



**ÇOK KATEGORİLİ MADDELERDE ÇOK BOYUTLU MADDE
TEPKİ KURAMINA DAYALI PARAMETRE KESTİRİMLERİNİN
KARŞILAŞTIRILMASI**

SERAP BÜYÜKKIDIK

**DOKTORA TEZİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

KASIM, 2018

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren(....) ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : Serap

Soyadı : Büyükkıdık

Bölümü : Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme

İmza :

Teslim tarihi:

TEZİN

Türkçe Adı : Çok Kategorili Maddelerde Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramına Dayalı Parametre Kestirimlerinin Karşılaştırılması

İngilizce Adı : Comparison Of Parameter Estimation Based On Multidimensional Item Response Theory In Polytomous Items

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Serap Büyükkıdık

İmza :

JÜRİ ONAY SAYFASI

Serap Büyükkıdık tarafından hazırlanan “Çok Kategorili Maddelerde Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramına Dayalı Parametre Kestirimlerinin Karşılaştırılması” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı’nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Hakan Yavuz Atar

(Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi)

Başkan: Prof. Dr. Selahattin Gelbal

(Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi)

Üye: Prof. Dr. Duygu Anıl

(Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi)

Üye: Prof. Dr. Şeref Tan

(Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi)

Üye: Doç. Dr. İsmail Karakaya

(Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi)

Tez Savunma Tarihi: 07/11/2018

Bu tezin Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı’nda Doktora tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Selma YEL

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Okumaya değer bulana...

TEŞEKKÜR

Sadece akademik açıdan değil, kişisel olarak da gelişimim için katkılarda bulunarak desteğini esirgemeyen danışmanım Doç. Dr. Hakan Yavuz ATAR’a,
Dünyanın bir ucu Kanada’da çalışmalarımı gerçekleştirmemi sağlayan, simülasyon koşullarını danışmak için gittiğimde bana kilit soruyu soran “What is the aim of simulation?” ardından kendi yanıtlayan “Mimic the real life”, misafirperverliğini unutmayacağım Prof. Dr. Mark Gierl’e,

Her başarımda yanımda olan, pozitif enerjisiyle beni hep yukarıya taşıyan eski danışmanım Prof. Dr. Duygu Anıl’a,

Tezime değerli katkılarını esirgemeyen bilgisi derya deniz Prof. Dr. Şeref TAN’a, alandaki deneyimi yadsınamaz Prof. Dr. Selahattin GELBAL’a ve Doç. Dr. İsmail KARAKAYA’ya,
Size bir mail kadar yakın, bilgisinden özellikle kod yazmada yararlandığım Doç. Dr. Okan BULUT’a,

2214-A Yurt Dışı Doktora Sırası Araştırma Bursu’ndan ve 2211-A Yurt İçi Doktora Bursu’ndan yararlandığım TÜBİTAK’a,

Bu süreçte hep yanımda olan fedakar Sibel’e, taze anne Melis’e, Hong Kong yolcusu Papatya’ya, genç hoca Ceren’e,

Çekirdek aileme, ikinci annem canım teyzeme,

Ve diğerlerine,

teşekkürler...

**ÇOK KATEGORİLİ MADDELERDE ÇOK BOYUTLU MADDE
TEPKİ KURAMINA DAYALI PARAMETRE KESTİRİMLERİNİN
KARŞILAŞTIRILMASI
(Doktora Tezi)**

**Serap Büyükkıdık
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Kasım, 2018**

ÖZ

Bu araştırmanın amacı, çok kategorili çok boyutlu yapıların, farklı örneklem büyüklüğü (1500 ve 3000), madde sayısı (12, 24, 36), boyutlar arası korelasyon (0,20; 0,50 ve 0,80), kategori sayısı (üç ve beş) ve boyut sayısı (iki, üç) koşulları altında, çok boyutlu madde tepki kuramı modellerinden aşamalı tepki modeli kullanarak kestirilen madde ve yetenek parametrelerinin hata ve yanlılığını karşılaştırmaktır. Hatalar hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık (bias) değerleri farklı koşullarda ve farklı algoritmalarla (EM, MHRM, QMCEM) incelenerek alanyazına katkı sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmanın verileri çok kategorili verilerin çok boyutlu madde tepki kuramı çerçevesindeki modellerden aşamalı tepki modeline uygun olarak farklı simülasyon koşullarında R yazılımı kullanılarak üretilmiştir. Verilerin üretilmesinde çok kategorili gerçek madde parametreleri ve alanyazındaki çalışmalar göz önüne alınmıştır. a ve b parametreleri tekdüze (uniform) dağılımdan üretilmiştir. Yetenek parametresi ise Σ yeteneğin varyans-kovaryans matrisi olacak şekilde çok değişkenli normal dağılımdan $\theta \sim MVN(0, \Sigma)$ üretilmiştir. Analizler, 72 ($3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 72$) farklı koşulda 100 replikasyonla 7200 veri setiyle ve üç algoritmayla (EM, MHRM, QMCEM) R yazılımında gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda her üç algoritmayla da madde ve yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin örneklem büyüklüğü ve madde sayısı arttıkça genellikle azaldığı görülmüştür. Korelasyon değerlerinin artmasının ise madde parametrelerinin RMSE ve yanlılık değerlerinin artmasında ya da azalmasında bir örüntüye neden olmadığı bulunmuştur. Boyutlar arası korelasyonun değişmesi yetenek parametrelerinin hata ve yanlılık değerlerinde bir etkiye sahip olmamıştır. Kategori sayısının artması yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinde daha büyük bir düşüşe neden olurken, madde parametrelerinde ise 1500 örneklem koşulunda çoğu madde

parametrelerinde kısmen azalmaya sebep olmuştur. Ayrıca üç boyutlu verilerde genellikle madde parametrelerine ait en yüksek RMSE değerleri EM algoritmasıyla elde edilmiştir. İki ve daha fazla boyutla çok kategorili çok boyutlu madde tepki kuramında analizler gerçekleştirecek araştırmacılara mümkün olduğunca büyük örneklem, en az 24 madde, beş kategori ve QMCEM algoritmasıyla çalışmaları önerilmektedir. Her bir simülasyon koşulu ve madde parametresi için hesaplanan yanlılık değerleri sıfıra ve birbirine oldukça yakın olduğu bulunmuştur. Yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı, Parametre Doğrulanması, Aşamalı Tepki Modeli, EM, MHRM, QMCEM, Çok Kategorili Maddeler.

Sayfa Adedi : xxix + 193

Danışman : Doç. Dr. Hakan Yavuz ATAR

**COMPARISON OF PARAMETER ESTIMATION BASED ON
MULTIDIMENSIONAL ITEM RESPONSE THEORY IN
POLYTOMOUS ITEMS**

(PhD Thesis)

Serap Büyükkıdık

GAZI UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

November, 2018

ABSTRACT

The purpose of this research was to compare the error and bias terms of the item and ability parameters for polytomous multi-dimensional structures estimated by graded response model, a polytomous item response model, under the following conditions: Sample size (1500 and 3000), number of items (12, 24, 36), interdimensional correlations (0.20; 0.50 0.80), number of categories (three and five) and number of dimensions (two and three). This research aimed to contribute to the literature by investigating Root Mean Square Error (RMSE) and bias terms under different conditions and different algorithms (EM, MHRM, QMCEM). The data were generated using R software under different simulation conditions in accordance with graded response model within the frame of polytomous multidimensional item response theory. Real polytomous item parameters and the research in the literature were taken into consideration during data simulation process. The parameters, a and b , were generated from a uniform distribution. The ability parameter was generated from a multivariate normal distribution $\theta \sim MVN(0, \Sigma)$, where Σ represents variance-covariance matrix for ability. The analysis was performed with R software using 72 different conditions ($3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 72$), 100 replications, 7200 data sets and three algorithms (EM, MHRM, QMCEM). The results indicated that RMSE values for the item and ability parameters for each algorithm generally decreased when sample size and number of items increased. The increase in correlation values did not produce a pattern for increasing or decreasing RMSE and bias values of item parameters. The change in the correlation within the dimensions had no effect in the values of error and bias of item parameters. The increase in the number of categories (from three to five) caused a sharp decrease in RMSE values of ability parameters

while it caused a sharp decrease in the RMSE values of item parameters. However, the increase in the number of categories caused a slight decrease in most of the item parameters under the condition of sample size of 1500. Besides, the highest RMSE values belonging to item parameters for three dimensional data were generally obtained with the EM algorithm. Future research on polytomous multidimensional item response theory may consider using a large sample size of at least at 24 items and five categories and QMCEM algorithm for smaller RMSE or bias terms. It was found that bias values estimated for each simulation condition and item parameters were close to zero and each other. The bias values for ability parameters were not affected to a great extent by number of items and sample size. However, bias values estimated from the conditions that had small sample size and fewer number of items were generally higher. In the all conditions, as the bias values estimated were small it was seen that bias values was generally close to each other.

Keywords : Multidimensional Item Response Theory, Parameter Recovery, Graded Response Model (GRM), EM, MHRM, QMCEM.

Page Number : xxix + 193

Supervisor : Associate Professor Hakan Yavuz Atar

İÇİNDEKİLER

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU	i
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI	ii
JÜRİ ONAY SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR.....	v
ÖZ	vi
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER.....	x
TABLolar LİSTESİ.....	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xvi
SİMGE VE KISALTMALAR LİSTESİ	xxix
BÖLÜM I	1
GİRİŞ.....	1
Problem Durumu	1
İkili Puanlanan Maddeler İçin MTK Modelleri	5
Normal Ogive Model	5
Bir Parametrelili Lojistik Model.....	6
İki Parametrelili Lojistik Model (2PLM).....	6
Üç Parametrelili Lojistik Model (3PLM)	7
Çok Kategorili Maddeler için MTK Modelleri	7

Kısmi Puan Modeli (Kısmi Kredi Modeli (Partial Credit Model (KPM)))	8
Genelleştirilmiş Kısmi Kredi Modeli (Generalized Partial Credit Model (GKPM)).	9
Dereceli Ölçek Modeli (Rating Scale Model (DÖM))	10
Aşamalı Tepki Modeli (Derecelendirilmiş Tepki Modeli, Kademeli Cevap Modeli) (Graded Response Model (ATM))	11
Sınıflamalı Tepki Modeli (Nominal Response Model (STM)).....	12
MTK Yetenek Parametre Kestirim Yöntemleri	13
Parametre Kestiriminde Kullanılan Algoritmalar	14
Beklenti Maksimizasyonu (EM).....	14
Metropolis-Hastings Robbins-Monro (MHRM) (Cai, 2010b, 2010c).....	15
Quasi-Monte Carlo EM (QMCEM)	16
Markov Zinciri Monte Carlo Simülasyonu.....	16
İlgili Araştırmalar	17
Araştırmanın Amacı.....	23
Araştırmanın Önemi	25
Sayıtlar.....	26
Sınırlılıklar	26
Tanımlar	26
BÖLÜM II.....	27
YÖNTEM.....	27
Araştırmanın Türü	27
Verilerin Üretilmesi.....	27
Simülasyon Koşulları	28
Örneklem Büyüklüğü.....	29
Boyut Sayısı.....	29

Ölçme Aracı Uzunluğu (Madde Sayısı).....	30
Boyutlar Arası Korelasyon	30
Kategori Sayısı.....	31
Replikasyon sayısı	31
Üretilen Verilerin Doğrulanması ve Geçerliği.....	32
Verilerin Analizi	32
BÖLÜM III	35
BULGULAR VE YORUM	35
Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum	35
1.1. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	35
1.2. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum	44
1.3. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	53
1.4. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	62
1.5. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	71
1.6. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	80
İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	89
2.1. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	89
2.2. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	95
2.3. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	101
2.4. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	109
2.5. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	115
2.6. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum.....	121
BÖLÜM IV	129
SONUÇ ve TARTIŞMA.....	129
Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	129

İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	131
BÖLÜM V	133
ÖNERİLER.....	133
Araştırma Sonucuna Dönük Öneriler	133
Gelecek Araştırmalara Dönük Öneriler	134
KAYNAKLAR.....	135
EKLER.....	147
EK 1. DOĞRULAYICI FAKTÖR ANALİZİ UYUM ÖLÇÜTLERİ.....	147
EK 2. DOĞRULAYICI FAKTÖR ANALİZİ SONUÇLARI	148
EK 3. ANALİZLER İÇİN R KODLARI	152
EK 4. EM, MHRM VE QMCEM ALGORİTMALARI İLE ELDE EDİLEN PARAMETRELERE İLİŞKİN RMSE DEĞERLERİ.....	154
EK 5. TURNİTİN ORJİNALLİK RAPORU.....	194

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. <i>Yetenek Parametre Kestirim Yöntemlerinin Karşılaştırılması</i>	13
Tablo 2. <i>Simülasyon Koşulları</i>	32
Tablo 3. <i>İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri</i>	36
Tablo 4. <i>İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri</i>	41
Tablo 5. <i>İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri</i>	45
Tablo 6. <i>İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri</i>	50
Tablo 7. <i>İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri</i>	54
Tablo 8. <i>İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri</i>	59
Tablo 9. <i>Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri</i>	63
Tablo 10. <i>Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri</i>	68
Tablo 11. <i>Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri</i>	72
Tablo 12. <i>Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri</i>	77
Tablo 13. <i>Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri</i>	81

Tablo 14. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	86
Tablo 15. İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri.....	90
Tablo 16. İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	93
Tablo 17. İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri.....	96
Tablo 18. İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	99
Tablo 19. İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri.....	102
Tablo 20. İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	106
Tablo 21. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri.....	110
Tablo 22. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	113
Tablo 23. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri.....	116
Tablo 24. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	119
Tablo 25. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri.....	122
Tablo 26. Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri	125
Tablo 27. Uyum Ölçütleri (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve Müller, 2003)	147
Tablo 28. 1500 Örneklem İki boyutlu Basit Yapı İçin Hata ve Uyum İstatistikleri	148
Tablo 29. 1500 Örneklem Üç Boyutlu Basit Yapı İçin Hata ve Uyum İstatistikleri	149
Tablo 30. 3000 Örneklem İki Boyutlu Basit Yapı İçin Hata Ve Uyum İstatistikleri.....	150
Tablo 31. 3000 Örneklem Üç Boyutlu Basit Yapı İçin Hata ve Uyum İstatistikleri	151

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. ÇBMTK Modelleri (Soldaki basit/maddeler arası/çoklu-tek boyutlu, sağdaki karmaşık/kompleks/maddeler içi model).....	3
Şekil 2. ÇBMTK Modelleri (Soldaki hiyerarşik, sağdaki ilave edici (additive) model) (Sheng &Wikle, 2009).....	4
Şekil 3. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	38
Şekil 4. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyon Değerlerine Göre İncelenmesi	39
Şekil 5. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi.....	40
Şekil 6. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi.....	42
Şekil 7. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyon Değerlerine Göre İncelenmesi	43
Şekil 8. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi.....	44
Şekil 9. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	47

<i>Şekil 10.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	48
<i>Şekil 11.</i> İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	49
<i>Şekil 12.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi.....	51
<i>Şekil 13.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi.....	52
<i>Şekil 14.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi.....	53
<i>Şekil 15.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	56
<i>Şekil 16.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	57
<i>Şekil 17.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	58
<i>Şekil 18.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi.....	60
<i>Şekil 19.</i> İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	61
<i>Şekil 20.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi.....	62
<i>Şekil 21.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	65

<i>Şekil 22.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	66
<i>Şekil 23.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	67
<i>Şekil 24.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi.....	69
<i>Şekil 25.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	70
<i>Şekil 26.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi.....	71
<i>Şekil 27.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	74
<i>Şekil 28.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	75
<i>Şekil 29.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	76
<i>Şekil 30.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi.....	78
<i>Şekil 31.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	79
<i>Şekil 32.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	80
<i>Şekil 33.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	83

<i>Şekil 34.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	84
<i>Şekil 35.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	85
<i>Şekil 36.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi.....	87
<i>Şekil 37.</i> Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	88
<i>Şekil 38.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi	89
<i>Şekil 39.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	91
<i>Şekil 40.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi ..	92
<i>Şekil 41.</i> İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	94
<i>Şekil 42.</i> İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyon Değerlerine Göre İncelenmesi	95
<i>Şekil 43.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	97
<i>Şekil 44.</i> İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi ..	98
<i>Şekil 45.</i> İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	100
<i>Şekil 46.</i> İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	101

<i>Şekil 47. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi</i>	103
<i>Şekil 48. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi</i>	104
<i>Şekil 49. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi</i>	105
<i>Şekil 50. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi</i>	107
<i>Şekil 51. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi</i>	108
<i>Şekil 52. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi</i>	109
<i>Şekil 53. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi</i>	111
<i>Şekil 54. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi</i>	112
<i>Şekil 55. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi</i>	114
<i>Şekil 56. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi</i>	115
<i>Şekil 57. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi</i>	117
<i>Şekil 58. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi</i>	118
<i>Şekil 59. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi</i>	120

<i>Şekil 60.</i> Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	121
<i>Şekil 61.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	123
<i>Şekil 62.</i> Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	124
<i>Şekil 63.</i> Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi	126
<i>Şekil 64.</i> Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi	127
<i>Şekil 65.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	154
<i>Şekil 66.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	154
<i>Şekil 67.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	155
<i>Şekil 68.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	155
<i>Şekil 69.</i> Şekil EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri.....	156
<i>Şekil 70.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri....	156
<i>Şekil 71.</i> Şekil EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	157

<i>Şekil 72.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	157
<i>Şekil 73.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	158
<i>Şekil 74.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	158
<i>Şekil 75.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	159
<i>Şekil 76.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri.....	159
<i>Şekil 77.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	160
<i>Şekil 78.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri....	160
<i>Şekil 79.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	161
<i>Şekil 80.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	161
<i>Şekil 81.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	162
<i>Şekil 82.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	162

Şekil 83. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	163
Şekil 84. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	163
Şekil 85. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	164
Şekil 86. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	164
Şekil 87. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	165
Şekil 88. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	165
Şekil 89. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	166
Şekil 90. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	166
Şekil 91. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	167
Şekil 92. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	167
Şekil 93. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	168

<i>Şekil 94.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	168
<i>Şekil 95.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	169
<i>Şekil 96.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	169
<i>Şekil 97.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	170
<i>Şekil 98.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	170
<i>Şekil 99.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	171
<i>Şekil 100.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	171
<i>Şekil 101.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	172
<i>Şekil 102.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	172
<i>Şekil 103.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	173
<i>Şekil 104.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	173

<i>Şekil 105.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	174
<i>Şekil 106.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	174
<i>Şekil 107.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	175
<i>Şekil 108.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	175
<i>Şekil 109.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	176
<i>Şekil 110.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	176
<i>Şekil 111.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	177
<i>Şekil 112.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	177
<i>Şekil 113.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	178
<i>Şekil 114.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	178
<i>Şekil 115.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	179

<i>Şekil 116.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	179
<i>Şekil 117.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	180
<i>Şekil 118.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	180
<i>Şekil 119.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri	181
<i>Şekil 120.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	181
<i>Şekil 121.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	182
<i>Şekil 122.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	182
<i>Şekil 123.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	183
<i>Şekil 124.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	183
<i>Şekil 125.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	184
<i>Şekil 126.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	184

<i>Şekil 127.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	185
<i>Şekil 128.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	185
<i>Şekil 129.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	186
<i>Şekil 130.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	186
<i>Şekil 131.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	187
<i>Şekil 132.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	187
<i>Şekil 133.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	188
<i>Şekil 134.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	188
<i>Şekil 135.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	189
<i>Şekil 136.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	189
<i>Şekil 137.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	190

<i>Şekil 138.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	190
<i>Şekil 139.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	191
<i>Şekil 140.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	191
<i>Şekil 141.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	192
<i>Şekil 142.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriyeye ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri	192
<i>Şekil 143.</i> EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri.....	193

SİMGE VE KISALTMALAR LİSTESİ

ATM	Aşamalı Tepki Modeli
MTK	Madde Tepki Kuramı
TBMTK	Tek Boyutlu Madde Tepki Kuramı
ÇBMTK	Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı
ÇBATM	Çok Boyutlu Aşamalı Tepki Modeli
RMSE	Root Mean Squared Error
Bias	İstatistiksel Yanlılık
EM	Beklenti Maksimizasyonu (Expectation–Maximization)
MHRM	Metropolis Hastings Robbins Monro
QMCEM	Quasi-Monte Carlo EM
1PLM	Bir Parametrelili Lojistik Model
2PLM	İki Parametrelili Lojistik Model
3PLM	Üç Parametrelili Lojistik Model
$\hat{a}_i$	Kestirilen a parametresi
a_i	Gerçek a parametresi
K	Madde sayısı
$\hat{b}_{1i}, \hat{b}_{2i}, \hat{b}_{3i}$ ve $\hat{b}_{4i}$	Sırasıyla kestirilen b_1, b_2, b_3 ve b_4 parametreleri
b_{1i}, b_{2i}, b_{3i} ve b_{4i}	Sırasıyla gerçek b_1, b_2, b_3 ve b_4 parametreleri
$\hat{\theta}_i$	Kestirilen θ parametresi
θ_i	Gerçek θ parametresi

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmaya ilişkin problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, araştırmanın amacı, önemi ve sınırlılıkları yer almaktadır.

Problem Durumu

Ölçme araçlarından elde edilen puanlar önemli kararlar vermede kullanılan bilgilerdir. Bu kararlar bireysel düzey, kurumsal düzey, kamu politikası düzeyi olmak üzere sınıflandırılabilir (Kolen & Brennan, 2014). Önemli kararlar verdiğimiz ölçme araçlarının çeşitli uygulamaları bulunmaktadır. 21. yüzyıl becerilerini ölçmede 1-0 şeklinde ikili puanlanan testler yeterli olmamakta; yaratıcılık, eleştirel düşünme, problem çözme becerilerini ölçmede çoklu puanlanan/çok kategorili ölçme araçlarına başvurulmaktadır. Ayrıca çok kategorili maddelerde, ikili puanlanan maddelere göre daha fazla bilgi sağlandığı; üst yeterlik düzeyinde yer alan bireylerde, çok kategorili maddelerden sağlanan bilginin daha da arttığı ortaya konmuştur (Donoghue, 1993, Lukhele, Thissen & Wainer 1994, Embretson & Reise, 2000). Çoklu puanlanan ya da çok kategorili maddeler için madde tepki kuramı (MTK) modellerinin kullanımı yapılandırılmış yanıtı madde formatının özellikle performansa dayalı durum belirlemenin yaygın kullanımından ötürü artmıştır (Kim & Cohen, 2002).

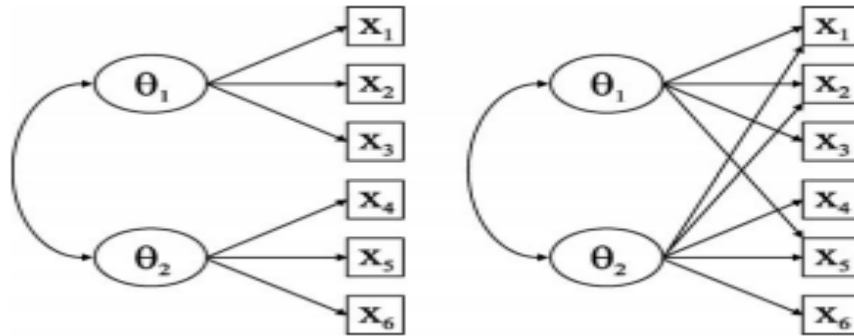
Duyuşsal özelliklerin ölçülmesinde genellikle çok kategorili maddelerden yararlanılmaktadır. Özellikle tutum ve kişilik gibi birçok psikolojik özelliklerin ölçümünde doğru- yanlış ya da 1-0 şeklinde puanlanan maddeler yaygın olarak kullanılmamaktadır. Çok kategorili maddeler ikili puanlanan maddelere oranla daha fazla bilgi barındırması ve daha

güvenilir olması gibi çeşitli nedenlerle araştırmacılar tarafından sıklıkla tercih edilmektedir (Embretson & Reise, 2000, s. 95).

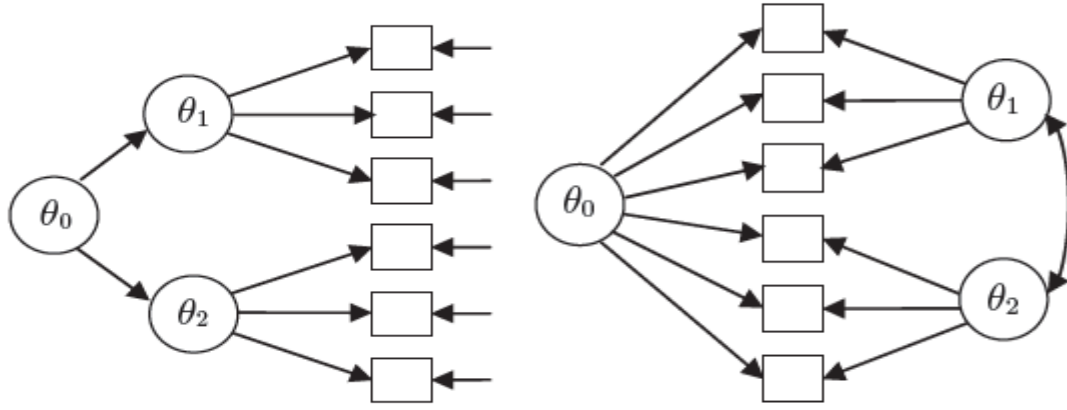
Herhangi bir yapıyı ölçen evrensel olarak kabul görmüş tek bir yaklaşımın bulunmaması psikometrideki temel problemlerden biridir (Crocker & Algina, 1986). Bu çerçevede aynı özelliğin ölçülüp, parametrelerinin belirlenmesinde farklı kuramlar ve kuramların farklı uygulamaları doğmuştur. 1904'lerden günümüze gelen klasik test kuramı (KTK), temeli varyans analizine dayalı KTK'nin bir uzantısı genellenebilirlik kuramı ve KTK'nin madde istatistiklerinin gruba bağımlılığı, şans başarısını göz ardı etmesi, test merkezli olması, bütün yetenek ranjı için tek hata kestirimi yapması vb. sınırlılıklarına tepki olarak doğan MTK bu kuramlardandır. MTK uzun bir geçmişe sahiptir; ancak MTK'nin popülerleşmeye başlaması Fredrick Lord ve Georg Rasch'ın 1950 ve 1960'lardaki çalışmalarıyla olmuştur (Reckase, 2009). Çoğu MTK modeli örtük özelliğin tek boyut ile temsil edildiğini varsayar (De Ayala, 2009). Embretson ve Reise (2000)'e göre birçok kaynakta tanımlanan iki ana ve birbiriyle ilişkili MTK varsayımı vardır: tek (uygun) boyutluluk ve yerel bağımsızlık. Birçok uygulamada MTK tek boyutluluk gerektirir, ancak «uygun» boyutluluk olarak da ifade edilen varsayım MTK varsayımlarından biridir (Embretson & Reise, 2000). Tek boyutluluk varsayımı madde setinin ya da testin yalnızca bir örtük özelliği ölçmesi (Hambleton & Swaminathan, 1985; Hambleton vd., 1991) ve madde yanıtları arasındaki ortak varyans bir gizil yetenek ile açıklanmasıdır (Embretson & Reise, 2000). Yerel bağımsızlık cevaplayıcının yanıtları arasında istatistiksel olarak bir ilişkinin olmaması (Hambleton vd., 1991; Han & Hambleton, 2014; Kolen & Brennan, 2014) ve yetenek parametresi kontrol altına alındığında maddelere verilen yanıtların istatistiksel olarak birbirinden bağımsız olmasıdır (Embretson & Reise, 2000).

Madde tepki kuramı modelleri test sonuçlarının raporlanması ve hazırlanması için birçok avantajı içerir. Bu avantajlar ancak test verilerinin kullanımı için uygun model seçimiyle yakın ilişki olursa ortaya çıkar (Hambleton & Swaminathan, 1985). Tek boyutlu MTK (TBMTK), KTK'den daha iyi bir çerçeve sunmasına rağmen, teorik olarak deneysel kanıtların çoğu yanıt verisi için tek boyutluluk varsayımının ihlal edildiği görülmüştür (Lee, 2007). Tek boyutluluk göstermeyen birden çok özelliğin ölçülmesi durumlarında çok boyutlu MTK modelleri kullanılmalıdır (Embretson & Reise, 2000; Hambleton & Swaminathan, 1985; Hambleton, Swaminathan & Rogers, 1991). Basit TBMTK modelleri kişi madde arasındaki etkileşimi ortaya çıkarmada yetersiz kalmaktadır. O yüzden TBMTK'den daha kompleks modellere ihtiyaç duyulmaktadır (Reckase, 1997).

Eğitimdeki ölçme araçları incelendiğinde genelde bir özelliği ölçen, kendi içinde homojen birden fazla alt testten oluştuğu görülmektedir (Ackerman, 1996). Yani her bir madde sadece bir boyuta yük vermektedir. Örneğin; PISA (The Programme for International Student Assessment) ve TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) gibi uluslararası çalışmalarda matematik ve fen bilimleri alt test olarak ve bu alt testlerin içerdiği birkaç konu ve bilişsel alan bulunur. TIMSS’te matematik alt testi cebir, geometri, sayılar ve veri gibi birkaç içerik alanı ve bilme, uygulama ve muhakeme gibi üç bilişsel alanı içerir. Bu alanların her birinin tek boyutlu alt testler gibi ham puanları rapor edilir ve bütün alt testlerin matematik gibi tek bir yapıyı ölçtüğü varsayılır (Bulut, 2013). Her bir alt testin tek boyutlu olup, bütün test yapısının çok boyutlu olduğu bu modellere alanyazında basit (Ackerman, Gierl & Walker, 2003; Zhang, 2012)/ maddeler arası (between-item) (Hartig & Höhler, 2009; Wang, Chen & Cheng, 2004) ya da çoklu-tek boyutlu (Kuo, 2015; Kuo & Sheng, 2016; Sheng, 2005; Sheng & Wickle, 2007, 2008; Sheng, 2008) MTK modelleri denilmektedir. Her bir maddenin birden fazla boyuta yük verdiği durumda ise karmaşık (complex) (Ackerman, Gierl & Walker, 2003; Zhang, 2012) ya da maddeler içi (within-item) (Hartig & Höhler, 2009; Wang, Chen & Cheng, 2004) çok boyutlu MTK (ÇBMTK) modelleri karşımıza çıkmaktadır. Geleneksel olarak yorumlanması kolay olduğundan çoğu boyutluluk analizinde basit yapıli modellere odaklanılır (Ackerman, Gierl & Walker, 2003).



Şekil 1. ÇBMTK Modelleri (Soldaki basit/maddeler arası/çoklu-tek boyutlu, sağdaki karmaşık/kompleks/maddeler içi model).



Şekil 2. ÇBMTK Modelleri (Soldaki hiyerarşik, sağdaki ilave (additive) model) (Sheng &Wikle, 2009)

Çok boyutlu testte madde yanıtlarını analiz etmek için geleneksel bir yol tek boyutlu madde tepki kuramı modellerini her boyut için ayrı ayrı bir seferde uygulamaktır. Bu tek boyutlu örtük özellikler arasındaki korelasyonları göz ardı eden yaklaşım, özellikle testler kısa olduğu zaman kesin olmayan sonuçlar verir (Wang, Chen, & Cheng, 2004). Araştırmalar çok boyutlu yapıların tek boyutluluk varsayımına dayalı ele alınmasının ölçme hatasını arttıracığını, araştırma sonuçlarının problemlili olacağını ve model uyumunu azaltacağını ortaya koymaktadır (Ackerman, 1994; Ackerman & Carlson, 1988; Ansley & Forsyth, 1985; Göçer Şahin, 2016; Gül, 2015; Reckase, 1985; Reckase, Walker & Beretvas, 2003; Wang, Chen, & Cheng, 2004; Wiberg, 2012). Bu sorunu çözmek için çok boyutlu madde tepki kuramı kullanılabilir, böylelikle örtük özellikler arasındaki korelasyonlar kullanılır ve örtük özelliklerin ölçme kesinliği artar, yani hata değerleri düşer (Wang, Chen & Cheng, 2004).

Ulusal ve uluslararası testler ve ölçekler incelendiğinde çok boyutlu yapılarının olduğu görülmektedir. İkili puanlamanın yetersiz kaldığı durumlarda çok kategorili verilere ihtiyaç duyulmaktadır. Alanyazında yapılan çalışmalar incelendiğinde daha çok ikili puanlanan maddelere ilişkin ÇBMTK analizleri yapıldığı görülmektedir. Bu durumda 1-0 veri üretmeye uygun programların çokluğunun etkili olduğu ve çok kategorili verileri ele alınabilecek birçok simülasyon koşulunda üretmek için kod yazmaya ihtiyaç duyulmasının neden olduğu düşünülmektedir. Çok kategorili veriler özellikle üst düzey özelliklerin ölçülmesinde bilişsel alanda ve duyuşsal özelliklerin ölçülmesinde sıklıkla kullanılmakta, ancak ÇBMTK kapsamında sınırlı sayıda araştırmaya rastlanmaktadır.

Ayrıca ölçmede evrensel kabul görmüş tek bir yaklaşımının olmamasına (Crocker & Algina, 1986) bir örnek parametre kestiriminde farklı algoritmaların kullanılmasıdır.

Kullanılan algoritmaların yaptıkları kestirimler ve bu kestirimlerin süresi durumdan duruma değişiklik gösterebilmektedir. Bu çerçevede yapılacak araştırmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu araştırmada farklı örneklem büyüklükleri, madde sayısı, boyutlar arası korelasyon, boyut sayısı ve kategori sayısı altında çoklu-tek boyutlu MTK çerçevesinde çok kategorili maddelerin parametre kestiriminde farklı algoritmalar kullanımının RMSE ve yanlılık değerlerinde nasıl bir değişime neden olacağı araştırılmıştır.

İkili Puanlanan Maddeler İçin MTK Modelleri

MTK 1940'ların başında ortaya çıkmasına rağmen popülaritesi daha çok 1970'lerin sonunda oluşmuştur. Adından da anlaşılacağı gibi MTK modelleri sınananın davranışlarını test düzeyinde değil madde düzeyinde ele alır. Madde düzeyinde ele alma test geliştirme, değişen madde fonksiyonu, bilgisayar ortamında bireye uyarlanmış test, puan raporlaştırma vb. çalışmalarda daha fazla esneklik yaratır. İlk MTK modelleri ikili yanıtları ele almak için geliştirilmiştir (örneğin 0 (yanlış), 1(doğru)), fakat günümüzde modeller eğitimsel ve psikolojik verilerin bütün çeşitlerini ele almak için uygundur (Han & Hambleton, 2014).

Normal Ogive Model

Normal ogive model eğitimsel ve/ veya psikolojik örtük özellikler için ilk MTK modelidir. Bu modelde madde karakteristik eğrisi normal dağılımın birikimli yoğunluk fonksiyonundan türemiştir. Aşağıda normal ogive modelin matematiksel ifadesi bulunmaktadır (Han & Hambleton, 2014):

$$P_i(\theta) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta-b_i)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} dz, \quad (1)$$

Burada

$P_i(\theta)$, θ yetenek seviyesinde seçkisiz olarak seçilen bir yanıtlayıcının i maddesine doğru olarak yanıt verme olasılığı,

a_i madde i 'nin ayırt edicilik parametresi,

b_i madde i 'nin güçlük parametresi,

z testi alanın standart puanıdır.

Bir Parametrelili Lojistik Model

Danimarkalı matematikçi George Rasch 1950'lerde MTK'da farklı bir yaklaşım ortaya çıkardı. Madde karakteristik eğrisinden türeyen lojistik fonksiyonunu normal ogive fonksiyonu yerine kullandı (Han ve Hambleton, 2014). Bir parametrelili lojistik model MTK'de en yaygın kullanılan modellerden biridir. Bir parametrelili lojistik model için madde karakteristik eğrisi eşitlikteki gibi verilir (Hambleton vd., 1991).

$$P_i(\theta) = \frac{e^{(\theta-b_i)}}{1+e^{(\theta-b_i)}} \quad i=1,2,\dots,n \quad (2)$$

Burada

$P_i(\theta)$, θ yetenek seviyesinde seçkisiz olarak seçilen bir yanıtlayıcının i maddesine doğru olarak yanıt verme olasılığı,

b_i , madde i 'nin güçlük parametresi,

n , testteki madde sayısı

e , 2,718 değeri olan sabit bir sayıdır.

Bu modelde tüm maddelerin ayırt edicilik parametresi (a) aynıdır ve şans parametresi (c) sıfır kabul edilir. Yalnız, testteki maddelerin güçlük parametreleri (b) maddeye göre değişir (Hambleton vd., 1991). Rasch modelinde a parametre değeri 1,00 olarak alınır, bir parametrelili lojistik modelde ise kestirilen bir a değeri, yani ortalama bir değer kullanılır (Embretson & Reise, 2000; Kolen & Brennan, 2014).

Bir parametrelili lojistik modelde bir maddenin doğru cevaplanma olasılığı 0,5 kabul edildiğinde, θ yetenek düzeyine karşılık gelen değer, madde güçlük indeksi: b parametresidir. Maddenin b parametresi değeri arttıkça, bireylerin o maddeye doğru cevap vermeleri için sahip olması gereken yetenek düzeyi de artmaktadır. b parametresinin değeri grubun yetenek ortalaması sıfır ve standart sapması bir olacak şekilde alındığında b_i parametresi genellikle -2,00 ile +2,00 arasında değerler alır; b_i değeri -2,00'a yakın maddeler çok kolay, +2,00'a yakın maddeler çok zordur (Hambleton vd., 1991; Hambleton & Swaminathan, 1985).

İki Parametrelili Lojistik Model (2PLM)

Lord (1952) ilk kez birikimli normal dağılıma dayalı (normal ogive) iki parametrelili madde tepki modelini geliştirmiştir. Birnbaum (1968) madde karakteristik fonksiyonunun formu

olarak iki parametrelili normal ogive fonksiyonu yerine iki parametrelili lojistik fonksiyonunu koymuştur (Hambleton vd., 1991).

İki parametrelili lojistik model 1PLM'nin genelleştirilmiş halidir. 1PLM modelde tüm maddelerde sabit bir ayırt edicilik parametresi yerine, 2PLM'de her maddenin kendi ayırt edicilik parametresi vardır. Bu yüzden model matematiksel olarak aşağıdaki gibi açıklanır (Han & Hambleton, 2014).

$$P_i(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta - b_i)}} \quad i=1,2,\dots,n \quad (3)$$

$P_i(\theta)$ = θ yetenek düzeyindeki bireyin i. maddeyi doğru yanıtlama olasılığı,

b_i = madde i'nin güçlük parametresi,

a_i = madde i'nin ayırt edicilik parametresi,

n testteki madde sayısı,

$D = 1,7$ lekleme faktörüdür.

Üç Parametrelili Lojistik Model (3PLM)

Üç parametrelili lojistik model madde karakteristik eğrisinin düşük asimptotunun sıfırdan farklı olmasına izin verir. Bu model sınananların oldukça düşük yeterlilik düzeyinde olsa bile örneğin çoktan seçmeli bir maddeyi şansla doğru yanıtladığı zaman uygundur (Han & Hambleton, 2014). Bu modelde

$$P_i(\theta) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta - b_i)}} \quad i=1,2,\dots,n \quad (4)$$

$P_i(\theta)$, b_i , a_i , n ve D iki parametrelili modelde açıklanmıştır. Modeldeki ilave edilen c_i parametresi ise (pseudo-chance-level) düşük yetenek düzeyindeki yanıtlayıcıların maddeyi doğru yanıtlama olasılıklarını temsil etmektedir (Hambleton vd., 1991; Hambleton ve Swaminathan, 1985). 2PLM $c=0$ olduğunda 3PLM'nin özel halidir, Rasch model ise $a=1$ olduğunda 2PLM'nin özel halidir (Han & Hambleton, 2014).

Çok Kategorili Maddeler için MTK Modelleri

İkili puanlanan madde tepki modellerinde, yanıtlar ikilidir (yani 0 ya da 1'dir). Ancak bazı test durumlarında, yanıtlar iki kategoriden fazla olabilir. Örneğin, likert leği kullanan

tutum ölçeğinde sonuçlar beş kategorili yanıtlı olabilir (kesinlikle katılmıyorum, katılmıyorum, nötrüm, katılıyorum, kesinlikle katılıyorum şeklinde 0 ile 4 arasında kodlanan). Bazen çok kategorili/ çoklu puanlanan yanıtlar ikili puanlanan madde tepki modelleri ile ele alınır, ancak bu çoğu zaman ölçülen özeliğin ölçeğinin doğasını değiştirip, ölçümün geçerliğini tehlikeye attığından pek uygun değildir (Han & Hambleton, 2014). Araştırmacılar bu formatı çeşitli nedenlerden dolayı kullanırlar, ama özellikle çoklu puanlanan maddeler ikili puanlanan maddelerden daha bilgi verici ve güvenilir olduğu için kullanılırlar (Embretson & Reise, 2000). Benzer şekilde Ostini ve Nering (2006) çok kategorili maddelerin iki kategorili maddelere oranla daha fazla istatistiksel, tanısal bilgi sağladığının çalışmalarla (Bejar, 1977; Masters, 1988a, 1988b; Samejima, 1975, 1979) ortaya konulduğunu aktarmışlardır. Çok kategorili maddelerle ölçme yapmak 1-0 puanlanan maddelerle ölçme yapmaktan daha yaygın hale gelmektedir (Ostini & Nering, 2006). MTK çerçevesi ile çoklu puanlanan yanıtların kullanımını mümkün kılmak için birkaç madde tepki modeli geliştirilmiştir. Çok kategorili madde tepki kuramı modellerinin birçoğu basitçe ikili puanlanan MTK modellerinin genelleştirilmiş halidir (Han & Hambleton, 2014; Yao & Schwarz, 2006).

Kısmi Puan Modeli (Kısmi Kredi Modeli (Partial Credit Model (KPM)))

Kısmi puan modeli (Masters, 1982) bir parametrelili lojistik modelin (1PLM) özel bir çeşidi olan Rasch modelin genişletilmiş halidir. KPM orijinal olarak birden çok adım gerektiren test maddelerinin analizi için geliştirilmiştir. Bu yüzden KPM kısmi doğru yanıtların mümkün olduğu başarı testlerinde (örneğin, matematik problemleri) madde yanıtlarını tanımlamada katkıda bulunur (Embretson & Reise, 2000). KPM’de madde eğimleri (ayırta edicilikleri (a)) maddeler arasında eşit kabul edilir. Yani a parametresi her madde için aynıdır ve bire eşittir. Kategori kesişim/eşik parametrelerinin (b) sayısı, yanıt seçeneklerinin sayısından bir eksiktir. Örneğin, dört kategorili bir ölçeğinin b parametre sayısı üçtür. Eşitlik (1)’de 1PLM’de yetenek düzeyi θ olan bireyin i maddesini doğru cevaplama olasılığı, doğru cevaplama ve yanlış cevaplama olasılıklarına ayırıştırılarak farklı şekilde ifade edilmiştir.

$$P_i(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-D(\theta - b_i)}} = \frac{\exp(D(\theta - b_i))}{1 + \exp(D(\theta - b_i))} = \frac{P_{i1}(\theta)}{P_{i0}(\theta) + P_{i1}(\theta)} \quad (5)$$

$P_{i1}(\theta)$ yetenek düzeyi θ olan rastgele seçilen bir bireyin madde i 'den 1 puan alma olasılığını, $P_{i0}(\theta)$ ise yetenek düzeyi θ olan rastgele seçilen bir bireyin madde i 'den 0 puan alma olasılığını belirtir. İki kategorili puanlama çok kategorili puanlamaya genelleştirilirse, yetenek düzeyi θ olan bireyin x kategorili puanlanan bir maddeden x puan alma olasılığı aşağıdaki gibi hesaplanır (Han & Hambleton, 2014, s. 15).

$$\frac{P_{ix}(\theta)}{P_{ix-1}(\theta)+P_{ix}(\theta)} = \frac{\exp(D(\theta-b_{ix}))}{1+\exp(D(\theta-b_{ix}))}, \quad x= 1, 2, \dots, m_i, \quad (6)$$

Burada $P_{ix}(\theta)$ ve $P_{ix-1}(\theta)$ sırasıyla yetenek düzeyi θ olan bireyin x ve $x-1$ puan alma olasılıklarıdır. Eşitlik (2)'de m_i ise madde güçlük parametrelerinin sayısıdır. Çok kategorili puanlanan bir madde için, yetenek düzeyi θ olan rastgele seçilen bir bireyin i maddesinden x puan alma olasılığı aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Han & Hambleton, 2014, s. 16).

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp \sum_{k=0}^x (D(\theta-b_{ik}))}{\sum_h^{m_1} \exp \sum_{k=0}^h (D(\theta-b_{ik}))}, \quad x= 1, 2, \dots, m_i \quad (7)$$

Eşitlik (7)'un fonksiyonu puan kategorisi yanıt fonksiyonu olarak da adlandırılır (Han & Hambleton, 2014).

ÇBMTK kapsamında kısmi puan modelinin ele alınması Kelderman ve Rijkes (1994) tarafından olmuştur.

Genelleştirilmiş Kısmi Kredi Modeli (Generalized Partial Credit Model (GKPM))

Genelleştirilmiş kısmi puan modeli (Muraki, 1992) KPM'nin ayırt edicilik parametresinin modele dahil edilmesiyle genelleştirilmiş halidir.

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp \sum_{k=0}^x (Z_{ik}(\theta))}{\sum_h^{m_1} \exp \sum_{k=0}^h (Z_{ik}(\theta))} \quad (8)$$

Burada

$$Z_{ik}(\theta) = D a_i (\theta - b_i + d_{ix}) \quad (9)$$

Burada d_{ix} madde i 'nin puan kategorisi x 'in göreceli güçlüğüdür.

$$b_{ix} = b_i - d_{ix} \quad (10)$$

Ve Eşitlik (5),

$$Z_{ik}(\theta) = Da_i (\theta - b_{ix}) \quad (11)$$

KPM ve GKPM arasındaki tek fark her bir madde için ayırt edicilik parametresinin (a_i) dahil edilmesidir (Han & Hambleton, 2014). Masters (1982) GKPM formülünde eğim parametresi a , 1'e sabitlendiğinde ve bir eşik parametreleri (τ_{ig}) her bir madde için ayrı ayrı tahmin edildiğinde, bu parametrelerin θ üzerinde sıralanmasına gerek olmayan ek koşullarla birlikte, bu eşitliğin KPM için puanlama fonksiyonu formülüne dönüştüğünü belirtmiştir. GKPM'nin ÇBMTK uzantısı Yao ve Schwarz (2006) tarafından ele alınmıştır.

Dereceli Ölçek Modeli (Rating Scale Model (DÖM))

DÖM'de iki yeni yaklaşım vardır. Andersen (1977, 1983) kategori puanlarının değerleri doğrudan fonksiyonun bir parçası olan yanıt fonksiyonu önermiştir.

$$P_{ix}(\theta) = \frac{e^{w_i \theta - a_{ix}}}{\sum_{x=1}^m e^{w_i \theta - a_{ix}}}, \quad (12)$$

Burada $w_1, w_2, \dots, w_m$ m yanıt kategorisinin nasıl puanlanacağını tanımlandığı kategori puanlarıdır. Modelin önemli bir varsayımı bu kategori puanlarının eşit uzaklıkta (equidistant) olmasıdır.

DÖM'ün KPM'nin bir modifikasyonu olarak görülebilen bir diğer formu Andrich (1978a, 1978b) tarafından önerilmiştir. Andrich'in DÖM'ünde madde yanıt fonksiyonları

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp \sum_{j=0}^x (\theta - (b_i + d_{ix}))}{\sum_{x=0}^m (\exp \sum_{j=0}^x (\theta - (b_i + d_{ij})))}. \quad (13)$$

aracılığıyla hesaplanır. Burada d_{ix} i maddesinin x puan kategorisinin göreceli güçlüğüdür. Andrich'in DÖM'ü testteki bütün maddeler arasında kategori puanlarının sabitlenmesini ve DÖM'ün testteki maddeler arasında ölçeğin kategori puanları değişirse kullanılmaması gerektiğini varsayar (Han & Hambleton, 2014, s. 17-18).

Aşamalı Tepki Modeli (Derecelendirilmiş Tepki Modeli, Kademeli Cevap Modeli) (Graded Response Model (ATM))

Aşamalı tepki modeli sıralı kategorik yanıtların olduğu durumda kullanılması uygun olan iki parametrelili lojistik modelin bir uzantısıdır (Embretson & Reise, 2000). ATM’de her madde bir eğim parametresi (a) ve kategoriler arasında yanıt kategori sayısından bir eksik eşik parametresi (b) tarafından tanımlanmaktadır (Hays, Morales & Reise, 2000).

Aşamalı tepki modeli Samejima (1969, 1972, 1995) tarafından genellikle likert tipi ölçeklerde ve öğrenci performansının değerlendirilmesinde kullanılan harf puanlama A, B, C, D, F gibi sıralı çoklu kategorileri (Samejima, 1996) ele almak için ortaya konulmuştur. Temelleri Thurstone'un birikimli sınır ölçümüne dayanmaktadır (Ostini & Nering, 2006). Bu model aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$P_{ix}^*(\theta) = \frac{\exp(Da_i(\theta - b_{ix}))}{1 + \exp(Da_i(\theta - b_{ix}))} \quad (14)$$

Eşitlik (14)’de, $P_{ix}^*(\theta)$, yetenek düzeyi θ olan rastgele seçilen bireyin i maddesinde x ya da daha fazla puan alma olasılığıdır. Bu fonksiyon birikimli kategori yanıt fonksiyonu (the cumulative category response function (BKYP)) olarak adlandırılır. Her bir puan kategorisi için olasılık

$$P_{ix}(\theta) = P_{ix}^*(\theta) - P_{ix+1}^*(\theta) \quad (15)$$

denklemleriyle hesaplanır. Bu yüzden, ATM’nin puan kategorisi yanıt fonksiyonu (score category response function (PKYP)) aşağıdaki eşitlik (16)’daki gibi de ifade edilebilir (Han & Hambleton, 2014, s. 18).

$$P_{ix}(\theta) = \frac{\exp[-Da_i(\theta - b_{ix+1})] - \exp[-Da_i(\theta - b_{ix})]}{[1 + \exp[-Da_i(\theta - b_{ix})]][1 + \exp[-Da_i(\theta - b_{ix+1})]]} \quad (16)$$

ATM’nin madde parametrelerinin yorumlanması KPM ve GKPM’ nin aksine, PKYP’ye değil, BKYP’ye dayalıdır. ATM’de bir eğim (a) parametresi ve puan kategorisinin bir eksiği kadar eşik parametresi (b_{ix}) kestirilir. ATM ve GKPM arasında kategori yanıt fonksiyonlarına istatistiksel yaklaşım tamamen farklı olsa da (Eşitlik (11)), madde parametrelerinin yorumlanması, iki modelin PKYP’si birbiriyle oldukça yakındır (Han & Hambleton, 2014, s. 18). Eşik değeri (b_{ix}) ise, %50 olasılıkla x eşik değerinin üzerinde puan almak için gerekli yetenek düzeyi olarak yorumlanır (Embretson & Reise, 2000).

ATM’de her bir madde için kategoriler arası eşik (b) parametresi sıralıdır. Bu sıralı b parametresi özelliği kısmi kredi ya da genelleştirilmiş kısmi kredi model için gereklilik değildir (Embretson & Reise, 2000). Kısmi puan modelinin yanıt kategorilerin aralık sırası hakkında varsayımı yoktur (Hays, Morales & Reise, 2000).

Samejima’nın aşamalı tepki modeli çok boyutlu çok kategorili maddeler için Muraki ve Carlson (1995) tarafından geliştirilmiştir.

Sınıflamalı Tepki Modeli (Nominal Response Model (STM))

Sınıflamalı tepki modeli Bock (1972) tarafından ortaya atılmıştır. Diğer çok kategorili MTK modellerinin aksine STM’de yanıtlar sıralı değildir (ya da sıralı olması varsayılmaz.) yanıtlar sık sık numaralandırılmasına rağmen (örneğin 0,1,2,...,m) yanıtların değeri maddelerdeki puanların türlerini göstermez, ama sadece yanıt kategorisinin nominal göstergeleridir. STM’nin kategori fonksiyonu aşağıdaki gibi açıklanır.

$$P_{ix}(\theta) = \frac{e^{z_{ix}}}{\sum_{k=1}^m e^{z_{ik}}} \quad (17)$$

burada

$$z_{ix} = a_{ix}\theta + b_{ix} \quad (18)$$

Eşitlik (18)’de, a_{ix} ve b_{ix} sırasıyla eğim ve kesim parametresi olarak adlandırılır ve onlar madde ayırt ediciliği ve konumu ile ilişkilidir. Yanıt kategorilerinde a parametrelerinin toplamı ve b parametrelerinin toplamı sıfır ile sınırlandırılır (Han & Hambleton, 2014).

İki veya daha fazla tepki kategorisinden oluşan maddelerin her bir kategorisine tepki verme olasılığını, bireyin yeteneğiyle olan ilişkisi bağlamında incelemektedir. Bu model sınıflama ölçeğinde elde edilen veri ile çalışma imkanı sağlamaktadır (De Ayala, 2009; Embretson & Reise, 2000). Bu maddelerde/veride kategoriler karşılıklı olarak birbirini dışarda bırakan (mutually exclusive) ve farklı kapsamlara sahip olan kategorilerdir (mutually exhaustive), ve her biri kendi içerisinde bağımsız olarak ele alınmaktadır (De Ayala, 2009; Ostini & Nering, 2006).

MTK Yetenek Parametre Kestirim Yöntemleri

MTK'ye dayalı sıklıkla kullanılan yetenek parametresi kestirim yöntemleri genelde Maksimum Olabilirlik (ML) (Maximum Likelihood Estimation (ML); Lord & Novick, 1968), bayesiana dayalı yöntemler ise Beklenen Sonsal Dağılım (Expected A Posteriori (EAP); Bock & Aitkin, 1981) ve Maksimum Sonsal Dağılım (Maximum A Posteriori (MAP); Samejima, 1969) olarak sınıflandırılmaktadır. Tablo 1'de tüm bu yöntemlerin karşılaştırmalı özellikleri verilmiştir (Hambleton vd., 1991; Embretson & Reise, 2000):

Tablo 1.

Yetenek Parametre Kestirim Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Maksimum Olabilirlik (ML)	Beklenen Sonsal Dağılım (EAP)	Maksimum Sonsal Dağılım (MAP)
• Büyük örneklem-çok madde sayısı olduğunda daha iyi yansız kestirim yapar. • Maddelerin hepsinin doğru cevaplandığı ya da hepsinin yanlış cevaplandığı durumlarda kestirim yapamaz. • 20'den az maddeli testlerde ve 3 PLM de uygun çözüm vermeyebilir. • Tekrarlamalı süreci içerir. • Verilerin modele uygun olduğu varsayımı altında kestirim yapar.	• Beklenen sonsalda önsel dağılımın kullanılmaktadır. • Maddelerin hepsinin doğru cevaplandığı ya da hepsinin yanlış cevaplandığı durumlarda da kestirim yapılabilir. • Madde sayısı az olduğunda yanlış kestirim yapılabilir. Madde sayısı az olduğunda yetenek kestiriminin değeri ortalama doğru çekilmektedir. • Tekrarlamalı olmadığından MAP'a göre programda daha hızlı çözümlenebilir. Bu CAT içeriklerinde önemlidir. • Maksimum sonsal ile beklenen sonsalda önsel dağılım kullanıldığı için standart hataları benzerdir.	• Maksimum sonsalda önsel dağılımın modu kullanılmaktadır. • Maddelerin hepsinin doğru cevaplandığı ya da hepsinin yanlış cevaplandığı durumlarda da kestirim yapılabilir. • Kısa testler için de kullanışlı olabilmektedir. Ancak madde sayısı 20'nin altında olduğunda yanlış sonuçlar verebilmektedir. • Tekrarlamalı süreci içerir. • Maksimum sonsal ile beklenen sonsalda önsel dağılım kullanıldığı için standart hataları benzerdir.

Bu araştırmada ML yönteminde örneğin; beş kategorili bir ölçekte tüm maddelere beş (5) olan kategoriyi işaretleyen bir adayın veya tam tersi durumlardaki adayın yetenek kestirimi hesaplanamadığından, Bayesian yöntemlerden MAP tercih edilmiştir. MAP kestirim yöntemi yüksek boyutlu testlerde EAP'a göre daha az zaman gerektirdiğinden ve MAP test

uzunluğu kısa ve boyutlar arası korelasyon yüksek olduğunda EAP'a göre regresyon yanlılığını dikkate aldığından (Chen, 2009) tercih edilmiştir.

Parametre Kestiriminde Kullanılan Algoritmalar

Günümüzde ÇBMTK analizleri ücretli TESTFACT (Bock, Gibbons, Schilling, Muraki, Wilson, & Wood, 2003); IRTPRO (Cai, Thissen & du Toit, 2017); flexMIRT (Cai, 2017)) ve ücretsiz (NOHARM (Fraser & McDonald, 1988); BMIRT (Yao, 2003); R Studio (Allaire, 2011) birçok yazılımla yapılabilmektedir. Bu yazılımlardan yalnızca NOHARM'da madde parametreleri kestirilirken, yetenek parametresi kestirilememektedir. Diğer yazılımlarda ise çeşitli model ve algoritmalarla hem yetenek hem de madde parametreleri kestirimi yapılmaktadır. Bu çalışmada R Studio yazılımı ve “mirt” paketinde yer alan Beklenti Maksimizasyonu (EM), Metropolis-Hastings Robbins-Monro (MHRM) ve Quasi-Monte Carlo EM (QMCEM) algoritmaları kullanılmıştır.

Beklenti Maksimizasyonu (EM)

EM algoritması (Dempster, Laird ve Rubin, 1977) tamamlanmamış veri problemlerinde Maksimum Olabilirlik (Maksimum Likelihood) fonksiyonunu bulmak için beklenti ve maksimizasyon aşamalarını içeren iteratif bir süreçtir.

Marjinal dağılımlarda madde parametrelerinin Maksimum Olabilirlik kestiriminde, yetenek dağılımı üzerinde bütünleşerek, EM algoritmasına dayalı hesaplama süreçleri pratik olmaktadır (Bock & Aitkin, 1981, s. 443).

EM algoritması MTK parametre kestirimini pratik yapmasına karşın, çok (yüksek) boyutlu modellere genelleme yapma yeteneğinin sınırlı olması eksikliğine sahiptir. Bunun nedeni, öncelikle madde parametreleri için olabilirlik fonksiyonunda çok boyutlu integralleri hesaplamanın gerekliliğidir. Bir modelin boyutlarının sayısının doğrusal olarak artmasıyla quadrature noktaların sayısı katlanarak artar ve EM kestirimi üç veya dört örtük faktörlü modeller için kullanışsız ve hesaplama açısından zaman alıcı olur (Houts & Cai, 2016).

EM algoritmasındaki her bir iterasyon beklenti adımı olarak adlandırdığımız (E adımı) ve maksimizasyon adımı (M adımı) olmak üzere iki adımı içerir (Dempster, Laird & Rubin, 1977). Genelde EM algoritması bir dizi başlangıç parametre tahmininden, örneğin, $\gamma(0)$ aşağıdaki iki basamak arasında dönüşüm yapar ve parametre tahminleri dizisi üretir: $\gamma^{(0)}, \dots$

$\gamma^{(k)}$, ..., burada, çok genel koşullar altında, k 'nin döngü sayısı k 'nin sonsuza eğilimi olarak γ 'nın MLE'sine yakınsadığını belirtir (Wu, 1983):

E-adımı. Verilen $\gamma^{(k)}$, koşullu beklenen tam veri log olabilirliği $Q(\gamma | Y\gamma^{(k)})$ y'nin bir fonksiyonu olarak alınır, değerlendirilir.

M adımı. Güncellenmiş parametre tahminleri $\gamma^{(k+1)}$ elde etmek için $Q(\gamma | Y\gamma^{(k)})$ 'yi en üst düzeye getirilir) E-adıma geri dönülür ve adımlar tekrarlanır. Bitişik döngülerden gelen tahminler dengelendiğinde döngüler sonlandırılır. E-adımında hesaplanan log-olabilirlik değerlerini maksimum yapan parametreler hesaplanır.

Bu adımlar kestirilen parametreler büyük ölçüde farklılaşmayana kadar devam eder.

Metropolis-Hastings Robbins-Monro (MHRM) (Cai, 2010b, 2010c)

Bu algoritma Robbins-Monro tipi (RM; Robbins ve Monro, 1951) veri arttırma ve Metropolis-Hastings (MH; Metropolis, Rosenbluth, Rosenbluth, Teller & Teller, 1953; Hastings, 1970) tarafından üretilen stokastik yaklaşımla random atamayı birlikte kullanmaktadır. Li Cai (2010b, 2010c) tarafından ÇBMTK ve yüksek boyutlu örtük yapısal eşitlik modelinden muzdarip yapılar için Metropolis Hastings Robbins Monro algoritması önerilmektedir. MHRM tam veri modelinde lineer olarak yeterli istatistiklerin doğal olarak mevcut olmadığı durumlarda Stokastik Yaklaşım EM algoritmasının (SAEM; Celeux & Diebolt, 1991; Celeux, Chauveau & Diebolt, 1995; Delyon, Lavielle & Moulines, 1999) bir uzantısı olarak da düşünülür (Houts & Cai, 2016, s. 76). MHRM yöntemi boyut sayısı iki ya da üçü aştığı durumda ideal olarak çok boyutlu analizlere uymaktadır (Cai, Thissen & du Toit, 2011, s. 205).

MHRM algoritmasının $j+1$ döngüsü üç adımdan oluşur (Houts & Cai, 2016, s. 76):

1. Atama: İlk adımda, önceki döngüden geçici madde ve örtük yoğunluk parametresi tahminleri $\beta(j)$ koşullu, bireysel gizil özelliklerin rastgele örnekleri $\theta(j+1)$, bir MH'nin örnekleyici kullanılarak posteriori olan bir Markov zincirinden çıkarılır, bireysel gizli özellikler $\pi(\theta|Y, \beta(j))$ benzersiz değişmez dağılımdır.
2. Yaklaşım: İkinci aşamada, atanan verilere dayalı olarak, tam veri log-olabilirliği ve türevleri, madde için çıkış yönleri ve örtük yoğunluk parametreleri daha sonra belirlenebilecek şekilde değerlendirilir.

3. Robbins-Monro (RM) Güncelleme: Üçüncü aşamada, madde ve gizil yoğunluk parametrelerinin tahminlerini güncellerken RM stokastik yaklaşım filtreleri uygulanmaktadır. İlk olarak, RM filtresi komple veri bilgi matrisinin şartlı beklentisinin yinelemeli bir stokastik yaklaşımını elde etmek için uygulanacaktır. Sonra, yeni parametre tahminlerini güncellediğimizde RM filtresini tekrar kullanıyoruz.

Quasi-Monte Carlo EM (QMCEM)

Monte Carlo EM algoritması deterministik zorlu E-adımının Monte Carlo yaklaşımıyla yer değiştirdiği EM algoritmasının stokastik bir versiyonudur (Jank, 2005).

Monte Carlo ve quasi-Monte Carlo yöntemleri benzer yollarla ele alınır. Problem $x_1, \dots, x_n$ puan setinin fonksiyonunun ortalamasının bir fonksiyon f 'in integraline yaklaştırmaktır.

$$\int_{[0,1]^s} f(u) du \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i). \quad (22)$$

Bu yüzden s-boyutlu birim küp, her bir x s elementinin bir vektörüdür. Quasi-Monte Carlo ve Monte Carlo arasındaki ayrım x 'lerin seçimindedir. The Quasi-Monte Carlo yöntemi özellikle matematiksel finans alanında son zamanlarda popüler olmuştur.

Markov Zinciri Monte Carlo Simülasyonu

Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemleri, posterior/sonsal dağılımdan örneklemeleri gözlenen madde tepki matrisi verilen madde ve kişi parametrelerini üretmenin bir yoludur (Reckase, 2009). Üretim bilgisayar simülasyonu ile yapılır. Yani gözlemler, bilinen özelliklere sahip olasılık dağılımlarından örnek alınır. Bu, sürecin Monte Carlo parçasıdır. Monte Carlo yöntemleri, tahmin programlarının işleyişini test etmek için simüle edilmiş veriler üretmede oldukça yaygındır (Reckase, 2009).

Reckase (2009) MCMC'yi aşağıdaki ifadelerle açıklamıştır:

“Sürecin Markov Zinciri kısmı alandaki bir durumun diğer bir duruma dönüştürülmesini modellemek için istatistiksel bir sürece dayanır. Farz edelim ki $S_1, S_2, \dots, S_n$ şeklinde n tane durum olsun. Bu durumların alandaki tüm olası durumlara dahil olduğu varsayılır. Örneğin, durumlar kıtasal ABD'deki 48 eyaleti temsil etsin. Eğer bir kişi 48 kıtasal ABD içinde seyahat etme ile sınırlandırılırsa, bu eyaletler kişi için olası ikametgahlarının tüm seti olmalıdır. Herhangi belirli bir zamanda, k kişi eyaletin birinde ikametgah eder, S_j^k , ve diğer bir eyalete taşınma olasılığına

sahiptir ya da $k+1$ zamanda aynı yerde olur. Eğer $k+1$ zamanında bir eyalete taşınma olasılığı sadece k zamanında kaldığı eyalete bağlı olsaydı, zaman üzerinde bulunduğu yerlerin dizisi Markov Zinciri olarak adlandırılırdı (Reckase, 2009, s.169).”

Bu araştırmada Monte Carlo simülasyonu gerçekleştirilmiştir.

İlgili Araştırmalar

Bolt ve Lall (2003) “Markov Zinciri Monte Carlo Kullanarak telafisel ve telafisel olmayan çok boyutlu madde tepki kuramı modellerinin kestirimi” başlıklı makalesinde örneklem büyüklüğü (1000, 3000), madde sayısı (25, 50), boyutlar arası korelasyon (0,0; 0,3; 0,6) olacak şekilde farklı simülasyon koşullarında çok boyutlu iki parametrelili lojistik model ve örtük özellik modeli (latent trait model) kullanarak madde parametre doğrulanması çalışması gerçekleştirmişlerdir. Elde edilen RMSE değerleri çerçevesinde örneklem büyüklüğü ve madde sayısının artmasının ölçme kesinliğini arttırırken, korelasyon değerleri değişiminin koşuldan koşula farklı etkiye sahip olduğu bulunmuştur. Ayrıca genellikle iki parametrelili lojistik model örtük özellik modeline oranla daha kesin kestirimler yapmıştır.

Lee (2007) “Çok boyutlu madde tepki kuramı: SAS MDIRT makrosu ve PIAT matematik testinin deneysel çalışması” adlı doktora tezinde farklı simülasyon koşulları altında (1000, 2000 olacak şekilde iki örneklem büyüklüğü; 20, 40 olacak şekilde test uzunluğu; iki, üç, dört, beş olacak şekilde dört boyut sayısı), 1-0 verilerde SAS makro olarak adlandırılan MDIRT-FIT ile TESTFACT programlarını karşılaştırmıştır. Ayrıca Peabody Bireysel Başarı Testi’nin bir alt testi olan PIAT matematik testinde de gerçek veriler üzerinden program karşılaştırmaları yapmıştır. Genellikle, SAS MDIRT ve TESTFACT’ten elde edilen bulgularda uzlaşma vardır. Ama bu programlar arasında gözlenen farklılıklar tetrakorik korelasyonlarda SAS MDIRT’in (Brown’ın yaklaşımı (1977)) ve TESTFACT’in (Divgi’nin yaklaşımı (1979)) farklı yaklaşımlar ile hesaplamalar yapmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca TESTFACT normal olasılık yoğunluk fonksiyonuna (normal probability density function) dayalıyken, SAS MDIRT’in normal olasılık fonksiyonuna yani düzeltme sabiti 1,702 ile lojistik ogive fonksiyonuna dayalı olmasıdır.

Cai (2010b) “Metropolis-Hastings Robbins-Monro algoritmasıyla yüksek boyutlu açımlayıcı faktör analizi” başlıklı makalesinde gerçekleştirdiği simülasyon çalışmasında $N=1000$ birey için iki boyutlu, 10 maddeli ve üç kategorili veri setlerini 100 replikasyonla üretmiştir. BAEM ve MHRM algoritması kullanarak yapılan analizlerde yanlışlık değerlerinin iki algoritmayla önemli düzeyde farklılaşmadığı bulunmuştur. Özellikle, Monte

Carlo replikasyonları üzerindeki tahminlerin gözlemlenen standart sapmaları olarak tanımlanan Monte Carlo standart sapmaları, Bock ve Aitkin (1981) EM ve MH-RM arasında neredeyse ayırt edilemediği bulunmuştur. Her parametre için gerçek değerlerden toplam ortalama kare sapması kökü (RMSD) her iki algoritma için 0,14'e eşittir. Simülasyon çalışması sonucunda, Bock ve Aitkin (1981) EM algoritması ve MH-RM algoritması tarafından üretilen maksimum olasılık çözümlerinin karşılaştırılabilir nitelikte olduğunu, ancak yeterince düşük boyutlu problemler için, EM gibi tam olarak optimize edilmiş bir deterministik algoritmanın daha verimli olabileceğini önerilmektedir. Ayrıca yüksek boyutlar için ise MHRM algoritmasının daha etkili olabileceğine değinilmiştir. Her replikasyon için IRTPRO ortalama çalıştırma zamanı MHRM algoritmasında (41 saniye) BAEM algoritmasına (30 saniye) oranla göreceli olarak daha fazla zaman harcanmıştır.

Köse (2010) “Madde tepki kuramına dayalı tek boyutlu ve çok boyutlu modellerin test uzunluğu ve örneklem büyüklüğü açısından karşılaştırılması” isimli doktora tez çalışmasında araştırmacı tarafından geliştirilen 1516 8. Sınıf öğrencisine uygulanan, iki kategorili 24 maddelik Türkçe testi verilerini tek ve çok boyutlu madde tepki kuramı modelleri altında madde, yetenek parametreleri ve model-veri uyum değerlerini farklı örneklem büyüklüğü (500, 1000, 1500), test uzunluğu (12, 24 madde) altında karşılaştırarak veri grubuna uyan en iyi modeli model-veri uyumunu ve hata miktarlarını hesaplayarak ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırma sonucunda ÇBMTK modelleri kapsamında, elde edilen madde ve yetenek parametrelerinin TBMTK'ye göre daha az hata içerip, model veri uyumunun ÇBMTK lehine sağlandığı bulunmuştur. Örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu değişkenlerinin ele alınmasının, ÇBMTK kapsamında sadece madde parametreleri üzerinde pozitif bir etkisi bulunmuş, yetenek parametreleri ve model veri uyumunda TBMTK ve ÇBMTK'de belirgin bir etkisi bulunmamıştır.

Sünbül (2011) “Çeşitli boyutluluk özelliklerine sahip yapılarda, madde parametrelerinin değişmezliğinin klasik test teorisi, tek boyutlu madde tepki kuramı ve çok boyutlu madde tepki kuramı çerçevesinde incelenmesi” başlıklı doktora tezinde tamamlayıcı ÇBMTK modeline dayalı birinci boyutta 24 maddenin, a_1 parametre ortalamasının 1.00 olduğu ve koşulların sabit olduğu ve ikinci boyutta madde sayısının 4, 8, 12, 16, 20, 24; a_2 parametre ortalaması 0,25; 0,50; 0,75; 1,00 ve boyutlar arası korelasyon 0,00; 0,30; 0,60; 0,80 olacak şekilde koşulların 500, 1000 ve 3000 örneklem için üretildiği iki kategorili ve iki boyutlu veri setinde madde parametrelerinin değişmezliğini incelemiştir. KTK'de parametre değişmezliğinin bütün parametreler ve koşullar için sağlandığı görülürken, TBMTK ve

ÇBMTK’de a ve b parametreleri için parametre değişmezliği genelde sağlandığı, yalnız bazı yapılarda ve deneysel hücreler için sağlanamadığı bulunmuştur.

Chalmers (2012), “mirt: R yazılımı için çok boyutlu madde tepki kuramı paketi” başlıklı makalesinde mirt paketini, iki, üç, dört boyutlu yapılarda MCMCpack paketi ve TESTFACT ile karşılaştırmıştır. Sonuç olarak mirt paketinin daha doğru ve hızlı kestirimler yaptığını bulmuştur. Ölçme kesinliğine RMSD (the root mean-squared deviation statistic) ile baktığı çalışmasında düşük RMSD değerlerinin parametre doğrulanmasında daha kesin sonuçlar verdiğini vurgulayarak, simülasyon parametrelerin doğrulanmasında en kesin sonucun polymirt() ile (RMSD = 0.047), ardından mirt() (RMSD = 0.060). TESTFACT (RMSD = 0.107) ve MCMCirtKd() (RMSD = 0.085) şeklinde sıralandığını bulmuştur.

Lee (2012) “Çok boyutlu madde tepki kuramı: Markov Zinciri Monte Carlo kullanılarak madde parametre doğrulanmasında faktörler arası etkileşim etkilerinin incelenmesi” başlıklı doktora tezinde MCMC kullanarak üç ve altı boyutlu yapı, üç boyutlu yapılar için 1000, 1500 ve 2000, altı boyutlu yapılar için ise 1000, 1500, 2000, 3000 örneklem büyüklüklü, iki örtük yetenek konfigürasyonlu yaklaşık basit ve karmaşık yapı, karmaşık yapıda 0,30-0,60 örtük özellikler arasında korelasyona sahip, pearson çarpıklık indeksi +9 pozitif çarpık ve -9 negatif çarpık olan 10 replikasyonla 840 simülasyon seti üretmiştir. Araştırma sonucunda üç boyutlu yapılarda örneklem büyüklüğünü arttırmanın madde kalibrasyonunu iyileştirmediği, 1000 örneklemin üç boyutlu yapılar için yeterli olduğu bulunmuştur. Altı boyutlu yapıda ise örneklem büyüklüğünü arttırmanın madde kalibrasyonunu iyileştirdiği, 2000 örneklemin altı boyut için yeterli olduğu bulunmuştur. Örtük özellik konfigürasyonu türünün ise üç boyutlu yapıda yaklaşık basit yapının karmaşık yapıya göre a parametresini yüksek kestirdiği, d parametresini ise düşük kestirdiği bulunmuştur. Yaklaşık basit yapının karmaşık yapıya oranla daha yüksek hataya sebep olduğu bulunmuştur. Ancak altı boyutlu modelde örtük özellik yapısı madde kalibrasyonunu (ne a , ne de d parametresini) etkilememiştir. a parametresi karmaşık yapıda örtük özellikler arasındaki korelasyondan etkilenirken, d parametresi etkilenmemektedir. Örtük özellik türü ve boyut sayısı farketmeksizin negatif ya da pozitif çarpıklık gösteren dağılımlarda a parametresinin yüksek kestirildiği bulunmuştur. d parametresinde ise çarpıklığın boyut sayısına göre kestirimleri farklı etkilediği bulunmuştur.

Özer-Özkan (2012) “Öğrenci başarılarının belirlenmesi sınavından (ÖBBS) klasik test kuramı, tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramı modelleri ile kestirilen başarı puanlarının karşılaştırılması” başlıklı doktora tezinde 2008 yılında sekizinci sınıflara

uygulanan ÖBBS'nin 25 maddelik çoktan seçmeli iki boyuttan oluşan Türkçe ve matematik testlerinin 9876 öğrenciye uygulanmasından elde edilen verilerle KTK, TBMTK ve ÇBMTK ile puanları, yetenek parametrelerini ve güvenilirliklerini kestirmiştir. ÇBMTK modellerinden elde edilen yetenek parametrelerinin, TBMTK'den elde edilen yetenek parametrelerine ve KTK'den elde edilen puanlara göre daha az standart hata ve hataların ortalama karekökü (RMS) içerdiği bulunmuştur.

Han ve Paek, (2014) "ÇBMTK modelleme için ticari yazılım paketlerinin bir incelenmesi" adlı makalelerinde IRTPRO 2.1, Mplus 7.1, FlexMIRT, ve EQSIRT yazılımlarını içeren ÇBMTK paketlerini performansları ve kestirim algoritmaları açısından karşılaştırmışlardır. Yazarlar çalışmalarında 30 iki kategorili üç veya dört boyutlu testte telafisel 2 PL model altında çeşitli simülasyon koşullarında örtük yapı için dört yaklaşımla (maddeler arası ÇBMTK, maddeler içi ÇBMTK, maddeler arası ve maddeler içi ÇBMTK modellerinin karışımı ve bifaktör model) parametre doğrulanması çalışmalarını yürütmüşlerdir. 3000 simülatif 1-0 veri Wingen programı kullanarak üretilmiştir. Mplus programı için ML ve Monte Carlo (MC) algoritmaları; IRTPRO ile BAEM, ADQ ve MHRM yöntemleri; flexMIRT ile BAEM ve MHRM; EQSIRT ile marginal maximum likelihood (MML), Monte Carlo Expectation–Maximization (MCEM) ve MCMC seçenekleri kullanılmıştır. Bu çalışmada sadece madde parametresi doğrulanması üzerinde durulmuştur, birey parametrelerinin değerlendirilmesi yapılmamıştır. Araştırma sonucunda yazılım paketleri madde parametresi doğrulanması bakımından iyi bulunurken, verilerin yapısı ve modeller bakımından oldukça farklılaştığı ve kestirimin bitirilebilmesi için zaman gerektiğine değinmişlerdir.

Martelli (2014) "Sıralı veriler için genel ve özel örtük özellikler ile çok boyutlu MTK modelleri" başlıklı doktora tezinde çoklu-tek boyutlu ve ilave (additive) GRM'yi çeşitli simülasyon koşulları ve gerçek veriye dayalı analizler altında karşılaştırmıştır. Tezde iki boyutlu yapılarda farklı örneklem büyüklüğü, test ve alt test uzunluğu, kategori yanıtları sayısı ve korelasyon yapısı altında farklı yapılarda parametre doğrulanması yapılmıştır. Araştırmada parametre doğrulanmasının büyük sayıda parametre kestirildiğinden ve model karmaşıklığından dolayı özellikle örneklem büyüklüğüne duyarlı olduğu bulunmuştur. Yeterli büyüklükteki örneklemde çoklu-tek boyutlu ve ilave ATM'nin parametreleri iyi uyum sağlamıştır. Sonuçlar aynı zamanda yapıyı oluşturan madde kategori sayısı ve test uzunluğundan da etkilenmektedir.

Çakıcı- Eser (2015) “Çok boyutlu madde tepki kuramının farklı modellerinden çeşitli koşullar altında kestirilen parametrelerin incelenmesi” başlıklı doktora tezinde iki kategorili bir boyutlu, iki boyutlu karmaşık, iki boyutlu basit, üç boyutlu karmaşık ve üç boyutlu basit yapıda ve test uzunluğu 12 ve 48 madde; örneklem büyüklüğü 1000, 2000 ve 4000 olacak şekilde veri üretirek madde ve birey parametreleri TBMTK ve ÇBMTK ile kestirmiş; kestirimlere ilişkin olarak elde edilen hata kareler ortalaması karekökü (RMSE), yanlılık ve kestirilen parametreler ile gerçek parametreler arasındaki korelasyon değerleri incelemiştir. Boyut sayısı arttıkça madde parametresi kestirimlerinin iyileştirildiği; birey parametresi kestirimlerinin iyileştirilmesi için madde sayısını artırılması gerektiği bulunmuştur.

Kuo (2015) “Çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki MTK modelinin bayesian kestirimi” başlıklı doktora tezinde çoklu-tek boyutlu ATM altında örneklem büyüklüğü (500, 1000), test uzunluğu (20, 30) ve boyutlar arası korelasyon (0,2; 0,5; 0,8) olmak üzere üç faktörü manipüle ederek parametre doğrulanması çalışması yapmıştır. Araştırması sonucunda 1000 örneklemin 500 örnekleme göre daha düşük hata değerleri ürettiğini, ancak test uzunluğunu arttırmanın madde parametresinin kesinliğini düşürdüğünü bulmuştur. Öte yandan örneklem büyüklüğü ve test uzunluğunun artması yetenek parametreleri kestiriminde pozitif etkiye sahiptir. Boyutlar arası korelasyonun ise özellikle madde parametresi doğrulanmasında net bir etkisinin olmadığını bulmuştur.

Gül (2015) “Tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramına göre çok boyutlu yapıların incelenmesi” başlıklı doktora tezinde iki kategorili (1-0) çok boyutlu yapıların, 500, 1000 ve 2000 örneklem büyüklüğü, 0,10; 0,40 ve 0,70 boyutlar arası korelasyon ve iki, üç, beş boyutlu yapılarda TBMTK ve ÇBMTK kullanılarak birey ve madde parametrelerini kestirmiştir. Elde edilen hata kareleri ortalaması değerleri neticesinde çok boyutlu yapılarda özellikle yetenek parametrelerinin ÇBMTK ile kestirimlerinin yapılmasının daha az hataya neden olduğu bulunmuştur. TBMTK ise örneklem büyüklüğü arttıkça ve boyut sayısı azaldıkça daha iyi parametre kestirimi yapmıştır. ÇBMTK ise örneklem büyüklüğü 1000’den fazla olduğu durumda daha iyi kestirimler yapmıştır.

Göçer Şahin (2016) “Yarı karışık yapılı çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak ele alınması durumunda kestirilen parametrelerin incelenmesi” başlıklı doktora tezinde farklı sayılarda yaklaşık basit madde (24, 18, 12, 6) içeren, farklı boyutlarda (iki ve üç), farklı boyutlar arası korelasyonlara (0,00; 0,45; 0,90) sahip, farklı güçlük düzeyine (orta ve zor) ve farklı yetenek dağılımlarına (normal ve standart normal) sahip olan sabit test uzunluğu (30) ve sabit

örneklem büyüklüğünde (5000) testlerin tek boyutlu kestirilmesinde elde edilen hataları RMSE ile incelemeyi amaçlamıştır. Karışık yapılı çok boyutlu testler tek boyutlu olarak kestirildiğinde oldukça yüksek miktarda hata içeren sonuçlar elde edilmiştir. BILOG programıyla yaptığı TBMTK parametre kestirimlerinde iki boyutlu testler için a_1 ve a_2 parametrelerine göre korelasyonun 0,45 olduğu durumda en düşük hatalar elde edilmiştir. Üç boyutlu testlerde ise a_1 , a_2 , a_3 ve a_{ort} parametrelerine göre hesaplanan RMSE değerlerinin boyutlar arası korelasyon arttıkça arttığı görülmüştür. İki ve üç boyutlu yapılarda yetenekle ilgili olan güçlük parametresi, dağılımlardan oldukça etkilenmiştir. İki ve üç boyutlu yapıların her ikisinde de hangi boyutun dağılımı farklılaştırılmışsa o boyuta ait RMSE değerlerinin yüksek kestirildiği, diğerinde ise hafif bir azalma meydana geldiği bulunmuştur. Martelli, Matteucci ve Mignani (2016) “İlişkili Özellikler için çok boyutlu ilave (additive) aşamalı tepki modelinin Bayesian kestirimi” başlıklı makalelerinde iki boyutlu, iki test uzunluğuna (15 ve 50) ve boyutlardaki madde sayısına (20+30, 5+10), üç kategori sayısına (3, 4, 5), iki örneklem büyüklüğüne (500, 1000) ve farklı iki korelasyon yapısına sahip simülasyon koşullarında ilişkili örtük özelliklerde eklentili bir yapıyla çok boyutlu MTK aşamalı tepki modeliyle Markov Chain Monte Carlo (MCMC) yoluyla Bayesian kestirimi yapmışlardır. Araştırma sonucunda yeterli örneklem büyüklüğü ($n=1000$) koşulu altında iyi parametreler üretilirken, küçük örneklem ($n=500$), dört yanıt kategorisi ve az sayıdaki test maddeleri için en kötü RMSE ve BIAS değerleri elde edilmiştir.

Kuo ve Sheng (2016) “Çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki MTK modeli için kestirim yöntemlerinin karşılaştırılması” adlı çalışmalarında IRTPRO, BMIRT ve MATLAB yazılımlarını kullanarak iki marjinal maksimum olabilirlik algoritmaları (BAEM, AQ), dört tamamen bayesiana dayalı algoritmaları (Gibbs örnekleme, Metropolis-Hastings, Hastings içinde Gibbs (Hastings-within-Gibbs), bloke edilmiş Metropolis) ve Metropolis-Hastings Robbins-Monro (MHRM) algoritması ile çoklu-tek boyutlu çok kategorili yapılarda ATM altında kestirimler ve karşılaştırmalar yapmışlardır. Simülasyon çalışması sonucunda boyutlar arası korelasyon düşük olduğunda bu kestirim yöntemlerinin benzer sonuçlar ürettiği, ama boyutlar arası korelasyon orta ve yüksek olduğunda bayesiana dayalı Hastings içinde Gibbs algoritmasının daha iyi parametre kestirimlerine yol açtığı bulunmuştur. Aynı zamanda test uzunluğu (20-40 madde) ve örneklem büyüklüğü (500-1000 örneklem) koşulu altında bu kestirim yöntemlerinin/algoritmalarının etkililiği tartışılmıştır.

Jiang, Wang ve Weiss (2016) “Çok boyutlu aşamalı tepki modelinde madde parametreleri kestirimi için örneklem büyüklüğü gereklilikleri” adlı makalelerinde üç boyutlu ve dört

kategorili şekilde dört örneklem büyüklüğü ($N= 500, 1000, 1500, 2000$), üç test uzunluğu ($L=30, 90, 240$) ve üç boyutlar arası korelasyon ($r= 0,2; 0,5; 0,7$) koşulunda madde parametreleri RMSE ve yanlılık değerlerini incelemişlerdir. 36 koşul 30 replikasyonla gerçekleştirdikleri çalışmalarında 240 maddelik testler dışında örneklem büyüklüğü 500'ün doğru parametre kestirimi verdiği, 240 maddelik testler için de 1000 örneklem büyüklüğünün yeterli olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca örneklem büyüklüğünü 1000 üzerine çıkarmanın parametre kestiriminin doğruluğunda artışa sebep olmadığına değinmişlerdir.

Yurt içinde ve dışında ÇBMTK ile ilgili çok sayıda araştırma vardır; ancak bu çalışmalar incelendiğinde çoğunlukla çok boyutlu 1-0 ikili puanlanan (iki kategorili) maddeler için çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Çoklu-tek boyutlu çok kategorili maddeler için olan ÇBMTK algoritmalarının karşılaştırılmasına yönelik sadece yurt dışında sınırlı sayıda araştırmaya ile karşılaşmıştır. Farklı simülasyon koşulları, farklı algoritmalar (EM, MHRM, QMCEM), basit (maddeler arası, çoklu-tek boyutlu) yapılı çok boyutlu MTK çerçevesinde analizlerin farklı simülasyon koşullarında oluşturulan veri seti üzerinde yapıldığı tamamen benzer bir araştırmaya rastlanmamıştır.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada ÇBMTK kapsamında çoklu-tek boyutlu çok kategorili maddelerde farklı simülasyon koşullarının aşamalı tepki modeliyle ve farklı algoritmalarla madde ve yetenek parametreleri kestirimlerinin nasıl etkileneceğinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaçla aşağıdaki sorulara yanıtlar aranmıştır:

1. Farklı örneklem büyüklüğü, ölçme aracı uzunluğu, boyut sayısı, boyutlar arası korelasyon ve kategori sayısı koşullarında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle kestirilen madde parametreleri nasıl etkilenmektedir?
 - a. İki boyutlu ölçme araçları için;
 - 1.1. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?
 - 1.2. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele

alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

1.3. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

b. Üç boyutlu ölçme araçları için;

1.4. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

1.5. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

1.6. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

2. Farklı örneklem büyüklüğü, ölçme aracı uzunluğu, boyut sayısı, boyutlar arası korelasyon ve kategori sayısı koşullarında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle kestirilen yetenek parametreleri nasıl etkilenmektedir?

a. İki boyutlu ölçme araçları için;

2.1. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

- 2.2. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?
- 2.3. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?
- b. Üç boyutlu ölçme araçları için;
- 2.4. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?
- 2.5. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?
- 2.6. Üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?

Araştırmanın Önemi

Alanyazında ÇBMTK’de basit yapıdaki verilerle ATM altında farklı simülasyon koşullarında ve farklı algoritmalarla parametre doğrulanmasının yapıldığı birebir aynı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Farklı algoritmaları kullanan ÇBMTK kapsamında çalışmalar vardır (Cai, 2010b; Kuo ve Sheng, 2016). Tüm bu çalışmalar incelendiğinde ücretsiz R

Studio yazılımındaki algoritmaları (EM, MHRM, QMCEM) kullanan bir araştırma bulunmamaktadır. Alanyazında üçten daha fazla faktörde “MHRM” ve “QMCEM” etkili olduğu belirtilirken; iki, üç faktörde hangi algoritmanın daha etkili olduğuna dair bir bilgi bulunmamaktadır (Chalmers, 2018). İki ve üç boyutlu yapılarda alanyazında sıklıkla kullanılan R yazılımındaki algoritmalarından hangisinin hangi koşullarda daha hatasız ve kullanışlı kestirimler yaptığına dair bilgi sunması boyutuyla bu çalışmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca çok kategorili verilerde farklı simülasyon koşullarının ölçme kesinliğini nasıl etkilediğini hem madde hem de yetenek parametresi doğrulanması yaparak örneklem büyüklüğü, boyut sayısı, boyutlar arası korelasyon, madde sayısı ve kategori sayısı koşullarının birlikte ele alındığı yurt içinde ve dışında bir çalışma bulunmamaktadır. Bu yönüyle de araştırmanın önemli olduğu düşünülmektedir.

Sayıtlar

Gerçek veriler ve alanyazındaki araştırmalar dikkate alınarak üretilen verilerin gerçek durumları yansıttığı varsayılmaktadır.

Sınırlılıklar

1. Araştırma dikkate alınan simülasyon koşulları (1500-3000 örneklem; 2-3 boyut; 0,2-0,5-0,8 boyutlar arası korelasyon; 3-5 kategori sayısı), model (ATM), algoritma (EM, MHRM, QMCEM) ve yapılarla (maddeler arası) sınırlıdır.
2. Bu çalışmada yapılan ÇBMTK analizleri ve simülasyon çalışması R Studio yazılımından elde edilenlerle sınırlıdır.

Tanımlar

Basit / Maddeler Arası / Çoklu-Tek Boyutlu Yapı: ÇBMTK kapsamında testin çok boyutlu, her bir alt test tek boyutlu olduğu yapıya denir.

BÖLÜM II

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü, verilerin üretilmesi, simülasyon koşulları, üretilen verilerin doğrulanması ve geçerliği, verilerin analizine değinilmiştir.

Araştırmanın Türü

Bu araştırma çok kategorili maddelerde ÇBMTK modellerinden ATM altında farklı koşullarda ve farklı algoritmalarla madde ve yetenek parametre kestirimlerini ele alıp, hataların ortaya çıkarılmasının amaçlandığı simülasyona dayalı temel araştırmadır.

Verilerin Üretilmesi

Veriler üretilirken öncelikle geniş ölçekli testlere ait parametreler ve alanyazında yer alan ÇBMTK kapsamında ATM kullanılarak simülasyon çalışması yapılan verilerin parametreleri ve dağılım özellikleri ve çok kategorili gerçek veride parametrelerin özellikleri incelenmiştir.

a parametresi teorik olarak $(-\infty, +\infty)$ aralığındadır, ancak uygulamalarda -2,80 ile +2,80 aralığında değerler almaktadır (Baker, 2001). Yıldırım (2015) Mergen, Bernstein, Tavlı, Öngel, Tavlı ve Tan (2011) tarafından Beck Depresyon Envanteri kullanılarak toplanan verilerin madde parametrelerini kullandığı similasyon çalışmasında a parametresini [1,1; 3,15] aralığında, b parametresini ise [-0,45; 6,02] aralığında alarak maddeleri ATM’de WinGen 3.1 programında üretmiştir. Cai (2010b) çok kategorili verilerle yaptığı simülasyon

çalışmasında a parametrelerini $[1,1; 2,6]$ aralığında tutarak veri üretmiştir. Jiang, Wang ve Weiss (2016) ve Bulut ve Sünbül (2017) çok kategorili verilerde yaptıkları ÇBMTK kapsamındaki simülasyon çalışmalarında a parametresini tekdüze (uniform) dağılımdan $a \sim U(1.1, 2.8)$ olacak şekilde seçmişlerdir. Bu çalışmada da a parametresi tekdüze (uniform) dağılımdan $a \sim U(1.1, 2.8)$ olacak şekilde seçilmiştir.

b parametresi teorik olarak $(-\infty, +\infty)$ aralığında değerler alabilirken uygulamalarda genellikle $(-3, +3)$ aralığında değerler aldığı görülmektedir (Baker, 2001). De Ayala (1994) ise b parametresinin $[-2, +2]$ aralığında değerler aldığını belirtmiştir. Benzer şekilde farklı kaynaklarda da b parametresi genellikle $-2,00$ ile $+2,00$ arasında değerler aldığı ve b_i değeri $-2,00$ 'a yakın maddeler çok kolay, $+2,00$ 'a yakın maddeler çok zor olduğu belirtilmiştir (Hambleton vd., 1991; Hambleton & Swaminathan, 1985). b parametresi sıralı olacak şekilde ilk b_1 parametresi tekdüze (uniform) dağılımdan rastgele seçilecek şekilde $b_1 \sim U(0.67, 2)$, diğer b parametreleri ise beş kategorili veride ATM'nin özellikleri dikkate alınarak $b_2 = b_1 - U(0.67, 1.34)$, $b_3 = b_2 - U(0.67, 1.34)$ ve $b_4 = b_3 - U(0.67, 1.34)$ vb. şeklinde elde edilmiştir. b parametresinin bu şekilde üretilmesinde alanyazındaki çalışmalar (Jiang, Wang ve Weiss, 2016; Bulut ve Sünbül, 2017) referans alınmıştır.

Yetenek parametresi ise, Σ yeteneğin varyans-kovaryans matrisi olacak şekilde çok değişkenli normal dağılımdan $\theta \sim MVN(0, \Sigma)$ üretilmiştir. θ parametresinin bu şekilde üretilmesinde alanyazındaki çalışmalar (Sheng ve Wickle, 2007; Jiang, Wang ve Weiss, 2016; Bulut ve Sünbül, 2017) referans alınmıştır.

Simülasyon Koşulları

Sınav sonuçlarını analiz etmek eğitim politikalarını oluşturmada kaçınılmazdır. Ancak gerçek veri çalışmaları zaman alıcı, maliyetli ve imkan dahilinde olmadığına simülasyon çalışmalarına ihtiyaç duyulmaktadır. Simülasyon çalışmaları 19. yüzyılın sonunda, 20. yüzyılın başında bira kalitesinin tespitinden (Student, 1908) nükleer savaşa kadar (von Neumann ve Ulam, 1949) birçok pratik alanın ilerlemesine katkıda bulunup, popülerlik kazanmıştır. Psikometri alanında, özellikle MTK'nin farklı koşullar altında (örneğin; örneklem büyüklüğü) sınanmasında, tek boyutlu modellerden çok boyutlu modellere uyumun tespitinde yaygın olarak kullanılır (Harwell, Stone, Hsu ve Kirisci, 1996; Akt: Feinberg ve Rubright, 2016).

Verilerin üretilirken alanyazın taraması yapılarak ve uzman görüşü alınarak replikasyon ve koşul sayısı belirlenmiştir. Alanyazındaki MTK ile ilgili çalışmalar incelendiğinde koşul ve replikasyon sayılarının farklılaştığı görülmüştür.

Bu başlık altında araştırmada kullanılan simülasyon koşulları için yapılan alanyazın taramasına yer verilmiştir. Simülasyon koşulları alanyazın taraması ve gerçek verilerin incelenmesinin yanı sıra dört ölçme ve değerlendirme uzmanının da önerileri dikkate alınarak oluşturulmuştur.

Örneklem Büyüklüğü

MTK kapsamındaki çalışmalar incelendiğinde örneklem büyüklüğü ile ilgili oluşturulan simülasyon koşullarının çoğunlukla 500 ile 5000 arasında değiştiği görülmektedir (Bolt & Lall, 2003; de la Torre & Hong, 2010; Çakıcı Eser, 2015; Gül, 2015; Martelli, Matteucci & Mignani, 2016; Kuo, 2015; Kuo & Sheng, 2016; Jiang, Wang & Weiss, 2016; Yao & Boughton, 2007; Yao 2010; Yavuz, 2014; Zhang, 2012). Bulut (2013) TBMTK ve ÇBMTK parametre kestirim sürecinde örneklem büyüklüğünün az bir etkisi olduğundan dolayı yeterli olarak gördüğü $n=1500$ örneklem büyüklüğü ile simülasyon koşullarını sabitlediğini belirtmiştir. Hambleton ve Jones (1993) ise MTK’de kullanılan modele göre örneklem büyüklüğü belirlendiğini, ancak KTK’ye göre örneklemin daha büyük (örneğin; 500’ün üzerinde) olması gerektiğini vurgulamışlardır. Yurt içi ve dışındaki araştırmalar incelendiğinde ise; küçük örneklemelerde özellikle madde parametreleri kestiriminde elde edilen standart hatalar, RMSE ve yanlılık değerleri örneklem büyüklüğü arttıkça azalmaktadır (Bolt & Lall, 2003; Finch, 2010; Şahin, 2012; Zhang, 2012; Çakıcı Eser, 2015; Gül, 2015). Alanyazında ÇBMTK için yeterli olarak görülen 1500 ve göreceli olarak daha büyük örnekleme temsil eden 3000 örneklem ile simülasyon çalışması yürütülmüştür.

Boyut Sayısı

Alanyazında ÇBMTK çalışmaları incelendiğinde boyut/alt test/faktör sayısı simülasyon koşulu olarak alınmayarak iki boyutlu üretilen verilerle yapılan çalışmalara rastlanmıştır (Koğar, 2014; Kuo, 2015; Kuo ve Sheng, 2016; Martelli, Matteucci ve Mignani, 2016). Boyut sayısı simülasyon koşulu olarak alınan ÇBMTK çalışmalarında ise iki ile yedi arasında boyut sayılarının değiştiği görülmektedir (Bulut, 2013; Çakıcı Eser, 2015; de la

Torre & Patz, 2005; de la Torre, 2008, 2009; de la Torre ve Hong, 2010; de la Torre, Song & Hong, 2011; Gül, 2015). Tüm bu çalışmalar incelendiğinde çoğunlukla iki ve üç boyutun simülasyon koşulu olarak alındığı görülmektedir. Yurt dışındaki birçok çalışma incelendiğinde boyut sayısı koşul olarak alınmamıştır (Bolt ve Lall, 2003; Yao ve Boughton, 2007; Yao, 2010; Kuo, 2015; Kuo ve Sheng, 2016; Jiang, Wang ve Weiss, 2016). Bu çalışmada boyut sayısı iki ve üç olarak ele alınmıştır. Bu boyut sayılarının seçilmesinde R Studio yazılımındaki algoritmaların iki ve üç boyutta hangisinin daha hatasız kestirim yapacağına dair kaynakların yetersiz olması da etkili olmuştur.

Ölçme Aracı Uzunluğu (Madde Sayısı)

Alanyazındaki araştırmalar incelendiğinde ölçme aracı uzunluğunun araştırmacılar tarafından genelde boyutlardaki madde sayıları sabit tutularak kısa, orta ve uzun olarak simülasyon koşullarının oluşturulmaya çalışıldığı görülmüştür. Madde sayısını simülasyon koşulu olarak alan çalışmalarda toplam madde sayısının 10 ile 240 arasında değişkenlik gösterdiği görülmektedir (Bolt ve Lall, 2003; Bulut, 2013; Çakıcı Eser, 2015; de la Torre, 2008, 2009; de la Torre & Hong, 2010; de la Torre & Patz, 2005; de la Torre, Song & Hong, 2011; Forero & Maydeu-Olivares, 2009; Kuo, 2015; Kuo & Sheng, 2016; Martelli, Matteucci ve Mignani, 2016; Jiang, Wang ve Weiss, 2016; Yao, 2010; Yavuz, 2014). Koğar (2014) ise birinci faktördeki madde sayısını 25'e sabitleyip, ikinci faktörde 5-15-25 madde olacak şekilde simülasyon koşullarını oluşturmuştur. Bu çalışmada üç boyutlu yapılarda her boyuta en az dört madde gelecek şekilde madde sayısı en az 12 olarak seçilmiştir. Alanyazındaki psikolojik ölçeklerde sıklıkla kullanılan madde havuzu bandı dikkate alınarak 24 ve 36 madde sayısı da araştırmaya dahil edilmiştir.

Boyutlar Arası Korelasyon

Alanyazındaki simülasyon çalışmalarında boyutlar/yetenekler/alt testler arasındaki ilişkiler incelendiğinde 0 ile 0,9 arasında değişkenlik gösterecek şekilde seçildikleri görülmektedir (Bolt & Lall, 2003; Bulut, 2013; de la Torre, 2008, 2009; de la Torre ve Hong, 2010; de la Torre & Patz, 2005; de la Torre, Song ve Hong, 2011; Gül, 2015; Jiang, Wang & Weiss, 2016; Koğar, 2014; Kuo, 2015; Kuo & Sheng, 2016; Yao, 2010; Yao & Boughton, 2007; Yavuz, 2014). Bu çalışmada düşük, orta ve yüksek korelasyonu temsil edecek şekilde 0,2;

0,5 ve 0,8 boyutlar arası korelasyon değerleri ele alınmıştır. Kuo (2015) ve Kuo ve Sheng'in (2016) ÇBMTK kapsamında ATM ile yaptıkları çalışmalarındaki değerler de aynıdır.

Kategori Sayısı

Alanyazında daha çok 1-0 verilerle çalışıldığı ve kategori sayısı sabit tutularak çalışmalar yürütüldüğü için (Kuo, 2015; Kuo ve Sheng, 2016) sınırlı sayıda kategori sayısının manipüle edildiği araştırmaya rastlanmıştır. de la Torre (2008) simülasyon çalışmasında iki, üç, dört kategorili ve Martelli, Matteucci ve Mignani (2016) üç, dört, beş kategorili veriler üreterek karşılaştırmalar yapmıştır. Bu çalışmada TIMSS, PISA gibi geniş ölçekli testlerdeki bilişsel maddeler daha çok üç kategorili olduğundan ve ölçeklerde daha çok beşli dereceleme kullanıldığından kategori sayıları üç ve beş olacak şekilde simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir.

Replikasyon sayısı

Alanyazındaki MTK ile ilgili çalışmalar incelendiğinde replikasyon sayısının beş (her koşul için) (Bolt ve Lall, 2003), 10 (Choi, 1996; Sheng ve Wikle, 2007; 2008; Lee, 2012; Kuo, 2015; Kuo ve Sheng, 2015, 2016; Martelli, 2014; Martelli, Matteucci ve Mignani, 2016), 20 (Fu, Tao ve Shi, 2010; Koğar, 2014; Sayın, 2014; Şengül Avşar, 2015), 25 (de la Torre ve Hong, 2010; Çakıcı Eser, 2015; Gül, 2015) ve 30 (Jiang, Wang ve Weiss, 2016) olan çalışmalara rastlanmıştır. Harwell, Stone, Hsu ve Kirisci (1996) replikasyon sayısının MTK temelli Markov Chain Monte Carlo çalışmalarında minimum 25 olması gerektiğini önermişlerdir. Bu çalışmada araştırmanın dış geçerliğini arttırmak adına 100 replikasyon üzerinden analizler gerçekleştirilmiştir.

Gerçekleştirilen simülasyon çalışması aşağıda özetlenmiştir:

Koşul sayısı: 2 örneklem büyüklüğü (1500, 3000) x 2 boyut (2,3) x 3 ölçme aracı uzunluğu (12, 24, 36) x 3 boyutlar arası korelasyon (0,2; 0,5; 0,8) x 2 kategori (3, 5) = 72 koşul

Kullanılan modeller: Basit yapıli ATM

Algoritmalar: EM, MHRM, QMCEM

Replikasyon Sayısı: 100

Tablo 2.

Simülasyon Koşulları

Örneklem Büyükliği	Boyut Sayısı	Ölçme Uzunluğu	Aracı	Boyutlar arası Korelasyon	Kategori Sayısı
1500	2	12		0,2	3
3000	3	24		0,5	5
		36		0,8	

Üretilen Verilerin Doğrulanması ve Geçerliliği

Her koşul için rastgele seçilen replikasyonda doğrulayıcı faktör analizi yapılmış ve uyum indeksleri, faktör yükleri, boyutlar arası korelasyonlar ve çok değişkenli normallik (Relative Multivariate Kurtosis) incelenmiştir. Basit yapıli veriler için 72 koşulda elde edilen modellere ait uyum indeksleri EK-1’de verilmiştir.

Orlando ve Thissen’in (2000, 2003) önerdiği örneklem büyüklüğüne duyarlı olan madde uyumu istatistiğinin ($S-X^2$) yorumlanmasında manidar sonuçlar zayıf madde uyumunu göstermektedir (Hambleton vd., 1991). $S-X^2$ istatistikleri her koşul için rastgele seçilen replikasyonlarda incelenmiş ve madde uyumunun çoğunlukla sağlandığı bulunmuştur.

Tüm bu sonuçlar üretilen veri setinin istenilen özelliklerde üretildiğini doğrulamaktadır.

Verilerin Analizi

Araştırmada çok boyutlu ve kategorili simülatif verilerin ATM altında madde ve yetenek parametrelerinin kestirimi yapılmıştır. Verilerin analizinde R Studio yazılımı kullanılmıştır. Araştırmanın birinci aşamasında veriler üretilirken ve analiz edilirken “mirt”, “MASS” ve “Matrix” paketleri aracılığıyla belirtilen dağılım özellikleri dikkate alınarak kodlar yazılmıştır. Analizleri daha hızlı gerçekleştirebilmek adına “doParallel” paketinden ve registerDoParallel() komutundan yararlanarak paralel hesaplamalar (parallel computing) yapılarak bilgisayardaki tüm çekirdeklerden yararlanılmıştır. Diğer aşamada kestirilen parametrelerin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE (Root Mean Squared Error)) ve yanlılıkları hesaplanmıştır. Araştırmada parametre doğrulanması ya da ölçme kesinliği çalışmasında kullanılan RMSE ve yanlılık değerlerinin hesaplanmasında aşağıdaki formüllerden yararlanılmıştır.

$$\mathbf{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\delta}_i - \delta_i)^2}{K}}$$

$\hat{\delta}_i$: i maddesi için kestirilen parametre değerini

δ_i i maddesi için gerçek parametre değerini

K: madde sayısını

ifade etmektedir.

δ değeri yerine örneğin üç boyutlu ve beş kategorili veride ilgili madde ($a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, b_4$) ve yetenek parametrelerinden ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) biri yerine konarak hesaplamalar yapılmaktadır. Her bir parametre için RMSE hesaplama örnekleri aşağıda verilmiştir. Yanlılık değerleri de benzer şekilde hesaplanmaktadır. Örneğin herhangi bir a parametresi için:

$$\mathbf{RMSE}(a_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{a}_i - a_i)^2}{K}}$$

Formülü ile ilgili hesaplamalar EM algoritması için “rmse.em<-round(sqrt(colMeans((true.par - par.em)^2)),3)” komutuyla gerçekleştirilmiştir. Burada,

$\hat{a}_i$: Kestirilen a parametresini,

a_i : Gerçek a parametresini,

K : Madde sayısını temsil etmektedir. R Studio’da gerekli komut yazıldığında her parametre için gerekli hesaplamalar tek bir komutla gerçekleştirilebilmektedir.

b parametreleri için parametre doğrulanması RMSE değerleri ile incelenmiştir ve RMSE değerlerinin sırasıyla b_1, b_2, b_3 ve b_4 parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan formüller aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{RMSE}(b_{1i}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{b}_{1i} - b_{1i})^2}{K}}$$

$$\mathbf{RMSE}(b_{2i}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{b}_{2i} - b_{2i})^2}{K}}$$

$$\mathbf{RMSE}(b_{3i}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\hat{b}_{3i} - b_{3i})^2}{K}}$$

$$\text{RMSE}(\mathbf{b}_{4i}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\widehat{\mathbf{b}}_{4i} - \mathbf{b}_{4i})^2}{K}}$$

Burada,

$\widehat{\mathbf{b}}_{1i}, \widehat{\mathbf{b}}_{2i}, \widehat{\mathbf{b}}_{3i}$ ve $\widehat{\mathbf{b}}_{4i}$: Sırasıyla kestirilen b_1, b_2, b_3 ve b_4 parametrelerini

$\mathbf{b}_{1i}, \mathbf{b}_{2i}, \mathbf{b}_{3i}$ ve $\mathbf{b}_{4i}$: Sırasıyla gerçek b_1, b_2, b_3 ve b_4 parametrelerini

K : Madde sayısını ifade etmektedir.

Son olarak yetenek parametresi için kullanılan formül aşağıdadır.

$$\text{RMSE}(\theta_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K (\widehat{\theta}_i - \theta_i)^2}{K}}$$

$\widehat{\theta}_i$: Kestirilen θ parametresini,

θ_i : Gerçek θ parametresini,

K : Madde sayısını temsil etmektedir.

RMSE'nin yorumlanmasında 0'a uzaklığı dikkate alınmaktadır. Kestirimlerin doğruluğu 0'a yaklaştıkça artmaktadır. Yani sıfıra daha yakın daha küçük değerler ölçme kesinliğini arttırırken, sıfırdan uzak daha büyük değerler ölçme kesinliğini azaltmaktadır. Kimi araştırmalarda RMSE değerinin 0,1 sayısı referans alınarak da yorumlandığı görülmektedir (Browne ve Cudeck, 1993; De Mars, 2003; Hu ve Bentler, 1999).

Yanlılık değerinin hesaplanması da benzer şekilde olmaktadır.

$$\text{Yanlılık} = \frac{\sum_{i=1}^K (\widehat{\delta}_i - \delta_i)}{K}$$

$\widehat{\delta}_i$: i maddesi için kestirilen parametre değerini

δ_i : maddesi için gerçek parametre değerini

K: madde sayısını

ifade etmektedir.

Kodların yazımında son aşamada ise döngü'de (loop) için (for) komutuyla 100 replikasyon gerçekleştirmek için kodlar yazılmıştır. Elde edilen RMSE ve yanlılık değerlerinden yararlanarak "lattice" ve "ggplot2" paketleri ile farklı koşullar altında grafikler çizdirilmiştir.

BÖLÜM III

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırma problemleri sırasıyla ele alınarak bulgu ve yorumlara yer verilmiştir.

Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

1.1.Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“İki boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 3’de iki boyutlu basit yapılu ölçme araçları için EM algoritmasında madde parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 3.

İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 kategori				5 kategori					
Örneklem Büyükliği	Ölçme Araç Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	b1	b2	a1	a2	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,14	0,10	0,07	0,08	0,08	0,09	0,07	0,07	0,08	0,09
		0,5	0,10	0,10	0,07	0,08	0,07	0,08	0,07	0,07	0,06	0,10
		0,8	0,10	0,11	0,06	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,10
	24	0,2	0,05	0,10	0,06	0,06	0,07	0,07	0,06	0,05	0,08	0,09
		0,5	0,06	0,11	0,05	0,06	0,07	0,07	0,07	0,05	0,07	0,07
		0,8	0,07	0,11	0,07	0,06	0,07	0,07	0,07	0,06	0,07	0,08
	36	0,2	0,05	0,07	0,06	0,06	0,07	0,06	0,08	0,05	0,07	0,08
		0,5	0,05	0,07	0,05	0,06	0,07	0,06	0,07	0,05	0,08	0,08
		0,8	0,06	0,07	0,06	0,06	0,07	0,05	0,08	0,05	0,07	0,08
3000	12	0,2	0,06	0,07	0,05	0,05	0,07	0,09	0,05	0,06	0,05	0,07
		0,5	0,05	0,07	0,04	0,05	0,06	0,07	0,04	0,06	0,05	0,07
		0,8	0,04	0,08	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,04	0,05	0,06
	24	0,2	0,06	0,07	0,05	0,06	0,04	0,08	0,05	0,04	0,06	0,07
		0,5	0,05	0,06	0,05	0,06	0,05	0,07	0,06	0,05	0,05	0,06
		0,8	0,04	0,06	0,05	0,06	0,05	0,06	0,04	0,05	0,06	0,06
	36	0,2	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05	0,07
		0,5	0,06	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,05	0,04	0,05	0,07
		0,8	0,06	0,05	0,05	0,05	0,04	0,05	0,05	0,04	0,04	0,05

Tablo 3 incelendiğinde iki boyutlu yapıda EM algoritmasına göre kestirilen RMSE değerlerinin 0,04 ile 0,14 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre EM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,14; a_2 parametresi için 0,04 ile 0,11; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,07 ve b_2 parametresi ise 0,04 ile 0,08 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre EM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; a_2 parametresi için 0,04 ile 0,09; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; b_2 parametresi için 0,04 ile 0,07; b_3 parametresi için 0,04 ile 0,08 ve b_4 parametresi

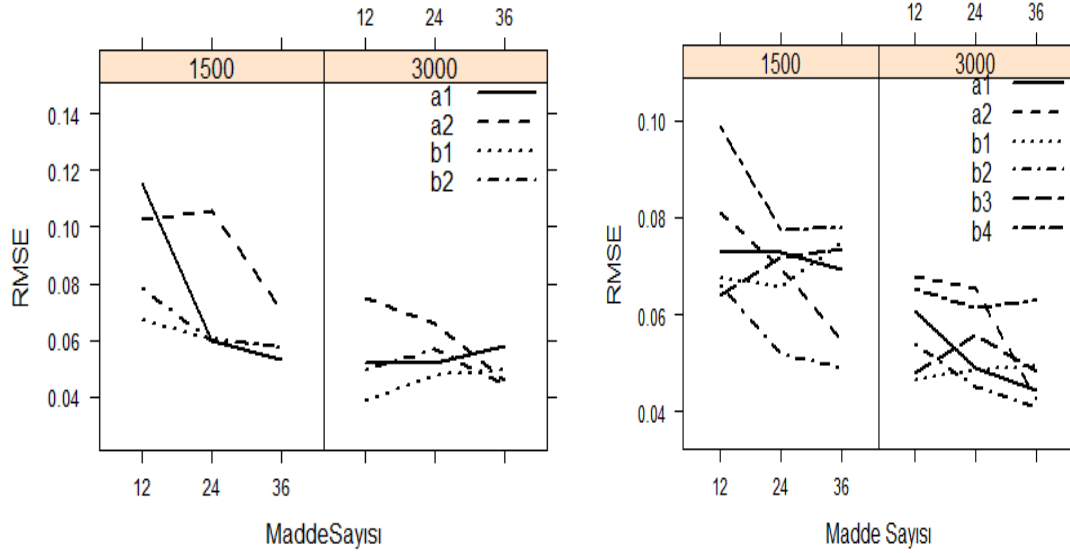
ise 0,05 ile 0,10 aralığında değişmektedir. Zayıf uyumu gösteren RMSE değerleri EM algoritmasında 1500 örneklem 12 madde 0,2; 0,5; 0,8 korelasyon için a_1 parametresinin kestiriminde; 1500 örneklem 12 ve 24 madde için a_2 parametresinin kestiriminde görülmektedir. EM algoritmasına göre 1500 örneklem 12 madde 0,5; 0,8 korelasyon için b_4 parametresinin kestiriminde ölçme kesinliği daha düşüktür. Diğer koşullar sabit kaldığında farklı korelasyon değerleri (0,2; 0,5; 0,8) ile EM algoritmasından elde edilen RMSE değerlerinin örüntüsü parametreden parametreye değişiklik göstermektedir. EM algoritmasında madde sayısının da artması aynı şekilde parametre kestirimlerinin RMSE değerleri üzerinde genelde azalmaya olmaktadır, diğer bir deyişle madde sayısının artmasının ölçme kesinliğine katkı sağladığı söylenebilir. Aynı şekilde örneklem büyüklüğünü 1500'den 3000'e çıkarmak EM algoritmasına göre RMSE değerlerinin düşmesine neden olmuş, diğer bir deyişle örneklemin artması madde parametre kestirimlerindeki ölçme hatalarının azalmasını sağlamıştır.

Tablo 3 incelendiğinde EM algoritmasında en yüksek RMSE değerinin 0,14 ile 1500 örneklem 12 madde ve 0,2 korelasyon koşulunda a_1 parametresine ait olduğu görülmektedir. İki boyutlu basit yapıli çok kategorili ölçme araçlarında EM algoritması madde parametresi kestirim sonuçlarına göre b parametreleri genellikle a parametrelerinden daha düşük hata ile kestirilmiştir. Bu durum b parametrelerinin a parametresine oranla daha kararlı kestirildiğinin göstergesi olarak düşünülebilir. Az madde sayısına sahip ölçme aracı koşullarında (12 madde) a_1 ve a_2 parametrelerinden EM algoritmasından elde edilen RMSE değerleri, 24 ve 36 maddelik simülasyon koşulundaki RMSE değerlerinden genellikle yüksektir. Yani EM algoritmasında madde sayısının artması madde parametresi kestirimlerinde ölçme kesinliğine katkı sağlamaktadır.

Tablo 3 incelendiğinde EM algoritmasında kategori sayısını üçten beşe çıkarılmasıyla 1500 örneklem için a_2 ve b_2 parametrelerinin RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Örneğin; örneklem büyüklüğü 1500 için a_2 parametreleri üç kategorili veride 0,07 ve 0,11 arasında değerler alırken, beş kategoride 0,05 ve 0,09 arasında değerler almaktadır. Diğer koşullarda ise kategori sayısı değişimi madde parametrelerinin hatasında büyük bir değişime neden olmamaktadır.

Şekil 3'de iki boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda EM algoritmasından elde edilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan

grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

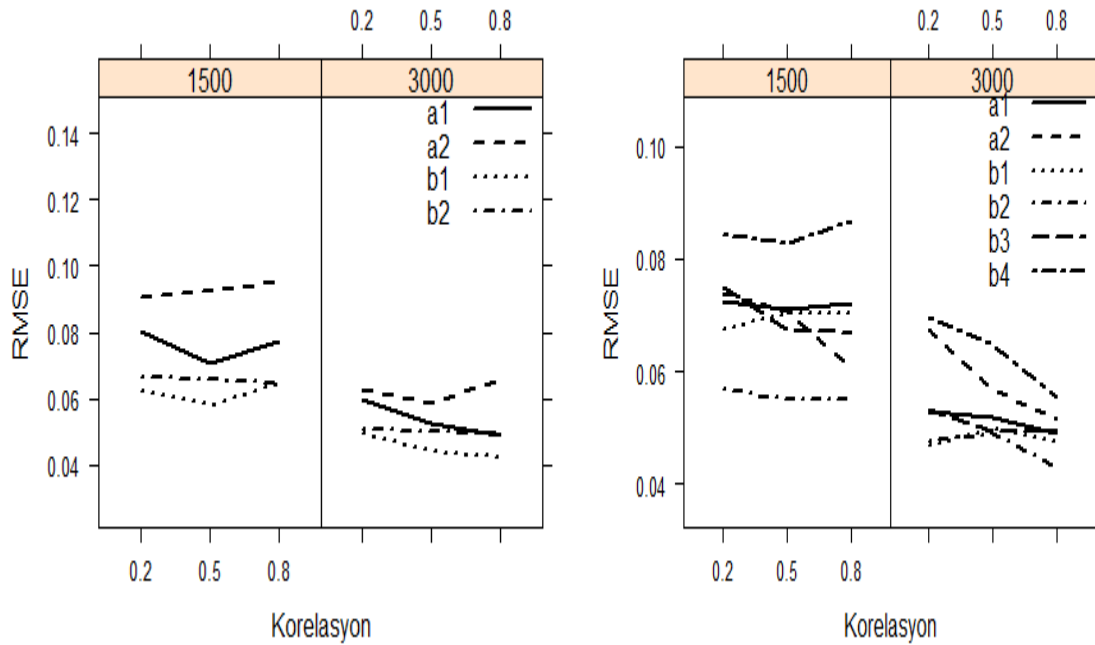


Şekil 3. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 3'teki grafik incelendiğinde iki boyutlu yapıda EM algoritmasında üç kategorili ölçme aracında b parametrelerinin genelde a parametresine oranla daha az hatayla kestirildiği görülmektedir. Soldaki şekil incelendiğinde EM algoritmasında 1500 örnekleme a_1 parametresi için madde sayısı arttırmanın elde edilen RMSE değerinde keskin bir azalışa sebep olduğu görülürken, 3000 örnekleme madde sayısı arttırımının bu denli bir değişikliğe neden olmadığı görülmektedir. Üç ve beş kategorili verilerden EM algoritmasına göre elde edilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde örneklem büyüklüğü arttıkça özellikle a parametrelerinde bir azalışa neden olduğu bulunmuştur. Üç kategorili verilerde EM algoritmasına göre madde sayısını arttırmak b parametrelerinin RMSE değerlerinde a parametrelerinin RMSE değerlerine oranla daha az değişime neden olmuştur. Bu durumda a parametrelerinin genelde düşük madde sayısında b parametresinden daha hatalı kestirilmesinin rol oynadığı düşünülmektedir. Örneklem büyüklüğü 3000 koşulunda EM algoritmasına göre madde sayısı arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerlerinde 1500 örnekleme oranla daha az bir düşüş meydana gelmiştir. Tablo 3 ve Şekil 3 incelendiğinde

EM algoritmasında genellikle madde sayısı ve örneklem büyüklüğünü arttırmanın madde parametrelerinin hatasını azalttığı sonucuna varılabilir.

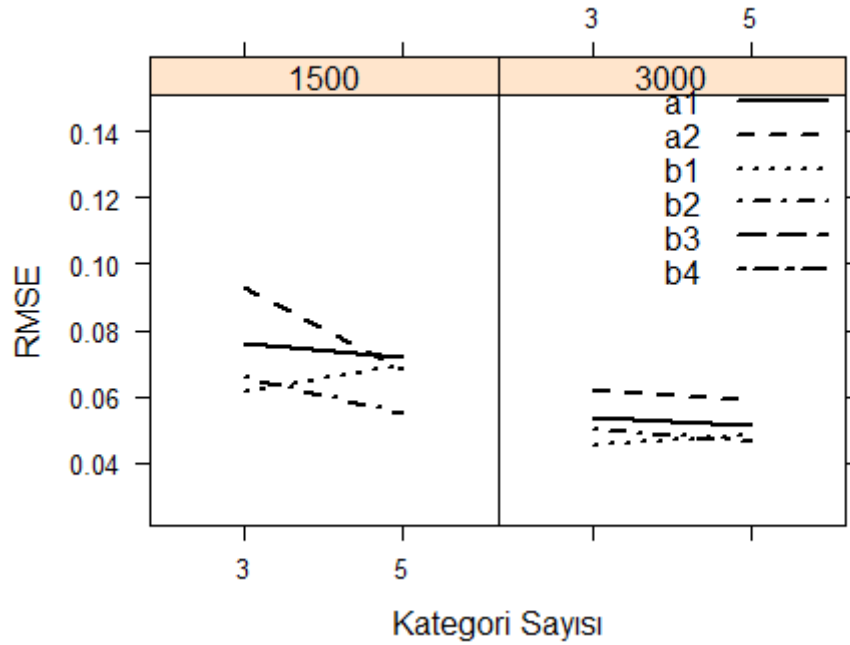
Şekil 4’de iki boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda EM algoritmasından elde edilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.



Şekil 4. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyon Değerlerine Göre İncelenmesi

Şekil 4 incelendiğinde, EM algoritmasına göre iki boyutlu ve üç kategorili ölçme araçlarında boyutlar arası korelasyon değerini arttırmak keskin bir azalışa sebep olmadığı görülmüştür, ancak 3000 örneklem koşulunda 1500 örnekleme göre daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. EM algoritmasına göre beş kategorili ölçme araçlarında ise 3000 örneklem için genelde her parametrede boyutlar arası korelasyonu arttırmak RMSE değerlerinde düşüşe sebep olurken, 1500 örneklemde böyle bir örüntü madde parametreleri için söz konusu değildir. Ancak örneklem büyüklüğünü arttırmak EM algoritmasında beş kategorili ölçme araçlarında da elde edilen RMSE değerlerinin düşüşüne sebep olmuştur.

Şekil 5’te iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı (3-5) koşulunda EM algoritmasından elde edilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir.



Şekil 5. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 5 incelendiğinde, EM algoritmasında 1500 örneklem a_2 ve b_2 parametresi dışındaki koşullarda kategori sayısı artması madde parametrelerinin RMSE değerlerinde bir azalışa sebep olmadığı görülmüştür. Başka bir deyişle iki boyutlu yapılarda kategori sayısı değişimi genelde EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin değişiminde (1500 örneklem a_2 ve b_2 parametrelerine ait değerler dışında) etkin bir rol oynamamıştır.

Tablo 4’de iki boyutlu basit yapılu ölçme araçları için EM algoritmasında madde parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 4.

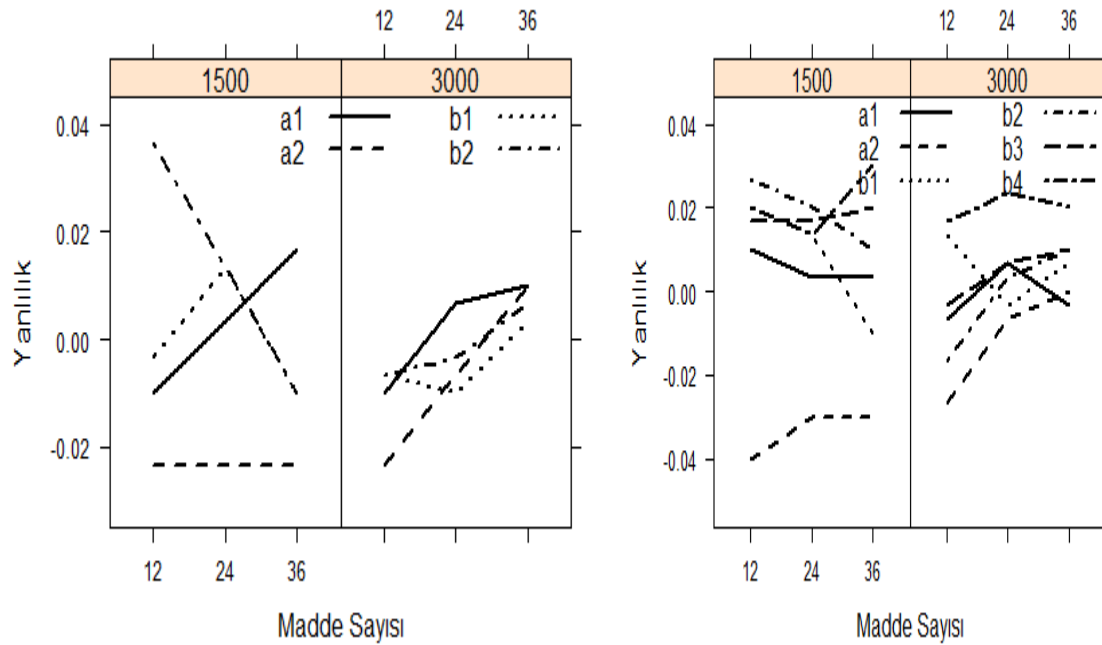
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 kategori				5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Araç Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	b1	b2	a1	a2	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	-0,03	-0,02	-0,01	0,04	0,01	-0,05	0,01	0,03	0,02	0,02
		0,5	-0,01	-0,02	0,00	0,03	0,01	-0,04	0,02	0,02	0,01	0,02
		0,8	0,01	-0,03	0,00	0,04	0,01	-0,03	0,03	0,03	0,02	0,02
	24	0,2	0,00	-0,03	0,01	0,01	0,00	-0,04	0,01	0,02	0,02	0,01
		0,5	0,00	-0,02	0,01	0,02	0,01	-0,03	0,01	0,02	0,02	0,01
		0,8	0,01	-0,02	0,02	0,01	0,00	-0,02	0,02	0,02	0,01	0,02
	36	0,2	0,01	-0,03	-0,01	-0,01	0,00	-0,04	-0,01	0,01	0,02	0,02
		0,5	0,02	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	-0,03	0,00	0,02	0,03	0,04
		0,8	0,02	-0,02	-0,01	-0,01	0,01	-0,02	-0,02	0,00	0,01	0,03
3000	12	0,2	-0,01	-0,03	-0,01	0,00	-0,01	-0,03	0,01	-0,02	0,00	0,03
		0,5	-0,01	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	-0,03	0,02	-0,01	-0,01	0,01
		0,8	-0,01	-0,02	0,00	-0,01	-0,01	-0,02	0,01	-0,02	0,00	0,01
	24	0,2	0,00	-0,01	-0,01	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,01	0,03
		0,5	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,01	-0,01	0,00	0,01	0,01	0,02
		0,8	0,01	0,00	-0,01	-0,01	0,01	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,02
	36	0,2	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	-0,01	0,00	0,01	0,01	0,02
		0,5	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02
		0,8	0,01	0,02	0,00	0,01	-0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02

Tablo 4'teki yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde tüm koşullarda EM algoritmasına göre 0 ile 0,05 arasında değişmektedir. En büyük değişimler a_2 parametresi için üç ve beş kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. Çok boyutlu ATM'ye göre EM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,03; a_2 parametresi için 0 ile 0,03; b_1 parametresi için 0 ile 0,02 ve b_2 parametresi ise 0 ile 0,04 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre EM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,01; a_2 parametresi için 0 ile 0,05; b_1

parametresi için 0 ile 0,03; b_2 parametresi için 0 ile 0,03; b_3 parametresi için 0,01 ile 0,03 ve b_4 parametresi ise 0,01 ile 0,04 aralığında değişmektedir.

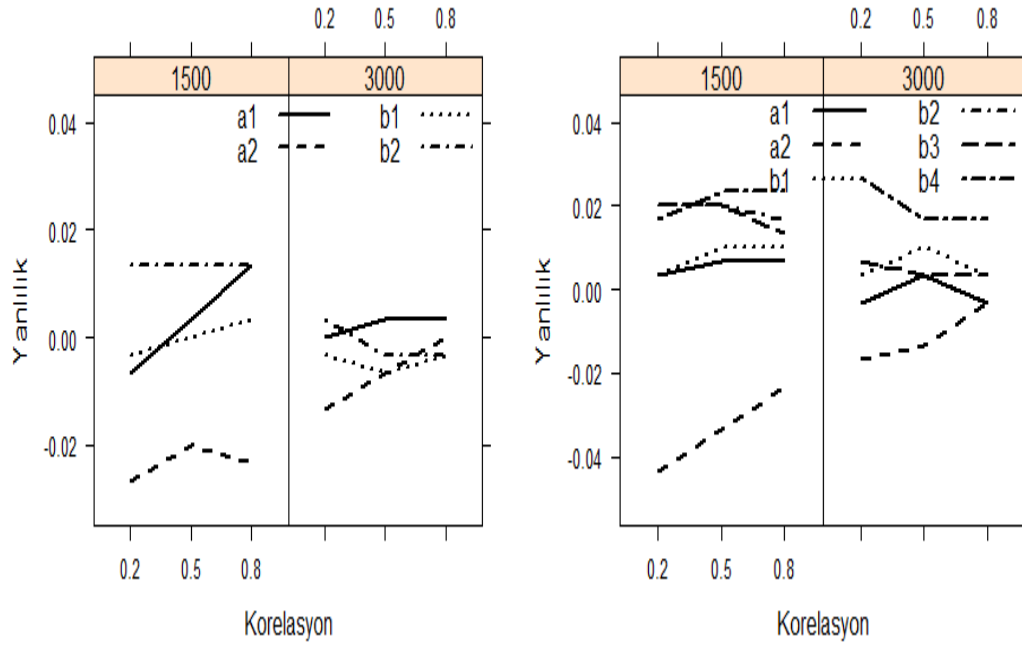
Şekil 6’da iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda EM algoritmasıyla elde edilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 6. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

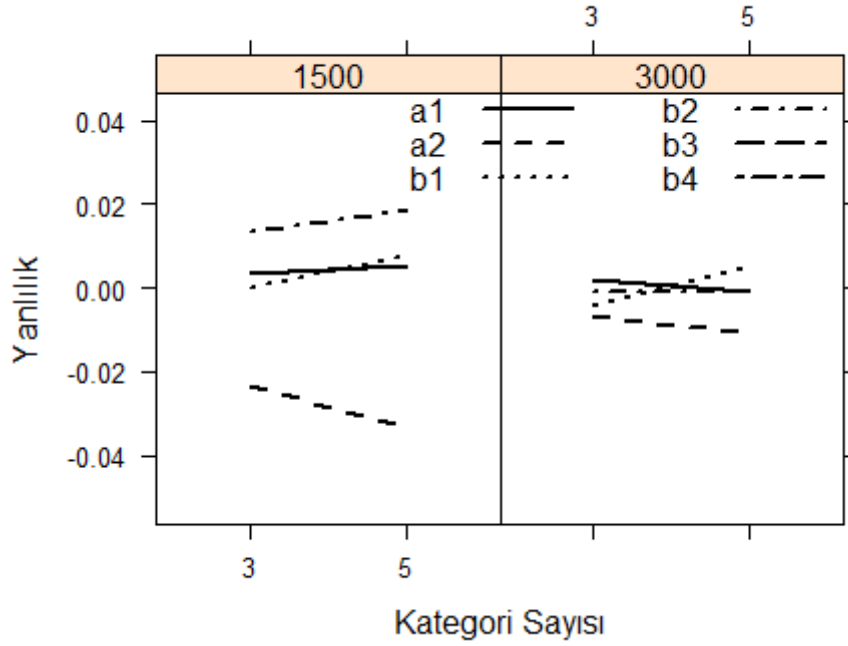
Şekil 6’da yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, EM algoritmasında yanlılık değerlerinin grafiklerden de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sifıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 6 incelendiğinde EM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en çok genelde a_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir.

Şekil 7’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda EM algoritması ile kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 7. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyon Değerlerine Göre İncelenmesi

Şekil 7’de yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, EM algoritmasında yanlılık değerlerinin grafiklerden de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 7 incelendiğinde, EM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en çok genelde a_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir.



Şekil 8. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 8’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı koşulunda (3-5) EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafik incelendiğinde, kategori sayısı arttıkça yanlılık değerlerinin sabit kaldığı görülmektedir.

1.2.Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“İki boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 5’te iki boyutlu basit yapıli ölçme araçları için MHRM algoritmasında madde parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 5.

İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Örneklem Büyükliği	Koşullar		3 kategori				5 kategori					
	Ölçme Araç Uzunluğu	Boyutlar arası Korelasyon	a1	a2	b1	b2	a1	a2	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,16	0,10	0,07	0,09	0,08	0,09	0,07	0,08	0,08	0,10
		0,5	0,11	0,10	0,07	0,08	0,06	0,09	0,07	0,07	0,06	0,11
		0,8	0,10	0,10	0,07	0,08	0,07	0,06	0,06	0,07	0,06	0,12
	24	0,2	0,05	0,10	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07	0,06	0,08	0,09
		0,5	0,06	0,11	0,05	0,06	0,06	0,07	0,07	0,05	0,07	0,07
		0,8	0,07	0,11	0,06	0,07	0,07	0,07	0,08	0,07	0,08	0,09
	36	0,2	0,05	0,07	0,06	0,06	0,07	0,06	0,08	0,05	0,09	0,08
		0,5	0,05	0,06	0,05	0,06	0,07	0,06	0,07	0,04	0,08	0,07
		0,8	0,05	0,07	0,07	0,06	0,07	0,05	0,08	0,06	0,09	0,08
3000	12	0,2	0,06	0,08	0,04	0,05	0,06	0,09	0,05	0,07	0,06	0,07
		0,5	0,05	0,08	0,04	0,05	0,06	0,07	0,04	0,06	0,06	0,07
		0,8	0,04	0,07	0,04	0,04	0,05	0,06	0,05	0,04	0,05	0,06
	24	0,2	0,07	0,08	0,05	0,07	0,05	0,07	0,05	0,05	0,06	0,08
		0,5	0,05	0,06	0,04	0,06	0,05	0,07	0,06	0,05	0,06	0,06
		0,8	0,04	0,07	0,05	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06
	36	0,2	0,05	0,05	0,06	0,05	0,05	0,03	0,05	0,05	0,06	0,07
		0,5	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,06	0,05	0,05	0,07
		0,8	0,06	0,07	0,05	0,05	0,04	0,06	0,06	0,05	0,05	0,07

Tablo 5 incelendiğinde iki boyutlu yapıda MHRM algoritmasında RMSE değerlerinin 0,04 ile 0,16 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre MHRM algoritmasında kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,16; a_2 parametresi için 0,05 ile 0,11; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,07 ve b_2 parametresi ise 0,04 ile 0,09 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre MHRM algoritmasında kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; a_2 parametresi için 0,03 ile 0,09; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; b_2 parametresi için 0,04 ile 0,08; b_3 parametresi için 0,05 ile 0,09 ve b_4 parametresi ise 0,06 ile 0,12 aralığında değişmektedir. MHRM algoritmasında zayıf uyumu gösteren RMSE

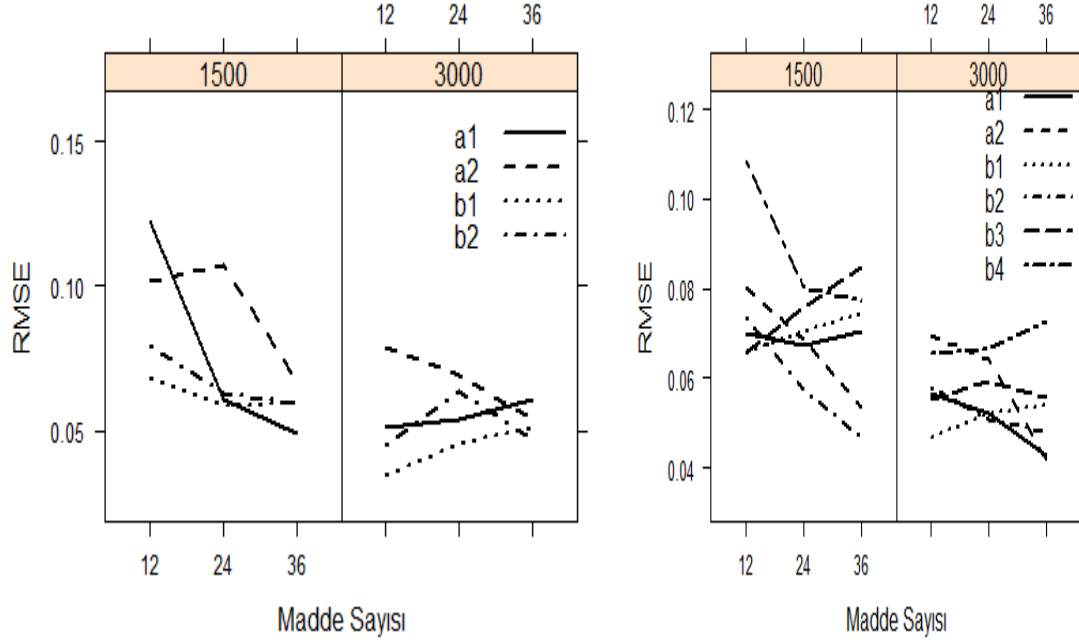
değerleri 1500 örneklem 12 madde 0,2; 0,5; 0,8 korelasyon için a_1 parametresinin kestiriminde; 1500 örneklem 12 ve 24 madde için a_2 parametresinin kestiriminde görülmektedir. MHRM algoritmasında 3000 örneklem 12 madde 0,2; 0,5; 0,8 korelasyon için b_4 parametresinin kestiriminde ölçme kesinliği daha düşüktür. MHRM algoritmasında farklı korelasyon değerleri (0,2; 0,5; 0,8) ile elde edilen RMSE değerleri parametreden parametreye değişiklik göstermektedir. Madde sayısının da artması aynı şekilde MHRM algoritmasında parametre kestirimlerinin RMSE değerleri üzerinde genelde azalmaya sebep olduğu, yani madde sayısının artmasının ölçme kesinliğine katkı sağladığı söylenebilir. Aynı şekilde örneklem büyüklüğünü 1500'den 3000'e çıkarmak MHRM algoritmasında RMSE değerlerinin düşmesine neden olmuştur. Örneğin, üç kategorili ölçme araçlarında a_1 parametresi için 1500 örneklem koşulunda RMSE değerleri 0,05 ve 0,16 aralığında değişirken, 3000 örneklem için 0,04 ve 0,07 aralığında değişmektedir.

Tablo 5 incelendiğinde MHRM algoritmasında en yüksek RMSE değerinin 0,16 ile 1500 örneklem 12 madde ve 0,2 korelasyon koşulunda a_1 parametresine ait olduğu görülmektedir. İki boyutlu basit yapılı çok kategorili ölçme araçlarında MHRM algoritmasıyla madde parametresi kestirim sonuçlarına göre b parametreleri genellikle a parametrelerinden daha düşük hata ile kestirilmiştir. Bu durum b parametrelerinin a parametresine oranla daha kararlı kestirildiğinin göstergesi olarak düşünülebilir. Az madde sayısına sahip ölçme aracı koşullarında (12 madde) MHRM algoritmasında a_1 ve a_2 parametrelerinden elde edilen RMSE değerleri, 24 ve 36 maddelik simülasyon koşulundaki RMSE değerlerinden genellikle yüksektir.

Tablo 5 incelendiğinde MHRM algoritmasında kategori sayısını üçten beşe çıkarılmasıyla 1500 örneklem için a_2 ve b_2 parametrelerinin RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Diğer koşullarda ise kategori sayısı değişimi madde parametrelerinin hatasında büyük bir değişime neden olmamaktadır. Örneğin; örneklem büyüklüğü 1500 için a_2 parametreleri üç kategorili veride 0,07 ve 0,11 arasında değerler alırken, beş kategoride 0,05 ve 0,09 arasında değerler almaktadır.

Şekil 9'da iki boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda MHRM algoritmasıyla elde edilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde

parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

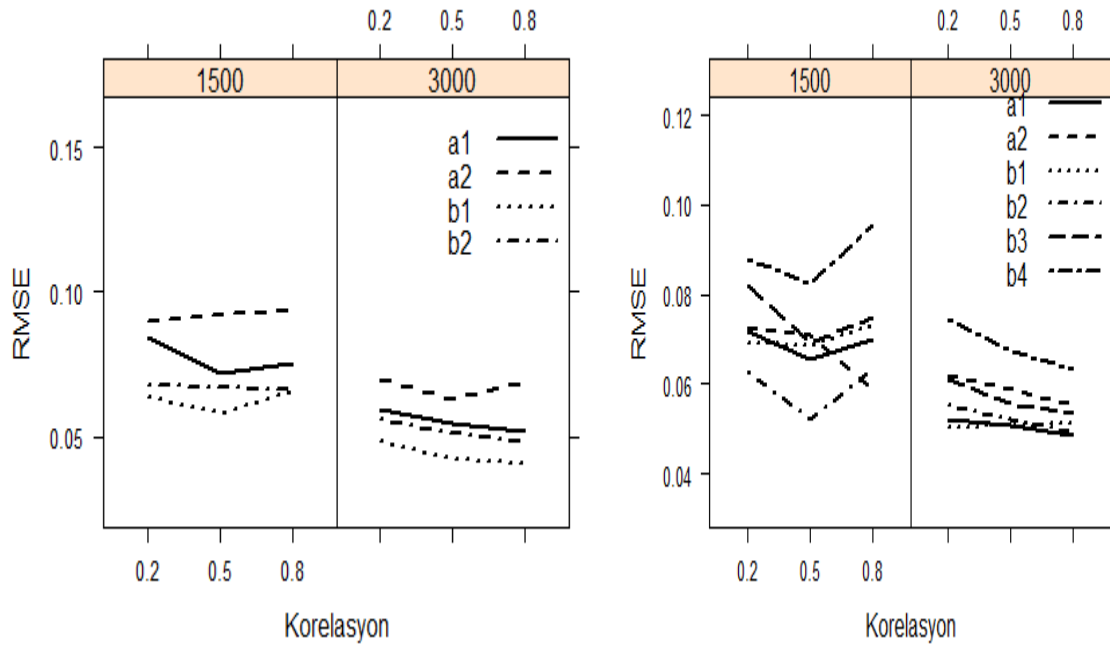


Şekil 9. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 9’da verilen grafik incelendiğinde MHRM algoritmasında iki boyutlu üç kategorili ölçme aracında b parametrelerinin genelde a parametresine oranla daha az hatayla kestirildiği görülmektedir. Soldaki şekil incelendiğinde MHRM algoritmasında 1500 örneklemede a_1 parametresi için madde sayısı arttırmanın elde edilen RMSE değerinde keskin bir azalışa sebep olduğu görülürken, 3000 örneklemede madde sayısı arttırımının bu denli bir değişikliğe neden olmadığı görülmektedir. Üç ve beş kategorili verilerden MHRM algoritması ile elde edilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde örneklem büyüklüğü arttıkça özellikle a parametrelerinde bir azalışa neden olduğu bulunmuştur. Üç kategorili verilerde MHRM algoritmasında madde sayısını arttırmak b parametrelerinin RMSE değerlerinde a parametrelerinin RMSE değerlerine oranla daha az değişime neden olmuştur. Bunda a parametrelerinin genelde düşük madde sayısında b parametresinden daha hatalı kestirilmesinin rol oynadığı düşünülmektedir. Örneklem büyüklüğü 3000 koşulunda MHRM algoritmasında madde sayısı arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerlerinde 1500 örnekleme oranla daha az bir düşüş meydana gelmiştir. Tablo 5 ve Şekil 9 incelendiğinde

MHRM algoritmasında genellikle madde sayısı ve örneklem büyüklüğünü arttırmanın madde parametrelerinin hatasını azalttığı sonucuna varılabilir.

Şekil 10'da iki boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda MHRM algoritması ile kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

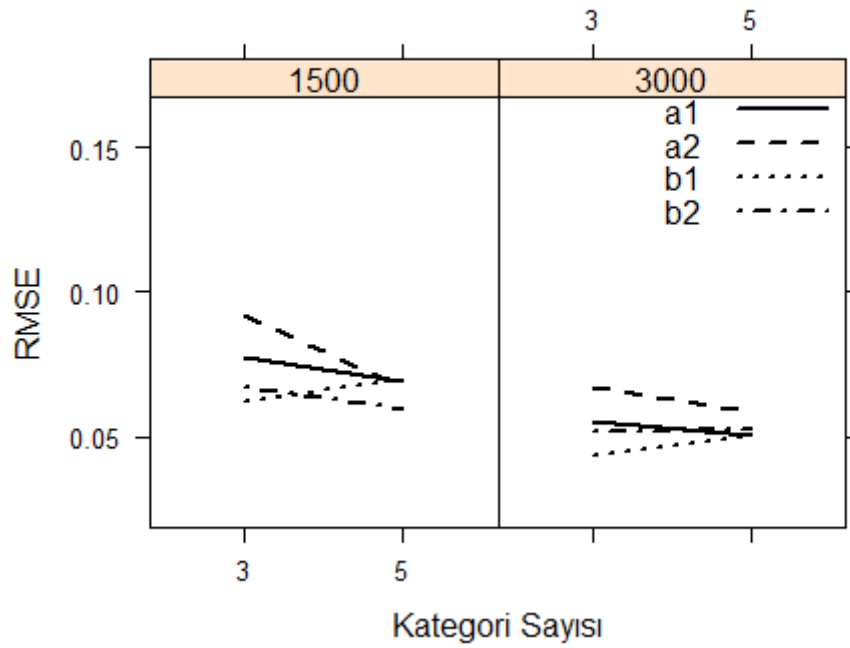


Şekil 10. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

MHRM algoritmasında iki boyutlu ve üç kategorili ölçme araçlarında boyutlar arası korelasyon değerini arttırmak ya da azaltmak keskin bir azalışa sebep olmamıştır, ancak 3000 örneklem koşulunda 1500 örnekleme göre daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Beş kategorili ölçme araçlarında ise MHRM algoritmasında 3000 örneklem için genelde her parametrede boyutlar arası korelasyonu arttırmak RMSE değerlerini çok fazla etkilemezken, 1500 örneklemde b_3 parametresi dışında madde parametreleri için boyutlar arası korelasyonu arttırmak RMSE değerlerinde devamlı bir azalmaya sebep olmamıştır, genelde neredeyse tüm madde parametrelerinde 0,2 boyutlar arası korelasyondan 0,5 boyutlar arası korelasyona

RMSE değerleri düşerken, 0,5 korelasyondan 0,8 korelasyona RMSE değerleri tekrar bir miktar artmıştır. Örneklem büyüklüğünü arttırmak üç ve beş kategorili ölçme araçlarında da elde edilen RMSE değerlerinin düşüşüne sebep olmuştur.

Şekil 11’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı (3-5) koşulunda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir.



Şekil 11. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 11’e göre, MHRM algoritmasında 1500 örneklem a_2 parametresi dışındaki koşullarda kategori sayısı artması madde parametrelerinin RMSE değerlerinde bir azalışa sebep olmamıştır. Başka bir deyişle iki boyutlu yapılarda kategori sayısı değişimi genelde MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin değişiminde (1500 örneklem a_2 parametresine ait değerler dışında) etkin bir rol oynamamıştır.

Tablo 6’da iki boyutlu basit yapıli ölçme araçları için MHRM algoritmasında madde parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 6.

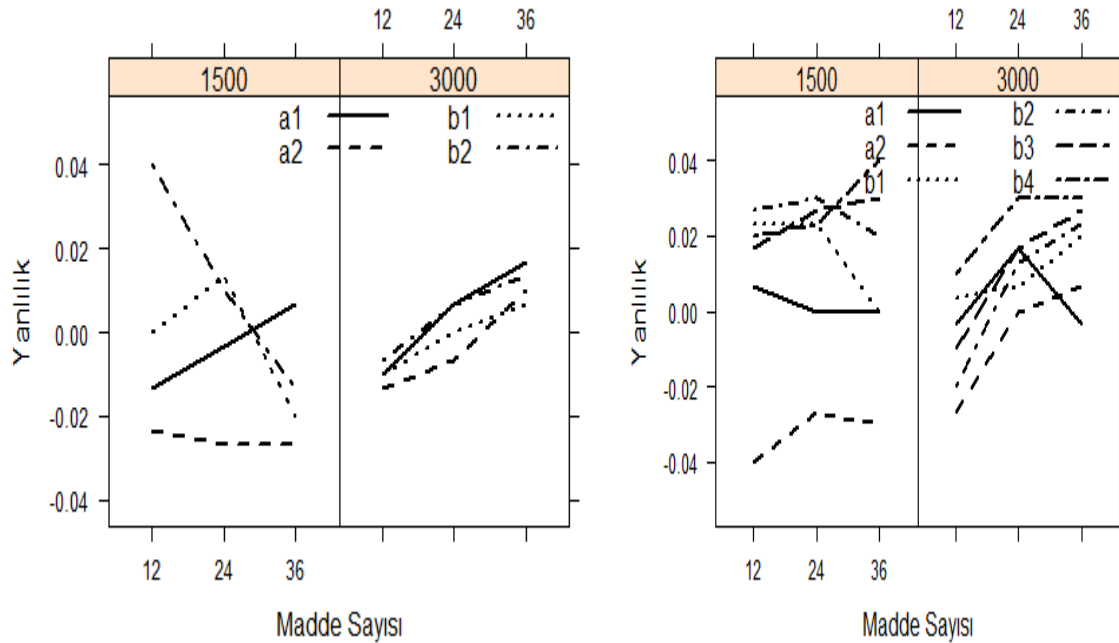
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 kategori				5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar arası Korelasyon	a1	a2	b1	b2	a1	a2	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	-0,03	-0,02	0,00	0,05	0,00	-0,05	0,01	0,03	0,02	0,02
		0,5	-0,01	-0,02	0,00	0,03	0,01	-0,04	0,02	0,02	0,00	0,02
		0,8	0,00	-0,03	0,00	0,04	0,01	-0,03	0,04	0,03	0,03	0,02
	24	0,2	-0,01	-0,04	0,02	0,02	0,00	-0,03	0,02	0,03	0,02	0,02
		0,5	-0,01	-0,02	0,01	0,02	0,00	-0,03	0,01	0,02	0,02	0,01
		0,8	0,01	-0,02	0,01	-0,01	0,00	-0,02	0,04	0,04	0,04	0,04
	36	0,2	0,00	-0,04	-0,02	-0,01	-0,01	-0,04	0,02	0,04	0,05	0,05
		0,5	0,01	-0,03	-0,02	-0,02	0,00	-0,03	0,00	0,02	0,03	0,04
		0,8	0,01	-0,01	-0,02	-0,01	0,01	-0,02	-0,02	0,00	0,01	0,03
3000	12	0,2	-0,01	-0,02	-0,01	0,00	0,00	-0,03	0,00	-0,03	-0,01	0,02
		0,5	-0,01	-0,01	-0,02	-0,01	0,00	-0,03	0,01	-0,01	-0,01	0,01
		0,8	-0,01	-0,01	0,00	-0,01	-0,01	-0,02	0,00	-0,02	-0,01	0,00
	24	0,2	0,00	-0,01	0,01	0,02	0,01	0,00	0,01	0,02	0,02	0,04
		0,5	0,01	-0,01	0,01	0,01	0,02	0,00	0,01	0,02	0,02	0,03
		0,8	0,01	0,00	-0,02	-0,01	0,02	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02
	36	0,2	0,01	0,00	0,02	0,03	0,00	0,00	0,02	0,03	0,03	0,04
		0,5	0,02	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,01	0,03	0,02	0,03	0,03
		0,8	0,02	0,02	0,01	0,02	-0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02

Tablo 6'daki iki boyutlu yapılarda MHRM algoritmasında yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,05 arasında değişmektedir. MHRM algoritmasında en büyük değişimler a_2 parametresi için beş kategorili veri koşullarında ve üç kategorili veri koşulunda b_2 parametresi için yaşanmıştır. Çok boyutlu ATM'ye göre MHRM algoritmasında kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,03; a_2 parametresi için 0 ile 0,04; b_1 parametresi için 0 ile 0,02 ve b_2 parametresi ise 0 ile 0,05 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre MHRM algoritmasında kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri beş kategorili verilerde a_1

parametresi için 0 ile 0,02; a_2 parametresi için 0 ile 0,05; b_1 parametresi için 0 ile 0,04; b_2 parametresi için 0 ile 0,04; b_3 parametresi için 0,01 ile 0,03 ve b_4 parametresi ise 0 ile 0,05 aralığında değişmektedir.

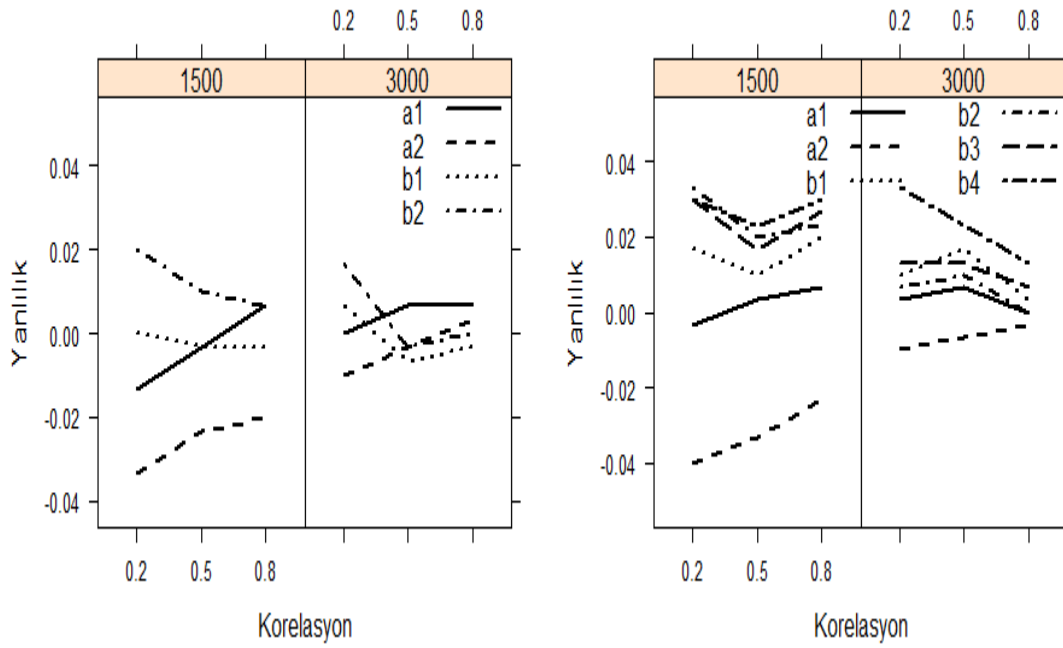
Şekil 12’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 12. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

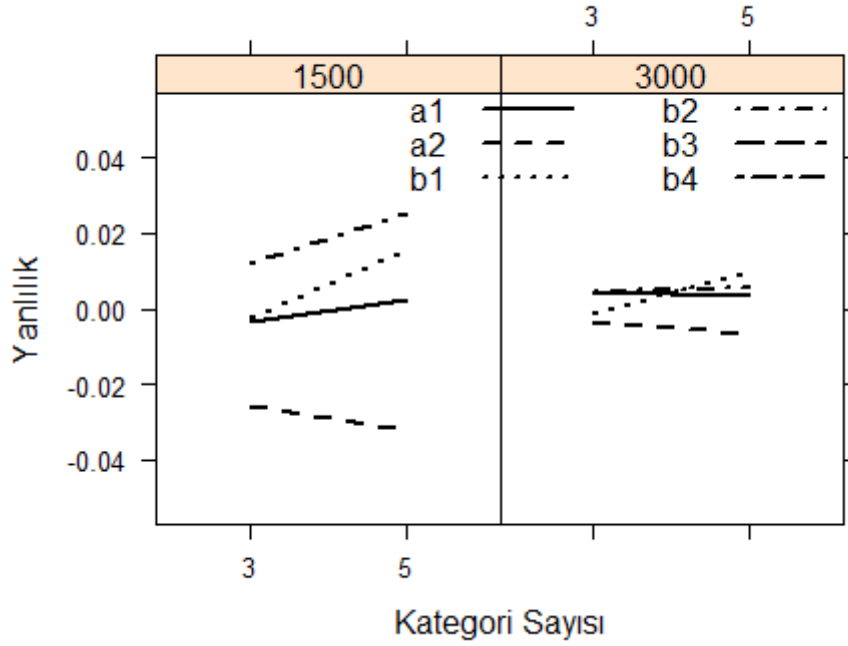
Şekil 12’de yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, MHRM algoritmasında yanlılık değerlerinin grafiklerden de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sifıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 12 incelendiğinde MHRM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en çok genelde a_2 ve b_2 parametrelerinin yanlı kestirildiği söylenebilir.

Şekil 13’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 13. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelayona Göre İncelenmesi

Şekil 13’de yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, MHRM algoritmasında yanlılık değerlerinin grafiklerden de anlaşıldığı üzere 1500 örneklem koşulunda düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. MHRM algoritmasında 3000 örneklem koşulunda ise üç ve beş kategorili verilerde neredeyse tüm parametrelerin yanlılık değerleri korelasyon arttıkça sıfıra yaklaşmaktadır. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 13 incelendiğinde, MHRM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en çok genelde a_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir.



Şekil 14. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 14’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı koşulunda (3-5) MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafik incelendiğinde, kategori sayısı arttıkça yanlılık değerlerinin genelde sabit kaldığı görülmektedir.

1.3.Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“İki boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 7’de iki boyutlu basit yapıli ölçme araçları için QMCEM algoritmasında madde parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 7.

İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 kategori				5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar arası Korelasyon	a1	a2	b1	b2	a1	a2	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,14	0,10	0,07	0,08	0,08	0,10	0,07	0,07	0,08	0,09
		0,5	0,10	0,10	0,07	0,08	0,07	0,09	0,07	0,07	0,06	0,10
		0,8	0,10	0,10	0,06	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,11
	24	0,2	0,05	0,10	0,06	0,06	0,07	0,07	0,06	0,05	0,08	0,09
		0,5	0,06	0,11	0,05	0,06	0,07	0,08	0,07	0,05	0,07	0,07
		0,8	0,07	0,11	0,07	0,06	0,07	0,07	0,07	0,06	0,07	0,08
	36	0,2	0,05	0,07	0,06	0,06	0,07	0,06	0,08	0,05	0,07	0,08
		0,5	0,05	0,07	0,05	0,06	0,07	0,06	0,07	0,04	0,07	0,08
		0,8	0,06	0,07	0,06	0,06	0,07	0,05	0,08	0,05	0,08	0,08
3000	12	0,2	0,06	0,08	0,05	0,05	0,07	0,09	0,05	0,06	0,05	0,07
		0,5	0,05	0,07	0,04	0,05	0,06	0,07	0,04	0,06	0,05	0,07
		0,8	0,04	0,08	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,04	0,05	0,06
	24	0,2	0,06	0,07	0,05	0,06	0,04	0,08	0,05	0,04	0,06	0,07
		0,5	0,05	0,06	0,05	0,06	0,05	0,07	0,06	0,05	0,05	0,06
		0,8	0,04	0,07	0,05	0,05	0,05	0,06	0,04	0,05	0,05	0,06
	36	0,2	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05	0,04	0,05	0,07
		0,5	0,06	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,05	0,04	0,05	0,07
		0,8	0,06	0,06	0,05	0,05	0,04	0,05	0,05	0,04	0,05	0,05

Tablo 7 incelendiğinde iki boyutlu yapılarda QMCEM algoritmasında RMSE değerlerinin 0,04 ile 0,14 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre QMCEM algoritması ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,14; a_2 parametresi için 0,04 ile 0,11; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,07 ve b_2 parametresi ise 0,04 ile 0,08 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre QMCEM algoritması ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; a_2 parametresi için 0,04 ile 0,10; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; b_2 parametresi için 0,04 ile 0,07; b_3 parametresi için 0,05 ile 0,08 ve b_4 parametresi ise 0,05 ile 0,11 aralığında değişmektedir. QMCEM algoritmasında zayıf uyumu

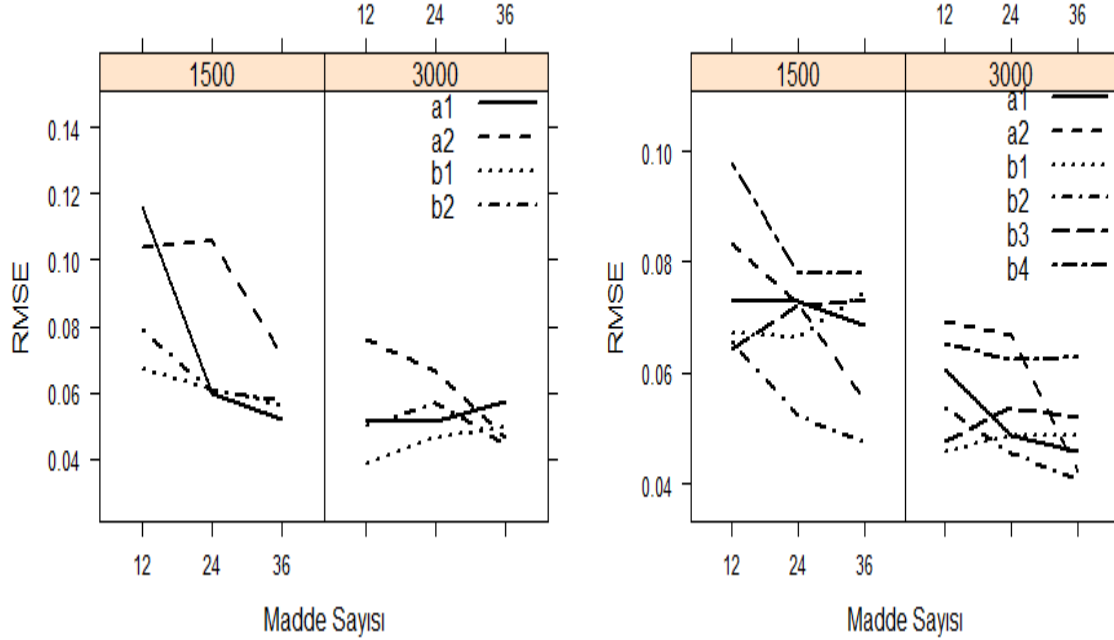
gösteren RMSE değerleri üç kategorili verilerde 1500 örneklem 12 madde 0,2; 0,5; 0,8 korelasyon için a_1 parametresinin kestiriminde; 1500 örneklem 12 ve 24 madde için a_2 parametresinin kestiriminde görülmektedir. Beş kategorili verilerde QMCEM algoritmasında 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon koşulunda a_2 parametresine ait RMSE değerleri de zayıf uyumu göstermektedir. QMCEM algoritmasında 1500 örneklem 12 madde 0,5; 0,8 korelasyon için b_4 parametresinin kestiriminde ölçme kesinliği daha düşüktür. QMCEM algoritmasında farklı korelasyon değerleri (0,2; 0,5; 0,8) ile elde edilen RMSE değerleri parametreden parametreye değişiklik göstermektedir. Madde sayısının da artması aynı şekilde QMCEM algoritmasında parametre kestirimlerinin RMSE değerleri üzerinde genelde azalmaya sebep olduğu, yani madde sayısının artmasının ölçme kesinliğine katkı sağladığı söylenebilir. Aynı şekilde örneklem büyüklüğünü 1500'den 3000'e çıkarmak QMCEM algoritmasında RMSE değerlerinin düşmesine neden olmuştur.

Tablo 7 incelendiğinde QMCEM algoritmasında en yüksek RMSE değerinin 0,14 ile 1500 örneklem 12 madde ve 0,2 korelasyon koşulunda a_1 parametresine ait olduğu görülmektedir. İki boyutlu basit yapıli çok kategorili ölçme araçlarında madde parametresi kestirim sonuçlarına göre QMCEM algoritmasında b parametreleri genellikle a parametrelerinden daha düşük hata ile kestirilmiştir. Bu durum b parametrelerinin a parametresine oranla daha kararlı kestirildiğinin göstergesi olarak düşünülebilir. Az madde sayısına sahip ölçme aracı koşullarında (12 madde) a_1 ve a_2 parametrelerinden QMCEM algoritması ile elde edilen RMSE değerleri, 24 ve 36 maddelik simülasyon koşulundaki RMSE değerlerinden genellikle yüksektir.

Tablo 7 incelendiğinde QMCEM algoritmasında kategori sayısını üçten beşe çıkarılmasıyla 1500 örneklem için a_2 ve b_2 parametrelerinin RMSE değerlerinin azaldığı görülmektedir. Örneğin; örneklem büyüklüğü 1500 için a_2 parametreleri üç kategorili veride 0,07 ve 0,11 arasında değerler alırken, beş kategoride 0,05 ve 0,10 arasında değerler almaktadır. Diğer koşullarda ise kategori sayısı değişimi madde parametrelerinin hatasında büyük bir değişime neden olmamaktadır.

Şekil 15'te iki boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda QMCEM algoritması ile kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde

parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

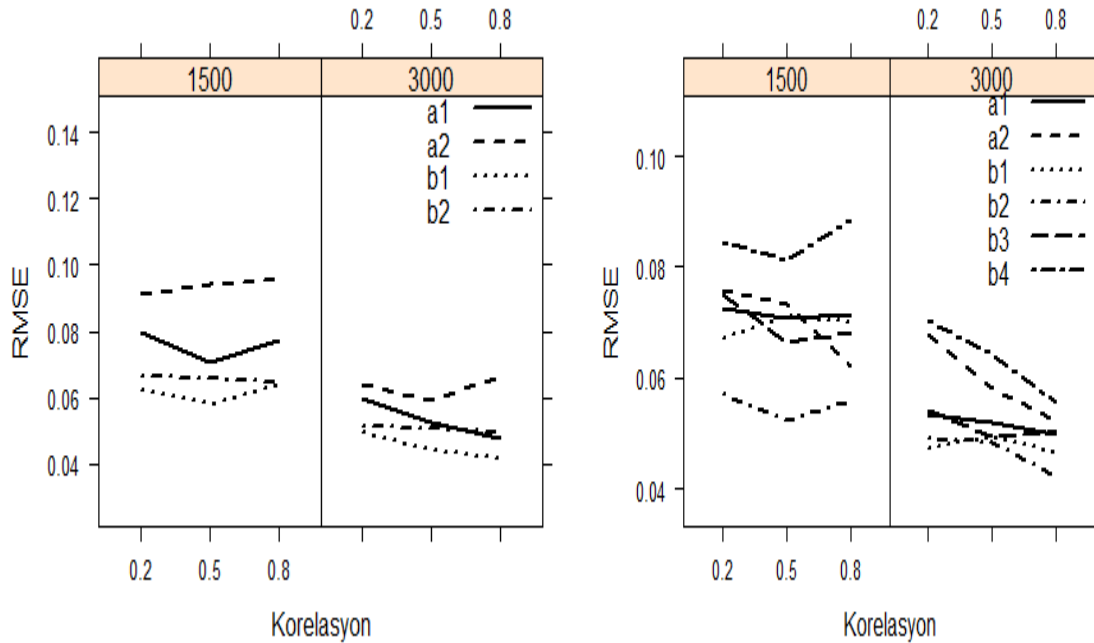


Şekil 15. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 15'te verilen grafik incelendiğinde QMCEM algoritmasında iki boyutlu üç kategorili ölçme aracında b parametrelerinin genelde a parametresine oranla daha az hatayla kestirildiği görülmektedir. Soldaki şekil incelendiğinde QMCEM algoritmasında 1500 örneklemede a_1 parametresi için madde sayısı arttırmanın elde edilen RMSE değerinde keskin bir azalışa sebep olduğu görülürken, 3000 örneklemede madde sayısı arttırımının bu denli bir değişikliğe neden olmadığı görülmektedir. QMCEM algoritmasında üç ve beş kategorili verilerden elde edilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde örneklem büyüklüğü arttıkça özellikle a parametrelerinde bir azalışa neden olduğu bulunmuştur. Üç kategorili verilerde QMCEM algoritmasında 1500 örneklemede madde sayısını arttırmak b parametrelerinin RMSE değerlerinde a parametrelerinin RMSE değerlerine oranla daha az değişime neden olmuştur. Bunda a parametrelerinin genelde düşük madde sayısında b parametresinden daha hatalı kestirilmesinin rol oynadığı düşünölmektedir. Örneklem büyüklüğü 3000 koşulunda madde sayısı arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerlerinde 1500 örnekleme oranla daha az bir düşüş meydana gelmiştir. Tablo 7 ve Şekil

15 incelendiğinde iki boyutlu yapılarda QMCEM algoritmasında genellikle madde sayısı ve örneklem büyüklüğünü arttırmak madde parametrelerinin hatasını azalttığı sonucuna varılabilir.

Şekil 16’da iki boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda QMCEM algoritması ile kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

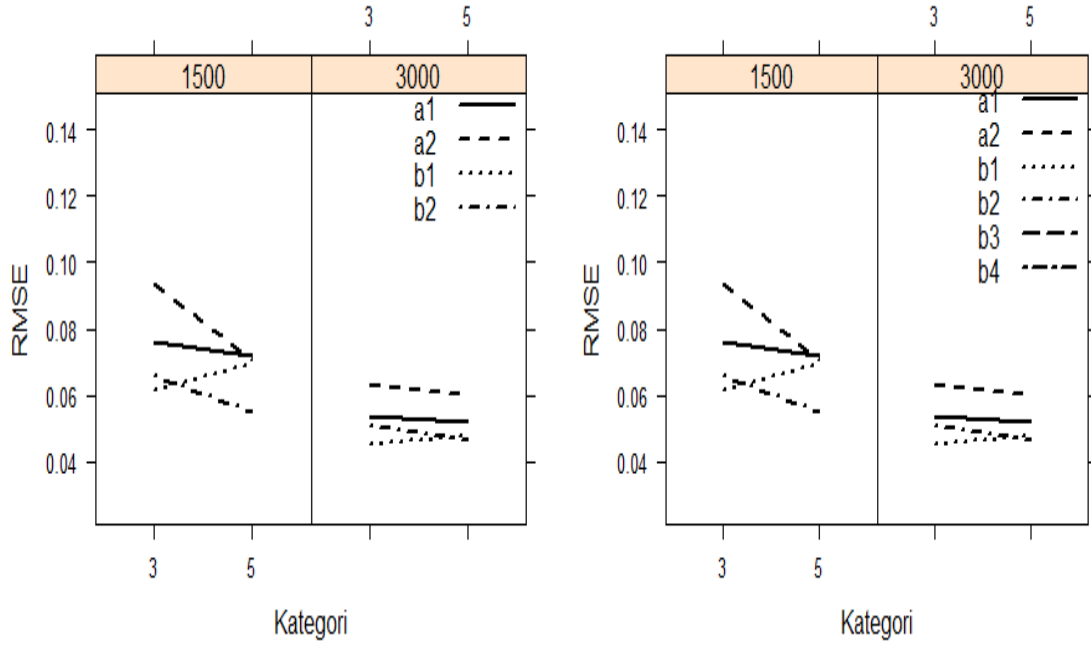


Şekil 16. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

QMCEM algoritmasında iki boyutlu ve üç kategorili ölçme araçlarında boyutlar arası korelasyon sayısını arttırmak keskin bir azalışa sebep olmamıştır, ancak 3000 örneklem koşulunda 1500 örnekleme göre daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Beş kategorili ölçme araçlarında ise 3000 örneklem için QMCEM algoritmasında genelde her parametrede boyutlar arası korelasyonu arttırmak RMSE değerlerinde düşüşe sebep olurken, 1500 örnekleme böyle bir örüntü madde parametreleri için söz konusu değildir. Ancak örneklem

büyükliğini arttırmak QMCEM algoritmasında beş kategorili ölçme araçlarında da elde edilen RMSE değerlerinin düşüşüne sebep olmuştur.

Şekil 17’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı (3-5) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir.



Şekil 17. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 17’ye göre, QMCEM algoritmasında 1500 örneklem a_2 ve b_2 parametresi dışındaki koşullarda kategori sayısı artması madde parametrelerinin RMSE değerlerinde bir azalışa sebep olmamıştır. Başka bir deyişle iki boyutlu yapılarda kategori sayısı değişimi genelde QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin değişiminde (1500 örneklem a_2 ve b_2 parametrelerine ait değerler dışında) etkin bir rol oynamamıştır.

Tablo 8’de iki boyutlu basit yapıli ölçme araçları için QMCEM algoritmasında madde parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 8.

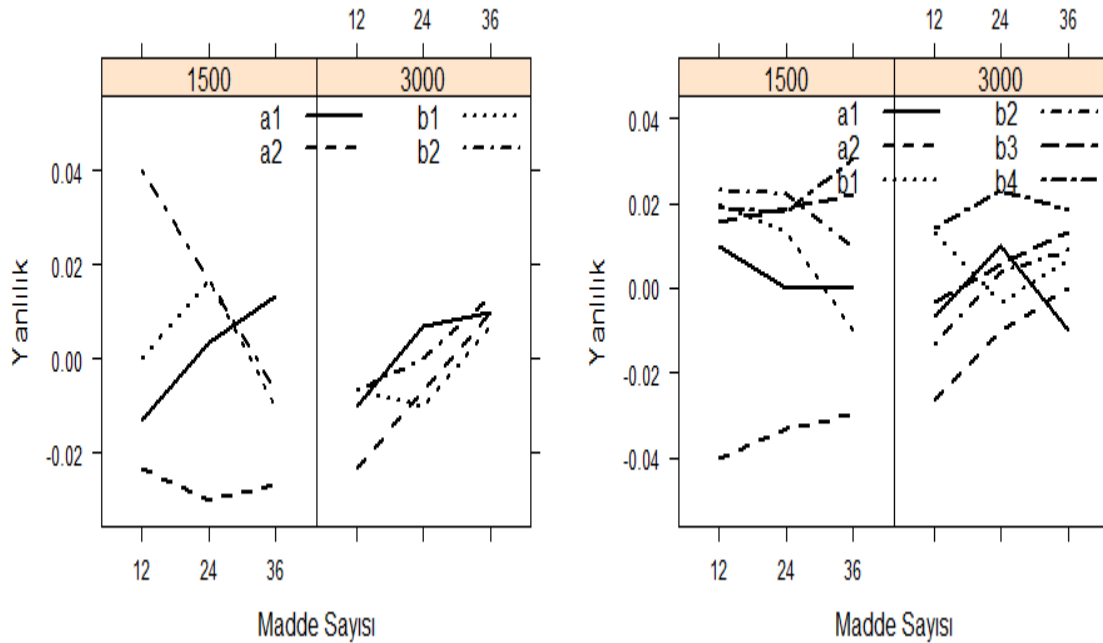
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 kategori				5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar arası Korelasyon	a1	a2	b1	b2	a1	a2	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	-0,03	-0,02	-0,01	0,05	0,01	-0,05	0,01	0,03	0,02	0,02
		0,5	-0,01	-0,02	0,00	0,03	0,01	-0,04	0,02	0,02	0,01	0,02
		0,8	0,00	-0,03	0,01	0,04	0,01	-0,03	0,03	0,03	0,02	0,02
	24	0,2	0,00	-0,03	0,02	0,02	0,00	-0,04	0,01	0,02	0,02	0,02
		0,5	0,00	-0,03	0,01	0,02	0,00	-0,03	0,01	0,02	0,02	0,01
		0,8	0,01	-0,03	0,02	0,01	0,00	-0,03	0,02	0,03	0,02	0,03
	36	0,2	0,01	-0,03	-0,01	-0,01	-0,01	-0,04	-0,01	0,02	0,02	0,02
		0,5	0,01	-0,03	-0,01	-0,01	0,00	-0,03	-0,01	0,01	0,02	0,03
		0,8	0,02	-0,02	-0,01	0,00	0,01	-0,02	-0,01	0,01	0,02	0,04
3000	12	0,2	-0,01	-0,03	-0,01	0,00	-0,01	-0,03	0,01	-0,02	0,00	0,03
		0,5	-0,01	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	-0,03	0,02	-0,01	0,00	0,01
		0,8	-0,01	-0,02	0,00	-0,01	-0,01	-0,02	0,01	-0,02	0,00	0,01
	24	0,2	0,00	-0,01	-0,01	0,00	0,01	-0,01	0,00	0,01	0,01	0,03
		0,5	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,01	-0,01	0,00	0,01	0,01	0,02
		0,8	0,01	0,00	-0,01	0,00	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,02
	36	0,2	0,01	0,00	0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,01	0,01	0,02
		0,5	0,01	0,01	0,00	0,01	-0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02
		0,8	0,01	0,02	0,01	0,02	-0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02

Tablo 8’deki yanlılık değerleri incelendiğinde QMCEM algoritmasında değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. QMCEM algoritmasında mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,05 arasında değişmektedir. En büyük değişimler QMCEM algoritmasında a_2 ve b_2 parametreleri için üç ve beş kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. Çok boyutlu ATM’ye göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,03; a_2 parametresi için 0 ile 0,03; b_1 parametresi için 0 ile 0,02 ve b_2 parametresi ise 0 ile 0,05 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM’ye göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile

0,01; a_2 parametresi için 0 ile 0,05; b_1 parametresi için 0 ile 0,03; b_2 parametresi için 0 ile 0,03; b_3 parametresi için 0,01 ile 0,02 ve b_4 parametresi ise 0,01 ile 0,04 aralığında değişmektedir.

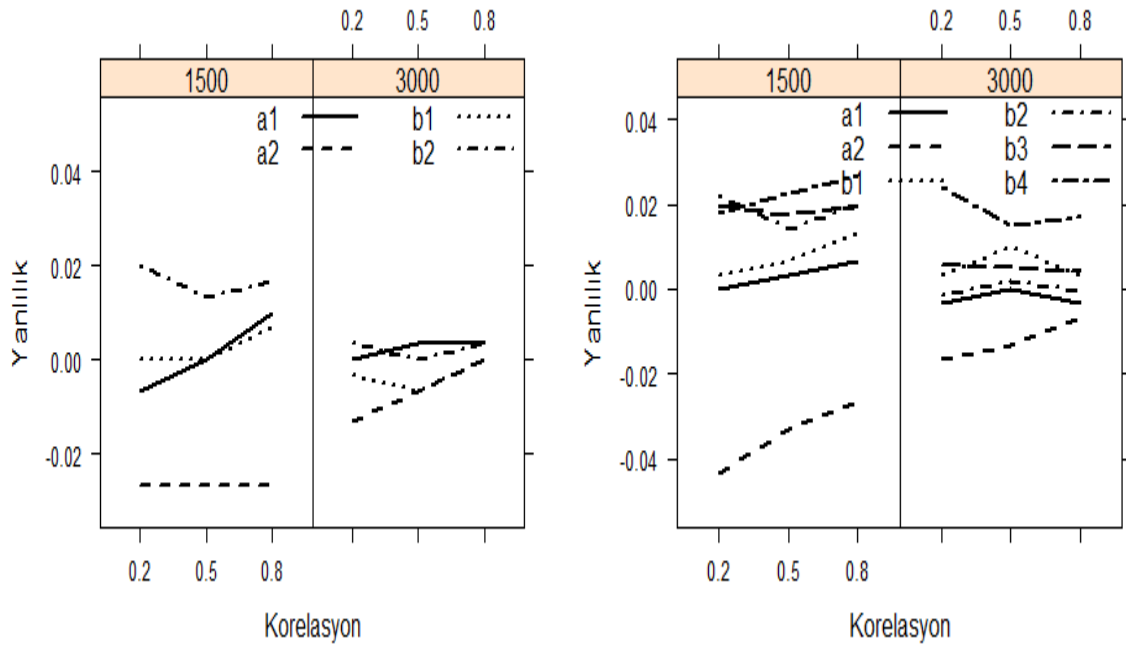
Şekil 18’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 18. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

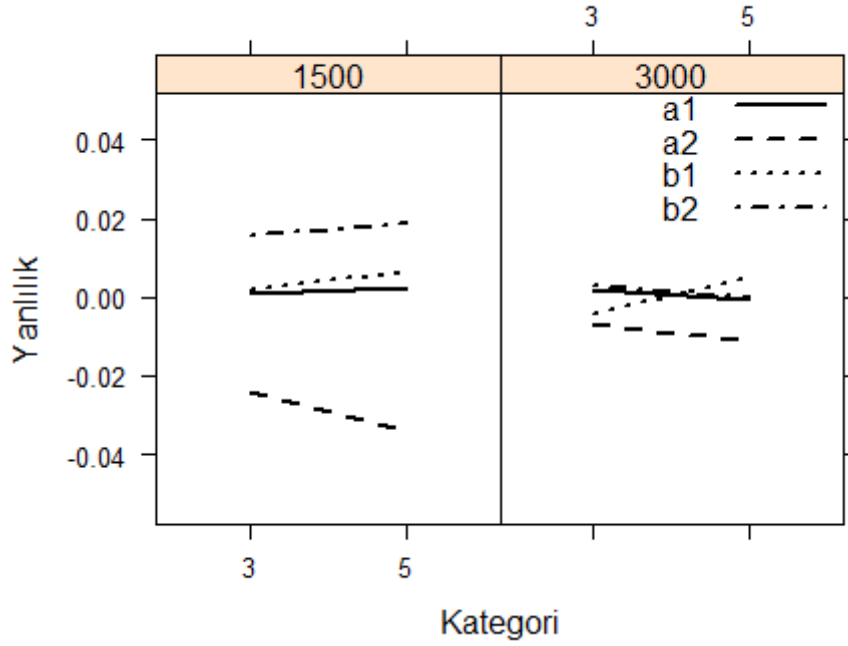
Şekil 18’de yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, QMCEM algoritmasında yanlılık değerlerinin iki boyutlu yapıda grafiklerden de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir.

Şekil 19’da iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 19. İki Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 19’da yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, QMCEM algoritmasında farklı boyutlar arası korelasyon koşullarında genellikle büyük bir değişim göstermediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 19 incelendiğinde, QMCEM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en çok genelde a_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir.



Şekil 20. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 20’de iki boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı koşulunda (3-5) QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafik incelendiğinde, kategori sayısı arttıkça yanlılık değerlerinin sabit kaldığı görülmektedir.

1.4. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“Üç boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 9’da üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için EM algoritmasında madde parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 9.

Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 kategori					5 kategori						
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Araç Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	a3	b1	b2	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,07	0,08	0,11	0,06	0,06	0,08	0,08	0,11	0,10	0,09	0,08	0,10
		0,5	0,10	0,08	0,10	0,09	0,09	0,12	0,09	0,14	0,12	0,11	0,13	0,13
		0,8	0,11	0,10	0,12	0,06	0,06	0,13	0,07	0,15	0,10	0,09	0,10	0,11
	24	0,2	0,07	0,09	0,10	0,06	0,05	0,05	0,06	0,09	0,10	0,08	0,08	0,08
		0,5	0,08	0,06	0,08	0,06	0,05	0,04	0,04	0,07	0,08	0,06	0,08	0,09
		0,8	0,09	0,06	0,08	0,08	0,07	0,05	0,06	0,09	0,12	0,11	0,10	0,11
	36	0,2	0,07	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,06	0,07	0,07	0,10	0,08
		0,5	0,08	0,08	0,06	0,06	0,05	0,04	0,04	0,05	0,06	0,06	0,06	0,11
		0,8	0,06	0,07	0,05	0,06	0,07	0,03	0,07	0,05	0,07	0,05	0,05	0,09
3000	12	0,2	0,07	0,11	0,07	0,06	0,05	0,07	0,08	0,10	0,10	0,09	0,10	0,10
		0,5	0,05	0,06	0,12	0,05	0,05	0,06	0,08	0,11	0,06	0,06	0,07	0,09
		0,8	0,04	0,06	0,12	0,07	0,05	0,06	0,08	0,13	0,10	0,09	0,10	0,09
	24	0,2	0,06	0,08	0,08	0,07	0,05	0,04	0,07	0,06	0,05	0,05	0,06	0,10
		0,5	0,05	0,07	0,05	0,06	0,05	0,05	0,04	0,06	0,08	0,08	0,07	0,08
		0,8	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,05	0,07	0,05	0,06	0,06	0,07	0,09
	36	0,2	0,06	0,05	0,07	0,06	0,05	0,03	0,03	0,06	0,05	0,05	0,08	0,05
		0,5	0,04	0,05	0,05	0,07	0,06	0,03	0,04	0,05	0,06	0,04	0,06	0,07
		0,8	0,04	0,06	0,05	0,06	0,05	0,04	0,04	0,05	0,04	0,04	0,07	0,08

Tablo 9 incelendiğinde EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin üç boyutlu yapıda 0,03 ile 0,15 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre EM algoritması ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,11; a_2 parametresi için 0,05 ile 0,11; a_3 parametresi için 0,05 ile 0,12; b_1 parametresi için 0,05 ile 0,09 ve b_2 parametresi ise 0,05 ile 0,09 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre EM algoritması ile kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,03 ile 0,13; a_2 parametresi için 0,03 ile 0,09; a_3 parametresi için 0,05 ile 0,15; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,12; b_2 parametresi için 0,04 ile 0,11; b_3 parametresi için 0,05 ile 0,13 ve b_4

parametresi ise 0,05 ile 0,13 aralığında değişmektedir. Zayıf uyumu gösteren 0,1'den büyük RMSE değerleri üç kategori koşulunda EM algoritmasıyla 1500 örneklem 12 madde 0,8 korelasyon için a_1 parametresinin kestiriminde; 1500 örneklem 12 madde için 0,2; 0,8 korelasyon koşulunda a_3 parametresinin kestiriminde görülmektedir. Üç kategorili verilerde EM algoritmasıyla 3000 örneklem 12 madde 0,5; 0,8 korelasyon için a_3 parametresinin kestiriminde ve 12 madde 0,2 korelasyon için a_2 parametresinin kestiriminden elde edilen RMSE değerleri 0,10'un üzerindedir. Beş kategori koşulunda EM algoritmasıyla 1500 örneklem 12 madde 0,5; 0,8 korelasyon için a_1 parametresinin kestiriminde; 12 madde için her korelasyon koşulunda a_3 , b_1 ve b_4 parametrelerinin kestiriminde; 12 madde 0,5 korelasyon için b_2 parametresinin kestiriminde ve 12 madde 0,5; 0,8 korelasyon için b_3 parametresinin kestiriminde, 24 madde 0,8 korelasyon için b_1 , b_2 , b_4 parametrelerinin kestiriminde yüksek RMSE değerleri görülmektedir. Beş kategorili verilerde 3000 örneklem 12 madde 0,2; 0,8 korelasyon koşullarında EM algoritmasıyla a_3 parametresinin kestiriminden elde edilen RMSE değerleri 0,10'un üzerindedir. Tüm 0,10'dan yüksek değerler incelendiğinde daha çok EM algoritmasında 1500 örneklem için elde edilen değerler olduğu görülmektedir.

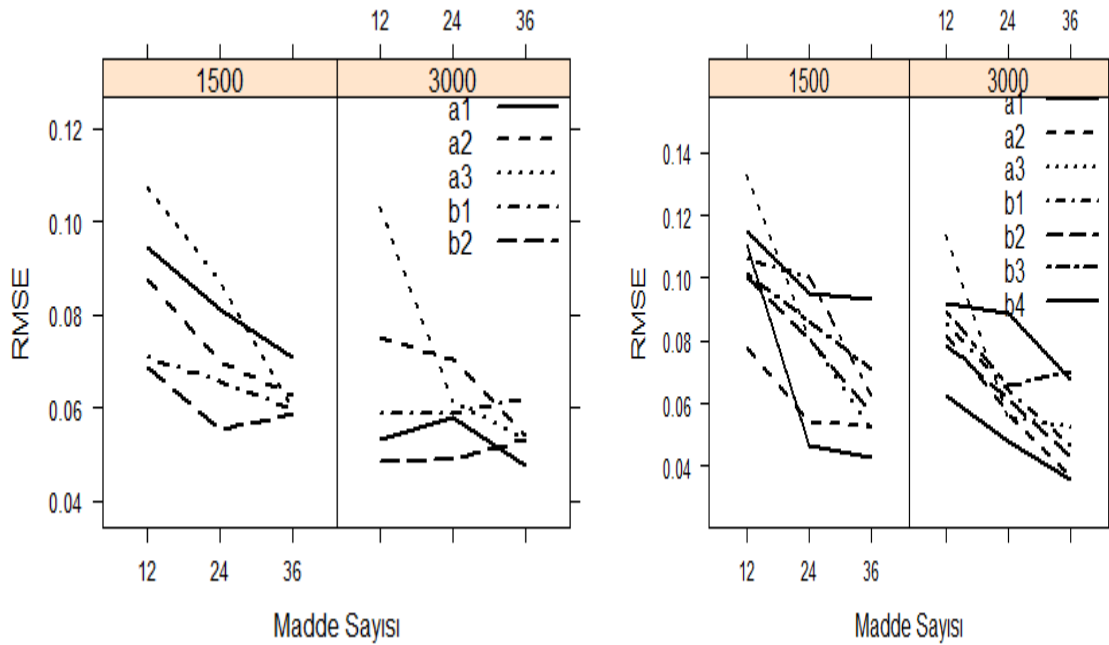
Farklı korelasyon değerleri (0,2; 0,5; 0,8) ile EM algoritmasından elde edilen RMSE değerleri parametreden parametreye değişiklik göstermektedir. Madde sayısının da artması aynı şekilde EM algoritmasında parametre kestirimlerinin RMSE değerleri üzerinde genelde azalmaya sebep olduğu, yani madde sayısının artmasının ölçme kesinliğine katkı sağladığı söylenebilir. Aynı şekilde örneklem büyüklüğünü 1500'den 3000'e çıkarmak EM algoritmasında RMSE değerlerinin düşmesine neden olmuştur. Örneğin, üç kategorili ölçme araçlarında a_1 parametresi için 1500 örneklem koşulunda RMSE değerleri 0,06 ve 0,11 aralığında değişirken, 3000 örneklem için 0,04 ve 0,07 aralığında değişmektedir.

Tablo 9 incelendiğinde EM algoritmasında en yüksek RMSE değerinin 0,15 ile 1500 örneklem beş kategori, 12 madde ve 0,8 korelasyon koşulunda a_3 parametresine ait olduğu görülmektedir. Az madde sayısına sahip ölçme aracı koşullarında (12 madde) EM algoritmasında a_1 ve a_2 parametrelerinden elde edilen RMSE değerleri, 24 ve 36 maddelik simülasyon koşulundaki RMSE değerlerinden genellikle yüksektir.

Üç boyutlu yapılarda kategori sayısı değişimi EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerinin hatasında büyük bir değişime neden olmamaktadır. Örneğin; örneklem

büyüklüğü 1500 için a_2 parametreleri üç kategorili veride 0,06 ve 0,10 arasında değerler alırken, beş kategoride 0,04 ve 0,09 arasında değerler almaktadır.

Şekil 21’de üç boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

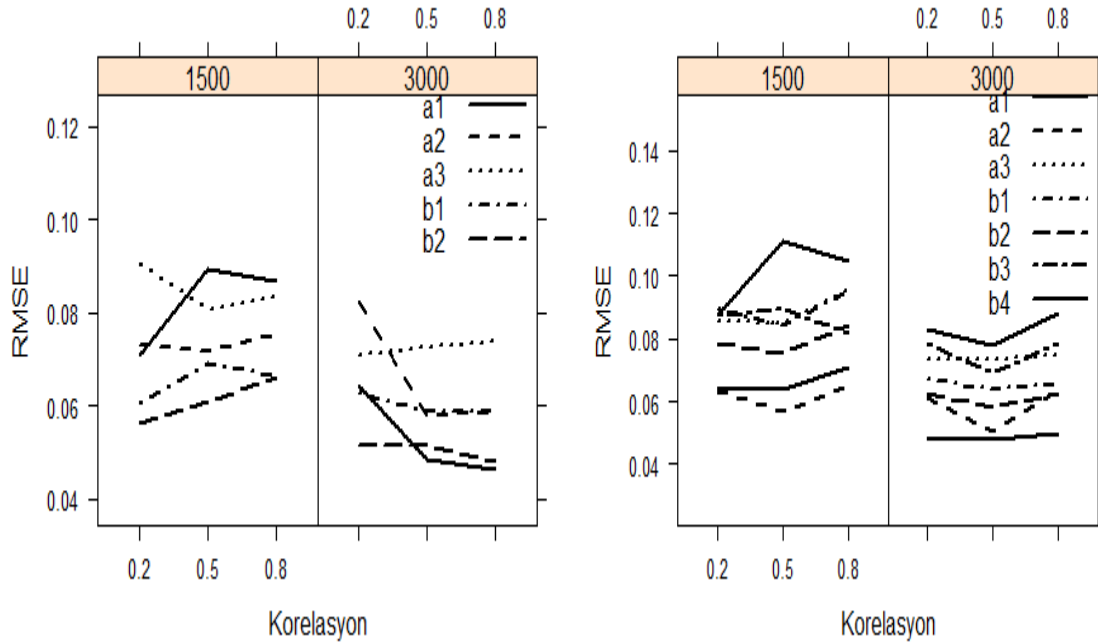


Şekil 21. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 21’de verilen grafik incelendiğinde EM algoritmasında üç boyutlu yapıya sahip üç kategorili ölçme aracında b parametrelerinin genelde a parametresine oranla daha az hatayla kestirildiği görülmektedir. Soldaki şekil incelendiğinde EM algoritmasında 1500 örnekleme a_1 parametresi için madde sayısı arttırmanın elde edilen RMSE değerinde keskin bir azalışa sebep olduğu görülürken, 3000 örnekleme madde sayısı arttırımının bu denli bir değişikliğe neden olmadığı görülmektedir. Üç ve beş kategorili verilerden elde edilen EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde örneklem büyüklüğü arttıkça (özellikle a parametrelerinde) bir azalışa neden olduğu bulunmuştur. Üç kategorili

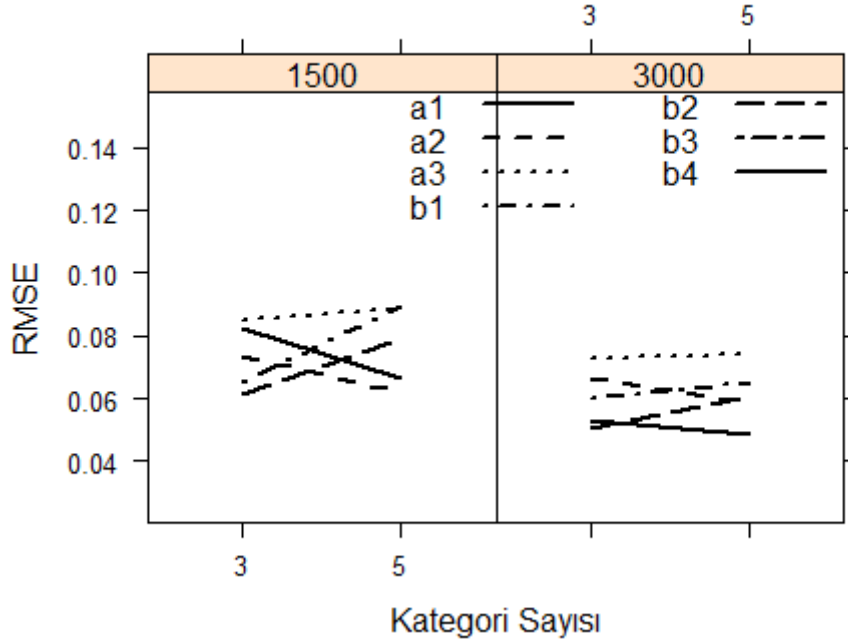
verilerde EM algoritmasında 1500 örnekleme madde sayısını arttırmak b parametrelerinin RMSE değerlerinde a parametrelerinin RMSE değerlerine oranla daha az değişime neden olmuştur. Bunda a parametrelerinin genelde düşük madde sayısında b parametresinden daha hatalı kestirilmesinin rol oynadığı düşünülmektedir. Örneklem büyüklüğü 3000 koşulunda madde sayısı arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerlerinde (a_3 parametresi hariç) 1500 örnekleme oranla daha az bir düşüş meydana gelmiştir. Tablo 9 ve Şekil 21 incelendiğinde üç boyutlu yapıda EM algoritmasında genellikle madde sayısı ve örneklem büyüklüğünü arttırmak madde parametrelerinin hatasını genelde azalttığı sonucuna varılabilir.

Şekil 22’de üç boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.



Şekil 22. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Üç boyutlu yapıya sahip üç ve beş kategorili ölçme araçlarında boyutlar arası korelasyonu arttırmak ya da azaltmak EM algoritmasında düzenli bir örüntüye sebep olmamıştır, ancak 3000 örneklem koşulunda 1500 örnekleme göre daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir.



Şekil 23. Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 23 incelendiğinde, 1500 örneklem a_1 ve a_2 parametresi kestirimi dışında kategori sayısı artması madde parametrelerinin RMSE değerlerinde bir azalışa sebep olmamıştır. Başka bir deyişle üç boyutlu yapılarda kategori sayısı değişimi genelde EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin değişiminde (1500 örneklem a_1 ve a_2 parametrelerine ait değerler dışında) etkin bir rol oynamamıştır.

Tablo 10'da üç boyutlu basit yapıli ölçme araçları için EM algoritmasında madde parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 10.

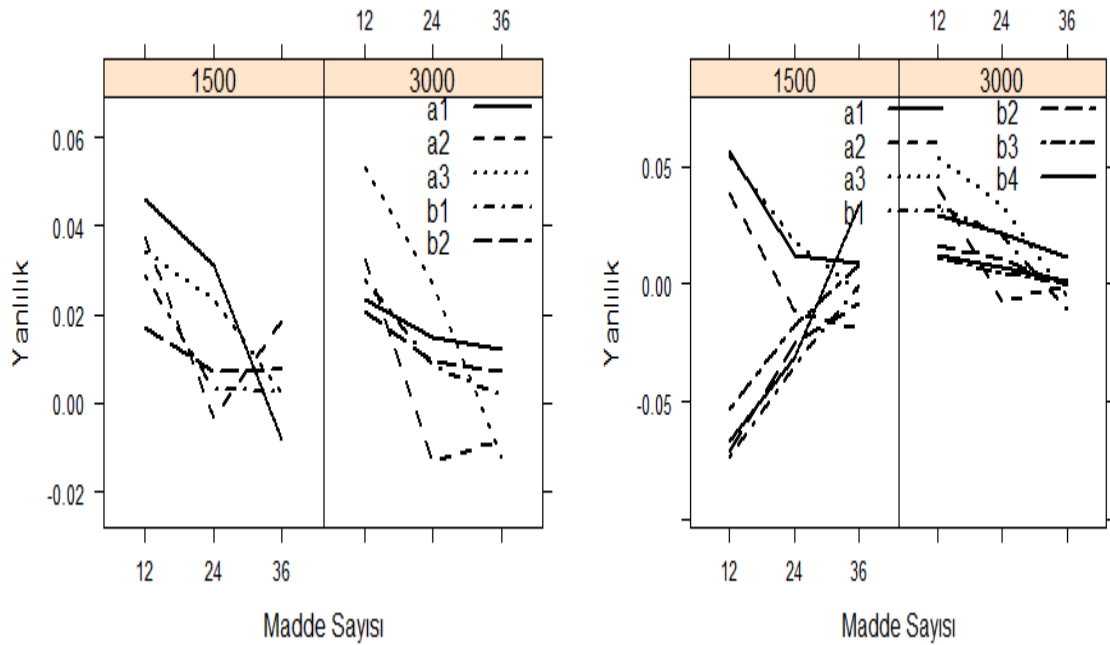
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 kategori						5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Araç Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	a3	b1	b2	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,03	0,03	0,05	0,02	0,01	0,04	0,04	0,05	-0,07	-0,07	-0,05	-0,06
		0,5	0,06	0,04	0,03	0,04	0,02	0,06	0,05	0,06	-0,09	-0,09	-0,05	-0,09
		0,8	0,05	0,05	0,03	0,03	0,02	0,07	0,03	0,06	-0,06	-0,06	-0,05	-0,05
	24	0,2	0,02	-0,02	0,01	0,00	0,01	0,00	-0,02	0,03	-0,05	-0,03	-0,03	-0,04
		0,5	0,04	0,00	0,03	0,01	0,02	0,02	-0,01	0,02	-0,02	0,00	0,00	-0,02
		0,8	0,04	0,01	0,03	0,00	0,00	0,02	-0,01	0,01	-0,04	-0,04	-0,02	-0,04
	36	0,2	0,01	0,00	0,02	0,01	0,01	0,02	-0,02	0,01	0,00	-0,01	0,03	0,02
		0,5	-0,02	0,03	-0,01	-0,01	0,00	0,01	-0,02	0,00	0,00	-0,02	-0,01	0,04
		0,8	-0,02	0,02	-0,01	0,00	0,01	0,00	-0,02	-0,01	0,00	0,01	0,00	0,04
3000	12	0,2	0,03	0,04	0,04	0,02	0,02	0,03	0,04	0,06	0,02	0,01	0,01	0,01
		0,5	0,02	0,03	0,06	0,04	0,02	0,03	0,04	0,05	0,02	-0,01	-0,02	-0,01
		0,8	0,02	0,03	0,06	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,05	0,05	0,04
	24	0,2	0,02	-0,01	0,03	0,03	0,02	0,02	-0,01	0,04	-0,01	-0,01	-0,02	-0,02
		0,5	0,01	-0,02	0,03	-0,01	0,00	0,02	-0,01	0,02	0,05	0,03	0,03	0,02
		0,8	0,01	-0,02	0,03	0,01	0,00	0,02	-0,01	0,03	0,03	0,01	0,01	0,02
	36	0,2	0,02	-0,02	-0,02	-0,01	0,01	0,01	0,00	-0,01	-0,02	0,00	-0,03	0,00
		0,5	0,01	-0,01	0,00	-0,01	0,00	0,01	0,00	-0,01	-0,01	0,00	0,01	0,00
		0,8	0,01	0,01	-0,01	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,02	0,01

Tablo 10’da üç boyutlu yapıda EM algoritmasında madde parametrelerine ait mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,09 arasında değiştiği görülmüştür. En büyük değişimler b_1 ve b_2 parametreleri için beş kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. Çok boyutlu ATM’ye göre EM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,01 ile 0,06; a_2 parametresi için 0 ile 0,05; a_3 parametresi için 0 ile 0,06; b_1 parametresi için 0,01 ile 0,04 ve b_2 parametresi ise 0 ile 0,02 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM’ye göre EM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,07; a_2 parametresi için 0 ile 0,05; a_3 parametresi için 0 ile 0,06; b_1

parametresi için 0 ile 0,09; b_2 parametresi için 0 ile 0,09; b_3 parametresi için 0 ile 0,05 ve b_4 parametresi ise 0 ile 0,09 aralığında değişmektedir.

Şekil 24’de üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.

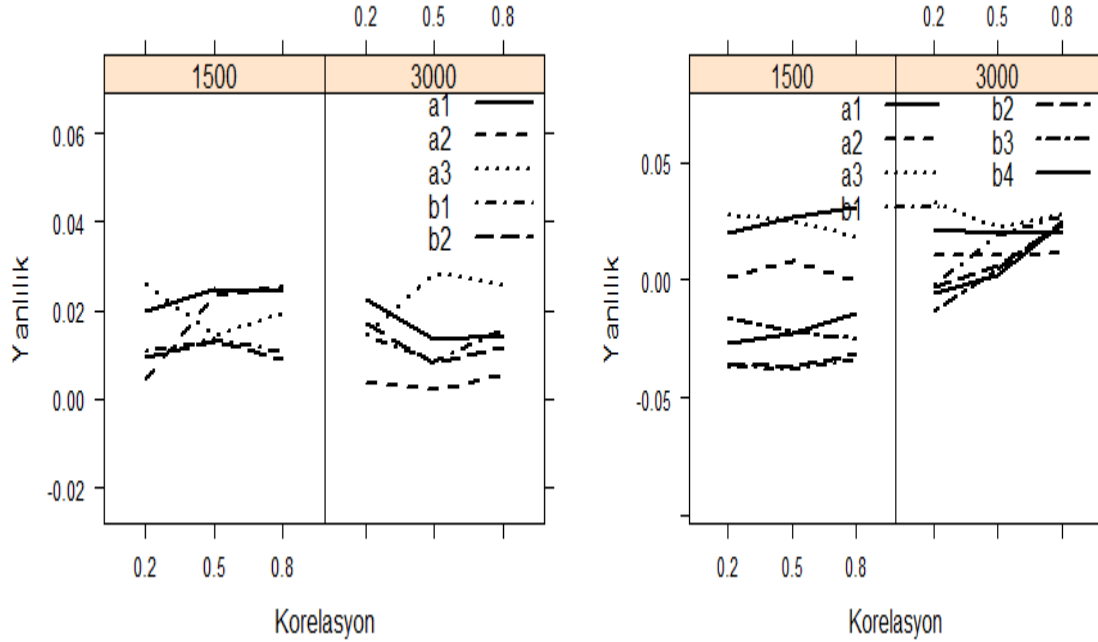


Şekil 24. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 24’de yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, EM algoritmasında yanlılık değerlerinin genelde madde sayısı arttıkça genelde sıfıra yaklaştığı görülmektedir.

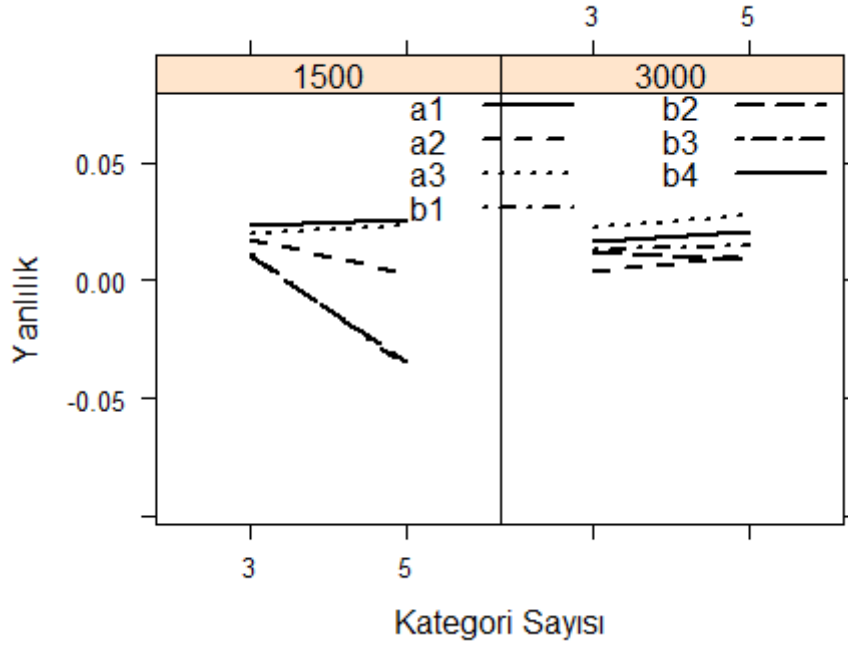
Şekil 25’de üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait

yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 25. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 25’de yer alan yanlılık değerleri incelendiğinde, üç boyutlu yapıda EM algoritmasında farklı boyutlar arası korelasyon koşullarında yanlılık değerlerinin genellikle büyük bir değişim göstermediği görülmektedir. 3000 örneklem üç kategorili verilerde a_3 parametresi dışındaki parametrelerin yanlılık değeri sıfıra yaklaşırken, a_3 parametresinin yanlılık değeri sıfırdan az da olsa uzaklaşmaktadır. Bu durum kestirilen parametrelerin yanlılık değerlerinin örüntüsünün parametreden parametreye ve koşuldan koşula değişebileceğinin göstergesi olabilir.



Şekil 26. Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanıllık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 26’da üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı koşulunda (3-5) EM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanıllık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafik incelendiğinde, üç boyutlu yapılarda EM algoritmasında kategori sayısı arttıkça madde parametrelerine ait yanıllık değerlerinin b_2 parametresi dışında sabit kaldığı görülmektedir.

1.5.Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“Üç boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanıllık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 11’de üç boyutlu basit yapıli ölçme araçları için MHRM algoritmasında madde parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 11.

Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 kategori						5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	a3	b1	b2	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,07	0,07	0,06	0,07	0,06	0,06	0,09	0,06	0,08	0,07	0,11	0,08
		0,5	0,09	0,07	0,09	0,06	0,05	0,07	0,08	0,06	0,06	0,06	0,06	0,12
		0,8	0,06	0,08	0,10	0,07	0,06	0,07	0,09	0,06	0,07	0,05	0,06	0,10
	24	0,2	0,08	0,08	0,10	0,07	0,06	0,06	0,07	0,05	0,07	0,06	0,08	0,08
		0,5	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,04	0,05	0,05	0,07	0,06	0,08	0,09
		0,8	0,08	0,07	0,05	0,07	0,05	0,04	0,08	0,05	0,07	0,06	0,08	0,09
	36	0,2	0,05	0,07	0,06	0,06	0,06	0,04	0,07	0,05	0,08	0,07	0,07	0,08
		0,5	0,05	0,06	0,06	0,07	0,06	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,07	0,09
		0,8	0,05	0,06	0,05	0,07	0,06	0,05	0,06	0,06	0,06	0,05	0,07	0,09
3000	12	0,2	0,07	0,07	0,08	0,06	0,06	0,05	0,06	0,07	0,04	0,05	0,07	0,11
		0,5	0,05	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,07	0,06	0,06	0,06	0,07	0,09
		0,8	0,05	0,06	0,05	0,07	0,05	0,05	0,08	0,06	0,05	0,05	0,08	0,10
	24	0,2	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,07	0,07
		0,5	0,04	0,06	0,06	0,07	0,06	0,05	0,05	0,05	0,07	0,06	0,08	0,08
		0,8	0,06	0,07	0,08	0,05	0,05	0,05	0,05	0,06	0,05	0,05	0,06	0,08
	36	0,2	0,04	0,03	0,06	0,06	0,05	0,04	0,03	0,05	0,04	0,04	0,06	0,07
		0,5	0,04	0,05	0,04	0,06	0,06	0,03	0,04	0,04	0,07	0,04	0,06	0,08
		0,8	0,04	0,05	0,04	0,05	0,06	0,04	0,03	0,04	0,06	0,04	0,07	0,08

Tablo 11 incelendiğinde, üç boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin 0,03 ile 0,12 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre MHRM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç boyutlu üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,09; a_2 parametresi için 0,03 ile 0,08; a_3 parametresi için 0,04 ile 0,10; b_1 parametresi için 0,05 ile 0,07 ve b_2 parametresi ise 0,05 ile 0,06 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre MHRM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,03 ile 0,07; a_2 parametresi için 0,03 ile 0,09; a_3 parametresi için 0,04 ile 0,07; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,08; b_2 parametresi için 0,04 ile 0,07; b_3 parametresi için

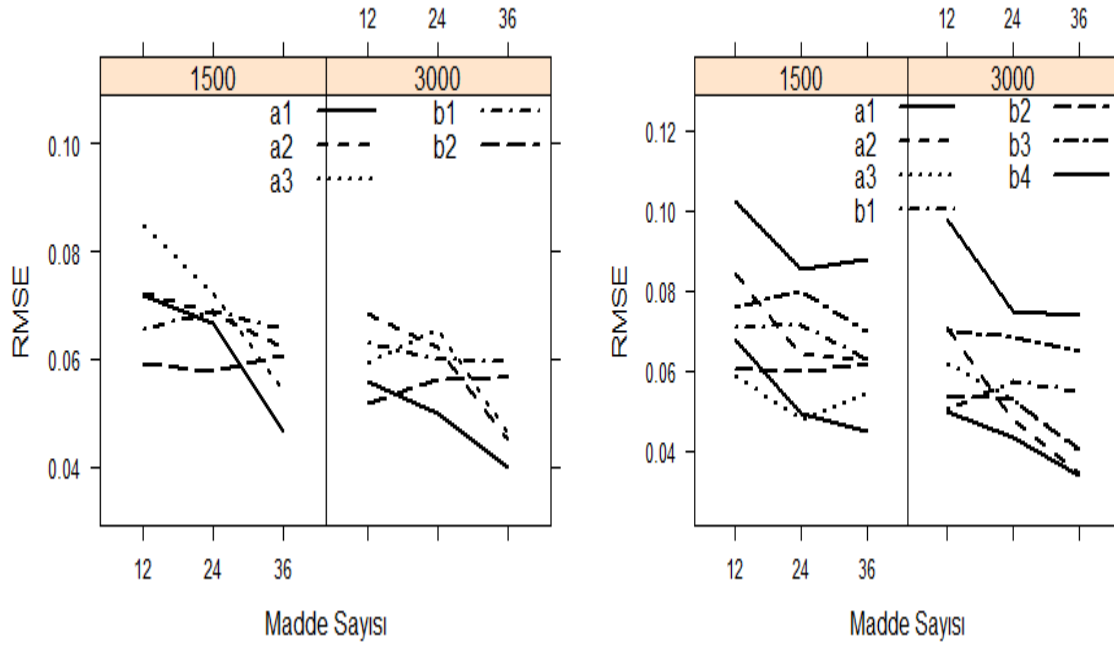
0,06 ile 0,11 ve b_4 parametresi ise 0,07 ile 0,12 aralığında değişmektedir. Zayıf uyumu gösteren 0,1'den büyük RMSE değerleri MHRM algoritmasında 1500 örneklem beş kategori koşulunda 12 madde 0,2 korelasyon için b_3 parametresinin kestiriminde; 12 madde için 0,5 korelasyon koşulunda b_4 parametresinin kestiriminde görülmektedir. MHRM algoritmasında 3000 örneklem beş kategori 12 madde 0,2 korelasyon koşulunda b_4 parametresine ait RMSE değeri de 0,10'un üstünde ve yüksektir. Tüm bu değerler incelendiğinde MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait yüksek RMSE değerlerinin daha çok 1500 örneklem için geçerli olduğu görülmektedir.

Farklı korelasyon değerleri (0,2; 0,5; 0,8) için MHRM algoritması kullanılarak kestirilen madde parametrelerinden elde edilen RMSE değerleri parametreden parametreye değişiklik göstermektedir. Madde sayısının da artması aynı şekilde MHRM algoritmasında madde parametre kestirimlerinin RMSE değerleri üzerinde genelde azalmaya sebep olduğu, yani madde sayısının artmasının ölçme kesinliğine katkı sağladığı söylenebilir. Aynı şekilde MHRM algoritmasında örneklem büyüklüğünü 1500'den 3000'e çıkarmak RMSE değerlerinin genelde düşmesine neden olmuştur. Örneğin, üç kategorili ölçme araçlarında a_1 parametresi için 1500 örneklem koşulunda RMSE değerleri 0,05 ve 0,09 aralığında değişirken, 3000 örneklem için 0,04 ve 0,07 aralığında değişmektedir.

Tablo 11 incelendiğinde MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait en yüksek RMSE değerinin 0,12 ile 1500 örneklem 5 kategori, 12 madde 0,5 korelasyon koşulunda b_4 parametresine ait olduğu görülmektedir. Az madde sayısına sahip ölçme aracı koşullarında (12 madde) a_1 ve a_3 parametrelerinden elde edilen RMSE değerleri, 24 ve 36 maddelik simülasyon koşulundaki RMSE değerlerinden genellikle yüksektir.

Kategori sayısı değişimi MHRM algoritmasında madde parametrelerinin hatasında büyük bir değişime neden olmamaktadır. Örneğin; örneklem büyüklüğü 1500 için a_1 parametreleri üç kategorili veride 0,04 ve 0,09 arasında değerler alırken, beş kategoride 0,03 ve 0,07 arasında değerler almaktadır.

Şekil 27'de üç boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.

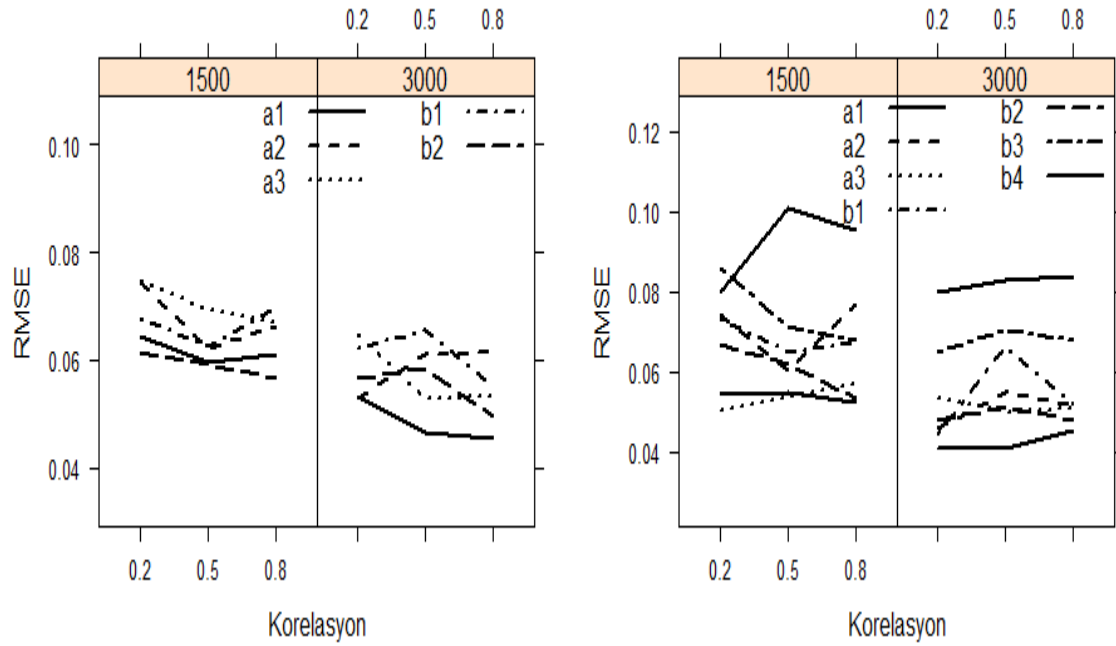


Şekil 27. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Grafik incelendiğinde MHRM algoritmasında üç boyutlu ve üç kategorili ölçme aracı a_1 ve a_3 parametrelerinin RMSE değerlerinde madde sayısı arttıkça düşüş meydana gelirken, diğer parametrelerin hatalarının çok fazla değişime uğramadığı görülmektedir. Kategori sayısı beş olduğu durumda MHRM algoritmasıyla kestirilen a_1 parametresi için madde sayısını 12'den 24'e çıkartmanın elde edilen RMSE değerinde keskin bir azalışa sebep olduğu görülürken, 24'den 36'ya madde sayısı arttırımının bu denli bir değişikliğe neden olmadığı görülmektedir. Üç boyutlu yapıda üç ve beş kategorili verilerden MHRM algoritmasıyla elde edilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde örneklem büyüklüğü arttıkça bir azalışa neden olduğu bulunmuştur. Üç boyutlu ve üç kategorili verilerde MHRM algoritmasında 1500 örnekleme madde sayısını arttırmak b parametrelerinin RMSE değerlerinde a parametrelerinin RMSE değerlerine oranla daha az değişime neden olmuştur. Tablo 11 ve Şekil 27 incelendiğinde, üç boyutlu yapıda MHRM algoritmasında madde sayısı ve örneklem büyüklüğünü arttırmak madde parametrelerinin hatasını genelde azalttığı sonucuna varılabilir.

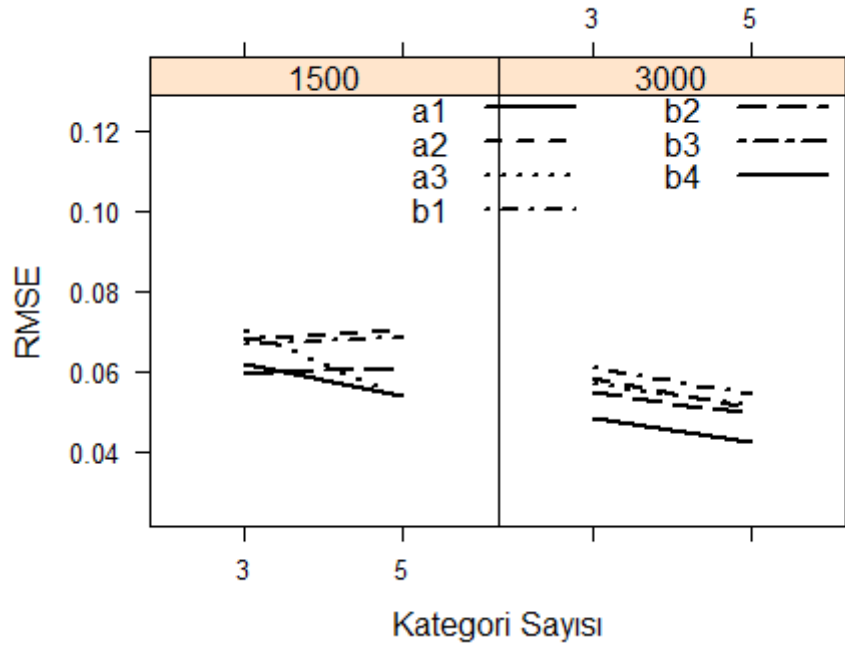
Şekil 28'de üç boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda MHRM

algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.



Şekil 28. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 28'e göre, MHRM algoritmasında üç boyutlu üç ve beş kategorili ölçme araçlarında boyutlar arası korelasyonu arttırmak ya da azaltmak düzenli bir örüntüye sebep olmamıştır, ancak 3000 örneklem koşulunda 1500 örnekleme göre daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Üç boyutlu ve üç kategorili ölçme araçlarında ise MHRM algoritmasıyla kestirilen genelde her parametrede boyutlar arası korelasyonu arttırmak RMSE değerlerinde az da olsa düşüşe sebep olmuştur. Beş kategorili ölçme araçlarında ise 1500 örneklem a_1 parametresi dışında MHRM algoritmasında genelde madde parametrelerinin RMSE değerlerinde büyük bir değişim olmamıştır.



Şekil 29. Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 29 incelendiğinde, kategori sayısı artması MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde keskin bir azalışa sebep olmamıştır. Başka bir deyişle üç boyutlu yapıda kategori sayısı değişimi genelde MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin değişiminde etkin bir rol oynamamıştır.

Tablo 12’de üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için MHRM algoritmasında madde parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 12.

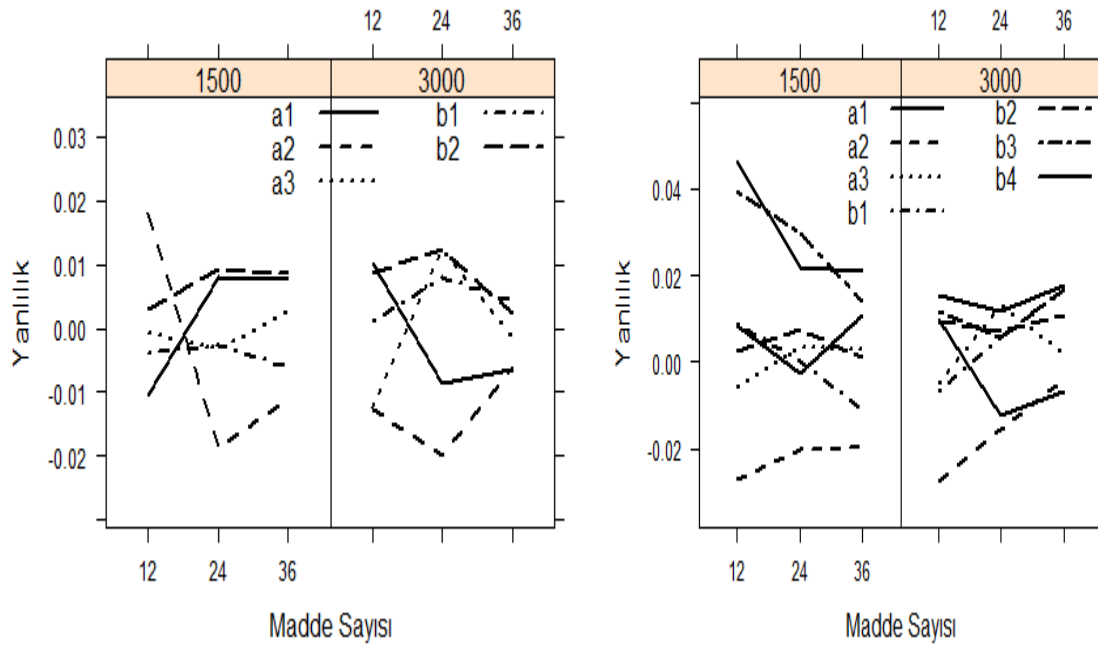
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 kategori						5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	a3	b1	b2	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	-0,02	0,00	0,01	0,01	0,05	0,04
		0,5	-0,02	0,03	-0,01	-0,01	-0,01	0,01	-0,03	-0,01	0,01	-0,01	0,04	0,06
		0,8	-0,02	0,02	-0,01	-0,01	0,01	0,00	-0,03	-0,01	0,01	0,01	0,03	0,05
	24	0,2	0,02	-0,03	-0,02	0,00	0,01	-0,02	-0,02	0,01	-0,01	0,01	0,03	0,02
		0,5	0,01	-0,01	0,01	-0,02	0,00	0,00	-0,02	-0,01	0,01	0,01	0,04	0,02
		0,8	0,00	-0,02	0,00	0,01	0,02	0,01	-0,03	0,01	-0,01	0,00	0,02	0,02
	36	0,2	0,00	-0,02	-0,01	0,01	0,02	0,01	-0,03	0,01	-0,01	0,00	0,02	0,02
		0,5	0,02	-0,01	0,02	-0,02	0,01	0,02	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,00	0,02
		0,8	0,01	0,00	0,01	-0,01	0,00	0,00	-0,02	0,00	-0,02	0,00	0,02	0,03
3000	12	0,2	0,01	-0,02	-0,02	-0,01	0,01	0,02	-0,03	-0,01	-0,01	0,01	-0,01	0,02
		0,5	0,01	-0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,01	-0,03	-0,01	0,00	0,01	0,03	0,02
		0,8	0,01	0,00	-0,01	0,02	0,02	0,01	-0,03	0,00	-0,01	0,00	0,02	0,01
	24	0,2	0,00	-0,02	0,01	0,01	0,01	-0,02	-0,02	0,02	-0,01	0,00	0,00	0,00
		0,5	-0,01	-0,02	0,01	0,01	0,02	-0,01	-0,02	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02
		0,8	-0,02	-0,02	0,02	0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,01	0,02	0,01	0,00	0,02
	36	0,2	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	-0,01	0,01	0,01	0,01	0,02
		0,5	-0,01	-0,01	0,00	0,01	0,00	-0,01	-0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02
		0,8	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01

Tablo 12’de üç boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,05 arasında değiştiği görülmüştür. En büyük değişimler MHRM algoritmasında b_3 parametresi için beş kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. Çok boyutlu ATM’ye göre MHRM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,02; a_2 parametresi için 0 ile 0,03; b_1 parametresi için 0 ile 0,02 ve b_2 parametresi ise 0 ile 0,02 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM’ye göre MHRM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,02; a_2 parametresi için 0 ile 0,03; a_3 parametresi için 0 ile 0,01; b_1

parametresi için 0 ile 0,02; b_2 parametresi için 0 ile 0,02; b_3 parametresi için 0 ile 0,05 ve b_4 parametresi ise 0 ile 0,06 aralığında değişmektedir.

Şekil 30’da üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.

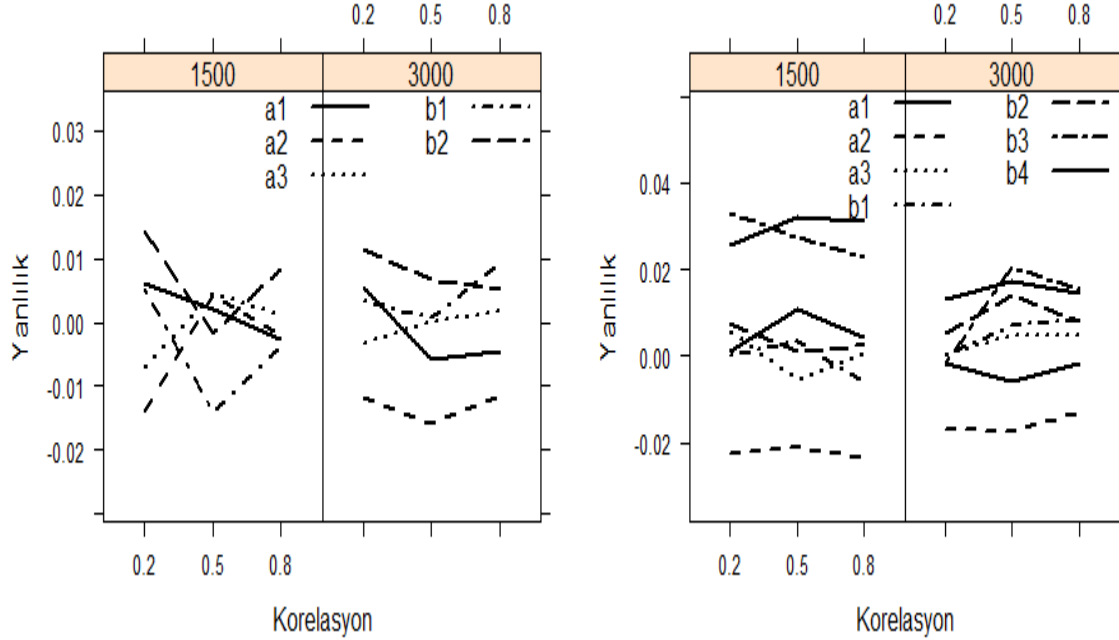


Şekil 30. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 30’da yer alan MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin özellikle üç kategorili verilerde oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Genelde madde sayısı arttıkça madde parametrelerine ait yanlılık değerlerinin MHRM algoritmasında bir örüntü sergilemediği görülmektedir.

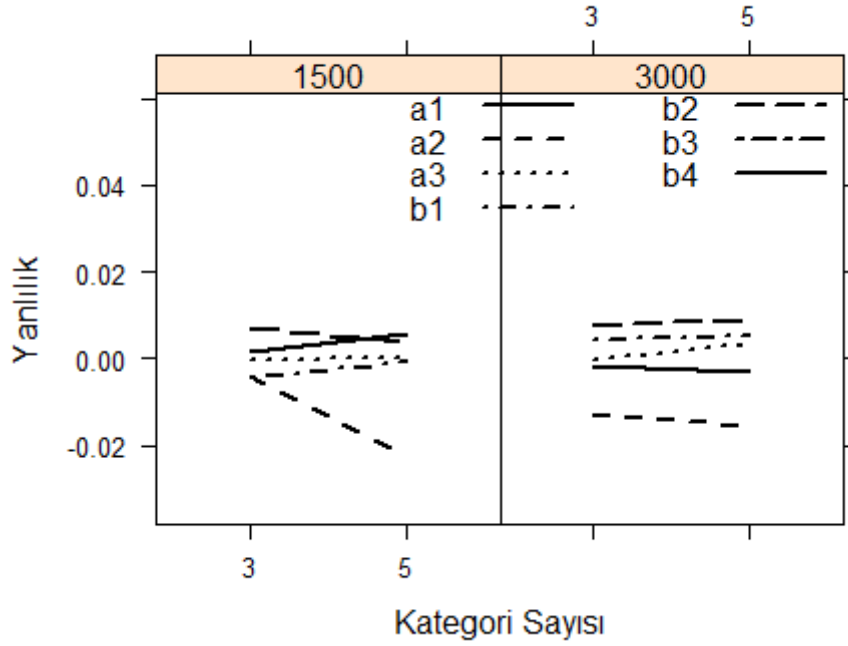
Şekil 31’de üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait

yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 31. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 31’de yer alan üç boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri incelendiğinde, farklı boyutlar arası korelasyon koşullarında genellikle büyük bir değişim göstermediği görülmektedir. MHRM algoritmasıyla kestirilen parametrelerin yanlılık değerlerinin örüntüsü parametreden parametreye ve koşuldan koşula değişebilmektedir. MHRM algoritmasında genellikle herhangi bir boyutlar arası korelasyon koşulundan elde edilen yanlılık değerlerinin diğer boyutlar arası korelasyon koşulundaki değerlere çok yakın olduğundan, boyutlar arası korelasyondaki farklılığa göre birinin diğerine oranla daha az yanlılığa sebep olduğu söylenemez.



Şekil 32. Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 32’de üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı koşulunda (3-5) MHRM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafik incelendiğinde, MHRM algoritmasında kategori sayısı arttıkça yanlılık değerlerinin 1500 örneklem a_2 parametresi dışında sabit kaldığı görülmektedir.

1.6. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“Üç boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasında kestirilen madde parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 13’de üç boyutlu basit yapıli ölçme araçları için QMCEM algoritmasında madde parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 13.

Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 kategori					5 kategori						
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	a3	b1	b2	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,08	0,05	0,07	0,07	0,10	0,08
		0,5	0,09	0,08	0,09	0,07	0,05	0,07	0,08	0,05	0,06	0,06	0,06	0,12
		0,8	0,06	0,07	0,10	0,06	0,07	0,08	0,09	0,05	0,07	0,05	0,05	0,10
	24	0,2	0,06	0,08	0,10	0,07	0,05	0,06	0,07	0,05	0,07	0,05	0,06	0,08
		0,5	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04	0,05	0,05	0,07	0,05	0,07	0,10
		0,8	0,08	0,06	0,06	0,07	0,05	0,04	0,07	0,05	0,07	0,06	0,08	0,09
	36	0,2	0,05	0,07	0,06	0,06	0,05	0,04	0,07	0,05	0,07	0,06	0,07	0,08
		0,5	0,04	0,06	0,07	0,07	0,07	0,05	0,05	0,06	0,05	0,06	0,07	0,10
		0,8	0,05	0,06	0,05	0,07	0,06	0,05	0,06	0,06	0,05	0,05	0,07	0,09
3000	12	0,2	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,06	0,04	0,06	0,07	0,10
		0,5	0,05	0,07	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,06	0,06	0,06	0,09
		0,8	0,04	0,06	0,05	0,06	0,05	0,07	0,08	0,05	0,04	0,05	0,08	0,09
	24	0,2	0,05	0,05	0,05	0,06	0,05	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,06	0,07
		0,5	0,05	0,06	0,06	0,06	0,05	0,06	0,05	0,05	0,06	0,06	0,07	0,08
		0,8	0,06	0,07	0,07	0,05	0,05	0,06	0,04	0,06	0,06	0,05	0,06	0,08
	36	0,2	0,04	0,04	0,06	0,06	0,05	0,04	0,03	0,05	0,04	0,05	0,06	0,07
		0,5	0,05	0,05	0,04	0,06	0,06	0,03	0,05	0,04	0,06	0,04	0,07	0,08
		0,8	0,04	0,06	0,04	0,05	0,05	0,04	0,03	0,04	0,06	0,04	0,06	0,07

Tablo 13 incelendiğinde üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin 0,03 ile 0,12 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,04 ile 0,09; a_2 parametresi için 0,04 ile 0,08; a_3 parametresi için 0,04 ile 0,10; b_1 parametresi için 0,05 ile 0,07 ve b_2 parametresi ise 0,05 ile 0,07 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM'ye göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen parametrelere ilişkin RMSE değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0,03 ile 0,08; a_2 parametresi için 0,03 ile 0,09; a_3 parametresi için 0,04 ile 0,06; b_1 parametresi için 0,04 ile 0,07; b_2 parametresi için 0,04 ile 0,07; b_3 parametresi için 0,05 ile

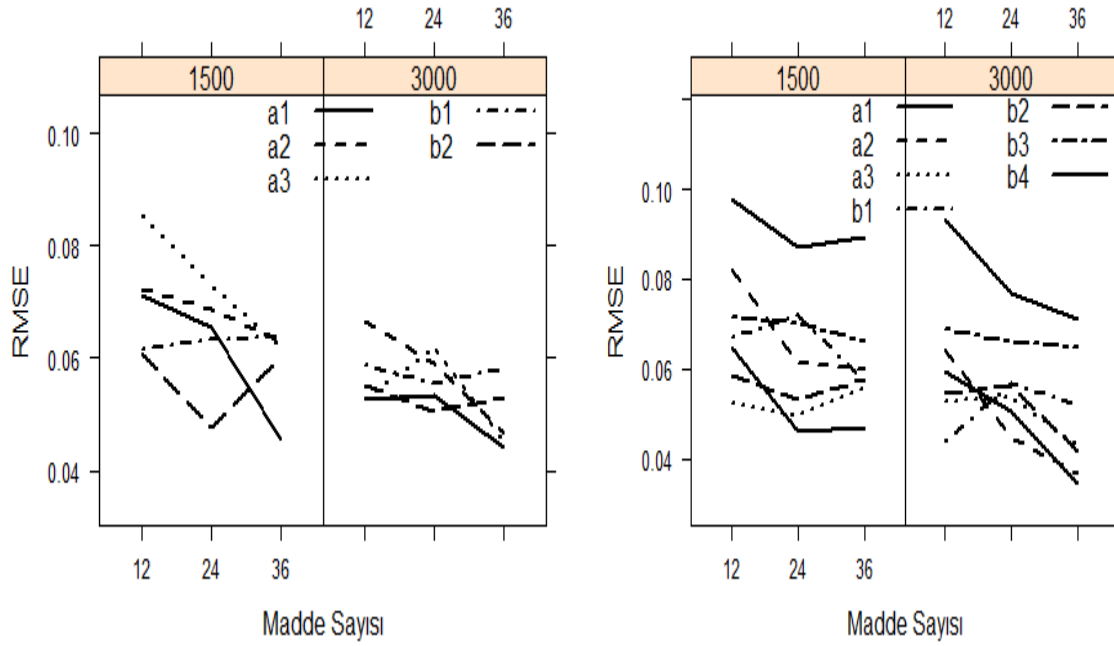
0,10 ve b_4 parametresi ise 0,07 ile 0,12 aralığında değişmektedir. Zayıf uyumu gösteren 0,10'den büyük RMSE değerleri QMCEM algoritmasında 1500 örneklem beş kategori koşulunda 12 madde için 0,5 korelasyon koşulunda b_4 parametresinin kestiriminde görülmektedir. Tüm 0,10'dan yüksek RMSE değerleri incelendiğinde QMCEM algoritmasında 1500 örneklem için elde edilen değerler olduğu görülmektedir.

Farklı korelasyon değerleri (0,2; 0,5; 0,8) için QMCEM algoritmasında elde edilen RMSE değerleri parametreden parametreye değişiklik göstermektedir. Madde sayısının da artması aynı şekilde QMCEM algoritmasıyla elde edilen parametre kestirimlerinin RMSE değerleri üzerinde genelde azalmaya sebep olduğu, yani madde sayısının artmasının ölçme kesinliğine katkı sağladığı söylenebilir. Aynı şekilde QMCEM algoritmasında örneklem büyüklüğünü 1500'den 3000'e çıkarmak RMSE değerlerinin genelde düşmesine neden olmuştur. Örneğin, üç kategorili ölçme araçlarında a_3 parametresi için 1500 örneklem koşulunda RMSE değerleri 0,05 ve 0,10 aralığında değişirken, 3000 örneklem için 0,04 ve 0,07 aralığında değişmektedir.

Tablo 13 incelendiğinde QMCEM algoritmasında en yüksek RMSE değerinin 0,12 ile 1500 örneklem 5 kategori, 12 madde 0,5 korelasyon koşulunda b_4 parametresine ait olduğu görülmektedir. Az madde sayısına sahip ölçme aracı koşullarında (12 madde) QMCEM algoritmasıyla kestirilen a_1 ve a_3 parametrelerinden elde edilen RMSE değerleri, 24 ve 36 maddelik simülasyon koşulundaki RMSE değerlerinden genellikle yüksektir.

Tablo 13 incelendiğinde QMCEM algoritmasında kategori sayısını üçten beşe çıkarılmasıyla 1500 örneklem için a_1 ve a_3 parametresinin RMSE değerlerinin az da olsa azaldığı görülmektedir. Diğer koşullarda ise QMCEM algoritmasında kategori sayısı değişimi madde parametrelerinin hatasında büyük bir değişime neden olmamaktadır. Örneğin; örneklem büyüklüğü 1500 için a_1 parametreleri üç kategorili veride 0,04 ve 0,09 arasında değerler alırken, beş kategoride 0,04 ve 0,08 arasında değerler almaktadır.

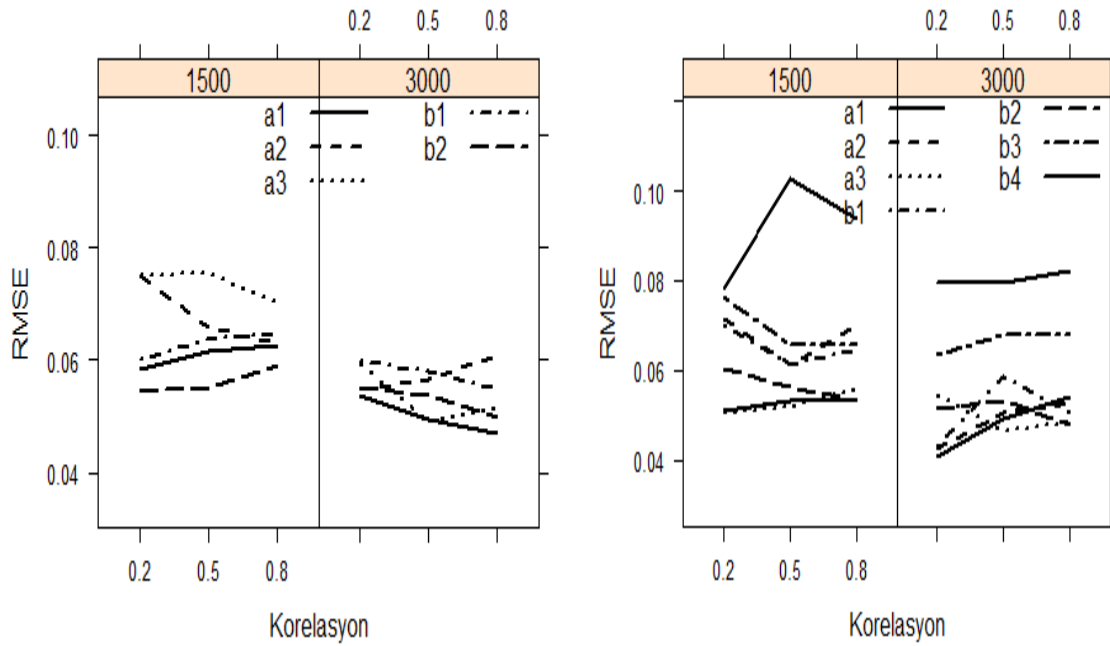
Şekil 33'de üç boyut üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.



Şekil 33. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

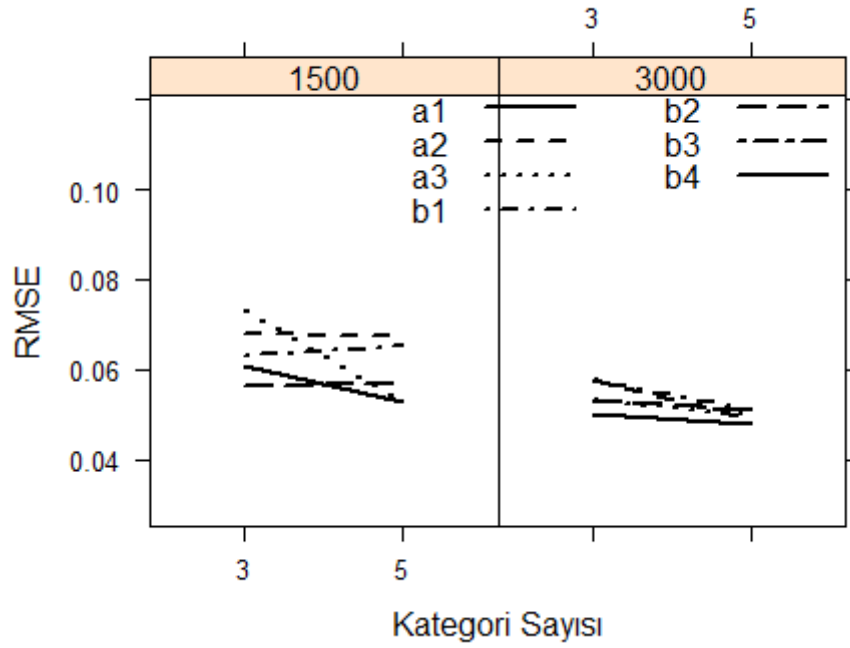
Grafik incelendiğinde üç boyutlu ve üç kategorili ölçme aracında 1500 örnekleme QMCEM algoritmasıyla kestirilen a_1 ve a_3 parametrelerinin RMSE değerlerinde madde sayısı arttıkça düşüş meydana gelirken, b_2 parametresinde önce azalış, sonra yükseliş ve diğer parametrelerin hatalarında ise çok fazla değişim olmadığı görülmektedir. Üç kategori 3000 örnekleme ise QMCEM ile kestirilen madde parametrelerinin RMSE değerleri madde sayısı arttıkça genelde az da olsa düşmüştür. Kategori sayısı beş olduğu durumda a_1 parametresi için madde sayısını 12'den 24'e çıkartmak elde edilen RMSE değerinde keskin bir azalışa sebep olduğu görülürken, 24'den 36'ya madde sayısı arttırımının bu denli bir değişikliğe neden olmadığı görülmektedir. QMCEM algoritmasında üç ve beş kategorili verilerden elde edilen madde parametrelerinin RMSE değerlerinde örneklem büyüklüğü arttıkça bir azalışa neden olduğu bulunmuştur. Üç kategorili verilerde 1500 örnekleme madde sayısını arttırmak b parametrelerinin RMSE değerlerinde a parametrelerinin RMSE değerlerine oranla daha az değişime neden olmuştur. Tablo 13 ve Şekil 33 incelendiğinde üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasında madde sayısı ve örneklem büyüklüğünü arttırmanın madde parametrelerinin hatasını genelde azalttığı sonucuna varılabilir.

Şekil 34’de üç boyutlu üç (solda) ve beş (sağda) kategorili ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin RMSE değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait RMSE değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin RMSE değerleri bulunmaktadır.



Şekil 34. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

QMCEM algoritmasında üç boyutlu üç ve beş kategorili ölçme araçlarında boyutlar arası korelasyonu arttırmak ya da azaltmak düzenli bir örüntüye sebep olmamıştır, ancak 3000 örneklem koşulunda 1500 örnekleme göre daha düşük RMSE değerleri elde edilmiştir. Üç kategorili ölçme araçlarında ise QMCEM algoritmasıyla kestirilen genelde her madde parametresinde boyutlar arası korelasyonu arttırmak RMSE değerlerinde az da olsa düşüşe sebep olmuştur. Beş kategorili ölçme araçlarında ise QMCEM algoritmasında 1500 örneklem a_1 parametresi dışında genelde madde parametrelerinin RMSE değerlerinde büyük bir değişim olmamıştır.



Şekil 35. Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 35 incelendiğinde, üç boyutlu yapıda kategori sayısı artması madde parametrelerinin RMSE değerlerinde keskin bir azalışa sebep olmamıştır. Başka bir deyişle üç boyutlu yapıda kategori sayısı değişimi genelde QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin değişiminde etkin bir rol oynamamıştır.

Tablo 14’de üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için QMCEM algoritmasında madde parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 14.

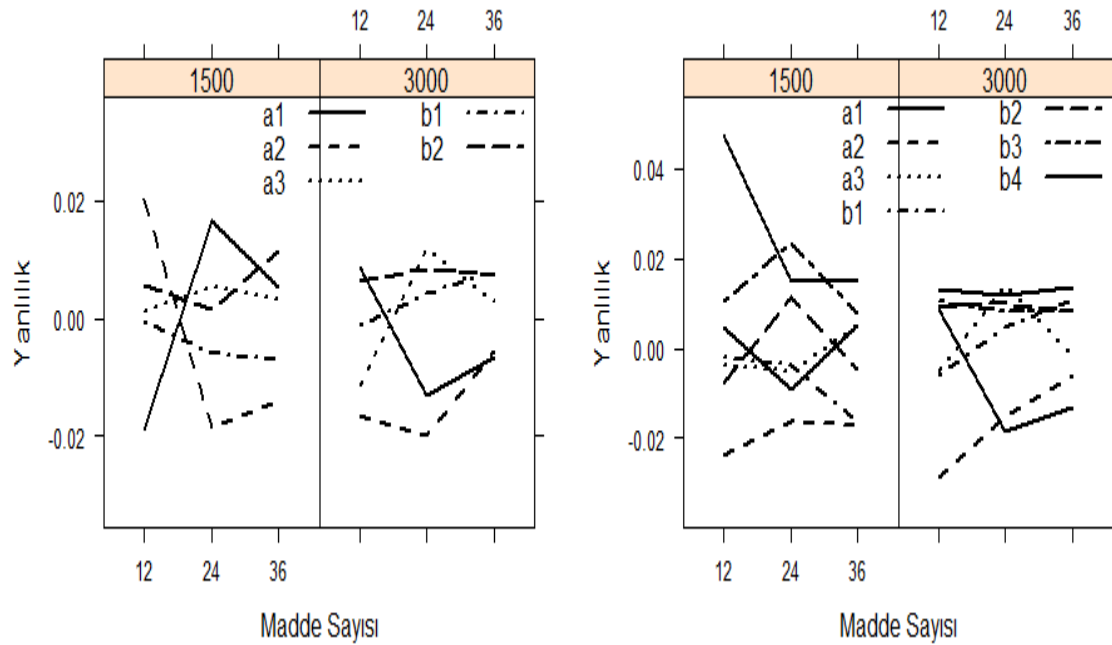
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 kategori						5 kategori					
Örneklem Büyüklüğü.	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	a1	a2	a3	b1	b2	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4
1500	12	0,2	-0,02	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01	-0,02	0,01	-0,01	-0,01	0,03	0,05
		0,5	-0,02	0,03	-0,01	-0,01	-0,01	0,01	-0,03	0,00	-0,01	-0,02	0,00	0,05
		0,8	-0,02	0,02	-0,01	0,00	0,01	0,00	-0,02	-0,01	0,01	0,01	0,01	0,05
	24	0,2	0,01	-0,03	-0,01	-0,01	0,00	-0,02	-0,02	0,00	-0,02	0,00	0,01	0,01
		0,5	0,02	-0,01	0,01	-0,01	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,02	0,02	0,01
		0,8	0,02	-0,01	0,02	0,00	0,00	-0,01	-0,02	-0,02	0,01	0,02	0,04	0,03
	36	0,2	0,00	-0,02	0,01	-0,01	0,01	0,00	-0,03	0,01	-0,02	-0,01	0,01	0,01
		0,5	0,01	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,01	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,00	0,02
		0,8	0,01	-0,01	0,01	-0,01	0,01	0,00	-0,01	0,00	-0,02	-0,01	0,01	0,02
3000	12	0,2	0,01	-0,03	-0,02	-0,01	0,01	0,01	-0,03	-0,01	-0,01	0,01	-0,01	0,01
		0,5	0,01	-0,02	0,00	-0,01	0,01	0,01	-0,03	-0,01	-0,01	0,01	0,02	0,01
		0,8	0,01	0,00	-0,01	0,01	0,01	0,01	-0,03	0,00	-0,01	0,01	0,03	0,02
	24	0,2	-0,01	-0,02	0,01	0,00	0,00	-0,02	-0,02	0,02	-0,01	0,00	0,00	0,00
		0,5	-0,02	-0,02	0,01	0,00	0,01	-0,02	-0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01
		0,8	-0,02	-0,02	0,01	0,01	0,01	-0,02	-0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02
	36	0,2	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,01	-0,01	0,00	-0,02	0,01	0,00	0,01	0,01
		0,5	-0,01	-0,01	0,01	0,01	0,00	-0,02	-0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,01
		0,8	-0,01	-0,01	0,01	0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,00	0,01	0,02	0,01	0,01

Tablo 14’te üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,05 arasında değiştiği görülmüştür. En büyük değişimler b_4 parametresi için beş kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. Çok boyutlu ATM’ye göre QMCEM algoritması ile kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri üç kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,02; a_2 parametresi için 0 ile 0,03; b_1 parametresi için 0 ile 0,02 ve b_2 parametresi ise 0 ile 0,01 aralığında değişmektedir. Çok boyutlu ATM’ye göre QMCEM algoritması ile kestirilen parametrelere ilişkin mutlak değerce yanlılık değerleri beş kategorili verilerde a_1 parametresi için 0 ile 0,02; a_2 parametresi için 0 ile 0,03; a_3 parametresi için 0 ile 0,02; b_1 parametresi için 0 ile 0,02; b_2 parametresi için 0 ile 0,02; b_3 parametresi için 0 ile 0,03 ve b_4 parametresi ise 0 ile

0,05 aralığında değişmektedir. Tüm bu değerler incelendiğinde üç boyutlu yapıda özellikle üç kategorili verilerde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir.

Şekil 36'da üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı madde sayısı (12-24-36) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.

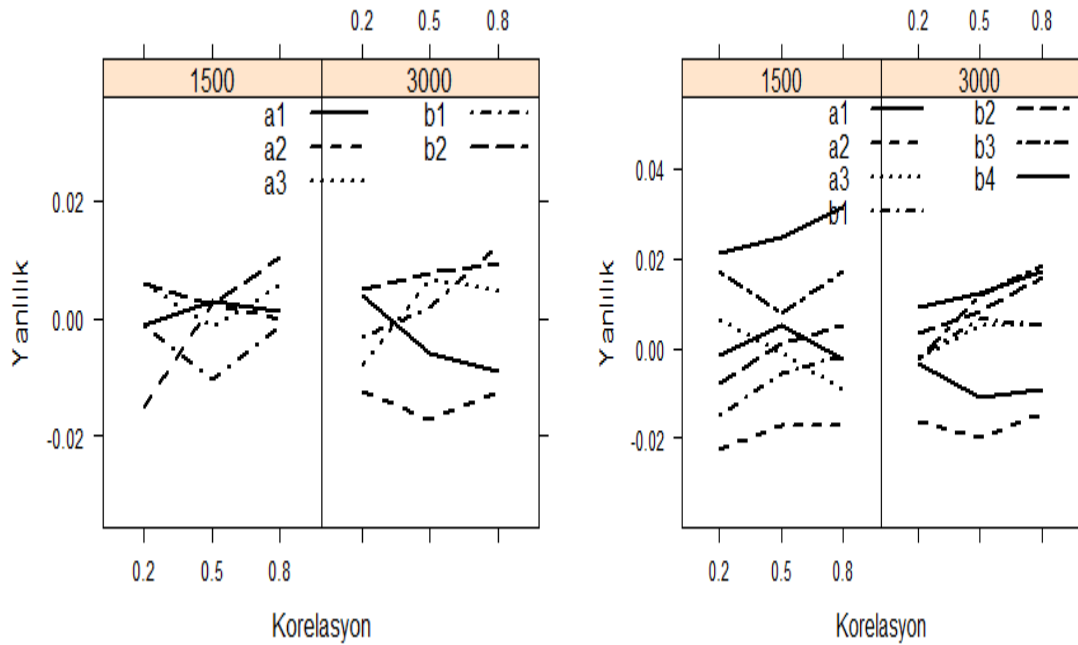


Şekil 36. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 36'da yer alan üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin özellikle üç kategorili verilerde oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Grafikte yer alan yüksek eğimli çizgiler (örneğin, a_1 parametresi için) yanlılık değerlerinin yön değiştirmesinden kaynaklanmaktadır, mutlak değerce yanlılık değerleri yorumlandığında madde sayısı arttıkça ya da azaldıkça büyük bir değişim olmamaktadır. Üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasında genelde madde sayısı arttıkça madde parametrelerine ait yanlılık değerlerinin bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Örneğin beş kategorili maddelerde a_1 parametresine

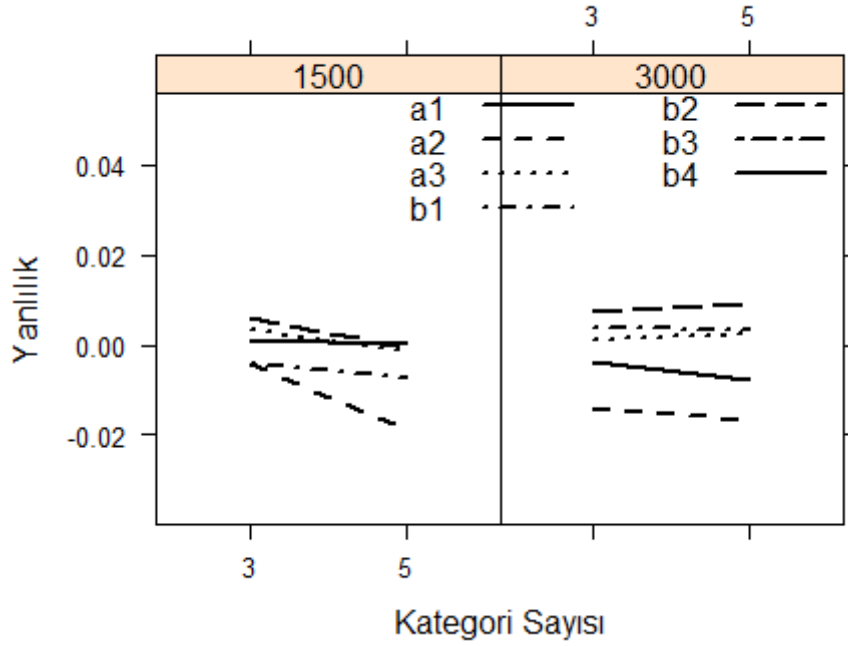
ilişkin yanlılık değerleri 1500 örnekleme madde sayısı arttıkça sıfıra yaklaşırken, 3000 örneklem için bu durum geçerli değildir.

Şekil 37’de üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyon (0,2-0,5-0,8) koşulunda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafiğin solunda üç kategorili ölçme araçları için elde edilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri varken, grafiğin sağında beş kategorili ölçme araçlarının madde parametrelerinin yanlılık değerleri bulunmaktadır.



Şekil 37. Üç Boyutlu Üç (Solda) ve Beş (Sağda) Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 37’de yer alan üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, farklı boyutlar arası korelasyon koşullarında genellikle büyük bir değişim göstermediği görülmektedir. Kestirilen parametrelerin yanlılık değerlerinin örüntüsü parametreden parametreye ve koşuldan koşula değişebilmektedir. Genellikle herhangi bir boyutlar arası korelasyon koşulundan elde edilen yanlılık değerlerinin diğerlerine oranla daha az yanlılığa sebep olduğu değerler çok yakın olduğundan söylenemez.



Şekil 38. Üç Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Madde Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 38’de üç boyutlu ölçme araçlarının farklı örneklem büyüklüğü (1500-3000) ve farklı kategori sayısı koşulunda (3-5) QMCEM algoritmasıyla kestirilen madde parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri dikkate alınarak oluşturulan grafik verilmiştir. Grafik incelendiğinde, kategori sayısı arttıkça yanlılık değerlerinin sabit kaldığı görülmektedir.

İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

2.1. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“İki boyutlu üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 15’de iki boyutlu basit yapıli ölçme araçları için EM algoritmasında yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 15.

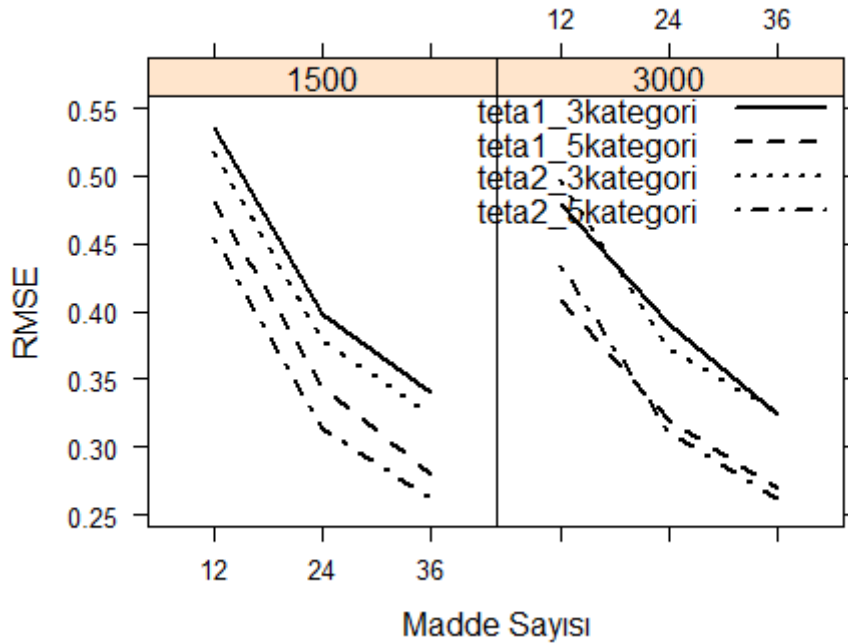
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 Kategorili		5 Kategorili	
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlararası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1500	12	0,2	0,536	0,522	0,482	0,455
		0,5	0,539	0,517	0,480	0,454
		0,8	0,533	0,516	0,481	0,454
	24	0,2	0,399	0,381	0,344	0,314
		0,5	0,399	0,378	0,346	0,313
		0,8	0,398	0,375	0,343	0,312
	36	0,2	0,340	0,325	0,278	0,261
		0,5	0,341	0,324	0,280	0,264
		0,8	0,339	0,324	0,279	0,263
3000	12	0,2	0,480	0,497	0,409	0,434
		0,5	0,477	0,498	0,408	0,433
		0,8	0,479	0,496	0,407	0,434
	24	0,2	0,394	0,377	0,320	0,308
		0,5	0,392	0,372	0,319	0,311
		0,8	0,384	0,369	0,318	0,312
	36	0,2	0,328	0,331	0,270	0,261
		0,5	0,325	0,326	0,267	0,262
		0,8	0,321	0,321	0,269	0,262

Tablo 15 incelendiğinde iki boyutlu yapıda EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinin tüm koşullar için 0,261 ve 0,539 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye dayalı EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin üç kategorili veride, 1.boyutta 0,321 ile 0,539; 2. boyutta ise 0,321 ile 0,522 aralığında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye dayalı EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin beş kategorili veride, 1.boyutta 0,267 ile 0,482; 2. boyutta ise 0,261 ile 0,455 aralığında değiştiği görülmektedir. EM algoritmasında her koşulda madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerleri azalmaktadır. Örneğin; 1500 örneklem 12 madde 0,8 korelasyon üç kategori koşulunda θ_1 için RMSE 0,533 iken aynı örneklem büyüklüğü, korelasyon ve kategori sayısında 24 madde için 0,398; 36 madde için 0,339 olmuştur. 3000 örneklem ve diğer koşullar aynı tutulduğunda 12 madde için bu değer 0,479; 24 madde için

0,384 ve 36 madde için 0,321 olmaktadır. Benzer bir şekilde EM algoritmasında kategori sayısının artması RMSE değerlerini düşürmektedir. Örneğin; θ_1 parametresi 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon üç kategori koşulunda 0,536 iken; 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon beş kategori koşulunda 0,482'ye düşmüştür. Benzer yorum diğer koşul ve parametreler için yapılabilir.

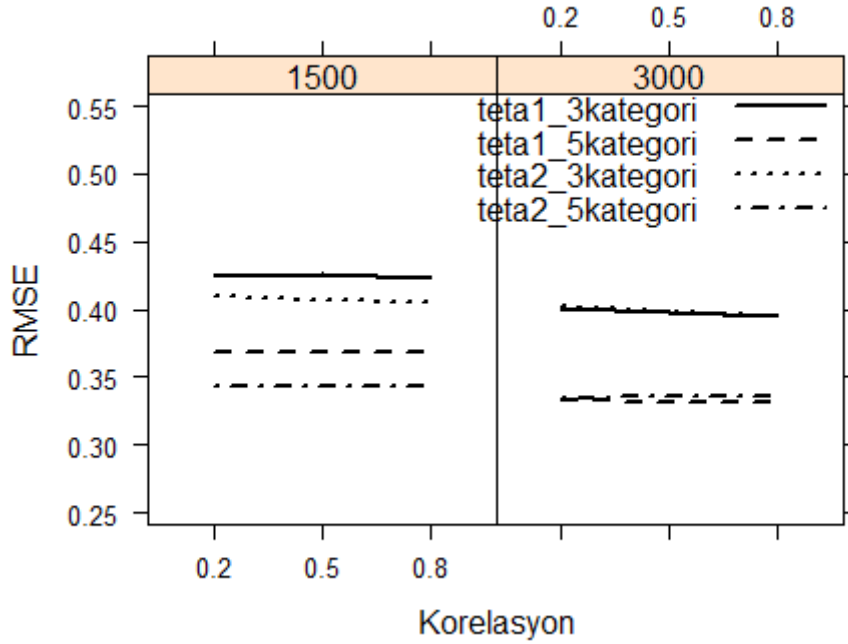
Şekil 39'da iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 39. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 39 incelendiğinde iki boyutlu yapıda EM algoritmasında en yüksek RMSE değerlerinin her koşulda üç kategorili verilere ait θ_1 ve θ_2 parametresine ait olduğu görülmektedir. 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri sırasıyla üç kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için ardından beş kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri ise madde sayısına göre değişkenlik göstermekle birlikte yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Ayrıca kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün ve madde sayısının artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur.

Şekil 40’da iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 40. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 40 incelendiğinde EM algoritmasında en yüksek RMSE değerlerinin her koşulda üç kategorili verilere ait θ_1 ve θ_2 parametresine ait olduğu görülmektedir. Ayrıca EM algoritmasında kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur. 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri sırasıyla üç kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için ardından beş kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda ise yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Ancak EM algoritmasında örneklem büyüklüğü arttıkça elde edilen RMSE değerleri düşmüştür. Boyutlar arası korelasyon değerlerinin farklılaşması ise EM algoritmasında iki boyutlu verilerde yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde bir değişikliğe sebep olmamıştır.

Tablo 16’de iki boyutlu basit yapıli ölçme araçları için EM algoritmasında yetenek parametrelerine ait yanlışlık değerleri verilmiştir.

Tablo 16.

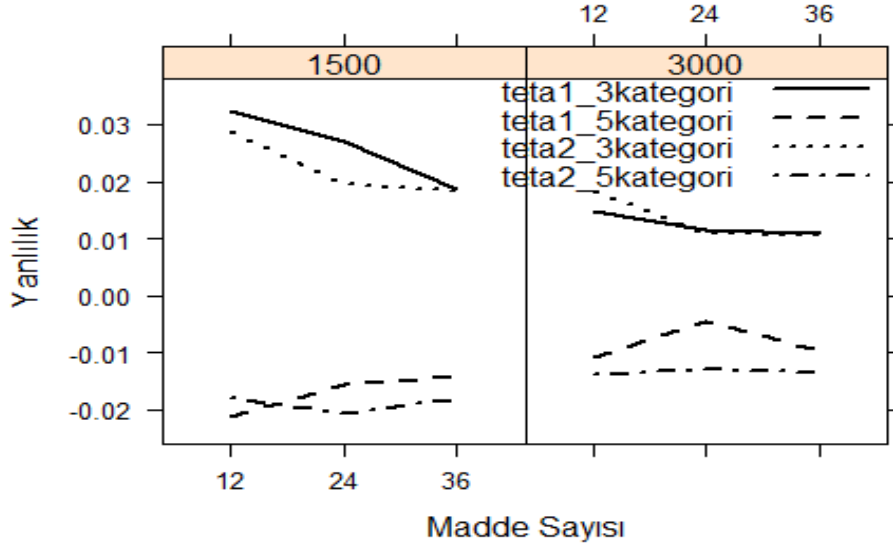
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 Kategorili		5 Kategorili	
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1500	12	0,2	0,03	0,03	-0,02	-0,02
		0,5	0,03	0,03	-0,02	-0,02
		0,8	0,03	0,03	-0,02	-0,02
	24	0,2	0,03	0,02	-0,02	-0,02
		0,5	0,03	0,02	-0,02	-0,02
		0,8	0,03	0,02	-0,02	-0,02
	36	0,2	0,02	0,02	-0,01	-0,02
		0,5	0,02	0,02	-0,02	-0,02
		0,8	0,02	0,02	-0,01	-0,02
3000	12	0,2	0,01	0,02	-0,01	-0,01
		0,5	0,02	0,02	-0,01	-0,01
		0,8	0,02	0,02	-0,01	-0,02
	24	0,2	0,01	0,01	0,00	-0,01
		0,5	0,01	0,01	-0,01	-0,01
		0,8	0,01	0,01	-0,01	-0,01
	36	0,2	0,01	0,01	-0,01	-0,01
		0,5	0,01	0,01	-0,01	-0,02
		0,8	0,01	0,01	-0,01	-0,01

Tablo 16'daki iki boyutlu yapıda EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin yanlılık değerleri incelendiğinde, değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,03 arasında değişmektedir. En büyük değişimler θ_1 parametresi için üç kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. İki boyutlu ölçme araçlarında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

Şekil 41'de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre EM algoritmasıyla

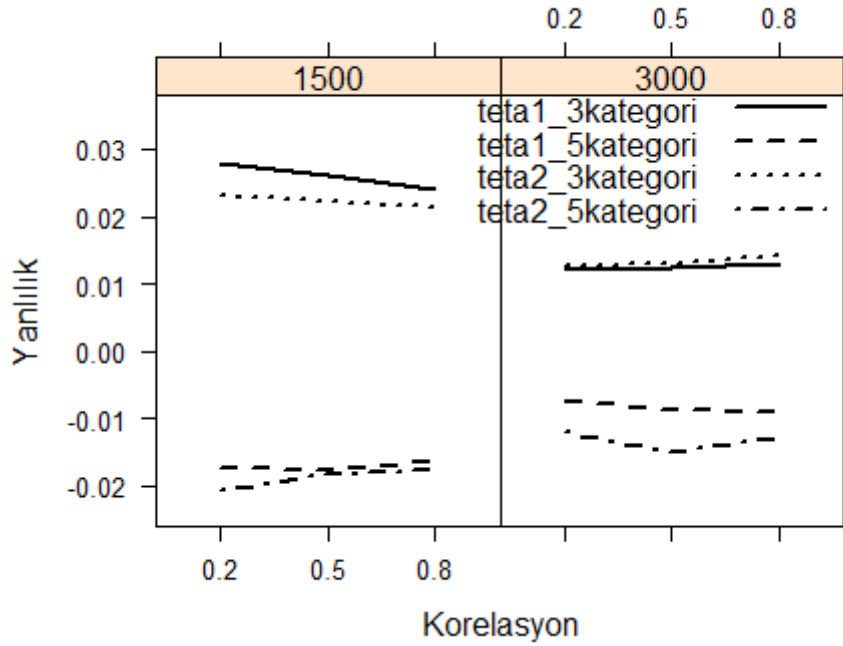
kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 41. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 41’de yer alan EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametresine ilişkin yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin grafikten de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 41 incelendiğinde 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_1 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır.

Şekil 42’de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 42. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyon Değerlerine Göre İncelenmesi

Şekil 42 incelendiğinde, EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 42 incelendiğinde 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_1 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır. Boyutlar arası korelasyon katsayısının değişmesi ise iki boyutlu yapılarda yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinde bir değişime neden olmamıştır.

2.2. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“İki boyutlu üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 17’de iki boyutlu basit yapılı ölçme araçları için MHRM algoritmasında yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 17.

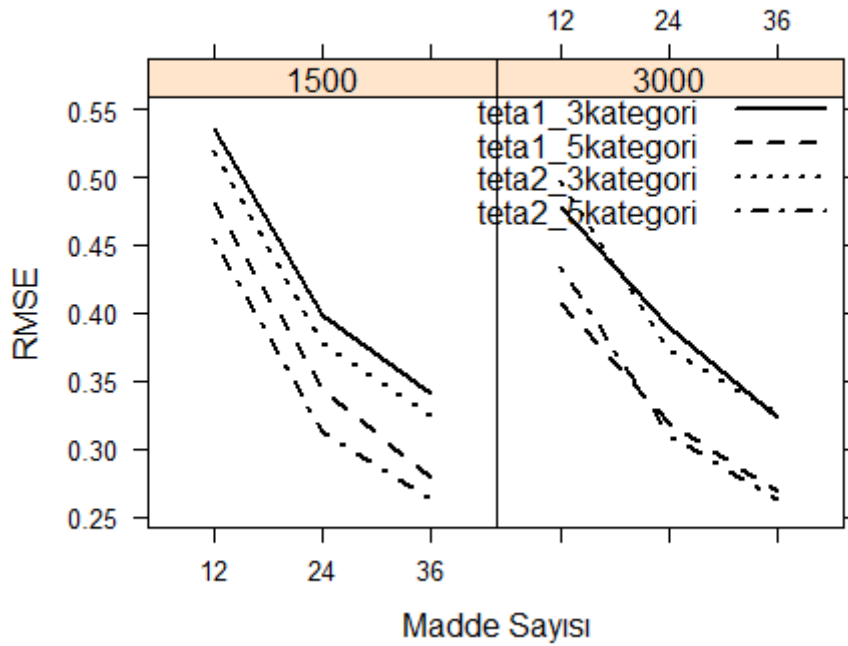
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 Kategorili		5 Kategorili	
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1500	12	0,2	0,536	0,522	0,483	0,455
		0,5	0,539	0,517	0,480	0,454
		0,8	0,533	0,517	0,481	0,454
	24	0,2	0,399	0,381	0,344	0,314
		0,5	0,399	0,378	0,346	0,314
		0,8	0,398	0,375	0,344	0,313
	36	0,2	0,342	0,324	0,279	0,262
		0,5	0,341	0,324	0,280	0,264
		0,8	0,340	0,325	0,280	0,264
3000	12	0,2	0,479	0,496	0,409	0,434
		0,5	0,477	0,498	0,407	0,432
		0,8	0,479	0,496	0,407	0,434
	24	0,2	0,394	0,378	0,320	0,308
		0,5	0,392	0,372	0,319	0,311
		0,8	0,384	0,369	0,318	0,312
	36	0,2	0,327	0,331	0,270	0,262
		0,5	0,325	0,327	0,267	0,263
		0,8	0,320	0,320	0,269	0,262

Tablo 17 incelendiğinde iki boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinin 0,261 ve 0,539 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin üç kategorili veride, 1.boyutta 0,320 ile 0,539; 2. boyutta ise 0,320 ile 0,522 aralığında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin beş kategorili veride, 1.boyutta 0,267 ile 0,483; 2. boyutta ise 0,262 ile 0,455 aralığında değiştiği görülmektedir. Her koşulda madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça yetenek parametrelerinin RMSE değerleri azalmaktadır. Örneğin; 1500 örneklem 12 madde 0,5 korelasyon üç kategori koşulunda θ_1 için RMSE 0,539 iken aynı örneklem büyüklüğü,

korelasyon ve kategori sayısında 24 madde için 0,399; 36 madde için 0,341 olmuştur. 3000 örneklem ve diğer koşullar aynı tutulduğunda 12 madde için bu değer 0,477; 24 madde için 0,392 ve 36 madde için 0,325 olmaktadır. Benzer bir şekilde kategori sayısının artması RMSE değerlerini düşürmektedir. Örneğin; θ_1 parametresi 1500 örneklem 12 madde 0,5 korelasyon üç kategori koşulunda 0,539 iken; 1500 örneklem 12 madde 0,5 korelasyon beş kategori koşulunda 0,480'ye düşmüştür. Benzer yorum diğer koşul ve parametreler için yapılabilir.

Şekil 43'de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.

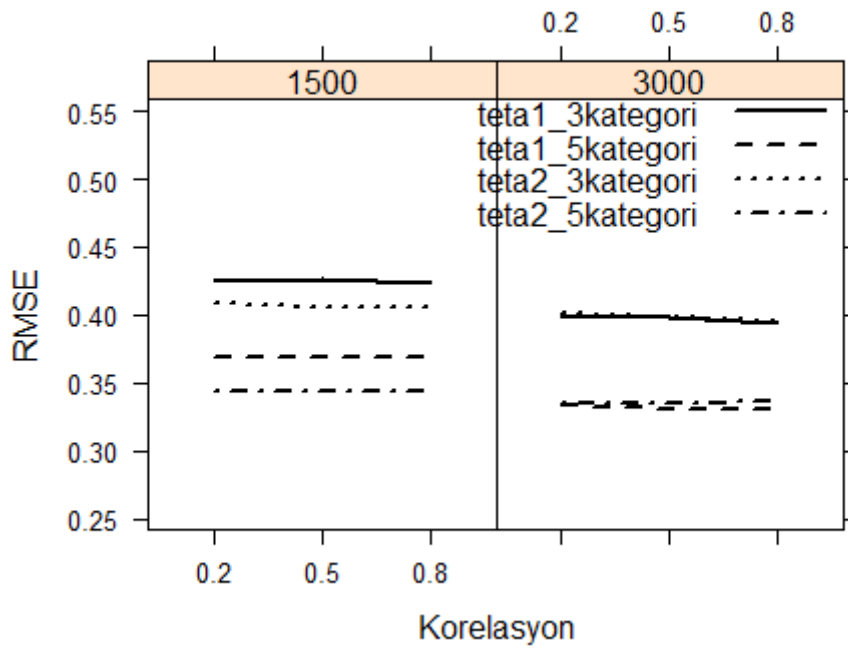


Şekil 43. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 43 incelendiğinde MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait en yüksek RMSE değerlerinin iki boyutlu yapıda her koşulda üç kategorili verilere ait θ_1 ve θ_2 parametresine ait olduğu görülmektedir. Ayrıca kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün ve madde sayısının artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirime yol açtığı bulunmuştur. 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri sırasıyla üç kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için ardından beş kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için olduğu görülmektedir. 3000

örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri ise madde sayısına göre değişkenlik göstermekle birlikte yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır.

Şekil 44’de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 44. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 44 incelendiğinde iki boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait en yüksek RMSE değerlerinin her koşulda üç kategorili verilere ait θ_1 ve θ_2 parametresine ait olduğu görülmektedir. Ayrıca kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur. 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri sırasıyla üç kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için ardından beş kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda ise yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Ancak örneklem büyüklüğü arttıkça elde edilen RMSE değerleri düşmüştür. Boyutlar arası korelasyon değerlerinin farklılaşması ise iki boyutlu verilerde yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde bir değişikliğe sebep olmamıştır.

Tablo 18’de iki boyutlu basit yapılı ölçme araçları için MHRM algoritmasında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

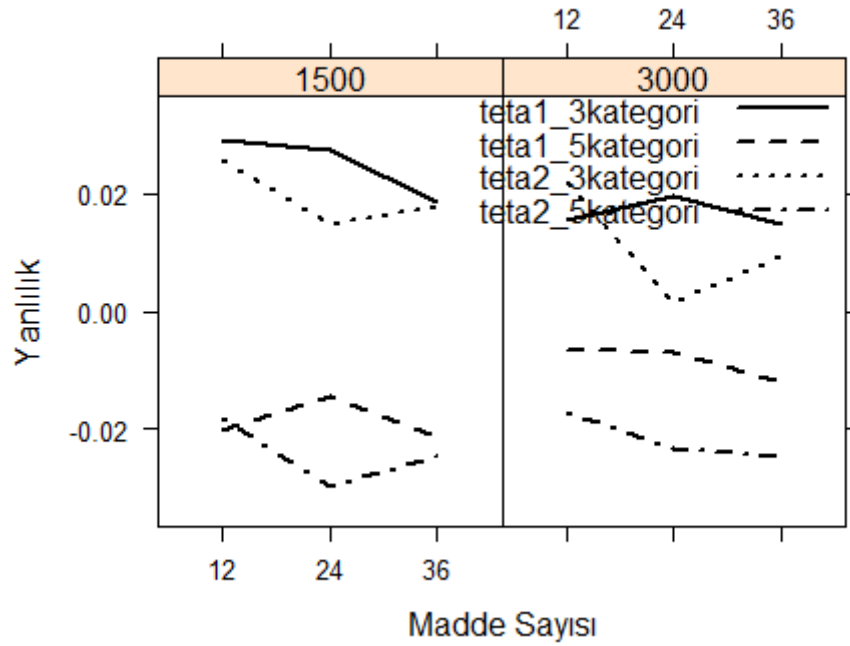
Tablo 18.

İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 Kategorili		5 Kategorili	
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1500	12	0,2	0,03	0,02	-0,02	-0,02
		0,5	0,03	0,03	-0,02	-0,02
		0,8	0,03	0,02	-0,02	-0,02
	24	0,2	0,03	0,02	-0,01	-0,03
		0,5	0,03	0,01	-0,01	-0,03
		0,8	0,03	0,02	-0,02	-0,03
	36	0,2	0,02	0,01	-0,03	-0,02
		0,5	0,03	0,02	-0,02	-0,02
		0,8	0,02	0,02	-0,02	-0,03
3000	12	0,2	0,02	0,02	0,00	-0,01
		0,5	0,01	0,02	-0,01	-0,02
		0,8	0,02	0,03	-0,01	-0,02
	24	0,2	0,02	-0,01	-0,01	-0,03
		0,5	0,02	0,00	-0,01	-0,02
		0,8	0,03	0,01	0,00	-0,03
	36	0,2	0,02	0,01	-0,01	-0,02
		0,5	0,02	0,01	-0,01	-0,02
		0,8	0,01	0,01	-0,01	-0,03

Tablo 18’deki iki boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,03 arasında değişmektedir. En büyük değişimler θ_1 parametresi için üç kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. İki boyutlu ölçme araçlarında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

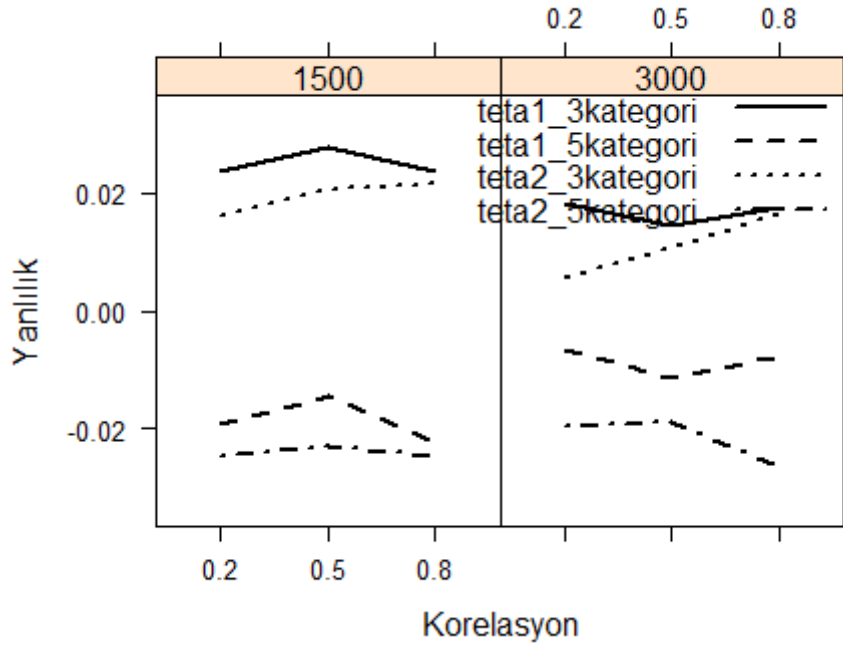
Şekil 45’de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlışlık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 45. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlışlık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 45’de yer alan MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlışlık değerleri incelendiğinde, yanlışlık değerlerinin grafikten de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlışlık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlışlık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 45 incelendiğinde 1500 ve 3000 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_1 parametresinin yanlış kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlışlık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır.

Şekil 46’da iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlışlık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 46. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 46 incelendiğinde 1500 ve 3000 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_1 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır. Boyutlar arası korelasyon katsayısının değişmesi ise iki boyutlu yapıda yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinde bir örüntüye neden olmamıştır.

2.3. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“İki boyutlu üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 19’da iki boyutlu basit yapılı ölçme araçları için QMCEM algoritmasında yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 19.

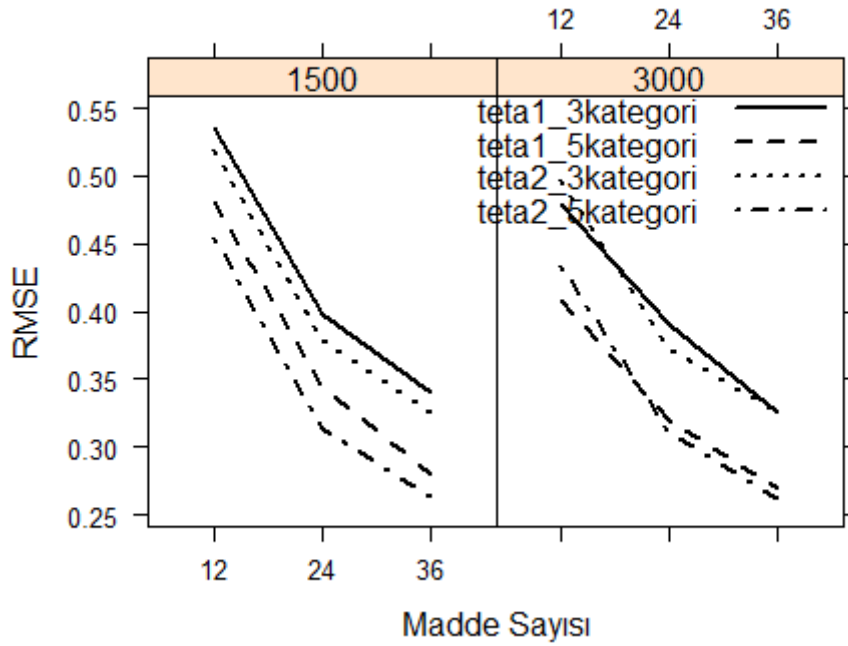
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 Kategorili		5 Kategorili	
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1500	12	0,2	0,536	0,522	0,483	0,455
		0,5	0,539	0,517	0,480	0,454
		0,8	0,533	0,517	0,481	0,454
	24	0,2	0,399	0,381	0,344	0,314
		0,5	0,399	0,378	0,346	0,314
		0,8	0,398	0,375	0,343	0,313
	36	0,2	0,340	0,325	0,278	0,261
		0,5	0,341	0,325	0,280	0,264
		0,8	0,339	0,325	0,279	0,264
3000	12	0,2	0,480	0,497	0,409	0,434
		0,5	0,477	0,498	0,408	0,433
		0,8	0,479	0,496	0,407	0,434
	24	0,2	0,394	0,377	0,320	0,308
		0,5	0,392	0,373	0,319	0,311
		0,8	0,384	0,369	0,319	0,312
	36	0,2	0,328	0,331	0,270	0,262
		0,5	0,326	0,326	0,267	0,263
		0,8	0,321	0,321	0,269	0,262

Tablo 19 incelendiğinde iki boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinin 0,261 ve 0,539 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin üç kategorili veride, 1.boyutta 0,321 ile 0,539; 2. boyutta ise 0,321 ile 0,522 aralığında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin beş kategorili veride, 1.boyutta 0,267 ile 0,480; 2. boyutta ise 0,261 ile 0,455 aralığında değiştiği görülmektedir. Her koşulda madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerleri azalmaktadır. Örneğin; 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon üç kategori koşulunda θ_1 için RMSE 0,536 iken aynı örneklem büyüklüğü, korelasyon ve kategori sayısında 24 madde

için 0,399; 36 madde için 0,340 olmuştur. 3000 örneklem ve diğer koşullar aynı tutulduğunda 12 madde için bu değer 0,480; 24 madde için 0,394 ve 36 madde için 0,328 olmaktadır. Benzer bir şekilde kategori sayısının artması RMSE değerlerini düşürmektedir. Örneğin; θ_1 parametresi 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon üç kategori koşulunda 0,536 iken; 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon beş kategori koşulunda 0,483'ye düşmüştür. Benzer yorum diğer koşul ve parametreler için yapılabilir.

Şekil 47'de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.

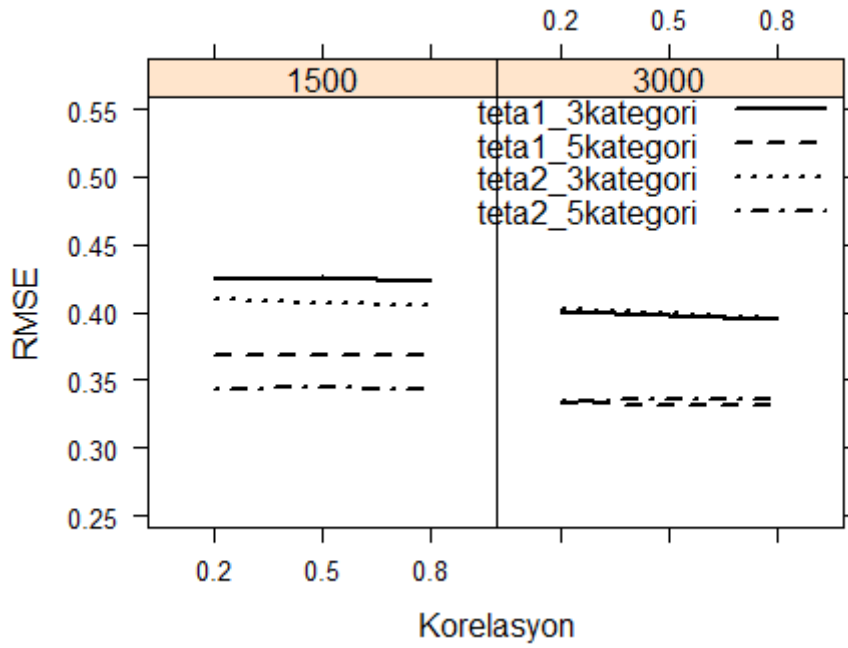


Şekil 47. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 47 incelendiğinde, QMCEM algoritmasında en yüksek RMSE değerlerinin iki boyutlu yapıda her koşulda üç kategorili verilere ait θ_1 ve θ_2 parametresine ait olduğu görülmektedir. Ayrıca kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün ve madde sayısının artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirime yol açtığı bulunmuştur. 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri sırasıyla üç kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için ardından beş kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda en

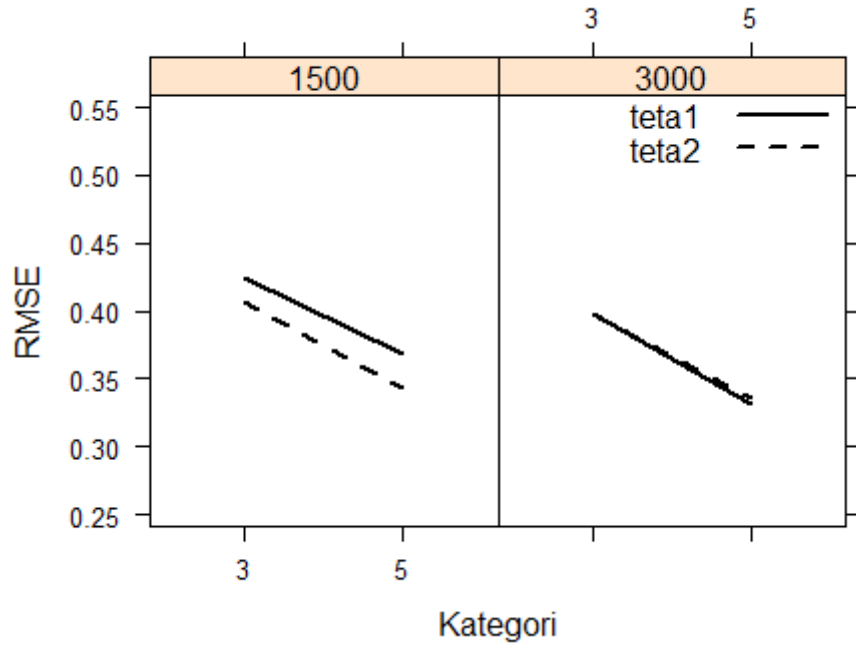
yüksek RMSE değerleri ise madde sayısına göre değişkenlik göstermekle birlikte yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır.

Şekil 48’de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 48. İki Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 48 incelendiğinde, QMCEM algoritmasında en yüksek RMSE değerlerinin iki boyutlu yapıda her koşulda üç kategorili verilerde θ_1 ve θ_2 parametresine ait olduğu görülmektedir. Ayrıca kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirime yol açtığı bulunmuştur. 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri sırasıyla üç kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için ardından beş kategorili verilerde θ_1 , θ_2 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda ise yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Ancak örneklem büyüklüğü arttıkça elde edilen RMSE değerleri düşmüştür. Boyutlar arası korelasyon değerlerinin farklılaşması ise iki boyutlu verilerde yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde bir değişikliğe sebep olmamıştır.



Şekil 49. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 49'dan da görüldüğü gibi her iki yetenek parametresi için de kategori sayısını arttırmak RMSE değerlerini düşürmüştür.

Tablo 20'de iki boyutlu basit yapılu ölçme araçları için QMCEM algoritmasında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 20.

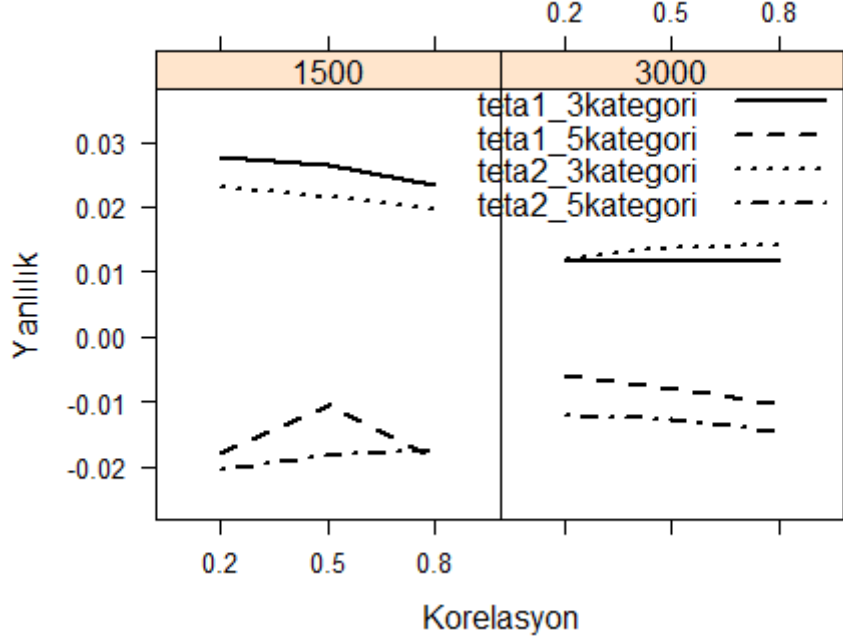
İki Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 Kategorili		5 Kategorili	
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1500	12	0,2	0,03	0,03	-0,02	-0,02
		0,5	0,03	0,03	0,00	-0,02
		0,8	0,03	0,03	-0,02	-0,02
	24	0,2	0,03	0,02	-0,02	-0,02
		0,5	0,03	0,02	-0,02	-0,02
		0,8	0,02	0,02	-0,02	-0,02
	36	0,2	0,02	0,02	-0,02	-0,02
		0,5	0,02	0,02	-0,02	-0,02
		0,8	0,02	0,02	-0,02	-0,02
3000	12	0,2	0,01	0,02	-0,01	-0,01
		0,5	0,01	0,02	-0,01	-0,01
		0,8	0,01	0,02	-0,01	-0,02
	24	0,2	0,01	0,01	0,00	-0,01
		0,5	0,01	0,01	-0,01	-0,01
		0,8	0,01	0,01	-0,01	-0,01
	36	0,2	0,01	0,01	0,00	-0,01
		0,5	0,01	0,01	-0,01	-0,01
		0,8	0,01	0,01	-0,01	-0,02

Tablo 20’deki iki boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametresine ait yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,03 arasında değişmektedir. En büyük değişimler θ_1 parametresi için üç kategorili veri koşullarında yaşanmıştır. İki boyutlu ölçme araçlarında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

Şekil 50’de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre QMCEM

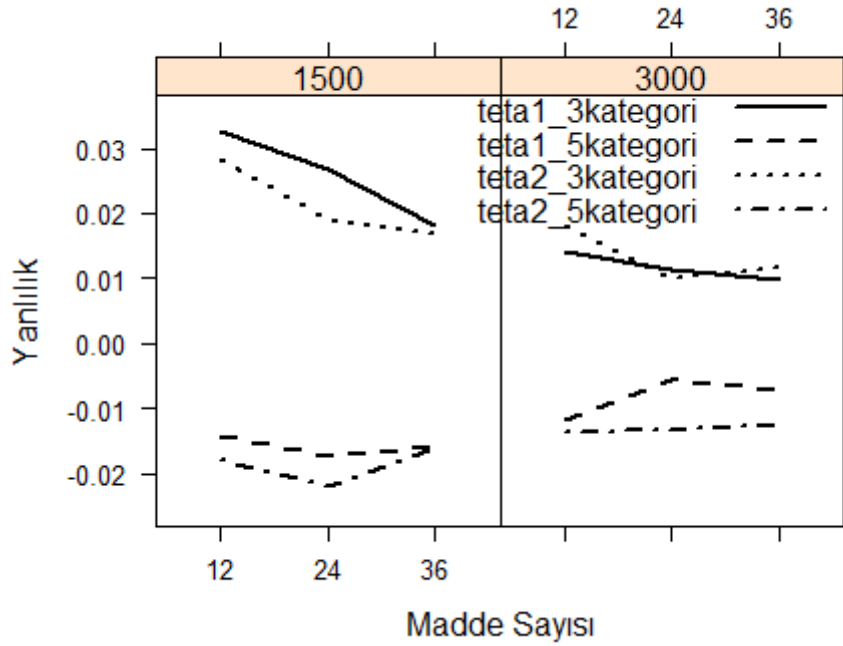
algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 50. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

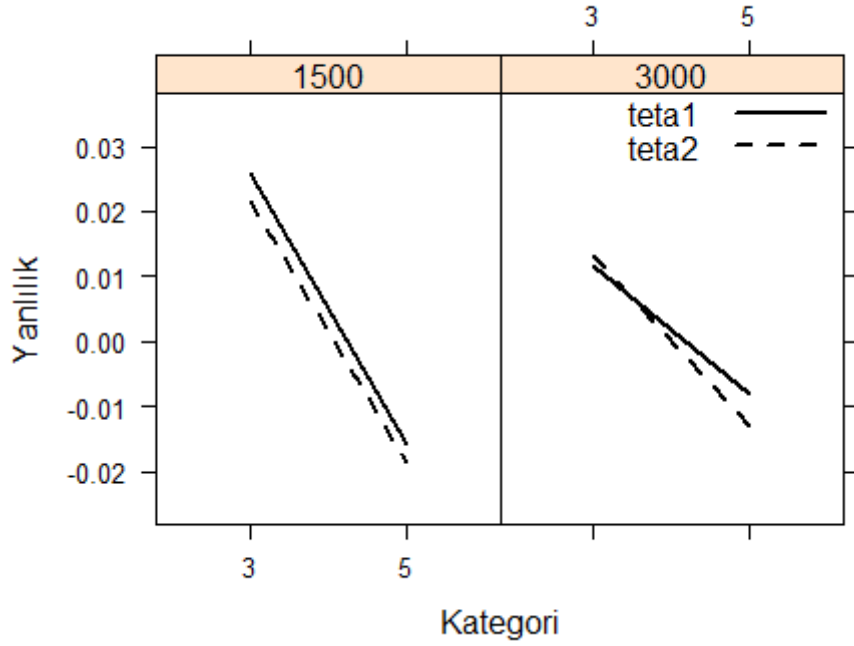
Şekil 50’de yer alan iki boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, boyutlar arası korelasyon değerleri değiştikçe yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin genelde değişmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 50 incelendiğinde 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_1 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır. Boyutlar arası korelasyon katsayısının değişmesi ise iki boyutlu yapılarda QMCEM ile kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinde bir değişime neden olmamıştır.

Şekil 51’de iki boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 51. İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 51’de yer alan QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin grafikten de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği ve genellikle yanlılık değerlerinin madde sayısı değişimlerinden etkilenmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 51 incelendiğinde, 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_1 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır.



Şekil 52. İki Boyutlu Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Kategori Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 52 incelendiğinde, iki boyutlu yapıda yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin kategori sayısının üçten beşe çıkmasıyla azaldığı görülmektedir.

2.4. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“Üç boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle EM algoritmasında kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 21’de üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için EM algoritmasında yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 21.

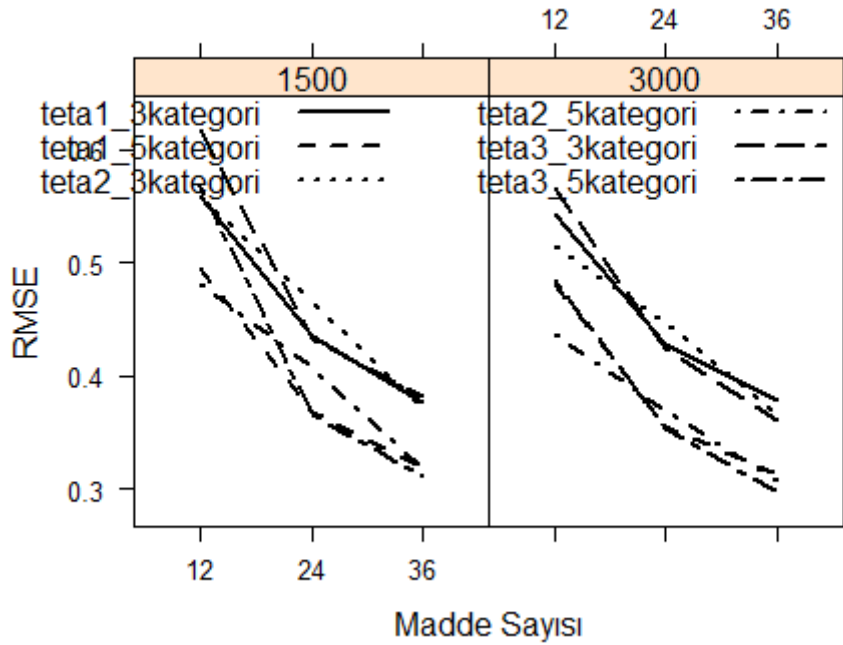
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 Kategorili			5 Kategorili		
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
1500	12	0,2	0,554	0,566	0,614	0,491	0,484	0,572
		0,5	0,560	0,559	0,623	0,498	0,481	0,565
		0,8	0,563	0,549	0,615	0,495	0,475	0,563
	24	0,2	0,437	0,470	0,423	0,373	0,404	0,365
		0,5	0,433	0,462	0,440	0,365	0,407	0,363
		0,8	0,431	0,462	0,437	0,364	0,406	0,371
	36	0,2	0,380	0,378	0,374	0,315	0,321	0,311
		0,5	0,375	0,372	0,386	0,320	0,320	0,310
		0,8	0,378	0,362	0,383	0,322	0,313	0,312
3000	12	0,2	0,550	0,517	0,554	0,482	0,437	0,486
		0,5	0,541	0,513	0,572	0,480	0,436	0,484
		0,8	0,538	0,511	0,569	0,482	0,438	0,482
	24	0,2	0,430	0,455	0,421	0,353	0,377	0,357
		0,5	0,426	0,446	0,423	0,358	0,365	0,352
		0,8	0,429	0,442	0,426	0,355	0,366	0,350
	36	0,2	0,380	0,369	0,365	0,311	0,306	0,297
		0,5	0,378	0,366	0,358	0,310	0,308	0,290
		0,8	0,376	0,364	0,360	0,318	0,307	0,303

Tablo 21 incelendiğinde üç boyutlu yapıda EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinin 0,290 ve 0,623 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye dayalı EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin üç kategorili veride, 1.boyutta 0,375 ile 0,563; 2. boyutta 0,364 ile 0,566; 3. boyutta ise 0,358 ile 0,623 aralığında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM'ye dayalı EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin beş kategorili veride, 1.boyutta 0,310 ile 0,498; 2. boyutta 0,306 ile 0,484; 3. boyutta ise 0,290 ile 0,565 aralığında değiştiği görülmektedir. Her koşulda madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerleri azalmaktadır. Örneğin; 1500 örneklem 12 madde 0,8 korelasyon üç kategori koşulunda θ_1 için RMSE 0,563 iken aynı örneklem büyüklüğü, korelasyon ve kategori sayısında 24 madde için 0,431; 36 madde için 0,378 olmuştur. 3000 örneklem ve diğer koşullar aynı tutulduğunda 12 madde için bu değer

0,538; 24 madde için 0,429 ve 36 madde için 0,376 olmaktadır. Benzer bir şekilde kategori sayısının artması RMSE değerlerini düşürmektedir. Örneğin; θ_1 parametresi 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon üç kategori koşulunda 0,554 iken; 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon beş kategori koşulunda 0,491'ye düşmüştür. Benzer yorum diğer koşul ve parametreler için yapılabilir.

Şekil 53'de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.

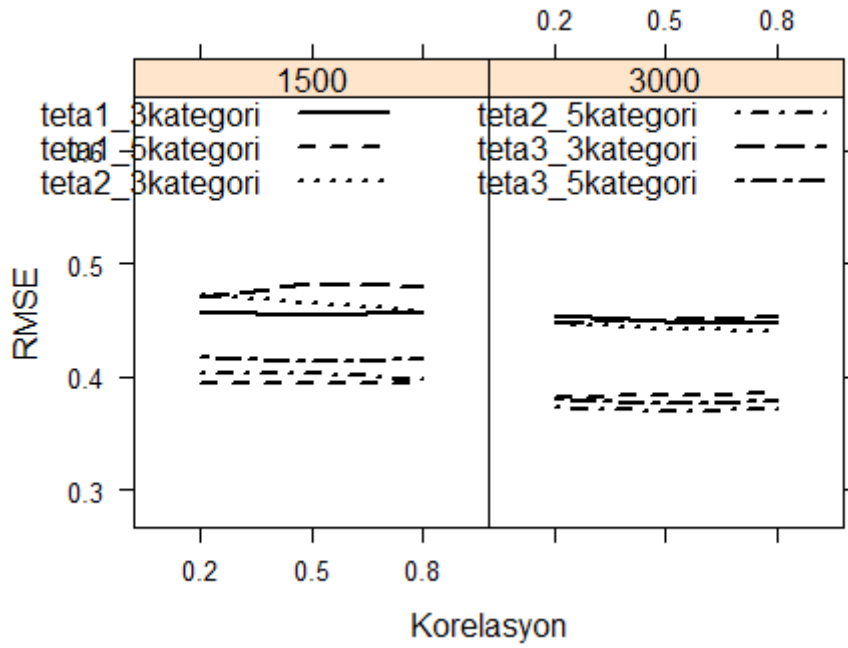


Şekil 53. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Üç boyutlu yapıda EM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerlerinin sırasıyla üç kategorili verilerde θ_3 için ardından beş kategorili verilerde θ_3 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri ise madde sayısına göre değişkenlik göstermekle birlikte yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Tablo 21 incelendiğinde, madde sayısını 12'den 24'e çıkarmak yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde daha keskin bir düşüşe neden olurken, 24 maddeden 36 maddeye çıkarmak daha az düşüşe sebep olmuştur. Kategori

sayısının, örneklem büyüklüğünün ve madde sayısının artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirime yol açtığı bulunmuştur.

Şekil 54’de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 54. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 54 incelendiğinde EM algoritmasında kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirime yol açtığı bulunmuştur. Boyutlar arası korelasyon değerlerinin farklılaşması ise üç boyutlu verilerde yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde bir değişikliğe sebep olmamıştır.

Tablo 22’de üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için EM algoritmasında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

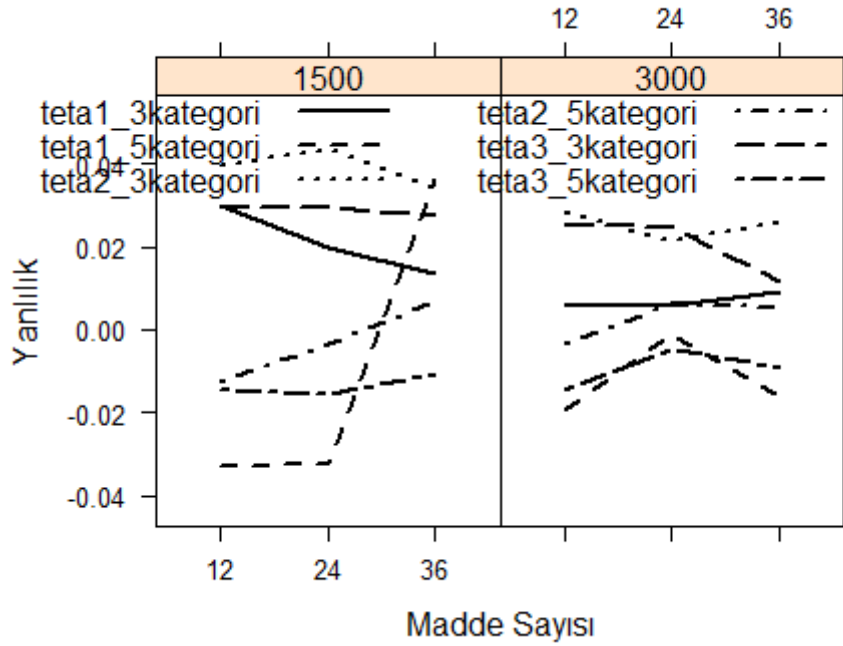
Tablo 22.

Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin EM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 Kategorili			5 Kategorili		
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
1500	12	0,2	0,04	0,05	0,02	-0,04	-0,01	-0,03
		0,5	0,03	0,04	0,03	-0,03	-0,01	-0,01
		0,8	0,03	0,04	0,03	-0,03	-0,01	-0,01
	24	0,2	0,03	0,05	0,03	-0,04	-0,02	-0,01
		0,5	0,02	0,04	0,03	-0,04	0,01	-0,03
		0,8	0,01	0,04	0,03	-0,02	0,00	0,00
	36	0,2	0,02	0,03	0,03	0,04	0,01	-0,01
		0,5	0,01	0,04	0,03	0,03	0,00	0,00
		0,8	0,01	0,03	0,02	0,04	0,00	-0,02
3000	12	0,2	-0,02	0,03	0,01	-0,03	0,01	-0,02
		0,5	0,02	0,03	0,03	-0,01	-0,01	-0,01
		0,8	0,02	0,02	0,03	-0,02	-0,02	-0,01
	24	0,2	0,01	0,02	0,02	-0,02	0,02	0,00
		0,5	0,00	0,01	0,03	0,03	0,01	0,00
		0,8	0,01	0,03	0,03	-0,02	-0,01	-0,01
	36	0,2	0,01	0,03	0,01	0,01	0,01	-0,01
		0,5	0,01	0,03	0,00	-0,03	0,00	-0,01
		0,8	0,01	0,01	0,02	-0,03	0,00	-0,01

Tablo 22'deki üç boyutlu yapıda EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,05 arasında değişmektedir. Üç boyutlu ölçme araçlarında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

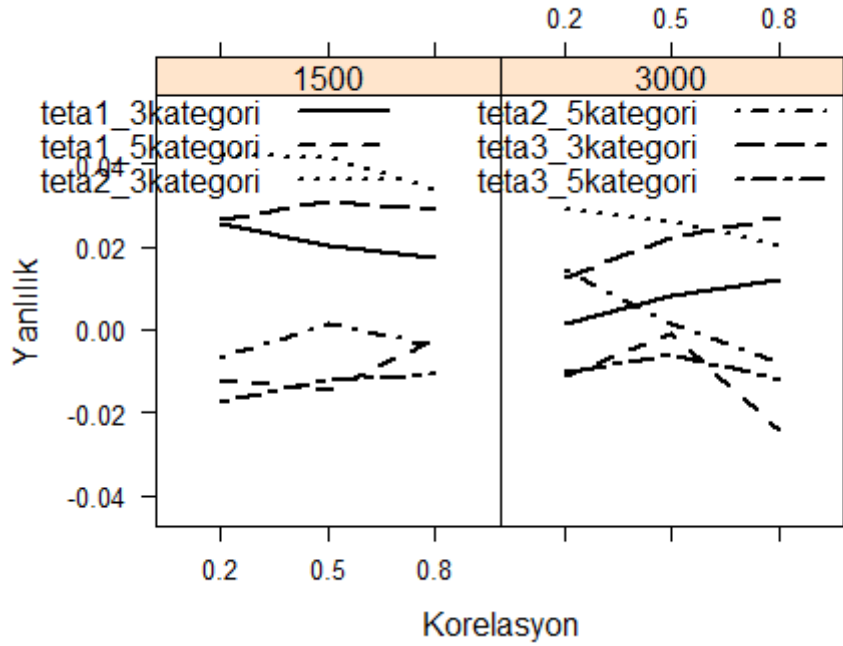
Şekil 55'de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 55. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 55’de yer alan EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin grafikten de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği ve genellikle yanlılık değerlerinin madde sayısı değişimlerinden etkilenmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerinin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 55 incelendiğinde, 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır.

Şekil 56’da üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 56. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının EM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 56’da yer alan EM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, boyutlar arası korelasyon değerleri değiştikçe yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin genelde büyük ölçüde değişmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 56 incelendiğinde, 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır. Boyutlar arası korelasyon katsayısının değişmesi ise üç boyutlu yapılarda EM ile kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinde büyük bir değişime neden olmamıştır.

2.5. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“Üç boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle MHRM algoritmasında kestirilen

yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 23’de üç boyutlu basit yapıli ölçme araçları için MHRM algoritmasında yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 23.

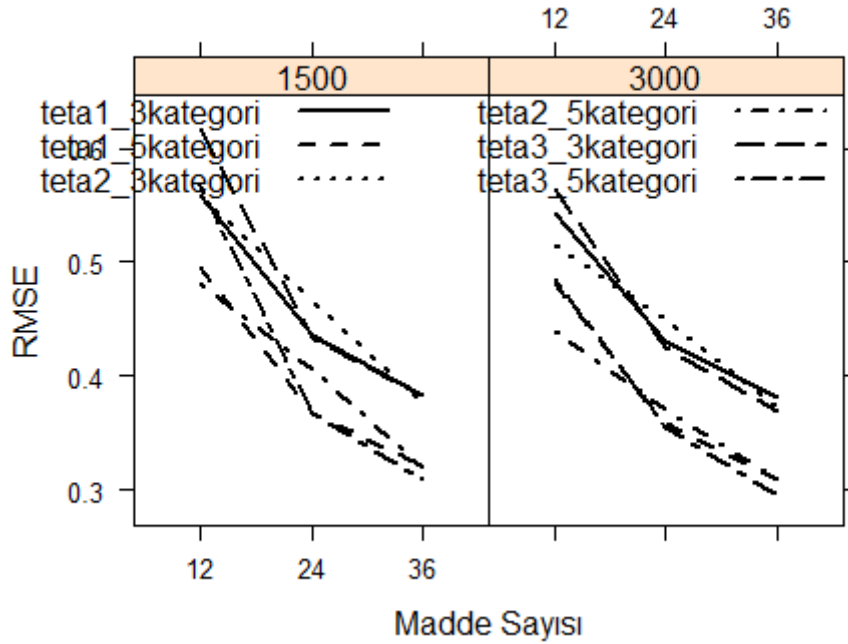
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 Kategorili			5 Kategorili		
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
1500	12	0,2	0,554	0,566	0,614	0,491	0,485	0,572
		0,5	0,560	0,559	0,623	0,499	0,483	0,566
		0,8	0,563	0,549	0,615	0,495	0,476	0,563
	24	0,2	0,438	0,470	0,424	0,373	0,405	0,367
		0,5	0,435	0,462	0,442	0,366	0,408	0,366
		0,8	0,434	0,463	0,437	0,364	0,406	0,368
	36	0,2	0,383	0,385	0,376	0,318	0,326	0,303
		0,5	0,384	0,375	0,386	0,323	0,318	0,312
		0,8	0,381	0,368	0,387	0,324	0,317	0,314
3000	12	0,2	0,551	0,516	0,554	0,483	0,438	0,487
		0,5	0,541	0,514	0,572	0,479	0,438	0,485
		0,8	0,538	0,512	0,569	0,482	0,440	0,482
	24	0,2	0,432	0,457	0,423	0,358	0,378	0,359
		0,5	0,429	0,448	0,425	0,362	0,366	0,352
		0,8	0,432	0,444	0,427	0,357	0,368	0,352
	36	0,2	0,383	0,375	0,375	0,309	0,306	0,298
		0,5	0,382	0,372	0,364	0,308	0,312	0,292
		0,8	0,380	0,369	0,366	0,310	0,310	0,296

Tablo 23 incelendiğinde üç boyutlu yapıda MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin 0,292 ve 0,623 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin üç kategorili veride, 1.boyutta 0,382 ile 0,563; 2. boyutta 0,372 ile 0,566; 3. boyutta ise 0,364 ile 0,615 aralığında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin beş kategorili veride, 1.boyutta 0,308 ile 0,499; 2. boyutta 0,306 ile 0,483;

3. boyutta ise 0,292 ile 0,572 aralığında değiştiği görülmektedir. Her koşulda madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerleri azalmaktadır. Örneğin; 1500 örneklem 12 madde 0,8 korelasyon üç kategori koşulunda θ_1 için RMSE 0,563 iken aynı örneklem büyüklüğü, korelasyon ve kategori sayısında 24 madde için 0,434; 36 madde için 0,381 olmuştur. 3000 örneklem ve diğer koşullar aynı tutulduğunda 12 madde için bu değer 0,538; 24 madde için 0,432 ve 36 madde için 0,380 olmaktadır. Benzer bir şekilde kategori sayısının artması RMSE değerlerini düşürmektedir. Örneğin; θ_1 parametresi 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon üç kategori koşulunda 0,554 iken; 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon beş kategori koşulunda 0,491'ye düşmüştür. Benzer yorum diğer koşul ve parametreler için yapılabilir.

Şekil 57'de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.

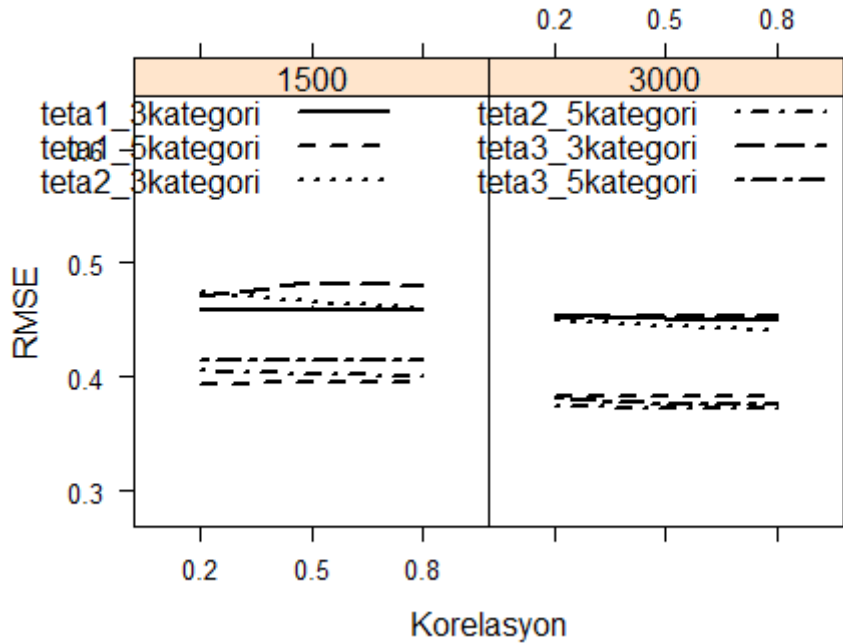


Şekil 57. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

MHRM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerlerinin sırasıyla üç kategorili verilerde θ_3 için ardından 5 kategorili verilerde θ_3 için olduğu görülmektedir. 3000 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri ise madde sayısına göre değişkenlik

göstermekle birlikte yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Tablo 57 incelendiğinde, madde sayısını 12'den 24'e çıkarmak yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde daha keskin bir düşüşe neden olurken, 24 maddeden 36 maddeye çıkarmak daha az düşüşe sebep olmuştur. Kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün ve madde sayısının artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur.

Şekil 58'de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 58. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 58 incelendiğinde, üç boyutlu yapıda MHRM algoritmasında kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur. Boyutlar arası korelasyon değerlerinin farklılaşması ise üç boyutlu verilerde yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde bir değişikliğe sebep olmamıştır.

Tablo 24'de üç boyutlu basit yapıli ölçme araçları için MHRM algoritmasında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

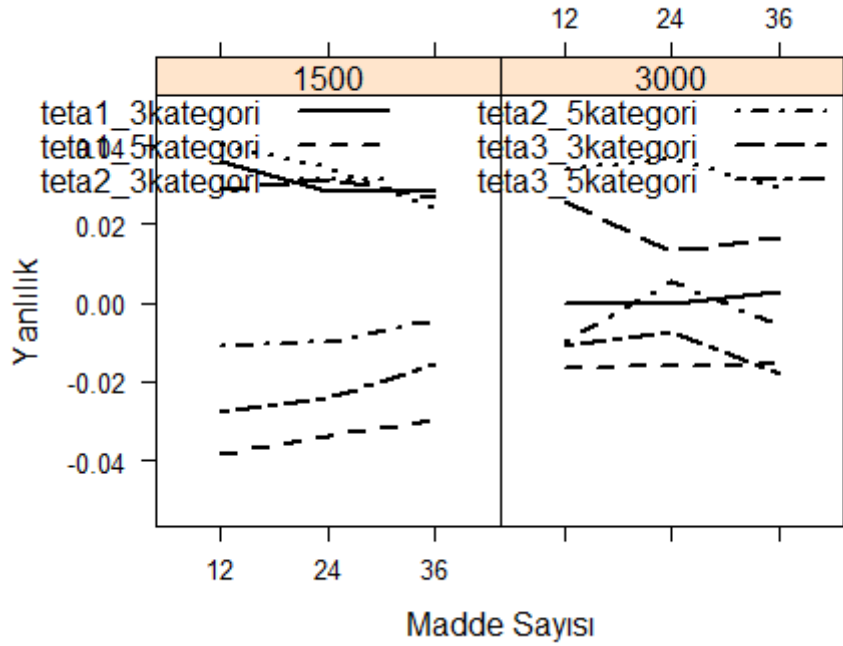
Tablo 24.

Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin MHRM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 Kategorili			5 Kategorili		
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
1500	12	0,2	0,04	0,05	0,02	-0,03	-0,01	-0,04
		0,5	0,03	0,04	0,04	-0,05	-0,02	-0,02
		0,8	0,04	0,04	0,03	-0,03	-0,01	-0,02
	24	0,2	0,04	0,04	0,03	-0,04	-0,01	-0,03
		0,5	0,03	0,04	0,04	-0,04	-0,01	-0,02
		0,8	0,02	0,03	0,03	-0,02	-0,02	-0,02
	36	0,2	0,02	0,03	0,01	-0,03	0,00	-0,03
		0,5	0,03	0,02	0,04	-0,03	0,00	-0,01
		0,8	0,04	0,02	0,04	-0,03	-0,01	-0,01
3000	12	0,2	0,01	0,04	0,01	-0,02	0,00	-0,02
		0,5	0,00	0,04	0,03	-0,02	-0,01	0,00
		0,8	0,00	0,03	0,03	-0,01	-0,02	-0,01
	24	0,2	-0,01	0,04	0,00	-0,01	0,02	-0,01
		0,5	-0,01	0,04	0,02	-0,03	0,01	-0,01
		0,8	0,01	0,03	0,01	-0,02	0,00	-0,01
	36	0,2	0,00	0,03	0,01	-0,01	0,00	-0,02
		0,5	0,00	0,03	0,02	-0,02	-0,01	-0,02
		0,8	0,01	0,02	0,02	-0,01	-0,01	-0,01

Tablo 24'deki MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde 0 ile 0,05 arasında değişmektedir. Üç boyutlu ölçme araçlarında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

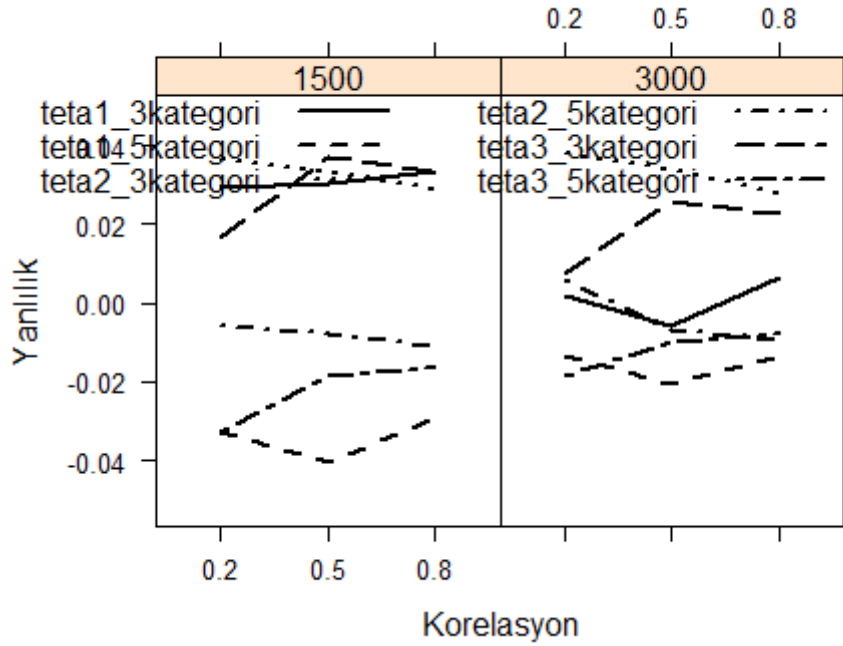
Şekil 59'da üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 59. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 59’da yer alan MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin grafikten de anlaşıldığı üzere düzenli bir örüntü sergilemediği ve genellikle yanlılık değerlerinin madde sayısı değişimlerinden etkilenmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerinin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır.

Şekil 60’da üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 60. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının MHRM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 60'da yer alan MHRM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, boyutlar arası korelasyon değerleri değiştikçe yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin genelde büyük ölçüde değişmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 60 incelendiğinde 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok genelde θ_2 parametresinin yanlı kestirildiği söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır. Boyutlar arası korelasyon katsayısının değişmesi ise üç boyutlu yapılarda MHRM ile kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinde büyük bir değişime neden olmamıştır.

2.6. Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular ve Yorum

“Üç boyutlu ölçme araçları için üç ve beş kategorili ölçme araçlarında örneklem büyüklüğü 1500, 3000; boyutlar arası korelasyon 0,2; 0,5; 0,8; ölçme aracı uzunluğu 12, 24, 36 olarak ele alındığında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle QMCEM algoritmasında

kestirilen yetenek parametrelerine ilişkin hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlışlık nasıl değerler almaktadır?” araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Tablo 25’de üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için QMCEM algoritmasında yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri verilmiştir.

Tablo 25.

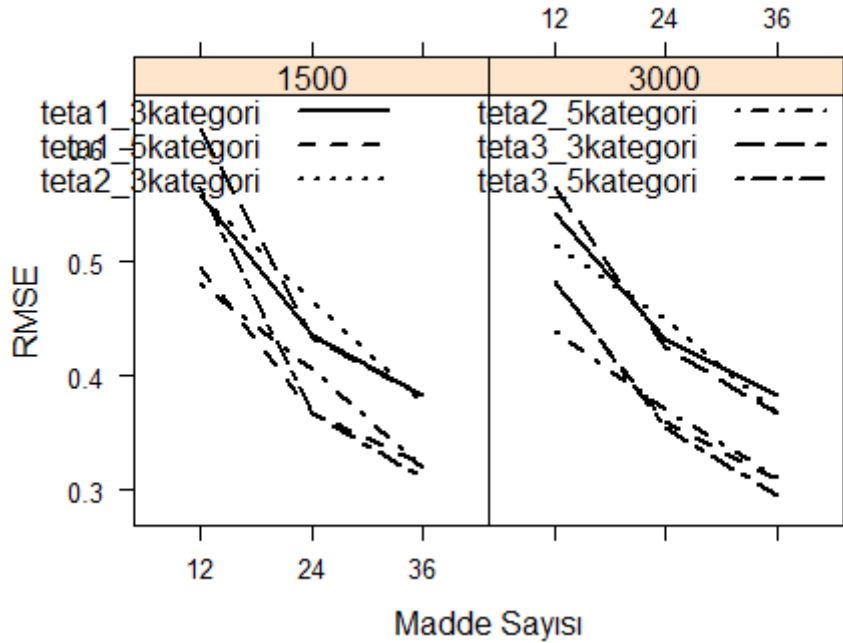
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerleri

Koşullar			3 Kategorili			5 Kategorili		
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ1	θ2	θ3	θ1	θ2	θ3
1500	12	0,2	0,554	0,566	0,614	0,491	0,485	0,572
		0,5	0,560	0,559	0,623	0,498	0,482	0,565
		0,8	0,563	0,549	0,615	0,495	0,476	0,563
	24	0,2	0,438	0,471	0,424	0,372	0,405	0,366
		0,5	0,434	0,462	0,442	0,365	0,408	0,365
		0,8	0,433	0,463	0,437	0,364	0,406	0,368
	36	0,2	0,384	0,386	0,375	0,318	0,326	0,305
		0,5	0,383	0,375	0,387	0,325	0,319	0,311
		0,8	0,381	0,368	0,386	0,326	0,316	0,314
3000	12	0,2	0,551	0,517	0,554	0,482	0,438	0,486
		0,5	0,541	0,514	0,573	0,480	0,438	0,484
		0,8	0,538	0,512	0,569	0,482	0,440	0,482
	24	0,2	0,433	0,457	0,423	0,358	0,379	0,359
		0,5	0,429	0,449	0,425	0,363	0,366	0,352
		0,8	0,433	0,444	0,427	0,359	0,368	0,352
	36	0,2	0,383	0,375	0,374	0,310	0,306	0,297
		0,5	0,383	0,363	0,363	0,308	0,313	0,292
		0,8	0,380	0,365	0,365	0,310	0,311	0,296

Tablo 25 incelendiğinde üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinin 0,292 ve 0,623 arasında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin RMSE değerinin üç kategorili veride, 1.boyutta 0,381 ile 0,563; 2. boyutta 0,363 ile 0,559; 3. boyutta ise 0,363 ile 0,623 aralığında değiştiği görülmektedir. Çok boyutlu ATM’ye dayalı QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametre değerlerine ilişkin

RMSE değerinin beş kategorili veride, 1.boyutta 0,308 ile 0,498; 2. boyutta 0,306 ile 0,485; 3. boyutta ise 0,292 ile 0,572 aralığında değiştiği görülmektedir. Her koşulda madde sayısı ve örneklem büyüklüğü arttıkça madde parametrelerinin RMSE değerleri azalmaktadır. Örneğin; 1500 örneklem 12 madde 0,8 korelasyon üç kategori koşulunda θ_1 için RMSE 0,563 iken aynı örneklem büyüklüğü, korelasyon ve kategori sayısında 24 madde için 0,433; 36 madde için 0,381 olmuştur. 3000 örneklem ve diğer koşullar aynı tutulduğunda 12 madde için bu değer 0,538; 24 madde için 0,433 ve 36 madde için 0,380 olmaktadır. Benzer bir şekilde kategori sayısının artması RMSE değerlerini düşürmektedir. Örneğin; θ_1 parametresi 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon üç kategori koşulunda 0,554 iken; 1500 örneklem 12 madde 0,2 korelasyon beş kategori koşulunda 0,491'ye düşmüştür. Benzer yorum diğer koşul ve parametreler için yapılabilir.

Şekil 61'de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.

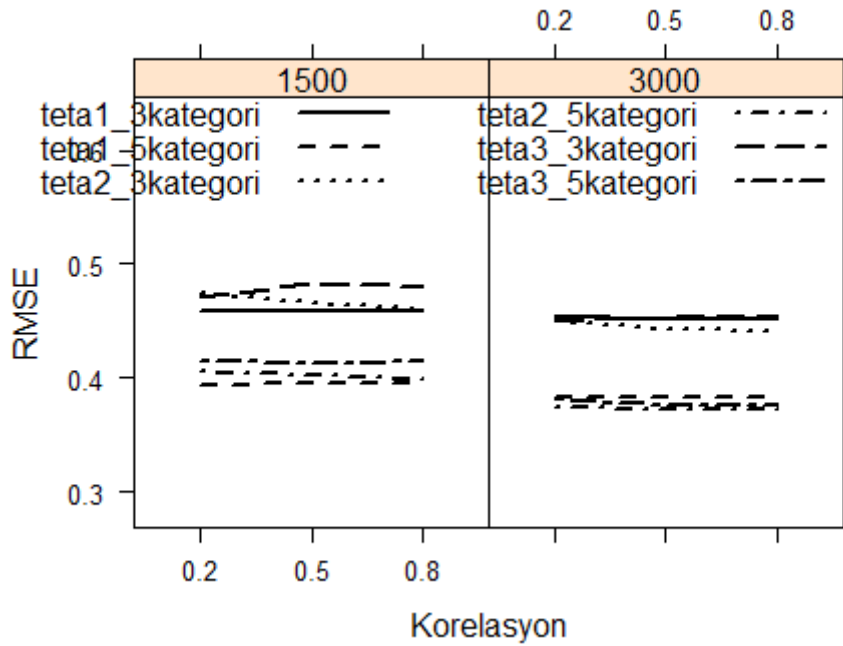


Şekil 61. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

QMCEM algoritmasında 1500 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerlerinin sırasıyla üç kategorili verilerde θ_3 için ardından beş kategorili verilerde θ_3 için olduğu görülmektedir.

3000 örneklem koşulunda en yüksek RMSE değerleri ise madde sayısına göre değişkenlik göstermekle birlikte yetenek parametreleri her kategori sayısı koşulu içinde oldukça birbirine yakındır. Tablo 25 incelendiğinde madde sayısını 12’den 24’e çıkarmak yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde daha keskin bir düşüşe neden olurken, 24 maddeden 36 maddeye çıkarmak daha az düşüşe sebep olmuştur. Kategori sayısının, örneklem büyüklüğünün ve madde sayısının artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur.

Şekil 62’de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 62. Üç Boyutlu Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait RMSE Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 62 incelendiğinde üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasında kategori sayısının ve örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametrelerinde daha az hatalı kestirimlere yol açtığı bulunmuştur. Boyutlar arası korelasyon değerlerinin farklılaşması ise üç boyutlu verilerde yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde bir değişikliğe sebep olmamıştır.

Tablo 26’da üç boyutlu basit yapılı ölçme araçları için MHRM algoritmasında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri verilmiştir.

Tablo 26.

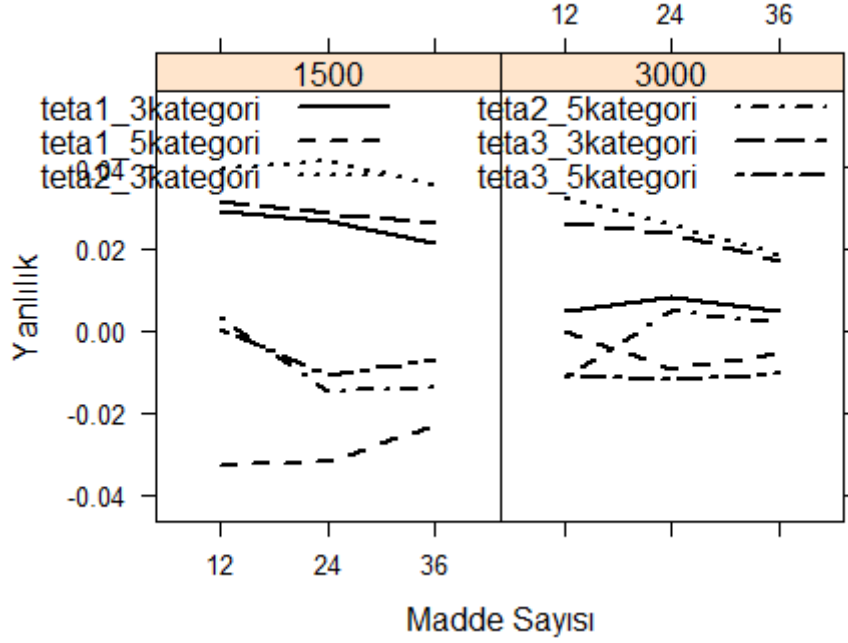
Üç Boyutlu Basit Yapılı Ölçme Araçları İçin QMCEM Algoritmasında Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerleri

Koşullar			3 Kategorili			5 Kategorili		
Örneklem Büyüklüğü	Ölçme Aracı Uzunluğu	Boyutlar Arası Korelasyon	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
1500	12	0,2	0,03	0,05	0,02	-0,03	-0,01	-0,02
		0,5	0,03	0,04	0,04	-0,04	-0,01	-0,01
		0,8	0,03	0,03	0,03	-0,03	0,03	0,03
	24	0,2	0,03	0,05	0,02	-0,03	-0,01	-0,01
		0,5	0,02	0,04	0,03	-0,04	-0,02	-0,01
		0,8	0,02	0,03	0,03	-0,03	-0,02	-0,01
	36	0,2	0,03	0,05	0,02	-0,02	-0,01	-0,01
		0,5	0,02	0,03	0,03	-0,03	-0,01	-0,01
		0,8	0,02	0,03	0,03	-0,02	-0,02	0,00
3000	12	0,2	0,01	0,04	0,01	-0,01	0,00	-0,02
		0,5	0,00	0,03	0,04	-0,02	-0,01	-0,01
		0,8	0,01	0,03	0,03	0,03	-0,02	-0,01
	24	0,2	0,01	0,03	0,02	-0,01	0,02	-0,02
		0,5	0,01	0,03	0,03	-0,01	0,00	-0,01
		0,8	0,01	0,02	0,02	-0,01	-0,01	-0,01
	36	0,2	0,01	0,02	0,00	-0,01	0,01	-0,01
		0,5	0,00	0,02	0,03	-0,01	0,01	-0,01
		0,8	0,00	0,01	0,02	0,00	-0,01	-0,01

Tablo 26’daki üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde değerlerin oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Mutlak değerce yanlılık değerleri incelendiğinde, 0 ile 0,04 arasında değişmektedir. Üç boyutlu ölçme araçlarında yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri madde sayısından ve örneklem büyüklüğünden büyük ölçüde etkilenmemiştir. Ancak genellikle küçük örnekleme ve az madde sayısına sahip koşullardan elde edilen yanlılık değerleri daha yüksektir. Kestirilen yanlılık değerlerinin oldukça küçük değerlere sahip olması nedeniyle yanlılığın genel olarak birbirine yakın olduğu görülmektedir.

Şekil 63’de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı madde sayısına (12-24-36) göre QMCEM algoritmasıyla

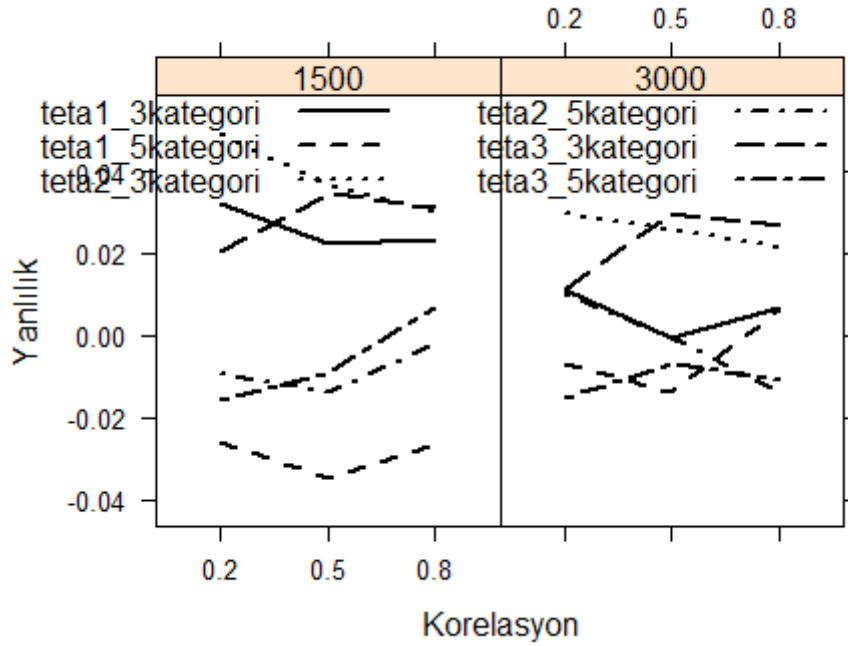
kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 63. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Madde Sayısına Göre İncelenmesi

Şekil 63’de yer alan QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, genellikle yanlılık değerlerinin madde sayısı değişimlerinden etkilenmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır.

Şekil 64’de üç boyutlu üç ve beş kategori sayısına sahip ölçme araçlarında farklı örneklem büyüklükleri (1500-3000) ve farklı boyutlar arası korelasyona (0,2-0,5-0,8) göre QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin nasıl değiştiğine dair grafik verilmiştir.



Şekil 64. Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili Ölçme Araçlarının QMCEM Algoritmasıyla Kestirilen Yetenek Parametrelerine Ait Yanlılık Değerlerinin Boyutlar Arası Korelasyona Göre İncelenmesi

Şekil 64’de yer alan üç boyutlu yapıda QMCEM algoritmasıyla kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerleri incelendiğinde, boyutlar arası korelasyon değerleri değiştikçe yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinin genelde büyük ölçüde değişmediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerinin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Şekil 64 incelendiğinde 1500 örneklem üç kategori koşulunda en çok yanlı kestirimin genelde θ_2 parametresinde olduğu söylenebilir. Ayrıca örneklem büyüklüğü arttıkça yanlılık değerleri genelde sıfıra yaklaşmaktadır. Boyutlar arası korelasyon katsayısının değişmesi ise üç boyutlu yapılarda QMCEM ile kestirilen yetenek parametrelerine ait yanlılık değerlerinde büyük bir değişime neden olmamıştır.

BÖLÜM IV

SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu bölümde araştırma problemlerinin sonuçlarına alanyazındaki araştırma sonuçlarıyla tartışarak yer verilmiştir.

Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın birinci alt probleminde farklı örneklem büyüklüğü, ölçme aracı uzunluğu, boyut sayısı, boyutlar arası korelasyon ve kategori sayısı koşullarında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle kestirilen madde parametreleri nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Bu araştırma sorusu kapsamında EM, MHRM, QMCEM algoritmalarıyla kestirimler yapılmıştır. Parametre doğrulanması ve ölçme kesinliği için hata kareler ortalaması karekökü (RMSE) ve yanlılık değerleri incelenmiştir.

İki ve üç boyutlu yapılarda örneklem büyüklüğünü arttırmak genellikle madde parametresi RMSE değerlerini düşürmekte ve ölçme kesinliğine katkı sağlamaktadır. Alanyazında örneklem büyüklüğünün parametre doğrulanması üzerindeki etkisini araştıran birçok çalışma bulunmaktadır (Bolt & Lall, 2003; Çakıcı Eser, 2015; de la Torre & Patz, 2005; de la Torre & Hong, 2010; Gül, 2015; Jiang, Wang & Weiss, 2016; Kuo, 2015, Kuo & Sheng, 2016; Lee, 2012; Martelli, Matteucci & Mignani, 2016; Sheng & Wikle, 2007; Sünbül, 2011; Yao & Boughton, 2007; Yao, 2010; Yavuz, 2014; Zhang, 2012). Alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde örneklem büyüdükçe RMSE değerinin küçüldüğü bulunmuştur (Bolt ve Lall, 2003; Çakıcı Eser, 2015; De Mars, 2003; de la Torre ve Patz, 2005; Drasgow, 1989; Finch, 2010; Gül, 2015; Kuo, 2015; Lee, 2012; Reise ve Yu, 1990; Sheng ve Wikle, 2007;

Sünbül, 2011; Şahin, 2012; Zhang, 2012). Bu yönden kimi araştırmalar (Jiang, Wang ve Weiss, 2016) çoğu durumda 500 örneklemin doğru parametre kestirimleri için yeterli olabileceği ve 1500 örneklemin ÇBMTK parametre doğrulanması çalışmalarında yeterli olduğunu (Bulut, 2013) belirtmişlerdir. Kuo (2015) ise 1000 örneklemin 500 örnekleme göre daha düşük hata değerleri ürettiğini belirtmiştir. Lee (2012) ise en az 1000 kişilik örneklem büyüklüğünün üç boyutlu yapılar için gerekli olduğunu önermiştir. Bu çalışmada alanyazındaki örneklem büyüdükçe RMSE değerinin küçüldüğü genel kanısı ile paralel bulgular elde edilmiştir (Bolt ve Lall, 2003; Çakıcı Eser, 2015; De Mars, 2003; de la Torre ve Patz, 2005; Drasgow, 1989; Finch, 2010; Gül, 2015; Kuo, 2015; Lee, 2012; Reise ve Yu, 1990; Sheng ve Wickle, 2007; Sünbül, 2011; Şahin, 2012; Zhang, 2012).

RMSE değerlerinin 0,10 üzeri olması zayıf uyumun göstergesidir (Hu ve Bentler, 1999). Bu çalışmada zayıf uyuma sahip 0,10 üzeri RMSE değerlerine daha çok 1500 örneklem ve az madde koşullarında rastlanmıştır.

EM, MHRM ve QMCEM algoritmalarına göre madde sayısını arttırmak madde parametre doğrulanmasında ölçme kesinliğine katkı sağlamakta, yani elde edilen RMSE değerlerini düşürmektedir Çakıcı Eser (2015) benzer bir bulgu bulmuş ve iki ve üç boyutlu basit yapılar için 12 maddelik ölçme araçlarının kullanılmasını önermektedir. Yavuz (2014) çalışmasında madde sayısı arttıkça madde parametrelerine ait RMSE değerlerinin düştüğü sonucuna varmış ve boyut sayısı büyük olduğu durumlarda madde sayısının 15'in üstünde olması gerektiğini belirtmiştir. Kuo (2015) ise test uzunluğunu arttırmanın madde parametresinin kesinliğini düşürdüğünü bulmuştur. Bu araştırma alanyazındaki çoğu araştırmalarda elde edilen (Bolt ve Lall, 2003; Yavuz, 2014; Çakıcı Eser, 2015) madde sayısı arttırmanın madde parametrelerine ait RMSE değerlerini düşürdüğü bulgusuyla tutarlı sonuçlar üretmiştir. Bolt ve Lall (2003) elde edilen RMSE değerleri çerçevesinde örneklem büyüklüğü ve madde sayısının artmasının ölçme kesinliğini arttırırken, korelasyon değerleri değişiminin koşuldan koşula farklı etkiye sahip olduğu bulmuşlardır. Bu araştırma sonuçları Bolt ve Lall (2003)'ün çalışmasıyla benzerdir.

İki ve üç boyutlu yapılarda boyutlar arası korelasyonu değiştirmek genellikle her üç algoritmaya (EM, MHRM, QMCEM) göre kestirilen madde parametresi RMSE değerlerinde bir örüntüye sebep olmamıştır. Bu bulgu alanyazındaki parametre doğrulanması çalışmalarıyla benzerlik göstermektedir (Ansley ve Forsyth, 1985; Bolt ve Lall, 2003; Yavuz, 2014; Gül, 2015; Kuo, 2015). Yavuz (2014) doktora tezinde farklı

simülasyon koşullarında farklı boyutlar arası korelasyon değerleri için çok yakın RMSE ve yanlılık değerleri elde edildiğini ve bu yüzden boyutlar arasındaki korelasyon sıfır iken, test uzunluğu, örneklem büyüklüğü ve boyut sayısına ilişkin RMSE değerlerine yer verildiğini belirtmiştir.

Farklı algoritmalarından elde edilen madde parametreleri yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, madde parametrelerinin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Bu bulgu Yavuz (2014) ve Çakıcı Eser (2015)'in her bir simülasyon koşulu ve madde parametresi için hesaplanan yanlılık değerlerinin sıfıra ve birbirine oldukça yakın olduğu bulgusuyla örtüşmektedir. Ayrıca Çakıcı Eser (2015) kestirim kararlılığını belirlemede hassas bilgi sağlamak için RMSE'nin hesaplanmasını önermektedir.

Özellikle boyut sayısı arttıkça üç boyutlu yapılarda madde parametrelerinin kestiriminde EM algoritması daha hatalı ve yanlı kestirimler yapmıştır. İki boyutlu yapılarda ise özellikle EM ve QMCEM algoritması madde parametrelerinin kestiriminde benzer sonuçlar üretmektedir.

İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın ikinci alt probleminde farklı örneklem büyüklüğü, ölçme aracı uzunluğu, boyut sayısı, boyutlar arası korelasyon ve kategori sayısı koşullarında çoklu-tek boyutlu aşamalı tepki modeliyle kestirilen yetenek parametreleri nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Bu araştırma sorusu kapsamında EM, MHRM, QMCEM algoritmalarıyla kestirimler yapılmıştır. Parametre doğrulanması ve ölçme kesinliği için RMSE ve yanlılık değerleri incelenmiştir.

Reise ve Yu (1990) ATM ile yaptıkları analizde örneklem büyüklüğünün yetenek parametresi doğrulanmasında küçük bir etkisi varken, madde parametresi doğrulanmasında daha büyük etkiye sahip olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde yetenek parametresi doğrulanmasında örneklem büyüklüğünün artmasının kestirimlerin büyük ölçüde iyileşmesine neden olmadığı daha çok madde sayısını arttırmanın RMSE değerlerini düşürdüğü ilgili araştırmalarda bulunmuştur (de la Torre ve Patz, 2005; Kieftenbeld ve Natesan, 2012; Köse, 2010) Kuo (2015) ve Çakıcı Eser (2015) ise örneklem büyüklüğünün artmasının yetenek parametreleri kestiriminde pozitif etkiye sahip olduğunu belirtmiştir. Bu araştırmada yetenek parametresi doğrulanmasında örneklem büyüklüğünden ziyade madde

sayısını arttırmanın ölçme kesinliğine katkı sağladığı ilgili araştırmalarda belirtilenlerle örtüşmektedir (de la Torre ve Patz, 2005; Kieftenbeld ve Natesan, 2012; Köse, 2010; Reise ve Yu, 1990). Yao ve Schwarz (2006) madde sayısı 10'dan 30'a çıkarıldığında RMSE değerleri azaldığını, madde sayısı 20'den 30'a çıkarıldığında RMSE değerleri önemli düzeyde bir düşüş meydana gelmediğini belirtmişlerdir. Bu araştırmada da madde sayısını 12'den 24'e çıkarmak yetenek parametrelerinin RMSE değerlerinde daha keskin bir düşüşe neden olurken, 24 maddeden 36 maddeye çıkarmak daha az düşüşe sebep olmuştur.

Yetenek parametreleri için elde edilen RMSE değerleri yapıyı oluşturan madde kategori sayısı ve test uzunluğundan da etkilenmektedir (Martelli, 2014). Kategori sayısı arttıkça yetenek parametrelerine ait ölçme kesinliği artmakta ve hata azalmaktadır.

Boyutlar arası korelasyonun artması ya da azalmasının madde parametrelerinin RMSE değerlerinde bir örüntü oluşturmamasının aksine, yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri boyutlar arası korelasyonun değişmesinden etkilenmemiş ve 0,2; 0,5 ve 0,8 korelasyon koşulunda sabit kalmıştır.

Farklı algoritmalarından elde edilen yetenek parametreleri yanlılık değerleri incelendiğinde, yanlılık değerlerinin düzenli bir örüntü sergilemediği görülmektedir. Yanlılık değerinin ranjının dar ve düşük olması, yetenek parametrelerinin genel olarak sıfıra yakın bir yanlılık ile benzer biçimde kestirildiğini göstermektedir. Bu bulgu Çakıcı Eser (2015)'in her bir simülasyon koşulu ve yetenek parametresi için hesaplanan yanlılık değerleri sıfıra ve birbirine oldukça yakın olduğu bulgusuyla örtüşmektedir.

Üç farklı algoritma kullanılarak (EM, MHRM, QMCEM), iki ve üç boyutlu yapılarda elde edilen yetenek parametrelerine ait RMSE değerleri önemli düzeyde farklılaşmamıştır. Üç algoritmadan elde edilen sonuçların farklı simülasyon koşullarında birbiriyle tutarlı ve benzer olduğu bulunmuştur.

BÖLÜM V

ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın sonuçları çerçesinde araştırma sonucuna yönelik ve gelecek araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

Araştırma Sonucuna Dönük Öneriler

1. İki ve üç boyutlu ÇBMTK kapsamında ATM çalışacak araştırmacılara QMCEM algoritması kullanmaları önerilebilir. Örneğin basit yapılı iki boyutlu, 12 madde sayılı, üç kategorili 1500 kişilik koşulda 100 replikasyondan elde edilen verilerde paralel hesaplamalarla Intel Core i5-5200U CPU 2.20GHz 6GB (RAM) 64 bit işletim sistemi olan bir bilgisayarda EM algoritmasıyla kestirimler 24 dakika, MHRM algoritmasıyla 137 dakika, QMCEM algoritmasıyla ise 115 dakika sürmüştür. En hızlı sonucun bu koşulda (iki boyutlu, 12 madde sayılı, üç kategorili 1500 örneklem) elde edildiği ve üç boyut, 36 madde, beş kategori 3000 örneklem koşulunda analizin günlerce sürebileceği göz önüne alındığında en az RMSE değerlerine sahip en hızlı algoritmanın seçilmesi mantıklı görülmektedir. Özellikle üç boyutlu koşullarda madde parametrelerine ait RMSE değerlerinde göreceli olarak daha düşük olan QMCEM algoritmasının kullanılması bu yüzden önerilmektedir.
2. ÇBMTK kapsamında ATM çalışacak araştırmacılara ölçme kesinliğinin artması için örneklem büyüklüğü ve madde sayısını arttırmaları önerilmektedir.
3. Özellikle yetenek parametresi kestirimlerinin iyileşmesi için çok kategorili verilerde duyarlılığı arttırmak adına en az beş kategori ile çalışılmalıdır.

4. Parametre doğrulanması çalışmalarında yanlışlık değeri yerine RMSE değerlerinin kullanılması daha hassas bilgilere ulaşılmasına yol açmaktadır. Benzer çalışmalar yürütecek araştırmacılar bu çerçevede RMSE değerlerinden yararlanabilir.

Gelecek Araştırmalara Dönük Öneriler

Bu bölümde araştırma kapsamında gerçekleştirilemeyen ve gelecek araştırmalarda çalışılabilecek konulara ve koşullara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

1. Bu çalışmada alanyazın taraması yapılarak 1500 ve 3000 örneklem ile analizler yürütülmüştür. Farklı örneklem büyüklükleri ile benzer araştırmalar yapılabilir.
2. Araştırma iki ve üç boyutlu simülatif veri seti üzerinden gerçekleştirilmiştir. Gerçek verilerde ya da farklı boyut sayılarının koşul olarak ele alındığı simülasyon verileri benzer araştırmalar yürütülebilir.
3. Araştırmada düşük (0,2), orta (0,5) ve yüksek (0,8) boyutlar arası korelasyon tercih edilecek şekilde simülasyon koşulları oluşturulmuştur. Farklı boyutlar arası korelasyon değerleriyle benzer araştırmalar yapılabilir.
4. Araştırmada alanyazında sıklıkla kullanılan üç ve beş kategori sayıları simülasyon koşulu olarak tercih edilmiştir. Farklı kategori sayılarıyla benzer araştırmalar gerçekleştirilebilir.
5. Çok kategorili verilerde farklı ÇBMTK modellerinin (GRM, KPM, GKPM vs.) karşılaştırıldığı bir çalışma yapılabilir.
6. Bu çalışmada yetenek parametresi MAP ile kestirilmiştir. Farklı araştırmalarda farklı kestirim yöntemleri kullanılabilir ve farklı yetenek parametresi kestirim yöntemlerinin (ML, EAP, MAP) karşılaştırması yapılabilir.
7. Bu çalışmada alanyazında yaygın olarak kullanılan ücretsiz R studio yazılımı ve bu yazılıma ait algoritmalar kullanılmıştır. İlerde yapılacak araştırmalarda farklı yazılımlar (IRTPRO, flexMIRT, BMIRT, MATLAB, vb.) ve algoritmalar kullanılabilir.
8. Bu çalışmada basit yapılı ÇBMTK kapsamında çok kategorili verilerde analizler gerçekleştirilmiştir. İleride yapılacak araştırmalarda kompleks yapılı ÇBMTK kapsamındaki simülasyon çalışmaları gerçekleştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Ackerman, T. A. (1994). Using multidimensional item response theory to understand what items and tests are measuring. *Applied Measurement in Education*, 7, 255- 278.
- Ackerman, T. (1996). Graphical representation of multidimensional item response theory analyses. *Applied Psychological Measurement*, 20, 311-329.
- Ackerman, T.A., Gierl, M.J., & Walker, C.M. (2003). *Using multidimensional item response theory to evaluate educational and psychological tests*. Educational Measurement: Issues and Practice: MIRT Instructional Module.
- Ansley, T. N. & Forsyth, R. A. (1985). An examination of the characteristics of unidimensional IRT parameter estimates derived from two-dimensional data. *Applied Psychological Measurement*, 9, 37-48.
- Baker, F. B. (2001). *The basics of item response theory (Second Edition)*. USA: ERIC Claringhouse of assessment and evaluation. For full text: <http://ericae.net/irt/baker>
- Beguin A.A., Glas C.A.W. (2001). MCMC estimation and some model-fit analysis of multidimensional IRT models. *Psychometrika* 66: 541–561.
- Birnbaum, A. (1968). Some latent trait models and their use in inferring an examinee's ability. In F.M. Lord & M.R. Novick, *Statistical theories of mental test scores* (pp. 392-479). Reading, MA: Addison-Wesley.
- Bock, R. D. (1972). Estimating item parameters and latent ability when responses are scored in two or more nominal categories. *Psychometrika*, 37, 29-51.
- Bock, R.D. (1997). The nominal categories model. In W. van der Linden & R.K. Hambleton (Eds.), *Handbook of modern item response theory* (pp. 33-50). N.Y.: Springer.

- Bock, R. D. & Aitkin, M. (1981). Marginal maximum likelihood estimation of item parameters: Application of an EM algorithm. *Psychometrika*, 46 (4): 433-459.
- Bock, R. D., Gibbons, R., Schilling, S. G., Muraki, E., Wilson, D. T., & Wood, R. (2003). *TESTFACT 4.0* [Computer software and manual]. Lincolnwood, IL: Scientific Software International.
- Bolt, D. M., & Lall, V. F. (2003). Estimation of compensatory and noncompensatory multidimensional item response models using Markov Chain Monte Carlo. *Applied Psychological Measurement*, 27(6), 395-414.
- Browne, M., & Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. In K. A. Bollen, & J. S. Long (Eds.). *Testing structural equation models*. Newbury Park, CA: Sage.
- Bulut, O. (2013). *Between-person and within-person subscore reliability: Comparison of unidimensional and multidimensional IRT models*. Unpublished doctoral dissertation, University Of Minnesota Faculty of The Graduate School.
- Bulut, O., & Sünbül, S. (2017). Monte Carlo simulation studies in item response theory with the R programming language. *Journal of Measurement and Evaluation in Education and Psychology*, 8(3), 266-287.
- Cai, L. (2010a). A two-tier full-information item factor analysis model with applications. *Psychometrika*, 75(4), 581-612.
- Cai, L. (2010b). High-dimensional exploratory item factor analysis by a Metropolis–Hastings–Robbins–Monro algorithm. *Psychometrika*, 75, 33-57.
- Cai, L. (2010c). Metropolis–Hastings–Robbins–Monro algorithm for confirmatory item factor analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 35, 307-335.
- Cai, L., Thissen, D., & du Toit, S. H. C. (2011). *IRTPRO: Flexible, multidimensional, multiple categorical IRT modeling* [Computer software]. Lincolnwood, IL: Scientific Software International.
- Cai, L. (2017). *flexMIRT version 3.51: Flexible multilevel multidimensional item analysis and test scoring* [Computer software]. Chapel Hill, NC: Vector Psychometric Group.
- Chalmers, R. P. (2012). mirt: A multidimensional item response theory package for the R environment. *Journal of Statistical Software*, 48, 1-29.

- Chalmers, P. (2018). Package mirt. Retrieved 2.07.2018 from <https://cran.r-project.org/web/packages/mirt/mirt.pdf>
- Chen, P. H. (2009). Comparison of adaptive Bayesian estimation and weighted Bayesian estimation in multidimensional computerized adaptive testing. In D. J. Weiss (Ed.), *Proceedings of the 2009 GMAC Conference on Computerized Adaptive Testing*. Retrieved 12.04.2017 from www.psych.umn.edu/psylabs/CATCentral/
- Chen, W. H., & Thissen, D. (1997). Local dependence indexes for item pairs using item response theory. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 22(3), 265-289.
- Choi, S.-W. (1996). *A response dichotomization technique for item parameter estimation of the multidimensional graded response model*. Unpublished Doctoral Dissertation. Faculty of the Graduate School of The University of Texas at Austin.
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to modern test theory*. California: Thomson Learning.
- Çakıcı-Eser, D. (2015). *Çok boyutlu madde tepki kuramının farklı modellerinden çeşitli koşullar altında kestirilen parametrelerin incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- De Ayala, R. J. (1994). The influence of multidimensionality on the graded response model. *Applied Psychological Measurement*, 18, 155–170. doi: 10.1177/014662169401800205
- De Ayala, R. J. (2009). *The theory and practice of item response theory*. Methodology in the Social Sciences. New York: Guildford.
- de la Torre, J., ve Patz, R. L. (2005). Making the most of what we have: A practical application of multidimensional item response theory in test scoring. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 30 (3), 295-311.
- de la Torre, J. (2008). Multidimensional scoring of abilities: The ordered polytomous response case. *Applied Psychological Measurement*, 32, 355–370.
- de la Torre, J. (2009). Improving the quality of ability estimates through multidimensional scoring and incorporation of ancillary variables. *Applied Psychological Measurement*, 33, 465-485.

- de la Torre, J., & Hong, Y. (2010). Parameter estimation with small sample size: A higher-order IRT approach. *Applied Psychological Measurement*, 34(4), 267–285.
- de la Torre, J., Song, H., & Hong, Y. (2011). A comparison of four methods of IRT subscore. *Applied Psychological Measurement*, 35(4), 296–316.
- De Mars, C. (2003). Sample size and the recovery of nominal response model item parameters. *Applied Psychological Measurement*, 27(4), 275-288.
- Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal Of The Royal Statistical Society. Series B (methodological)*, (39) 1-38.
- Donoghue, J. R. (1993). An empirical examination of the IRT information in polytomously scored reading items under the generalized partial credit model. *Journal of Educational Measurement*, 31, 295-311.
- Embretson, S. E., & Reise, S. P. (2000). *Item response theory for psychologists*. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Feinberg, R. A., & Rubright, J. D. (2016). Conducting simulation studies in psychometrics. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 35(2), 36-49.
- Finch, H. (2010). Item parameter estimation for MIRT model: Bias and precision of confirmatory factor analysis based models. *Applied Psychological Measurement*, 34(1), 10-26.
- Forero, C. G., & Maydeu-Olivares, A. (2009). Estimation of IRT graded response models: Limited versus full information methods. *Psychological methods*, 14(3), 275-299.
- Fraser, C., & McDonald, R. P. (1998). *NOHARM: A Fortran program for fitting unidimensional and multidimensional normal ogive models in latent trait theory*. The University of New England, Center for Behavioral Studies, Armidale, Australia.
- Fu, Z. H. , Tao, J. and Shi, N. Z. (2010). Bayesian estimation of the multidimensional graded response model with nonignorable missing data. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 80 (11), 1237-1252. DOI: 10.1080/00949650903029276
- Gosz, J.K., & Walker, C.M. (2002). *An empirical comparison of multidimensional item response theory data using TESTFACT and NOHARM*. Annual meeting of the National Council for Measurement in Education, New Orleans, LA, USA.

- Göçer- Şahin, S. (2016). *Yarı karışık yapılu çok boyutlu yapıların tek boyutlu olarak ele alınması durumunda kestirilen parametrelerin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gül, E. (2015). *Tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramına göre çok boyutlu yapıların incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Hambleton, R. K., & Jones, R. W. (1993). An NCME module on comparison of classical test theory and item response theory and their applications to test development. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 12(3), 38-47.
- Hambleton, R. K., & Swaminathan, H. (1985). *Item response theory: principles and applications*. Boston: Kluwer Nijhoff.
- Hambleton, R. K., & Swaminathan, H., & Rogers, H. J. (1991). *Fundamentals of item response theory*. London: Sage.
- Han, K. T., and Hambleton, R. K. (2014). *User's Manual for WinGen 3: Windows Software that Generates IRT Model Parameters and Item Responses (Center for Educational Assessment Report No. 642)*. Amherst, MA: University of Massachusetts.
- Han, K. T. and Paek, I. (2014). A review of commercial software packages for multidimensional IRT modeling. *Applied Psychological Measurement*, 38 (6), 486 – 498. doi: <https://doi.org/10.1177/0146621614536770>
- Hartig, J., & Höhler, J. (2009). Multidimensional IRT models for the assessment of competencies. *Studies in Educational Evaluation*, (35), 57–63.
- Harwell, M., Stone, C.A., Hsu, T.-C., and Kirisci, L.(1996). Monte carlo studies in item response theory. *Applied Psychological Measurement*. 20, 101–125. doi: 10.1177/014662169602000201
- Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications. *Biometrika*, 57(1), 97–109
- Hays, R. D., Morales, L. S., & Reise, S. P. (2000). Item response theory and health outcomes measurement in the 21st century. *Medical care*, 38(9 Suppl), II28.
- Houts, C. R., & Cai, L. (2016). flexMIRT user's manual version 3.5: Flexible multilevel multidimensional item analysis and test scoring. Chapel Hill, NC: Vector Psychometric Group.

- Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indices in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6, 1–55.
- Jank, W. (2005). Quasi-Monte Carlo sampling to improve the efficiency of Monte Carlo EM. *Computational Statistics & Data Analysis*, 48, 685 – 701.
- Jiang, S., Wang, C., & Weiss, D. J. (2016). Sample size requirements for estimation of item parameters in the multidimensional graded response model. *Frontiers in psychology*, 7 (109), 1-10.
- Kelderman, H., & Rijkes, C. (1994). Loglinear multidimensional IRT models for polytomously scored items. *Psychometrika*, 59(2), 149-176. doi: 10.1007/bf02295181
- Kieftenbeld, V., & Natesan, P. (2012). Recovery of graded response model parameters: A comparison of marginal maximum likelihood and Markov Chain Monte Carlo Estimation. *Applied Psychological Measurement*, 36(5), 399-419.
- Kim, S. ve Cohen, A. S. (2002). A comparison of linking and concurrent calibration under the graded response model. *Applied Psychological Measurement*, 26 (1), 25-41.
- Kolen, M. J. and Brennan, R. L. (2014). *Test equating, scalling, and linking*. (third edition). USA: Springer.
- Koğar, H. (2014). *Madde tepki kuramının farklı uygulamalarından elde edilen parametrelerin ve model uyumlarının örneklem büyüklüğü ve test uzunluğu açısından karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kuo, T-C. (2015). *Bayesian estimation of multi-unidimensional graded response IRT models*. Unpublished doctoral dissertation, Southern Illinois University Carbondale.
- Kuo, T-C. and Sheng, Y. (2016). A Comparison of Estimation Methods for a Multi-unidimensional Graded Response IRT Model. *Frontiers in Psychology*, 7:880, 1-12. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00880
- Köse, İ. A. (2010). *Madde tepki kuramına dayalı tek boyutlu ve çok boyutlu modellerin test uzunluğu ve örneklem büyüklüğü açısından karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Lee, J. (2012). *Multidimensional Item Response Theory: An Investigation Of Interaction Effects Between Factors On Item Parameter Recovery Using Markov Chain Monte Carlo*. Unpublished Doctoral Dissertation. Michigan State University.
- Lee, S. H. (2007). *Multidimensional item response theory: A SAS MDIRT MACRO and emprical study of PIAT MATH Test*. Unpublished Doctoral Dissertation. The University of Oklahoma.
- Lord, F. M. & Novick, M. R. (1968). *Statistical theories of mental test scores*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Lukhele, R., Thissen, D., Wainer, H. (1994), On the relative value of multiple choice, contructed response, and examinee selected items on two achievement tests. *Journal Of Educational Measurement*, 31, 231-250.
- Martelli, I. (2014). *Multidimensional Item Response Theory Models with General and Specific Latent Traits for Ordinal Data*. Unpublished doctoral dissertation, Alma Mater Studiorum Università di Bologna.
- Martelli, I., Matteucci, M. and Mignani, S. (2016). Bayesian estimation of a multidimensional additive graded response model for correlated traits. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 45(5), 1636-1654. DOI:10.1080/03610918.2014.932804.
- Maydeu-Olivares, A. (2001). Multidimensional item response theory modeling of binary data: Large sample properties of NOHARM estimates. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 26, 51–71.
- Maydeu-Olivares, A., & Joe, H. (2005). Limited and full information estimation and testing in 2ⁿ contingency tables: A unified framework. *Journal of the American Statistical Association*, 100, 1009–1020.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., and Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092.
- Miller, T. R. (1991). *Empirical estimation of standard errors of compensatory MIRT mode parameters obtained from the NOHARM estimation program*. (Research report 91-2). Iowa City, IA: The American College Testing.

- Muraki, E. (1992). A generalized partial credit model: Application of an EM algorithm. *Applied Psychological Measurement*, 16, 159-176.
- Muraki, E., & Carlson, J. E. (1995). Full-information factor analysis for polytomous item responses. *Applied Psychological Measurement*, 19(1), 73-90.
- Orlando, M., & Thissen, D. (2000). Likelihood-based item-fit indices for dichotomous item response theory models. *Applied Psychological Measurement*, 24(1), 50–64.
- Orlando, M., & Thissen, D. (2003). Further investigation of the performance of S-X²: An item fit index for use with dichotomous item response theory models. *Applied Psychological Measurement*, 27(4), 289-298.
- Ostini, R., & Nering, M. L. (Eds.). (2006). *Polytomous item response theory models*. U.S.A: Sage Publication.
- Özer-Özkan, Y. (2012). *Öğrenci başarılarının belirlenmesi sınavından (ÖBBS) klasik test kuramı, tek boyutlu ve çok boyutlu madde tepki kuramı modelleri ile kestirilen başarı puanlarının karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Reckase, M. D. (1985). The difficulty of test items that measure more than one ability. *Applied psychological measurement*, 9(4), 401-412.
- Reckase, M. D. Ackerman, T. A., & Carlson, J. E. (1988). Building a unidimensional test using multidimensional items. *Journal of Educational Measurement*, 25, 193-203.
- Reckase, M. D. (1997). The past and future of multidimensional item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 21, 25–36.
- Reckase, M. D. (2009). *Multidimensional item response theory*. New York, NY: Springer.
- Patz, R. J. and Junker, B. W. (1999a). A Straightforward Approach to Markov Chain Monte Carlo Methods for Item Response Models. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 24, 146–178.
- Patz, R. J. and Junker, B. W. (1999b). Applications and Extensions of MCMC in IRT: Multiple Item Types, Missing Data, and Rated Responses. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 24, 342–366.
- Robbins, H. and Monro, S. (1951). A stochastic approximation method. *The Annals of Mathematical Statistics*, 22, 400–407.

- Reise, S. P., & Yu, J. (1990). Parameter recovery in graded response model using MULTILOG. *Journal of Educational Measurement*, 27(2), 133-144.
- Samejima, F. (1969). *Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores* (Psychometric Monograph No. 17). Richmond, VA: Psychometric Society. Retrieved from <http://www.psychometrika.org/journal/online/MN17.pdf>
- Samejima, F. (1997). Graded response model. In W. van der Linden & R.K. Hambleton (Eds.), *Handbook of modern item response theory* (pp. 85-100). N.Y.: Springer.
- Sayın, A. (2014). *Klasik test kuramı ve madde tepki kuramına göre kestirilen parametrelerle sınırlandırılan yapısal eşitlik modellerinin uyum indekslerinin karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H. & Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: tests of significance and descriptive goodness-of-fit. *Measures Of Psychological Research Online*, (8), 2, 23-74.
- Schilling, S., & Bock, R. D. (2005). High-dimensional maximum marginal likelihood item factor analysis by adaptive quadrature. *Psychometrika*, 70, 533-555.
- Sheng Y. (2005). *Bayesian analysis of hierarchical IRT models: Comparing and combining the unidimensional & multi-unidimensional IRT models*. Unpublished Doctoral Dissertation. Faculty of the Graduate School University of Missouri-Columbia.
- Sheng, Y. (2008). A MATLAB package for Markov chain Monte Carlo with a multi-unidimensional IRT model. *Journal of Statistical Software*, 28, 1-20.
- Sheng, Y., & Wikle, C. K. (2007). Comparing multiunidimensional and unidimensional item response theory models. *Educational and Psychological Measurement*, 67(6) 899–919.
- Sheng, Y., & Wikle, C. K. (2008). Bayesian multidimensional IRT models with a hierarchical structure. *Educational and Psychological Measurement*, 68, 413–430.
- Sheng, Y., & Wikle, C. K. (2009). Bayesian IRT models incorporating general and specific abilities. *Behaviormetrika*, 36 (1), 27-48.

- Sünbül, Ö. (2011). *Çeşitli boyutluluk özelliklerine sahip yapılarda madde parametrelerinin değişmezliğinin klasik test teorisi, tek boyutlu madde tepki kuramı, çok boyutlu madde tepki kuramı çerçevesinde incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Mersin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Mersin.
- Şahin, A. (2012). *Madde Tepki Kuramı'nda test uzunluğu ve örneklem büyüklüğünün model veri uyumu, madde parametreleri ve standart hata değerlerine etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Şengül Avşar, A. (2015). *Çok kategorili puanlanan maddelerin psikometrik özelliklerinin farklı test koşullarında parametrik olmayan Madde Tepki Kuramı modellerine göre incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Walker, C.M., & Beretvas, S.N. (2003). Comparing multidimensional and unidimensional proficiency classifications: multidimensional IRT as a diagnostic aid. *Journal of Educational Measurement*, 40(3), 255- 275.
- Wang, W. C., Chen, P. H., ve Cheng, Y. Y. (2004). Improving measurement precision of test batteries using multidimensional item response models. *Psychological Methods*, 9(1), 116–136. <http://dx.doi.org/10.1037/1082-989X.9.1.116>
- Wiberg, M. (2012). Can a multidimensional test be evaluated with unidimensional item response theory? *Educational Research and Evaluation*, 18(4): 307-320.
- Wu, C. F. J. (1983). On the convergence properties of the EM algorithm. *Annals of Statistics*, 11, 95–103.
- Yao, L. (2003). *BMIRT: Bayesian multivariate item response theory*. CTB/McGraw-Hill, Monterey, CA.
- Yao, L. (2010). Reporting valid and reliable overall scores and domain scores. *Journal of Educational Measurement*, 47(3), 339–360.
- Yao, L., ve Boughton, K. A. (2007). A multidimensional item response modeling approach for improving subscale proficiency estimation and classification. *Applied Psychological Measurement*, 31(2), 83-105.

- Yao, L. H., & Schwarz, R. D. (2006). A multidimensional partial credit model with associated item and test statistics: An application to mixed format tests. *Applied Psychological Measurement*, 30, 469–492. doi: Doi 10.1177/0146621605284537
- Yavuz, G. (2014). *Çok boyutlu madde tepki kuramı modelleri ve paket programları için karşılaştırmalı analizler*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yıldırım, Y. (2015). *Derecelendirilmiş tepki modeli temelli parametre kestiriminde normalliğin ihlalinin ölçme kesinliğine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara
- Zhang, B. (2008). Application of unidimensional item response models to tests with items sensitive to secondary dimension. *The Journal of Experimental Education*, 77(2), 147-166.
- Zhang, J. (2012). Calibration of response data using MIRT models with simple and mixed structures. *Applied Psychological Measurement*, 36(5), 375-398.

EKLER

EK 1. DOĞRULAYICI FAKTÖR ANALİZİ UYUM ÖLÇÜTLERİ

Tablo 27. *Uyum Ölçütleri (Schermelleh-Engel, Moosbrugger ve Müller, 2003)*

Uyum Ölçütleri	İyi Uyum	Kabul Edilebilir Uyum
RMSEA	$0 \leq \text{RMSEA} \leq .05$	$.05 < \text{RMSEA} \leq .08$
p değeri (RMSEA < .05)	$10 < p \leq 1.00$	$.05 \leq p \leq .10$
SRMR	$0 \leq \text{SRMR} \leq .05$	$.05 < \text{SRMR} \leq .10$
NFI	$.95 \leq \text{NFI} \leq 1.00$	$.90 \leq \text{NFI} < .95$
NNFI	$.97 \leq \text{NNFI} \leq 1.00$	$.95 \leq \text{NNFI} < .97$
CFI	$.97 \leq \text{CFI} \leq 1.00$	$.95 \leq \text{CFI} < .97$
GFI	$0.95 \leq \text{GFI} \leq 1.00$	$0.90 \leq \text{GFI} < 0.95$

RMSEA = Root Mean Square Error of Approximation, SRMR = Standardized Root Mean Square Residual NFI = Normed Fit Index, NNFI = Nonnormed Fit Index, CFI = Comparative Fit Index, GFI= Goodness of Fit Index

EK 2. DOĞRULAYICI FAKTÖR ANALİZİ SONUÇLARI

Tablo 28. 1500 Örneklem İki boyutlu Basit Yapı İçin Hata ve Uyum İstatistikleri

Test	Uzunluğu	Kategori Sayısı	Korelasyon	RMSEA	SRMR	NFI	NNFI	CFI	GFI
12	3		0.2	0.0064	0.018	0.99	1.00	1.00	0.99
			0.5	0.0060	0.017	0.99	1.00	1.00	0.99
			0.8	0.0076	0.016	0.99	1.00	1.00	0.99
	5		0.2	0.0083	0.019	0.99	1.00	1.00	0.99
			0.5	0.0065	0.018	0.99	1.00	1.00	0.99
			0.8	0.011	0.019	1.00	1.00	1.00	0.99
			0.2	0.00	0.020	0.99	1.00	1.00	0.99
			0.5	0.00	0.019	0.99	1.00	1.00	0.99
			0.8	0.004	0.018	0.99	1.00	1.00	0.98
24	3		0.2	0.0083	0.018	0.99	1.00	1.00	0.98
			0.5	0.0092	0.019	0.99	1.00	1.00	0.98
			0.8	0.0093	0.017	1.00	1.00	1.00	0.98
	5		0.2	0.0001	0.019	0.99	1.00	1.00	0.98
			0.5	0.000	0.017	0.99	1.00	1.00	0.98
			0.8	0.000	0.019	1.00	1.00	1.00	0.98
36	3		0.2	0.000	0.019	0.99	1.00	1.00	0.98
			0.5	0.0034	0.020	0.99	1.00	1.00	0.98
			0.8	0.0060	0.017	1.00	1.00	1.00	0.97

Tablo 29. 1500 Örneklem Üç Boyutlu Basit Yapı İçin Hata ve Uyum İstatistikleri

Test	Uzunluğu	Kategori Sayısı	Korelasyon	RMSEA	SRMR	NFI	NNFI	CFI	GFI
12	3		0,2	0,00	0,014	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,017	0,017	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,018	0,017	0,99	1,00	1,00	0,99
	5		0,2	0,008	0,018	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,013	0,018	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,015	0,015	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,2	0,00	0,020	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,011	0,020	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,8	0,010	0,018	0,99	1,00	1,00	0,98
24	3		0,2	0,00081	0,017	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,010	0,018	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,8	0,011	0,017	1,00	1,00	1,00	0,98
	5		0,2	0,00	0,019	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,5	0,00089	0,019	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,8	0,00	0,018	1,00	1,00	1,00	0,98
36	3		0,2	0,00	0,019	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,5	0,0043	0,018	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,8	0,0017	0,016	1,00	1,00	1,00	0,98
	5		0,2	0,00	0,019	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,5	0,0043	0,018	0,99	1,00	1,00	0,98
			0,8	0,0017	0,016	1,00	1,00	1,00	0,98

Tablo 30. 3000 Örneklem İki Boyutlu Basit Yapı İçin Hata Ve Uyum İstatistikleri

Test	Uzunluğu	Kategori Sayısı	Korelasyon	RMSEA	SRMR	NFI	NNFI	CFI	GFI
12	3		0,2	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	1,00
			0,5	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	1,00
			0,8	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
	5		0,2	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,2	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
24	3		0,2	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
	5		0,2	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,010	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,2	0,0044	0,014	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,0036	0,014	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,0033	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
36	5		0,2	0,00	0,013	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,013	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99

Tablo 31. 3000 Örneklem Üç Boyutlu Basit Yapı İçin Hata ve Uyum İstatistikleri

Test	Uzunluğu	Kategori Sayısı	Korelasyon	RMSEA	SRMR	NFI	NNFI	CFI	GFI
12	3		0,2	0,00	0,012	0,99	1,00	1,00	1,00
			0,5	0,00	0,0091	1,00	1,00	1,00	1,00
			0,8	0,00	0,0093	1,00	1,00	1,00	1,00
	5		0,2	0,0037	0,012	1,00	1,00	1,00	1,00
			0,5	0,010	0,012	1,00	1,00	1,00	1,00
			0,8	0,0053	0,0095	1,00	1,00	1,00	1,00
			0,2	0,00	0,013	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,014	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
24	3		0,2	0,0017	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,00	0,013	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,00	0,011	1,00	1,00	1,00	0,99
	5		0,2	0,00	0,014	0,99	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,0053	0,014	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,0044	0,013	1,00	1,00	1,00	0,99
36	3		0,2	0,0024	0,014	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,0024	0,013	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,0046	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99
	5		0,2	0,0024	0,014	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,5	0,0024	0,013	1,00	1,00	1,00	0,99
			0,8	0,0046	0,012	1,00	1,00	1,00	0,99

EK 3. ANALİZLER İÇİN R KODLARI

#aşağıdaki paketleri kullanıyoruz.

```
library("lattice")
```

```
library("ggplot2")
```

#nereye kaydedelim?

```
setwd('C:\\Users\\serap15\\Desktop')
```

#veriyi okutma

```
teta <- read.csv("madde3D3C.csv", header = TRUE, sep = ";")
```

#ya da aşağıdaki komut kullanılabilir.

```
teta<-read.table("madde3D3C.csv",header = T, sep = ";")
```

#koşulları faktör olarak tanımlıyoruz.

```
teta$TestLength <- as.factor(teta$TestLength)
```

```
teta$SampleSize <- as.factor(teta$SampleSize)
```

```
teta$Algorithm <- as.factor(teta$Algorithm)
```

```
teta$Cor <- as.factor(teta$Cor)
```

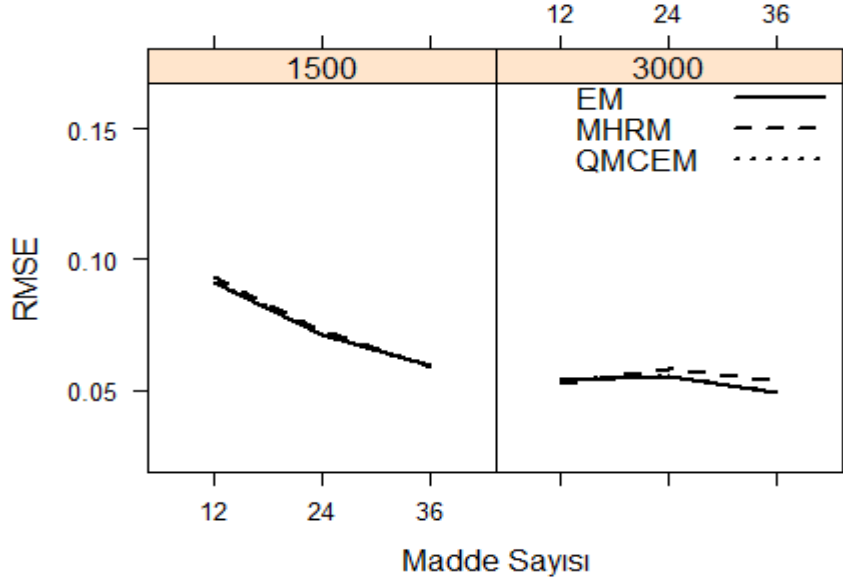
```
teta$Cat <- as.factor(teta$Cat)
```

```
xyplot(RMSE~ TestLength | SampleSize, teta,
      group = Algorithm, xlab = "Madde Sayısı",
      type = "a", auto.key = list(corner=c(1,0.9), points = FALSE, lines = TRUE, columns=1),
      par.settings = simpleTheme(lty=1:9, lwd=2, col = c("black")))
```

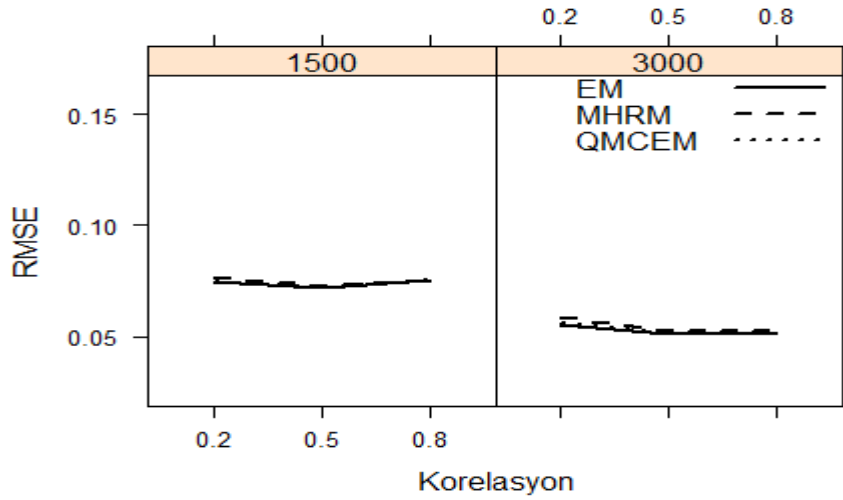
```
xyplot(RMSE~ Cor | SampleSize, teta,
      group = Algorithm, xlab = "Korelasyon",
      type = "a", auto.key = list(corner=c(1,0.9), points = FALSE, lines = TRUE, columns=1),
      par.settings = simpleTheme(lty=1:9, lwd=2, col = c("black")))
```

```
xyplot(RMSE~ Cat | SampleSize, teta,
      group = Algorithm, xlab = "Kategori Sayısı",
      type = "a", auto.key = list(corner=c(1,0.9), points = FALSE, lines = TRUE, columns=1),
      par.settings = simpleTheme(lty=1:9, lwd=2, col = c("black")))
```

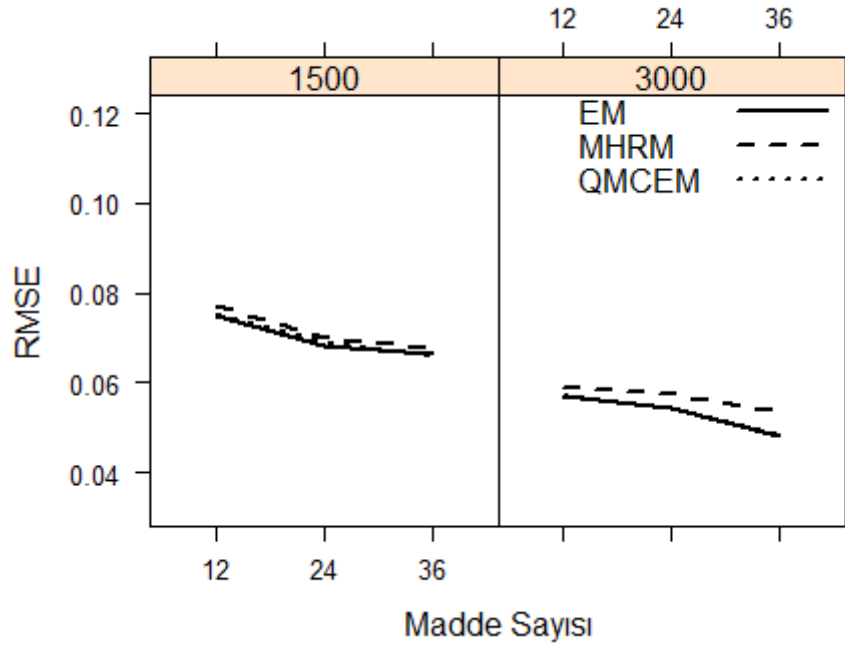
EK 4. EM, MHRM VE QMCEM ALGORİTMALARI İLE ELDE EDİLEN PARAMETRELERE İLİŞKİN RMSE DEĞERLERİ



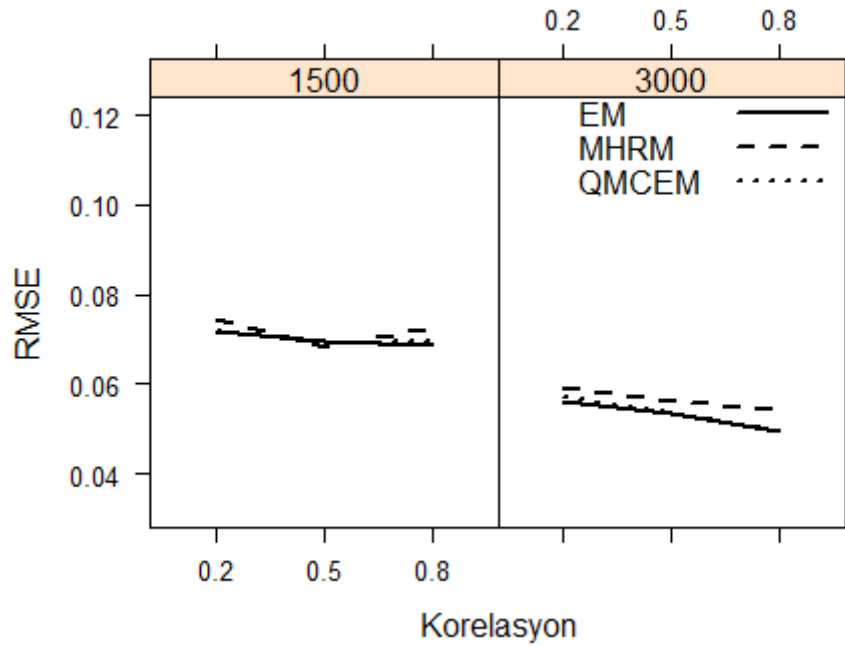
Şekil 65. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



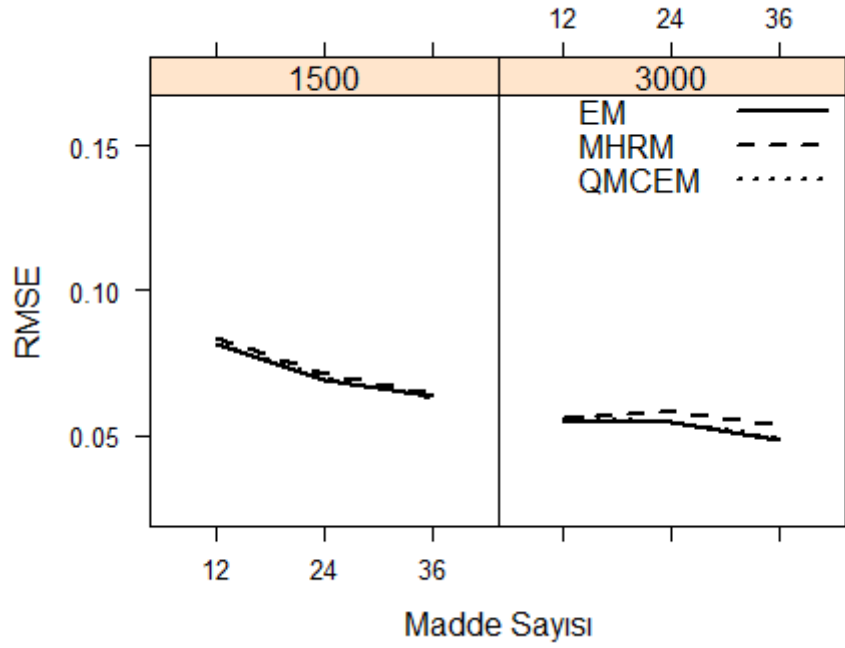
Şekil 66. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategoriliye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



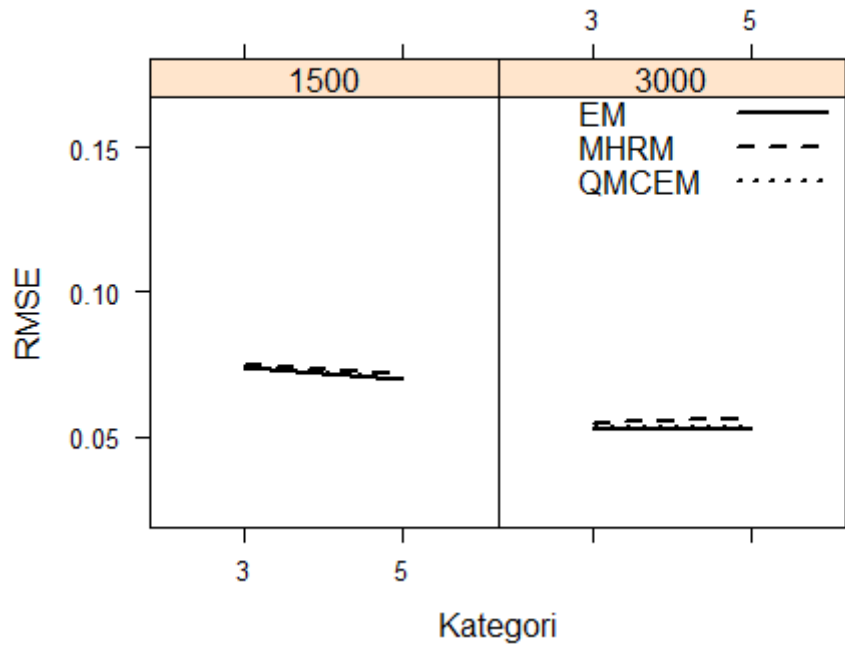
Şekil 67. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



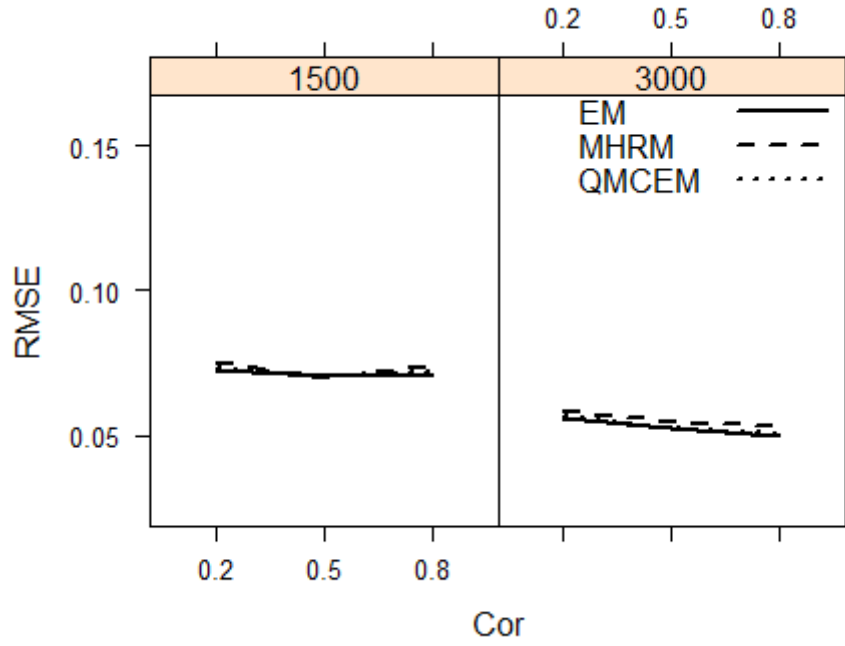
Şekil 68. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



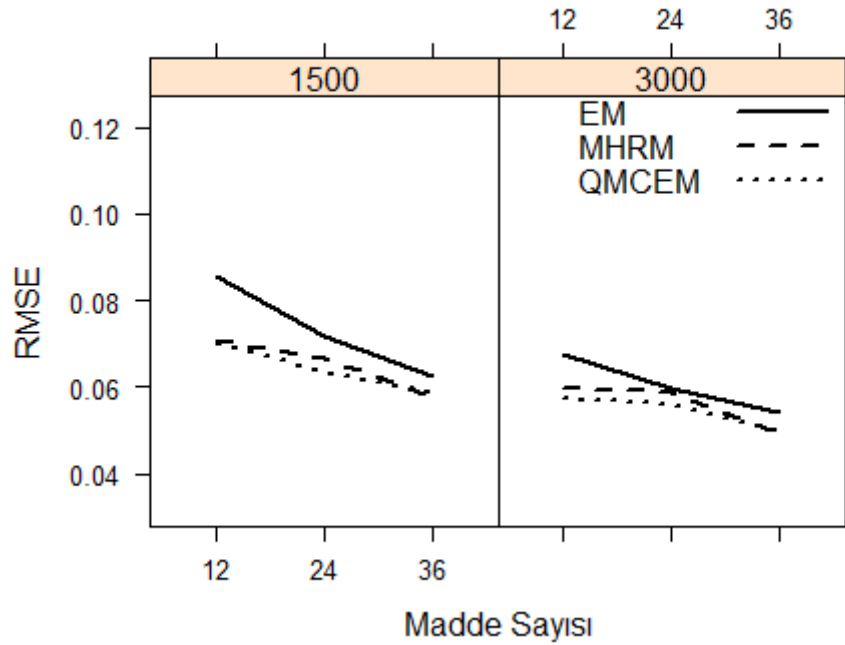
Şekil 69. Şekil EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



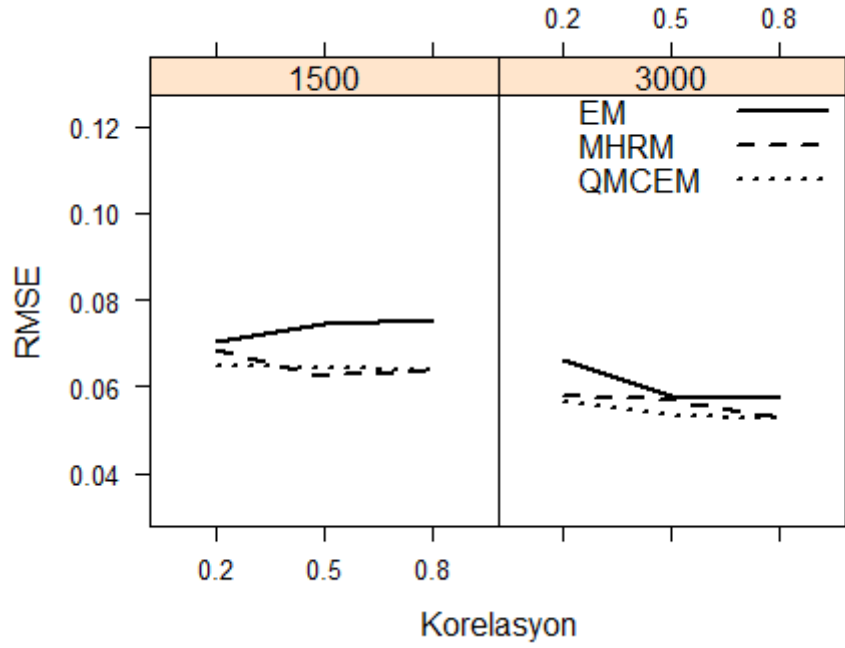
Şekil 70. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



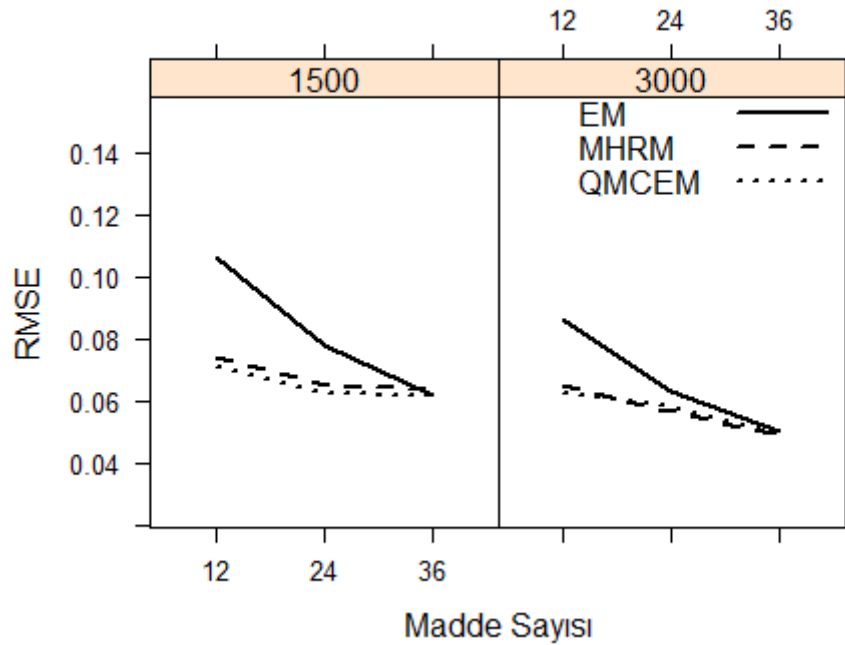
Şekil 71. Şekil EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



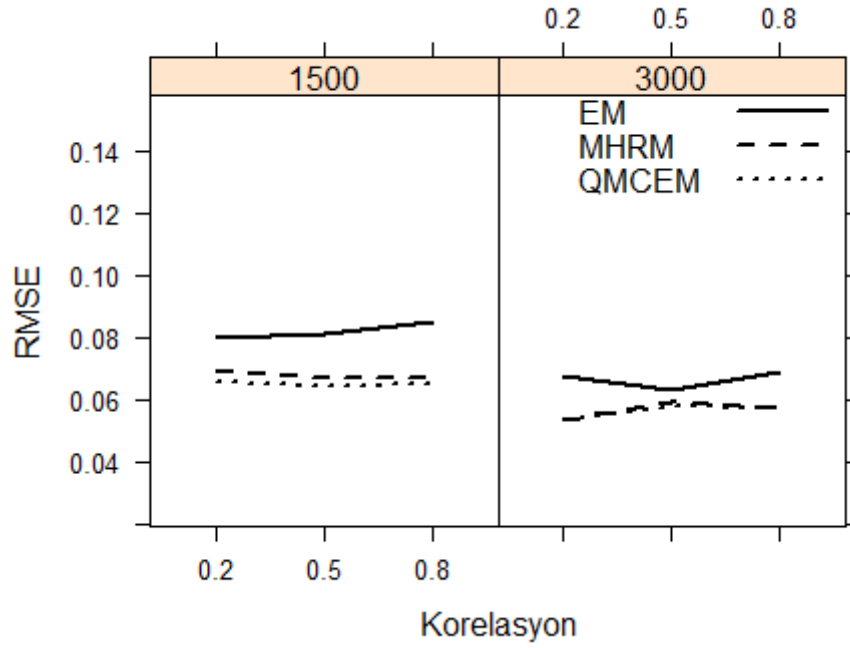
Şekil 72. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



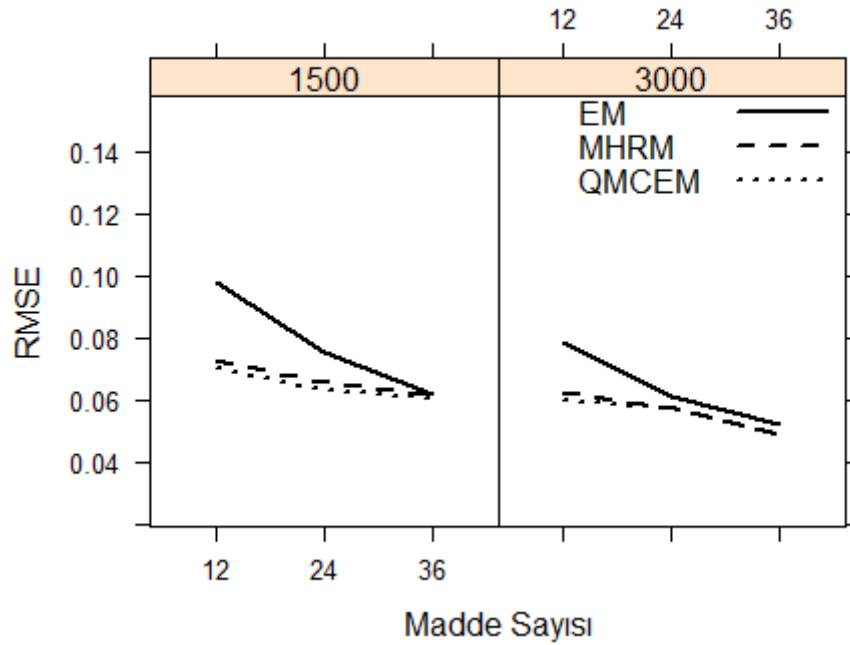
Şekil 73. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



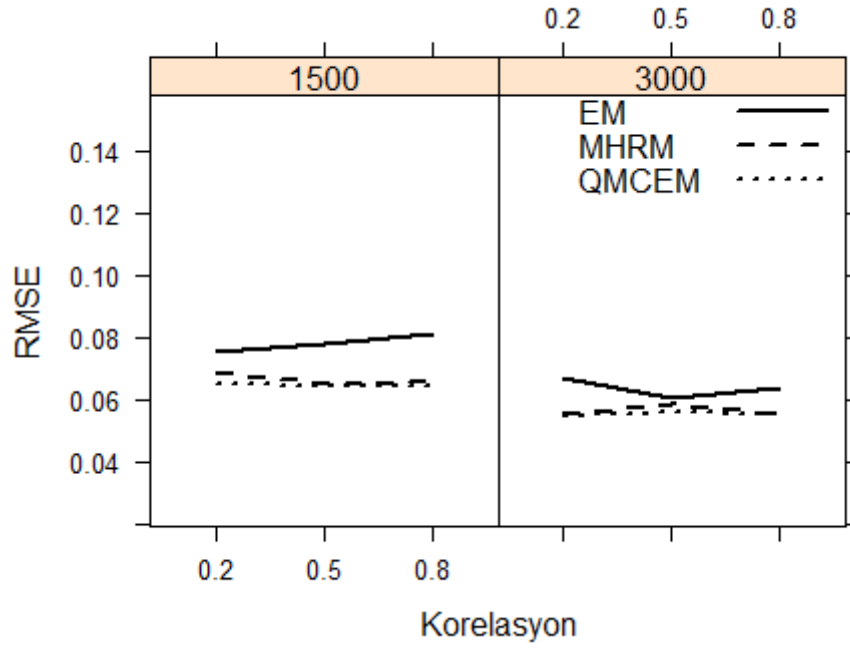
Şekil 74. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



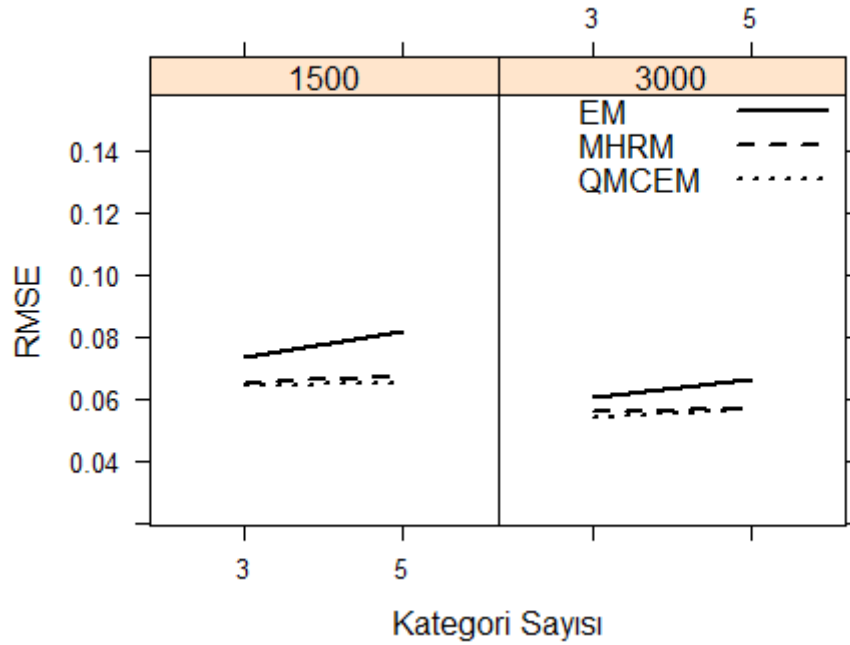
Şekil 75. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



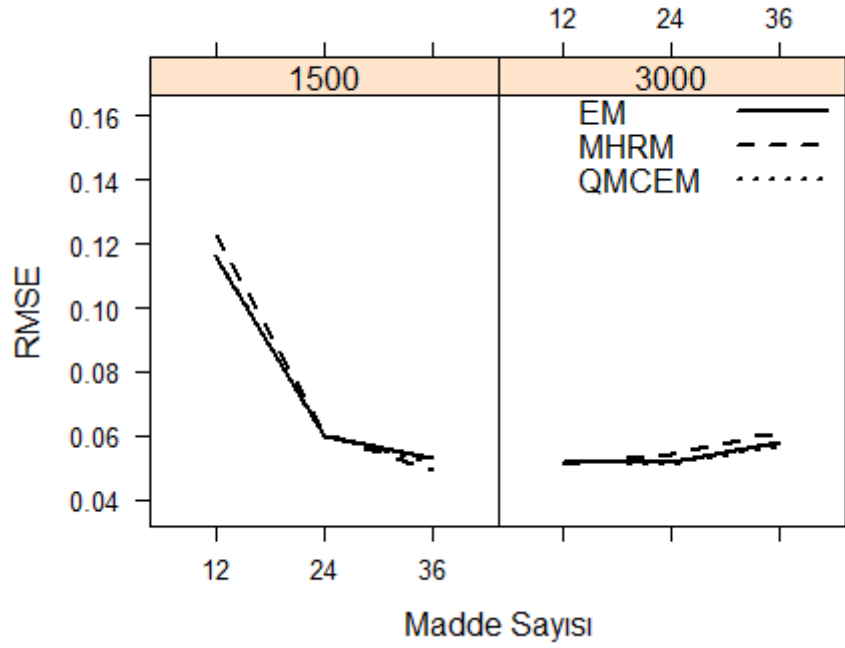
Şekil 76. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



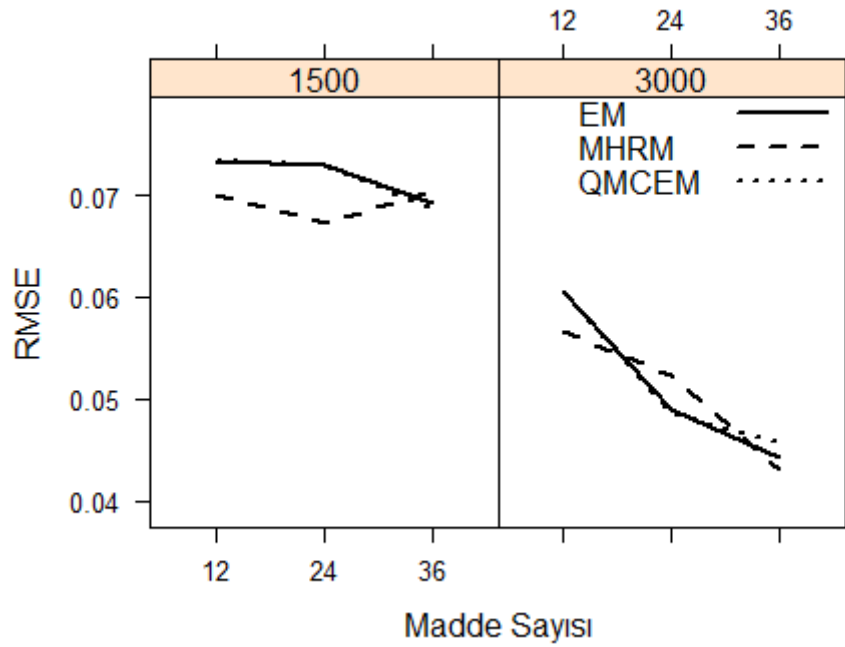
Şekil 77. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



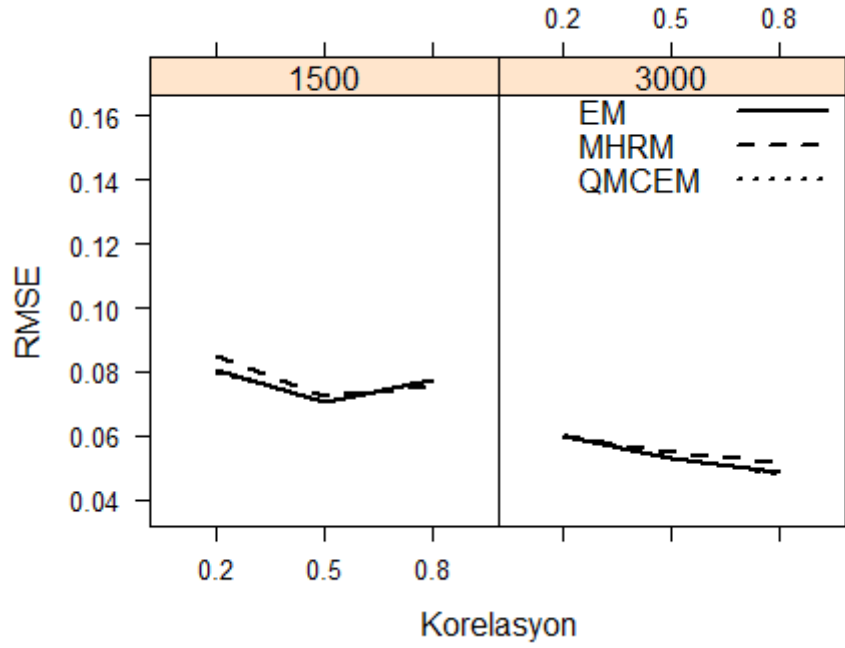
Şekil 78. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategorili ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



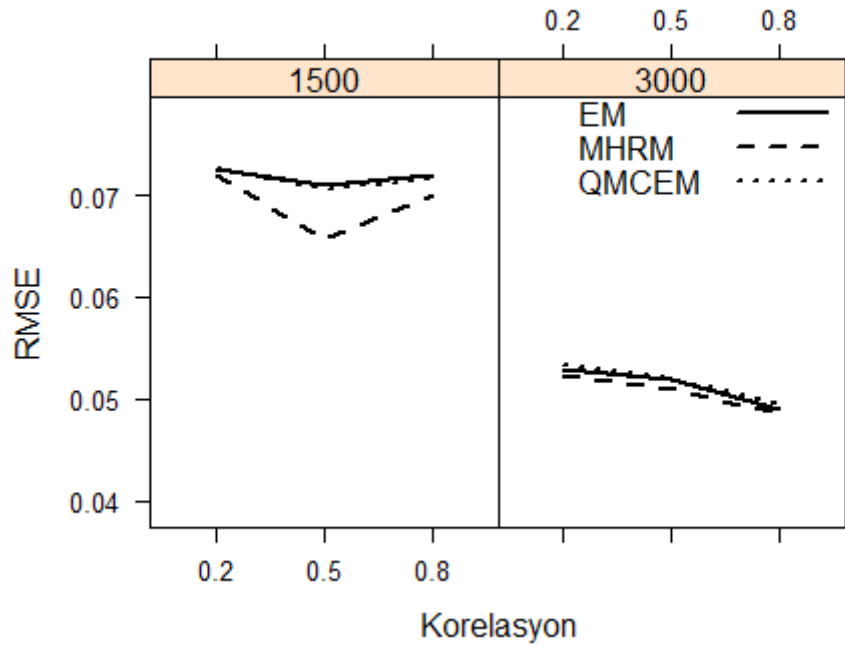
Şekil 79. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



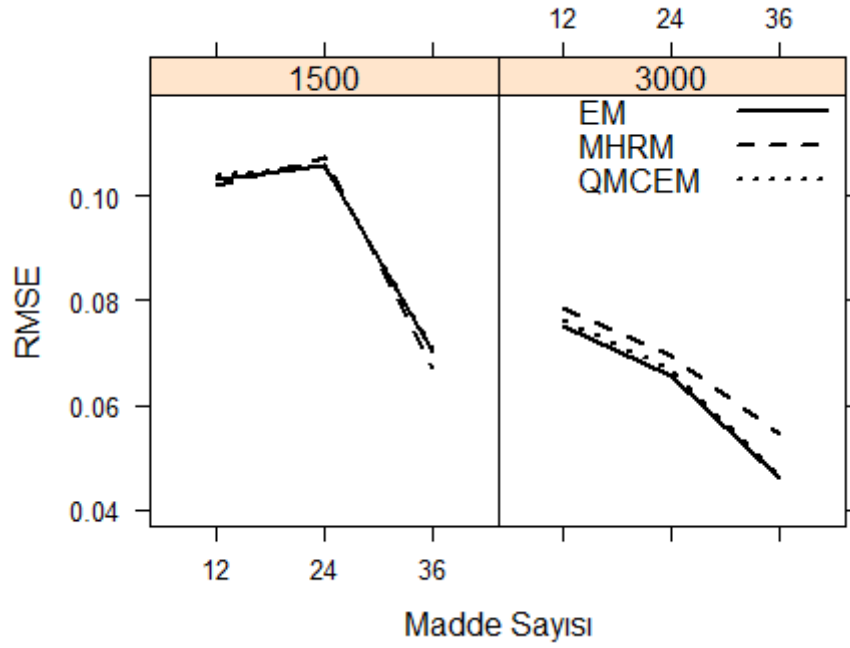
Şekil 80. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



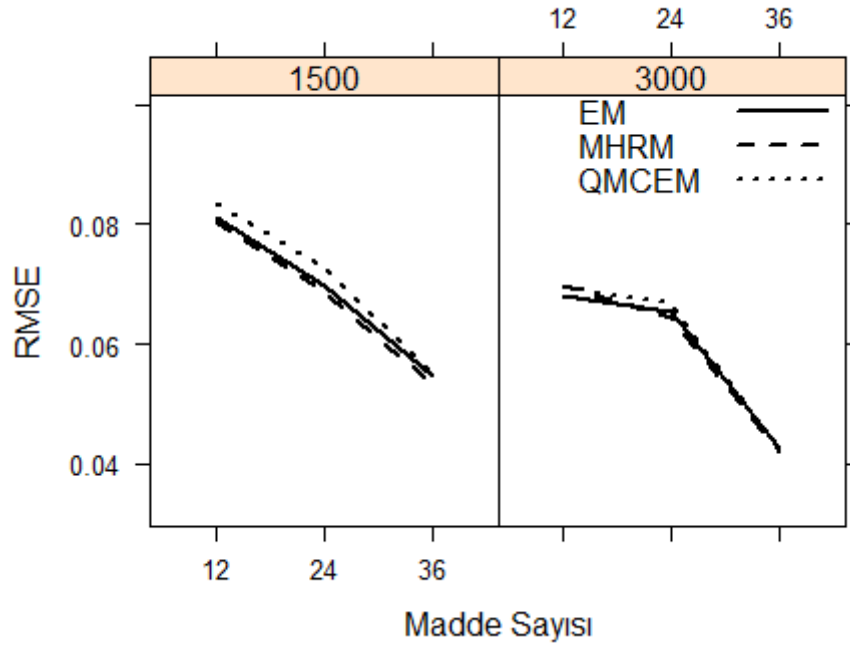
Şekil 81. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



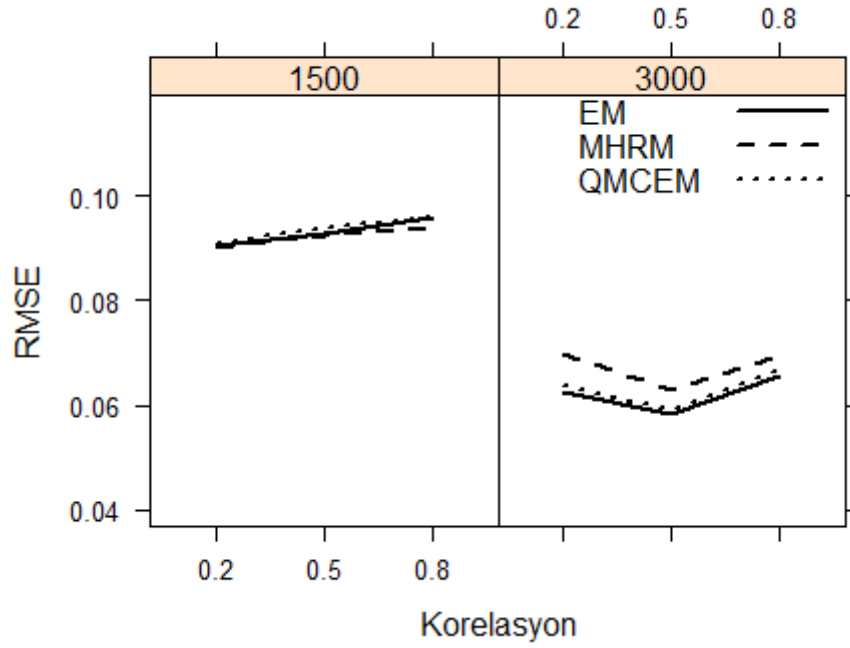
Şekil 82. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



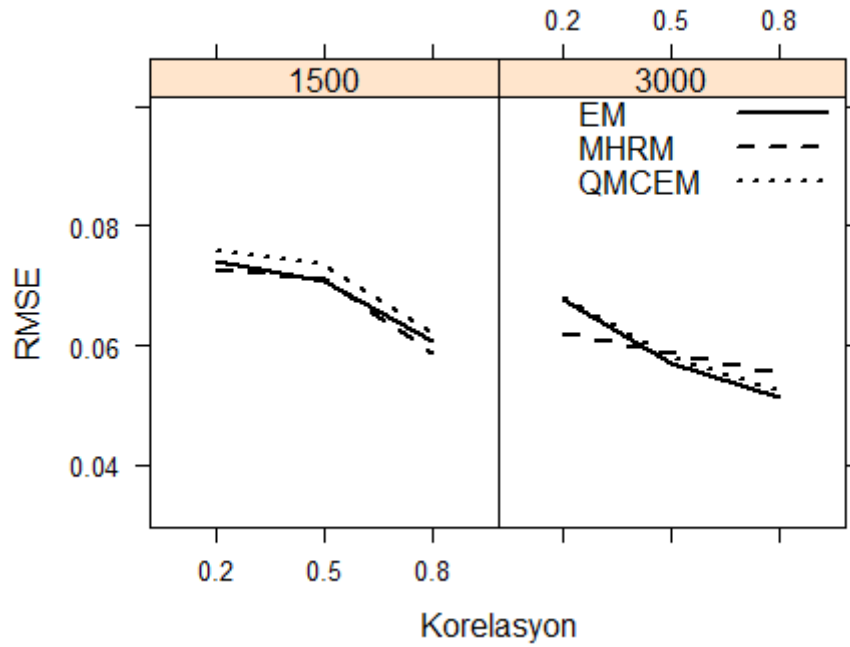
Şekil 83. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



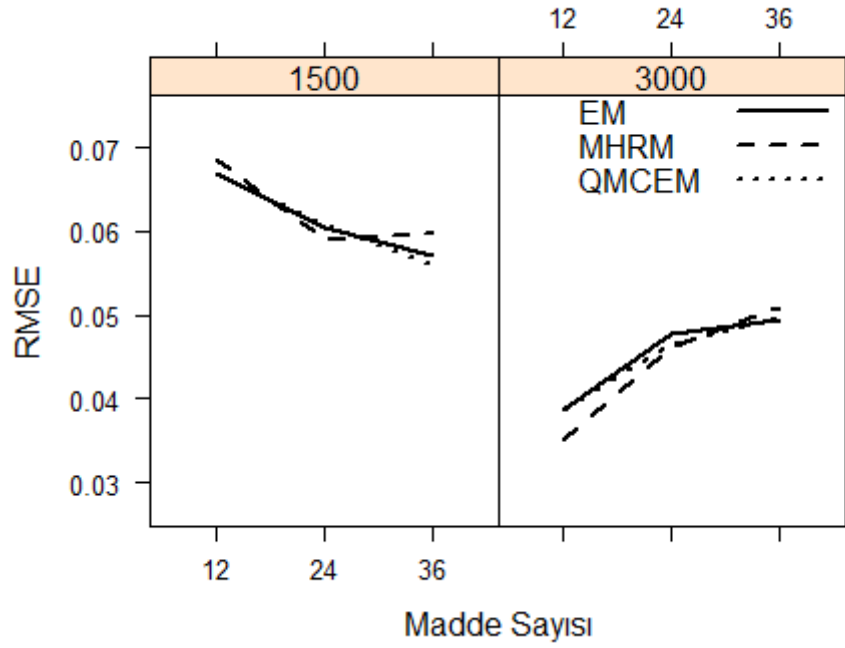
Şekil 84. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



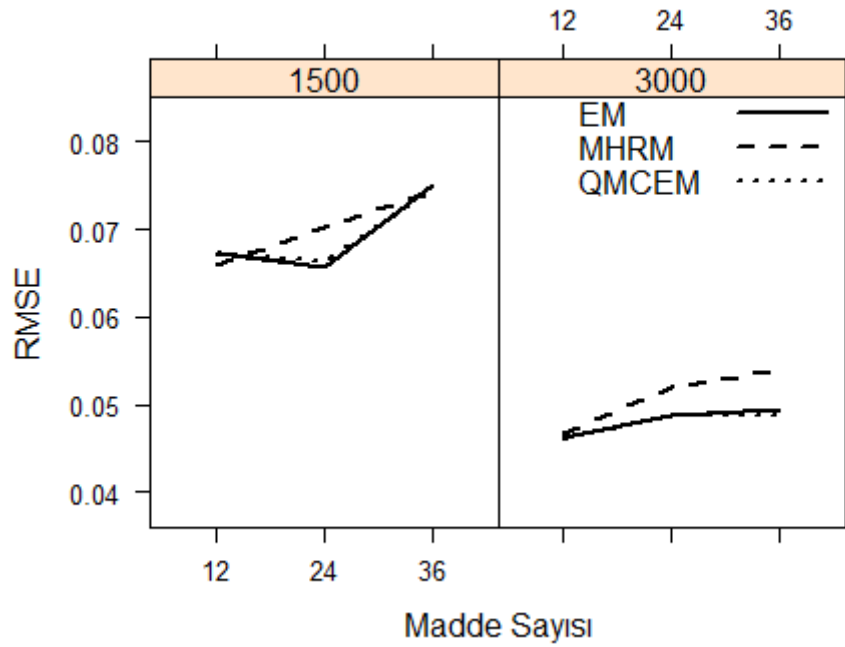
Şekil 85. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



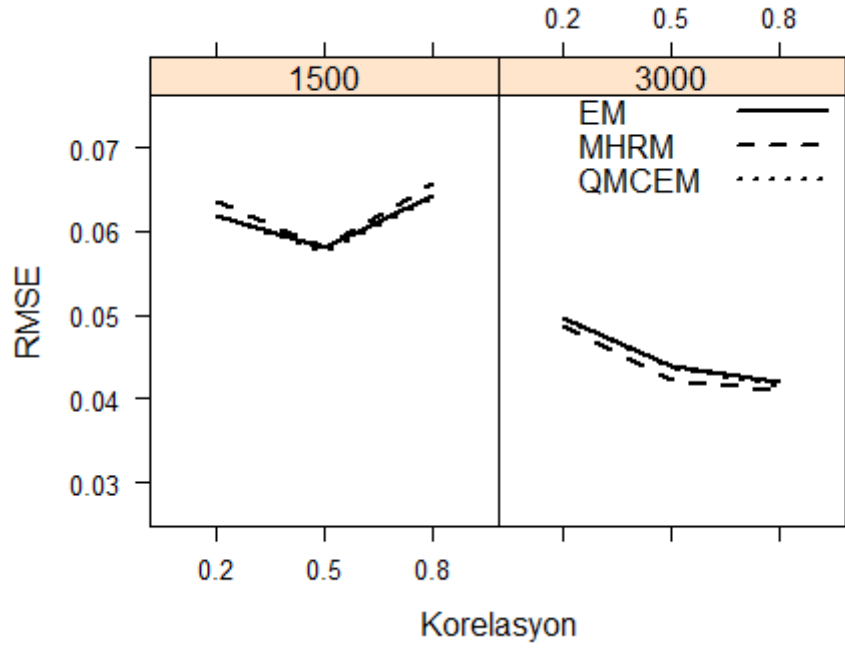
Şekil 86. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



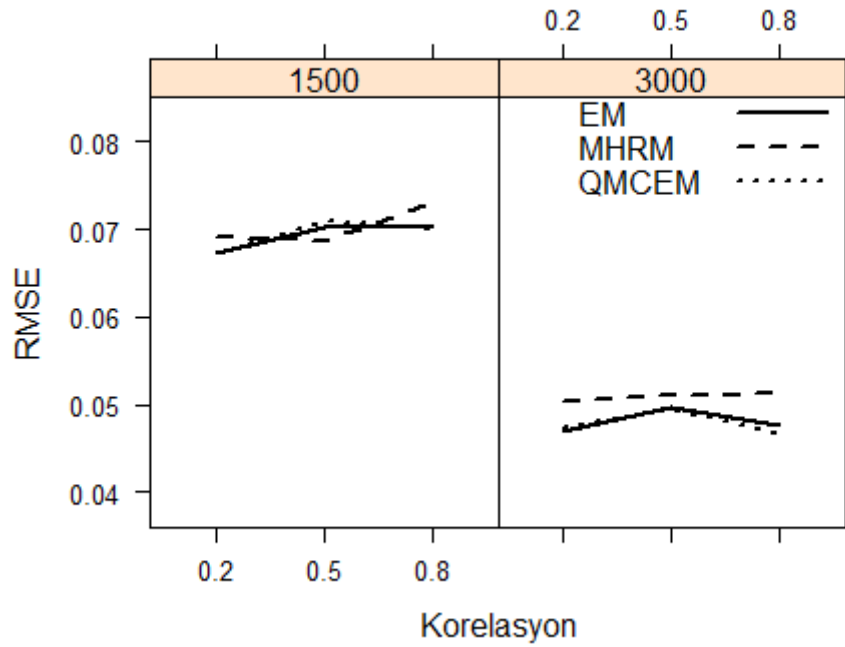
Şekil 87. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



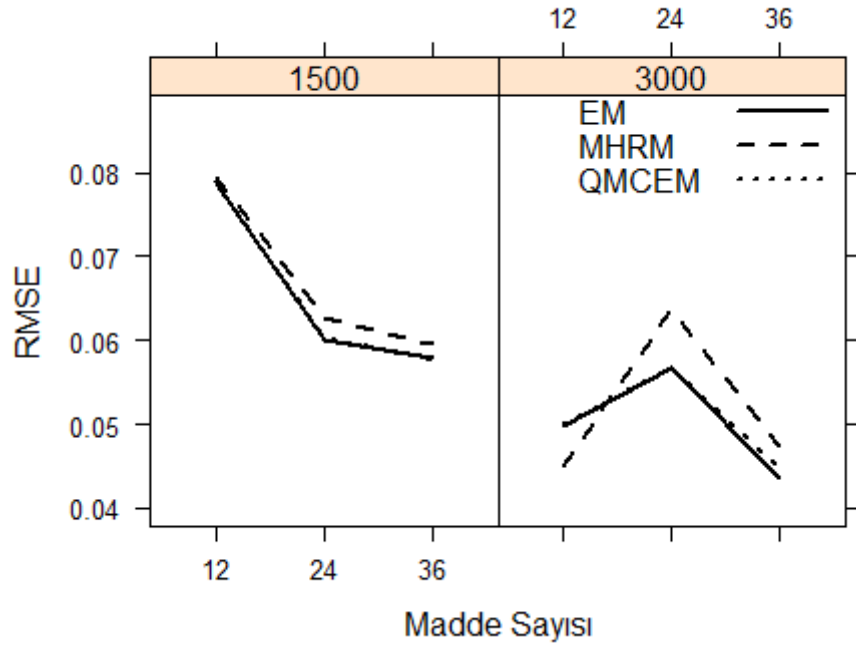
Şekil 88. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



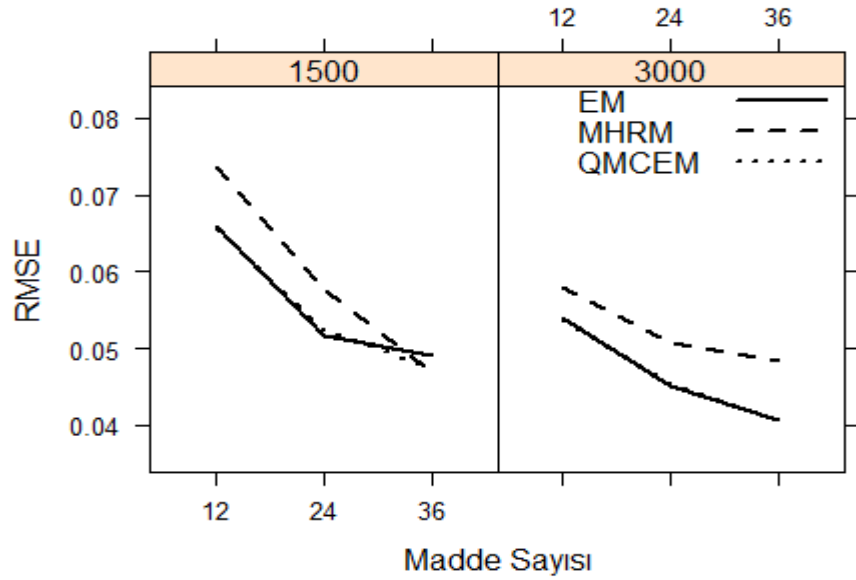
Şekil 89. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



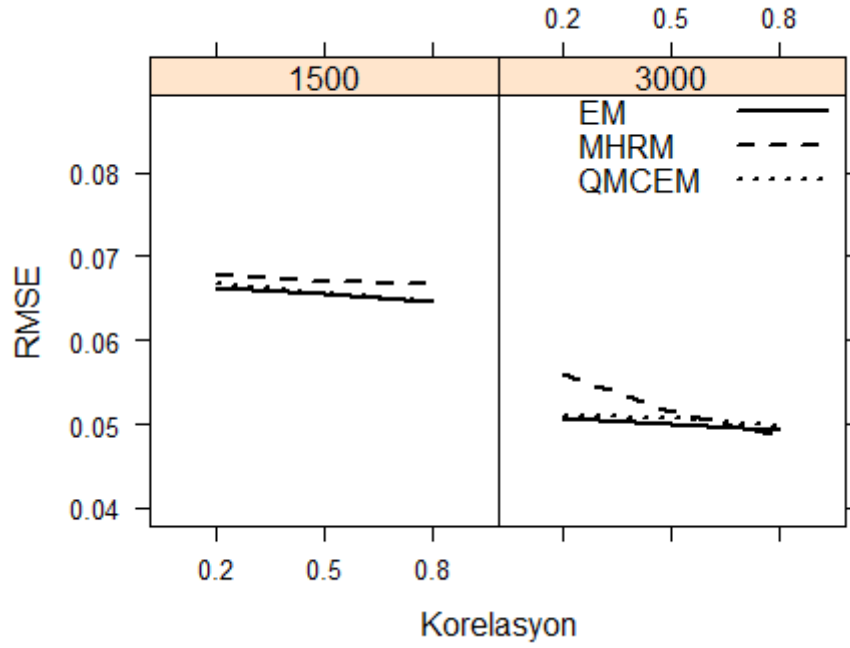
Şekil 90. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



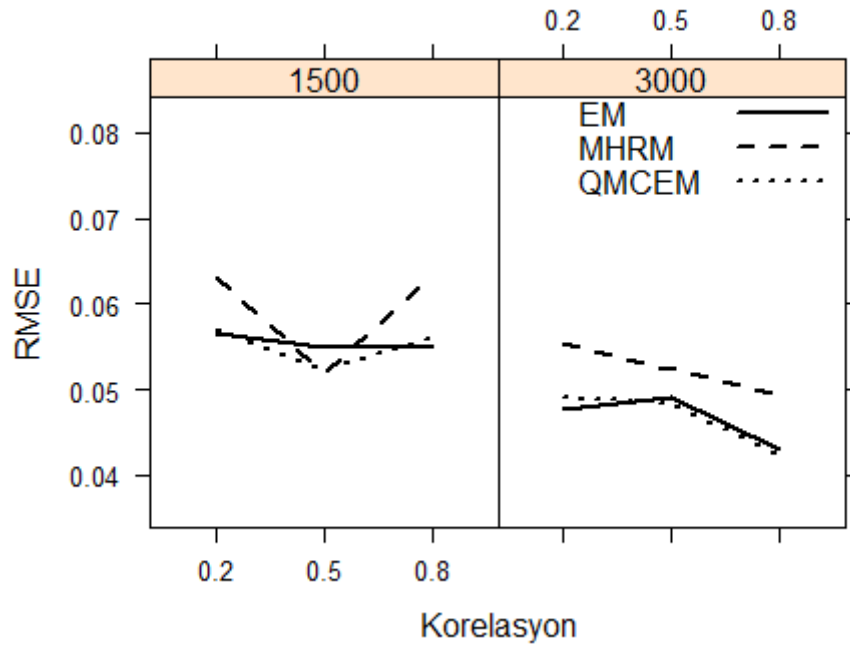
Şekil 91. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



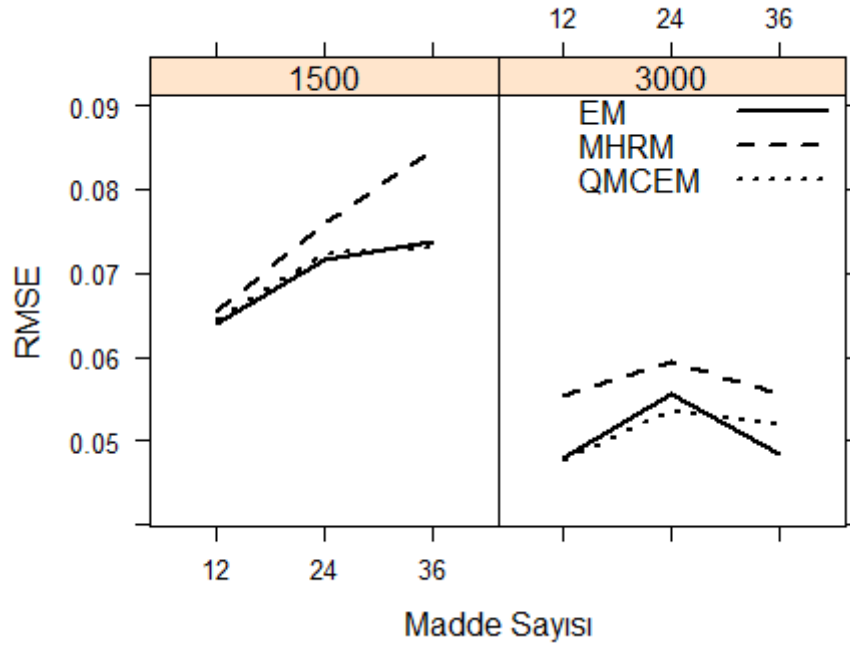
Şekil 92. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



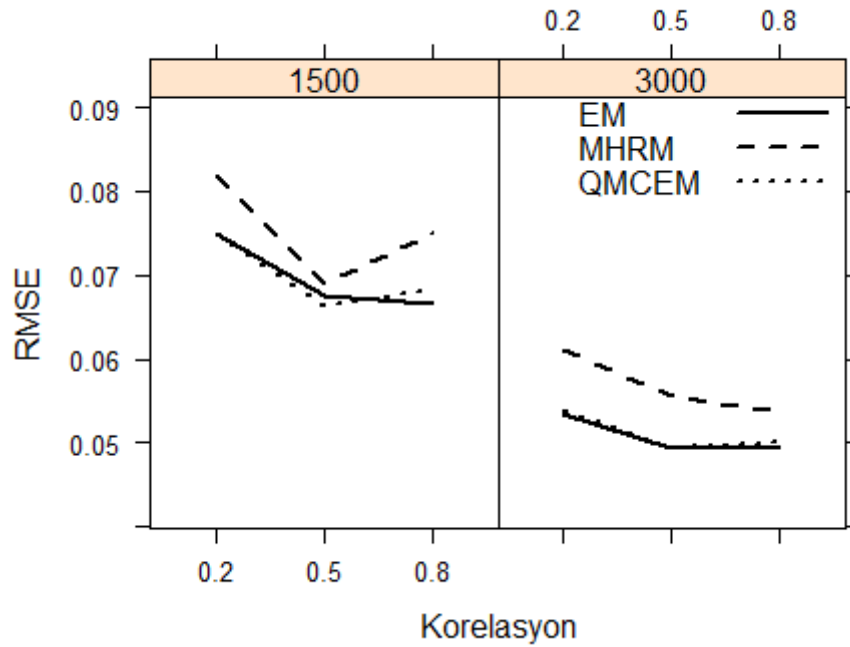
Şekil 93. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



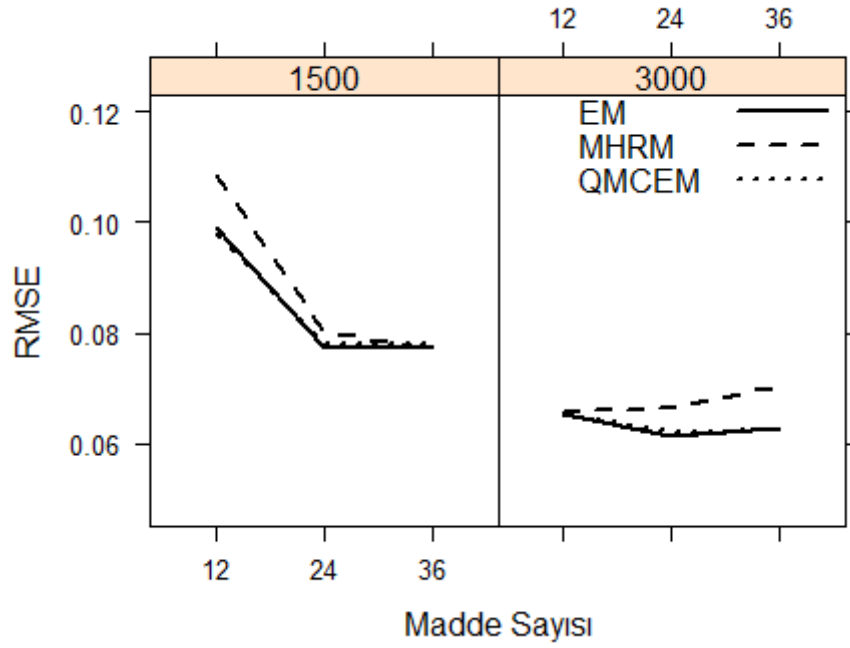
Şekil 94. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



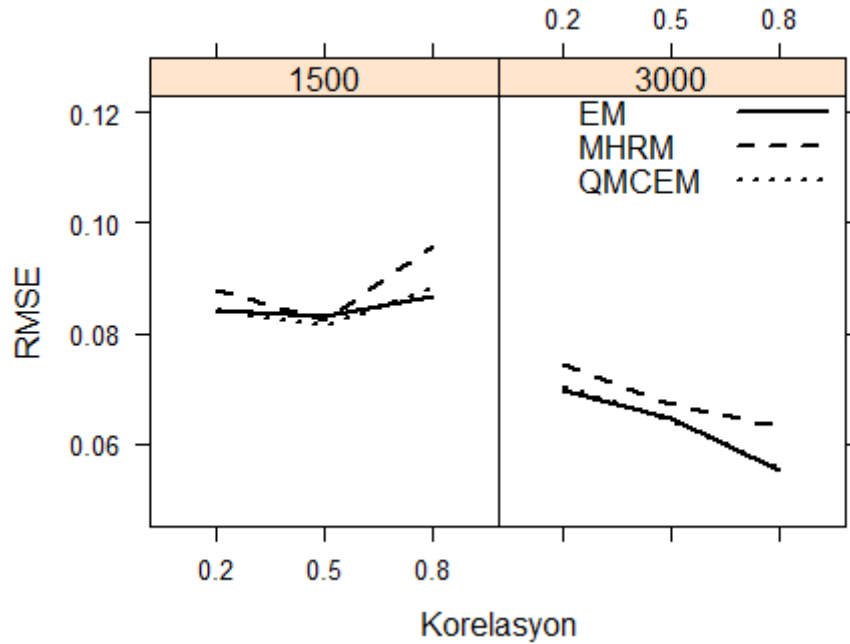
Şekil 95. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



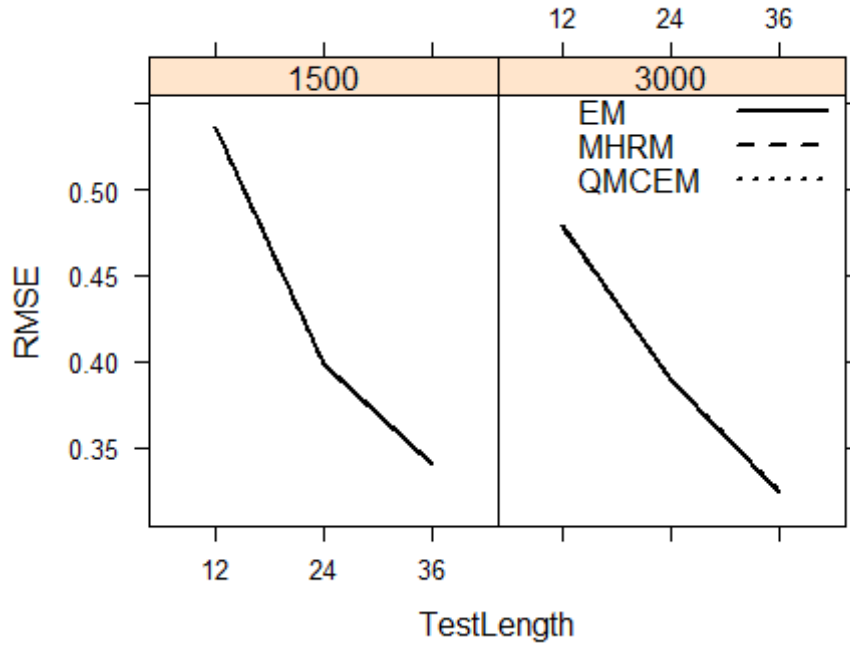
Şekil 96. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



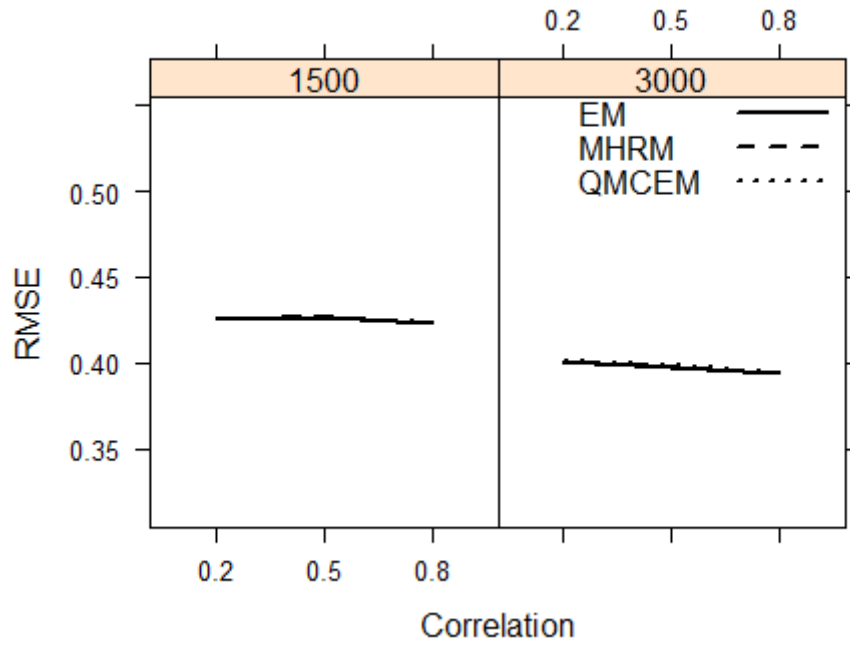
Şekil 97. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



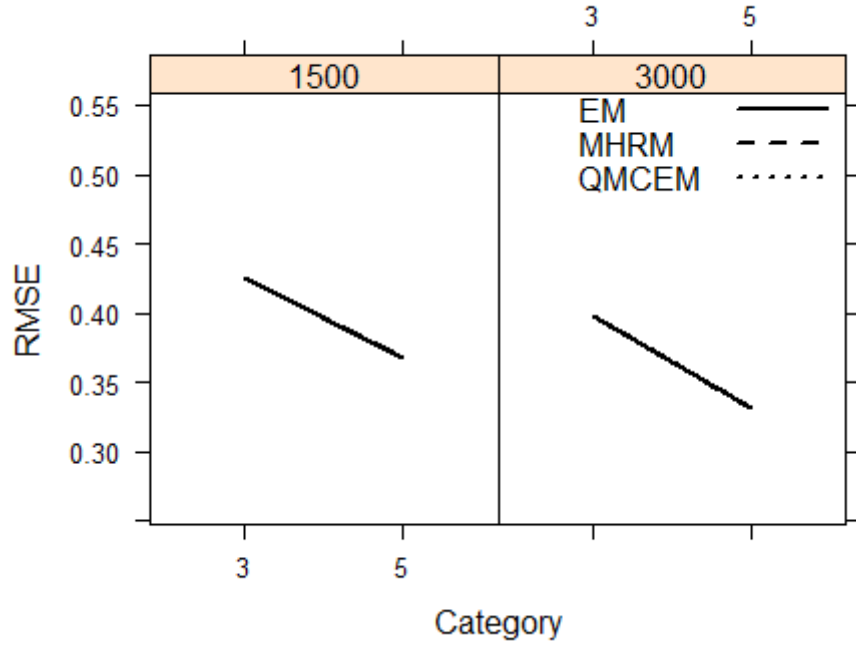
Şekil 98. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



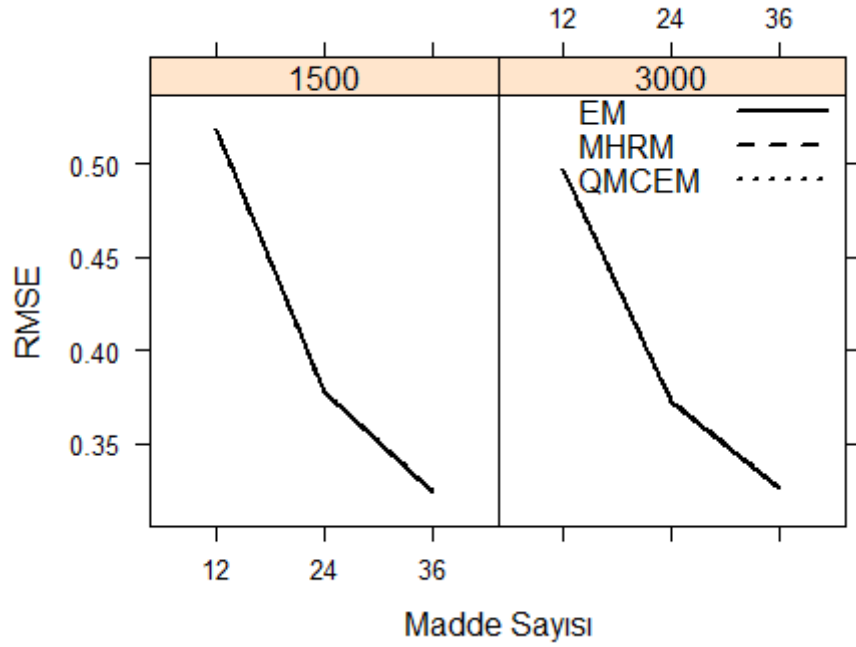
Şekil 99. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



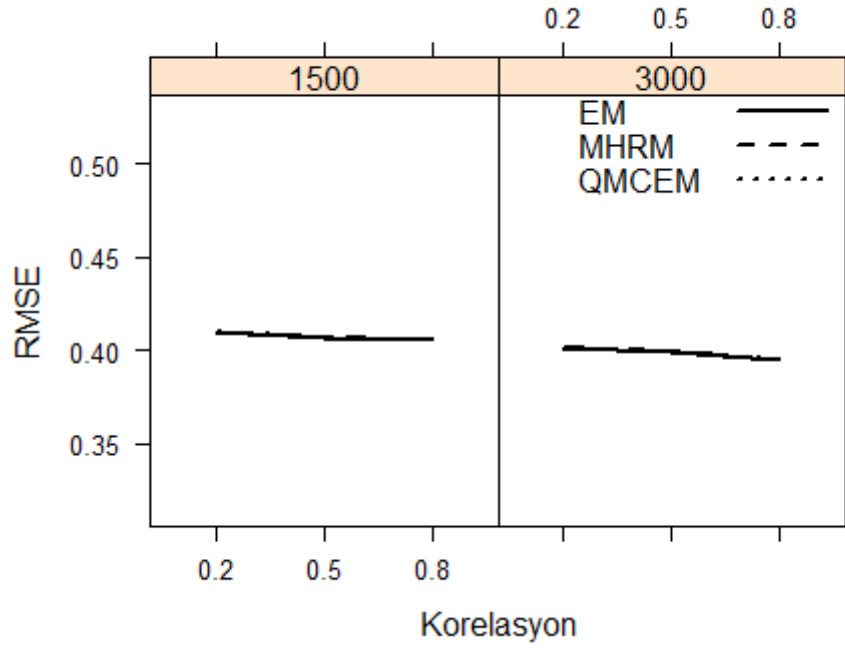
Şekil 100. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategoriliye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



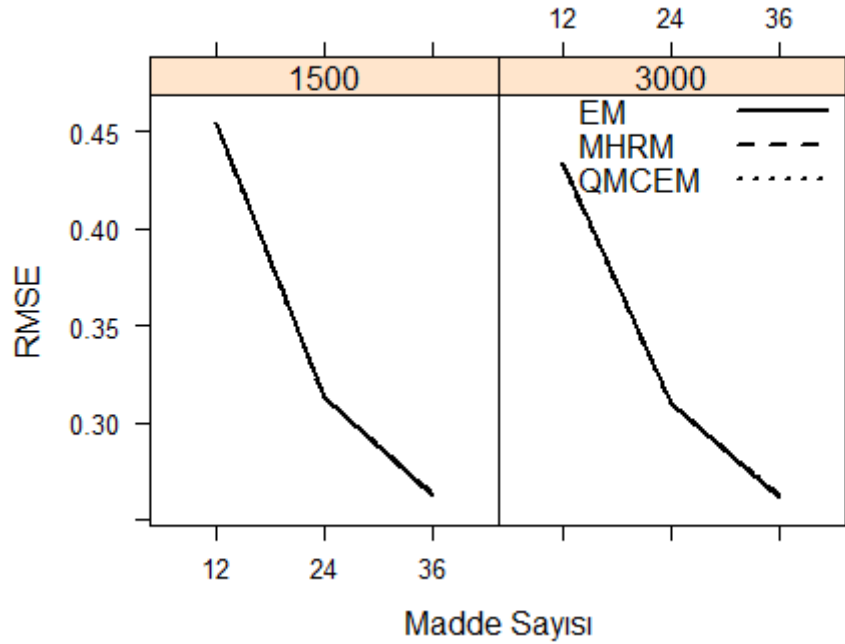
Şekil 101. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



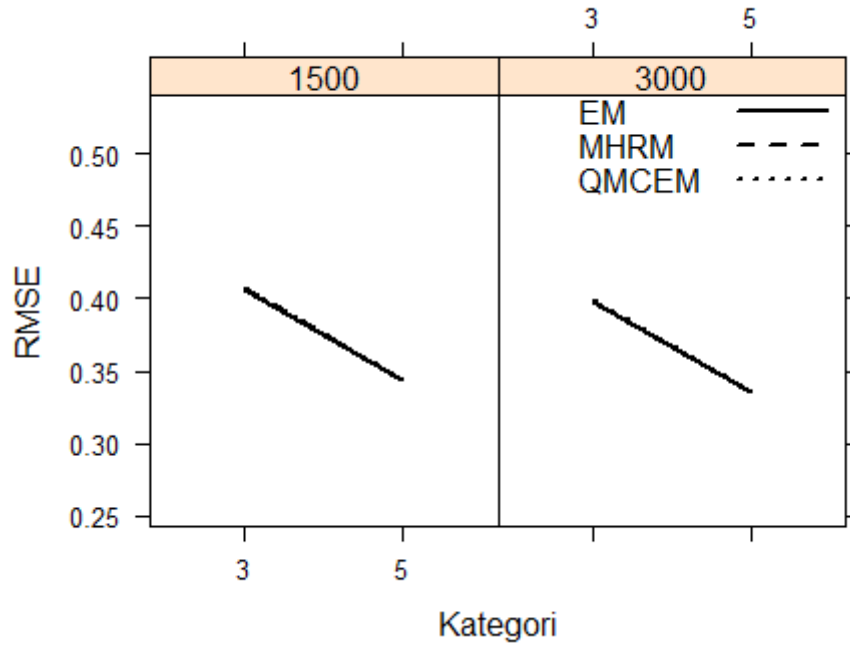
Şekil 102. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



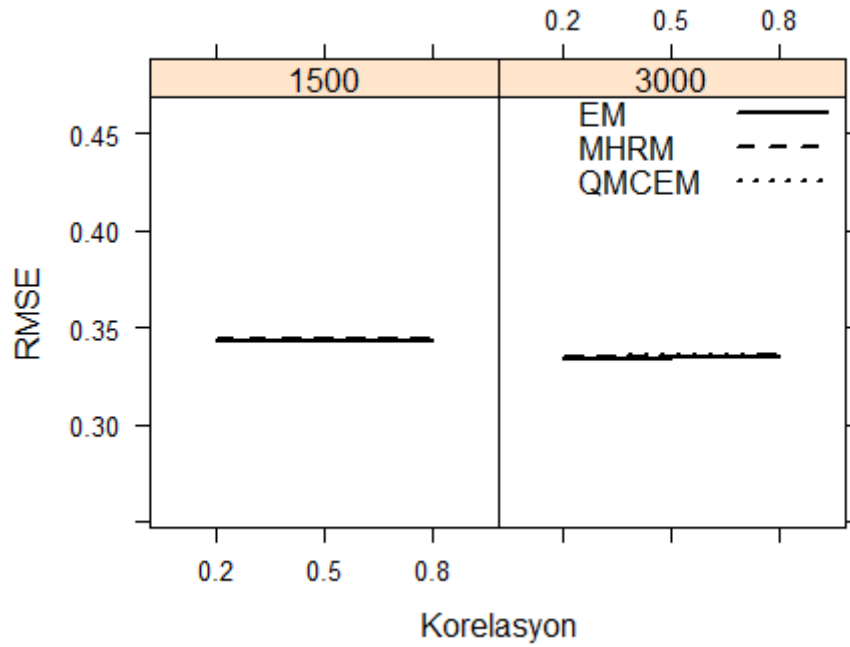
Şekil 103. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



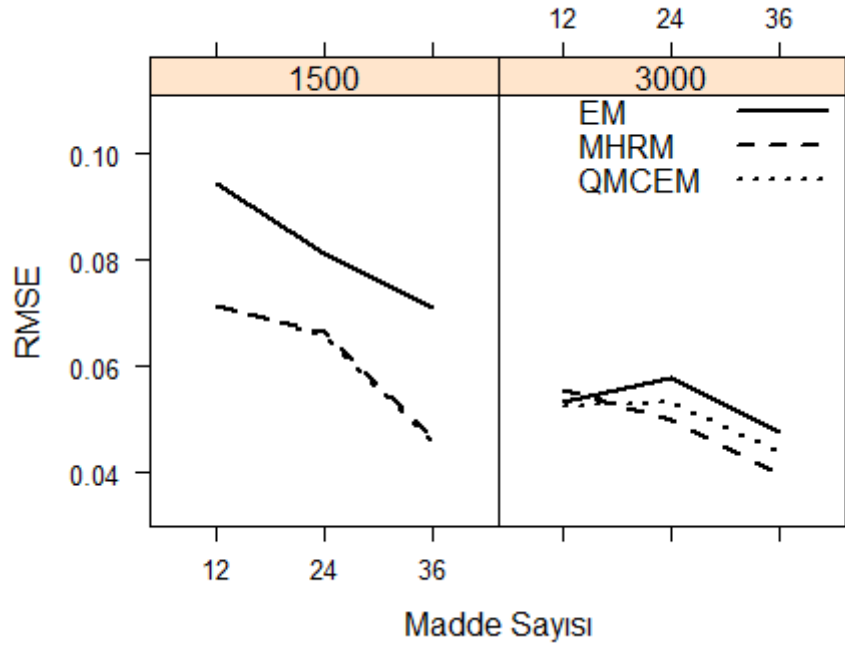
Şekil 104. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



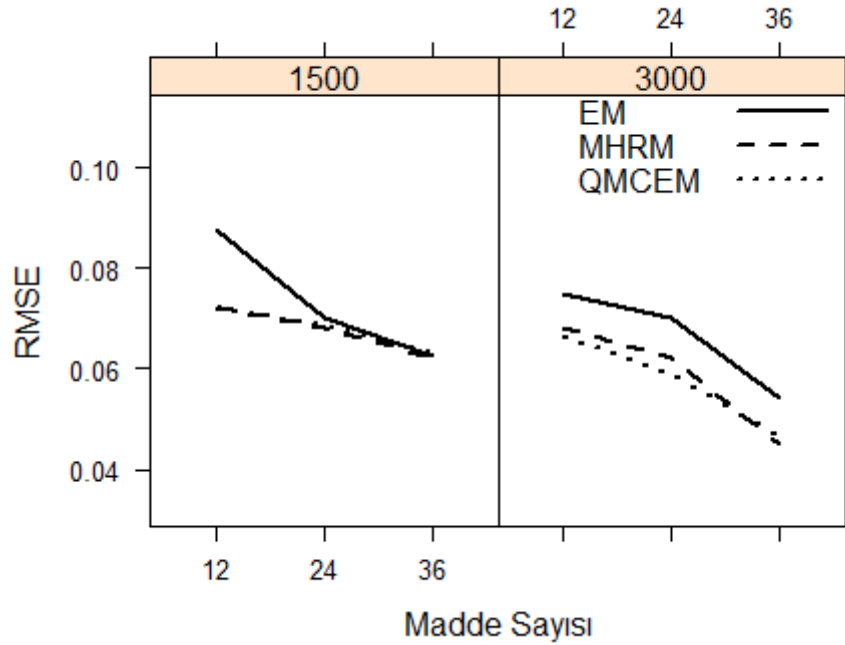
Şekil 105. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



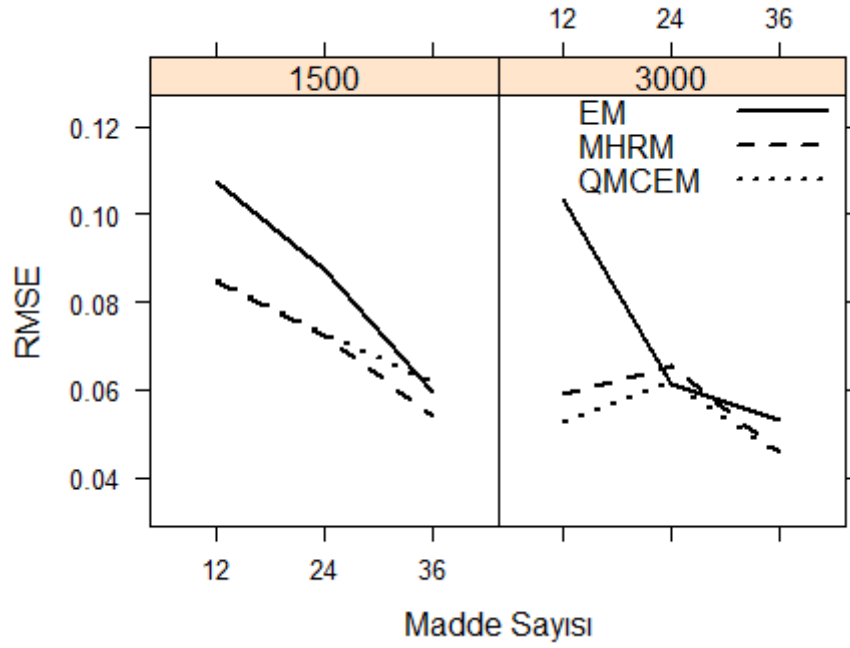
Şekil 106. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle İki Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



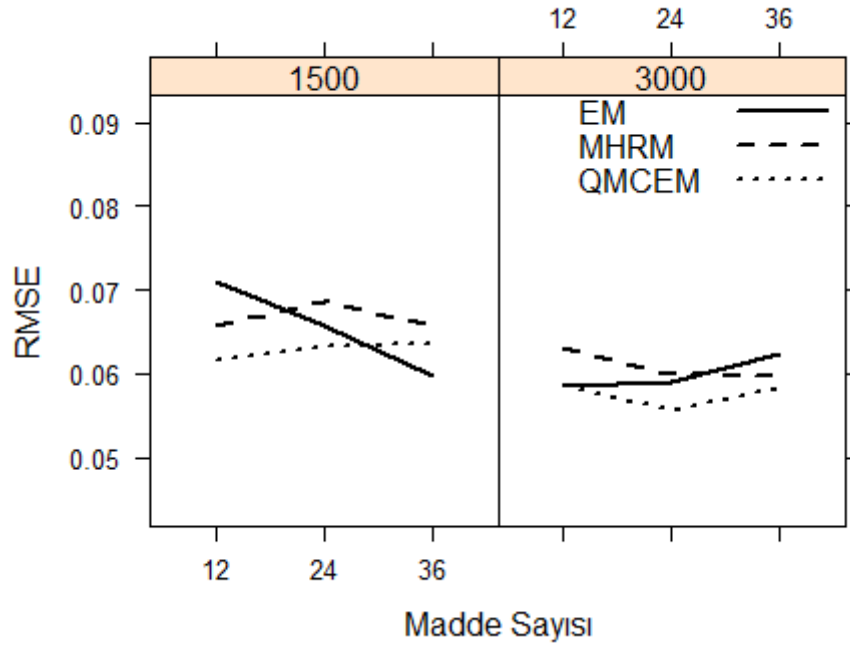
Şekil 107. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



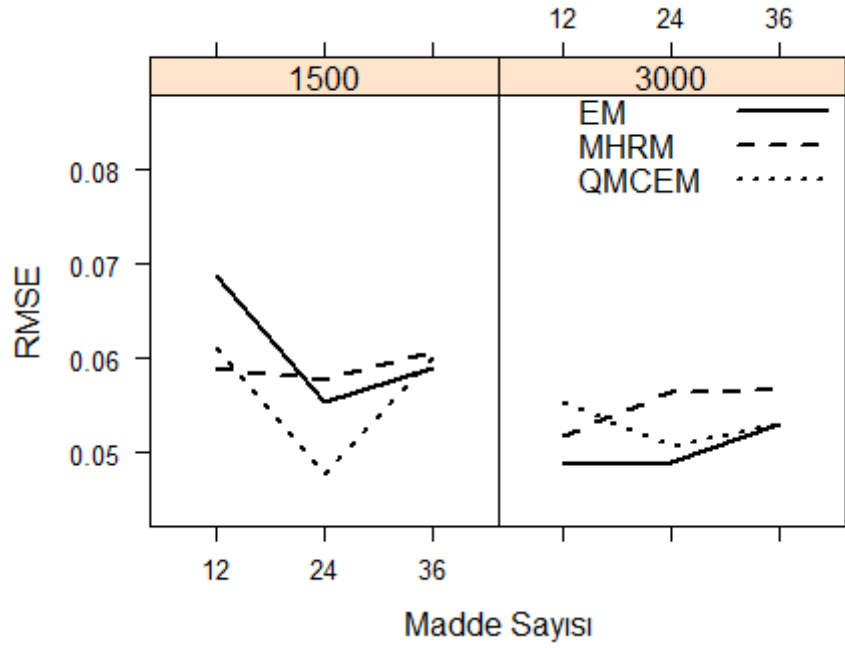
Şekil 108. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



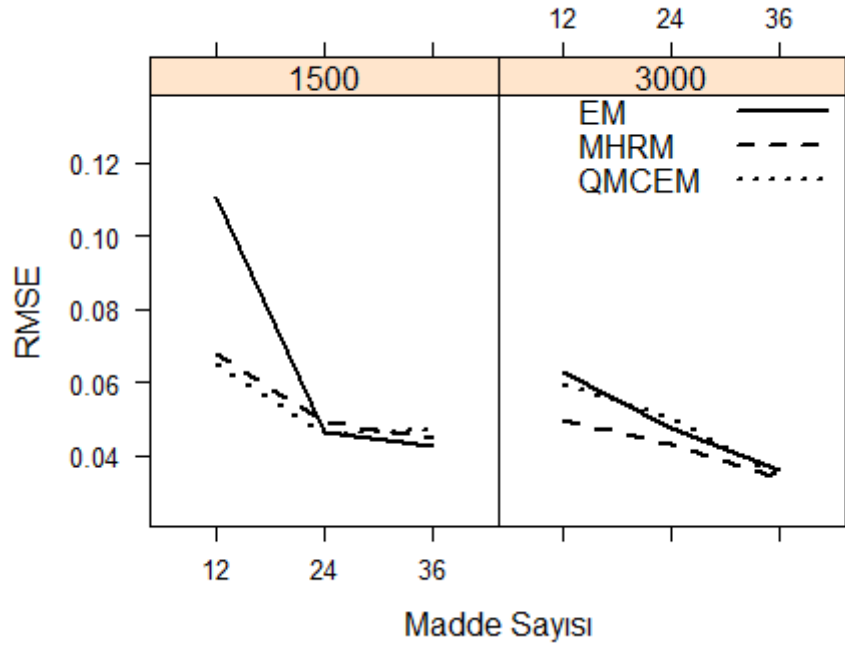
Şekil 109. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



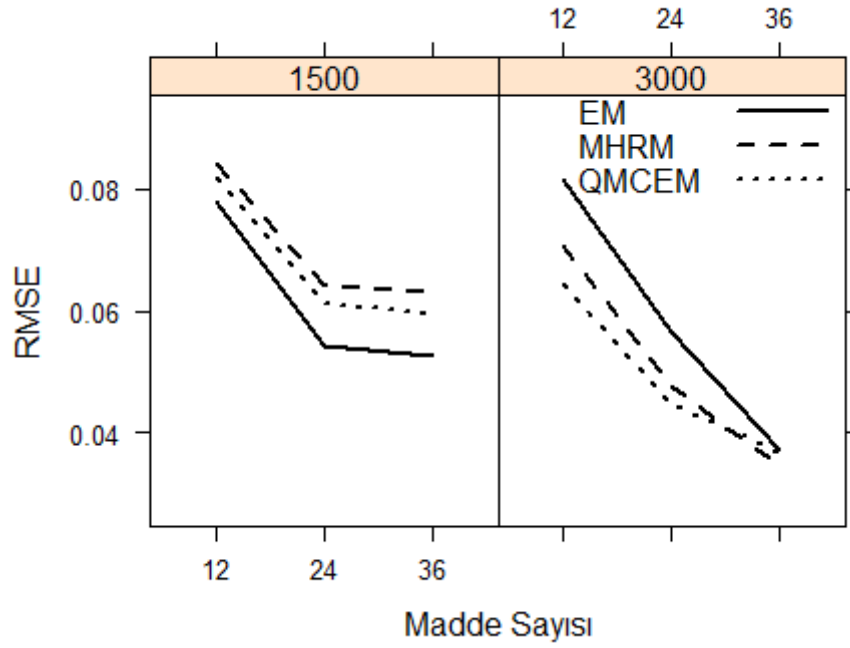
Şekil 110. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



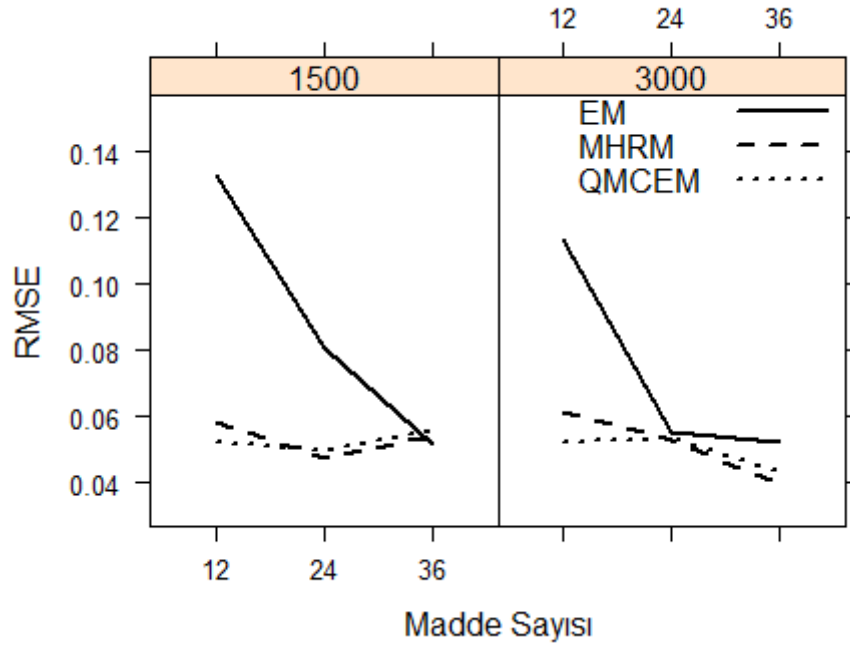
Şekil 111. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



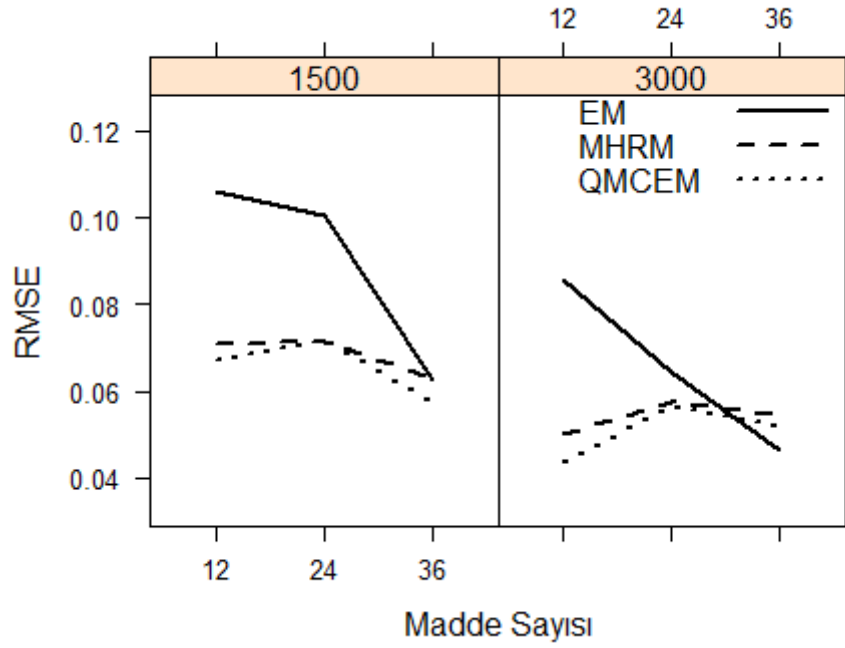
Şekil 112. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



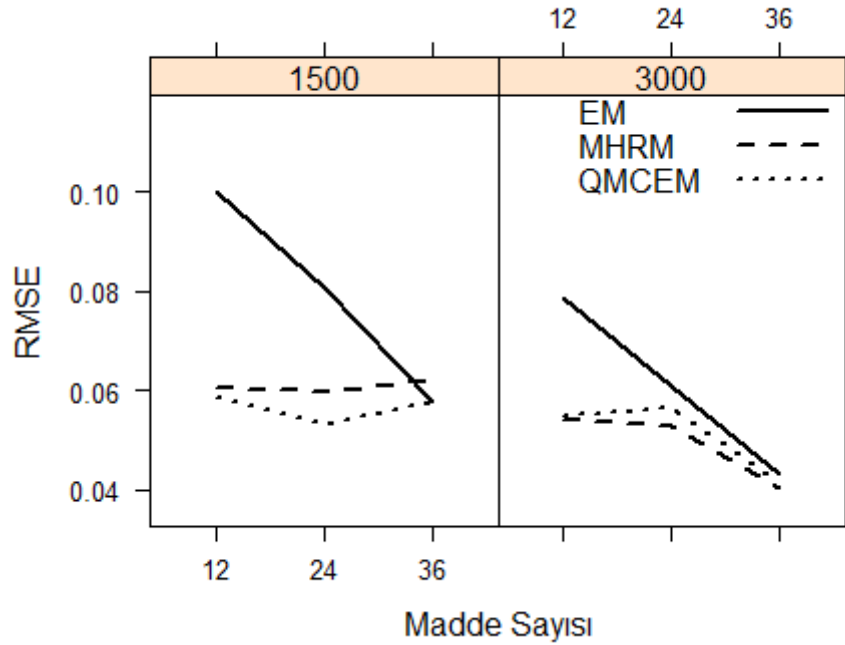
Şekil 113. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



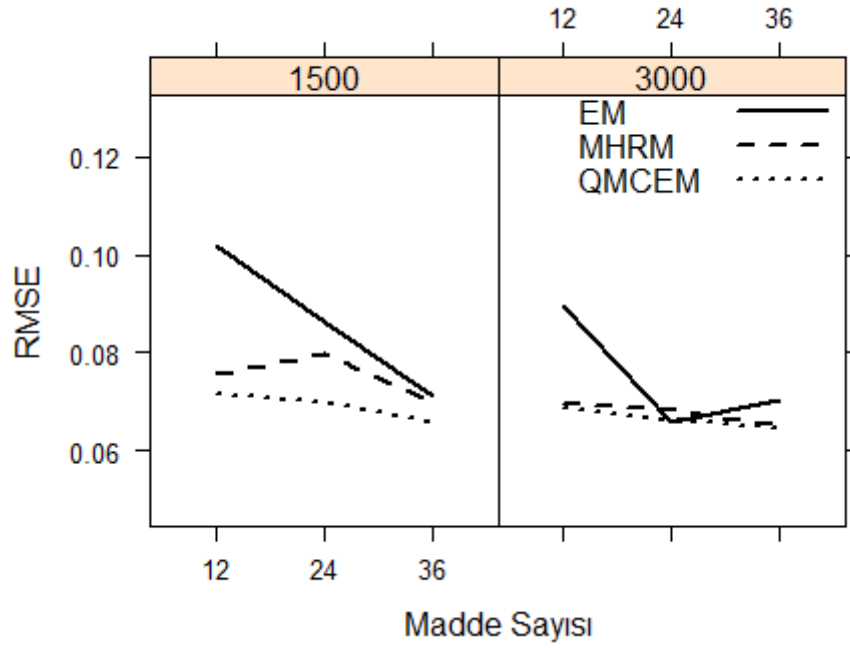
Şekil 114. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



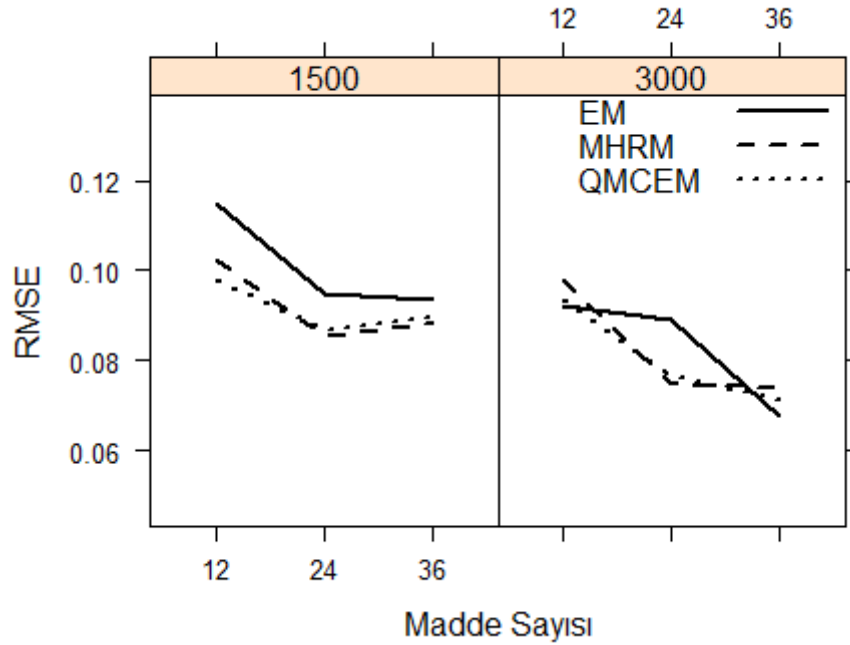
Şekil 115. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



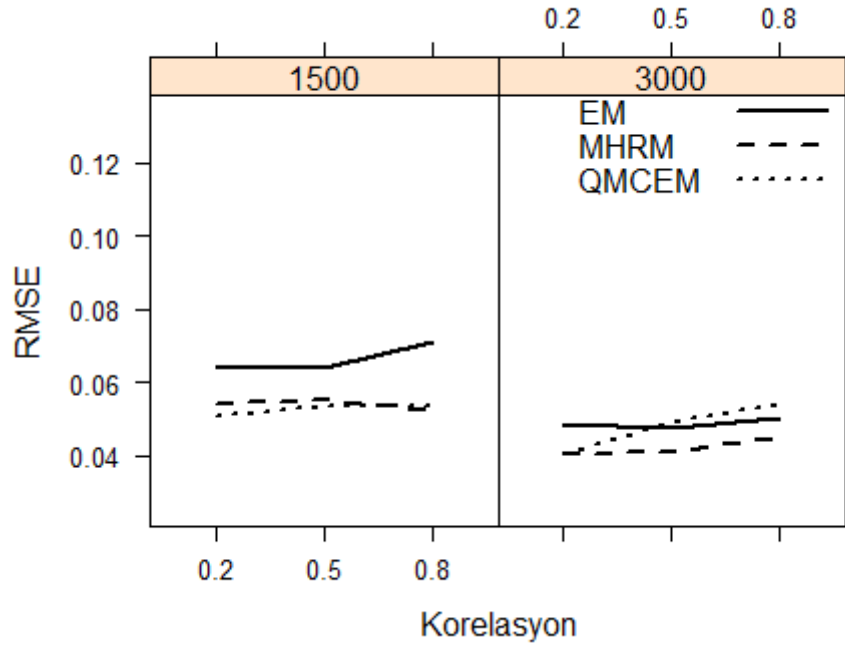
Şekil 116. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



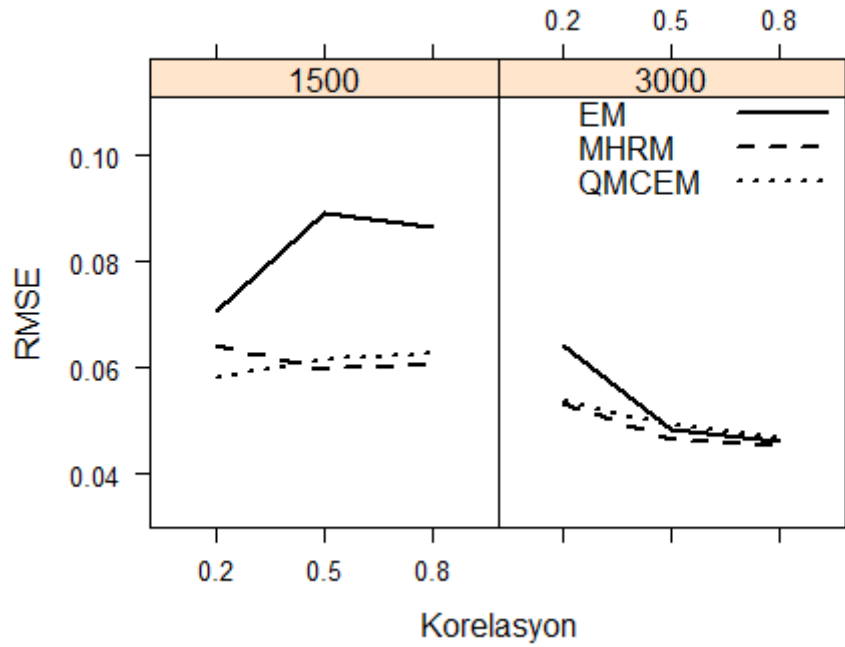
Şekil 117. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



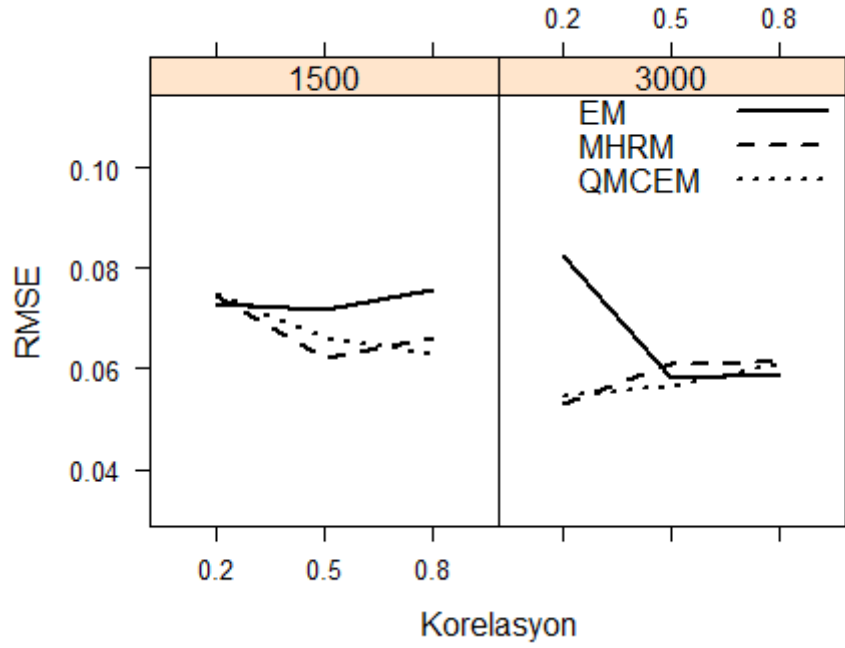
Şekil 118. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



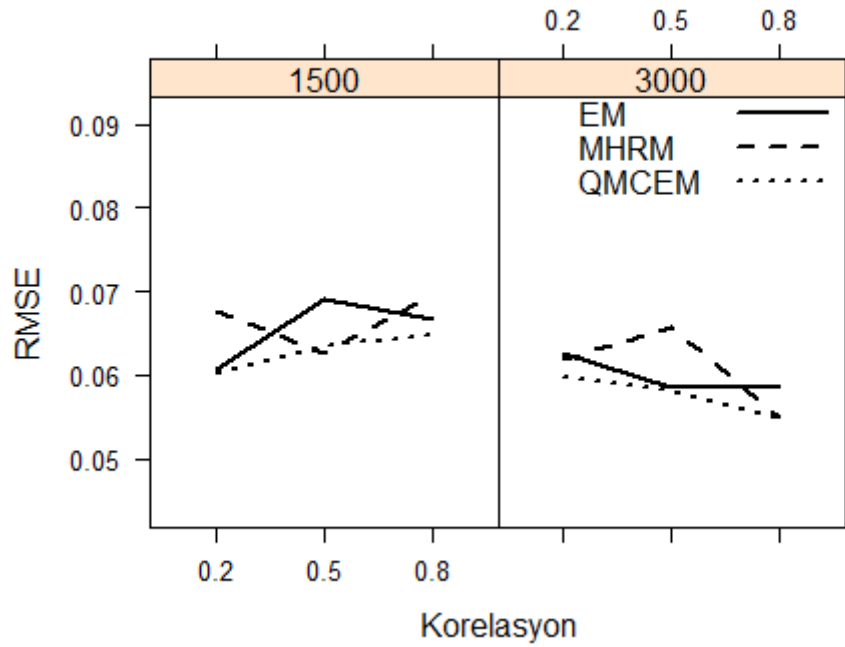
Şekil 119. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen Madde Parametrelerine İlişkin RMSE Değerleri



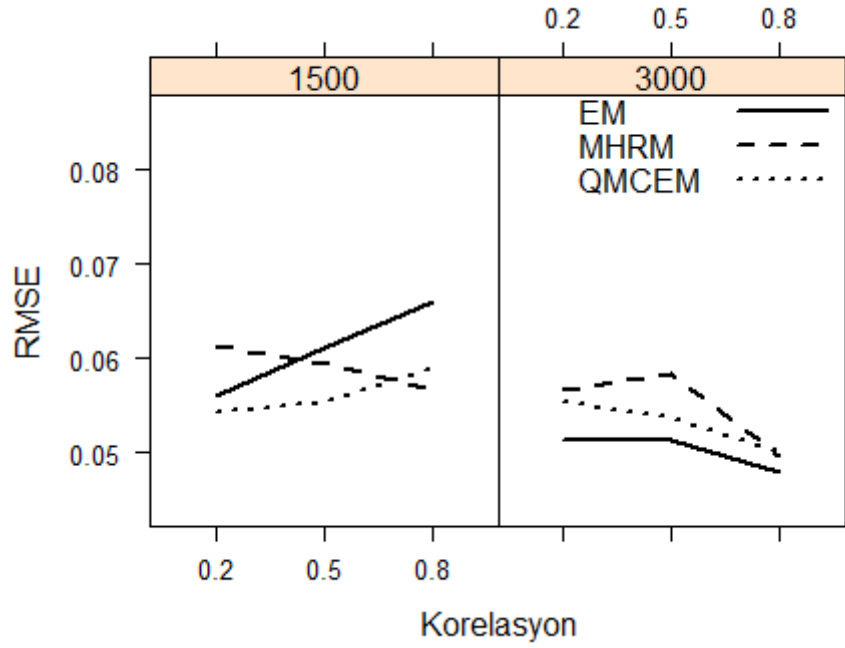
Şekil 120. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



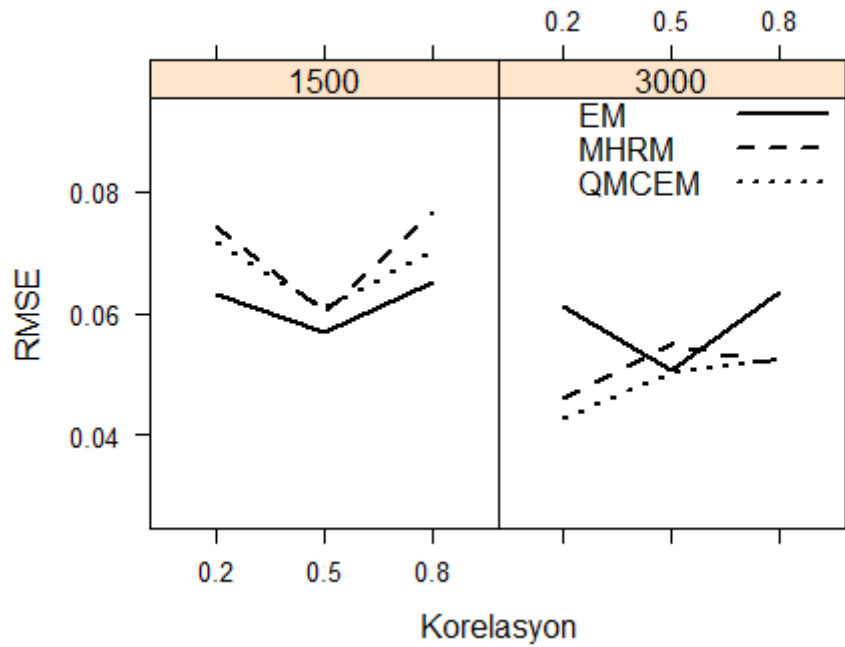
Şekil 121. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



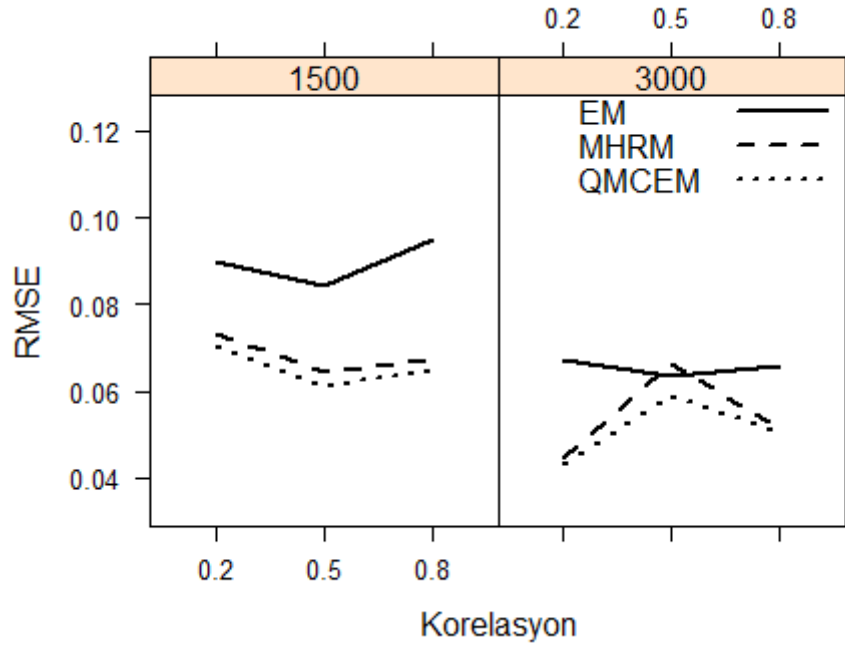
Şekil 122. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



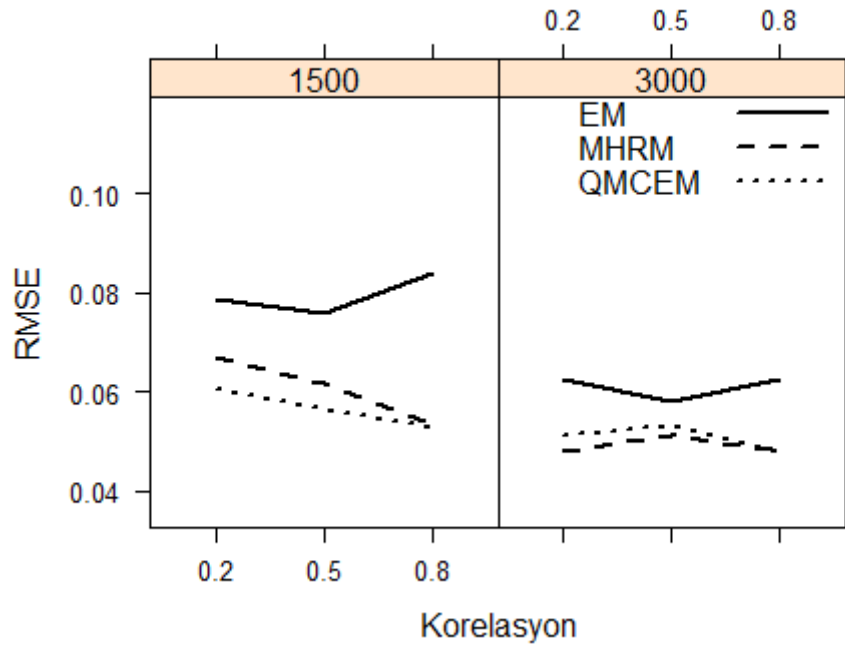
Şekil 123. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



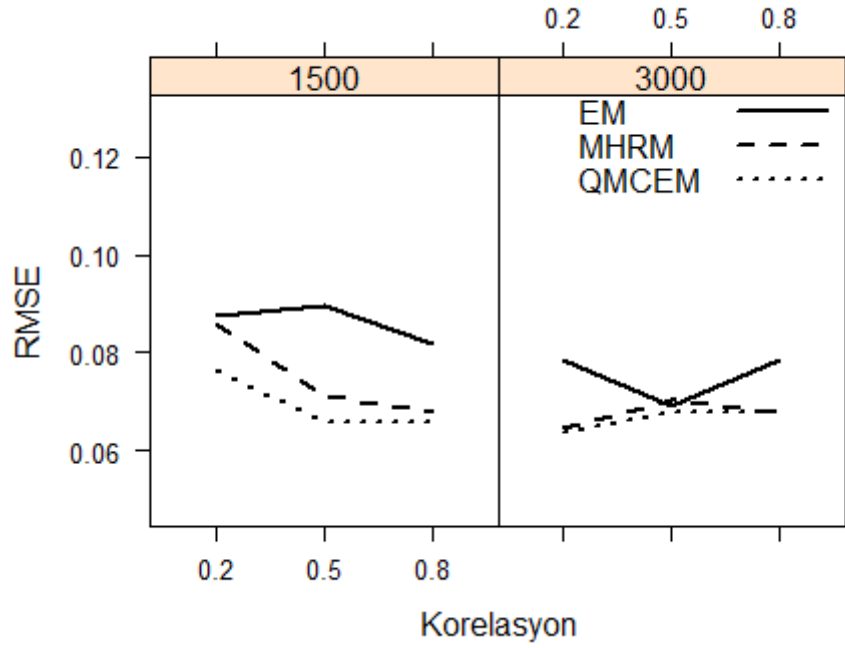
Şekil 124. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen a_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



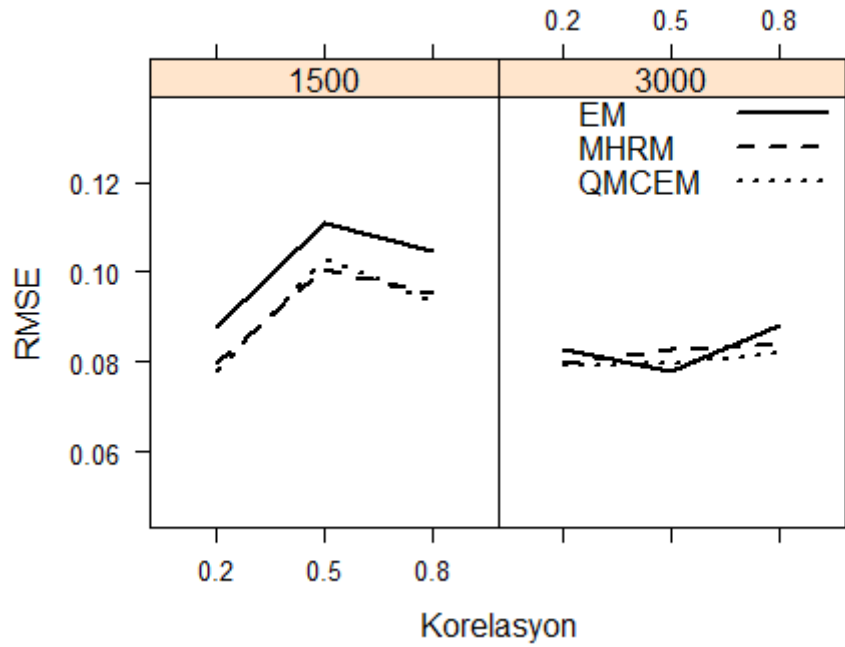
Şekil 125. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



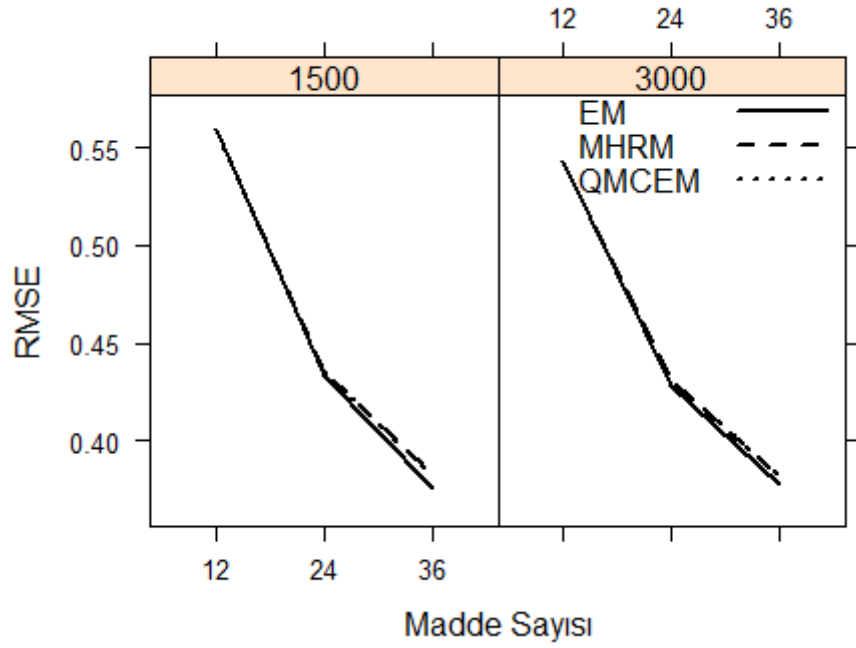
Şekil 126. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



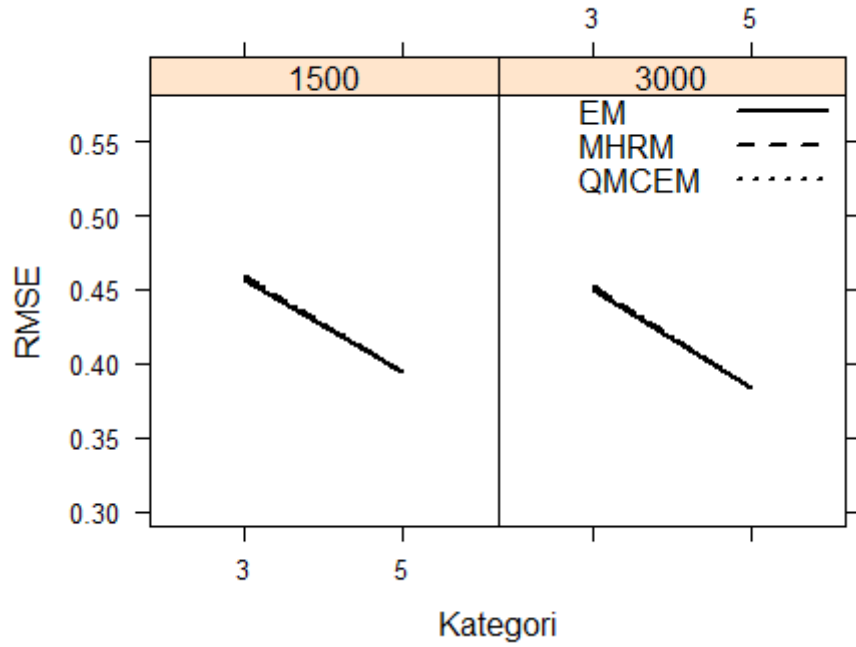
Şekil 127. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



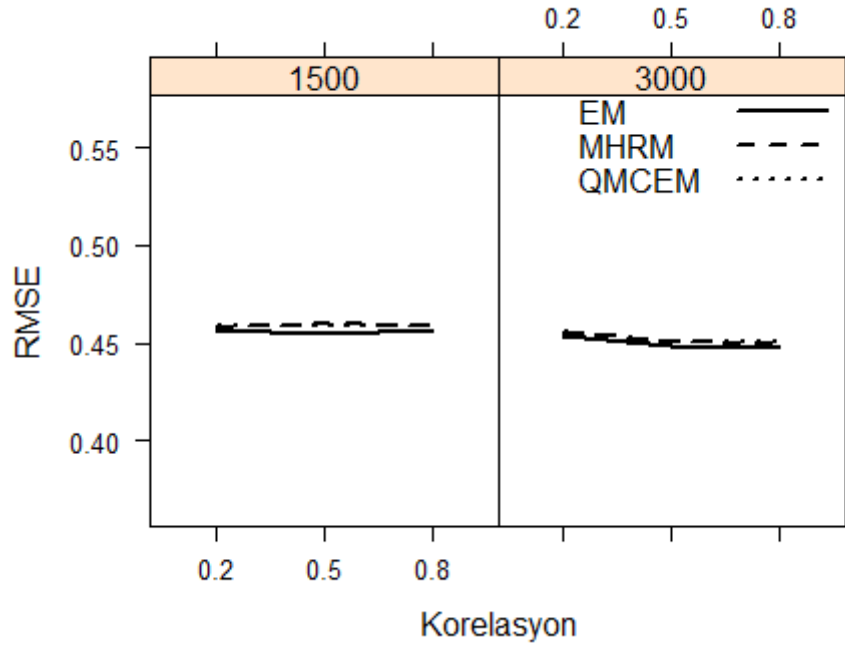
Şekil 128. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen b_4 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



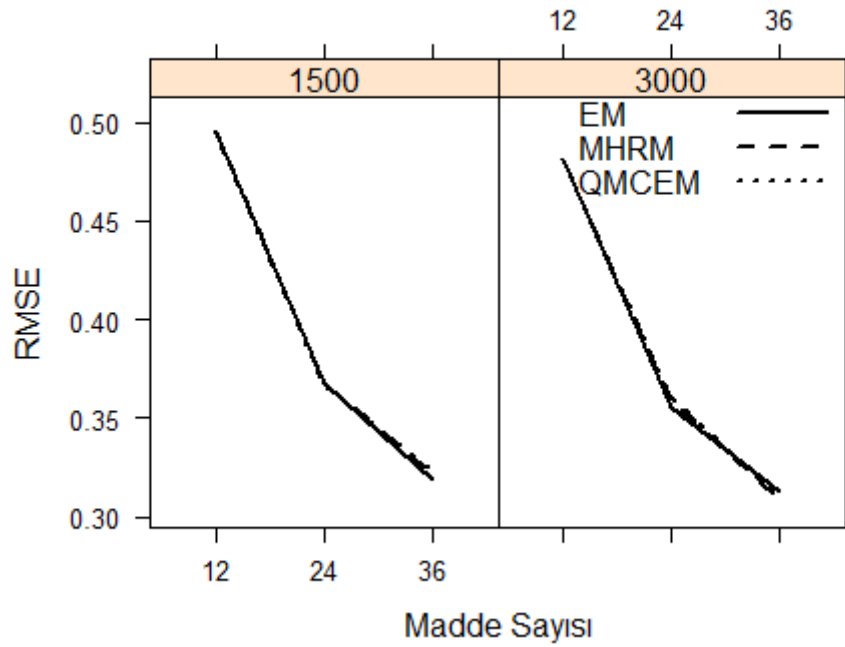
Şekil 129. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



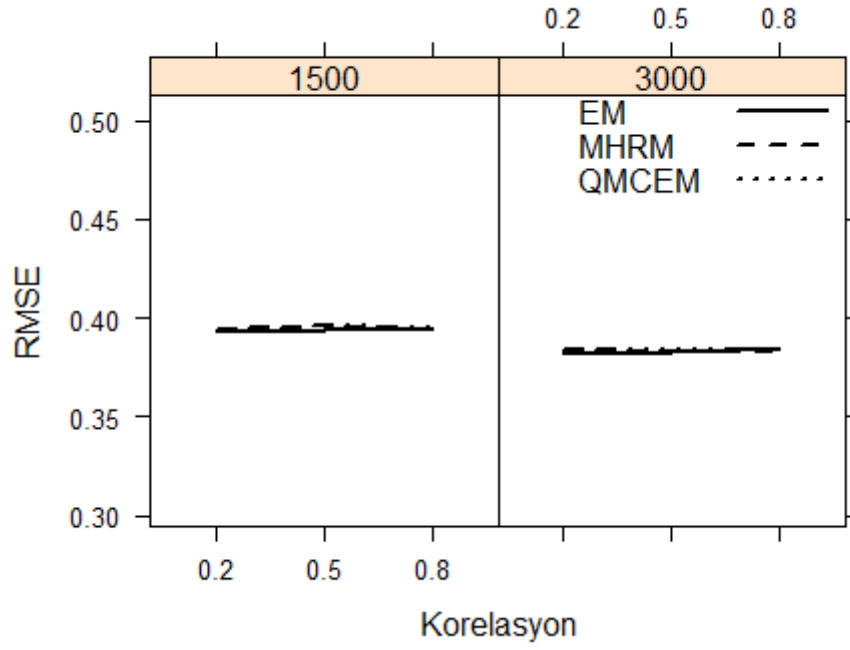
Şekil 130. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



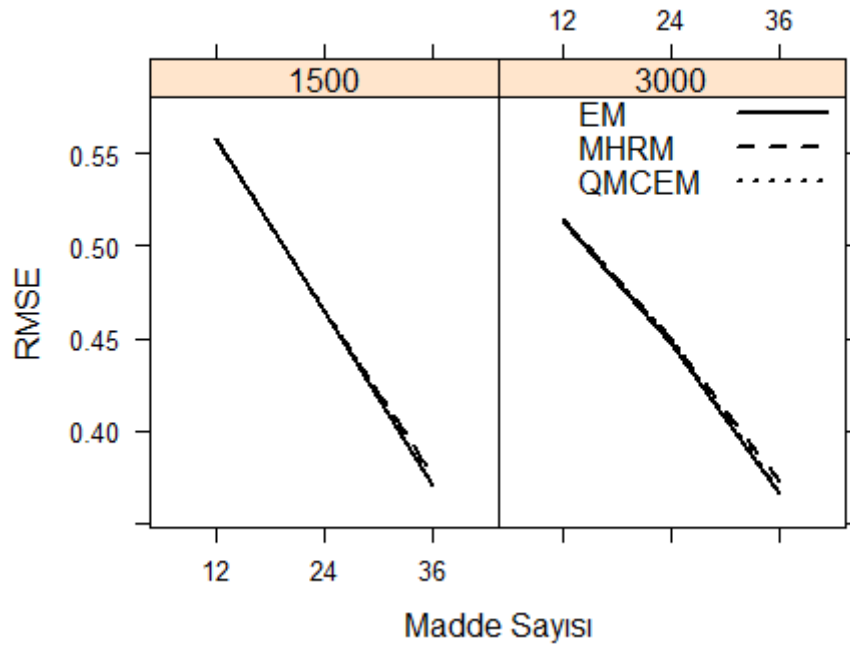
Şekil 131. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



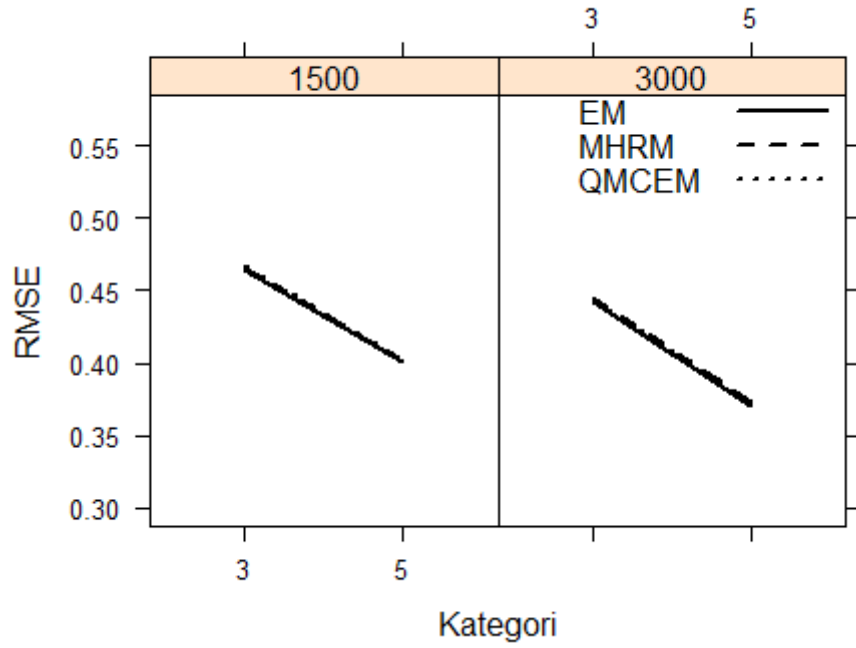
Şekil 132. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



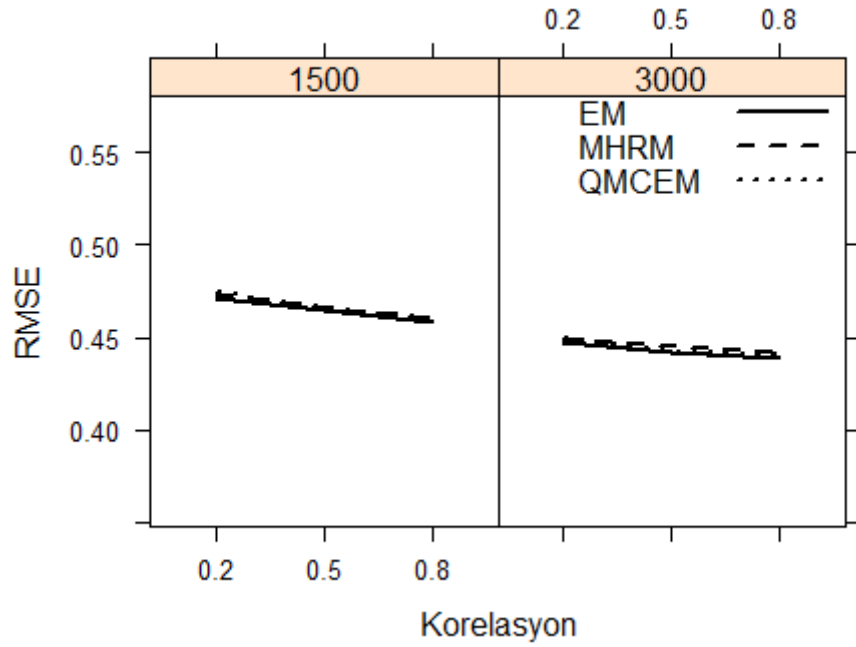
Şekil 133. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_1 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



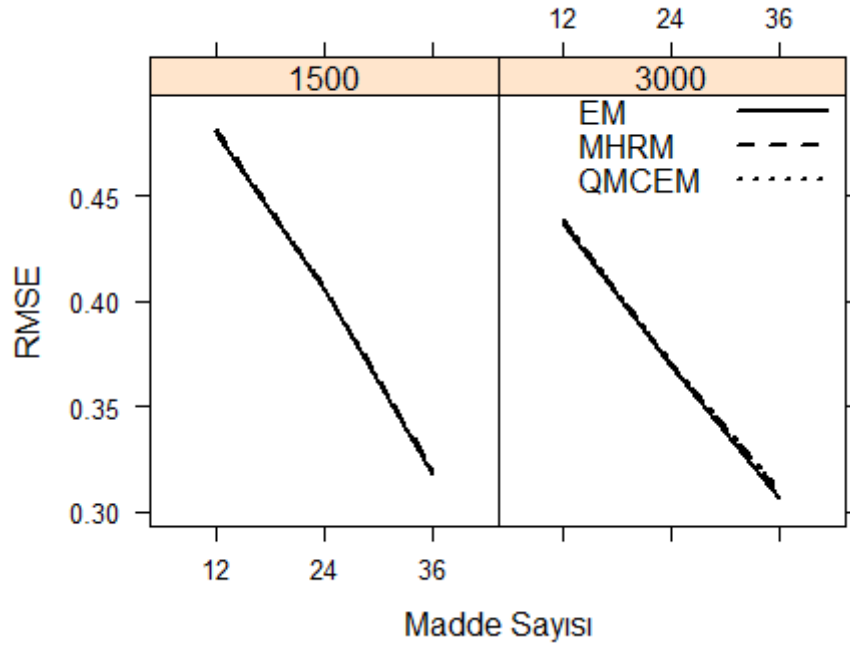
Şekil 134. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



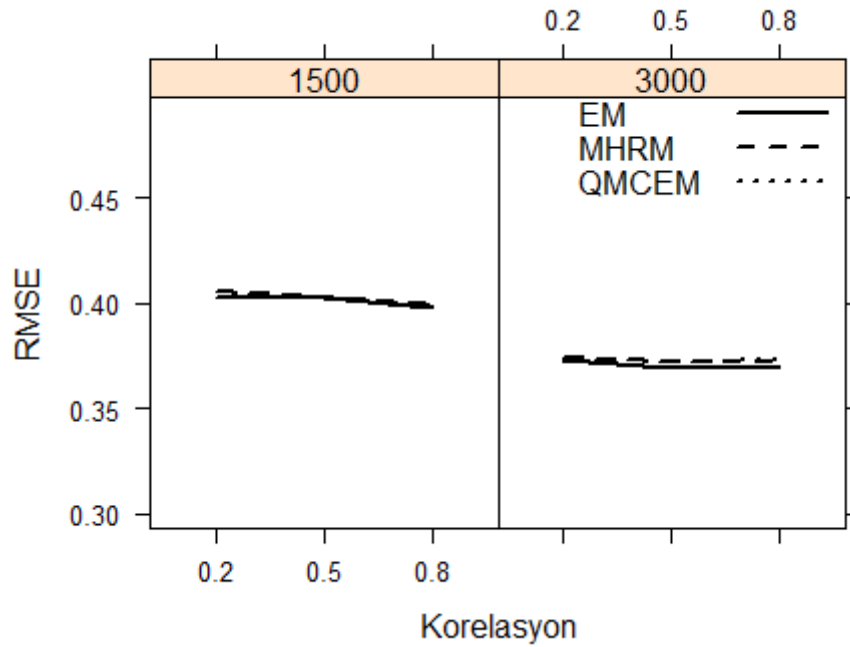
Şekil 135. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



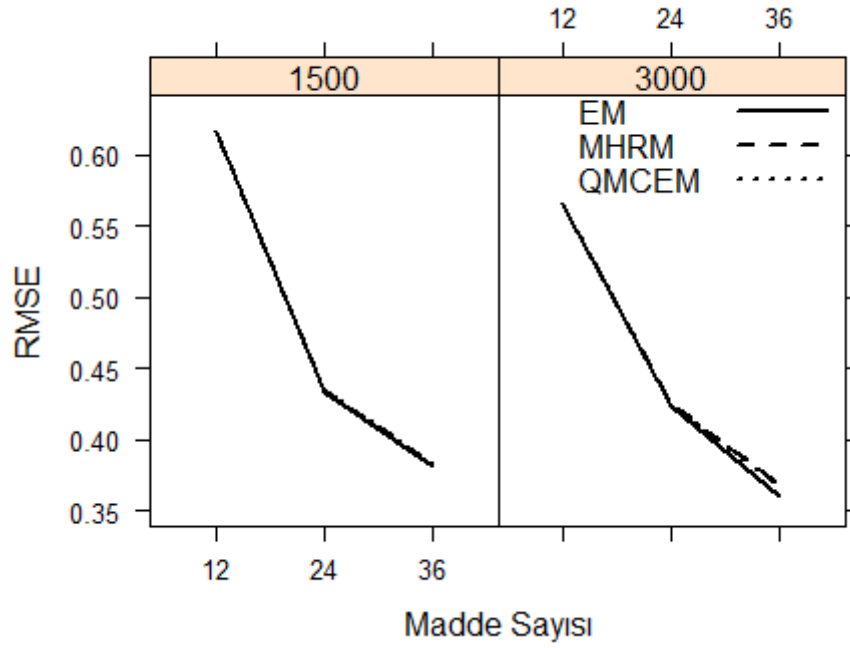
Şekil 136. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriyeye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



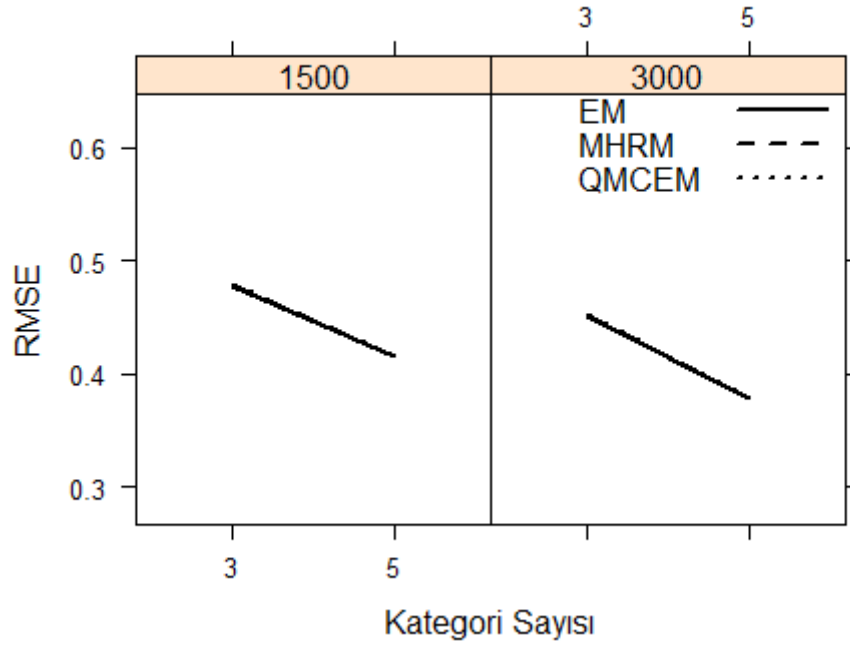
Şekil 137. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



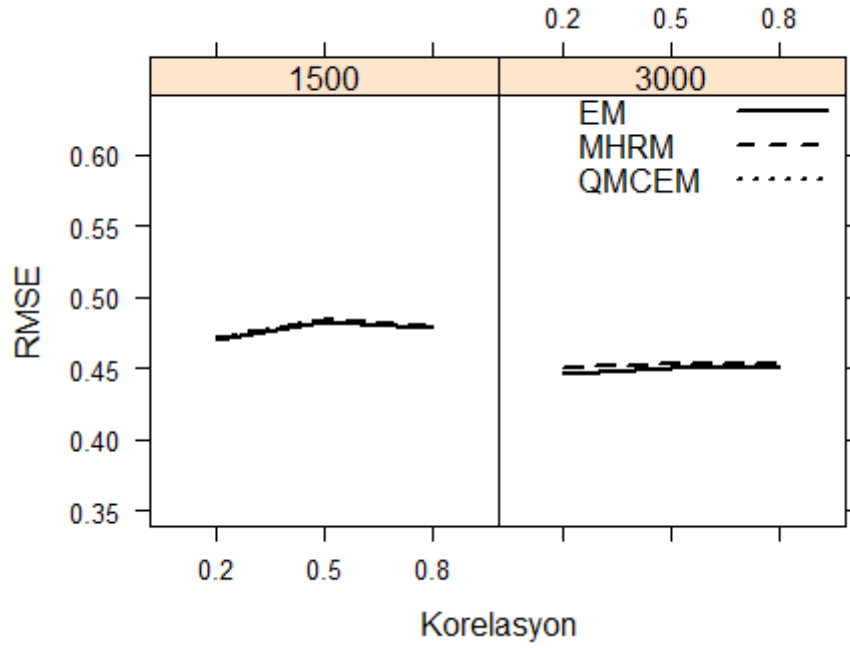
Şekil 138. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategorili ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_2 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



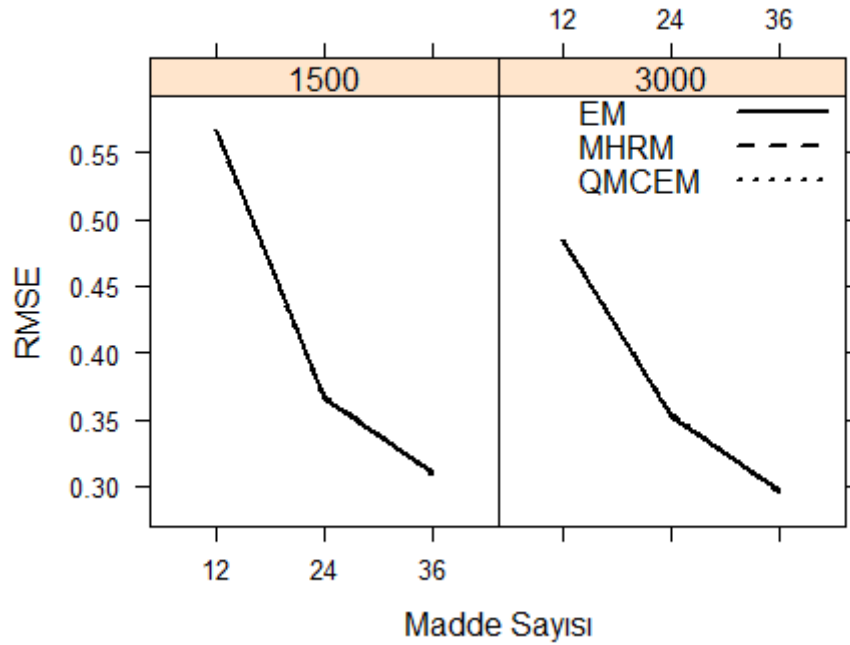
Şekil 139. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategorili ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



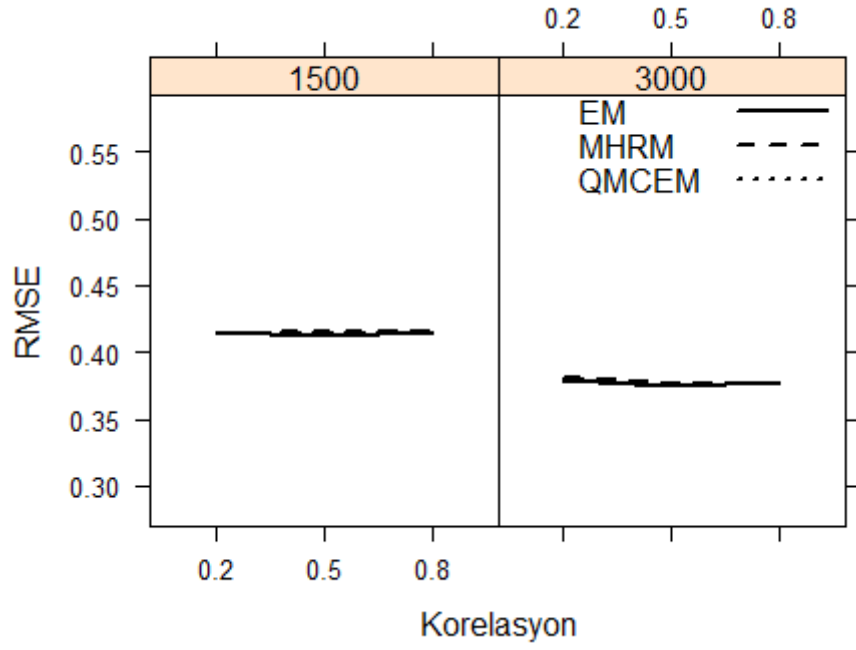
Şekil 140. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç ve Beş Kategori Sayısına Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



Şekil 141. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Üç Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



Şekil 142. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 12, 24, 36 Maddelik ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri



Şekil 143. EM, MHRM, QMCEM Algoritmaları İle Üç Boyutlu Beş Kategoriye ve 0,2, 0,5, 0,8 Boyutlar Arası Korelasyona Sahip ÇBATM Veri Setlerinden Kestirilen θ_3 Parametresine İlişkin RMSE Değerleri

EK 5. TURNİTİN ORJİNALLİK RAPORU

ORIJİNALLİK RAPORU

%**6**

BENZERLİK ENDEKSİ

%**4**

İNTERNET
KAYNAKLARI

%**2**

YAYINLAR

%**2**

ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ



GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR..