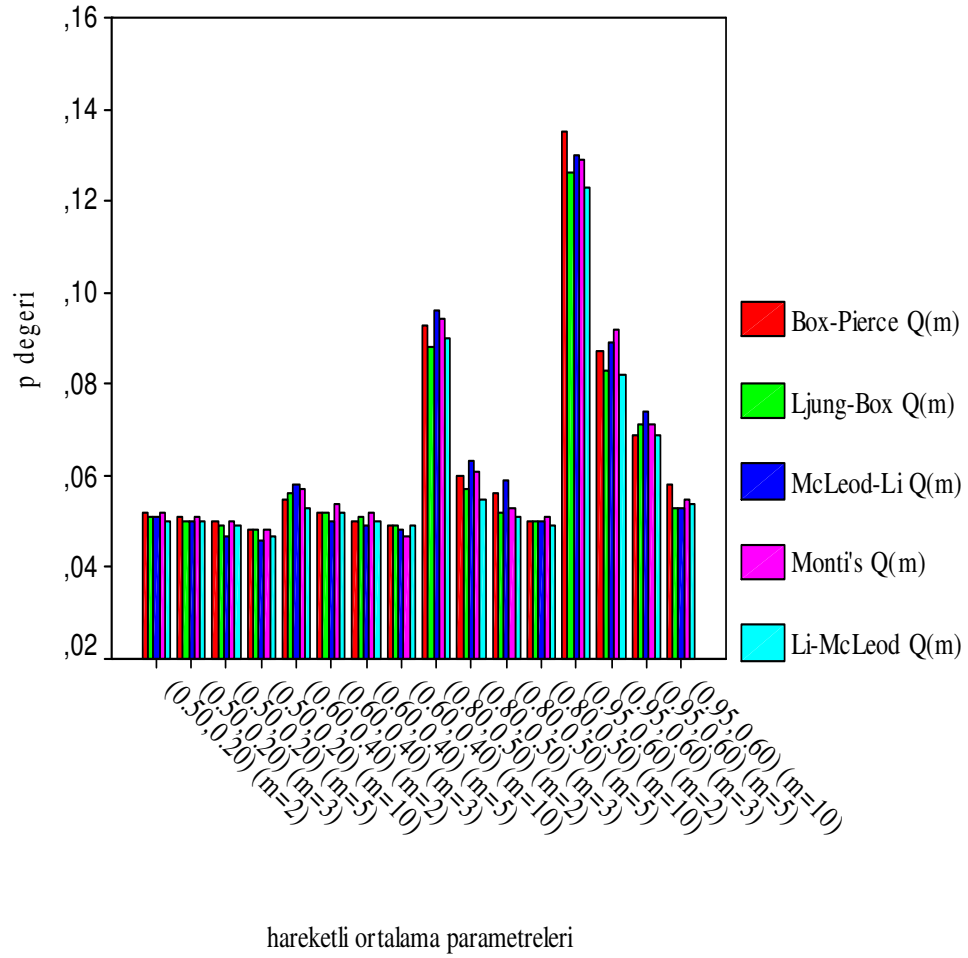
Çizelge 4.15. $n=500$ için 10000 denemede MA(2) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Hareketli Ortalama Parametresi	İkinci Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ_1	θ_2	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.50	0.20	0.052	0.051	0.050	0.048
	0.60	0.40	0.055	0.052	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.093	0.060	0.056	0.050
	0.95	0.60	0.135	0.087	0.069	0.058
Ljung-Box Q(m)	0.50	0.20	0.051	0.050	0.049	0.048
	0.60	0.40	0.056	0.052	0.051	0.049
	0.80	0.50	0.088	0.057	0.052	0.050
	0.95	0.60	0.126	0.083	0.071	0.053
McLeod-Li Q(m)	0.50	0.20	0.051	0.050	0.047	0.046
	0.60	0.40	0.058	0.050	0.049	0.048
	0.80	0.50	0.096	0.063	0.059	0.050
	0.95	0.60	0.130	0.089	0.074	0.053
Monti's Q(m)	0.50	0.20	0.052	0.051	0.050	0.048
	0.60	0.40	0.057	0.054	0.052	0.047
	0.80	0.50	0.094	0.061	0.053	0.051
	0.95	0.60	0.129	0.092	0.071	0.055
Li-McLeod Q(m)	0.50	0.20	0.050	0.050	0.049	0.047
	0.60	0.40	0.053	0.052	0.050	0.049
	0.80	0.50	0.090	0.055	0.051	0.049
	0.95	0.60	0.123	0.082	0.069	0.054

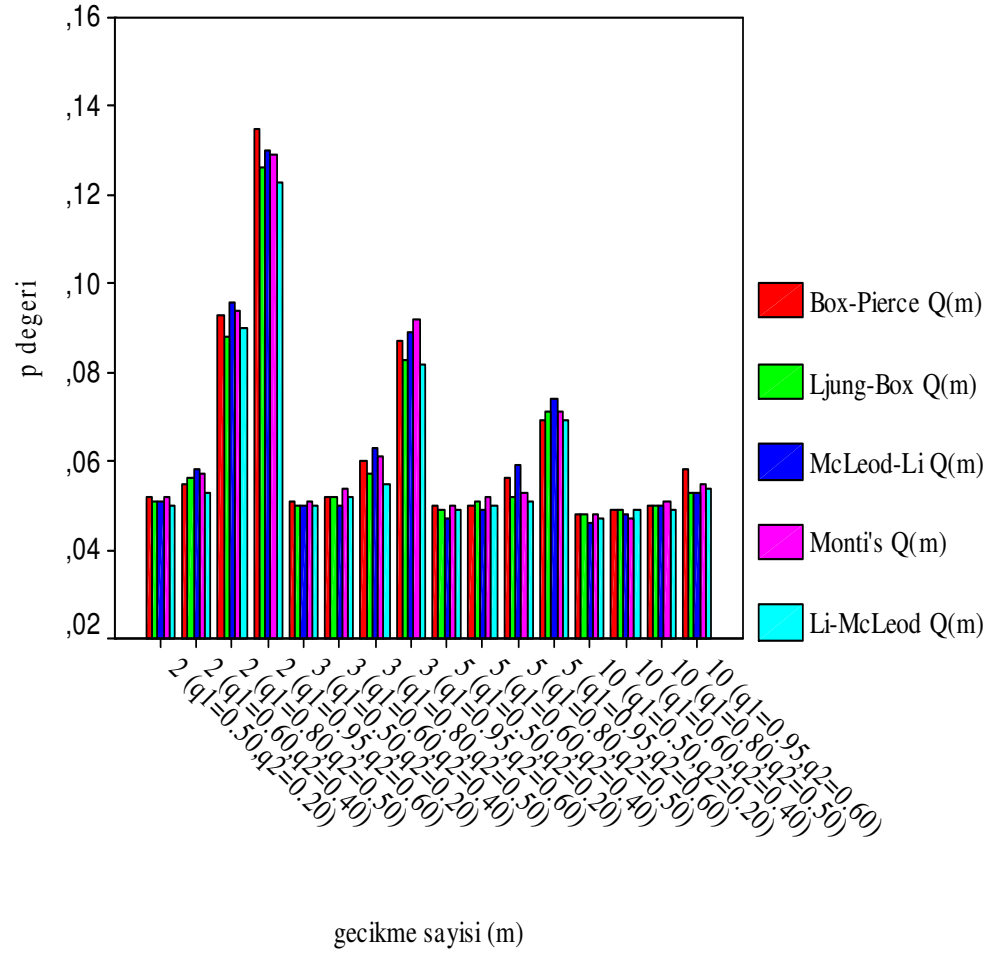
Çizelge 4.15'e göre; örnek hacmi $n=500$ için, model MA(2) modeli olduğu zaman hareketli ortalama parametresinin ve gecikme sayısının farklı değerlerinin kombinasyonları bir arada düşünülerek, mevcut test yöntemleri için elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir. Buna göre; $(\theta_1, \theta_2)=(0.50, 0.20)$ ve $(\theta_1, \theta_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının kabul edilebilir olduğu gözlemlenmektedir. $(\theta_1, \theta_2)=(0.80, 0.50)$ olduğu zaman tüm testler için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları küçük gecikme sayıları için nominal düzeyin üstüne çıkmakla beraber, artan gecikme sayısında kabul edilebilir düzeye doğru yaklaşmakta olduğu söylenebilir.

$(\theta_1, \theta_2)=(0.95, 0.60)$ olduğu zaman, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının belirlenen anlamlılık düzeyinin üstünde olduğu, gecikme sayısının değerinin artmasıyla kabul edilebilir nominal düzey civarına doğru yaklaştığı ifadesi söylenebilir.

İfade edilen durumlar, daha açık olarak hareketli ortalama parametresinin ve gecikme sayısının göstermekte olduğu değişimler de göz önünde bulundurularak aşağıda Şekil 4.29'da ve Şekil 4.30'da grafiksel olarak verilmektedir.



Şekil 4.29. $n=500$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.30. $n=500$ için model MA(2) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

MA(3) Modeli

Bu kısımda dört farklı hareketli ortalama parametre çifti düşünülerek dört adet MA(3) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = a_t - 0.05a_{t-1} - 0.10a_{t-2} - 0.15a_{t-3}$$

$$\text{Model-2: } z_t = a_t - 0.20a_{t-1} - 0.25a_{t-2} - 0.30a_{t-3}$$

$$\text{Model-3: } z_t = a_t - 0.50a_{t-1} - 0.60a_{t-2} - 0.70a_{t-3}$$

$$\text{Model-4: } z_t = a_t - 0.65a_{t-1} - 0.85a_{t-2} - 0.90a_{t-3}$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata α sonuçları örnek hacmi $n=50$ için Çizelge 4.16'da, örnek hacmi $n=100$ için Çizelge 4.17'de ve $n=500$ için Çizelge 4.18'de verilmektedir.

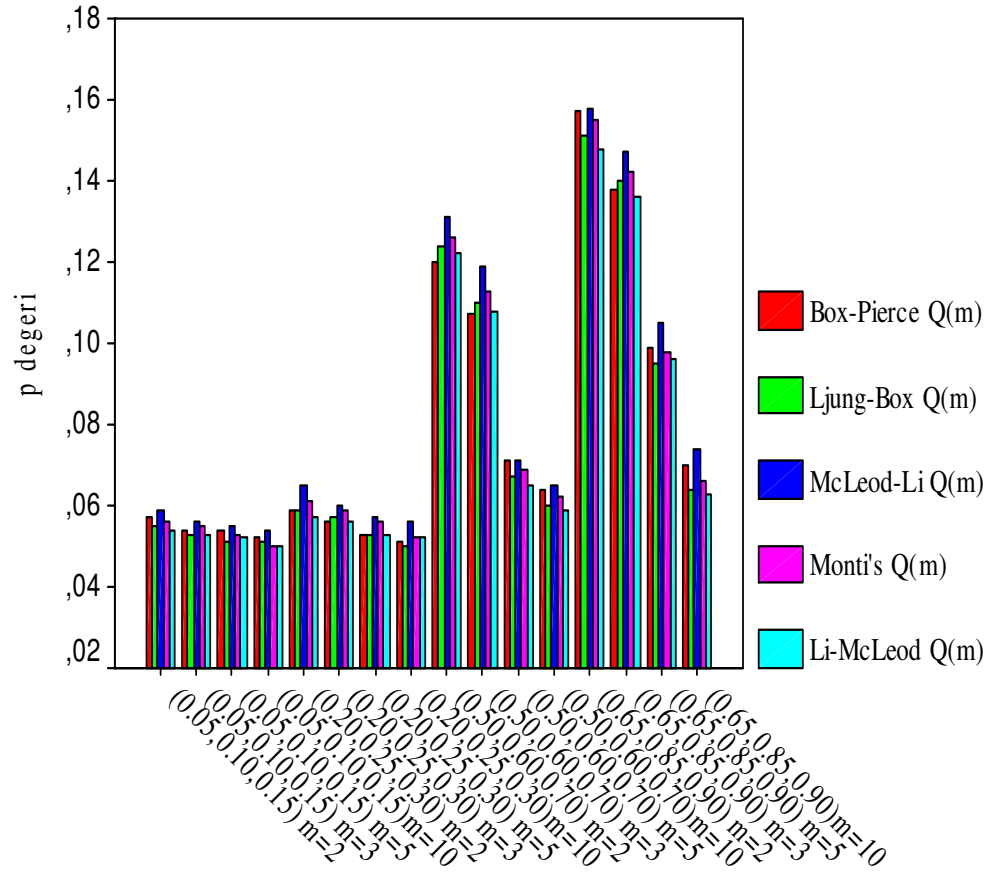
Çizelge 4.16. $n=50$ için 10000 denemede MA(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Hareketli Ortalama Parametresi	İkinci Hareketli Ortalama Parametresi	Üçüncü Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ_1	θ_2	θ_3	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.057	0.054	0.054	0.052
	0.20	0.25	0.30	0.059	0.056	0.053	0.051
	0.50	0.60	0.70	0.120	0.107	0.071	0.064
	0.65	0.85	0.90	0.157	0.138	0.099	0.070
Ljung-Box Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.055	0.053	0.051	0.051
	0.20	0.25	0.30	0.059	0.057	0.053	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.124	0.110	0.067	0.060
	0.65	0.85	0.90	0.151	0.140	0.095	0.064
McLeod-Li Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.059	0.056	0.055	0.054
	0.20	0.25	0.30	0.065	0.060	0.057	0.056
	0.50	0.60	0.70	0.131	0.119	0.071	0.065
	0.65	0.85	0.90	0.158	0.147	0.105	0.074
Monti's Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.056	0.055	0.053	0.050
	0.20	0.25	0.30	0.061	0.059	0.056	0.052
	0.50	0.60	0.70	0.126	0.113	0.069	0.062
	0.65	0.85	0.90	0.155	0.142	0.098	0.066
Li-McLeod Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.054	0.053	0.052	0.050
	0.20	0.25	0.30	0.057	0.056	0.053	0.052
	0.50	0.60	0.70	0.122	0.108	0.065	0.059
	0.65	0.85	0.90	0.148	0.136	0.096	0.063

Çizelge 4.16'ya bakıldığında; burada, örnek hacmi $n=50$ için, 10000 deneme yapılarak, model MA(3) olduğu zaman mevcut test yöntemlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre, hareketli ortalama parametresinin katsayılarının $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.05, 0.10, 0.15)$ ve $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.20, 0.25, 0.30)$ olduğu durumda, tüm gecikmelerde testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyindedir.

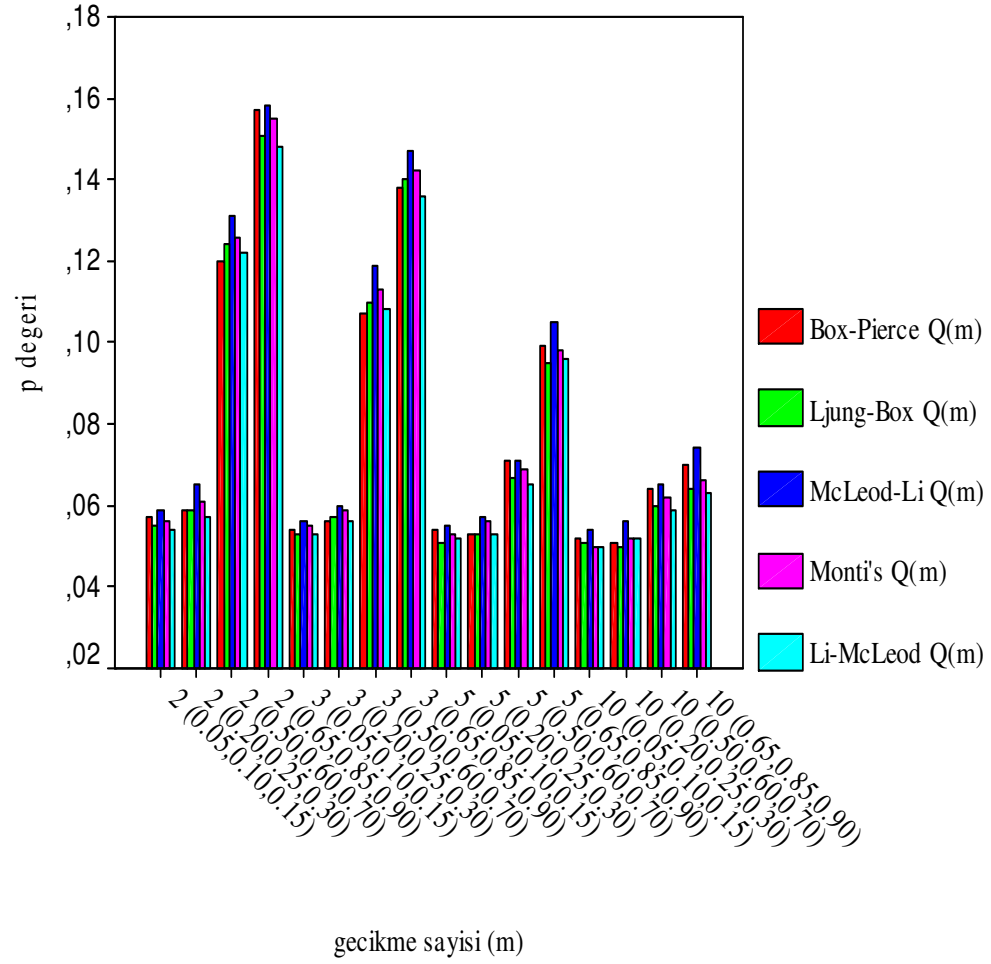
Fakat, hareketli ortalama parametresinin katsayılarının değeri, $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.50, 0.60, 0.70)$ ve $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.65, 0.85, 0.90)$ olduğu durumlarda özellikle gecikme sayısının değerinin küçük olduğu durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının belirlenen anlamlılık düzeyinin oldukça üstünde değer aldıkları gözlemlenmektedir. Sadece gecikme sayısının değerinin $m=10$ olduğu durumda, nominal düzey civarında değer almaktadır. Bu durumda, söz konusu durum için, nominal düzeyin sağlanabilmesi gecikme sayısının artmasıyla mümkün olabilmektedir.

Bundan başka, mevcut test yöntemlerinin, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının, hareketli ortalama parametrelerinin ve gecikme sayılarının değişimine göre nasıl bir durum ortaya koydukları, aşağıda sırasıyla Şekil 4.31'de ve Şekil 4.32'de grafiksel olarak verilmektedir.



hareketli ortalama parametreleri

Şekil 4.31. $n=50$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.32. $n=50$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

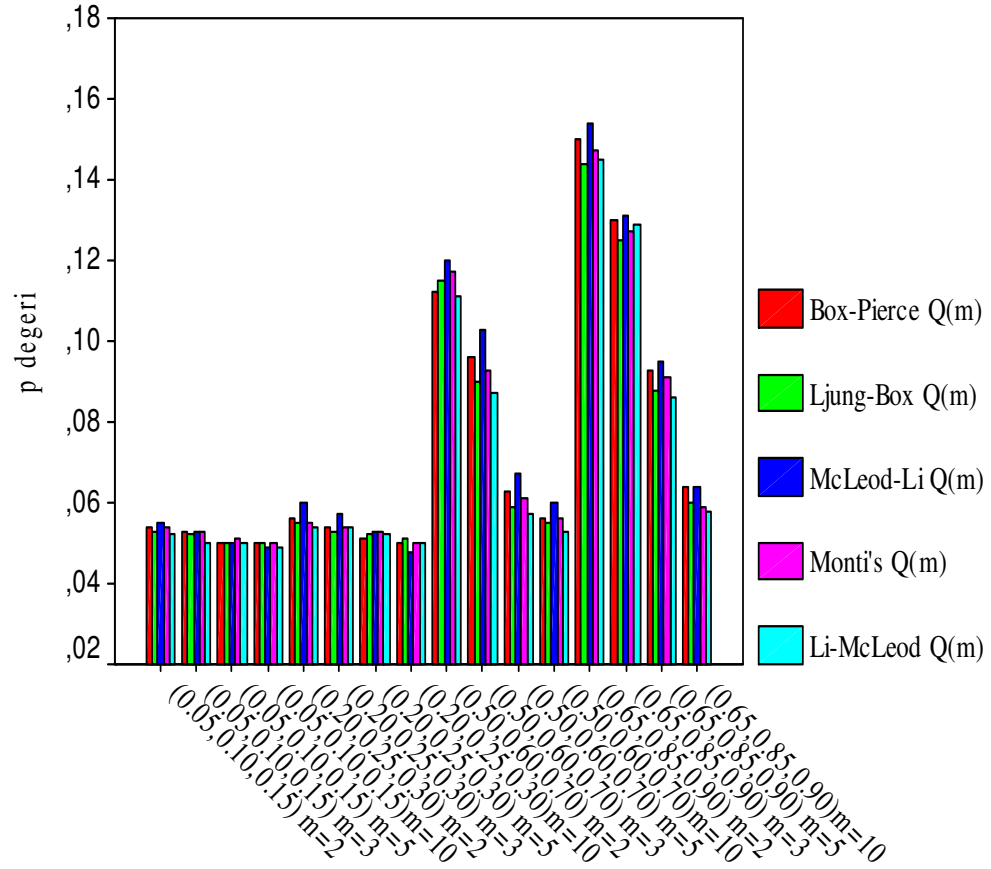
Çizelge 4.17. $n=100$ için 10000 denemede MA(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Hareketli Ortalama Parametresi	İkinci Hareketli Ortalama Parametresi	Üçüncü Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ_1	θ_2	θ_3	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.054	0.053	0.050	0.050
	0.20	0.25	0.30	0.056	0.054	0.051	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.112	0.096	0.063	0.056
	0.65	0.85	0.90	0.150	0.130	0.093	0.064
Ljung-Box Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.053	0.052	0.050	0.050
	0.20	0.25	0.30	0.055	0.053	0.052	0.051
	0.50	0.60	0.70	0.115	0.090	0.059	0.055
	0.65	0.85	0.90	0.144	0.125	0.088	0.060
McLeod-Li Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.055	0.053	0.050	0.049
	0.20	0.25	0.30	0.060	0.057	0.053	0.048
	0.50	0.60	0.70	0.120	0.103	0.067	0.060
	0.65	0.85	0.90	0.154	0.131	0.095	0.064
Monti's Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.054	0.053	0.051	0.050
	0.20	0.25	0.30	0.055	0.054	0.053	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.117	0.093	0.061	0.056
	0.65	0.85	0.90	0.147	0.127	0.091	0.059
Li-McLeod Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.052	0.050	0.050	0.049
	0.20	0.25	0.30	0.054	0.054	0.052	0.050
	0.50	0.60	0.70	0.111	0.087	0.057	0.053
	0.65	0.85	0.90	0.145	0.129	0.086	0.058

Çizelge 4.17'ye göre; örnek hacmi $n=100$ için, 10000 denemede, model MA(3) olduğu zaman mevcut test yöntemleri için, hareketli ortalama parametrelerinin ve gecikme sayılarının farklı kombinasyonları bir arada düşünülerek elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir. Buna göre, hareketli ortalama parametresinin katsayılarının $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.05, 0.10, 0.15)$ ve $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.20, 0.25, 0.30)$ değerlerini aldığı durumda, tüm gecikmelerde testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyindedir.

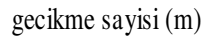
Hareketli ortalama parametresinin katsayılarının değeri, $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.50, 0.60, 0.70)$ olduğu zaman gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda elde edilen Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyin üstünde değer almakta olduğu gözlemlenirken, gecikme sayısının değerinin artmasıyla kabul edilebilir sınırlara doğru yaklaşmakta olduğu gözlemlenmektedir. Hareketli ortalama parametresinin katsayılarının değeri $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.65, 0.85, 0.90)$ olduğunda ise gecikme sayısının 2,3 ve 5 olduğu durumlarda elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının belirlenen anlamlılık düzeyinin oldukça üstünde değer aldıkları gözlemlenmektedir. Gecikme sayısının artmasıyla birlikte, belirlenen anlamlılık düzeyi için, nominal düzeye yaklaşım olduğu söylenebilir.

Burada ifade edilen durumlar, testlerin hareketli ortalama parametrelerinin katsayılarının ve gecikme sayılarının aldıkları değerler de göz önünde bulundurularak, sırasıyla aşağıda Şekil 4.33'de ve Şekil 4.34'de grafiksel olarak gösterilmektedir.



hareketli ortalama parametreleri

Şekil 4.33. $n=100$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



karşılaştırılmalı grafiği

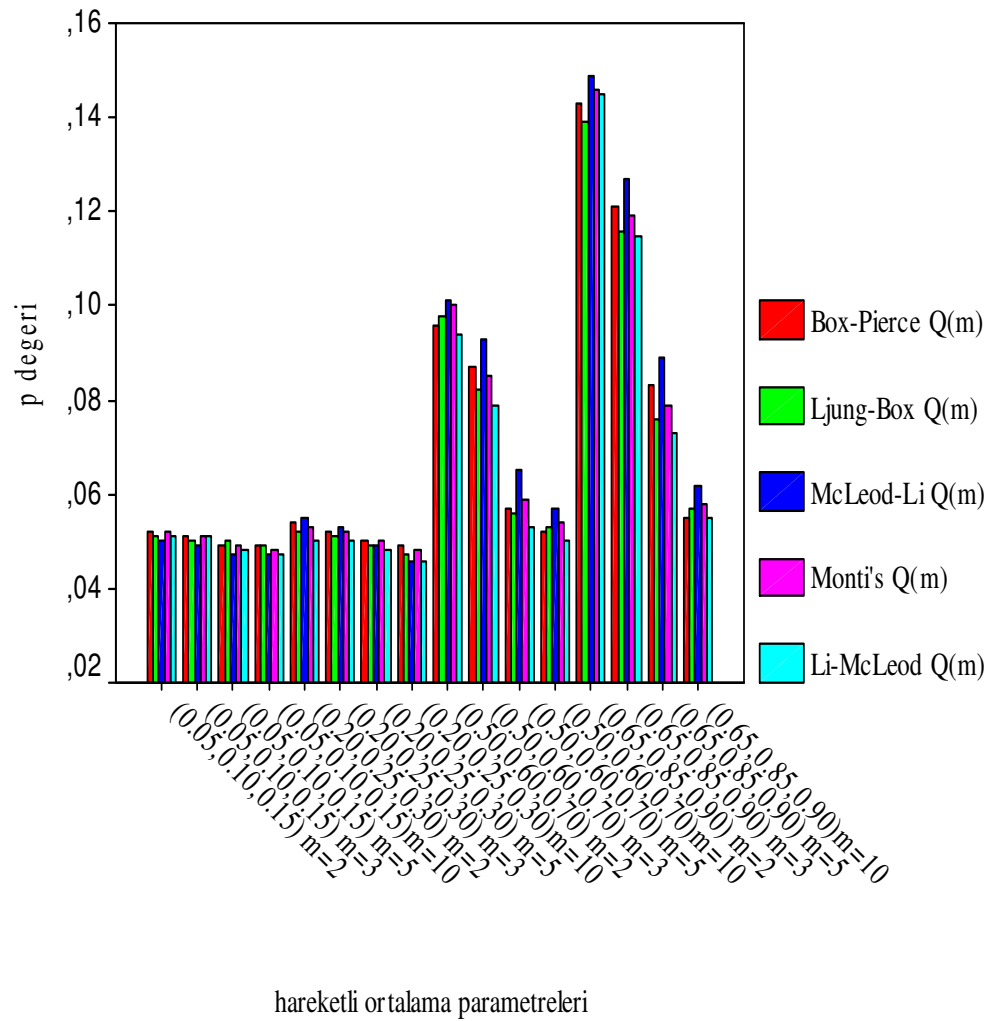
Çizelge 4.18. $n=500$ için 10000 denemede AR(3) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Birinci Hareketli Ortalama Parametresi	İkinci Hareketli Ortalama Parametresi	Üçüncü Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	θ_1	θ_2	θ_3	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.052	0.051	0.049	0.049
	0.20	0.25	0.30	0.054	0.052	0.050	0.049
	0.50	0.60	0.70	0.096	0.087	0.057	0.052
	0.65	0.85	0.90	0.143	0.121	0.083	0.055
Ljung-Box Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.051	0.050	0.050	0.049
	0.20	0.25	0.30	0.052	0.051	0.049	0.047
	0.50	0.60	0.70	0.098	0.082	0.056	0.053
	0.65	0.85	0.90	0.139	0.116	0.076	0.057
McLeod-Li Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.050	0.049	0.047	0.047
	0.20	0.25	0.30	0.055	0.053	0.049	0.046
	0.50	0.60	0.70	0.101	0.093	0.065	0.057
	0.65	0.85	0.90	0.149	0.127	0.089	0.062
Monti's Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.052	0.051	0.049	0.048
	0.20	0.25	0.30	0.053	0.052	0.050	0.048
	0.50	0.60	0.70	0.100	0.085	0.059	0.054
	0.65	0.85	0.90	0.146	0.119	0.079	0.058
Li-McLeod Q(m)	0.05	0.10	0.15	0.051	0.051	0.048	0.047
	0.20	0.25	0.30	0.050	0.050	0.048	0.046
	0.50	0.60	0.70	0.094	0.079	0.053	0.050
	0.65	0.85	0.90	0.145	0.115	0.073	0.055

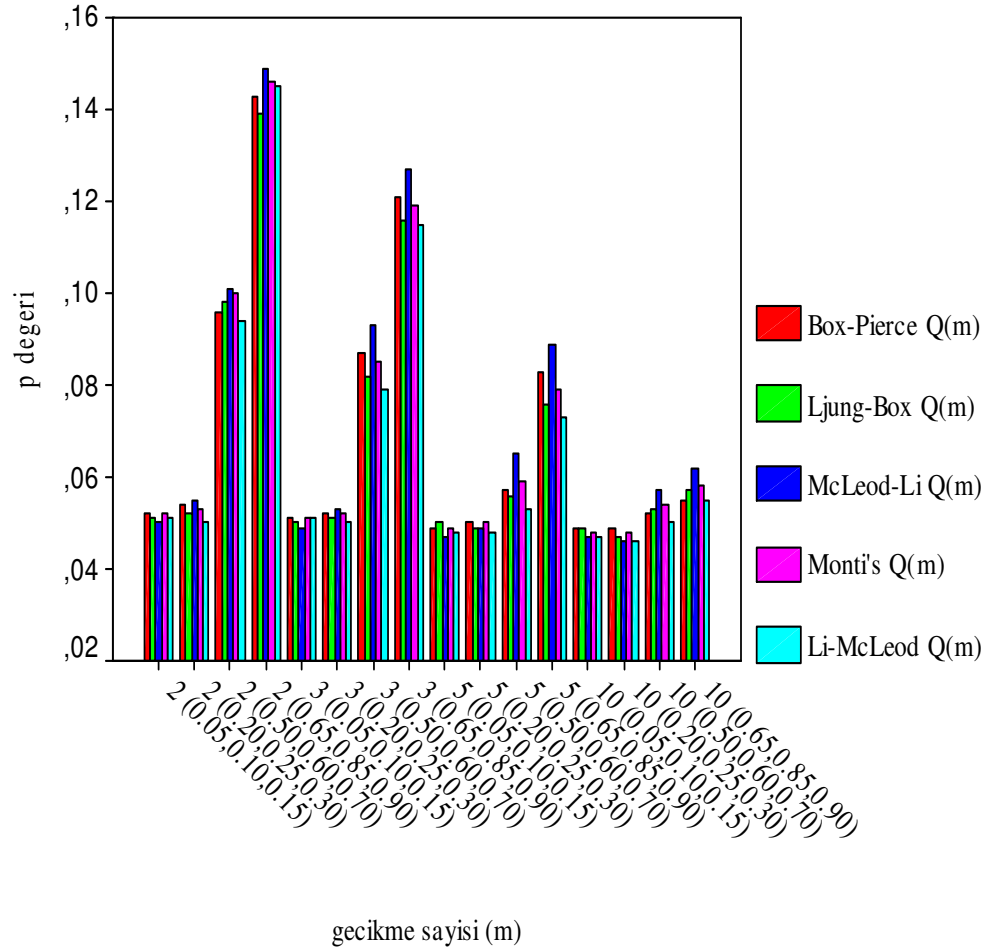
Çizelge 4.18'e göre; örnek hacmi $n=500$ için, 10000 denemede, model MA(3) olduğu zaman mevcut test yöntemleri için, hareketli ortalama parametrelerinin ve gecikme sayılarının farklı kombinasyonları bir arada düşünülerek elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları verilmektedir. Buna göre, hareketli ortalama parametresinin katsayılarının $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.05, 0.10, 0.15)$ değerini aldığı durumda, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda belirlenen anlamlılık düzeyi için kabul edilebilirlik sağlanıyorken gecikme sayısının artmasıyla beraber nominal düzeyin altında değer aldıkları gözlemlenmektedir. Benzer durum, hareketli ortalama parametresinin katsayılarının $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.20, 0.25, 0.30)$ değerlerini aldığı durumda da geçerlidir.

Hareketli ortalama parametresinin katsayılarının değeri, $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.50, 0.60, 0.70)$ ve $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)=(0.65, 0.85, 0.90)$ olduğu zaman gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda elde edilen Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyin üstünde değer almakta olduğu gözlemlenirken, gecikme sayısının değerinin artmasıyla kabul edilebilir sınırlara doğru yaklaşmakta olduğu gözlemlenmektedir.

Burada ifade edilen durumlar, testlerin hareketli ortalama parametrelerinin ve gecikme sayılarının aldıkları değerler de göz önünde bulundurularak, sırasıyla aşağıda Şekil 4.35'de ve Şekil 4.36'da grafiksel olarak gösterilmektedir.



Şekil 4.35. $n=500$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.36. $n=500$ için model MA(3) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

ARMA(1,1) modeli

Bu kısımda dört farklı otoregressif parametre ve hareketli ortalama parametre çifti düşünülerek dört adet ARMA(1,1) modeli için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak, 10000 denemede Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testleri için deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları elde edilmiştir. Burada veri üretiminde kullanılmakta olan modeller aşağıda verilmektedir:

$$\text{Model-1: } z_t = 0.40z_{t-1} + a_t - 0.20a_{t-1}$$

$$\text{Model-2: } z_t = 0.50z_{t-1} + a_t - 0.50a_{t-1}$$

$$\text{Model-3: } z_t = 0.80z_{t-1} + a_t - 0.40a_{t-1}$$

$$\text{Model-4: } z_t = 0.80z_{t-1} + a_t - 0.80a_{t-1}$$

Bu modeller kullanılarak her bir test için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları örnek hacmi $n=50$ için Çizelge 4.19'da, örnek hacmi $n=100$ için Çizelge 4.20'de ve örnek hacmi $n=500$ için Çizelge 4.21'de verilmektedir.

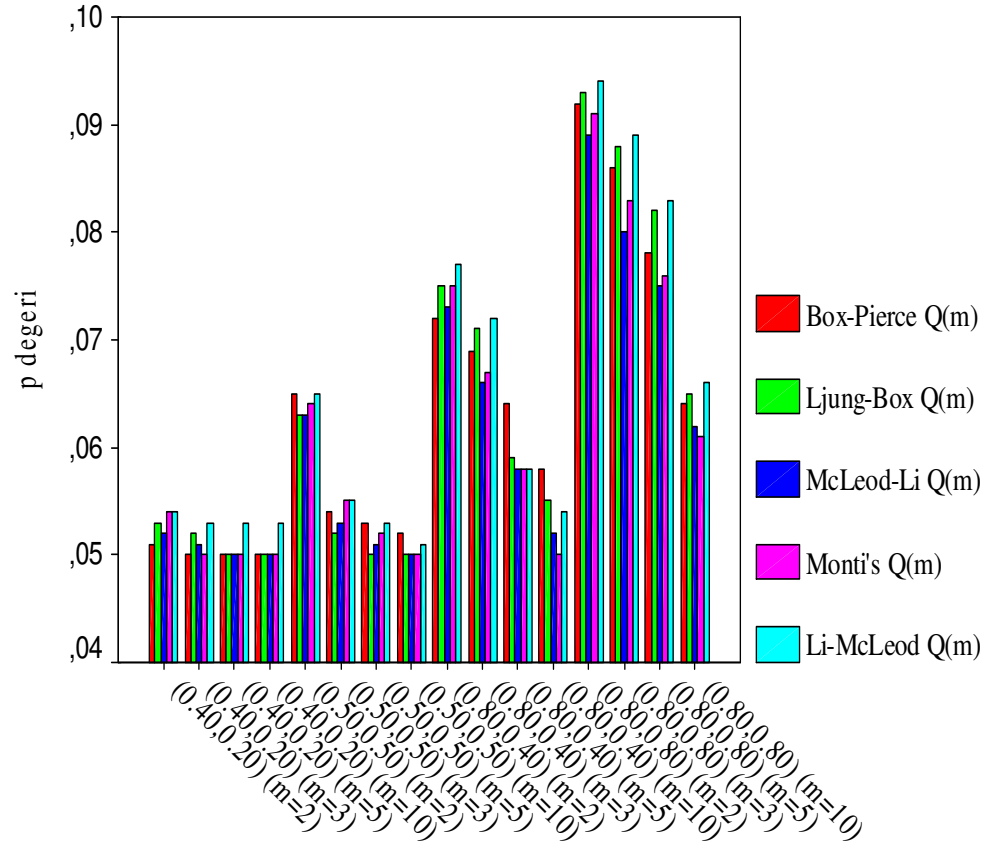
Çizelge 4.19. $n=50$ için 10000 denemede ARMA(1,1) modeli için Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Otoregressif Parametre	Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	ϕ	θ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce $Q(m)$	0.40	0.20	0.051	0.050	0.050	0.050
	0.50	0.50	0.065	0.054	0.053	0.052
	0.80	0.40	0.072	0.069	0.064	0.058
	0.80	0.80	0.092	0.086	0.078	0.064
Ljung-Box $Q(m)$	0.40	0.20	0.053	0.052	0.050	0.050
	0.50	0.50	0.063	0.052	0.050	0.050
	0.80	0.40	0.075	0.071	0.059	0.055
	0.80	0.80	0.093	0.088	0.082	0.065
McLeod-Li $Q(m)$	0.40	0.20	0.052	0.051	0.050	0.050
	0.50	0.50	0.063	0.053	0.051	0.050
	0.80	0.40	0.073	0.066	0.058	0.052
	0.80	0.80	0.089	0.080	0.075	0.062
Monti's $Q(m)$	0.40	0.20	0.054	0.050	0.050	0.050
	0.50	0.50	0.064	0.055	0.052	0.050
	0.80	0.40	0.075	0.067	0.058	0.050
	0.80	0.80	0.091	0.083	0.076	0.061
Li-McLeod $Q(m)$	0.40	0.20	0.054	0.053	0.053	0.053
	0.50	0.50	0.065	0.055	0.053	0.051
	0.80	0.40	0.077	0.072	0.058	0.054
	0.80	0.80	0.094	0.089	0.083	0.066

Çizelge 4.19'a bakıldığında; örnek hacmi $n=50$ için 10000 denemede otoregressif-hareketli ortalama parametre çiftinin dört farklı değeri ile değişen gecikme sayısının kombinasyonları düşünülerek, ARMA(1,1) modelinin uygunluğunu test etmek amacıyla kullanılan testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre; testler otoregressif-hareketli ortalama parametre çifti bakımından mukayese edildiğinde, parametre çifti (ϕ, θ) 'nın, $(\phi, \theta)=(0.40, 0.20)$ ve $(\phi, \theta)=(0.50, 0.50)$ olduğu durumlarda tüm gecikme sayıları için elde edilen sonuçlar kabul edilebilirdir.

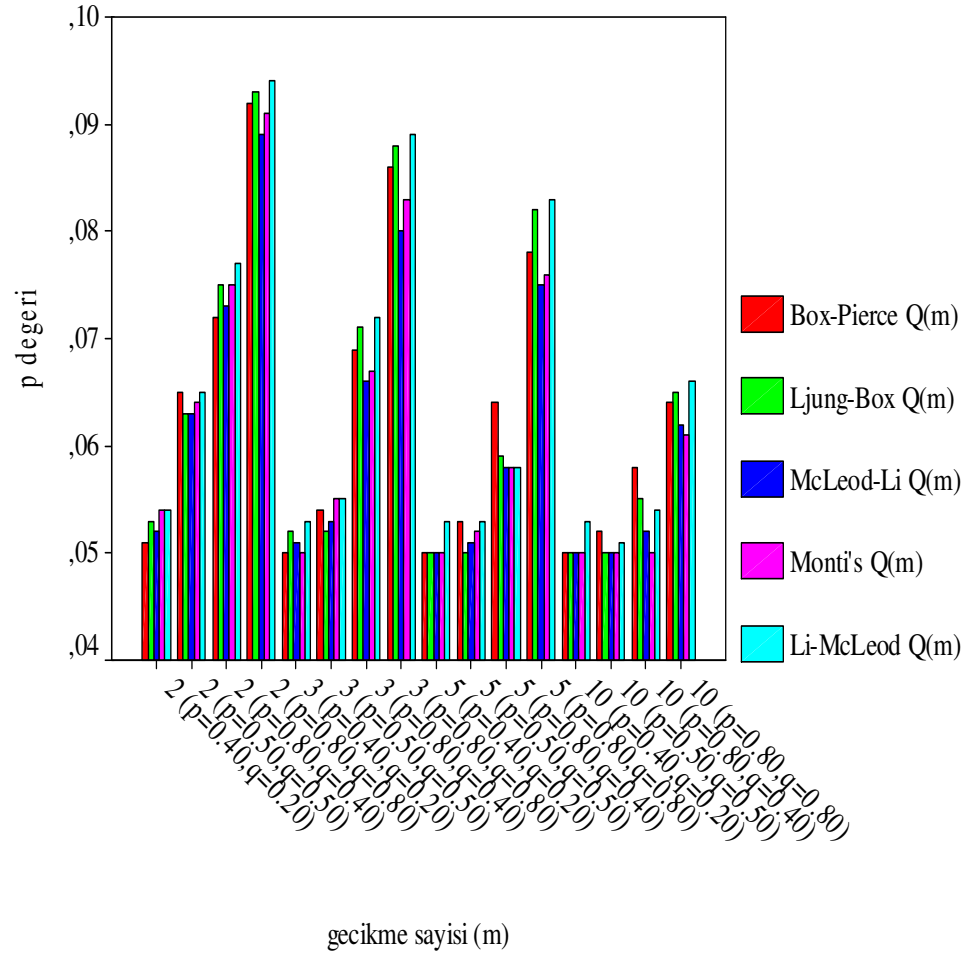
Parametre çiftinin diğer durumları için, gecikme sayısı küçük olduğunda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyinin üstünde değer almaktadır, ancak artan gecikme sayısı durumunda kabul edilebilir düzeye yaklaşmaktadırlar. Bu durum aşağıda Şekil 4.37'de gösterilmektedir.

Bundan başka, burada simülasyon çalışması neticesinde elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılması gerekirse, gecikme sayısının küçük olduğu durumlarda eğer parametre çiftinin değeri de küçük ise testlerin kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarında olduğu söylenebilir. Gecikme sayısı arttıkça hemen hemen tüm parametre değerleri için testler kabul edilebilirliğe yaklaşmaktadırlar. Bu durum grafiksel olarak Şekil 4.38'de gösterilmektedir.



otoregressif-hareketli ortalama parametreleri

Şekil 4.37. $n=50$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif-hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



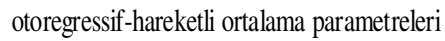
Şekil 4.38. n=50 için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

Çizelge 4.20. $n=100$ için 10000 denemede ARMA(1,1) modeli için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

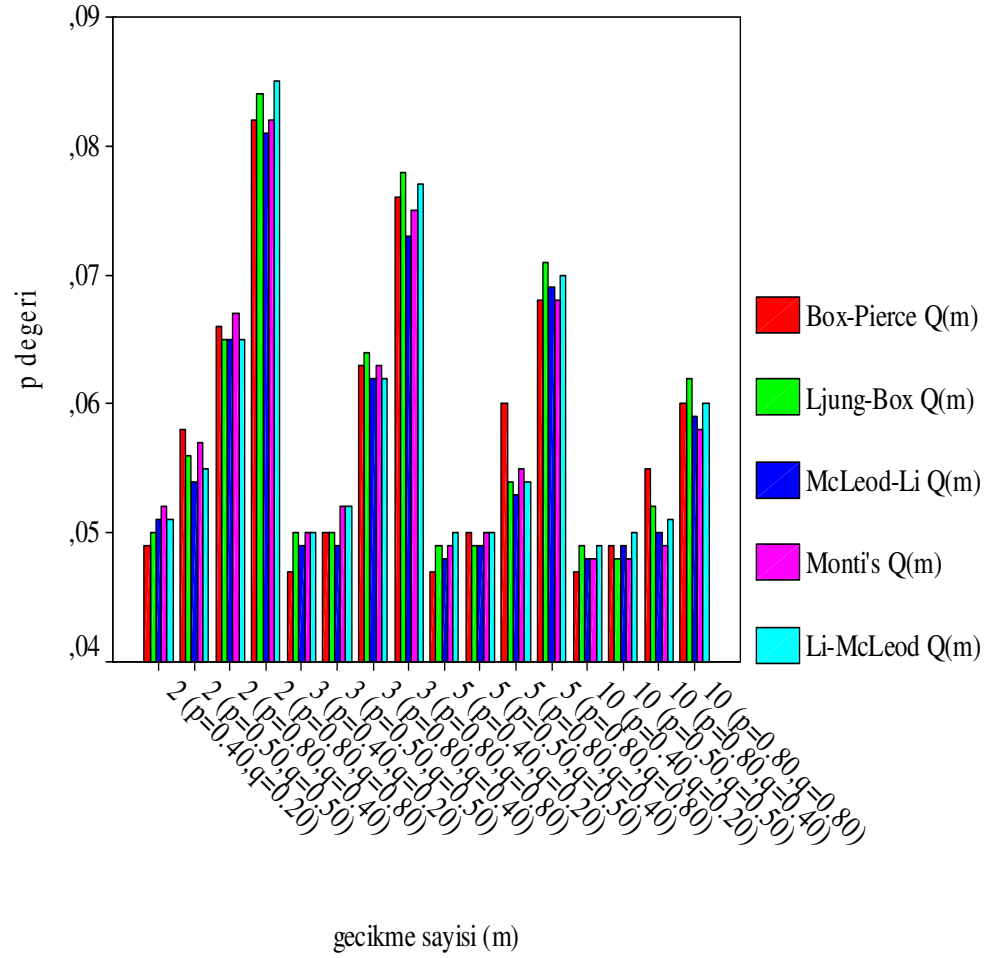
	Otoregressif Parametre	Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	ϕ	θ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce Q(m)	0.40	0.20	0.049	0.047	0.047	0.047
	0.50	0.50	0.058	0.050	0.050	0.049
	0.80	0.40	0.066	0.063	0.060	0.055
	0.80	0.80	0.082	0.076	0.068	0.060
Ljung-Box Q(m)	0.40	0.20	0.050	0.050	0.049	0.049
	0.50	0.50	0.056	0.050	0.049	0.048
	0.80	0.40	0.065	0.064	0.054	0.052
	0.80	0.80	0.084	0.078	0.071	0.062
McLeod-Li Q(m)	0.40	0.20	0.051	0.049	0.048	0.048
	0.50	0.50	0.054	0.049	0.049	0.049
	0.80	0.40	0.065	0.062	0.053	0.050
	0.80	0.80	0.081	0.073	0.069	0.059
Monti's Q(m)	0.40	0.20	0.052	0.050	0.049	0.048
	0.50	0.50	0.057	0.052	0.050	0.048
	0.80	0.40	0.067	0.063	0.055	0.049
	0.80	0.80	0.082	0.075	0.068	0.058
Li-McLeod Q(m)	0.40	0.20	0.051	0.050	0.050	0.049
	0.50	0.50	0.055	0.052	0.050	0.050
	0.80	0.40	0.065	0.062	0.054	0.051
	0.80	0.80	0.085	0.077	0.070	0.060

Çizelge 4.20'ye bakıldığında; örnek hacmi $n=100$ için, model ARMA(1,1) olduğunda, 10000 denemede otoregressif-hareketli ortalama parametre çiftinin dört farklı değeri ile değişen gecikme sayısının kombinasyonları düşünülerek, modelin uygunluğunu test etmek amacıyla kullanılan testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre; testlerin otoregressif-hareketli ortalama parametre çifti bakımından karşılaştırması yapılırsa, parametre çifti (ϕ, θ) 'nın, $(\phi, \theta)=(0.80, 0.80)$ olduğu durum dışında hemen hemen tüm durumlarda testlerin kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarında olduğu gözlemlenmektedir. Bu durum aşağıda Şekil 4.39'da daha açık olarak verilmektedir.

Bundan başka, testler gecikme sayısı bakımından mukayese edilmek istenirse, aşağıda Şekil 4.40'da da gösterilmekte olduğu gibi, gecikme sayısının küçük fakat parametre çiftinin daha büyük değerler aldığı durumlarda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları nominal düzeyin üstünde yer almaktadır. Ancak gecikme sayısı arttıkça sonuçlar kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarındadır.



Şekil 4.39. $n=100$ için model $ARMA(1,1)$ olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif-hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.40. $n=100$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

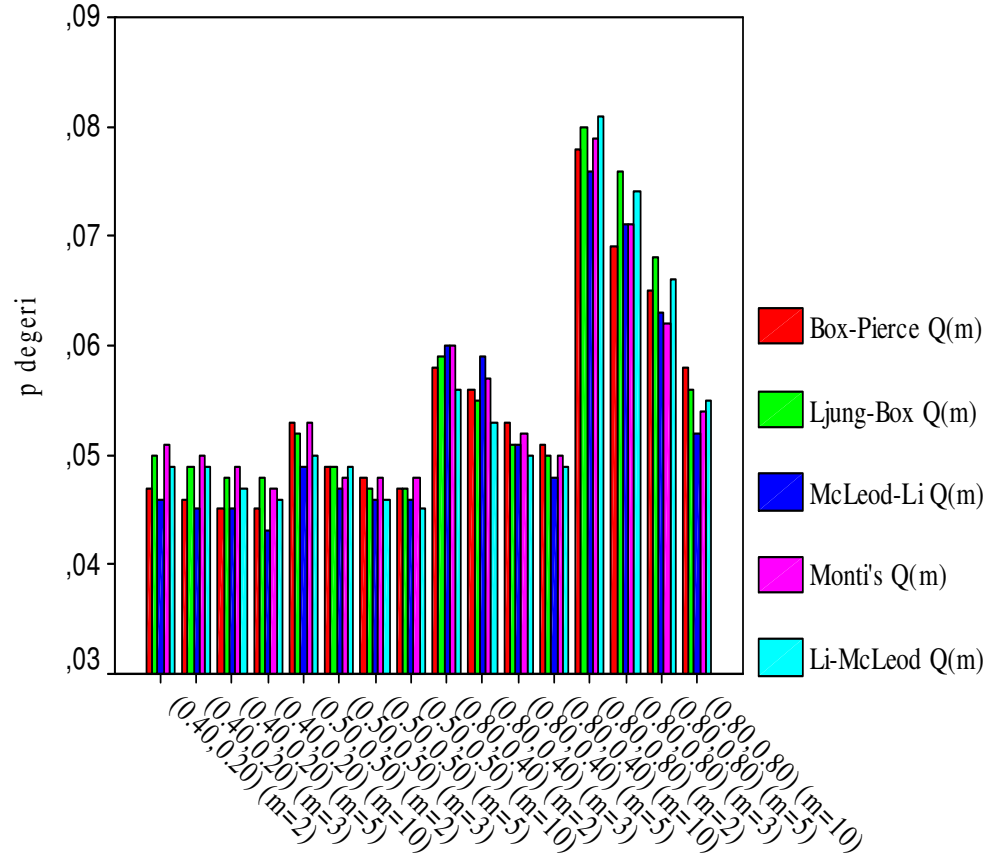
Çizelge 4.21. $n=500$ için 10000 denemede ARMA(1,1) modeli için Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları

	Otoregressif Parametre	Hareketli Ortalama Parametresi	Gecikme Sayısı			
	ϕ	θ	m=2	m=3	m=5	m=10
Box-Pierce $Q(m)$	0.40	0.20	0.047	0.046	0.045	0.045
	0.50	0.50	0.053	0.049	0.048	0.047
	0.80	0.40	0.058	0.056	0.053	0.051
	0.80	0.80	0.078	0.069	0.065	0.058
Ljung-Box $Q(m)$	0.40	0.20	0.050	0.049	0.048	0.048
	0.50	0.50	0.052	0.049	0.047	0.047
	0.80	0.40	0.059	0.055	0.051	0.050
	0.80	0.80	0.080	0.076	0.068	0.056
McLeod-Li $Q(m)$	0.40	0.20	0.046	0.045	0.045	0.043
	0.50	0.50	0.049	0.047	0.046	0.046
	0.80	0.40	0.060	0.059	0.051	0.048
	0.80	0.80	0.076	0.071	0.063	0.052
Monti's $Q(m)$	0.40	0.20	0.051	0.050	0.049	0.047
	0.50	0.50	0.053	0.048	0.048	0.048
	0.80	0.40	0.060	0.057	0.052	0.050
	0.80	0.80	0.079	0.071	0.062	0.054
Li-McLeod $Q(m)$	0.40	0.20	0.049	0.049	0.047	0.046
	0.50	0.50	0.050	0.049	0.046	0.045
	0.80	0.40	0.056	0.053	0.050	0.049
	0.80	0.80	0.081	0.074	0.066	0.055

Çizelge 4.21'e bakıldığında; örnek hacmi $n=500$ için, model ARMA(1,1) olduğunda, 10000 denemede otoregressif-hareketli ortalama parametre çiftinin dört farklı değeri ile değişen gecikme sayısının kombinasyonları düşünülerek, modelin uygunluğunu test etmek amacıyla kullanılan testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına yer verilmektedir. Buna göre; testlerin otoregressif-hareketli ortalama parametre çifti bakımından karşılaştırması yapılırsa, parametre çifti (ϕ, θ) 'nın, $(\phi, \theta)=(0.40, 0.20)$ ve $(\phi, \theta)=(0.50, 0.50)$ olduğu durumda mevcut test yöntemleri için, elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının belirlenen anlamlılık düzeyinin altında olduğu gözlemlenmektedir.

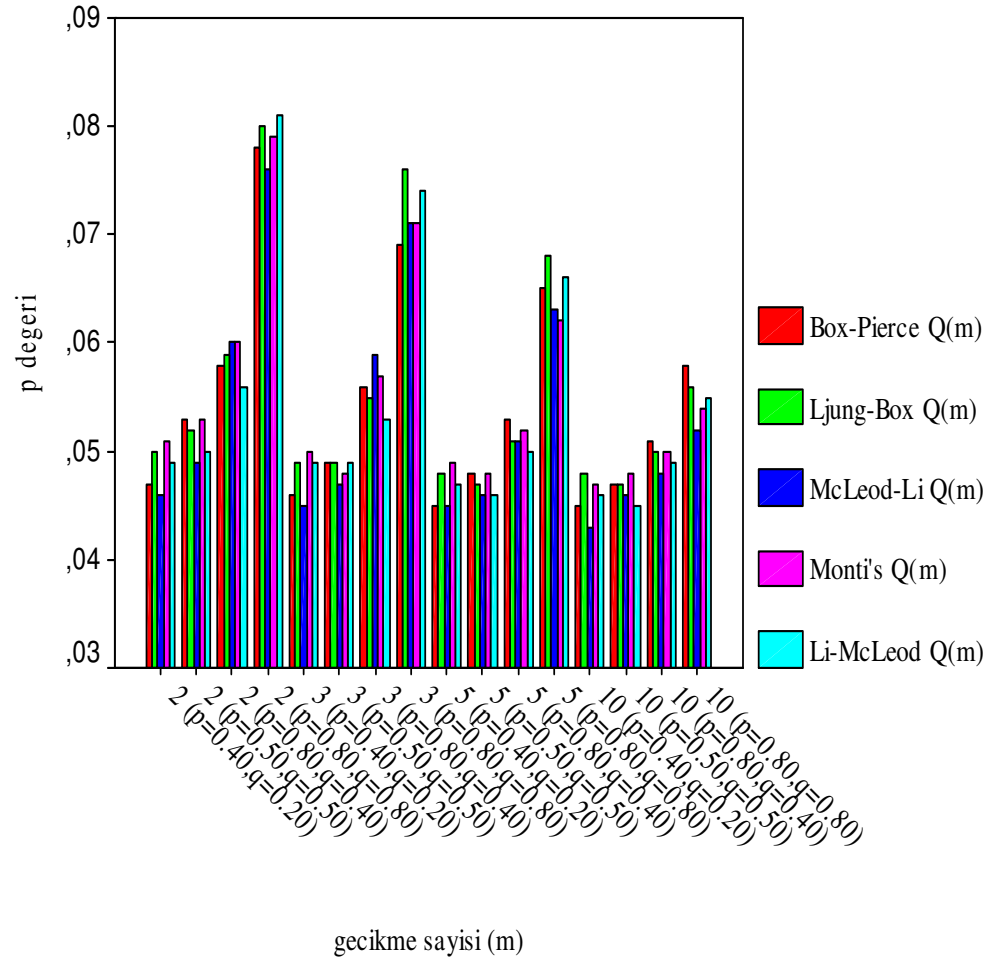
Otoregressif-hareketli ortalama parametre çiftinin $(\phi, \theta)=(0.80, 0.40)$ olduğu durumda tüm gecikme sayıları için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının nominal düzeyde olduğu söylenebilir. Bundan başka, parametre çiftinin $(\phi, \theta)=(0.80, 0.80)$ olduğu durumda küçük gecikme sayısı $m=2$ için elde edilen sonuçlar nominal düzeyin biraz üstünde gibi görünmekle beraber, bunun dışındaki durumlarda kabul edilebilirliğin sağlandığı görülmektedir.

Burada ifade edilen bu durumlar, ayrıca otoregressif-hareketli ortalama parametre çifti ve gecikme sayısı bakımından sırasıyla aşağıda Şekil 4.41'de ve Şekil 4.42'de grafiksel olarak ifade edilmektedir.



otoregressif-hareketli ortalama parametreleri

Şekil 4.41. $n=500$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının otoregressif-hareketli ortalama parametresi bakımından karşılaştırılmalı grafiği



Şekil 4.42. $n=500$ için model ARMA(1,1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının gecikme sayısı bakımından karşılaştırılmalı grafiği

4.2.2. Deneysel güç (1-β) sonuçları

Bu kısımda, öncelikli olarak Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak 10000 denemede, varsayılan uygun model için veri üretimi yapılmakta, sonra farklı dokuz (9) model için mevcut beş test yöntemi bakımından güç sonuçları elde edilmektedir. Deneysel güç (1-β) sonuçlarının hesaplanmasında izlenen yol: H_0 hipotezinin yanlış olduğu biliniyorken, her test için gerçekte yanlış olan H_0 hipotezini red oranını bulmak amacıyla, varsayılan uygun model için veri üretimi yapıldıktan sonra, testlerin, güç bakımından karşılaştırılabilmesi için ele alınan farklı modellere göre güç sonuçları elde edilmektedir. Yani, burada modelin beyaz gürültü sürecinden gelmesi yokluk hipotezine göre, artıkların otokorelasyon katsayısından faydalanarak, testin gücü hesaplanır. Burada karşılaştırma açısından, farklı durumların nasıl bir etki meydana getirdiğinin görülebilmesi amacıyla, farklı örnek hacimleri ve farklı gecikme sayıları için testlerin güç sonuçları elde edilmektedir.

Yine benzer bakış açısıyla, uygun model olarak AR(1) ve MA(1) alınarak güç sonuçları elde edilmiştir. Dolayısıyla testlerin farklı durumlarda nasıl bir performans göstermekte oldukları incelenmiştir.

Uygun model AR(1) için

Bu kısımda uygun model AR(1) modeli olduğu zaman, (yani veri üretimi $z_t = 0.70z_{t-1} + a_t$ modelinden elde ediliyor olsun) aşağıda verilen modeller için Monte Carlo Simülasyon yöntemi ile 10000 denemede güç sonuçları elde edilmektedir. Burada nominal Birinci Tip Hata $\alpha=0.05$ olarak alınmaktadır.

$$\text{Model-1: } z_t = a_t - 0.40a_{t-1}$$

$$\text{Model-2: } z_t = a_t - 0.80a_{t-1}$$

$$\text{Model-3: } z_t = a_t - 0.60a_{t-1} - 0.30a_{t-2}$$

$$\text{Model-4: } z_t = 0.10z_{t-1} + 0.30z_{t-2} + a_t$$

$$\text{Model-5: } z_t = 0.70z_{t-1} + a_t - 0.40a_{t-1}$$

$$\text{Model-6: } z_t = 0.70z_{t-1} + a_t - 0.90a_{t-1}$$

$$\text{Model-7: } z_t = 0.40z_{t-1} + a_t - 0.60a_{t-1} - 0.30a_{t-2}$$

$$\text{Model-8: } z_t = 0.70z_{t-1} + 0.20z_{t-2} - 0.50a_{t-1} + a_t$$

$$\text{Model-9: } z_t = 0.90z_{t-1} + 0.40z_{t-2} - 0.70a_{t-1} - 0.30a_{t-2} + a_t$$

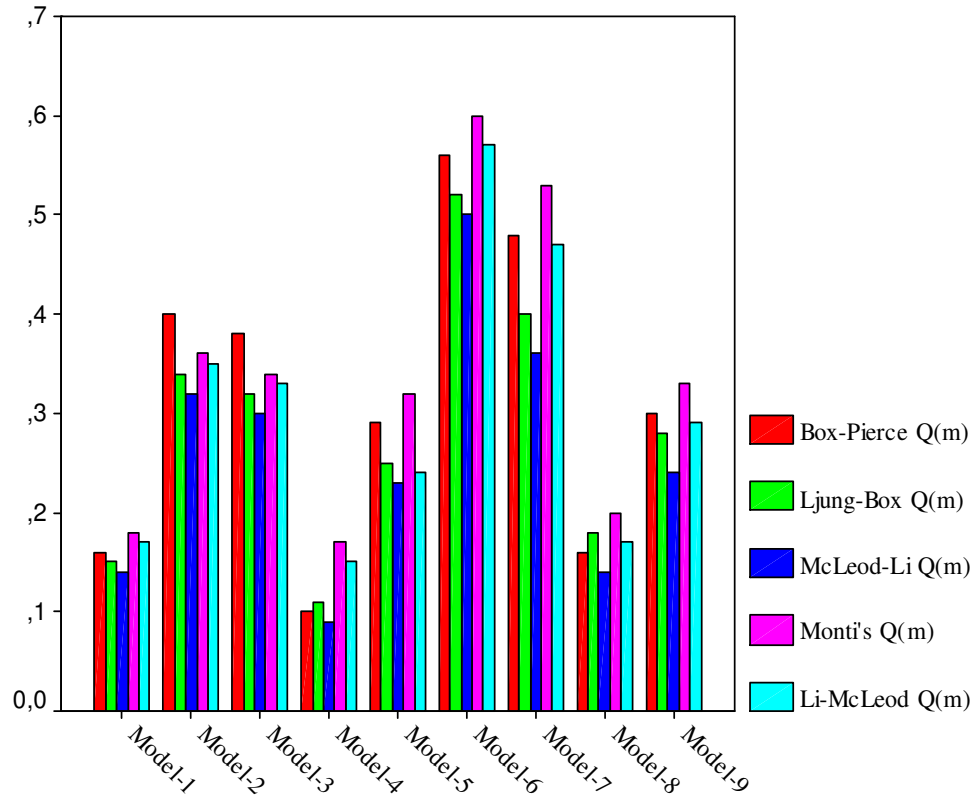
Çizelge 4.22. $n=50$ için 10000 denemede uygun model AR(1) modeli için, Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçları ($\alpha=0.05$, $m=5$)

model	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	θ_2	Box-Pierce Q(m)	Ljung-Box Q(m)	McLeod-Li Q(m)	Monti's Q(m)	Li-McLeod Q(m)
1	-	-	0.40	-	0.16	0.15	0.14	0.18	0.17
2	-	-	0.80	-	0.40	0.34	0.32	0.36	0.35
3	-	-	0.60	0.30	0.38	0.32	0.30	0.34	0.33
4	0.10	0.30	-	-	0.10	0.11	0.09	0.17	0.15
5	0.70	-	0.40	-	0.29	0.25	0.23	0.32	0.24
6	0.70	-	0.90	-	0.56	0.52	0.50	0.60	0.57
7	0.40	-	0.60	0.30	0.48	0.40	0.36	0.53	0.47
8	0.70	0.20	0.50	-	0.16	0.18	0.14	0.20	0.17
9	0.90	0.40	0.70	0.30	0.30	0.28	0.24	0.33	0.29

Çizelge 4.22'ye bakıldığında, daha önceden belirlenmiş olan dokuz model yapısı için, örnek hacmi $n=50$ olduğunda, uygun modelin AR(1) modeli olduğu varsayımı altında, 10000 tekrar ile yapılan simülasyon çalışması neticesinde mevcut beş test için elde edilen güç sonuçlarının olduğu görülmektedir. Bu sonuçlara göre; testlerin her bir model için farklı durumlar ortaya koydukları söylenebilir.

Testlerin burada elde edilmiş olan sonuçlarına göre genel anlamda, örnek hacmi ve gecikme sayısının küçük olduğu durumda testlerin çok güçlü olmadıkları ifadesi kullanılabilir. Sadece Model-6 için elde edilen deneysel güç sonuçları diğerlerine göre biraz daha farklı gibi görünmektedir. Buna göre, testlerin Model-6 ile beraber diğer sonuçlar da dikkate alınarak, değerlendirme yapmak gerekirse, Monti's Q(m) testinin diğerlerine göre daha güçlü olduğu söylenilebilir.

Aşağıda Şekil 4.43’de tüm modeller için elde edilen güç sonuçları testler itibariyle karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Buradan da açıkça görüleceği üzere, testler seçilen durumlarda göz önünde bulundurulduğunda, birbirlerine göre çok büyük farklılıklar göstermemektedirler. Ancak, McLeod-Li $Q(m)$ testinin gücünün diğerlerinden daha zayıf olduğu görülmektedir.



Şekil 4.43. $n=50$ için uygun model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=5$)

Çizelge 4.23. $n=100$ için 10000 denemede uygun model AR(1) modeli olduğu zaman, aşağıdaki modeller için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçları ($\alpha=0.05$, $m=10$)

model	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	θ_2	Box-Pierce Q(m)	Ljung-Box Q(m)	McLeod-Li Q(m)	Monti's Q(m)	Li-McLeod Q(m)
1	-	-	0.40	-	0.39	0.40	0.36	0.44	0.41
2	-	-	0.80	-	0.76	0.82	0.74	0.84	0.81
3	-	-	0.60	0.30	0.79	0.83	0.77	0.86	0.82
4	0.10	0.30	-	-	0.42	0.45	0.43	0.42	0.44
5	0.70	-	0.40	-	0.56	0.55	0.49	0.56	0.54
6	0.70	-	0.90	-	0.94	0.96	0.90	0.98	0.95
7	0.40	-	0.60	0.30	0.82	0.86	0.83	0.91	0.85
8	0.70	0.20	0.50	-	0.51	0.50	0.46	0.53	0.52
9	0.90	0.40	0.70	0.30	0.71	0.69	0.65	0.75	0.73

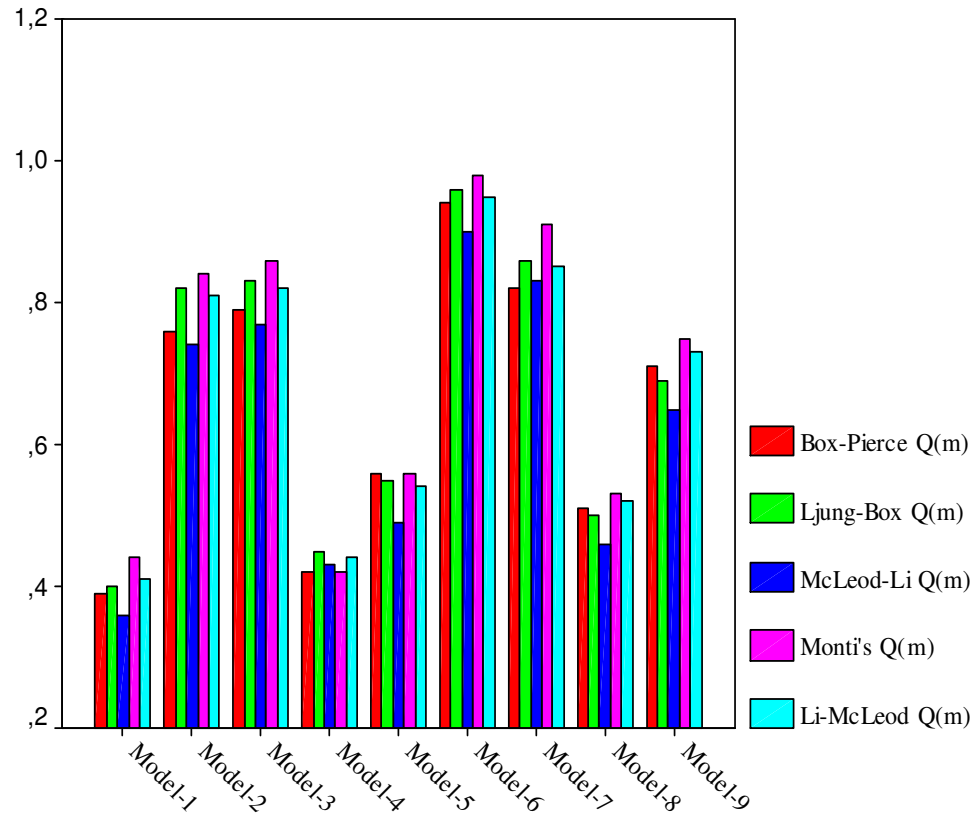
Çizelge 4.23'e göre; örnek hacmi $n=100$ olduğu zaman uygun modelin AR(1) modeli olduğu varsayımı altında 10000 deneme ile yapılan Monte Carlo simülasyon çalışması neticesinde daha önceden belirlenmiş olan dokuz zaman dizisi modeli için beş test yönteminin deneysel güç sonuçları verilmektedir. Burada elde edilen sonuçların hemen hemen hepsi güç değerleri de dikkate alındığında anlamlı gibi görünmekle beraber, testlerin söz konusu farklı durumlar için değişken bir yapı ortaya koydukları da gözlemlenmektedir. Bu farklı durumlar, model yapılarından ortaya çıkmakla beraber, seçilen örnek hacmi ve gecikme sayısı da elde edilen sonuçları etkileyen diğer faktörlerdir.

Model-1 için elde edilen deneysel güç sonuçlarına göre, tüm testler diğer modeller göre çok fazla güçlü değildirler. Model-2 için bakıldığında, hareketli ortalama parametresinin değerinin artmasıyla beraber gücün de arttığı gözlemlenmektedir.

Elde edilen deneysel güç sonuçlarına göre, Monti's $Q(m)$ testinin daha güçlü olduğu söylenebilir. Model-3 için de benzer durum söz konusudur. Ancak Model-4 için bakıldığında, elde edilmiş olan deneysel güç sonuçlarının değerinin azaldığı gözlemlenmektedir.

Model-5 ve Model-6 da, ARMA(1,1) zaman dizisi modelinin farklı parametreleri için sonuçlar elde edilmiştir. Model-5'de testler çok güçlü olmamakla beraber, Model-6'da parametre değeri arttığı zaman deneysel güç sonuçlarının değerinin de arttığı gözlemlenmektedir. Benzer şekilde Model-8'de elde edilen deneysel güç sonuçlarının değerinde azalma gözlemlenmekte iken, Model-7 ve Model-9'da elde edilen sonuçların anlamlı oldukları söylenebilir.

Bu deneysel güç sonuçlarına göre, testlerin birbirlerine göre mukayesesi yapılmak istenirse, parametre değerinin küçük olduğu durumlarda tüm testlerin gücünün az olduğu görülmektedir. Parametre değeri arttıkça testlerin gücü artmakta ve Monti's $Q(m)$ testinin diğerlerine göre daha güçlü olduğu görülmektedir. Aşağıda Şekil 4.44'de bu durumlar daha açık bir şekilde grafiksel olarak gösterilmektedir.



Şekil 4.44. $n=100$ için uygun model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=10$)

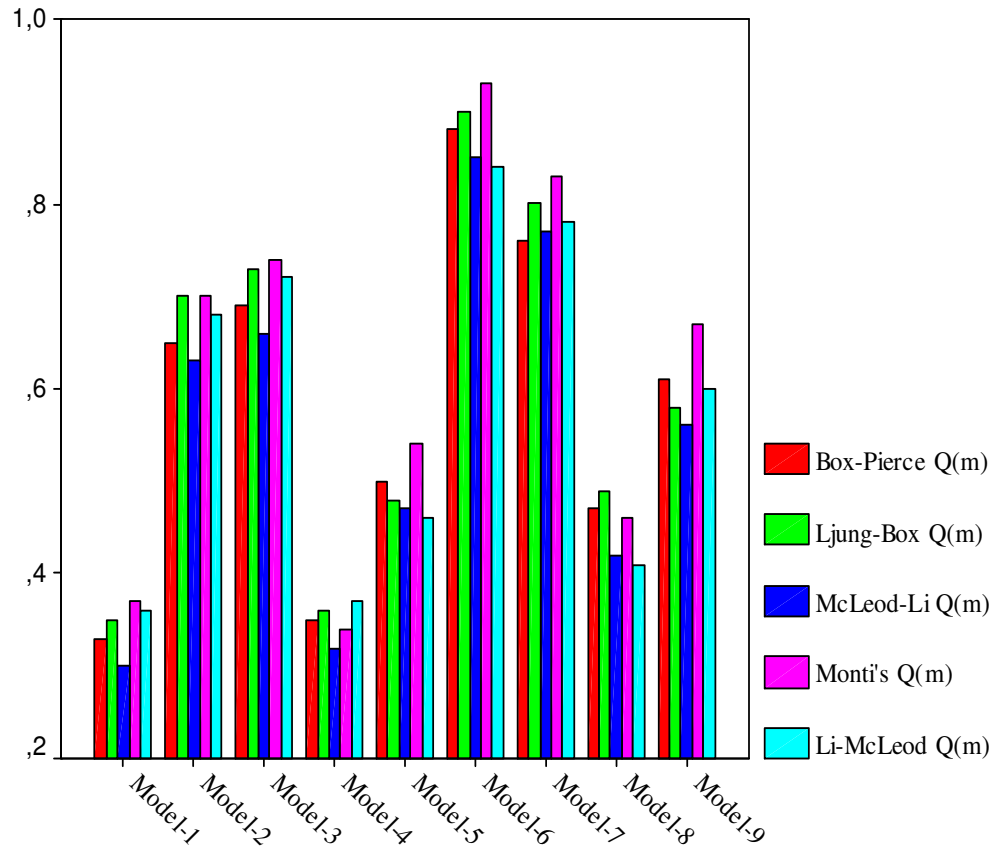
Çizelge 4.24. $n=100$ için 10000 denemede uygun model AR(1) modeli olduğu zaman, aşağıdaki modelleri için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçları ($\alpha=0.05$, $m=20$)

model	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	θ_2	Box-Pierce Q(m)	Ljung-Box Q(m)	McLeod-Li Q(m)	Monti's Q(m)	Li-McLeod Q(m)
1	-	-	0.40	-	0.33	0.35	0.30	0.37	0.36
2	-	-	0.80	-	0.65	0.70	0.63	0.70	0.68
3	-	-	0.60	0.30	0.69	0.73	0.66	0.74	0.72
4	0.10	0.30	-	-	0.35	0.36	0.32	0.34	0.37
5	0.70	-	0.40	-	0.50	0.48	0.47	0.54	0.46
6	0.70	-	0.90	-	0.88	0.90	0.85	0.93	0.84
7	0.40	-	0.60	0.30	0.76	0.80	0.77	0.83	0.78
8	0.70	0.20	0.50	-	0.47	0.49	0.42	0.46	0.41
9	0.90	0.40	0.70	0.30	0.61	0.58	0.56	0.67	0.60

Çizelge 4.24'e göre; örnek hacmi $n=100$ olduğu zaman uygun modelin AR(1) modeli olduğu varsayımı altında 10000 deneme ile yapılan Monte Carlo simülasyon çalışması sonucunda, önceden belirlenmiş olan dokuz zaman dizisi modeli için beş test yönteminin deneysel güç sonuçları verilmektedir.

Bu çizelgede, diğer her şey aynı kalmak koşuluyla sadece gecikme sayısı $m=20$ alınarak daha önce Çizelge 4.23'de verilmiş olan sonuçlarda gecikme sayısının artmasıyla beraber nasıl bir değişim olduğuna bakılması amaçlanmıştır. Burada elde edilen sonuçlar itibarıyla bir karşılaştırma yapılmak istenirse, daha önce elde edilmiş olan Çizelge 4.23.'dekine çok benzer bir durum olduğu çok açıkça fark edilmektedir. Ancak; genel anlamda tüm modeller için bir değerlendirme yapıldığında, gecikme sayısının artmasıyla beraber güç de azalma meydana geldiği gözlemlenmektedir. Bunun dışında; testler birbirlerine göre karşılaştırıldıkları takdirde, aşağıda Şekil

4.45’de de gösterilmekte olduğu gibi, tüm durumlarda Monti’s $Q(m)$ ve Ljung-Box $Q(m)$ testleri diğerlerine göre daha iyi performans göstermektedirler. McLeod-Li $Q(m)$ testinin gücünün diğerlerine göre daha zayıf olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 4.45. $n=100$ için uygun model AR(1) olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=20$)

Uygun model MA(1) için

Bu kısımda uygun model MA(1) modeli olduğu zaman, (yani veri üretimi $z_t = a_t - 0.70a_{t-1}$ modelinden elde ediliyor olsun) aşağıda verilen modeller için Monte Carlo Simülasyon yöntemi ile 10000 denemede güç sonuçları elde edilmektedir. Burada nominal Birinci Tip Hata $\alpha=0.05$ olarak alınmaktadır.

Model-1: $z_t = 0.40z_{t-1} + a_t$

Model-2: $z_t = 0.80z_{t-1} + a_t$

Model-3: $z_t = 0.90z_{t-1} + 0.20z_{t-2} + a_t$

Model-4: $z_t = a_t - 0.80a_{t-1} - 0.30a_{t-2}$

Model-5: $z_t = a_t - 0.60a_{t-1} - 0.30a_{t-2}$

Model-6: $z_t = 0.50z_{t-1} + a_t - 0.70a_{t-1}$

Model-7: $z_t = 0.80z_{t-1} + a_t - 0.50a_{t-1} - 0.30a_{t-2}$

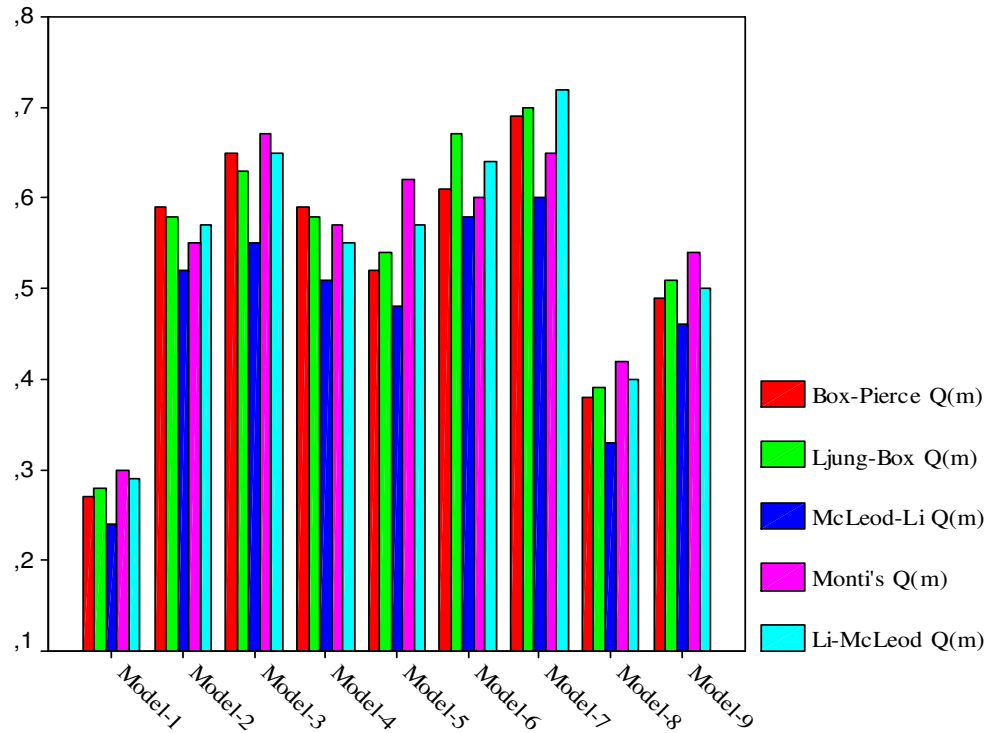
Model-8: $z_t = 0.30z_{t-1} + 0.40z_{t-2} - 0.70a_{t-1} + a_t$

Model-9: $z_t = 0.90z_{t-1} + 0.30z_{t-2} - 0.80a_{t-1} - 0.20a_{t-2} + a_t$

Çizelge 4.25. n=50 için 10000 denemede uygun model MA(1) modeli olduğu zaman, aşağıdaki modeller için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçları($\alpha=0.05$, m=5)

model	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	θ_2	Box-Pierce Q(m)	Ljung-Box Q(m)	McLeod-Li Q(m)	Monti's Q(m)	Li-McLeod Q(m)
1	0.40	-	-	-	0.27	0.28	0.24	0.30	0.29
2	0.80	-	-	-	0.59	0.58	0.52	0.55	0.57
3	0.90	0.20	-	-	0.65	0.63	0.55	0.67	0.65
4	-	-	0.80	0.30	0.59	0.58	0.51	0.57	0.55
5	-	-	0.60	0.30	0.52	0.54	0.48	0.62	0.57
6	0.50	-	0.70	-	0.61	0.67	0.58	0.60	0.64
7	0.80	-	0.50	0.30	0.69	0.70	0.60	0.65	0.72
8	0.30	0.40	0.70	-	0.38	0.39	0.33	0.42	0.40
9	0.90	0.30	0.80	0.20	0.49	0.51	0.46	0.54	0.50

Çizelge 4.25'e göre; örnek hacmi $n=50$ olduğu zaman uygun modelin MA(1) modeli olduğu varsayımı altında, 10000 deneme ile yapılan Monte Carlo simülasyon çalışması sonucunda, daha önceden belirlenmiş olan dokuz zaman dizisi modeli için, beş test yönteminin deneysel güç sonuçları verilmektedir. Bu sonuçlara bakıldığında, elde edilen deneysel güç değerlerinin, testlerin performansının karşılaştırılmasını sağlayacak kadar büyük olmadığı açıkça görülmektedir. Bununla beraber, örnek hacminin ve gecikme sayısının küçük olarak alınmış olduğu bu durumda, testler birbirlerine çok farklı bir yapı ortaya koymamaktadırlar. Benzer yapılarının yanı sıra, McLeod-Li Q(m) testinin diğerlerine göre güç bakımından zayıf olduğu açıkça gözlemlenmektedir. Çizelge 4.25'de elde edilmiş olan deneysel güç sonuçları aşağıda Şekil 4.46'da da grafiksel olarak verilmektedir.



Şekil 4.46. $n=50$ için uygun model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=5$)

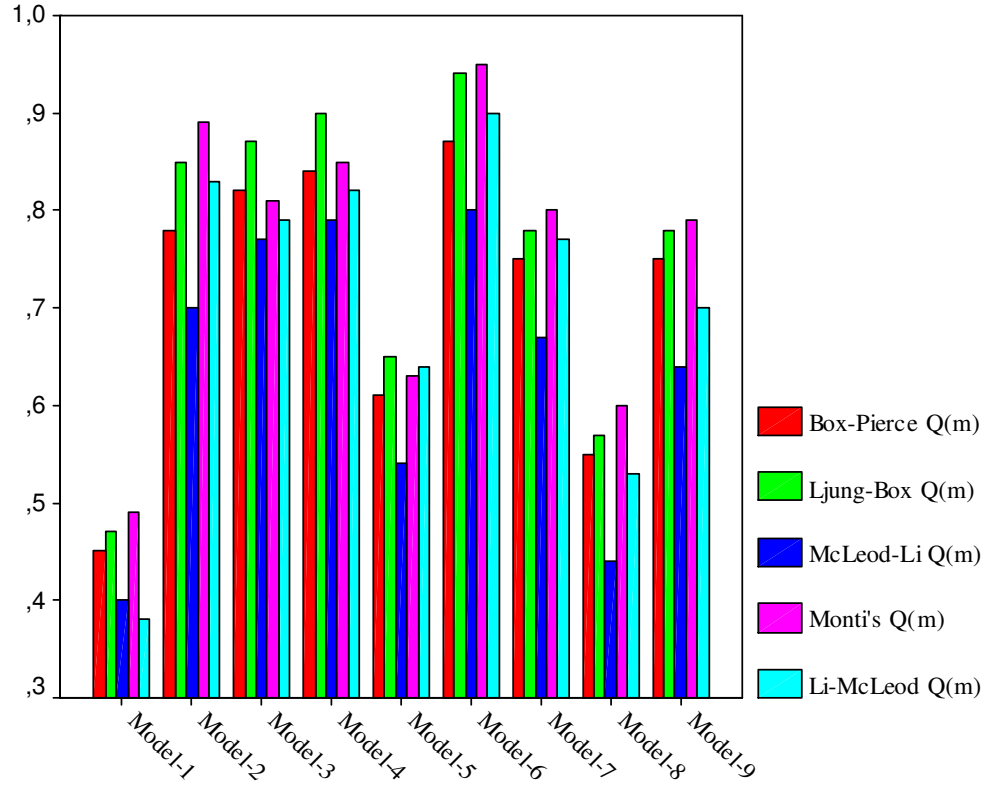
Çizelge 4.26. $n=100$ için 10000 denemede uygun model MA(1) modeli olduğu zaman, aşağıdaki modeller için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçları ($\alpha=0.05$, $m=10$)

model	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	θ_2	Box-Pierce Q(m)	Ljung-Box Q(m)	McLeod-Li Q(m)	Monti's Q(m)	Li-McLeod Q(m)
1	0.40	-	-	-	0.45	0.47	0.40	0.49	0.38
2	0.80	-	-	-	0.78	0.85	0.70	0.89	0.83
3	0.90	0.20	-	-	0.82	0.87	0.77	0.81	0.79
4	-	-	0.80	0.30	0.84	0.90	0.79	0.85	0.82
5	-	-	0.60	0.30	0.61	0.65	0.54	0.63	0.64
6	0.50	-	0.70	-	0.87	0.94	0.80	0.95	0.90
7	0.80	-	0.50	0.30	0.75	0.78	0.67	0.80	0.77
8	0.30	0.40	0.70	-	0.55	0.57	0.44	0.60	0.53
9	0.90	0.30	0.80	0.20	0.75	0.78	0.64	0.79	0.70

Çizelge 4.26.'ya göre; örnek hacmi $n=100$ olduğu zaman uygun modelin MA(1) modeli olduğu varsayımı altında, Monte Carlo simülasyon çalışması ile 1000 tekrar yapılarak, daha önce verilmiş olan, dokuz zaman dizisi modeli için, beş test yönteminin deneysel güç sonuçları verilmektedir. Buna göre, elde edilen deneysel güç değerlerinin de beraberinde testler mukayese edilecek olunursa, Model-1 dışında tüm testlerin elde edilen deneysel güç sonuçlarının hemen hemen hepsinin anlamlı olduğu söylenebilir. Model-2 için bakıldığında, parametre değeri artınca testlerin elde edilen deneysel güç ($1-\beta$) sonuçlarının artmış olduğu gözlemlenmektedir. Dolayısıyla buradan, parametre değerinin küçük olması durumunun testlerin gücünü azaltan bir faktör olduğu ifadesi kullanılabilir.

McLeod-Li Q(m) testinin elde edilen deneysel güç ($1-\beta$) sonuçlarına bakıldığında diğer testlere göre değerlerin daha düşük olduğu fark edilmektedir. Buna göre, gücü

en az olan test yönteminin McLeod-Li $Q(m)$ testinin olduğu söylenebilir. Diğer test yöntemlerinin burada verilmekte olan söz konusu durumlar için, modelin uygunluğunun test edilmesinde kullanılmasında herhangi bir sakınca bulunmamaktadır.



Şekil 4.47. $n=100$ için uygun model $MA(1)$ olduğu zaman Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=10$)

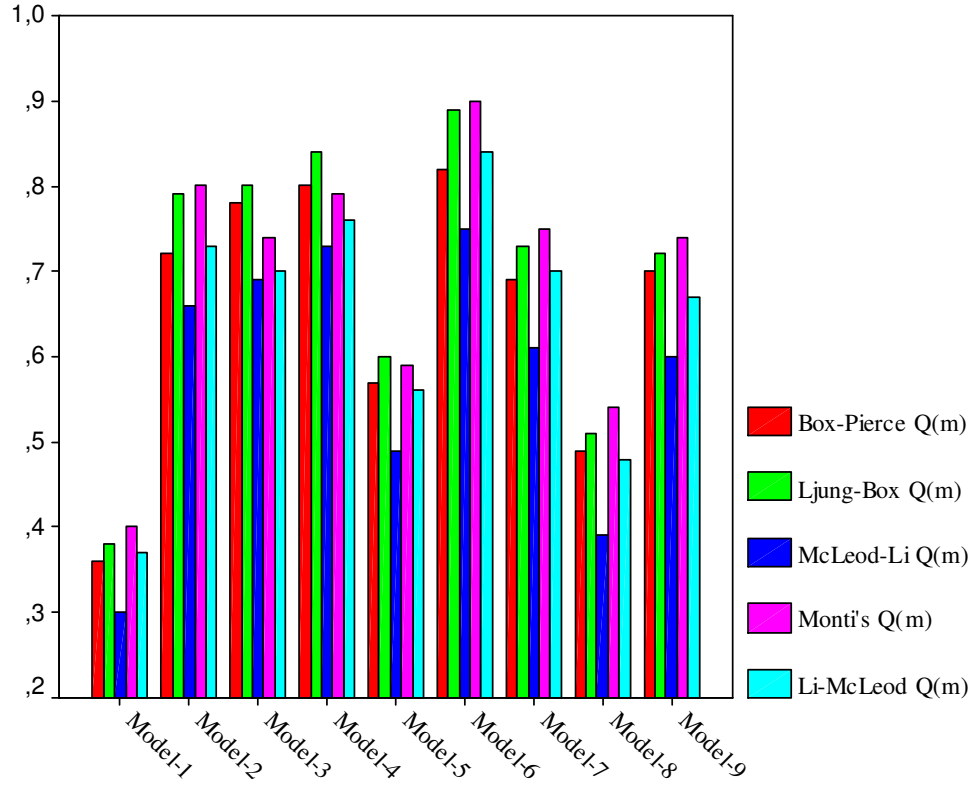
Çizelge 4.27. $n=100$ için 10000 denemede uygun model MA(1) modeli olduğu zaman, aşağıdaki modeller için Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçları ($\alpha=0.05$, $m=20$)

model	ϕ_1	ϕ_2	θ_1	θ_2	Box-Pierce Q(m)	Ljung-Box Q(m)	McLeod-Li Q(m)	Monti's Q(m)	Li-McLeod Q(m)
1	0.40	-	-	-	0.36	0.38	0.30	0.40	0.37
2	0.80	-	-	-	0.72	0.79	0.66	0.80	0.73
3	0.90	0.20	-	-	0.78	0.80	0.69	0.74	0.70
4	-	-	0.80	0.30	0.80	0.84	0.73	0.79	0.76
5	-	-	0.60	0.30	0.57	0.60	0.49	0.59	0.56
6	0.50	-	0.70	-	0.82	0.89	0.75	0.90	0.84
7	0.80	-	0.50	0.30	0.69	0.73	0.61	0.75	0.70
8	0.30	0.40	0.70	-	0.49	0.51	0.39	0.54	0.48
9	0.90	0.30	0.80	0.20	0.70	0.72	0.60	0.74	0.67

Çizelge 4.27'ye bakıldığında; örnek hacmi $n=100$ olduğu zaman uygun modelin MA(1) modeli olduğu varsayımı altında, Monte Carlo simülasyon çalışması ile 1000 tekrar yapılarak, dokuz zaman dizisi modeli için, beş test yönteminin deneysel güç sonuçları verilmektedir. Burada Çizelge 4.26'dan farklı olarak gecikme sayısı artırılmış ve bunun testlerin elde edilen deneysel güç ($1-\beta$) sonuçları üzerinde nasıl bir değişim meydana getireceği görülmeye çalışılmıştır.

Buna göre her iki çizelge birbiri ile mukayese edilecek olunursa, gecikme sayısı artıktıkça testlerin gücü azalmaktadır. Burada elde edilmiş olan deneysel güç sonuçlarına göre, testler parametre değerinin küçük olduğu durumlarda güç bakımından zayıf olmakla beraber böyle bir durum söz konusu olduğu taktirde, McLeod-Li Q(m) testi dışında diğer testler modelin uygunluğunun kontrol

edilmesinde tercih edilebilir. Bu durum, aşağıda Şekil 4.48’de grafiksel olarak görülmektedir.



Şekil 4.48. $n=100$ için uygun model MA(1) olduğu zaman Box-Pierce Q(m), Ljung-Box Q(m), McLeod-Li Q(m), Monti's Q(m) ve Li-McLeod Q(m) testlerinin deneysel güç sonuçlarının mevcut modeller itibariyle karşılaştırılmalı grafiği ($\alpha=0.05$, $m=20$)

5. SONUÇ

Bu doktora tez çalışmasında, tek değişkenli zaman dizileri modellerinde modelin uygunluğunun test edilmesi amacıyla kullanılan testler incelenmiştir. Literatürde kullanılan bu testlerden, Box-Pierce $Q(m)$, Ljung-Box $Q(m)$, McLeod-Li $Q(m)$, Monti's $Q(m)$ ve Li-McLeod $Q(m)$ testleri dikkate alınmıştır. Bu testlerin, seçilen farklı model yapıları dikkate alınarak, uygunluğu sağlamadaki performanslarını değerlendirmek için simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Testlerin birbirleri ile karşılaştırılması için Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak öncelikle testlerin deneysel birinci (I.) tip hata (α) sonuçları, ardından da deneysel güç ($1-\beta$) sonuçları elde edilmiş ve bu şekilde karşılaştırma yapılması amaçlanmıştır.

Testlerin deneysel birinci (I.) tip hata (α) sonuçlarını elde etmek için; öncelikli olarak, AR(1) modeli, AR(2) modeli, AR(3) modeli, MA(1) modeli, MA(2) modeli, MA(3) modeli ve ARMA(1,1) modelleri örnek olarak alınmıştır. Bu modellerin her birinin farklı durumlarının göz önünde bulundurulması halinde, beş test yöntemine ait deneysel sonuçlar bir arada verilerek, bu yolla testlerin birbirleri ile daha kolay mukayese edilmesi amaçlanmıştır. Bu testler için elde edilen deneysel birinci (I.) tip hata (α) sonuçlarını değerlendirmek bakımından test yöntemleri, modeller açısından ilgili parametreler ve gecikme sayıları bakımından irdelenmiştir. Buna göre, testlerin parametre veya parametrelerdeki, gecikme sayısındaki ve örnek hacmindeki farklılıklar bakımından birbirlerine göre nasıl bir değişim göstermekte oldukları ortaya konulmuştur. Bu değerlendirmede birinci (I.) tip hata (α), 0.05 olarak alınmıştır.

Bundan başka; testlerin birbirlerine göre güçleri bakımından karşılaştırması yapılmıştır. Bunun için de başlangıçta belirlenen uygun modelin varsayımı altında çeşitli zaman dizisi modelleri için deneysel güç sonuçları elde edilmiştir. Tüm bu durumların da ışığı altında, elde edilmiş olan sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Seçilen model AR(1) modeli olduğunda; örnek hacmi $n=50$ için otoregressif parametrenin küçük değerlerinde ($\phi \leq 0.50$) tüm gecikmeler için hemen hemen her

test kabul edilebilir anlamlılık düzeyindedir. Ancak elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının da ışığı altında, testlerin anlamlılığı, otoregressif parametrenin sayısal değerinin ve gecikme sayısının doğru orantısına bağlıdır. Buna göre, otoregressif parametrenin değeri arttıkça, gecikme sayısının artması durumunda; otoregressif parametrenin değeri azaldıkça, gecikme sayısının azalması durumunda testler kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarındadır.

2. Seçilen model AR(1) modeli olduğunda; örnek hacmi $n=100$ ve $n=500$ için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına göre, testlerin belirlenen anlamlılık düzeyine, örnek hacmi $n=50$ olduğu zaman elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarından daha fazla yaklaşımakta olduğu gözlemlenmiştir. Yani daha büyük örnek hacmi için, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının daha kabul edilebilir sınırlar içerisinde olduğu ifadesi burada kullanılabilir.
3. Seçilen model AR(2) olduğunda; örnek hacmi $n=50$ için, otoregressif parametre çifti (ϕ_1, ϕ_2) 'nin değerleri küçük olduğu zaman, yani $(\phi_1, \phi_2)=(0.50, 0.20)$ iken, testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının AR(2) modeli için tüm gecikme sayılarında kabul edilebilir olduğu gözlemlenmektedir. Parametre çiftinin değeri arttıkça, daha büyük gecikme sayısı için testlerin elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarında iken küçük gecikme sayılarında nominal düzeyin üstüne doğru çıkmakta olduğu gözlemlenmiştir.
4. Seçilen model AR(2) olduğunda; örnek hacmi $n=100$ ve $n=500$ için, otoregressif parametre çifti (ϕ_1, ϕ_2) 'nin değerleri, $(\phi_1, \phi_2)=(0.50, 0.20)$ ve $(\phi_1, \phi_2)=(0.60, 0.40)$ olduğu zaman testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının AR(2) modeli için tüm gecikme sayılarında kabul edilebilir düzeyde olduğu gözlemlenmektedir. Daha büyük parametre değerleri için, testlerin kabul edilebilir düzeye yaklaşması için daha büyük gecikme sayısı gerekmektedir.
5. Seçilen model AR(3) olduğunda; farklı parametre değerleri, gecikme sayısı ve örnek hacmi için elde edilmiş sonuçlar, AR(2) modeli için elde edilen sonuçlara benzerdir.

6. Seçilen model MA(1) olduğunda; örnek hacmi $n=50$ için, hareketli ortalama parametresi $\theta \leq 0.50$ olduğu zaman tüm gecikme sayıları için, testlerin deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları belirlenen anlamlılık düzeyi için kabul edilebilirdir. Hareketli ortalama parametresinin değerinin artması durumunda, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının, küçük gecikme sayıları için kabul edilebilir düzeyden oldukça fazla uzaklaşmakta olduğu gözlemlenirken, daha büyük gecikme sayılarında deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarının daha kabul edilebilir bir durumda olduğu gözlemlenmektedir. Dolayısıyla burada yer verilmiş olan beş test yöntemi için, daha büyük hareketli ortalama parametresi değerleri için artan gecikme sayısına gereksinim duyulmakta olduğu ifadesi kullanılabilir.
7. Seçilen model MA(1) olduğunda; örnek hacmi $n=100$ ve $n=500$ için, simülasyon çalışması neticesinde elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına göre, testlerin belirlenen anlamlılık düzeyi bakımından, örnek hacmi $n=50$ için elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına göre nominal düzeye daha fazla yaklaşmakta olduğu gözlemlenmiştir.
8. Seçilen model MA(2) olduğunda; örnek hacmi $n=50$ için, hareketli ortalama parametre çiftlerinin değeri küçük olduğu zaman $((\theta_1, \theta_2)=(0.50, 0.20))$, tüm gecikme sayılarında, testlerin her biri, elde edilmiş olan deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları bakımından kabul edilebilirdir. Parametrelerin değeri arttıkça, testlerin kabul edilebilirliği daha büyük gecikme sayısına ihtiyaç duyar.
9. Seçilen model MA(2) olduğunda; örnek hacmi $n=100$ ve $n=500$ olduğu zaman elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları, aynı koşullar altında, daha küçük örnek hacmi olan $n=50$ için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçlarına göre daha çok belirlenen anlamlılık düzeyini sağlamaktadırlar.
10. Seçilen model MA(3) olduğunda; mevcut test yöntemleri bakımından, farklı parametre değerleri, gecikme sayısı ve örnek hacmi için elde edilmiş deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları, MA(2) modeli için elde edilen sonuçlara benzerdir.
11. Seçilen model ARMA(1,1) olduğunda; örnek hacmi $n=50$ için, testler otoregressif-hareketli ortalama parametre çifti bakımından mukayese edildiğinde, parametre çifti (ϕ, θ) 'nın, $(\phi, \theta)=(0.40, 0.20)$ ve $(\phi, \theta)=(0.50, 0.50)$ olduğu

durumlarda tüm gecikme sayıları için elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilirdir. Parametre çiftinin diğer durumları için, gecikme sayısı küçük olduğunda elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir anlamlılık düzeyinin üstünde değer almaktadır, ancak artan gecikme sayısı durumunda kabul edilebilir düzeye yaklaşmaktadır.

12. Seçilen model ARMA(1,1) olduğunda; örnek hacmi $n=100$ için, testler otoregressif-hareketli ortalama parametre çifti bakımından mukayese edildiğinde, parametre çifti (ϕ, θ) 'nın, $(\phi, \theta)=(0.80, 0.80)$ olduğu durum dışında hemen hemen tüm durumlarda testlerin kabul edilebilir anlamlılık düzeyi civarında olduğu gözlemlenmektedir. Örnek hacmi $n=500$ için, elde edilen deneysel Birinci Tip Hata (α) sonuçları kabul edilebilir sınırların altında değer almaktadırlar.
13. Uygun model AR(1) modeli olduğu taktirde, farklı zaman dizisi modelleri için, elde edilen deneysel güç $(1-\beta)$ sonuçlarına bakılacak olursa, parametre sayısı arttıkça güç artmakta, gecikme sayısı arttıkça güç azalmaktadır. Tüm testler güçlü olmakla beraber, elde edilen güç sonuçları ve bunların grafikleri incelendiğinde, testlerin birbirlerine göre güçleri bakımından çok büyük farklılıklar ortaya koymamış oldukları söylenebilir.
14. Uygun model MA(1) olduğunda; elde edilen deneysel güç sonuçlarına göre, tüm testler birbirlerine göre güç bakımından çok büyük farklılıklar göstermemekle beraber, hareketli ortalama parametresinin büyük olduğu durumda testler daha güçlüdür, bir başka açıdan, gecikme sayısı küçük, parametre değeri büyük ise modelin uygunluğunun belirlenmesinde testler, daha güçlü olmaktadır.
15. Tüm modeller için; örnek hacmi artınca, simülasyon çalışması neticesinde elde edilen deneysel güç sonuçları da artmaktadır.
16. Uygun model MA(1) modeli olarak seçildiğinde testlerin elde edilen güç değerleri daha fazladır.
17. Elde edilen deneysel güç sonuçlarına göre, testler birbirleri ile karşılaştırıldıklarında; testlerin mevcut durumlar da göz önünde bulundurulduğu taktirde, birbirlerine göre çok büyük farklılıklar göstermedikleri gözlemlenmekle beraber, McLeod-Li $Q(m)$ testinin

diğerlerinden daha zayıf olduğu söylenebilir. Bu durumda; uygulama açısından tercih yapılması gerekirse diğer dört test yönteminden birini seçmekte fayda vardır. Ancak, eğer yeterince hassas bir bilgiye gereksinim duyuluyorsa, Ljung-Box $Q(m)$ ve Monti's $Q(m)$ testlerinin daha iyi olduğu, elde edilmiş olan sonuçlardan söylenebilir.

18. Bir başka açıdan; eğer uygulamacı artıkların otokorelasyon katsayıları ile çalışıyorsa, hesaplamadaki kolaylık açısından Box-Pierce $Q(m)$ testini tercih edebilir. Daha hassas bilgi için Ljung-Box $Q(m)$ testi önerilir. Li-McLeod $Q(m)$ testi performansı bakımından Ljung-Box $Q(m)$ testine oldukça yakın olmakla beraber uygulama bakımından daha zordur. Uygulamacı, artıkların kısmi otokorelasyon katsayısına sahip ise, Monti's $Q(m)$ testini kullanması önerilir.

KAYNAKLAR

Akdi, Y., “Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)”, *Bıçaklar Kitabevi*, Ankara, 31-110 (2003).

Arranz, M.A., “Portmanteau Test Statistics in Time Series”, *Time-Oriented Language*, 25-32 (2005).

Battaglia, F., “Approximate power of portmanteau tests for time series”, *Statistics and Probability Letters*, 9: 337-341 (1990).

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., “Time Series analysis: Forecasting and a Control”, *Revised Edition*, London, 10-80 (1976).

Box, G.E.P., Jenkins, G.M and Reinsel, G.C., “Time Series analysis: Forecasting and a Control” , *Prentice Hall*, New Jersey, 10-100 (1994)

Box, G. E. P. and Pierce, D.A., “Distribution of the residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series”, *Journal of the American Statistical Association*, 65: 1509-1526 (1970).

Chatfield, C., “Comments on “Modelling macroeconomic time series” by D.L. Prothero and K.F. Wallis”, *Journal of the Royal Statistical Society*, A, 139: 491-510 (1976).

Davies, N., Triggs, C. M. And :Newbold, P., “Significance levels of the Box-Pierce portmanteau statistic in finite samples”, *Biometrika*, 64: 517-522 (1977).

Doan, T.H., RATS (regression Analysis of Time Series) for Windows, USA, (1997).

Dikey, D.A. and Fuller, W.A., “Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root”, *Journal of American Statistical Association* ,74: 427-431 (1979).

Dufour, J. And Roy, R., “Some robust exact results on sample autocorrelations and tests of randomness”, *Journal of Econometrics*, 29: 257-273 (1985).

Granger, C.W.J. and Anderson, A.P., “Introduction to Bilinear Time Series Models” *Vandenhoeck and Ruprecht*, Göttingen, 25-52 (1978).

Kadırlar, C., “SPSS Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş”, *Hacettepe Üniversitesi Basımevi*, 13-17, Ankara, (2005)

Kasap, R., “Using CFA for the identification of the order and the estimation of the parameters of the AR(p) models”, *Hacettepe Bulletin of Natural Sciences and Engineering*, 17: 195-205 (1996).

Kasap, R., “A theoretical application of biased regression in vectoral time series”, *Journal of Applied Statistical Science*, 9(2): 141-146 (2000).

Kaya, A., “Zaman Serilerinde Sapan Değerlerin Analizi Üzerine Bir Araştırma”, Doktora Tezi, *Ege Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, İzmir, 3-7: 20-30 (1999).

Kheoh, T.S. and McLeod, A.I., “Comparison of two modified portmanteau tests for model adequacy”, *Comput. Statist. Data Analysis*, 14: 99-106 (1992).

Kwan, A.C.C. and Wu, Y., “Further results on the finite-sample distribution of Monti’s Portmanteau Test for the adequacy of an ARMA(p,q) model”, *Biometrika*, 84: 733-736 (1997)

Ljung, G.M., “Diagnostic testing of univariate time series models”, *Biometrika*, 73: 725-730 (1986).

Ljung, G.M. and Box, G.E.P., “On a measure of lack of fit in time series models”, *Biometrika*, 65: 297-303 (1978).

Li, W.K., “Diagnosing Checks in Time Series”, *A CRC Press Company*, USA, 5-21 (2004).

Li, W.K. and McLeod, A.I., “Distribution of the residual autocorrelations in multivariate ARMA time series models”, *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 43: 231-239 (1981).

McLeod, A.I., “On the distribution of residual autocorrelations in Box-Jenkins model”, *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 40: 296-302 (1978).

McLeod, A.I. and Li, W.K., “Diagnosing checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations”, *Journal of Time Series Analysis*, 4: 269-273 (1983).

Monti, A.C., “A proposal for a residual autocorrelation test in linear models”, *Biometrika*, 81: 776-780 (1994).

Moran, P.A.P., “Some theorems on time series, II., The significance of the serial correlation coefficient”, *Biometrika*, 35: 255-260 (1948).

Özmen, A., “Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uygulama Denemesi”, *Fen Edebiyat Fakültesi Yayınları*, Eskişehir, 9: 110-120 (1986).

Prothero, D.L. and Wallis, K.F., “Modelling macroeconomic time series”, *Journal of the Royal Statistical Society, A*, 139: 468-500 (1976).

Rao, C.R., “Linear Statistical Inference and Its Applications”, *Wiley*: New York, 10-30 (1973).

Wei, W.W.S., “Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Analysis”, *Addison-Wesley Publishing Company, Inc.* , England, 32-57, 67-84 (1990).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : SANCAK, Sibel
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 25.01.1978 Ankara
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (505) 805 34 06
 Faks : -
 e-mail : sibelkavak@yahoo.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /İstatistik Bölümü	2002
Lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik Bölümü	1999
Lise	Çankaya Lisesi	1994

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2002-	Hacettepe Üniversitesi	İstatistikçi
2001- 2002	BESAM	İstatistik Danışmanı
2001- 2002	Gevher Nesibe Sağlık Eğitim Enstitüsü	Öğretim Elemanı

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

-

Hobiler

Yüzmek, seyahat etmek, kitap okumak