İLİŞKİ KATSAYILARI

BÖLÜM 11

1

İlişki Katsayıları

- Spearman'ın Sıra Korelasyon Katsayısı
- Kandall'ın τ İlişki Katsayısı

2

Spearman'ın Sıra Korelasyon Katsayısı

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$d_i = R(X_i) - R(Y_i)$$

3

Örnek

Öğrenci no	1	2	3	4	5
X_i (İstatistik notu)	60	70	80	90	100
Y_i (Araştırma notu)	60	70	80	90	100

Öğrenci no	X_i	$R(X_i)$	Y_i	$R(Y_i)$
1	60	1	60	1
2	70	2	70	2
3	80	3	80	3
4	90	4	90	4
5	100	5	100	5

4

Örnek

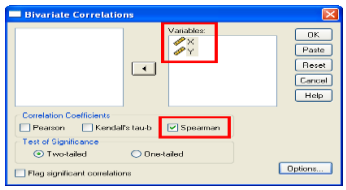
Öğrenci no	$R(X_i)$	$R(Y_i)$	$d_i = R(X_i) - R(Y_i)$	d_i^2
1	1	1	1–1 = 0	0
2	2	2	2–2 = 0	0
3	3	3	3–3 = 0	0
4	4	4	4–4 = 0	0
5	5	5	5–5 = 0	0
				0

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$
$$= 1 - \frac{6(0)}{5(5^2-1)}$$
$$= 1$$

5

SPSS Uygulama

	X	Y
1	60	60
2	70	70
3	80	80
4	90	90
5	100	100
6		



Correlations

			X	Y
Spearman's rho	X	Correlation Coefficient	1,000	1,000
		Sig. (2-tailed)	.	.
		N	5	5
	Y	Correlation Coefficient	1,000	1,000
		Sig. (2-tailed)	.	.
		N	5	5

6

Örnek

Öğrenci no	1	2	3	4
X_i (İstatistik notu)	2	4	6	8
Y_i (Devamsızlık-gün)	10	8	6	4

Öğrenci no	X_i	$R(X_i)$	Y_i	$R(Y_i)$
1	2	1	10	4
2	4	2	8	3
3	6	3	6	2
4	8	4	4	1

7

Örnek

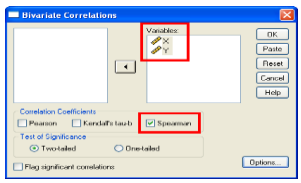
Öğrenci no	$R(X_i)$	$R(Y_i)$	$d_i = R(X_i) - R(Y_i)$	d_i^2
1	1	4	1–4 = –3	9
2	2	3	2–3 = –1	1
3	3	2	3–2 = 1	1
4	4	1	4–1 = 3	9
				20

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$
$$= 1 - \frac{6(20)}{4(4^2-1)}$$
$$= -1$$

8

SPSS Uygulama

	X	Y
1	2	10
2	4	8
3	6	6
4	8	4
5		



Correlations

			X	Y
Spearman's rho	X	Correlation Coefficient	1,000	-1,000
		Sig. (2-tailed)	.	,000
		N	4	4
	Y	Correlation Coefficient	-1,000	1,000
		Sig. (2-tailed)	,000	.
		N	4	4

Spearman'ın Sıra Korelasyon Katsayısı

H_1	Karar kuralı	
X ile Y arasında aynı yönlü ilişki vardır	$r_s > r'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,
X ile Y arasında ters yönlü ilişki vardır	$r_s < -r'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,
X ile Y arasında ilişki vardır	$r_s > r'_{\alpha/2}$ veya $r_s < -r'_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,

r'_α ve $r'_{\alpha/2}$ kritik değerleri T17'den bulunur.

Örnek

Öğrenci no	1	2	3	4	5	6	7
X_i (Hazırlık süresi-saat)	4	7	10	8	12	20	30
Y_i (Başarı notu-puan)	10	15	40	50	60	70	90

H_0: Başarı notu ve hazırlık süresi arasında ilişki yoktur.
H_1: Başarı notu ve hazırlık süresi arasında aynı yönlü ilişki vardır.

11

Örnek

Öğrenci no	X_i	$R(X_i)$	Y_i	$R(Y_i)$	$d_i = R(X_i) - R(Y_i)$	d_i^2
1	4	1	10	1	1–1 = 0	0
2	7	2	15	2	2–2 = 0	0
3	10	4	40	3	4–3 = 1	1
4	8	3	50	4	3–4 = –1	1
5	12	5	60	5	5–5 = 0	0
6	20	6	70	6	6–6 = 0	0
7	30	7	90	7	7–7 = 0	0
						2

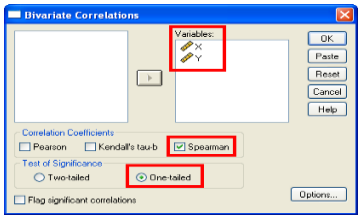
$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$
$$= 1 - \frac{6(2)}{7(7^2-1)}$$
$$= 0.964$$

$r_s > r'_\alpha$, yani $0.964 > 0.6786$

12

SPSS Uygulama

	X	Y
1	4	10
2	7	15
3	10	40
4	8	50
5	12	60
6	20	70
7	30	90



Correlations

			X	Y
Spearman's rho	X	Correlation Coefficient	1,000	,964
		Sig. (1-tailed)	.	,000
		N	7	7
	Y	Correlation Coefficient	,964	1,000
		Sig. (1-tailed)	,000	.
		N	7	7

13

Kandall'ın τ İlişki Katsayısı

Birim no	X_i	Y_i
1	10	8
2	20	10
3	24	14
4	9	9
5	30	45

X'in doğal sırası

X_i	Y_i	p_i	q_i
9	9	3	1
10	8	3	0
20	10	2	0
24	14	1	0
30	45	-	-
		9	1

$$\hat{\tau} = \frac{P - Q}{n(n-1)/2} \qquad \hat{\tau} = \frac{P - Q}{P + Q}$$

14

Örnek

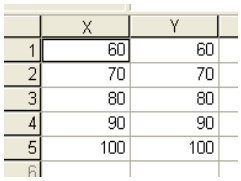
Öğrenci no	X_i	Y_i
1	60	60
2	70	70
3	80	80
4	90	90
5	100	100

Öğrenci no	X_i	Y_i	p_i	q_i
1	60	60	4	0
2	70	70	3	0
3	80	80	2	0
4	90	90	1	0
5	100	100	-	-
			10	0

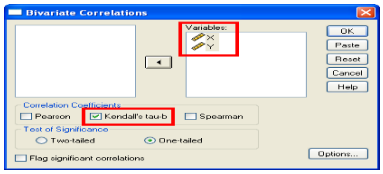
$$\hat{\tau} = \frac{P - Q}{n(n-1)/2}$$
$$= \frac{10 - 0}{5(5-1)/2}$$
$$= 1$$

15

SPSS Uygulama



	X	Y
1	60	60
2	70	70
3	80	80
4	90	90
5	100	100
6		



Correlations

			X	Y
Kendall's tau_b	X	Correlation Coefficient	1,000	1,000
		Sig. (1-tailed)	.	.
		N	5	5
	Y	Correlation Coefficient	1,000	1,000
		Sig. (1-tailed)	.	.
		N	5	5

16

Kandall'ın τ İlişki Katsayısı

H_1	Karar kuralı	
X ile Y arasında aynı yönlü ilişki vardır	$\hat{\tau}_h > \tau'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,
X ile Y arasında ters yönlü ilişki vardır	$\hat{\tau}_h < -\tau'_\alpha$	ise H_0 reddedilir,
X ile Y arasında ilişki vardır	$\hat{\tau}_h > \tau'_{\alpha/2}$ veya $\hat{\tau}_h < -\tau'_{\alpha/2}$	ise H_0 reddedilir,

τ'_α ve $\tau'_{\alpha/2}$ kritik değerleri T18'den bulunur.

17

Örnek

Birey no	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
X_i **(Yaş)**	22	30	24	40	44	50	70	60
Y_i **(Tedavi gören diş sayısı)**	0	2	4	6	3	8	7	9

H_0: Yaş ve tedavi gören diş sayısı arasında ilişki yoktur.
H_1: Yaş ve tedavi gören diş sayısı arasında aynı yönlü ilişki vardır.

18

Örnek

X'in doğal sırası

X_i	Y_i	p_i	q_i
22	0	7	0
24	4	4	2
30	2	5	0
40	6	3	1
44	3	3	0
50	8	1	1
60	9	0	1
70	7	-	-
		23	**5**

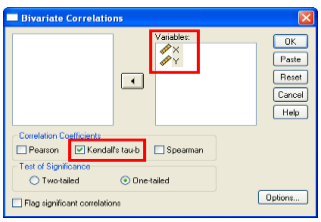
$$\hat{\tau} = \frac{P - Q}{n(n-1)/2} = \frac{23 - 5}{8(8-1)/2} = 0.643$$

$$\hat{\tau}_h > \tau'_\alpha, \text{ yani } 0.643 > 0.571$$

19

SPSS Uygulama

	X	Y
1	22	0
2	30	2
3	24	4
4	40	6
5	44	3
6	50	8
7	70	7
8	60	9



Correlations

			X	Y
Kendall's tau_b	X	Correlation Coefficient	1,000	,643
		Sig. (1-tailed)	.	,013
		N	8	8
	Y	Correlation Coefficient	,643	1,000
		Sig. (1-tailed)	,013	.
		N	8	8

20