SIRALI İSTATİSTİKLER

BÖLÜM 2

1

Sıralı İstatistikler

Sürekli birikimli dağılım fonksiyonu F_x olan bir yığından n hacimli bir rastgele örnek,

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

olsun. X_i, $i = 1,2, \dots, n$, değişkenleri içinde en küçük değerli olanı $X_{(1)}$, ikinci en küçük değerli olanı $X_{(2)}$,… ve bu şekilde devam ederek en büyük değerli olanı da $X_{(n)}$ ile gösterelim. Buna göre,

$$X_{(1)} < X_{(2)} < \cdots < X_{(n)}$$

sıralı dizisine $X_1, X_2, \dots, X_n$ rastgele örneğinin **sıralı istatistikleri** denir.

2

Sıralı İstatistiklerin Ortak Dağılımları

Olasılık yoğunluk fonksiyonu f_x olan bir yığından n hacimli bir rastgele örnek

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

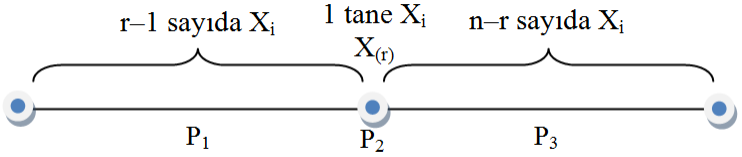
olsun.

$$f_{X_1,X_2,\dots,X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(x_i)$$

$$f_{X_{(1)},X_{(2)},\dots,X_{(n)}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = n! \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(x_i)$$

3

Sıralı İstatistiklerin Marjinal Dağılımları



$$f_{X_{(r)}}(x) = \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r)!} [F_X(x)]^{r-1} f_X(x) [1 - F_X(x)]^{n-r}$$

4

Sayı Sıralı İstatistikler

$X_1, X_2, \dots, X_n$ rastgele örneği için sayı-sıralı istatistikler $r(X_1), r(X_2), \dots, r(X_n)$ ile gösterilir.

Genel olarak, $x_i - x_j = u$ ve

$$s(u) = \begin{cases} 1, & u \geq 0 \text{ ise} \\ 0, & u < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

olmak üzere,

$$r(X_i) = \sum_{j=1}^{n} s\left(x_i - x_j\right)$$

$$= 1 + \sum_{i \neq j}^{n} s\left(x_i - x_j\right), \quad i = 1,2, \dots, n$$

5

Örnek

X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 ve X_6 değişkenleri için aşağıdaki değerler gözlenmiş olsun.

$$x_1 = 30,\ x_2 = 40,\ x_3 = 5,\ x_4 = 80,\ x_5 = 51 \text{ ve } x_6 = 35$$

Bu veri ile $r(X_1)$ ve $r(X_2)$ sayı-sıralı istatistiklerini hesaplayınız.



6