

UYUM İYİLİĞİ TESTLERİ

BÖLÜM 3

1

Uyum İyiliği Testleri

- Kİ-KARE
- KOLMOGOROV-SMİRNOV
- LILLIEFORS
- SHAPIRO-WILK

2

Ki-Kare Uyum İyiliği Testi

Sınıflar	1	2	3	…	j	…	c	Toplam
Gözlenen frekanslar	G_1	G_2	G_3	…	G_j	…	G_c	n

c : sınıf sayısı
G_j : j'inci sınıftaki örnek birimlerinin sayısı (gözlenen frekans)
j=1,2,...,c

$$B_j = np_j$$

B_j : j'inci sınıf için beklenen frekans
n : örnek hacmi
p_j : yokluk hipotezi doğru iken, rastgele seçilen herhangi bir birimin j'inci sınıfta olma olasılığı

3

Ki-Kare Uyum İyiliği Testi

Sınıflar (deterjan markası)	A	B	C	D	E	F	Toplam
Gözlenen frekanslar	10	17	23	15	18	7	90

Sınıflar (deterjan markası)	A	B	C	D	E	F	Toplam
Gözlenen frekanslar (G_j)	10	17	23	15	18	7	90
Beklenen frekanslar (B_j)	15	15	15	15	15	15	90

H_0 : Örnek belirli bir dağılıma sahip yığından seçilmiştir.
H_1 : Örnek yokluk hipotezinde belirtilen dağılımdan seçilmemiştir.

4

Ki-Kare Uyum İyiliği Testi

$$\sum_{j=1}^{c} \frac{(G_j - B_j)^2}{B_j} \sim \chi^2$$

$\chi_h^2 > \chi_{c-1,\alpha}^2$ ise H_0 reddedilir.
$\chi_h^2 \leq \chi_{c-1,\alpha}^2$ ise H_0 reddedilemez.

5

Örnek

Deterjan markası	Tüketici sayısı
Omo	90
Alo	50
Tursil	60
Ariel	70
Diğer	30

Tüketiciler deterjan markalarını aynı oranda mı tercih ediyorlar?

H_0 : Deterjan markaları eşit oranlarda tercih edilmektedir.
H_1 : Deterjan markaları eşit oranlarda tercih edilmemektedir.

H_0 : Yığına ilişkin dağılım tekdüzedir.
H_1 : Yığına ilişkin dağılım tekdüze değildir.

6

Örnek

Deterjan markası	G_j	B_j
Omo	90	60
Alo	50	60
Tursil	60	60
Ariel	70	60
Diğer	30	60

$$\sum_{j=1}^{5} \frac{(G_j - B_j)^2}{B_j} \sim \chi_4^2$$

$$\chi_h^2 = \frac{(90-60)^2}{60} + \frac{(50-60)^2}{60} + \frac{(60-60)^2}{60} + \frac{(70-60)^2}{60} + \frac{(30-60)^2}{60}$$

$$\chi_h^2 = 33.333$$

7

Örnek

$$p\text{-değeri} = \mathrm{P}\,(\chi_4^2 > 33.333) = \int_{33.333}^{+\infty} f(\chi^2)d\chi^2$$

T4'den $\mathrm{P}\,(\chi_4^2 > 14.86) = 0.005$ olduğu kolayca görülebilir. Bu nedenle

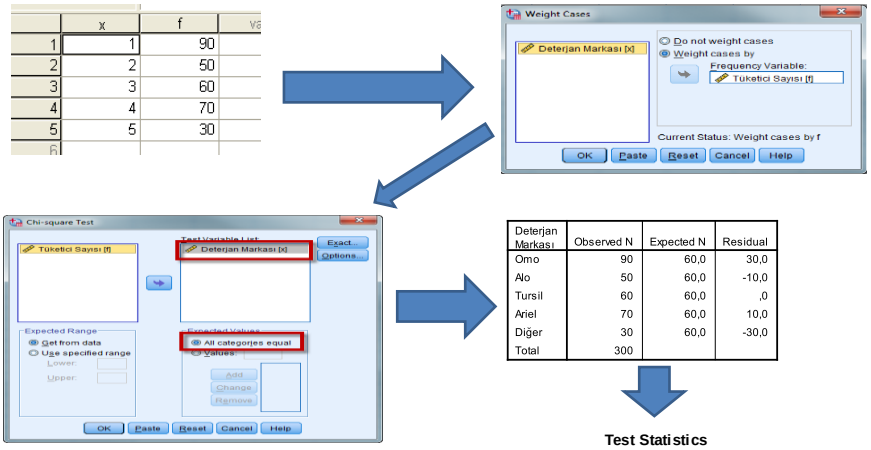
$$\mathrm{P}(\chi_4^2 > 33.333) < 0.005$$

yani *p-değeri*<0.005 olduğu açıktır.

Bu sonuca göre α=0.05 iken H_0 hipotezi reddedilir.

8

SPSS Uygulama



Deterjan Markası	Observed N	Expected N	Residual
Omo	90	60,0	30,0
Alo	50	60,0	-10,0
Tursil	60	60,0	,0
Ariel	70	60,0	10,0
Diğer	30	60,0	-30,0
Total	300		

Test Statistics

	Deterjan türü
Chi-Square[a]	33,333
df	4
Asymp. Sig.	,000

9

Örnek

X (kalış süresi-gün)	Yabancı uyruklu sayısı
$3 \leq X < 5$	2
$5 \leq X < 7$	3
$7 \leq X < 9$	50
$9 \leq X < 11$	130
$11 \leq X < 13$	220
$13 \leq X < 15$	402
$15 \leq X < 17$	508
$17 \leq X < 19$	440
$19 \leq X < 21$	180
$21 \leq X < 23$	90
$23 \leq X < 25$	70
$25 \leq X < 27$	4
$27 \leq X < 29$	1

H_0 : Yabancı uyrukluların Türkiye'de kalış süresi bakımından dağılımı normaldir.

H_1 : Yabancı uyrukluların Türkiye'de kalış süresi bakımından dağılımı normal değildir.

10

Örnek

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{c} \overline{X}_j f_j$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{c} \left(\overline{X}_j - \overline{X}\right)^2 f_j$$

n : Örnek hacmi, $n = \sum f_j$
f_j : j'inci sınıfa ilişkin frekans
$\overline{X}_j$: j'inci sınıfa ilişkin sınıf orta değeri
c : Sınıf sayısı

11

Örnek

$\overline{X}_j$	f_j	$\overline{X}_j f_j$	$(\overline{X}_j - \overline{X})$	$(\overline{X}_j - \overline{X})^2$	$(\overline{X}_j - \overline{X})^2 f_j$
4	2	8	–11.92	142.1091	284.2182
6	3	18	–9.92	98.4253	295.2759
8	50	400	–7.92	62.7415	3137.0743
10	130	1300	–5.92	35.0577	4557.4980
12	220	2640	–3.92	15.3739	3382.2509
14	402	5628	–1.92	3.6901	1483.4033
16	508	8128	0.08	0.0062	3.1743
18	440	7920	2.08	4.3224	1901.8732
20	180	3600	4.08	16.6386	2994.9533
22	90	1980	6.08	36.9548	3325.9338
24	70	1680	8.08	65.2710	4568.9707
26	4	104	10.08	101.5872	406.3488
28	1	28	12.08	145.9034	145.9034
	2100	33434			26486.8781

12

Örnek

$$\overline{X} = \frac{1}{2100}(33434) \cong 15.92$$

$$S^2 = \frac{1}{2100-1}(26486.8781) = 12.6188$$

$$Z_{A_j} = \frac{X_{A_j} - \overline{X}}{S}$$

$$Z_{Ü_j} = \frac{X_{Ü_j} - \overline{X}}{S}$$

X_{A_j} : j'inci sınıf aralığının alt değeri

$X_{Ü_j}$: j'inci sınıf aralığının üst değeri

$\overline{X}$: Örnek ortalaması

S : Örnek standart sapması

13

Örnek

Sınıflar	G_j	Standartlaştırılmış değerler	P_j	Beklenen frekanslar (B_j)
$3 \le X < 5$	2	$Z < -3.08$	0.0010	2.10
$5 \le X < 7$	3	$-3.08 < Z < -2.51$	0.0050	10.50
$7 \le X < 9$	50	$-2.51 < Z < -1.95$	0.0196	41.16
$9 \le X < 11$	130	$-1.95 < Z < -1.39$	0.0567	119.07
$11 \le X < 13$	220	$-1.39 < Z < -0.82$	0.1238	259.98
$13 \le X < 15$	402	$-0.82 < Z < -0.26$	0.1913	401.73
$15 \le X < 17$	508	$-0.26 < Z < 0.30$	0.2205	463.05
$17 \le X < 19$	440	$0.30 < Z < 0.87$	0.1899	398.79
$19 \le X < 21$	180	$0.87 < Z < 1.43$	0.1158	243.18
$21 \le X < 23$	90	$1.43 < Z < 1.99$	0.0531	111.51
$23 \le X < 25$	70	$1.99 < Z < 2.56$	0.0181	38.01
$25 \le X < 27$	4	$2.56 < Z < 3.12$	0.0043	9.03
$27 \le X < 29$	1	$3.12 < Z$	0.0009	1.89
	2100		1.0000	2100.00

14

Örnek

G_j	B_j	$(G_j - B_j)$	$(G_j - B_j)^2$	$(G_j - B_j)^2/B_j$
2	2.10	–0.10	0.0100	0.0048
3	10.50	–7.50	56.2500	5.3571
50	41.16	8.84	78.1456	1.8986
130	119.07	10.93	119.4649	1.0033
220	259.98	–39.98	1598.4004	6.1482
402	401.73	0.27	0.0729	0.0002
508	463.05	44.95	2020.5025	4.3635
440	398.79	41.21	1698.2641	4.2585
180	243.18	–63.18	3991.7124	16.4146
90	111.51	–21.51	462.6801	4.1492
70	38.01	31.99	1023.3601	26.9234
4	9.03	–5.03	25.3009	2.8019
1	1.89	–0.89	0.7921	0.4191
2100	2100.00	0.00		73.7424

$$\chi_h^2 = 73.742$$

15

Örnek

$$p\text{-değeri} = P\,(\chi_{10}^2 > 73.742) = \int_{73.742}^{+\infty} f(\chi^2)d\chi^2$$

T4'de $P(\chi_{10}^2 > 25.188) = 0.005$ olduğu görülür. Buna göre

$P(\chi_{10}^2 > 73.742) < 0.005$

yani *p-değeri*<0.005 sonucu bulunur.

p-değeri<α olduğundan H_0 hipotezi reddedilir.

16

Örnek

Sağlam vida sayısı	6	5	4	3	2	1	0
Örnek sayısı	70	15	8	3	2	1	1

H_0 : Sağlam vida sayısı binom dağılımına sahiptir.
H_1 : Sağlam vida sayısı binom dağılımına sahip değildir.

$$f(x) = \binom{6}{x}(0.90)^x(0.10)^{6-x}, \qquad x = 0,1,2,3,4,5,6$$

Örnek

$$B_1 = 100[\mathrm{P}(X=6)] = 100\left[\binom{6}{6}(0.90)^6(0.10)^0\right] = 53.1441$$
$$B_2 = 100[\mathrm{P}(X=5)] = 100\left[\binom{6}{5}(0.90)^5(0.10)^1\right] = 35.4294$$
$$B_3 = 100[\mathrm{P}(X=4)] = 100\left[\binom{6}{4}(0.90)^4(0.10)^2\right] = 9.8415$$
$$B_4 = 100[\mathrm{P}(X=3)] = 100\left[\binom{6}{3}(0.90)^3(0.10)^3\right] = 1.4580$$
$$B_5 = 100[\mathrm{P}(X=2)] = 100\left[\binom{6}{2}(0.90)^2(0.10)^4\right] = 0.1215$$
$$B_6 = 100[\mathrm{P}(X=1)] = 100\left[\binom{6}{1}(0.90)^1(0.10)^5\right] = 0.0054$$
$$B_7 = 100[\mathrm{P}(X=0)] = 100\left[\binom{6}{0}(0.90)^0(0.10)^6\right] = 0.0001$$

$$100.0000$$

Örnek

Sağlam vida sayısı	6	5	4	3 ya da daha az
Gözlenen frekans (G_j)	70	15	8	7
Beklenen frekans (B_j)	53.1441	35.4294	9.8415	1.585

$$\chi_h^2 = \frac{(70-53.1441)^2}{53.1441} + \frac{(15-35.4294)^2}{35.4294} + \frac{(8-9.8415)^2}{9.8415} + \frac{(7-1.585)^2}{1.585}$$
$$\chi_h^2 = 35.971$$

Sınıf sayısı 4 ve tahmin edilen parametre olmadığından serbestlik derecesi $4-1=3$ olacaktır. $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde ki-kare tablo değeri $\chi^2_{3,0.05} = 7.815$'dir. $35.971 > 7.815$ olduğundan yokluk hipotezi reddedilir.

19

Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiliği Testi



A.N. Kolmogorov
1903-1987



N.V. Smirnov
1900-1966

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$$

20

Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiliği Testi

$H_0: F(x) = F_0(x)$, tüm x değerleri için
$H_1: F(x) \neq F_0(x)$, en az bir x değeri için

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$$

$$S(x) = \frac{x \text{ değerine eşit ya da daha küçük değerli örnek birimlerinin sayısı}}{n}$$

$D_h \geq D_k$ *ise* H_0 *reddedilir.*
$D_h < D_k$ *ise* H_0 *reddedilemez.*

Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiliği Testi

$F_0(x)$ sürekli ve $S(x)$ kesikli iken bir örnek Kolmogorov-Smirnov istatistiğinin değeri aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$D = \text{Enbüyük}\{|S(x_j) - F_0(x_j)|, |S(x_{j-1}) - F_0(x_j)|\}$$

Bu yolla hesaplanan değere D **istatistiğinin düzeltilmiş değeri** denir.

$F_0(x)$ de kesikli ise bir örnek Kolmogorov-Smirnov istatistiği

$$D = \text{Enbüyük}|S(x_j) - F_0(x_j)|$$

ile hesaplanır.

Örnek

Ağırlıklar (kg)				
1.60	2.40	1.70	2.80	2.50
2.40	2.40	1.70	2.60	2.60
2.45	2.70	2.00	2.40	1.80
1.90	1.90	3.10	2.70	3.40
2.70	2.80	3.20	1.90	2.50
2.10	2.70	3.00	2.90	2.75

$H_0: F(x) = F_0(x)$, tüm x değerleri için
$H_1: F(x) \neq F_0(x)$, en az bir x değeri için

23

Örnek

X_j	Frekans	Birikimli frekans	$S(x)$
1.60	1	1	1/30 = 0.033
1.70	2	3	3/30 = 0.100
1.80	1	4	4/30 = 0.133
1.90	3	7	7/30 = 0.233
2.00	1	8	8/30 = 0.267
2.10	1	9	9/30 = 0.300
2.40	4	13	13/30 = 0.433
2.45	1	14	14/30 = 0.467
2.50	2	16	16/30 = 0.533
2.60	2	18	18/30 = 0.600
2.70	4	22	22/30 = 0.733
2.75	1	23	23/30 = 0.767
2.80	2	25	25/30 = 0.833
2.90	1	26	26/30 = 0.867
3.00	1	27	27/30 = 0.900
3.10	1	28	28/30 = 0.933
3.20	1	29	29/30 = 0.967
3.40	1	30	30/30 = 1.000

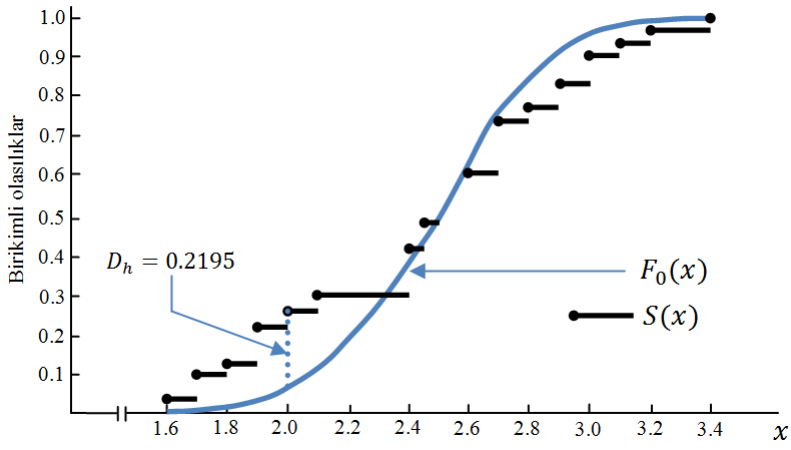
24

Örnek

X_j	$Z_j = (X_j - 2.5)/0.3$	$F_0(x) = \mathbf{P}(Z < Z_j)$
1.60	–3.00	0.0013
1.70	–2.67	0.0038
1.80	–2.33	0.0098
1.90	–2.00	0.0228
2.00	–1.67	0.0478
2.10	–1.33	0.0912
2.40	–0.33	0.3694
2.45	–0.17	0.4338
2.50	0.00	0.5000
2.60	0.33	0.6306
2.70	0.67	0.7475
2.75	0.83	0.7977
2.80	1.00	0.8413
2.90	1.33	0.9088
3.00	1.67	0.9522
3.10	2.00	0.9772
3.20	2.33	0.9902
3.40	3.00	0.9987

25

Örnek



26

Örnek

X_j	$S(x_j)$	$F_0(x_j)$	$\lvert S(x_j) - F_0(x_j)\rvert$	$\lvert S(x_{j-1}) - F_0(x_j)\rvert$
1.60	0.033	0.0013	0.0320	0.0013
1.70	0.100	0.0038	0.0962	0.0292
1.80	0.133	0.0098	0.1235	0.0902
1.90	0.233	0.0228	0.2106	0.1102
2.00	0.267	0.0478	$D_h = 0.2189$	0.1852
2.10	0.300	0.0912	0.2088	0.1758
2.40	0.433	0.3694	0.0639	0.0694
2.45	0.467	0.4338	0.0329	0.0008
2.50	0.533	0.5000	0.0333	0.0330
2.60	0.600	0.6306	0.0306	0.0976
2.70	0.733	0.7475	0.0142	0.1475
2.75	0.767	0.7977	0.0310	0.0647
2.80	0.833	0.8413	0.0080	0.0743
2.90	0.867	0.9088	0.0421	0.0758
3.00	0.900	0.9522	0.0522	0.0852
3.10	0.933	0.9772	0.0439	0.0772
3.20	0.967	0.9902	0.0235	0.0572
3.40	1.000	0.9987	0.0013	0.0317

SPSS Uygulama

	X
1	1,60
2	1,70
3	1,70
4	1,80
5	1,90
6	1,90
7	1,90
8	2,00
9	2,10
10	2,40
11	2,40
12	2,40
13	2,40
14	2,45
15	2,50
16	2,50
17	2,60
18	2,60
19	2,70
20	2,70
21	2,70
22	2,70
23	2,75
24	2,80
25	2,80
26	2,90
27	3,00
28	3,10
29	3,20
30	3,40
31	

```
NPAR TESTS  /K-S(NORMAL,2.5,0.3)=X.
```

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

			x
N			30
Normal Parameters	a,b	Mean	2,5
		Std. Deviation	,3
Most Extreme Differences		Absolute	,2189
		Positive	,2189
		Negative	-,1475
Kolmogorov-Smirnov Z			1,199
Asymp. Sig. (2-tailed)			,113

Örnek

- Bir önceki örnekteki verinin normal dağılımdan gelip gelmediği araştırılmak istensin. Önceki örnekten farklı olarak ortalama ve varyans bilinmiyor olsun.
- Bu durumda öncelikle bu parametrelerin tahminleri olan ve istatistiklerinin değerlerini hesaplamak gerekir.

29

Örnek

X_j	f_j (frekans)	$X_j f_j$	$X_j - \overline{X}$	$(X_j - \overline{X})^2 f_j$
1.60	1	1.60	–0.853	0.7276
1.70	2	3.40	–0.753	1.1340
1.80	1	1.80	–0.653	0.4264
1.90	3	5.70	–0.553	0.9174
2.00	1	2.00	–0.453	0.2052
2.10	1	2.10	–0.353	0.1246
2.40	4	9.60	-0.053	0.0112
2.45	1	2.45	-0.003	0.0000
2.50	2	5.00	0.047	0.0044
2.60	2	5.20	0.147	0.0432
2.70	4	10.80	0.247	0.2440
2.75	1	2.75	0.297	0.0882
2.80	2	5.60	0.347	0.2408
2.90	1	2.90	0.447	0.1998
3.00	1	3.00	0.547	0.2992
3.10	1	3.10	0.647	0.4186
3.20	1	3.20	0.747	0.5580
3.40	1	3.40	0.947	0.8968
	30	**73.6**		**6.5394**

30

Örnek

X_j	$Z_j = (X_j - 2.4533)/0.4749$	$F_0(x) = P\,(Z < Z_j)$
1.60	–1.80	0.0362
1.70	–1.59	0.0564
1.80	–1.38	0.0846
1.90	–1.16	0.1221
2.00	–0.95	0.1701
2.10	–0.74	0.2286
2.40	–0.11	0.4556
2.45	–0.01	0.4975
2.50	0.10	0.5394
2.60	0.31	0.6215
2.70	0.52	0.6985
2.75	0.63	0.7341
2.80	0.73	0.7675
2.90	0.94	0.8267
3.00	1.15	0.8753
3.10	1.36	0.9135
3.20	1.57	0.9421
3.40	1.99	0.9769

31

Örnek

X_j	$S(x_j)$	$F_0(x_j)$	$\lvert S(x_j) - F_0(x_j)\rvert$	$\lvert S(x_{j-1}) - F_0(x_j)\rvert$
1.60	0.0333	0.0362	0.0029	0.0362
1.70	0.1000	0.0564	0.0436	0.0231
1.80	0.1333	0.0846	0.0487	0.0154
1.90	0.2333	0.1221	0.1112	0.0112
2.00	0.2667	0.1701	0.0966	0.0632
2.10	0.3000	0.2286	0.0714	0.0381
2.40	0.4333	0.4556	0.0223	D_h=**0.1556**
2.45	0.4667	0.4975	0.0308	0.0642
2.50	0.5333	0.5394	0.0031	0.0697
2.60	0.6000	0.6215	0.0215	0.0882
2.70	0.7333	0.6985	0.0348	0.0985
2.75	0.7667	0.7341	0.0326	0.0008
2.80	0.8333	0.7675	0.0658	0.0008
2.90	0.8667	0.8267	0.0400	0.0066
3.00	0.9000	0.8753	0.0247	0.0086
3.10	0.9333	0.9135	0.0198	0.0135
3.20	0.9667	0.9421	0.0246	0.0088
3.40	1.0000	0.9769	0.0231	0.0102

32

SPSS Uygulama

	X
1	1,60
2	1,70
3	1,70
4	1,80
5	1,90
6	1,90
7	1,90
8	2,00
9	2,10
10	2,40
11	2,40
12	2,40
13	2,40
14	2,45
15	2,50
16	2,50
17	2,60
18	2,60
19	2,70
20	2,70
21	2,70
22	2,70
23	2,75
24	2,80
25	2,80
26	2,90
27	3,00
28	3,10
29	3,20
30	3,40
31	



One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		X
N		30
Normal Parameters[a,b]	Mean	2,4533
	Std. Deviation	,47487
Most Extreme Differences	Absolute	,155
	Positive	,111
	Negative	-,155
Kolmogorov-Smirnov Z		,851
Asymp. Sig. (2-tailed)		,464

33

Normallik İçin Lilliefors Testi

H_0: n hacimli örnek ortalaması ve varyansı bilinmeyen bir normal dağılım dan gelmiştir.

H_1: n hacimli örnek bir normal dağılımdan gelmemiştir.

$$F_0(x) = P(X < x) = P\left(Z < \frac{X - \bar{X}}{S}\right)$$

$$S(x) = \frac{\text{z değerine eşit ya da daha küçük değerli örnek birimlerinin sayısı}}{n}$$

$$D = \text{Enbüyük}\{|S(x_j) - F_0(x_j)|, |S(x_{j-1}) - F_0(x_j)|\}$$

34

Örnek

Ağırlıklar (kg)				
1.60	2.40	1.70	2.80	2.50
2.40	2.40	1.70	2.60	2.60
2.45	2.70	2.00	2.40	1.80
1.90	1.90	3.10	2.70	3.40
2.70	2.80	3.20	1.90	2.50
2.10	2.70	3.00	2.90	2.75

$\overline{X} = 2.4533$, $S^2 = 0.2255$ ve $S = 0.4749$

35

Örnek

X_j	f_j	Z_i	Z_i için birikimli frekans	$S(x)$	$F_0(x) = P(Z < Z_j)$
1.60	1	-1.80	1	1/30 = 0.0333	0.0362
1.70	2	-1.59	3	3/30 = 0.1000	0.0564
1.80	1	-1.38	4	4/30 = 0.1333	0.0846
1.90	3	-1.16	7	7/30 = 0.2333	0.1221
2.00	1	-0.95	8	8/30 = 0.2667	0.1701
2.10	1	-0.74	9	9/30 = 0.3000	0.2286
2.40	4	-0.11	13	13/30 = 0.4333	0.4556
2.45	1	-0.01	14	14/30 = 0.4667	0.4975
2.50	2	0.10	16	16/30 = 0.5333	0.5364
2.60	2	0.31	18	18/30 = 0.6000	0.6215
2.70	4	0.52	22	22/30 = 0.7333	0.6985
2.75	1	0.63	23	23/30 = 0.7667	0.7341
2.80	2	0.73	25	25/30 = 0.8333	0.7675
2.90	1	0.94	26	26/30 = 0.8667	0.8267
3.00	1	1.15	27	27/30 = 0.9000	0.8753
3.10	1	1.36	28	28/30 = 0.9333	0.9135
3.20	1	1.57	29	29/30 = 0.9667	0.9421
3.40	1	1.99	30	30/30 = 1.0000	0.9769

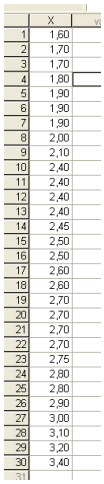
36

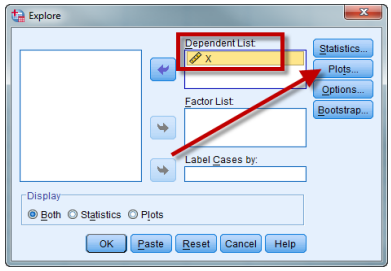
Örnek

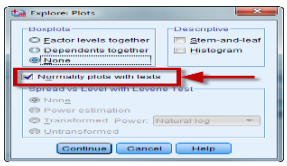
X_j	f_i	Z_i	$S(x_j)$	$F_0(x_j)$	$\lvert S(x_j) - F_0(x_j)\rvert$	$\lvert S(x_{j-1}) - F_0(x_j)\rvert$
1.60	1	-1.80	0.0333	0.0362	0.0029	0.0362
1.70	2	-1.59	0.1000	0.0564	0.0436	0.0231
1.80	1	-1.38	0.1333	0.0846	0.0487	0.0154
1.90	3	-1.16	0.2333	0.1221	0.1112	0.0112
2.00	1	-0.95	0.2667	0.1701	0.0966	0.0632
2.10	1	-0.74	0.3000	0.2286	0.0714	0.0381
2.40	4	-0.11	0.4333	0.4556	0.0223	D_h=**0.1556**
2.45	1	-0.01	0.4667	0.4975	0.0308	0.0642
2.50	2	0.10	0.5333	0.5364	0.0031	0.0697
2.60	2	0.31	0.6000	0.6215	0.0215	0.0882
2.70	4	0.52	0.7333	0.6985	0.0348	0.0985
2.75	1	0.63	0.7667	0.7341	0.0326	0.0008
2.80	2	0.73	0.8333	0.7675	0.0658	0.0008
2.90	1	0.94	0.8667	0.8267	0.0400	0.0066
3.00	1	1.15	0.9000	0.8753	0.0247	0.0086
3.10	1	1.36	0.9333	0.9135	0.0198	0.0135
3.20	1	1.57	0.9667	0.9421	0.0246	0.0088
3.40	1	1.99	1.0000	0.9769	0.0231	0.0102

37

SPSS Uygulama







Tests of Normality

	Lilliefors Significance Correction			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
X	,155	30	,063	,960	30	,310

38

Normallik İçin Shapiro-Wilk Testi

H_0: F(x), ortalaması ve varyansı bilinmeyen bir normal dağılım fonksiyonudur.
H_1: F(x), ortalaması ve varyansı bilinmeyen bir normal dağılım fonksiyonu değildir.

$$W = \frac{1}{D}\left[\sum_{i=1}^{k} a_i \left(X_{(n-i+1)} - X_{(i)}\right)\right]^2$$

$$D = \sum (X_j - \bar{X})^2 f_j \,, \quad \bar{X} = \frac{\sum X_j f_j}{n}$$

$$G = b_n + c_n \ln\left(\frac{W - d_n}{1 - W}\right)$$

39

Örnek

X_j	f_j (frekans)	$X_j f_j$	$X_j - \bar{X}$	$(X_j - \bar{X})^2 f_j$
1.60	1	1.60	–0.853	0.7276
1.70	2	3.40	–0.753	1.1340
1.80	1	1.80	–0.653	0.4264
1.90	3	5.70	–0.553	0.9174
2.00	1	2.00	–0.453	0.2052
2.10	1	2.10	–0.353	0.1246
2.40	4	9.60	-0.053	0.0112
2.45	1	2.45	-0.003	0.0000
2.50	2	5.00	0.047	0.0044
2.60	2	5.20	0.147	0.0432
2.70	4	10.80	0.247	0.2440
2.75	1	2.75	0.297	0.0882
2.80	2	5.60	0.347	0.2408
2.90	1	2.90	0.447	0.1998
3.00	1	3.00	0.547	0.2992
3.10	1	3.10	0.647	0.4186
3.20	1	3.20	0.747	0.5580
3.40	1	3.40	0.947	0.8968
	30	**73.6**		**6.5394**

40

Örnek

i	a_i	$X_{(n-i+1)} - X_{(i)}$	$a_i\left(X_{(n-i+1)} - X_{(i)}\right)$
1	0.4254	3.40–1.60=1.80	0.76572
2	0.2944	3.20–1.70=1.50	0.44160
3	0.2487	3.10–1.70=1.40	0.34818
4	0.2148	3.00–1.80=1.20	0.25776
5	0.1870	2.90–1.90=1.00	0.18700
6	0.1630	2.80–1.90=0.90	0.14670
7	0.1415	2.80–1.90=0.90	0.12735
8	0.1219	2.75–2.00=0.75	0.09142
9	0.1036	2.70–2.10=0.60	0.06216
10	0.0862	2.70–2.40=0.30	0.02586
11	0.0697	2.70–2.40=0.30	0.02091
12	0.0537	2.70–2.40=0.30	0.01611
13	0.0381	2.60–2.40=0.20	0.00762
14	0.0227	2.60–2.45=0.15	0.00341
15	0.0076	2.50–2.50=0.00	0.00000
			2.50180

41

Örnek

$$W = \frac{1}{D}\left[\sum_{i=1}^{k} a_i\left(X_{(n-i+1)} - X_{(i)}\right)\right]^2$$

$$W_h = \frac{1}{6.5394}\left[2.50180\right]^2$$
$$= 0.96$$

$n = 30$ iken T8(a)'da $P(W < 0.939) = 0.10$ ve $P(W < 0.967) = 0.50$ olduğu görülmektedir. Bu nedenle $n = 30$ ve $W_h = 0.96$ iken

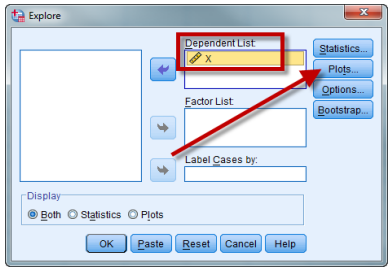
$$0.10 < P(W < 0.96) < 0.50$$

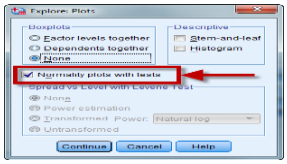
olur.

42

SPSS Uygulama

	X
1	1,60
2	1,70
3	1,70
4	1,80
5	1,90
6	1,90
7	1,90
8	2,00
9	2,10
10	2,40
11	2,40
12	2,40
13	2,40
14	2,45
15	2,50
16	2,50
17	2,60
18	2,60
19	2,70
20	2,70
21	2,70
22	2,70
23	2,75
24	2,80
25	2,80
26	2,90
27	3,00
28	3,10
29	3,20
30	3,40
31	





Tests of Normality

	Lilliefors Significance Correction			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
X	,155	30	,063	,960	30	,310