

İKİDEN FAZLA BAĞIMLI ÖRNEK İÇİN TESTLER

BÖLÜM 10

1

İkiden Fazla Bağımsız Örnek İçin Testler

- Friedman'ın S Testi
  - Çoklu Karşılaştırmalar
- Cochran'ın Q Testi

2

Friedman'ın S Testi

Friedman'ın S testi için varsayımlar aşağıdadır.

a. Veri, her biri c hacimli n sayıda bağımsız bloklardan derlenir.
b. i. bloktaki j. ölçüm (gözlem) değeri X_{ij}, $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,c$ ile gösterilir ve satırlar bloklar, sütunlar da işlemler olarak ifade edilir.
c. İlgilenilen bağımlı değişken süreklidir.
d. Bloklar ve işlemler arasında etkileşim yoktur.

3

Friedman'ın S Testi

	İşlemler			
Bloklar	**1**	**2**	$\cdots$	c
1	R_{11}	R_{12}	$\cdots$	R_{1c}
2	R_{21}	R_{22}	$\cdots$	R_{2c}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
n	R_{n1}	R_{n2}	$\cdots$	R_{nc}
Toplamlar	$R_{\cdot 1}$	$R_{\cdot 2}$	$\cdots$	$R_{\cdot c}$
Ortalamalar	$\overline{R}_{\cdot 1}$	$\overline{R}_{\cdot 2}$	$\cdots$	$\overline{R}_{\cdot c}$

$$S = \frac{12n}{c(c+1)} \sum_{j=1}^{c} (\overline{R}_{\cdot j} - \overline{R}_{\cdot\cdot})^2$$

$$S = \frac{12}{nc(c+1)} \sum_{j=1}^{c} R_{\cdot j}^2 - 3n(c+1)$$

4

Örnek

	İlaç türleri (İşlemler)			
Yaş grupları (Bloklar)	**A**	**B**	**C**	**D**
1	20	14	19	30
2	18	12	20	32
3	24	18	30	28
4	24	20	30	34
5	20	21	32	37
6	27	24	30	42

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$

$H_1: \tau_j'$lerin hepsi aynı değildir

5

Örnek

S testi için veri tablosu

	İlaç türleri (İşlemler)			
Yaş grupları (Bloklar)	**A**	**B**	**C**	**D**
1	3	1	2	4
2	2	1	3	4
3	2	1	4	3
4	2	1	3	4
5	1	2	3	4
6	2	1	3	4
$R_{.j}$	12	7	18	23

$$S = \frac{12}{nc(c+1)} \sum_{j=1}^{c} R_{.j}^2 - 3n(c+1)$$

$$S_h = \frac{12}{6(4)(5)} (12^2 + 7^2 + 18^2 + 23^2) - 3(6)(5)$$

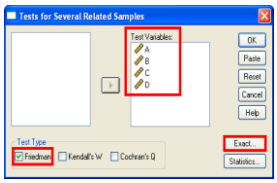
$$S_h = 14.60$$

$S_h \geq C_\alpha'$, yani $14.60 > 10.20$.

6

SPSS Uygulama

	A	B	C	D
1	20	14	19	30
2	18	12	20	32
3	24	18	30	28
4	24	20	30	34
5	20	21	32	37
6	27	24	30	42



Ranks

	Mean Rank
A	2,00
B	1,17
C	3,00
D	3,83

Test Statistics[a]

N	6
Chi-Square	14,600
df	3
Asymp. Sig.	,002
Exact Sig.	,000
Point Probability	,000

a. Friedman Test

7

Örnek

	m^2'ye atılan tohum sayısı (İşlemler)				
Bloklar	**225**	**300**	**375**	**450**	**525**
Bolal	401	396	347	406	384
Gerek	323	325	332	320	322
Haymana	300	287	343	318	239
Kıraç	308	302	325	341	352
Çakmak	213	216	271	266	244
BVD-21	170	213	250	285	201
1460	340	346	351	350	363
Tokak	328	400	429	378	333

Tarım Orman ve Köyişleri Bakanlığı Orta Anadolu Bölge Zirai Araştırma Enstitüsü, Tarla Bitkileri Yetiştirme Tekniği Bölümü.

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$

$H_1: \tau_j'$lerin hepsi aynı değildir

8

Örnek

S testi için veri tablosu

	m²'ye atılan tohum sayısı (İşlemler)				
Bloklar	**225**	**300**	**375**	**450**	**525**
Bolal	4	3	1	5	2
Gerek	3	4	5	1	2
Haymana	3	2	5	4	1
Kıraç	2	1	3	4	5
Çakmak	1	2	5	4	3
BVD-21	1	3	4	5	2
1460	1	2	4	3	5
Tokak	1	4	5	3	2
$R_{\cdot j}$	16	21	32	29	22
$\overline{R}_{\cdot j}$	2.000	2.625	4.000	3.625	2.750

$S_h > c'_\alpha$, yani $8.3 < 7.779$,

$$S = \frac{12}{nc(c+1)}\sum_{j=1}^{c} R_{\cdot j}^2 - 3n(c+1) \sim \chi^2_{c-1}$$

$$S_h = \frac{12}{8(5)(6)}(16^2 + 21^2 + 32^2 + 29^2 + 22^2) - 3(8)(6)$$

$$S_h = 8.3$$

9

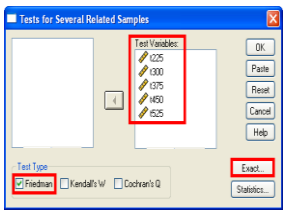
SPSS Uygulama

	t225	t300	t375	t450	t525
1	401	396	347	406	384
2	323	325	332	320	322
3	300	287	343	318	239
4	308	302	325	341	352
5	213	216	271	266	244
6	170	213	250	285	201
7	340	346	351	350	363
8	328	400	429	378	333
9					

Test Statistics[a]

N	8
Chi-Square	8,300
df	4
Asymp. Sig.	,081
Exact Sig.	,077
Point Probability	,006

a. Friedman Test



Ranks

	Mean Rank
t225	2,00
t300	2,63
t375	4,00
t450	3,63
t525	2,75

10

Çoklu Karşılaştırmalar

	İşlemler			
Bloklar	**1**	**2**	⋯	***c***
1	R_{11}	R_{12}	⋯	R_{1c}
2	R_{21}	R_{22}	⋯	R_{2c}
⋮	⋮	⋮		⋮
n	R_{n1}	R_{n2}	⋯	R_{nc}
Toplam	$R_{\cdot 1}$	$R_{\cdot 2}$	⋯	$R_{\cdot c}$
Ortalama	$\overline{R}_{\cdot 1}$	$\overline{R}_{\cdot 2}$	⋯	$\overline{R}_{\cdot c}$

$$V(\overline{R}_{\cdot j} - \overline{R}_{\cdot j'}) = \frac{c(c+1)}{6n}$$

$$\frac{|\overline{R}_{\cdot j} - \overline{R}_{\cdot j'}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{\cdot j} - \overline{R}_{\cdot j'})}} > \sqrt{c'_\alpha}$$

11

Örnek

	İlaç türleri (İşlemler)				
Yaş grupları	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
25	12	14	17	16	18
30	14	15	18	20	21
35	11	13	12	14	19
40	14	16	17	19	20
45	15	18	19	22	24
50	16	17	19	22	26
55	20	22	28	26	29
60	21	22	24	30	29
65	25	24	27	30	32

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$
$H_1: \tau'_j$lerin hepsi aynı değildir

12

Örnek

S testi için veri tablosu

	İlaç türleri (İşlemler)				
Yaş grupları	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
25	1	2	4	3	5
30	1	2	3	4	5
35	1	3	2	4	5
40	1	2	3	4	5
45	1	2	3	4	5
50	1	2	3	4	5
55	1	2	4	3	5
60	1	2	3	5	4
65	2	1	3	4	5
$R_{.j}$	**10**	**18**	**28**	**35**	**44**

$S_h > c'_\alpha$, yani $32.178 > 9.488$,

$$S_h = \frac{12}{9(5)(6)}(10^2 + 18^2 + 28^2 + 35^2 + 44^2) - 3(9)(6)$$

$$S_h = 32.178$$

13

Örnek

$H_0: \tau_1 = \tau_2$

$H_1: \tau_1 \neq \tau_2$

$$\overline{R}_{.1} = \frac{10}{9} = 1.1111 \text{ ve } \overline{R}_{.2} = \frac{18}{9} = 2.000$$

$$\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2})} = \sqrt{\frac{c(c+1)}{6n}}$$

$$= \sqrt{\frac{5(5+1)}{6(9)}}$$

$$= 0.745$$

$$\frac{|\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2}|}{\sqrt{V(\overline{R}_{.1} - \overline{R}_{.2})}} > \sqrt{\chi^2_{c-1,\alpha}}$$

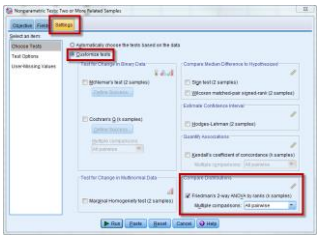
$$\frac{0.8889}{0.745} \not> \sqrt{9.488}$$

$$0.193 \not> 3.080$$

14

SPSS Uygulama

	A	B	C	D	E
1	12	14	17	16	18
2	14	15	18	20	21
3	11	13	12	14	19
4	14	16	17	19	20
5	15	18	19	22	24
6	16	17	19	22	26
7	20	22	28	26	29
8	21	22	24	30	29
9	25	24	27	30	32
10					



Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distributions of A, B, C, D and E are the same.	Related-Samples Friedman's Two-Way Analysis of Variance by Ranks	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Total N	9
Test Statistic	32,178
Degrees of Freedom	4
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,000

Sample 1-Sam...	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
A-B	-,889	,745	-1,193	,233	1,000
A-C	-2,000	,745	-2,683	,007	,073
A-D	-2,778	,745	-3,727	,000	,002
A-E	-3,778	,745	-5,068	,000	,000
B-C	-1,111	,745	-1,491	,136	1,000
B-D	-1,889	,745	-2,534	,011	,113
B-E	-2,889	,745	-3,876	,000	,001
C-D	-,778	,745	-1,043	,297	1,000
C-E	-1,778	,745	-2,385	,017	,171
D-E	-1,000	,745	-1,342	,180	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same.
Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05.

15

Cochran'ın Q Testi

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ilgili ölçüm olumlu (başarılı)ise} \\ 0, \text{ilgili ölçüm olumsuz (başarısız)ise} \end{cases}$$

	İşlemler				
Bloklar	**1**	**2**	$\cdots$	c	*Toplamlar*
1	X_{11}	X_{12}	$\cdots$	X_{1c}	$T_{1\cdot}$
2	X_{21}	X_{22}	$\cdots$	X_{2c}	$T_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
n	X_{n1}	X_{n2}	$\cdots$	X_{nc}	$T_{n\cdot}$
Toplamlar	$T_{\cdot 1}$	$T_{\cdot 2}$	$\cdots$	$T_{\cdot c}$	$T_{\cdot\cdot}$

$T_{i\cdot}$: i. satır toplamı
$T_{\cdot j}$: j. sütun toplamı
$T_{\cdot\cdot}$: Genel toplam

16

Cochran'ın Q Testi

H_0: İşlemler etki bakımından aynıdır.
H_1: İşlemlerin en az biri etki bakımından farklıdır.

$$Q = \frac{c(c-1)\sum_{j=1}^{c} T_{\cdot j}^2 - (c-1)T_{\cdot\cdot}^2}{cT_{\cdot\cdot} - \sum_{i=1}^{n} T_{i\cdot}^2}$$

$$Q_h > \chi^2_{c-1,\alpha}$$

17

Cochran'ın Q Testi

	İlaçlar (İşlemler)							
Bloklar	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	*Toplamlar* ($T_{i\cdot}$)
10-14	1	1	0	0	1	0	0	3
15-19	0	1	0	0	1	1	0	3
20-24	1	1	1	0	1	1	0	5
25-29	1	1	1	0	0	1	1	5
30-34	1	1	0	0	0	1	1	4
35-39	1	1	0	0	1	1	0	4
40-44	0	0	0	1	1	1	0	3
45-49	1	0	1	1	1	1	0	5
50-54	1	0	1	1	0	1	0	4
55-59	0	1	1	0	0	0	1	3
60-64	0	1	0	0	1	0	0	2
65-69	0	1	0	0	1	1	0	3
Toplamlar ($T_{\cdot j}$)	7	9	5	3	8	9	3	44

H_0: İlaçlar etki bakımından aynıdır.
H_1: İlaçların en az biri etki bakımından farklıdır.

18

Cochran'ın Q Testi

$$Q = \frac{c(c-1)\sum_{j=1}^{c} T_{\cdot j}^2 - (c-1)T_{\cdot\cdot}^2}{cT_{\cdot\cdot} - \sum_{i=1}^{n} T_{i\cdot}^2}$$

$$Q_h = \frac{7(7-1)318 - (7-1)44^2}{7(44) - 172}$$

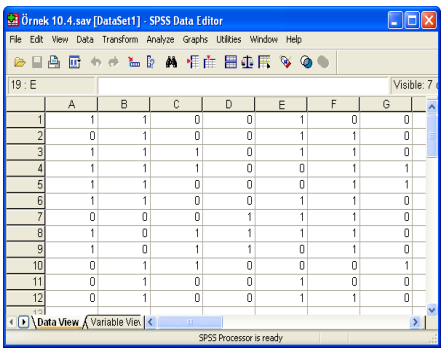
$$= \frac{1740}{136}$$

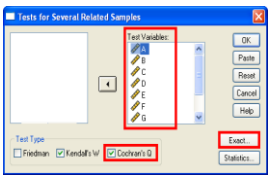
$$= 12.7941$$

$Q_h > \chi^2_{c-1,\alpha}$, yani $12.7941 > 12.592$

19

SPSS Uygulama





Frequencies

	Value	
	0	1
A	5	7
B	3	9
C	7	5
D	9	3
E	4	8
F	3	9
G	9	3

Test Statistics

N	12
Cochran's Q	12,794[a]
df	6
Asymp. Sig.	,046
Exact Sig.	,046
Point Probability	,009

a. 1 is treated as a success.

20