GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

GÖRME ENGELLİ ÖĞRENCİLERİN BAZI MATEMATİKSEL KAVRAMLARDAKİ KAVRAM İMAJLARI VE TEMSİLLERİ

DOKTORA TEZİ

Hazırlayan
Tuğba HORZUM

Ankara
Eylül, 2013

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

GÖRME ENGELLİ ÖĞRENCİLERİN BAZI MATEMATİKSEL KAVRAMLARDAKİ KAVRAM İMAJLARI VE TEMSİLLERİ

DOKTORA TEZİ

Tuğba HORZUM

Danışman: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

Ankara
Eylül, 2013

JÜRİ ÜYELERİNİN İMZA SAYFASI

Tuğba HORZUM' un **"GÖRME ENGELLİ ÖĞRENCİLERİN BAZI MATEMATİKSEL KAVRAMLARDAKİ KAVRAM İMAJLARI VE TEMSİLLERİ"** başlıklı tezi 18.09.2013 tarihinde, jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı	İmza
Başkan: Prof. Dr. Safure BULUT	.....
Üye: (Tez Danışmanı): Prof. Dr. Ahmet ARIKAN	.....
Üye: Prof. Dr. Ziya ARGÜN	.....
Üye: Prof. Dr. Mehmet Fatih TAŞAR	.....
Üye: Prof. Dr. Yüksel TUFAN	.....

ÖN SÖZ

Doktora tez danışmanlığımı üstlenen, tez konusunun belirlenmesinde ve araştırma sürecinde bana rehberlik eden, çalışmanın her aşamasında yol gösterici ve özverili yaklaşımlarıyla desteğini esirgemeyen, karşılaştığım güçlüklerin üstesinden gelmemde bana rehberlik eden, kendisinden çok şey öğrendiğim ve çok sevdiğim değerli danışmanım sayın Prof. Dr. Ahmet ARIKAN'a en içten teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Ayrıca tez jürimde bulunan ve yoğun programlarına rağmen tezin şekillenmesine büyük katkılar sağlayan ve yol gösterici önerileriyle destek olan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Ziya ARGÜN'e, Prof. Dr. Mehmet Fatih TAŞAR'a; yapıcı eleştirileriyle ve katkılarıyla yardımını esirgemeyen Prof. Dr. Safure BULUT'a sonsuz teşekkür ederim.

Doktora öğrenimim esnasında sağlamış olduğu burs desteğinden dolayı TÜBİTAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Boş vakitleri sınırlı olmasına rağmen, verilerin toplanması sürecinde bana zaman ayırarak araştırmaya katılan öğrencilere ve Görme Engelliler İlköğretim okulunda bana her türlü desteği sağlayan okul yöneticileri, öğretmenleri ve çalışanlarına; ayrıca araştırmaya katılmak için çok istekli olan ve araştırma sürecinde zorlukları kolaylığa çeviren katılımcı görme engelli öğrencilere içten teşekkürlerimi sunuyorum.

Uzun ve yorucu geçen bu sürecin başından itibaren bana en büyük gücü veren ve aldığım her kararda yanımda olan canım babama, emeklerinin karşılığını asla ödeyemeyeceğim canım anneme, her zaman desteklerini hissettiğim sevgili ağabeylerime içtenlikle çok teşekkür ediyorum.

Tuğba HORZUM

Ankara, 2013

ÖZET

GÖRME ENGELLİ ÖĞRENCİLERİN BAZI MATEMATİKSEL KAVRAMLARDAKİ KAVRAM İMAJLARI VE TEMSİLLERİ

HORZUM, Tuğba
Doktora, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN
Eylül–2013, 467 sayfa

Bu tez çalışmasında görme engelliler ilköğretim okulunda öğrenim gören öğrencilerin, bazı matematiksel kavramlardaki kavram imajları ve temsillerini incelemek amaçlanmıştır.

Araştırma modeli olarak, nitel araştırma desenlerinden fenomenoloji ve durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını beş total görme engelli oluşturmuştur. Veri toplama araçları yarı yapılandırılmış görüşmeler, öğrencilerin oluşturdukları materyaller, araştırmacının gözlem notları olmuştur. Verilerin analiz edilme sürecinde, -gömülü teoride kullanılan teknikler olan- açık kodlama, eksensel kodlama ve seçici kodlama gibi nitel araştırma tekniklerinden yararlanılmıştır.

Verilerin analizi sonucunda, bazı önemli sonuçlar şu şekildedir:

— Öğrencilerin çoğunlukla kavram imajlarını kullandıkları, kavram tanımlarını göz önünde bulundurmadıkları belirlenmiştir.
— Öğrenciler soruları/problemleri cevaplarken tamamıyla sezgisel bir yaklaşım kullanmışlardır.
— Problemlerde spesifik değerlere ve spesifik geometrik şekillere odaklanan öğrencilerin; aynı durum için tamamıyla birbiriyle çelişebilen, tutarlı olabilen veya bir kısmı çelişebilen birden fazla anlayışa sahip oldukları tespit edilmiştir.
— Öğrencilerin kavramı; teorikte kabul edilebilir tanımlamasına karşın, uygulamada –ısrarla- yanlış bilgiyi takip ettikleri, dolayısıyla zorluklarla

karşılaştıkları; ayrıca teorikte ve uygulamada düştükleri çelişkinin farkında olmadıkları belirlenmiştir.

— Öğrenciler temel geometrik şekilleri; tanımlayabilmişler, isimlendirebilmişler ayrıca onları ayırt edebilmişlerdir. Ancak bu durum onların doğru bir kavram anlayışına sahip olmalarına yetmemiştir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak; GE öğrencilerin matematik öğretmenlerine, matematik kitap yazarlarına, matematik eğitimi alanında akademik çalışmalar yapan bilim insanlarına yönelik birtakım önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel kavramlar, geometrik kavramları, kavram tanımı, kavram imajı, temsil, geometri, görme engelli öğrenciler, total görme engelli öğrenciler, pedagojik alan bilgisi

ABSTRACT

VISUALLY IMPAIRED STUDENTS' CONCEPT IMAGES AND REPRESENTATIONS IN SOME MATHEMATICAL CONCEPTS

HORZUM, Tuğba
PhD., Department of (Secondary School) Mathematics Education
Supervisor: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN
September 2013, 467 pages

The purpose of this thesis is to investigate concept images and representations of visually impaired students in some mathematical concepts.

Phenomenology and case study, as the qualitative research designs, were used in our research. The participants of the study are five totally blind students. The tools used in data gathering process were semi-structured interviews, materials that the students constructed, researcher's observation notes. In the process of data analysis, we used qualitative research techniques used in grounded theory; such as, open, axial and selective coding.

In the light of analysis, we have the following main results:

— It is determined that the students used mostly their concept images and never took into account the concept definitions.
— When answering the questions/problems, the students entirely used a heuristic approach.
— It was identified that students focusing on specific values and geometric figures have more than one understanding; such as, understanding that can be totally or partly in contradiction with each other or can be coherent for the same condition
— It was identified that students followed wrong knowledge insistently, even though they defined the concept as acceptable in theory. Thus, students encountered with difficulties in practice. Also, it was identified that students were not aware of the contradiction that they fall into.

— Visually impaired students were able to describe, name and distinguish the basic geometric shapes. However this situation was not enough for students to have correct understanding of the concepts.

In the light of results, we have several suggestions to mathematics teachers, researchers, authors of mathematics textbooks, and mathematics educators.

Keywords: Mathematical concepts, geometrical concepts, concept definition, concept image, representation, geometry, visually impaired students, totally blind, pedagogical content knowledge

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
JÜRİ ÜYELERİNİN İMZA SAYFASI…….	i
ÖN SÖZ……..	ii
ÖZET……..	iii
ABSTRACT……	v
İÇİNDEKİLER……...	vii
TABLOLAR LİSTESİ……	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ……..	xvi
I.BÖLÜM	
GİRİŞ……..……	1
1.1. Problem Durumu…….	1
1.2. Alt Problemler……	5
1.3. Araştırmanın Amacı……	6
1.4. Araştırmanın Önemi……	7
1.5. Araştırmanın Varsayımları……..	9
1.6. Araştırmanın Kapsamı……	10
1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları……..	11
1.8. Tanımlamalar……	12
II. BÖLÜM	
KAVRAMSAL ÇERÇEVE İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR…….	14
2.1. Matematiksel Tanımlar…….....	14
2.1.1. Kavramların Sahip Olması Gereken Nitelikler……	15
2.1.2. Matematik Eğitiminde Kavramların ve Tanımların Rolü…….....	16
2.1.3. Neden Açı, Üçgen ve Çokgen Kavramları?.....	17
2.1.4. “Matematiksel Tanımlar” ile İlgili Araştırmalar…….	18
2.1.4.1. Açı Kavramı ile İlgili Yapılan Araştırmalar…….	18
2.1.4.2. Üçgen Kavramı ile İlgili Yapılan Araştırmalar…….	20
2.1.4.3. Çokgen Kavramı ile İlgili Yapılan Araştırmalar……..……	21
2.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı…….....	26
2.3. Kavram tanımı ve Kavram İmajı ile İlgili Araştırmalar……..	30
2.4. Temsiller ve Matematik Eğitiminde Temsillerin Rolü…….....	34
2.5. GE’lik Nedir?.....	35
2.5.1. GE Bireylerin Sınıflandırılması ve TGE……..	37
2.5.2. GE Bireylerin Eğitimleri……...	38
2.6. GE’lerde Matematik Eğitimi…….....	39
2.6.1. GE’lerde Matematik Eğitimi Alanında Yapılmış Çalışmalar……...	44
2.7. Matematik Eğitimi ve Pedagojik Alan Bilgisi.....	48
2.8. “Problem” Terimi ile Aslında Ne Anlatılmak İstenmektedir?.....	52
III. BÖLÜM	
YÖNTEM……...	53
3.1. Araştırmanın Modeli……	53
3.2. Araştırmanın Katılımcıları……...	57
3.2.1. Pilot Uygulamada Yer Alan Katılımcılar…….	57
3.2.1.1. Beyzar……	58
3.2.1.2. Ebrar……..	58

3.2.2. Asıl Uygulamadaki Katılımcıların Belirlenme Süreci ve Katılımcıların Belirlenmesinde Dikkate Alınan Kriterler……. 58
3.2.2.1. Asıl Uygulamadaki Katılımcıların Özellikleri……..... 59
3.2.2.1.1. $Ö_1$…….. 60
3.2.2.1.2. $Ö_2$…… 60
3.2.2.1.3. $Ö_3$…… 60
3.2.2.1.4. $Ö_4$…… 61
3.2.2.1.5. $Ö_5$…… 61
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları……. 63
3.3.1. Gözlemler……. 63
3.3.2. Doküman İncelemesi……..... 64
3.3.3. Matematiksel Kavramlar ve Görüşme Protokolleri……. 64
3.3.4. Görüşme Protokolleri Hazırlanırken Görüşleri Alınan Uzmanların Nitelikleri…… 65
3.3.5. Görüşme Protokollerinde Yer Alan Soruların Kullanılma Amaçları…….. 65
3.3.6. Raised-Line ve Mıknatıslı Materyaller……. 66
3.3.7. Görüşmeler…… 68
3.3.8. Pilot Uygulama……. 70
3.4. Veri Toplama Süreci……..... 70
3.5. Verilerin Analizi…….. 72
3.5.1. Veri Analizi İçin Ön Hazırlık……... 74
3.5.2. Veri Analizi Süreci……... 75
3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları……... 80

IV. BÖLÜM
BULGULAR VE YORUM…… 83
4.1. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramı ile ilgili Anlayışları……..... 86
4.1.1. GE Öğrencilerin Açı kavramı ile ilgili Anlayışlarına Ait Kategoriler ve İçerikleri…….. …….. 86
4.1.2. "Açı" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular…….. 91
4.1.2.1. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Öğrencilerin Sahip Oldukları Formal Kavram Tanımları (1. Görüşme)…… 92
4.1.2.2. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Öğrencilerin Sahip Oldukları Kavram İmajları (1. Görüşme)…… 92
4.1.2.2.1. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Doğrudan Betimlemeleri (1. Görüşme)…….....…… 92
4.1.2.2.1.1. Geometrik şekillerin birleşimi olma durumu (1. Görüşme)…… 93
4.1.2.2.1.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" Kategorisinin Özeti… 97
4.1.2.2.1.3. Dönme olma durumu (1. Görüşme)……..... 100
4.1.2.2.1.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 104
4.1.2.2.1.5. Ölçü olma durumu (1. Görüşme)……..... 107
4.1.2.2.1.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Ölçü Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 108
4.1.2.2.1.7. Aralık olma durumu (1. Görüşme)……..... 109
4.1.2.2.1.8. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Aralık Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…… 113
4.1.2.2.1.9. Kenar olma durumu (1. Görüşme)……..... 115

4.1.2.2.1.10. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Kenar Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……. 117
4.1.2.2.2. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Dolaylı Betimlemeleri (1. Görüşme)…… 118
4.1.2.2.2.1. Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme (1. Görüşme).. 119
4.1.2.2.2.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" Kategorisinin Özeti…… 122
4.1.2.2.2.3. Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu (1. Görüşme)…….. 125
4.1.2.2.2.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 128
4.1.2.2.2.5. Açı çeşitleriyle anlatma (1. Görüşme)……. 129
4.1.2.2.2.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşitleriyle Anlatma" Kategorisinin Özeti……... 132
4.1.2.2.3. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Kavram Özellikleri (1.Görüşme). 134
4.1.2.2.3.1. Açı çeşidine karar verme (1. Görüşme)……... 134
4.1.2.2.3.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti…… 137
4.1.2.2.3.3. Açının düzlemde ayırdığı bölgeler (1. Görüşme)…… 140
4.1.2.2.3.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler" Kategorisinin Özeti……. 141
4.1.2. "Açı" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular…….. 142
4.1.2.1. "Açı" Kavramına Ait GE Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (2. Görüşme)……. 143
4.1.2.2. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (2. Görüşme)……. 143
4.1.2.2.1. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Doğrudan Betimlemeleri (2. Görüşme)……. 143
4.1.2.2.1.1. Geometrik şekillerin birleşimi olma durumu (2. Görüşme)……. 144
4.1.2.2.1.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…. 148
4.1.2.2.1.3. Dönme olma durumu (2. Görüşme)……. 151
4.1.2.2.1.4. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 154
4.1.2.2.1.5. Aralık olma durumu (2. Görüşme)…….. 157
4.1.2.2.1.6. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Aralık Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…… 158
4.1.2.2.1.7. Kenar olma durumu (2. Görüşme)……... 161
4.1.2.2.1.8. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Kenar Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……. 163
4.1.2.2.2. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Dolaylı Betimlemeleri (2. Görüşme)..... 165
4.1.2.2.2.1. Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme (2. Görüşme).. 165
4.1.2.2.2.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" Kategorisinin Özeti…… 166
4.1.2.2.2.3. Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu (2. Görüşme)…….. 168
4.1.2.2.2.4. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 170

4.1.2.2.3. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Sahip Oldukları Kavram Özellikleri (2. Görüşme)……. 172
4.1.2.2.3.1. Açı çeşidine karar verme (2. Görüşme)……... 172
4.1.2.2.3.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti…… 173
4.2. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramı ile ilgili Anlayışları……. 176
4.2.1. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramı ile ilgili Anlayışlarına Ait Kategoriler ve İçerikleri……. 176
4.2.2. "Üçgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular…….. 179
4.2.2.1. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (1. Görüşme)……. 179
4.2.2.2. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (1. Görüşme) …….. 181
4.2.2.2.1. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kişisel Betimlemeleri (1. Görüşme)……. 181
4.2.2.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (1. Görüşme)…… 182
4.2.2.2.1.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……... 193
4.2.2.2.1.3. Açıları Olma Durumu (1. Görüşme)…… 197
4.2.2.2.1.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……... 204
4.2.2.2.1.5. Köşeleri Olma Durumu (1. Görüşme)……. 209
4.2.2.2.1.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Köşeleri Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……. 210
4.2.2.2.2. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kavram Özellikleri (1. Görüşme)…… 212
4.2.2.2.2.1. Üçgenleri Sınıflandırma (1. Görüşme)…… 212
4.2.2.2.2.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Üçgenleri Sınıflandırma" Kategorisinin Özeti…… 216
4.2.3. "Üçgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular…….. 220
4.2.3.1. "Üçgen" Kavramına Ait GE Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (2. Görüşme)……. 220
4.2.3.2. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (2. Görüşme)…….. 222
4.2.3.2.1. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kişisel Betimlemeleri (2. Görüşme)……. 222
4.2.3.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (2. Görüşme)…… 223
4.2.3.2.1.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……... 227
4.2.3.2.1.3. Açıları Olma Durumu (2. Görüşme)…… 232
4.2.3.2.1.4. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……... 235
4.2.3.2.2. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kavram Özellikleri (2. Görüşme)……. 239
4.2.3.2.2.1. Üçgenliği Belirleme Stratejileri (2.Görüşme)…….. 240
4.2.3.2.2.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Üçgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti…… 241
4.3. "Çokgen" Kavramına Ait Bulgular…….. 242

4.3.1. GE Öğrencilerin Çokgen Kavramı İle İlgili Anlayışlarına Ait Kategoriler ve İçerikleri……. 242
4.3.2. "Çokgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular…….. 246
4.3.2.1. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Formal Kavram Tanımları (1. Görüşme)……... 246
4.3.2.2. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Kavram İmajları (1. Görüşme)……. 248
4.3.2.2.1. GE Öğrencilerin Çokgen Kavramına Ait Kişisel Betimlemeleri (1. Görüşme)……. 248
4.3.2.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (1. Görüşme)…… 248
4.3.2.2.1.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……... 262
4.3.2.2.1.3. Açıları Olma Durumu (1. Görüşme)…… 270
4.3.2.2.1.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti 277
4.3.2.2.1.5. Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu (1. Görüşme)……. 281
4.3.2.2.1.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…… 283
4.3.2.2.2. GE Öğrencilerin Çokgen Kavramına Ait Kavram Özellikleri (1. Görüşme)…… 284
4.3.2.2.2.1. Çokgenliği Belirleme Stratejileri (1. Görüşme)……... 284
4.3.2.2.2.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti…….. 288
4.3.2.2.2.3. Çokgenlerin Birleşim Durumu (1. Görüşme)…….. 292
4.3.2.2.2.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenlerin Birleşim Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 294
4.3.2.2.2.5. Çokgenin Ayırdığı Bölgeler (1. Görüşme)…….. 296
4.3.2.2.2.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenin Ayırdığı Bölgeler" Kategorisinin Özeti…….. 298
4.3.3. "Çokgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular……... 299
4.3.3.1. "Çokgen" Kavramına Ait GE Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (2. görüşme)…… 300
4.3.3.2. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (2. Görüşme)……. 302
4.3.3.2.1. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kişisel Betimlemeleri (2. Görüşme)……... 302
4.3.3.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (2. Görüşme)…… 302
4.3.3.2.1.2. GE Öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti……... 305
4.3.3.2.1.3. Açıları Olma Durumu (2. Görüşme)…… 308
4.3.3.2.1.4. GE Öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti…….. 315
4.3.3.2.2. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram Özellikleri (2. Görüşme)……. 322
4.3.3.2.2.1. Çokgenliği Belirleme Stratejileri (2. Görüşme)……... 322
4.3.3.2.2.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti…….. 323
V. BÖLÜM

SONUÇLAR, TARTIŞMA ve ÖNERİLER…….. 326
5.1. Sonuçlar ve Tartışma…….. 326
5.1.1. Katılımcı GE Öğrenciler Görüşme Protokolleri Esnasında Davranış Profili…….. 327
5.1.2. Katılımcı GE Öğrencilerin "Açı", "Üçgen", "Çokgen" Kavramlarına Ait Görüşme Protokollerinden Elde Edilen Kavram Tanımı- Kavram İmajı İlişkileri ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma…… 329
5.1.2.1. Katılımcı GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolü İçin Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma…… 330
5.1.2.2. Katılımcı GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolü için Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma …… 331
5.1.2.3. Katılımcı GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişkiler ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma……. 332
5.1.2.4. Katılımcı GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişkiler ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma…… 333
5.1.2.5. Katılımcı GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma……. 334
5.1.2.6. Katılımcı GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma…… 334
5.1.3. Görüşme Protokollerinin Birleşiminden "Açı", "Üçgen", "Çokgen" Kavram İmajları Kategorileri Arasındaki İlişkilere Ait Sonuçlar ve Tartışma…... 338
5.1.3.1. Kavram İmajlarında Ortaya Çıkan Temsiller…… 338
5.1.3.1.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Temsiller……... 339
5.1.3.1.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Temsiller…….. 341
5.1.3.1.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Temsiller……. 342
5.1.3.2. Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları…… 346
5.1.3.2.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları……. 346
5.1.3.2.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları……. 348
5.1.3.2.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları…….. 353
5.1.3.3. Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları…….. 355
5.1.3.3.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları…… 355
5.1.3.3.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları……... 356
5.1.3.3.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları……. 356
5.1.3.4. Ortaya Çıkan Benzer İlişkiler…… 357
5.1.3.4.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Benzer İlişkiler……. 357
5.1.3.5. Ortaya Çıkan Kavramlar Arası Geçişler…… 358
5.1.3.5.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Kavramlar Arası İlişkiler…….. 358
5.1.3.5.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Kavramlar Arası İlişkiler……. 360
5.1.3.5.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Kavramlar Arası İlişkiler…… 362
5.1.3.6. Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları……. 364
5.1.3.6.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları…….. 364
5.1.3.6.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları…….. 366
5.1.3.6.2. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları…… 368
5.1.3.7. Ortaya Çıkan Çoklu Dikey Kavram İmajları…… 371

5.1.3.7.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Dikey Kavram İmajları…….. 371
5.1.3.7.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Dikey Kavram İmajları…….. 372
5.1.3.8. Ortaya Çıkan İlişkili Kavram İmajları…….. 373
5.1.3.8.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan İlişkili Kavram İmajları……. 373
5.1.3.8.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan İlişkili Kavram İmajları…… 374
5.1.4. Görüşme Protokollerinin Birleşiminden "Açı", "Üçgen", "Çokgen" Kavram İmajlarına Ait Sonuçlara Ait Genel Yorumlar ve Tartışma…….. 379
5.2. Öneriler…… 386
5.2.1. Matematik Öğretmenlerine Yönelik Öneriler……... 386
5.2.2. Matematik Kitap Yazarlarına Yönelik Öneriler……... 393
5.2.3. Matematik Eğitimi Alanında Akademik Çalışmalar Yapan Bilim İnsanlarına Yönelik Öneriler……. 394

KAYNAKÇA……. 397

EKLER…… 426

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2. 1. Görüşmelerde incelenen matematiksel kavramların seçilme nedenleri.. 17
Tablo 2. 2. Ge bireylerin gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra görme kaybına bağlı olarak sınıflandırılması……..... 38
Tablo 2. 3. Geometride pedagojik alan bilgisi ile ilgili yapılan araştırmalar..... 50
Tablo 3. 1. Asıl uygulamada yer alan katılımcıların profil özetleri……..... 63
Tablo 3. 2. Araştırmada yer alan soruların kullanılma amaçları……..... 66
Tablo 3. 3. Veri analizinde yapılan ilk kodlamalar……..... 77
Tablo 3. 4. Kavram etiketleme ve etiketleri numaralandırma süreci……..... 78
Tablo 3. 5. Boyutların elde edilmesi ve boyutları sorularına göre etiketleme süreci 79
Tablo 4. 1. Bulgular ve yorumların işlenişindeki yapı……..... 84
Tablo 4. 2. GE öğrenciler ile gerçekleştirilen 1. görüşme protokolündeki açı kavramına ait sorular……..... 91
Tablo 4. 3. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" kategorisinin özeti…..... 98
Tablo 4. 4. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Dönme Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 104
Tablo 4. 5. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Dönme Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 109
Tablo 4. 6. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Dönme Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 114
Tablo 4. 7. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Kenar Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 118
Tablo 4. 8. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" kategorisinin özeti…… 123
Tablo 4. 9. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "diğer geometrik şekiller olma durumu" kategorisinin özeti……..... 129
Tablo 4. 10. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Açı Çeşitleriyle Anlatma" kategorisinin özeti……..... 132
Tablo 4. 11. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" kategorisinin özeti……..... 137
Tablo 4. 12. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" kategorisinin özeti……..... 141
Tablo 4. 13. GE öğrenciler ile gerçekleştirilen 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına ait sorular……..... 142
Tablo 4. 14. GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" kategorisinin özeti…..... 149
Tablo 4. 15. GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Dönme Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 154
Tablo 4. 16. GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Aralık Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 159
Tablo 4. 17. GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Kenar Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 164
Tablo 4. 18. GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" kategorisinin özeti……..... 167
Tablo 4. 19. GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 171
Tablo 4. 20. GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki açı kavramına yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" kategorisinin özeti……..... 173

Tablo 4. 21. GE öğrenciler ile gerçekleştirilen birinci görüşme protokolündeki üçgen kavramına ait sorular……..... 179
Tablo 4. 22. Katılımcı GE öğrencilerin kenarların uç noktalarda birleşimine yönelik üçgen oluşturma görüntüleri……..... 192
Tablo 4. 23. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Kenarları Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 194
Tablo 4. 24. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Açıları Olma Durumu" kategorisinin özeti ……..... 205
Tablo 4. 25. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Köşeleri Olma Durumu" kategorisinin özeti…….. 211
Tablo 4. 26. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Üçgenleri Sınıflandırma" kategorisinin özeti……..... 217
Tablo 4. 27. GE öğrenciler ile gerçekleştirilen ikinci görüşme protokolündeki üçgen kavramına ait sorular……..... 220
Tablo 4. 28. GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Kenarları Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 228
Tablo 4. 29. GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Açıları Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 236
Tablo 4. 30. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki üçgen kavramına yönelik "Üçgenliği Belirleme Stratejileri" kategorisinin özeti……..... 241
Tablo 4. 31. GE öğrenciler ile gerçekleştirilen birinci görüşme protokolündeki çokgen kavramına ait sorular……..... 246
Tablo 4. 32. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Kenarları Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 265
Tablo 4. 33. GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Açıları Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 278
Tablo 4. 34. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Köşe Sayısı en az 3 Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 283
Tablo 4. 35. GE öğrencilerin çokgen kavramı için kullandıkları şekli inceleme stratejileri…….. 285
Tablo 4. 36. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" kategorisinin özeti…….. 289
Tablo 4. 37. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Çokgenlerin Birleşim Durumu" kategorisinin özeti…….. 295
Tablo 4. 38. GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Çokgenin Ayırdığı Bölgeler" kategorisinin özeti…….. 298
Tablo 4. 39. GE öğrenciler ile gerçekleştirilen ikinci görüşme protokolündeki çokgen kavramına ait sorular……..... 299
Tablo 4. 40. GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Kenarları Olma Durumu" kategorisinin özeti……..... 306
Tablo 4. 41. GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Açıları Olma Durumu" kategorisinin özeti ……..... 317
Tablo 4. 42. GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki çokgen kavramına yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" kategorisinin özeti…….. 324
Tablo 5. 1. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler..... 336
Tablo 5. 2. Açı kavramına dair ge öğrencilerin anlayışları 380
Tablo 5.3. GE öğrencilerin bazı spesifik ölçülere sahip açılara ilişkin açıklamaları 381

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2. 1. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı arasında olması beklenen etkileşim.... 28
Şekil 2. 2.Kavram Tanımı ile Kavram İmajı arasındaki etkileşim ……..…….. 28
Şekil 3. 1. Araştırma boyunca izlenen adımların şematik açıklaması: Tasarım…..... 55
Şekil 3. 2. Araştırma boyunca izlenen adımların şematik açıklaması: Uygulama.... 56
Şekil 3. 3. Raised-line tekniğinin gelişimi …….... 66
Şekil 3. 4. Asıl uygulamada kullanılan raised-line materyallerden bazıları……..... 67
Şekil 3. 5. Asıl uygulamada öğrencilerin oluşturdukları mıknatıslı materyallerden bazıları……..... 68
Şekil 3. 6. Görüşmelerin uygulamadaki yeri…….…… 69
Şekil 3. 7. Araştırmanın gerçekleştiği ortamlar…….....…… 71
Şekil 3. 8. Veri analizinde izlenen aşamalar ……...……..... 76
Şekil 4. 1. GE öğrencilerin görüşme protokolünden elde edilen açı kavram imajları1…….…….... 90
Şekil 4. 2. GE öğrencilerin görüşme protokollerinden elde edilen açı kavram imajları2……. 91
Şekil 4. 3. $Ö_1$'in açıyı "Işınların Birleşimi Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 93
Şekil 4. 4. $Ö_1$'in açıyı oluşturan ışın tanımına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 93
Şekil 4. 5. $Ö_1$'in zihninde var olduğu düşünülen ışın kavramına ait görsel temsil… 94
Şekil 4. 6. $Ö_2$'nin açının "Doğruların Birleşimi Olma Durumu" Kişisel Betimlemeye ait anlayışı ile ilgili görüntüsü…….....…… 94
Şekil 4. 7. $Ö_2$'nin açıyı "Doğruların Birleşimi Durumu" olarak tanılamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 94
Şekil 4. 8. $Ö_2$'nin zihninde var olduğu düşünülen doğru açı kavramına ait görsel temsil……..... 95
Şekil 4. 9. $Ö_4$'nin açıyı "Doğru Parçalarının Yanyana Birleşimi Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ……...…….. 95
Şekil 4. 10. $Ö_2$'nin açıyı "Doğru Parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü …….....….. 95
Şekil 4. 11. $Ö_3$'ün açıyı "Doğru Parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi Durumu" olarak tanımlayarak oluşturduğu tam açının görüntüsü ve ilgili ifadesi.... 96
Şekil 4. 12. $Ö_5$'in açıyı "Doğru Parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi Durumu" olarak tanımlayarak oluşturduğu açının görüntüsü…….....….. 96
Şekil 4. 13. $Ö_5$'in açıyı "İkiden Fazla Doğru Parçasının Birleşimi Durumu" olarak tanımlayarak oluşturduğu açıların görüntüleri…….....….. 97
Şekil 4. 14. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Geometrik Şekillerin Birleşimi….. 99
Şekil 4. 15. $Ö_1$'in açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait görüntüler: Işınlardan birinin negatif yönde dönmesi…….....…….... 100
Şekil 4. 16. $Ö_1$'in açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait görüntüler: Işınlardan birinin pozitif yönde dönmesi……...……. 100
Şekil 4. 17. $Ö_1$'in açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait görüntüler: Işınlardan birinin önce negatif yönde, sonra pozitif yönde dönmesi….. 100
Şekil 4. 18. $Ö_1$'in açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait görüntüler: Işınlardan birinin önce pozitif yönde, sonra negatif yönde dönmesi..... 101
Şekil 4. 19. $Ö_1$'in açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait görüntüler: İki ışının zıt yönlerde hareket etmesi sonucu açı elde edilmesi…..... 101
Şekil 4. 20. $Ö_1$'in açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait

Görüntüler: İki ışının aynı yönlerde hareket etmesi sonucu açı elde edilmesi..... 102
Şekil 4. 21. $Ö_3$'ün açının "Dönme Olma Durumu" şeklinde tanımlamasına ait görüntüler…….. 103
Şekil 4. 22. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Dönme Olma Durumu..... 106
Şekil 4. 23. $Ö_2$'in açıyı "Ölçü Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 107
Şekil 4. 24. $Ö_3$'ün açıyı "Ölçü Olma Durumu: Açının Ölçüsü" olarak tanımlamasına ait görüntüsü……..... 108
Şekil 4. 25. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Ölçü Olma Durumu…….... 109
Şekil 4. 26. $Ö_2$'in açıyı "Aralık Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve İfadeleri……..…….. 110
Şekil 4. 27. $Ö_4$'in açıyı "Aralık Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve fadeleri……..... 110
Şekil 4. 28. $Ö_2$'in açıyı "Aralık Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüleri…… 111
Şekil 4. 29. $Ö_2$'in açıyı "Aralık Olma Durumu: Çokgen Söz Konusu Değilse-Doğrular Arasındaki Aralık" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri…..... 112
Şekil 4. 30. $Ö_3$'ün açıyı "Aralık Olma Durumu: Çokgen Söz Konusu Değilse-Doğrular Arasındaki Aralık" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri…..... 112
Şekil 4. 31. $Ö_2$'ün açıyı aralığı doğru parçası ile göstermesine ilişkin görüntüleri... 113
Şekil 4. 32. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Aralık Olma Durumu……..... 115
Şekil 4. 33. $Ö_2$'ün açıyı "Kenar Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 116
Şekil 4. 34. $ö_4$'ün açıyı "Kenar Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait resim…….. 117
Şekil 4. 35. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenar Olma Durumu……..... 118
Şekil 4. 36. $Ö_4$'ün açıyı "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme: Üçgen Aracılığıyla" olarak tanımlamasına ait resim……..... 119
Şekil 4. 37. $Ö_2$'nin açıyı "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme: Üçgen Aracılığıyla" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 119
Şekil 4. 38. $Ö_3$'ün açıyı "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme: Dörtgen Aracılığıyla" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..... 120
Şekil 4. 39. $Ö_3$'ün açıyı dikdörtgen aracılığıyla göstermesine ilişkin görüntü ve ifadeleri-I……..…….. 121
Şekil 4. 40. $Ö_3$'ün açıyı dikdörtgen aracılığıyla göstermesine ilişkin görüntü ve ifadeleri-II…….. 121
Şekil 4. 41. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme…… 124
Şekil 4. 42. $Ö_4$'ün açıyı "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri..... 125
Şekil 4. 43. $Ö_4$'ün açıyı ün Açıyı "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ……..... 126
Şekil 4. 44. $Ö_5$'ün açıyı "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……..……... 127
Şekil 4. 45. $Ö_2$'ün açıyı doğru olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve resim

temsili……..…….... 128
Şekil 4. 46. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu..... 129
Şekil 4. 47. $Ö_2$'ün açıyı "Açı Çeşitleriyle Anlatma: Doğru Açı" olarak tanımlamasına ait görüntüsü ve ifadeleri……...……... 130
Şekil 4. 48. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açı Çeşitleriyle Anlatma……..... 133
Şekil 4. 49. $Ö_1$'ün "Açı Çeşidine Karar Verme" Kavram Özelliğine ait görüntüsü ve ifadeleri…….. 134
Şekil 4. 50. $Ö_1$'ün "Açı Çeşidine Karar Verme: Kollar doğrusal ise Doğru Açı" kavram özelliğine ait görüntüsü…….....…… 135
Şekil 4. 51. $Ö_2$'nin "Açı Çeşidine Karar Verme: Doğru Parçaları Arasında Kalan Alan ile" kavram özelliğine ait görüntüsü ……..... 136
Şekil 4. 52. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açı Çeşidine Karar Verme……..... 139
Şekil 4. 53. $Ö_3$'nin "Açının düzlemde ayırdığı bölgeler" Kavram Özelliğine ait görüntüsü ……..…. 140
Şekil 4.54.GE öğrencilerin 1.görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması:Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler 142
Şekil 4. 55. 2. görüşme protokolüne ait 3. soru için hazırlanan raised-line materyal 145
Şekil 4. 56. $Ö_1$'in açıyı "Işınların Ortak Bir Noktada Birleşimi: Işının Bir Ucu Kapalı Eğri Olması" olarak tanımlamasına ait görüntüleri…….....…..... 145
Şekil 4. 57. $Ö_3$'in açıyı "Doğru parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi: Doğru Parçasının Eğri Olması" olarak tanımlamasına ait görüntüleri……..... 146
Şekil 4. 58. $Ö_3$'in açıyı "Doğru parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi" olarak tanımlamasına ait görüntüleri……..... 146
Şekil 4. 59. $Ö_4$'ün açıyı "Doğru parçalarının Ortak Bir Doğru Parçasında" olarak tanımlamasına ait görüntü ve ifadeleri……..... 147
Şekil 4. 60. GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Kişisel Doğrudan Tanımlarının Eksensel Olarak Kodlanması: Geometrik Şekillerin Birleşimi……... 150
Şekil 4. 61. $Ö_1$'in açıyı "Düzlemde Dönme Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüleri……..... 151
Şekil 4. 62. $Ö_1$'in açıyı "Uzayda Dönme Olma Durumu" olarak tanımlamasına ait görüntüleri ve ifadeleri……..... 152
Şekil 4. 63. $Ö_1$'in "360° den büyük açıya sahip açının yokluğu" ile ilgili görüntüleri ve ifadeleri……..…… 152
Şekil 4. 64. $Ö_3$'ün 360° ölçüye sahip olduğunu ifade ettiği açının görüntüsü..... 153
Şekil 4. 65. $Ö_3$'ün "360° ölçüye sahip açı ile ilgili görüntüleri ……...…….. 153
Şekil 4. 66. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Dönme Olma Durumu……..... 156
Şekil 4. 67. $Ö_2$'nin "Açının Aralık Olma Durumu: Aralığı Doğru Parçası ile Gösterme" ile ilgili görüntüleri ……..…… 157
Şekil 4. 68. $Ö_4$'nin "Açının Aralık Olma durumu: aralığı yay parçası ile gösterme" ile ilgili İfadeleri ve Görüntüleri……..... 158
Şekil 4. 69. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması:….....……... 160
Şekil 4. 70. $Ö_5$'in açıyı "Kenar Olma Durumu: Dikdörtgen" olarak tanımlamasına ait görüntüler……..... 161
Şekil 4. 71. $Ö_5$'in açıyı "Kenar Olma Durumu: Yamuk" olarak tanımlamasına ait

görüntüler……..... 162
Şekil 4. 72. Ö$_2$'in açıyı "Kenar Olma Durumu: Yamuk" olarak tanımlamasına ait görüntüler……..... 162
Şekil 4. 73. Ö$_5$'in açıyı "Kenar Olma Durumu: Kenarlar eğri olabilir" olarak tanımlamasına ait görüntüler……..... 163
Şekil 4. 74. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Kenar Olma Durumu……..... 165
Şekil 4. 75. Ö$_2$'in açıyı diğer geometrik şekiller aracılığıyla göstermesine ait görüntüler……..……. 166
Şekil 4. 76. Ö$_5$'in açıyı diğer geometrik şekiller aracılığıyla göstermesine ait görüntüler…….…….. 166
Şekil 4. 77. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme…… 168
Şekil 4. 78. Ö$_2$'nin açının doğru parçası olması tanımına ait görüntü……..... 169
Şekil 4. 79. Ö$_4$'ün açının doğru parçası olması durumu olarak tanımlamasına ait görüntüler……..... 170
Şekil 4. 80. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu…….. 172
Şekil 4. 81. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açı Çeşidine Karar Verme……..... 175
Şekil 4. 82. GE öğrencilerin görüşme protokollerinden elde edilen üçgen kavram imajları……..... 178
Şekil 4. 83. Ö$_4$'ün birinci görüşme sorularını cevaplarken üçgen kavramı için yaptığı açıklama……..... 181
Şekil 4. 84. Ö$_5$'in üçgenin iki kenarı olmasını savunduğunu gösteren üçgen görüntüleri……. 182
Şekil 4. 85. Ö$_5$'in oluşturduğu çeşitkenar üçgenin görüntüleri……..... 184
Şekil 4. 86. Ö$_5$'in oluşturduğu ikinci çeşitkenar üçgenin görüntüleri……..... 184
Şekil 4. 87. Ö$_2$'nin ikizkenar üçgenin tabanı olması hakkındaki ifadeleri ve görüntüleri……. 185
Şekil 4. 88. Ö$_3$'ün eşkenar üçgen oluşturma sürecine ait görüntüler ve açıklamalar 186
Şekil 4. 89. Ö$_5$'ün kenarlar arasında kalan alana göre isimlendirme: Çeşitkenar üçgene ait görüntüler ve açıklamalar……..... 187
Şekil. 4. 90. Ö$_3$'ün üçgenin tabanı olması hakkındaki görüntüleri ve açıklamaları.. 188
Şekil 4. 91. Ö$_1$'in üçgenin tabanı olmasa da olur boyutuna ait görüntüleri……..... 189
Şekil 4. 92. Ö$_5$'in oluşturduğu eşkenar üçgen……...……. 190
Şekil 4. 93. Ö$_4$'ün oluşturduğu üçgen: Kenarların yan yana birleşimi……..... 191
Şekil 4. 94. Ö$_5$'in kenarların birleşimine ilişkin yaşadığı zorluğa ait görüntüler..... 191
Şekil 4. 95. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Kenarları Olma Durumu-I…….. 196
Şekil 4. 96. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Kenarları Olma Durumu-II……..... 196
Şekil 4. 97. GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Kavram Tanımlarının Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-III…… 197
Şekil 4. 98. Ö$_3$'ün dik üçgene ait görüntü ve açıklamaları……..... 200
Şekil 4. 99. Ö$_3$'ün geniş açılı üçgene ait görüntü ve açıklamaları……..... 200
Şekil 4. 100. Ö$_1$'in üçgende açıların niteliğine ait görüntü ve ifadesi……..…. 201
Şekil 4. 101. Ö$_3$'ün üçgende açıların niteliğine ait görüntüleri……..... 201

Şekil 4. 102. $Ö_2$'nin üçgende açıların niteliğine ait görüntüleri……..... 202
Şekil 4. 103. $Ö_5$'in üçgende açıların niteliğine ait görüntü ve açıklamaları……..... 202
Şekil 4. 104. $Ö_2$'nin üçgende açıların niteliğine ait (aralık olma durumu) görüntü ve açıklamaları……..... 203
Şekil 4. 105. $Ö_5$'in üçgende açıların niteliğine ait (aralığın nokta olma durumu) görüntü ve açıklamaları……..... 203
Şekil 4. 106. GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Kavram tanımlarının eksensel olarak kodlanması: Açıları Olma Durumu-I……..... 208
Şekil 4. 107. GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Kavram Tanımlarının Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-II…….. 209
Şekil 4. 108. $Ö_5$'in üçgenin 2 köşesi olmasına yönelik oluşturduğu üçgene ait görüntüler…….. 210
Şekil 4. 109. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Köşeleri Olma Durumu……..... 211
Şekil 4. 110. $Ö_3$'ün üçgenleri sınıflandırma kategorisi için yaptığı açıklamasına ilişkin görüntüler: İkizkenar Üçgen…….. 214
Şekil 4. 111. $ö_5$'in üçgenleri kenarlarına göre sınıflandırması: uzun üçgen ve kısa üçgen……..... 215
Şekil 4. 112. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin eksensel olarak kodlanması: Üçgenleri Sınıflandırma……... 219
Şekil 4. 113.GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Kenarları Olma Durumu……..... 231
Şekil 4. 114. $Ö_3$'ün üçgende dış açıya ilişkin görüntü ve ifadeleri……..... 232
Şekil 4. 115. $Ö_3$'ün dış açıyı üçgenin bir açısını 180^oye tamamladığını gösteren görüntü ve açıklamalar……..... 232
Şekil 4. 116. $Ö_1$'in üçgende açının niteliğinin dönme olma durumuna ait görüntüleri ve açıklamaları……... 233
Şekil 4. 117. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açıları Olma Durumu-I……..... 238
Şekil 4. 118. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açıları Olma Durumu-II……..... 238
Şekil 4. 119. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-III..... 239
Şekil 4. 120. ikinci görüşme protokolünün 6. problemine ait materyal görüntüleri.. 239
Şekil 4. 121. $Ö_3$'ün ikinci görüşme protokolünün 6. problemine ait şekli tanımlamasına ait görüntüler ve açıklamalar……..... 240
Şekil 4. 122. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin eksensel olarak kodlanması: Üçgenliği Belirleme Stratejileri……... 242
Şekil 4. 123. GE öğrencilerin görüşme protokollerinden elde edilen üçgen kavram imajları……..... 245
Şekil 4. 124. $Ö_4$'ün kenarların niteliği ile ilgili ifadeleri ve görüntüleri……..…. 249
Şekil 4. 125. $ö_2$'nin oluşturduğu çokgenler-kenarların eğri olma durumu……..... 251
Şekil 4. 126. $Ö_4$'ün birinci görüşme protokolünde sekizinci soru 1. şekil için gösterdiği kenarlar…….. 252
Şekil 4. 127. $Ö_1$'in sekizinci sorudaki 12. şekil için yaptığı açıklamaya ait görüntü 254
Şekil 4. 128. $Ö_1$'in kenarların yerleşimine ilişkin görüntüleri ve açıklamaları…..... 255
Şekil 4. 129. $Ö_3$'ün kenarların yerleşimine ilişkin görüntüleri ve açıklamaları…..... 257
Şekil 4. 130. $Ö_5$'in kenarların yerleşimine ilişkin görüntüleri ve açıklamaları…..... 258
Şekil 4. 131. $Ö_3$'ün oluşturduğu eşkenar dörtgen……..…… 260
Şekil 4.132. $Ö_3$'ün oluşturduğu beşgeni tabanı olacak şekilde konumlandırması…. 261

Şekil 4. 133. $Ö_3$'ün beşgenin tabanı olmasına ilişkin görüntüleri ve açıklamaları… 261
Şekil 4. 134. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Kenarları Olma Durumu-I…..... 268
Şekil 4. 135. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Kenarları Olma Durumu-II…..... 269
Şekil 4. 136. $Ö_3$'ün sekizinci soru 2. raised-line şeklin açılarına ilişkin görüntü ve açıklamaları……..... 270
Şekil 4. 137. $Ö_2$'nin çokgende açı anlayışına ilişkin görüntü ve açıklamalar…..... 271
Şekil 4. 138. $Ö_5$'in çokgende açı anlayışına ilişkin görüntü ve açıklamalar……..... 272
Şekil 4. 139. $Ö_1$'in çokgende açı anlayışına ilişkin görüntü ve açıklamalar……..... 272
Şekil 4. 140. $Ö_3$'ün çokgenlerde dış ve iç açı kavramına ilişkin görüntü ve açıklamaları-I……. 276
Şekil 4. 141. $Ö_3$'ün çokgenlerde dış ve iç açı kavramına ilişkin görüntü ve açıklamaları-I ……..... 276
Şekil 4. 142. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açıları Olma Durumu……..... 280
Şekil 4. 143. $Ö_2$'nin köşeyi sadece iki kenarın dışarıya doğru birleşim noktası olarak nitelendirmesine ilişkin görüntüler ve açıklamalar……..... 282
Şekil 4. 144. $Ö_2$'nin oluşturduğu üçüncü çokgene ait görüntü……..... 282
Şekil 4.145. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Köşe Sayısının en az 3 Olma Durumu..... 284
Şekil 4. 146. $Ö_3$'ün kenarları negatif yönde saymasına ilişkin görüntü ve açıklamalar..... 288
Şekil 4. 147. $Ö_4$'ün kenarları pozitif ve negatif yönde saymasına ilişkin görüntüler ve açıklamalar……..... 288
Şekil 4. 148. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin eksensel olarak kodlanması: Çokgenliği Belirleme Stratejileri…..... 291
Şekil 4. 149. $Ö_3$'ün kompleks çokgenin kenar sayısının belirlenmesine ilişkin görüntü ve açıklamaları……..... 293
Şekil 4. 150. $Ö_4$'ün kompleks çokgen söz konusu değil iken kenar sayısının belirlemesine ilişkin görüntü ve açıklamaları……..... 294
Şekil 4. 151. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin eksensel olarak kodlanması: Çokgenlerin Birleşim Durumu……..... 296
Şekil 4. 152. $Ö_5$'in çokgenin düzlemde ayırdığı iç ve dış bölgelere ilişkin görüntü ve açıklamaları……..... 297
Şekil 4. 153. GE öğrencilerin 1. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin eksensel olarak kodlanması: Çokgenin Ayırdığı Bölgeler……..... 299
Şekil 4. 154. $Ö_4$'ün çokgenin kenarlarını sayarak çokgeni isimlendirmesine ilişkin görüntü ve açıklamalar…..... 304
Şekil 4. 155. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması:….. 307
Şekil 4. 156. $Ö_1$'in iç açı ve dış açı kavramlarına ilişkin görüntü ve açıklamaları… 308
Şekil 4. 157. $Ö_1$'in iç açı ve dış açı kavramlarına ilişkin görüntü ve açıklamaları… 310
Şekil 4. 158. $Ö_2$'nin Açı Ölçülerine ve Niteliğine İlişkin Açıklamaları…… 310
Şekil 4. 159. $Ö_2$'nin konveks olmayan çokgende dış açı anlayışlarına ilişkin görüntü ve açıklamalar……..... 311
Şekil 4. 160. $Ö_3$'ün yedinci probleme ait raised-line şekle ait algısı……..... 312
Şekil 4. 161. $Ö_3$'ün dış açı ölçüleri toplamını bulma süreci……..... 313
Şekil 4. 162. GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel

Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-I…..... 320
Şekil 4. 163. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin eksensel olarak kodlanması: Açıları Olma Durumu-II…..... 321
Şekil 4. 164. $Ö_3$'ün kullandığı parçalara odaklanma stratejisine ilişkin görüntü ve açıklamalar……..... 322
Şekil 4. 165. $Ö_4$'ün kullandığı kenarları sayma stratejisine ilişkin görüntü…..... 323
Şekil 4. 166. GE öğrencilerin 2. görüşmedeki "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin eksensel olarak kodlanması: Çokgenliği Belirleme Stratejileri..... 325

I. BÖLÜM

GİRİŞ

Bu bölümde araştırma "Problem Durumu", "Alt Problemler", Araştırmanın Amacı, Araştırmanın Önemi, "Varsayımlar", "Araştırmanın Kapsamı", "Araştırmanın Sınırlılıkları" ve "Tanımlamalar" ele alınmıştır.

1.1. Problem Durumu

Öğrenciler matematiği nasıl öğreniyor? Matematik nasıl öğretiliyor? Daha da önemlisi öğrenciler matematik konularını zihinlerinde nasıl anlamlandırıyor? Bu sorular matematik eğitiminde işlemsel ve kavramsal öğrenmenin açıklanmasıyla mümkün olabilir. Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavram tanımının adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir (Baki, 2006: 199). Öte yandan, matematik öğretiminde amaca ulaşılabilmesi için "kavramsal temellerin oluşturulması" ve "anahtar kavramlara önem verme" gibi ilkelere uyulması gerekmektedir (Altun, 2008: 8-11). Bu nedenle matematiğin sosyal olarak paylaşılan ve mantıksal olarak yapılandırılan kavramsal bir sistemi olduğu da düşünülürse (Godino, 1996), kavram öğretiminin ve öğreniminin matematik eğitimi açısından önemi göz ardı edilemez.

Matematikte ilkel kavramlar hariç her kavramın birer tanımı vardır. Tall ve Vinner (1981) söz konusu olan bu kavram tanımlarını, ilgili kavramların açıklanması için kullanılan kelimelerden oluşmuş bir yapı olarak dile getirmişlerdir. Vinner (1991)

ise tanımların kişisel ve formal olarak ikiye ayrıldığını ve bu yüzden tanımların bireyler tarafından birbirlerinden farklı olarak oluşturulabileceğini belirtmiştir. Biraz daha açmak gerekirse; matematikte formal tanımlar matematikçiler ve matematik dünyası tarafından kabul edilen genel tanımlardır. Kişisel tanımlar ise daha çok bireyin kavram hakkındaki kişisel düşüncelerini ve deneyimlerini veya kavram imajlarını yansıtmaya daha yakındır (Tall, 1991). Fakat kişisel deneyimler sonucu oluşturulan tanımlar bireyler için daha anlamlıdır. İşte tam da burada, kavram imajı terimi devreye girmektedir. Peki, nedir bu kavram imajı?

Kavram imajı ve kavram tanımı terimleri ilk olarak 1980 yılında gerçekleşen PME'de "(*The Psychology of Mathematics Education*)" Vinner ve Herschowitz tarafından alanyazına kazandırılmıştır. Tall ve Vinner'ın (1981) yaptığı tanıma göre kavram imajı, matematiksel bir kavram ile ilişkili bireyin zihnindeki tüm bilişsel yapıdır. Yani, kavram ile ilişkili süreçleri, çağrıştırmaları, özellikleri ve zihinsel resimleri içermektedir. Bireylerin deneyimleri ve yeni bir uyaranla sürekli değişimi ile inşa edilmektedir. Başka bir deyişle kavram imajı, kavramların tanımları ve örnekleri ile oluşan öğrenci deneyimlerinin bir sonucudur (Vinner ve Dreyfus, 1989). Kavram imajının kişisel ve çeşitli oluşu, matematiksel bilginin sadece formal olarak aktarılan bir olgu olmadığını göstermektedir. Yani öğrencilerin daha tutarlı bir kavram oluşturabilmeleri için onlara daha zengin deneyimler verilmesi gerekmektedir. Tutarlı bir kavram oluşturmak zannedildiği kadar kolay değildir (Tall, 1988). Hatta kavram imajı, içeriği konusunda tutarlı ve de uyumlu olmayabilir; öğrencinin farkında olmadığı çelişkili yönleri de içerebilir (Rösken ve Rolka, 2007). Dolayısıyla kavram imajı her zaman tutarsız olabilir ve farklı zamanlarda çelişkili görünen imajlar çağrıştırılabilir (Tall, 1988; Tall ve Vinner, 1981). Bu nedenle, matematik eğitiminde önemli birer yapı olan kavram tanımını ifade etmek kolayken, kavram imajını anlamak oldukça zordur (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Kavram imajını ortaya çıkarabilmek için temsillerden faydalanılabileceğini ifade eden araştırmacılar olmuştur (Barnard ve Tall, 1997; Tall ve Vinner, 1981; Viholainen, 2008a). Yani belirli bir zamanda bireyin odaklandığı kavram imajı yığınları arasında temsiller olabilir (Barnard ve Tall, 1997) veya belirli bir kavram ile ilgili iç temsiller kavram imajının bir elemanı olarak kabul edilebilir (Viholainen, 2008b). Bu noktada matematik eğitiminde temsiller önem kazanmaktadır.

Alanyazında temsil ile ilgili pek çok tanım bulunmaktadır. Ancak temsilin geleneksel olarak kabul edilen tanımı, Goldin ve Kaput (1996) tarafından "bir bütün olarak veya kısmen başka bir şeyi temsil eden bir sistem" olarak yapılmıştır. Temsil etme bu durumda; karşılık gelme, çağrıştırma, anlam ifade etme, sembolleştirme veya sistemler arasındaki diğer etkileşimler olarak düşünülebilir. Temsiller, kavramların öğretiminde ve öğreniminde, matematiksel bilgiyi derinlemesine anlamlandırmaya yarayan ve problem çözme durumlarında kullanılan araçlardır (Santos-Trigo ve Barrera-Mora, 2007). Birçok eğitimci farklı temsillerin öğrenciye soyut matematik kavramları anlamasında yardımcı bir ortam hazırlayacağını savunmaktadır (Dienes, 1960; Harel, 1989; Yerushalmy, 1991). Yani çeşitli temsillerin kullanımı ile matematiksel kavramların daha büyük öğrenci grubunun öğreneceği iddia edilmektedir (Dienes, 1960). Bu bakış açısıyla araştırmacılar matematiğin analiz (Amoah ve Laridon, 2004; Erbilgin ve Fernández, 2004; Girard, 2002; Goerdt, 2007; Hacıömeroğlu, 2007; Kendal, 2002; Porzio, 1994, 1999), cebir (Çıkla, 2004; Hwang, Chen, Dung, ve Yang, 2007; Özgün-Koca, 1998) gibi farklı alanlarında çalışmalar yapmışlardır. Matematiğin bir diğer alt alanı olan geometrideki kavramlara ait öğrenci kavrayışları ise son zamanlarda matematik eğitimcilerinin dikkatini çekmeye başlamıştır. (Aydeniz, 2011; Başışık, 2010; Bayık, 2010; Berkün, 2011; Cilavdaroğlu, 2012; Erbaş ve Yenmez, 2011; Ergün, 2010; Gülkılık, 2008; Türnüklü ve Berkün, 2013; Türnüklü, Alaylı ve Berkün, 2013; Ward, 2004). Ancak söz konusu Görme Engelli[1] (GE, bundan sonra bu şekilde anılacak) öğrenciler olunca geometrik kavramlara ait kavrayışlar çok daha önemli hale gelmektedir. Çünkü Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'na ait "İlköğretim Matematik Dersi (1-5. sınıflar) Öğretim Programı" (2009), "İlköğretim Matematik Dersi (6-8. sınıflar) Öğretim Programı" (2009) ve "Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Uygulamaları Dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı" (2013) dosyalarında; günlük hayatta, matematiği (geometri de dâhil) kullanabilme ve anlayabilme gereksiniminin önem kazanmakta ve bu gereksinimin sürekli artmakta olduğundan bahsedilmiştir. Değişen dünyamızda matematiği anlayan, matematik yapabilen, geometrinin doğadaki gücünü ve günlük yaşamdaki önemini takdir edebilen bireyler; geleceklerini şekillendirmek adına, daha fazla fırsat ve seçeneklerle karşılaşabilmektedirler. Ayrıca Enç (2005: 109) GE öğrencilerin biçim ve uzay ilişkilerine ait anlayışlarının gelişmesi için geometri öğretiminin bu yönde faydalı bir

[1] Burada; GE bireyler, az gören ve total görme engelli anlamlarını içerecek şekilde kullanılmıştır.

destek olacağını belirtmiştir. Nitekim Amerika Birleşik Devletleri ve Kanada'nın "Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi" (National Council of Teachers of Mathematics) de; matematiğin alt bir alanı olan geometri, öğrencilerin mantıksal ve düşünsel yeteneklerinin gelişimini sağladığını vurgulamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2006). Bu nedenle bu çalışmada geometri kavramlarının ele alınması uygun görülmüştür.

Matematiksel bilginin iletişimi; cebirsel ve diğer gösterimlerin yazımı, grafikler, diyagramlar, vb. gibi neredeyse tamamen görsel biçimlerde ortaya çıkmaktadır. (Edwards, Stevens ve Pitt, 1995). Bu nedenle matematik, matematiksel kavramları temsil eden sembolleri yazma ve okuma yeteneği olmaksızın GE (az gören veya TGE[2]) bireylere kapalıdır (Kapperman ve Sticken, 2003: 110). Ancak düşünülenin aksine çok sayıdaki psikolojik çalışma TGE bireylerin görsel imge ve hafıza için şaşırtıcı bir kapasiteye sahip olduklarını göstermektedir (Landau, Spelke ve Gleitman, 1984; Landau, Gleitman, ve Spelke 1981; Millar 1985; Haber, Haber, Levin ve Hollyfield, 1993). Nitekim GE öğrenciler küp, prizma, piramit silindir, üçgen, daire, yamuk, kare ve dikdörtgen gibi nesneleri şekil ve konum bakımından gören öğrencilerden daha iyi ve daha kesin tanımlayabilmekte; ayrıca duyulara dayalı olarak temel geometrik şekilleri ve katı cisimleri isimlendirebilmekte ve ayırt edebilmektedirler (Kohonová, 2007). Kennedy (1993) TGE öğrencilerde üç boyutlu nesneler çizme yeteneğini bile gözlemlemiştir. Böyle kapasiteler matematiksel düşünme için kullanılabilir. Benzer şekilde Quek ve McNeill'in (2006) yaptığı araştırmaya göre TGE olan öğrencilerin zihinsel imgelerde bazı kapasitelere sahip olduğu belirtilmektedir. Buradan hareketle, Tall ve Vinner'ın (1981) bahsettiği kavram imajı ve kavram tanımı yapısı, TGE öğrencilerin kavramları nasıl anladıklarını belirlememizi mümkün kılabilir.

Alanyazın araştırıldığında GE öğrencilerin matematik eğitimi ile ilgili yapılmış çalışmaların genelde bilişim teknolojileri ile matematik (Beal ve Shaw, 2008; Borges, Barbosa, Jansen ve Lyrio, 2008; Edwards ve Stevens, 1994; Edwards, Stevens ve Pitt, 1995; Kapperman ve Sticken, 2002; Sánchez ve Sáenz, 2006) ve Braille matematiği (Kapperman, Heinze, ve Sticken, 1997; Kapperman ve Sticken, 2002, 2003; Kapperman, Sticken ve Smith, 2011; Rosenblum ve Amato, 2004) ile ilgili olduğu görülmektedir. Öte yandan GE öğrencilerin matematik eğitiminde dikkat çeken bazı

[2] Total Görme Engelli (TGE): Her iki gözünde de hiç görmesi olmayan, eğitim ve diğer yaşamsal etkinliklerini tamamıyla diğer duyulara bağımlı olarak sürdürmek zorunda olan kişi.

çalışmalar; fonksiyon kavramına ilişkin anlayışlar (Cowan, 2011), GE öğrencilerin matematik yeteneğini geliştirmek için bazı stratejiler (Kapperman vd., 1997), geometri dersine yönelik eğitim uygulamaları (Klingenberg, 2007), uzamsal yetenekler (Kohonová, 2007), matematiksel gösterim için gereklilikler (Schweikhardt, 2000), analiz dersi öğretimi sonucu elde edilen deneyimler (Spindler, 2006) hakkında yapılmıştır. Tüm bu çalışmalar göz önüne alındığında; GE öğrencilerin kavramlara ilişkin anlayışlarını ele alan sınırlı sayıda çalışma olduğu söylenebilir. Öte yandan GE öğrencilerin kaliteli bir eğitim almaları için kavramları nasıl anladıklarını, zihinlerinde neler olup bittiğini anlama ihtiyacı vardır. Bu nedenle bu araştırmada, GE öğrencilerin birer geometrik kavram olan, açı, üçgen ve çokgen kavramlarındaki kavram imajlarının ve temsillerinin incelenmesine karar verilmiştir. Bu bağlamda araştırmada aşağıdaki soruya cevap aranacaktır:

"GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlardaki kavram imajları ve temsilleri nasıldır?"

1.2. Alt Problemler

Aşağıda araştırmaya yönelik birçok araştırma problemi sıralanmıştır. Araştırmanın gelişimine göre bu problemler indirgenecektir.

1. Vinner (1991) anlamında GE öğrencilerde açı kavramına ait kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler nasıldır?
2. Vinner (1991) anlamında GE öğrencilerde üçgen kavramına ait kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler nasıldır?
3. Vinner (1991) anlamında GE öğrencilerde çokgen kavramına ait kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler nasıldır?
4. GE öğrencilerin kavram imajları arasındaki ilişkiler nelerdir?
    a. GE öğrencilerin açı kavram imajları arasındaki ilişkiler nelerdir?
    b. GE öğrencilerin üçgen kavram imajları arasındaki ilişkiler nelerdir?
    c. GE öğrencilerin çokgen kavram imajları arasındaki ilişkiler nelerdir?

1.3. Araştırmanın Amacı

Matematiksel bir kavram matematiksel temsillerle ilişkilendirilmektedir. Ayrıca farklı türdeki temsiller arasında oluşan bir etkileşim, kavram ile ilgili daha derin kavramaların oluşumunu sağlamaktadır. Benzer şekilde, kavram imajı daha geniş olduğunda ise birey, matematiksel kavrama ait daha zengin ve çok yönlü kavrayışlara sahip olmaktadır (Attorps, 2006). Dahası öğrencilerin kavram imajlarını ortaya çıkarma, öğretim için çok önemlidir. Öğrencilerin daha iyi nasıl kavradığını öğrenmekle kalmaz, yanlış kavram imajlarını şekillendiren öğretime de bazı iyileştirmeler sunulabilir (Vinner, 1983). Matematik, temsiller yardımı ile daha kolay anlaşılıp çözülebilecek problemler ile dolu bir disiplindir. Dolayısıyla temsiller problem çözerken kullanılabilmelerinin yanı sıra, öğretmenlerin ve öğrencilerin bir temsil yardımıyla düşüncelerini dışa vurmada ve onların düşünceleriyle ilgili bilgi edinmede oldukça değerli bir işlemdir (McKendree, Small, Stenning ve Conlon, 2002). Bu nedenle, GE öğrencilerin düşünsel süreçleriyle ilgili daha derin bilgiler edinilebileceği ve onların bir kavrama ilişkin zihinlerinde oluşan yapıların daha açık bir şekilde betimleneceği düşünülmektedir. Öte yandan, matematiksel kavramları temsil eden sembolleri, yazma ve okuma yeteneği olmaksızın matematik GE bireyler için kapalı olacaktır (Kapperman ve Sticken, 2003: 110). Bu durum göz önünde bulundurulursa, matematiğin ayrılmaz parçası olarak temsillerin, bir kavramın farklı yollardan somutlaştırılabilmesi, karşılaşılan birçok zorluğu kolaylaştırabilmesi, matematiği daha ilginç ve istenir hale getirmesi GE öğrencilerin matematik eğitimleri adına önem arz etmektedir (Dufour-Janvier, Bednarz ve Belanger, 1987). Bu nedenle, bu araştırma, GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlarda sahip oldukları kavram imajlarının ve temsillerinin yapısını anlamayı amaçlamaktadır.

Çalışma ana hedefe ulaşmak için, dört alt hedefi gerektirmektedir. Bunlardan ilk üçü, Vinner (1991) anlamında GE öğrencilerde açı, üçgen ve çokgen kavramları için kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkilerin ve bu kavram imajlarının nasıl oluştuğunun tespit edilmesidir. Bu amaç için öncelikle GE öğrencilerin belirtilen her bir kavram için kavram imajlarını belirleme ihtiyacı vardır. Dördüncü alt hedef ise, öğrencilerin açı, üçgen ve çokgen kavramlarına ilişkin zihinlerinde yer bulan bu kavram imajları arasındaki ilişkileri ve kavrama ilişkin kullandıkları temsilleri açık bir şekilde

betimleme ihtiyacı bulunmaktadır. Bunun için GE öğrencilere bu kavramlar ile ilgili kavram imajlarını ve kullandıkları temsilleri ortaya çıkarabilecek sorular yöneltilmiş ve öğrencilerin görüşlerine yer verilmiştir.

1.4. Araştırmanın Önemi

Bu araştırmanın amacı GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara ait kavram imajları ve temsillerini derinlemesine incelemektir. Kavram imajı ve temsiller üzerine yapılan araştırmaların büyük çoğunluğu yurt dışında gerçekleştirilen çalışmalar olmakla birlikte, ülkemizde özellikle de GE öğrencilerin matematiksel kavramlara ait kavram imajları ve temsilleri ile ilgili çalışmalara rastlanılmamıştır. Bu bağlamda bu araştırmanın kısmen de olsa alanyazındaki bu eksikliği kapatacağı düşünülmektedir. Ayrıca, GE öğrencilerin belirli bir kavrama yönelik kullandıkları temsiller ile ilgili tek çalışmanın Cowan'ın (2011) doktora tezi olduğu da düşünülürse bu çalışmanın alanyazında ilklerden biri olduğu söylenebilir.

GE öğrencilerin günlük hayatta, farkında olarak ya da olmayarak kullandıkları matematiksel ve geometrik kavramlar ile ilgili nasıl bir algılama ve uygulama stratejisi geliştirdiklerinin oldukça önemli olduğu düşünülmektedir. Bu algılama ve uygulama şeklinin sonucu olarak oluşan ve GE öğrencinin önceki öğrenimlerinin-tecrübelerinin etkisiyle şekillenen kavram imajlarını geniş bir şekilde ortaya koymanın, öğrencinin zihninde kavramla ilgili bütün bağlantıları ortaya çıkarılması adına gerekli olduğu görülmüştür. Böylelikle, imajı belirlenen bir kavramın ne derece doğru yapılandığı, hangi eksiklikleri barındırdığı gibi birçok özelliğin açıklığa kavuşacağı ifade edilebilir. Böylece öğretmenin yapacağı öğretim çalışmalarında, öğrencilerinin kavram imajlarını oluşturma süreçlerine etkili bir şekilde dâhil olabileceği, öğrencilerin kavram imajlarını doğru ve kullanışlı bir şekilde yapılandırmalarına da yardımcı olacağı; bu bağlamda çalışmanın GE öğrencilerin öğretmenlerine de bir nevi yol gösterebileceği düşünülmektedir. Nitekim öğrencilerimiz mümkün olan en iyi matematik eğitimini hak ederler ve gereksinim duyarlar dolayısıyla bu eğitimde onları değişen dünyada tam donanımlı insan yapmak için gereklidir (NCTM, 2000). Ayrıca T.C. Anayasası'nın "Eğitim ve Öğretim Hakkı ve Ödevini" düzenleyen bölümünde (Madde 42), özel

eğitime gereksinimi bulunanların eğitimi konusunda gerekli tedbirlerin alınmasını, devlete görev olarak verilmiştir. Bu durumlar göz önüne alındığında GE öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik anlayışlarının ortaya çıkarılması, onların eğitimini iyileştirme adına bir adım olarak görülmektedir.

Kavram imajlarını belirlemek için temsillerden yararlanılması göz önüne alındığında temsilleri incelemenin gerekliliği su götürmez bir gerçektir. Temsil; kavramları anlama konusunda kelimelerle sözel, tablolarla sayısal, grafiklerle görsel ve sembollerle cebirsel olarak öğrencilere yardımcı olur. Böylece, öğrenciler matematik ve geometride bir kavramın farklı biçimlerde nasıl ifade edilebileceğini görebilirler (McKendree vd., 2002). Pek çok araştırmacı, kavramların farklı temsilleri dikkate alınarak yapılan öğretimin, öğrencilerin öğrenmelerine yardımcı olacağını, matematiksel kavramlar ve aralarındaki ilişkileri anlamayı geliştireceğini belirtmektedir (Hilbert ve Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Porzio, 1999). Öte yandan, matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımının önemi vurgulanmaktadır (NCTM, 2000). Çünkü bu tür temsillerin öğrencilerin zihinsel yapılarını ve çıkarımlarını inşa etmelerine ve dahası problem çözme sırasında karşılaşılan bazı zorlukların azaltılmasına yardım edebileceği, savunulmaktadır (Tall, 1991; Dufour-Janvier, Berdnaz ve Belanger, 1987). Temsil kavramının öğrencilerin matematiksel yaşantılarındaki yeri ve önemi dikkate alınarak planlanan bu araştırma ile GE öğrencilerin matematiksel kavramlara ait ne tür kavrayışlara sahip oldukları, temsiller aracılığıyla elde edilen kavram imajlarında ne tür çelişkiler yaşadıkları belirlenerek bu konularda öğretmenlere yararlı bilgiler sunulabilir. Ayrıca uygulamaya yönelik önerilerin GE öğrencileri olan öğretmenlerin matematik derslerinde kavram öğretimi ile ilgili planlama yapmalarına kolaylıklar sağlayacağı umulmaktadır. Sonuçlara bağlı olarak geliştirilecek önerilerle, GE öğrencilerin matematiksel kavramlar ile ilgili yaşadıkları sorunların bir kısmının azalacağı ve daha sonraki matematiksel yaşantılarında kavramlar ile ilgili yaşayacakları olası sorunlara ilişkin çözüm önerilerinin getirileceği düşünülmektedir.

Bütün bu ifadeler göz önünde bulundurulursa, bu araştırmada kavrama ait zihinsel yapıyı anlamaya çalışmakla, öğrencilerin öğrenmelerine ilişkin derin bilgiler elde edileceği düşünülmektedir. Bu çalışma, öğrencilerin kavramsal algılarını ve kavram yanılgılarını ortaya koyabilir. Böylece öğrencilerin bir kavrama ilişkin zihinlerinde oluşan yapılar daha açık bir şekilde betimlenebilir. Eraslan'ın (2005)

aktardığına göre, zihinsel betimlemeler, imajlar anlamın önünde yer alır. Dolayısıyla kavram yanılgıları üzerinde çalışmak, zorunlu olarak imajlar üzerine çalışmaya yol açar. Matematik öğrenenlerin kavram yanılgılarının kökeni, onların anlayış eksikliği veya üzerinde çalıştıkları matematik konusu ile ilgili imaj yetersizliği olabilir. İstenilen imaj olmaksızın, kavram yanılgılarının doğru bir şekilde yeniden düşünülmesi ya da çok derin bir matematik anlayışının kazanılabilmesi mümkün görünmemektedir.

Sonuç olarak, mevcut araştırmada, GE öğrencilerin bazı kavramlara yönelik matematiksel kavram imajları ve kullandıkları kavram temsilleri gözden geçirilecektir. Bu bağlamda ortaya çıkan matematiksel kavram imajları ve kullanılan temsiller betimlenmeye çalışılacaktır. Teorik olarak bu betimlemenin GE'lerin matematik eğitiminde yeni bakış açılarının ortaya çıkmasına vesile olabileceği düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırma bazı varsayımlara dayanmaktadır. Bunlardan ilki, GE bireylerin, geometrik nesneleri, gören öğrencilerden daha iyi ve daha kesin tanımlayabilmeleri, temel geometrik şekilleri ve katı cisimleri isimlendirebilmeleri ayrıca onları ayırt edebilmeleridir (Kohonová, 2007; Srichantha, Inprasitha ve Ariratana, 2008). Bu nedenle bu çalışmada matematik kavramlarından açı, üçgen ve çokgen kavramları seçilmiştir.

Bu araştırma doğası gereği nitel araştırma metodunu gerektirdiğinden gerçekliğin araştırmacı ve katılımcılar tarafından oluşturulan zaman ve kültür bağımlı bir olgu olduğunu varsaymaktadır. Çünkü zihinsel imajlar gibi karmaşık olay ve olguların belirli bir çerçeveye göre anlamlı hale getirme işlemi nesnel değildir ve oluşturulmaktadır. Yani sosyal olaylar ve insan ile ilişkili olgular, belirli ortamlardan bağımsız olarak gerçekleşmez (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 52). Dolayısıyla asıl olan, araştırmaya katılan GE öğrencilerin açı, üçgen ve çokgen kavramlarına ait kavram imajları ve temsillerinin incelenmesi durumudur. Öte yandan, bireyin bir kavrama ait kişisel tanımını belirlemek kolay olmasına rağmen bir zihinsel yapı olan kavram imajını anlamak zordur (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Bunu başarabilmek için bireylerin

kullandıkları temsillere odaklanmak gerekmektedir (Barnard ve Tall, 1997; Tall ve Vinner, 1981; Viholainen, 2008a). Dolayısıyla değişkenlerinin karmaşık ve iç-içe geçtiği ve bunlar arasındaki ilişkilerinin ölçülmesinin zor olduğu (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 52) kavram imajlarının temsilleri içerdiği varsayılmıştır.

Araştırmacının da bakış açısı sahibi bir birey olduğu varsayımından hareketle nitel araştırma sürecine araştırmacının bakış açısını yansıtması doğaldır. Nitekim bu araştırmada araştırmacı Strauss ve Corbin'nin (1998: 127) de belirttiği gibi katılımcı GE öğrencilerin incelenen kavramlara ilişkin anlayışlarının yapıları ve görüşme sorularına verdikleri cevaba ait süreçleri göz önüne alarak veri analizini gerçekleştirmiştir.

Son olarak katılımcı GE öğrencilerin; açı, üçgen ve çokgen kavramlarına ilişkin anlayışlarını belirlemek için yapılan birebir görüşmeler öncesi ve sonrasında birbirlerini etkilemedikleri kabul edilmiştir.

1.6. Araştırmanın Kapsamı

Bu çalışmada her araştırmada olduğu gibi çeşitli sınırlamalar bulunmaktadır. Bu sınırlamalardan ilki araştırmanın katılımcılarıdır. Araştırma nitel araştırma desenine sahip olduğu için katılımcı sayısı 5 TGE öğrenci ile sınırlıdır. Bu araştırma, bireylerin zihinsel süreçlerinin ele alınmasını içermektedir. Bu sürecin karmaşık yapısından ötürü az sayıda kişiyle çalışmak uygun bulunmuştur. Diğer sınırlama, veri toplama araçlarıdır. Araştırmada verilerin toplanması amacıyla ses ve video kaydedicisi kullanılmıştır. Ayrıca bu araştırmanın verileri, öğrenciler ile yapılan görüşme kayıtları ile ilgili yazılı veriler, öğrencilerin oluşturdukları materyaller ve araştırmacının gözlemleri ile sınırlıdır. Ayrıca çalışmanın katılımcıları olan 2011-2012 eğitim öğretim yılı bahar dönemi ve 2012-2013 eğitim öğretim dönemi güz döneminde Ankara'da bulunan bir

görme engelliler ilköğretim okulunda öğrenim gören 2. kademe (6. 7 ve 8. sınıf) öğrencilerle sınırlıdır[3].

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu çalışma yöntem ve doğası gereği bazı sınırlılıklara sahiptir. Öncelikle araştırmayı şekillendiren, veri toplamanın bütün aşamalarında yer alan, verileri toplayan, hazırlayan ve analiz eden tek bir araştırmacı vardır. Dolayısıyla araştırma boyunca bir başka araştırmacının da desteği hissedilmiştir. Bir diğer sınırlılık, araştırma sonuçlarının öğrencilerin önceki öğrenme yaşantıları ile sınırlı olmasıdır. Bu nedenle bu çalışma alternatif kavramaların, kavramsal hataların yapısını ve dolaylı olarak öğrencilerin bu kavramları anlamlı öğrenmelerinde nasıl rol alabileceklerini akla getirmektedir. Ancak bu çalışmada kendiliğinden gerçekleşen anlamlı öğrenme adına veriler elde edilmemiştir. Üçüncü sınırlılık yöntem ile ilgilidir. Her ne kadar görüşmeler esnasında katılımcıların cevaplarına karşılık araştırmacının uygun cevaplar verme, yerinde sorular sorma, zamanında hipotez kurma ve test etme düşünülmüş olsa da; Piaget'e göre, uzman olmak için bu yöntem üzerinde bir yıl eğitim alınması gereklidir. Ancak bu durum çalışmanın güvenilir veya bilimsel olmadığı anlamına da gelmemektedir (Ginsburg, 1997: 115). Bu bakımdan, görüşmelerde araştırmacının deneyim eksikliği görüşmelerin geçerliği düşürebilir. Son sınırlılık eğitim-öğretim yılının sona ermesi ile katılımcı GE öğrencilerin tatile çıkması sonucu; ek görüşmeler ile 1. ve 2. görüşmeler arasında yaklaşık üç buçuk ay kadar bir zaman farkı olmuştur. Öğrencilerin ek görüşme sorularına verdikleri cevaplardaki yanlış/eksik bilgilerin kaynağını (*önbilgilerdeki eksiklikler/yanlışlıklar, ezberlenmiş bilgiler vs.)* tespit etmek zor olsa da; bunların, görüşmeler arasındaki zaman farkından kaynaklanma ihtimali göz ardı edilemez. Bu nedenle ek görüşmeler ile 1. ve 2. görüşmeler arasındaki zaman farkı faktörü, araştırmanın bir sınırlılığı olmuştur.

[3] Araştırmanın uygulaması tamamlandıktan sonra; Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) 8 yıllık kesintisiz zorunlu eğitim yerine 12 yıllık zorunlu kademeli eğitim getirilerek 12 yıllık süre üç kademeye ayrılmıştır. Birinci kademe 4 yıl süreli ilkokul (1. 2. 3 ve 4.sınıf), ikinci kademe 4 yıl süreli ortaokul (5. 6. 7. ve 8.sınıf) ve üçüncü kademe 4 yıl süreli lise (9. 10. 11 ve 12. sınıf) olarak düzenlenmiştir.

1.7.Tanımlamalar

Araştırmada sıkça geçen bazı tanımlar aşağıda ifade edilen anlamlarıyla kullanılmıştır.

Kavram: Kavram, sözcük olarak, "nesnelerin ya da olayların belirli ortak özelliklerini taşıyan ve ortak ad altında toplayan soyut ve genel bir isimdir (Türk Dil Kurumu [TDK], t.y.).

Kavram imajı (Concept Image): Zihinsel resimleri, ilgili özellikleri ve süreçleri içeren konu ile ilgili bütün bilişsel yapıdır (Tall ve Vinner, 1981).

Kavram tanımı (Concept Definition): İlgili kavramın açıklanması için kullanılan kelimelerden oluşmuş bir yapıdır (Tall ve Vinner, 1981).

Formal tanım: Matematikçiler ve matematik dünyası tarafından kabul edilen genel tanımlardır (Tall, 1991).

Kişisel Tanım: Bireyin kavram hakkındaki kişisel düşüncelerini ve deneyimlerini veya kavram imajlarını yansıtmaya daha yakın olan tanımlardır (Tall, 1991).

İnformal tanım: Matematiksel kavramların, bireyin kendine has cümleleri ile kendi anladığı biçimde yapılan tanımlamalarıdır (Chin ve Tall, 2000).

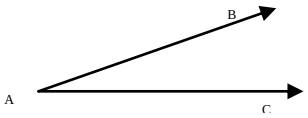
Temsil (Representation): Genel anlamıyla bir temsil, bir amaçla başka bir şeyi temsil edebilen bir yapılandırmadır (Goldin ve Kaput, 1996).

İç Temsil (Internal Representation): Öğrencilerin zihinlerinde var olan ve doğrudan görülemeyen zihinsel yapılandırmadır (Goldin, 1990).

Görme Engelli (GE): Tüm düzeltmelerle birlikte olağan görme gücünün 1/10'ine yani 20/200'lik görme keskinliğine ya da daha azına sahip olan ya da görme alanı yirmi derecelik açıyı aşmayan kişilere denir. 20/200'nin anlamı, normal görme gücüne sahip bir kişinin 200 ayaklık (1 ayak: 0,3048 cm) uzaklıktan görebildiği bir şeyi, GE kişinin ancak 20 ayaklık uzaklıktan ya da daha yakından görmesidir (Özyürek, 1988: 129-130).

Total Görme Engelli (TGE): Görme kaybından ağır derecede etkilenen, öğretimini dokunarak okuduğu kabartma yazıyla ve konuşan kitaplardan dinleyerek sürdürme gereksinimi olan bireydir (Beal ve Shaw, 2008).

Açı (Angle): Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşim kümesine açı denir. Başlangıç noktasına açının köşesi, ışınlara da açının kenarları denir. Açının sembolü $\angle$ veya $\measuredangle$ ile gösterilir. Yani $\overrightarrow{AB}$ ve $\overrightarrow{AC}$ ışının kenarları ve A açının köşesi olmak üzere açı, aşağıdaki gibi gösterilebilir (Rich ve Schmidt, 1989: 5).



Üçgen (Triangle):Üçgen kavramının farklı kaynaklarda farklı tanımları verilmiştir:

- **Üçgen tanımı 1:** Üç kenarı olan bir çokgene üçgen (triangle-trigon) denir. Daha açık ifade etmek gerekirse, düzlemde doğrusal olmayan üç noktayı (üçgenin köşeleri) birleştiren üç doğru parçası (üçgenin kenarları) tarafından şekillendirilen kapalı geometrik şekildir (Tanton, 2005: 505).
- **Üçgen tanımı 2:** Üçgen, aynı doğrultuda olmayan üç noktanın her biri farklı üç doğru parçasının uç noktası (end points) olan doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşturulan şekildir (Leff, 2009: 7).

Çokgen (Polygon): Çokgen kavramının farklı kaynaklarda farklı tanımları verilmiştir:

- **Çokgen tanımı 1:** $n \geq 3$ ve $n \in \mathrm{N}$ olmak üzere aynı düzlemde ardışık üç tanesi doğrusal olmayan $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ noktalarının oluşturduğu $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$,..., $\overline{A_{n-1}A_n}$, $\overline{A_nA_1}$ doğru parçalarının birleşim kümesine çokgen adı verilir (MEB, 2010; Özkan, 2010: 67, Şahin, 2004: 78).
- **Düzgün çokgen tanımı 2** [sadece 2. Görüşme protokolü için]**:** Her bir açısının ölçüsü birbirine eşit olan ve her bir kenar uzunluklarının ölçüsü birbirine eşit olan (aynı uzunluğa sahip) çokgenlere düzgün çokgen denilir (Leff, 2011: 26).

II. BÖLÜM

KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Matematiksel Tanımlar

Matematiğin kendisi başlı başına bir dil olduğu için, birçok temel kavrama sahiptir. Kavram, sözcük olarak "belirli ortak özellikleri taşıyan nesne ve olayların adı"dır. Kavramı belirleyen özellikler, örnekleri değiştiği halde hep aynı kalan özelliklerdir (Altun, 2008: 8-9). Tanımlar ise matematiğin kuruluşunda yer alan ve her konuda çokça rastlanan bir bilgi türüdür. Bu nedenle tanımlar, bir "kavram"ın ne anlama geldiğinin anlaşılmasında önemli bir rol oynamaktadırlar. İnsanoğlu, tanımlarla ilk olarak anadili öğrenmeye başladıkları küçük yaşlarda karşılaşmaktadır. Başlangıçta çeşitli türde tanımlarla karşılaşılsa da; birkaç yıl sonra, özellikle okul yıllarında, tanımın bir türü olan "sözlük tanımı" ön plana çıkmaktadır. Sözlük tanımında, belirli bir sözcüğün (ya da sözcüklerin) anlamı, başka sözcükler yardımıyla açıklanmaktadır (Vinner, 1976). Herbst, Gonzalez ve Macke'ye (2005) göre ise; tanımlar, belirli bir kelime ya da kelime grubu ile ortaya konulan bir nesnenin sahip olması gereken gerekli ve yeterli koşulların mantıksal olarak ifade edilmesidir. Matematiğin içerisinde tanımların çok önemli bir rol oynadığı teorik bir sistemin varlığı göz önüne alınırsa (Mariotti ve Fischbein, 1997: 220); "tanım" kavramının, birçok matematiksel uygulamada ayrıcalıklı bir konuma sahip olduğu söylenebilir (Morgan, 2005: 105). Matematikte bazı konular, sınıflar ilerledikçe genişleyerek ele alındığı için (Altun, 2008: 10) ve matematiksel kavramlar, genellikle tanımları aracılığıyla elde edildiği için, tanım, matematik öğreniminde ciddi bir sorun oluşturur (Vinner, 1991). Çünkü matematiksel tanımlar, koşullu bir yapıya sahiptir (Edwards ve Ward, 2004) ve "kesin, minimal", "gerekli ve yeterli" gibi terimlerle ilişkili olmasından dolayı; sıradan

tanımlardan farklılık göstermektedir (Morgan, 2005). Dolayısıyla matematiksel tanımların oluşumu ve kullanımı, günlük dildeki tanımlarınkinden farklıdır.

Matematiksel tanım; matematiğin çeşitli elemanlarının durumunu ve işlevini göstermeye yarayan –aksiyom, teorem, ispat, yardımcı teorem, önerme ve sonuç gibi– az sayıdaki ileri-matematiksel belirleyici terimlerden biridir (Pimm, 1993). Buradan hareketle matematikte tanımların, temel matematiksel düşüncenin oluşması ve gelişmesinde önemli bir rol üstlendikleri (Edwards ve Ward, 2004; Mamona-Downs ve Downs, 2002; Toumasis, 1995; Vinner, 1977) söylenebilir.

2.1.1. Kavramların Sahip Olması Gereken Nitelikler

Matematik eğitimcileri, matematikteki tanımların sahip olması gereken özellikler hakkında çeşitli çalışmalar yapmışlardır (Dormolen ve Zaslavsky, 2003; Winicki-Landman ve Leikin, 2000). Bu çalışmalara göre; matematik eğitiminde önemli bir role sahip olan kavramların, bazı mantıksal gerekliliklere mutlaka sahip olması gerekmektedir. Bu mantıksal gereklilikleri şu şekilde sıralamıştır:

- ***Hiyerarşi kriteri:*** Bir tanım yapılırken tanımın içerisinde geçen kavramların daha önceden tanımlanmış olmasını kasteder. Yani, yeni kavramı tanımlamak için, sadece önceden tanımlanmış kavramlar kullanılabilir.
- ***Varlık kriteri:*** Bir kavramın tanımının, o kavramın içerisinde var olduğu sistemde tanımlanmasını gerektiğini kasteder.
- ***Denklik kriteri:*** Bir kavramın birden çok formülasyonu olabilir ama bunların hepsinin denk olması gerektiğini kasteder.
- ***Aksiyomatikleştirme kriteri:*** Hiyerarşi kriterini sağlatmak adına tanım içerisinde geçen kavramların önceden tanımlanmış olması gerekir fakat en başa gidilecek olursa ‘nokta’, ‘doğru’, ‘düzlem’ gibi kavramlar ortaya çıkar ki bunlar birer tanımsız kavramlardır. Yani belli aksiyomlar en baştan verilerek tanımlama işlemine öyle başlanması gerektiğini kasteder.

Öte yandan genel kültürün bir parçası olan ancak mantıksal olarak pek te gerekli olmayan özellikler vardır. Bunlar da;

- ***Minimallik kriteri***: Kavramın özelliğinin dışında çok fazla özelliğin verilmemesi gerektiğini kasteder. Yani tanım, kavram için gerekli ve yeterli koşulları belirler. Yani, koşullar kümesi, en az (minimal)olmalıdır.

- ***Şıklık kriteri***: Bazen araştırmacılar (özellikle ders kitabı yazarları), denk olan iki tanımdan daha güzel görüneni, daha az sembol ve söz kullananı seçerler. Bu durum; böyle tanımların daha şık olduğunu ifade etmektedir. Bu haliyle tanımın keyfi olduğu da söylenebilir.
- ***Dejenerasyon kriteri:*** Bazen bir tanımın sonucu, kavram ile ilişkili sezgisel düşüncemize uymayan durumlara yol açar ki bunlara 'dejenerasyonlar' adı verilmiştir. Dejenerasyon olabilecek örneklerin varlığı, bazen tanımın bu örnekleri de içerebilecek şekilde yeniden şekillendirilmesine yol açabilir. Bir dejenerasyonu dışarıda bırakıp bırakmamak çoğu kez tercih meselesidir çünkü bir örneğin dejenerasyon olup olmamasına karar vermek için belirli bir nesnel kriter yoktur.

Tüm bu kriterlerden başka; tanımlamanın bir ad verme olduğu, tanım olarak kullanılan ifadede yeni kavramın tanıtılması ve o ifadede yeni kavramın yalnızca bir kere görülmesine dikkat edilmelidir (Winicki-Landman ve Leikin, 2000).

2.1.2. Matematik Eğitiminde Kavramların ve Tanımların Rolü

Tanımlar matematikte önemlidir fakat bireylerin ilişkilendirebildiği önceki bilgiler, modeller veya gerçek deneyimler aracılığıyla doğal olarak gelişmek zorundadırlar. Aksi durumda, karışıklıklar meydana gelmektedir (Govender ve De Villers, 2004). Ancak öğrencilerin formal tanımlarla zorluklar yaşaması karşılaşılan yeni bir olgu değildir (Tall, 1988). Bu nedenle, "matematik eğitiminde öğrenciye yeni bir kavramı tanıtmanın en iyi yolu nedir?" sorusu akıllara gelmektedir. Bu sorunun cevabı ile sadece günümüz matematik eğitimcilerin değil Tall'a (1988) göre aynı zamanda Poincaré'de ilgilenmiştir. Poincaré (1914: 117) "iyi tanım" ifadesine iki farlı bakış açısı ile bakmıştır. Ona göre iyi tanım, filozof ya da bilim adamı için, tanımlanacak tüm nesnelere ve yalnızca bu nesnelere ve ayrıca mantık kurallarına uygun olan tanımdır. Ancak eğitimde durum böyle değildir; iyi tanım, öğrenciler tarafından anlaşılabilen tanımdır. Winicki-Landman ve Leikin'de (2000) belirli bir matematiksel kavram için "en uygun" tanımın, hem matematiksel olarak doğru hem de öğretim açısından uygun olduğunu söyleyerek Poincaré'i desteklemişlerdir.

Matematiksel tanımlar genellikle kısa-özdür, matematiksel terimleri içerir ve eğer anlama gerçekleşiyorsa bilginin hızlı bir şekilde sentez edilmesini gerektirmektedir (Govender ve De Villers, 2004). Aksi durumda tanımlar, matematik öğrenmede ciddi

problemler oluşturabilmektedirler. Örneğin, Vinner'ın (1991) ifadesine göre; kavram tanımını biliyor olmak o kavramı anlamayı garantilemez aksine kavramı anlamak kavrama ilişkin imajların varlığına işaret eder. Ayrıca Poincaré (1914); bir tanımı anlamının, bazı bireyler için kullanılan tüm terimlerin anlamını bilme ve kavram ile ilişkili bir çelişki olmadığını düşünmek anlamına gelse de, çoğu insan için bu durumun tersinin varlığına işaret etmiştir. Tall (1992) bu durumun ortaya çıkarabileceği bazı sorunlardan bahsetmiştir. Tall'a göre bir kavramı açıklamak kolay iken, onu bir cümle içerisinde tanımlama fikrini anlamak ilk başlarda pek te kolay olmamaktadır. Özellikle de, tanımda, tanımlanmamış sözcüklerin olması; durumu daha da zorlaştırmaktadır. Bu tür durumlarda; bireyin, mantıksal olarak formüle edilmiş kavram tanımına değil de; kişisel kavram imajına dayalı birtakım varsayımlarda bulunmadan başlangıç yapması mümkün değildir. Bu sorunların varlığını bilen birçok araştırmacı formal matematikçiler tarafından formüle edilen kavramlar ile öğrenciler tarafından yorumlanan kavramlar arasındaki uyumsuzluğu fark etmişlerdir (Tall, 1992). Tam da bu nokta da bireylerin kavrama ilişkin anlayışları yani kavram imajları devreye girmektedir.

2.1.3. Neden Açı, Üçgen ve Çokgen Kavramları?

Bu araştırmada matematik kavramlarından açı, üçgen ve çokgen kavramları ele alınmıştır. Bu kavramların seçilme nedenleri Tablo 2. 1 ile ayrıntılı şekilde ifade edilmiştir.

Tablo 2. 1. *Görüşmelerde İncelenen Matematiksel Kavramların Seçilme Nedenleri*

Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanının Seçilme Nedenleri
GEOMETRİ	Açılar	Pilot çalışma sürecinde, "açı" kavramında sorunlar olduğunun görülmesi Çok yönlü bir kavram olması ve farklı algılamalara açık olması
GEOMETRİ	Üçgenler	Yurt dışında "üçgenler" konusunda yapılmış ilgili araştırmalar bulunduğundan; alanda yapılmış çalışmalar ile tartışma açısından uygun bir konu olması
GEOMETRİ	Çokgenler	Pilot çalışma sürecinde, "çokgen" kavramında sorunlar olduğunun görülmesi Yurt dışında "çokgenler" konusunda yapılmış ilgili araştırmalar bulunduğundan; alanda yapılmış çalışmalar ile tartışma açısından uygun bir konu olması

2.1.4. "Matematiksel Tanımlar" ile İlgili Araştırmalar

Matematik eğitimi alanında "açı, üçgen, çokgen" kavramları ile ilgili yapılmış araştırmalar incelendiğinde; farklı öğretim kademelerinde yürütülmüş çeşitli çalışmalara rastlanmıştır.

2.1.4.1. Açı Kavramı ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Alanyazın incelendiğinde açı kavramı ile ilgili genelde yurtdışında yapılmış araştırmalara rastlanmıştır. Yurt dışında yayınlanan araştırmalardan ilköğretim düzeyindekilerin (Clements ve Burns, 2000; Douek, 1998; Foxman ve Ruddock, 1984; Fyhn, 2006; Keiser, 1997; Keiser, 2000, 2004; Mitchelmore, 1997, 1998; Mitchelmore ve White, 2000) çoğunlukta olduğu gözlemlenmiştir. Fyhn (2006) makalesinde dağa tırmanma ile açı arasında bir ilişki olmadığını düşünen 12 yaşındaki dağcı bir kızın, bilinçsizce kullandığı el kol hareketleri ile geometrik düşünme seviyesinin etkilenip etkilenmediğini merak ettiğini belirtmektedir. Araştırmacı bu bağlamda dağcı kız ile görüşmeler yaparak öğrencinin açı kavramı ile geliştirdiği düşünceleri anlamaya çalışmıştır. Araştırma sonucunda ise Fyhn dağcılığın okul geometrisi için uygun bir kaynak olabileceğine ve ek olarak dağcılık ile ilgilenen öğrencilerin açılar veya vektörler ile ilgili çalışmalara yönlendirmenin faydalı olabileceğini belirtmektedir.

Keiser (1997) çalışmasında; 6.sınıf öğrencilerinin geometri bilgilerini incelemiştir. Araştırma sonucunda; öğrencilerin; açılarla ilgili bilgilerinin bağımsız ve zayıf olduğunu, açının köşesi, ışını ya da içbölgesi olan üç yönünden herhangi birine odaklandıklarını belirlenmiştir. Ayrıca bu kavram imajlarının; çoğunlukla pek çok açıyı, açı olarak düşünmenin dışında bıraktığını ve açı ölçüsü gibi pek çok bilgi ile çatıştığını belirtmiştir. Keiser (2000) 6. sınıf matematik derslerinde "açı" kavramı ele alınarak matematiksel kavramların rolüne odaklanmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin arkadaşlarının farklı bakış açılarını duyup düşündükten sonra; açı kavramı için kullanılan pek çok matematiksel durumda uygun olacak şekilde esnek olan bir açı kavram imajı, daha az eksiği olan ve daha kapsamlı yapılandırmaya müsait oldukları görülmüştür. Keiser (2004) bir diğer çalışmasında ise açı kavramını tarihsel gelişimi çerçevesinde ele almıştır. Araştırma, öğrencilerin açı kavramını tartışırken ortaya attıkları bilgileri tarihsel mukayeseler yaparak değerlendirmek amacıyla yapılmıştır ve açı ile ilgili üç temel sorun etrafında şekillenmektedir. Bunlar: Açının büyüklüğü

kastedilirken tam ol arak ölçülen nedir?, Açılar eğrileri ihtiva edebilir mi?, 0°, 180° ve 360^olik açıları hayal etmede(düşünmede) karşılaşılan zorluklar nelerdir?. Bu araştırma da iki tane 6. Sınıf, geometri derslerinde 5 hafta gözlemlenerek elde edilen verileri bu üç soru etrafında tarihsel gelişimi ile karşılaştırarak analiz edilmiştir.

Mitchelmore (1997) araştırmasında 7 yaşındaki dört çocuğun açının dönme, eğim, geçit, dirsek, yansıma ve köşe olmak üzere fiziksel durumlarına ait informal bilgilerini, açı durumlarını nasıl sınıflandırdıklarını bu durumlardan her birini soyut açı modellerinin kullanarak nasıl temsil ettiklerini ve farklı açı durumları arasındaki benzerlikleri ne kadar iyi fark ettiklerini incelemiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin temsil edilen bütün durumlara ait mükemmel bir bilgiye sahip oldukları fakat her durumun belirli özelliklerinin, açı kavramını tanımlayan ortak özelliklerin fark edilmesini fazlasıyla engellediği tespit edilmiştir.

Mitchelmore ve White'ın (2000) yaptıkları araştırma açı kavramının gelişiminin yeni bir teorisini sunmaktadır. Araştırmada kavramsal gelişimde açı kavramının rolü belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun için 2. sınıftan 8. Sınıfa kadar olan 192 öğrencinin kendilerine verilen 9 fiziksel açı durumlarını, modellemede ve bunlar arasındaki benzerliği ifade etmede nasıl kullandıklarını bulmak için teste tabi tutulmuşlardır. Araştırmanın sonucunda; açı kavramı, ilkin açı kollarının görünür olduğu durumlarda açıklandığı bulunmuştur. Hatta sekizinci sınıfta, eğimli durumları ve dönmeyi temsil etmek için açı kavramını kullanmayan öğrencilerin oranının çok büyük olduğu gözlemlenmiştir.

Alanyazın incelendiğinde açı kavramı ile ilgili üniversite düzeyinde olan çalışmalara da rastlanmıştır (Gülkılık, 2008). Gülkılık (2008) yüksek lisans araştırmasını bazı geometrik kavramlar ile ilgili öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram imajlarını keşfetmek ve kavram imajlarındaki gelişimleri anlamak amacıyla yapmıştır. Araştırmanın katılımcılarını 5 tane matematik öğretmeni adayıdır. Görüşme, öğrencilerden elde edilen yazılı dokümanlar ve sınıf gözlemleri aracılığıyla verilerin toplandığı veriler Tall ve Vinner (1981) tarafından geliştirilen kavram imajı ve kavram tanımı yapısı esas alınarak analiz edilmiştir. Geometrik kavramları içeren bir problem durumu ile karşı karşıya gelen öğretmen adaylarının; sadece kazandıkları yeni kavram imajlarını kullandıkları, ilk olarak yeni kavram imajı ile problemi çözmeye çalıştıkları ancak başaramadıkları zaman eski kavram imajına döndükleri, problem çözme

sürecinde eski ve yeni kavram imajlarını birlikte kullanmayı tercih ettikleri tespit edilmiştir.

Açı kavramı ile ilgili alanyazın incelendiğinde öğretmenlerin kavram ile ilgili bilgileri inceleyen bir çalışmaya da rastlanmıştır (Yazgan, Argün ve Emre, 2009). Yazgan, Argün ve Emre, fakülteden yeni mezun olan 15 matematik öğretmeniyle yaptıkları araştırmada; geometride karmaşık ve çok yönlü olan açı kavramını kısıtlayan bilgileri araştırmış ve tartışmışlardır. Bulgular öğretmenlerinin açı kavramını; iki ışının birleşimi, bir bölge olarak ve açının ölçüsünü ise; yay ölçüsü ve pozitif yönlü derece olarak tanımladıklarını göstermiştir. Bunun yanında öğretmenlerin kullandıkları temsilleri göz önünde bulundurarak; öğretmenlerin açı ve açının ölçüsü kavramları hakkında yeterli bilgilere sahip olmadıkları yorumu yapılmıştır.

2.1.4.2. Üçgen Kavramı ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Alanyazın göz önüne alındığında açı kavramı ile ilgili çalışmalardan bazılarının üniversite düzeyinde oldukları görülmüştür (Kaplan ve Hızarcı, 2005; Gutiérrez ve Jamie, 1999). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının, "üçgen" kavramı ile ilgili bilgi düzeylerini tespit etmek amacıyla; Kaplan ve Hızarcı (2005), ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf 45 öğrenci ile çalışmalarını yapmışlardır. Veri toplama sürecinde; öncelikle öğrencilerden, "üçgen" kavramını tanımlamaları istenmiştir ve öğrenci tanımları incelenerek, altı kategori altında toplanmıştır. Daha sonra ise, bu altı tanım için, üçlü derecelendirme ölçeği şeklinde bir anket oluşturulmuş ve aynı öğrenci grubuna uygulanmıştır. Veriler, yüzde/frekans tekniği kullanılarak analiz edilmiştir. Anket sonuçları değerlendirildiğinde; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının çoğunluğunun, kendilerine sunulan tanımlar arasından en uygun tanımı bulmada başarılı oldukları söylenebilse de; formal üçgen tanımı ve üçgen özellikleri arasındaki farkı iyi bir şekilde analiz edemedikleri belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları, üçgen tanımını üçgenin temel özelliklerinin bir bileşkesi olarak görmeyerek, üçgene dair bildikleri en temel özelliği tanım olarak ifade edebildikleri tespit edilmiştir. Gutiérrez ve Jamie'nin (1999) çalışmalarında; verilen bir testte 190 öğretmen adayı tarafından sergilenen üçgenin yüksekliği kavramı ile ilişkili hatalar, zorluklar, kavram imajları incelenmiştir. Burada; formal tanımın varlığı ve yükseklik kavramını ele alan önceki sınıf etkinlikleri gibi iki değişkenin öğretmen adaylarının performansları üzerindeki etkisi

tanımlanmıştır. Araştırma sonucunda bazı ortak hatalar sınıflandırılarak analiz edilmiştir ve bu hatalara sebep olabilecek kavram imajları belirlenmiştir.

Alanyazında öne çıkan bir diğer çalışmada ilköğretim düzeyinde üçgenlerin ele alındığı Vighi'nin (2003) çalışmasıdır. Vighi araştırmasında kişisel ve geometrik anlamlandırma arasındaki boşluk ile "üçgen" sözcüğünün kişisel anlamı içerisindeki deneyimler rapor edilmiştir. Araştırma sonucunda; deneysel sonuçlara ve teorik yansımalara bağlı olarak, öğrenci kavramalarının önemini vurgulamak ve derece derece kavrama odaklanmaya yardım etmek amacıyla şekilleri sınıflandırmak için bir etkinlik ortaya atılmıştır.

2.1.4.3. Çokgen Kavramı ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Alanyazın incelendiğinde farklı öğretim kademelerinde çokgen kavramı ile ilgili çalışmalara (Ward, 2004; Berkün, 2011; Türnüklü ve Berkün, 2013) rastlanmıştır. Ward (2004) ilköğretim öğretmen adaylarının, "çokgenler" kavramına dair kavram imajlarını ve matematiksel tanımlarını incelemek amacıyla; yedi öğretmen adayı ile bir araştırma yapmıştır. Araştırmada, öğretmen adaylarından; üçgenler ve altıgenlerin bulunduğu çeşitli şekilleri sınıflandırmaları, teşhis etmeleri ve tanımlarını yapmaları istenmiştir. "Çokgenler" konusuna başlanmadan önce, dersin ilk haftasında, öğretmen adayları ile görüşmeler yapılmıştır. Her öğretmen adayı, yerine getirmeleri istenilen üç görevi (Eğer varsa; "Bu şekillerden, hangileri bir üçgendir?"; "Bu şekillerden, hangileri bir dik üçgendir?"; "Bu şekillerden, hangileri bir altıgendir?") tamamlamaları esnasında videoya çekilmiştir. Veri analizi sonucunda; bu öğretmen adaylarının çokgenlere yönelik sahip oldukları kavram imajlarının kapsamının sınırlı olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının çoğu; "dik üçgen" için "dikliği gösterilen, dik kenarları düşey-yatay konumda olan dik üçgen" kavram imajına, "altıgen" için "düzgün, dışbükey ve tabana paralel olan altıgen" kavram imajına sahiptir. Sonuç olarak, "çokgenler" için kavram imajlarının; matematiksel tanımlarından ve özelliklerinden daha etkili olmasına rağmen, kapsam açısından sınırlı olan örnekler ve örnek olmayan durumlar olduğu görülmüştür.

Alanyazında, ilköğretim seviyesinde (5 ve 7. sınıf) de çokgen kavramının çalışıldığı araştırmalara (Berkün 2011; Ergün, 2010; Türnüklü ve Berkün, 2013) rastlanılmıştır. Türnüklü ve Berkün (2013) araştırması; Berkün'ün (2011) yüksek lisans

çalışmasına dayalı bir araştırmadır. Berkün (2011) yüksek lisans tezini; ilköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imajlarını ve çokgenleri sınıflandırma stratejilerini belirlemek, çokgenler üzerindeki imajları ile sınıflandırma stratejileri arasındaki ilişkiyi incelemek ve çokgenler üzerindeki imajları ve sınıflandırma stratejileri arasında sınıf düzeylerine ve cinsiyete göre farklılık varsa bunları ortaya çıkarmak amacıyla yapmıştır. Nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin birlikte kullanıldığı bu araştırma, 10 adet ilköğretim okulundan 1000 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada çokgen imajları ve çokgenleri sınıflandırma testi, görüşme formu ve çokgen imajları ile çokgenleri sınıflama çalışma yaprakları kullanılmıştır. Çokgen imajları ve çokgenleri sınıflandırma testi 48, görüşme formu 8 sorudan oluşmaktadır. Görüşmeler farklı başarı düzeyinde gönüllü 50 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırma sonucunda ilköğretim 5 ve 7.sınıf öğrencilerinin çokgenleri sınıflandırırken kullandığı 10 strateji belirlenmiştir. Bunlar; şekilleri dikkate alma, karşılaştırma, rastgele, öğrenilmiş bilgilere dayalı, çokgenler üzerindeki imajlarına bağlı kalarak, çokgenlerin duruşlarına dayalı, kenar özelliklerini dikkate alarak, açı özelliklerini dikkate alarak, bağımsız düşünerek, çokgenler arasındaki ilişkileri düşünerek olmak üzere adlandırılmıştır. Nicel veri analizleri sonucunda ise, çokgenler üzerindeki imajların ve sınıflandırma stratejilerin sınıf düzeyine ve cinsiyete göre anlamlı fark göstermediği belirlenmiştir.

Ergün (2010) ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimlerini belirlemek amacıyla; 10 ilköğretim okulundan toplamda 611 öğrenci ile çalışmanın nicel kısmını, farklı başarı düzeyindeki 27 öğrenci ile de çalışmanın nitel kısmını gerçekleştirmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak, Kişisel Bilgi Formu, Çokgen Algılama ve Sınıflama Ölçeği ve Görüşme Formu kullanılmıştır. Öğrencilerin çokgen algılama ve sınıflama becerisini etkileyebileceği düşünülen bağımsız değişkenlere yönelik bilgiler "Kişisel Bilgi Formu" ile elde edilmiştir. Öğrencilerin çokgen algılama ve sınıflama düzeylerini belirleyebilmek amacıyla ise, geliştirilen 40 sorudan oluşan "Çokgen Algılama ve Sınıflama Ölçeği" uygulanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin sıklıkla prototip figürler kullandıkları ve bunları genel şekil olarak algıladıkları; dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi algılamakta güçlük çektikleri ve parçalı sınıflamayı tercih ettikleri; çokgenleri tanımlarken ekonomik olmayan, gerek yeter koşulları içermeyen tanımlamalar yaptıkları; matematik alan dilini kullanmadaki yetersizliklerinin tanımlama becerilerini

olumsuz yönde etkilediği ve öğrencilerin kişisel çokgen tanımlarının, formal tanımlardan farklı olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin çokgen algılama becerileri ile çokgen sınıflama becerileri arasında pozitif anlamlı ve yüksek ilişki olduğu; cinsiyet değişkenine göre de öğrencilerin çokgen algılama ve sınıflama ölçeğinde aldıkları puanlar arasında anlamlı fark olmadığı belirlenmiştir.

Çokgen kavramı ile yapılan çalışmalara bakıldığında, sadece çokgen kavramı çalışılmakla birlikte özellikle dörtgen kavramı üzerinde çalışmalar (De Villers, 1998; Fujita, 2012; Fujita ve Jones, 2006, 2007; Heinze ve Ossietzky 2002; Okazaki ve Fujita, 2007; Türnüklü, Berkün ve Akkaş, 2013; Zazkis ve Leikin, 2008) yapıldığı görülmüştür. Heinze ve Ossietzky (2002) 8. sınıf öğrencilerinin basit geometrik kavramları kullanmada yaşadıkları zorlukları ortaya çıkarmak amacıyla bir araştırma yapmıştır. 8. sınıf öğrencilerin seçilmesinin nedeni, matematik derslerinde ispatlara yer verilmeye 8. sınıfta başlanması olarak belirtilmiştir. Araştırmada, "öğrencilerin 'dörtgen' (özellikle 'kare' ve 'dikdörtgen') kavramına dair anlayışlarının; –eşdeğer tanımları fark etme, ters örnek bulma, gerekli ve yeterli koşulları ayırt etme gibi– farklı matematiksel problem durumları için yeterli olup olmadığı" sorusuna yanıt aranmıştır. 106 tane 8. sınıf öğrencisi ile yürütülen bu araştırmadan; öğrencilerin "dörtgen" kavramı ile ilgili anlayışlarında eksiklikler olduğu sonucu çıkarılmıştır. Özellikle belirli problemler üzerinde çalışmak için kavramları kullanmaları gerektiğinde; öğrencilerin büyük bir kısmının, kavram tanımına başvurmaksızın, daha sınırlı olan kişisel kavram imajını kullandıkları görülmüştür. Buna bağlı olarak bu eksiklikler; özellikle "dörtgenler" in sınıflandırılmasına dair farklı bir anlayıştan, matematiksel dili ve matematiksel düşünmeyi anlamada yaşanan zorluklardan kaynaklandığı belirtilmiştir. Eksikliklerin bu iki kaynağının da; matematik derslerindeki ispatları öğrenme ve öğretme açısından zorluklara neden oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Zazkis ve Leikin (2008) ise; 40 ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile yaptığı çalışmasında, öğrencilerin ürettiği örneklerin belirli matematiksel kavramlara ilişkin anlayışlarını yansıttığını öne sürerek, öğretmen adaylarının "kare" tanımı için ürettikleri örnekleri incelemişlerdir. Öğrencilerden ilk önce, yazılı olarak "bir karenin tanımı için mümkün olduğunca çok örnek vermeleri" istenmiştir. Bir hafta sonra ise, öğrencilere "karenin tanımı için 24 örnekten oluşan bir liste" verilmiş; öncelikle, her bir örneğin geçerliliğini bireysel olarak değerlendirmeleri ve ardından da kararlarını küçük gruplar halinde karşılaştırmaları istenmiştir. Veri analizi yaparken; "ulaşılabilirlik", "doğruluk",

“zenginlik” ve “genellik” kategorileri esas alınmıştır. Sonuçlar; “bir matematiksel tanımın neleri içermesi gerektiği” konusunda katılımcıların anlayışlarını ortaya çıkarmış; ayrıca katılımcıların pedagojik tercihleri ile matematiksel düşüncelerini karşılaştırmıştır. Gruplar tarafından üretilen tanım örnekleri incelendiğinde; katılımcı tercihlerinin daha çok, matematiksel değil de, pedagojik yönde olduğu saptanmıştır. Başka bir deyişle, birçok öğrenci; kendilerine yöneltilen “listedeki örneklerden hangileri geçerli kare tanımlarıdır?” sorusunu, tartışmalarda dolaylı olarak “öğrencilerimle aşağıdaki tanımlardan hangilerini kullanırdım?” sorusuna çevirmişlerdir.

Türnüklü, Alaylı ve Akkaş (2013) araştırmalarında; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenleri nasıl tanımladıklarını, sınıfladıklarını ve dörtgenlere ait imajlarının ne olduğunu ortaya koymayı amaçlamışlardır. Nitel bir çalışma olan bu araştırma, bir eğitim fakültesinde öğrenim gören, 3 ve 4. sınıf, 36 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Veriler yarı- yapılandırılmış görüşme ile toplanmıştır. Elde edilen veriler, tümevarımcı içerik analizi ile analiz edilmiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin kişisel tanımlarında bazı yanlış algılar oluşturdukları tespit edilmiştir. Çalışmaya katılan bazı adaylarda oluşan eşkenar dörtgene dair imaj, eşkenar dörtgen ile karenin farklarını ortaya koyma açısından problem yaratmıştır. Öğretmen adaylarının özellikle eşkenar dörtgen ve yamuk şekilleri için hatalı çizimler yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının, dörtgenleri aile ilişkilerini göz önünde bulundurarak sınıflandırma yapamadıkları, genelde parçalı sınıflamaya yöneldikleri görülmüştür.

De Villiers’in (1998) çalışmasında öğrencilerin aynı kavram için alternatif farklı tanımların mümkün olduğunu; tanımların ekonomik olabileceğini; bazı ekonomik tanımların özelliklerin kısa ve kolay ispatını sağladığını anlamasını amaçlamıştır. Ayrıca öğrencilerin geometrik kavramların formal, ekonomik tanım oluşturma becerilerini geliştirmesini sağlayan etkinliklere yer vermiştir. Bu çalışmanın birinci aşamasında öğrencilere 6 tane farklı eşkenar dörtgen şekli verilerek bu şeklin ismini; özelliklerini ve tanımını belirtmeleri istenmektedir. Bu aşamada öğrenciler buldukları özellikleri art arda sıralayarak ekonomik olmayan tanımlar yaptıkları ve eşkenar dörtgeni tanımlamak için yeterli bilgileri içermeyen kısa tanımlar yaptıkları belirlenmiştir. Öğrenciler daha sonra bir tanımdan hareket ederek bu tanımdan çıkarılan diğer tüm özellikleri mantıksal olarak kontrol etmelerini gerektiren çıkarım safhasına

geçmişlerdir. Son aşamada ise öğrencilerin tanımlama yeteneğinin gelişip gelişmediğini belirlemek için önce deney grubuna yeniden yapılandırma ile, kontrol grubuna doğrudan öğretim ile öğretilen bir kavramın tanımını yapmaları istenmiştir. Ardından öğrencilerin önceden tanımlamadığı bir kavram verilerek öğrencilerin tanımlamaları istenmiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde ise deney grubunda bulunan öğrencilerin her iki durumda da doğru ve ekonomik tanımlarının yüzdesinin daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda deney grubundaki öğrenciler daha az ekonomik olmayan tanımlar yapmışlardır.

Fujita (2012), 19 stajyer öğretmen ile yaptığı çalışmada katılımcıların yarısından fazlasının, doğru tanımı bildikleri halde, dörtgenleri prototip örnekleri/şekilleri göz önünde bulundurarak değerlendirdikleri bulgusunu elde etmiştir. Aynı zamanda, bazı katılımcılar dörtgenler arasındaki ilişkileri anlamada yetersiz kalmışlardır. Yine, Fujita ve Jones (2006, 2007) önceki araştırmalarında, öğretmen adaylarının temel geometrik şekillerle ilgili bilgilerinin sınırlılıklar içerdiğini, özellikle dörtgenleri tanımlamada ve sınıflandırmada zorluklar yaşadıklarını rapor etmişlerdir. Okazaki ve Fujita (2007) dörtgenler arasındaki dâhil olma ilişkilerinin anlaşılma durumu ve sürecini inceledikleri çalışmalarında; Japonya ve İskoçya'da verilerini toplamışlardır. Sonuç olarak; her bir dâhil olma ilişkisine ait öğrenci anlayışlarının birbirinden farklı olduğunu, ayrıca Japonya'da kare- dikdörtgen şekilleri ile İskoçya'da ise dörtgenlerin açıları ile ilişkili -*öğrencileri, dörtgenlerin dahil olma ilişkilerini kavramadan tamamıyla engelleyen*- güçlü prototip fenomenlerin bulunduğu tespit edilmiştir. Ek olarak hem Japonya'da hem de İskoçya'da ortak olan bilişsel yolların ve analoji yardımıyla dörtgenler arasındaki dâhil olma ilişkilerini öğretmek için tartışılan bu yollara dayanan bir rotanın varlığı doğrulanmıştır.

Yapılan çalışmalar genel olarak incelendiğinde öğrencilerin geometrik kavramları tanımalarına rağmen, tanımlarını oluşturmakta güçlük yaşadıkları ve çokgenlerle ilgili prototip imgeleri onların tanımlarını da olumsuz yönde etkilediği belirlenmiştir. Ayrıca, öğrenciler tanımlarda bulunması gereken gerek ve yeter koşulların farkında olmadıkları ve tanımlama yaparken akıllarına gelen tüm özellikleri art arda sıralayarak ekonomik olmayan tanımlar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin tanımlama becerilerini geliştirmek ve tanımlarda bulunması gereken gerek-yeter

koşulları daha iyi anlamalarını sağlamak için çeşitli etkinliklerin yapıldığı araştırmalara da yer verildiği görülmektedir.

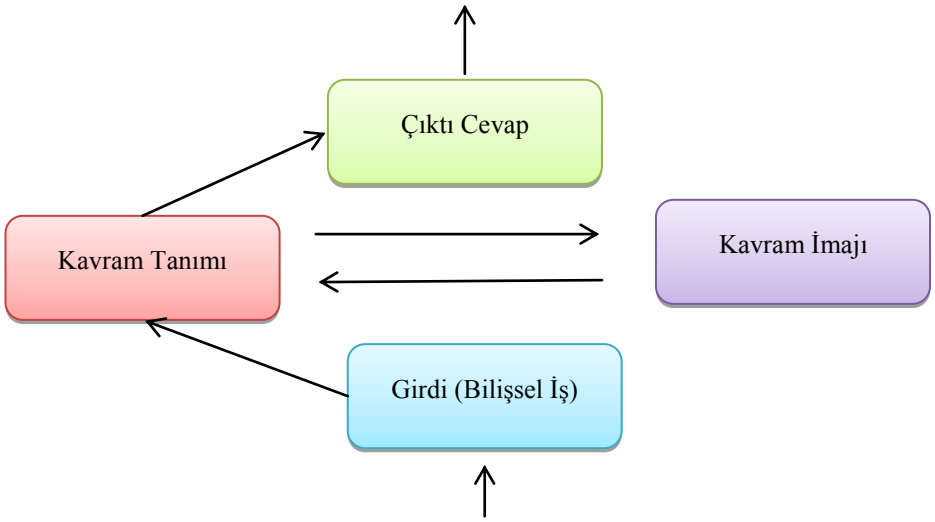
2.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Matematikte yer alan bazı kavramlar somut; bazıları ise daha soyut ve karmaşıktır. Kavramlar, bireyler arasındaki iletişimi kolaylaştırmakla birlikte; bireyler arasında kavram birliği sağlanamadığı takdirde yanlış anlaşılmalara da sebep olabilir (Erden ve Akman, 1997). Bu nedenle matematikte ilkel kavramlar hariç her kavramın birer tanımı vardır.

Matematik kavramlarına ait isimler duyulduğunda veya görüldüğünde; bu isimler uyarıcı bir etki oluşturarak, insan zihninde bir takım şeylerin çağrıştırılmasına neden olmaktadır. Genellikle kavramlar, bir tanıma sahip olmasına rağmen, insanların zihninde çağrıştırılanlar kavramın tanımı olmamaktadır (Vinner, 1991). Çağrıştırılan bu yapılar, Vinner ve Herschowitz (1980) tarafından kavram imajı olarak adlandırılmış, daha sonra Tall ve Vinner (1981) ve Vinner (1983) tarafından kavram imajı-kavram tanımı ayrımı ele alınmıştır. Vinner (1983) kavram tanımını o kavramı kesin bir şekilde belirleyen kelimeler ve semboller bütünü olan ve matematikçiler tarafından kabul gören ifadeler olarak tanımlarken; Tall ve Vinner (1981) kavram tanımı, kavramı belirten, anlatan kelimelerin bir formu şeklinde tanımlamıştır. Kavram tanımı formal olabileceği gibi informal de olabilir (Tall ve Vinner, 1981). Öğrencilerin, her zaman kavram tanımından yola çıkarak muhakeme yapmadıkları bilinen bir gerçektir. Bu durumu açıklamak için alanyazında kullanılan terim *kavram imajı* olmuştur. Araştırmacılar kavram imajını farklı bakış açılarıyla tanımlamışlardır (Barnard ve Tall, 1997; Tall, 1988; Tall ve Vinner, 1981; Viholainen, 2008a, 2008b; Vinner ve Dreyfus, 1989; Vinner ve Herschowitz, 1980). Vinner ve Herschowitz ile Tall ve Vinner kavram imajını, bireyin zihnindeki matematiksel bir kavram ile ilişkili bireyin zihninde oluşturduğu tüm bilişsel yapı olarak tanımlarken, Vinner ve Dreyfus kavram tanımları ve örnekleri ile oluşan öğrenci deneyimlerinin bir sonucu olarak tanımlamışlardır. Barnard ve Tall (1997) kavram imajı için bilişsel birim terimini kullanmıştır. Onlara

göre bilişsel birim; semboller, teoremler, temsiller, özellikler veya kavram ile ilişkili herhangi bir özelliktir. Viholainen (2008a) ise kavram tanımının, kendi kavram imajını ürettiğini belirtmiştir. Tüm bunlar göz önüne alındığında; kavram imajı, kavramı belirtmek için kullanılan bir açıklama ile ilişkili ol(may)abilir. Kavram tanımı, genellikle matematik topluluğu tarafından kabul edilen formal matematiksel tanım ile tutarlı ol(may)abilir. Bu sebepten ötürü, bireylerin kavram imajları formal olarak doğru olanı içer(mey)ebilir (Barnard ve Tall, 1997; Vinner, 1983; Vinner, 1991; Tall, 2000).

Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkilere de değinen araştırmacıların çoğu; bilişsel yapıda iki hücre olduğunu, bunlardan birisinin kavram tanımı diğerinin ise kavram imajı olduğunu savunmuştur (Barnard ve Tall, 1997; Rösken ve Rolka, 2007; Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 1991). Buna göre kişisel bir kavram tanımı, formal bir kavram tanımından ayrıdır. Yani, kişisel kavram tanımı bir bireyin uygulamada kavramı tanımlamak için kullandığı kişisel yolu anlamına gelmektedir. Hâlbuki formal kavram tanımı matematiğin formal aksiyomatik sisteminin bir parçasıdır. Ancak daha sonra Tall (1988, 2005), kavram tanımını kavram imajının bir parçası olarak ifade etmiştir. Bazı araştırmacılara göre ise, formal kavram tanımı genellikle kesindir fakat kavramın kişisel yorumlamaları bireyler arasında değişiklik gösterebilir ve aynı zamanda içeriğe de bağlı olabilir (Pinto, 1998; Pinto ve Tall, 1999; Pinto ve Tall, 2002). Bu araştırmada kavram tanımı ve kavram imajının bilişsel yapı içerisindeki birer hücre olduğu kavramsal yapı kullanılacaktır. Yani kavram imajı; kişinin yeni uyarıcılarla karşılaşması durumunda zaman içinde her tür deneyiminin ve değişikliğin üstüne kavramı oluşturması (Tall ve Vinner, 1981) şeklinde ele alınacaktır. Ek olarak bu çalışmada; bireylerin oluşturduğu kavram tanımı (kişisel kavram tanımı) kavram imajının bir parçası olduğu ve formal kavram tanımının bir kavram imajı olmadığı (Tall, 1980) düşünülecektir. Bu bilgiler ışığında; kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki etkileşimler Vinner'a (1991) göre şekil 2. 1' deki gibi Rösken ve Rolka'ya (2007) göre şekil 2. 2'deki gibidir. Şekil 2. 1 ile verilen diyagramda birinci hücre kavram tanımı ve ikinci hücrede kavram imajı hücresidir. İlk hücre ve hatta bazen iki hücre de boş olabilir. Vinner (1983, 1991) ise bireyin başlangıçta kavram imajı hücresinin boş olduğunu savunmaktadır. Şekil 2. 2 ile verilen diyagramda ise; Rösken ve Rolka kavram tanımı ve kavram imajı farklı hücreler ile incelenirken kavram imajının içerikleri de incelemişlerdir.



Şekil 2. 1. *Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Arasında Olması Beklenen Etkileşim* (Vinner, 1991)



Şekil 2. 2.*Kavram Tanımı ile Kavram İmajı Arasındaki Etkileşim* (Rösken ve Rolka, 2007)

Kavram imajı, genellikle kavram tanımı tarafından değil de, tipik örneklerle oluşmaktadır (Vinner ve Dreyfus, 1989). Ancak öğrenciler herhangi bir fikrin matematiksel bir kavramın örneği olup olmadığına karar verirken genellikle o kavramın

tanımını kullanmazlar, Çoğu zaman zihinlerindeki kavram imajlarını yani o kavram ile ilgili oluşturulan bütün süreçleri, özellikleri ve zihinsel resimleri temel alarak karar verirler (Tall ve Vinner, 1981; Rasslan ve Vinner, 1997). Bu nedenle; kavramın örnekleri tarafından oluşturulan kavram imajı ve kavram tanımı tarafından oluşturulan kavram imajı aynı olmayabilir. Kişisel kavram imajının çeşitliliği, matematiksel bilginin sadece formal olarak aktarılan bir olgu olmadığını göstermektedir. Yani öğrencilerin daha tutarlı bir kavram oluşturabilmeleri için onlara daha zengin deneyimler verilmesi gerekmektedir. Tutarlı bir kavram oluşturmak zannedildiği kadar kolay değildir. Çünkü tutarlı bir kavram imajı kazanmak için gerekli ol(may)an örneklerin çeşitliliği ile bilişsel gereksinimleri kabul edilemez seviyeye yükseltebilen karmaşıklık arasında bir denge kurulmalıdır (Tall, 1988). Diğer bir ifade ile kavram imajı içeriği konusunda tutarlı ve ille de uyumlu olmayabilir; öğrencinin farkında olmadığı çelişkili yönleri de içerebilir (Rösken ve Rolka, 2007). Dolayısıyla eğer imaj, formal tanım ile çelişen deneyimler üzerine kurulmuş ise formal teori ile uyuşmayan cevaplara yol açabilir (Tall, 1988). Potansiyel olarak çelişki içeren bir kavram imajı gelişirken, öğrencilerin formal tanımı içeren sorulara doğru bir şekilde cevap vermelerinin öğretilmesi mümkündür (Tall, 1988). Yani, öğrencilerin formal tanımı içeren sorulara doğru cevap verebilmeleri için; kavram tanımı veya kavram imajının bir parçasıyla çelişebilen diğer bir kavram imajı veya kavram tanımının parçası çağrılmalıdır (Tall ve Vinner, 1981). Ek olarak Tall aynı zamanda öğrencilere anlamlı gelmesi şartıyla daha erken bir aşamada bu potansiyel çelişkilerin tartışma ile azaltılabileceğini de ifade etmiştir.

Cottrill'e (2003) göre; kavram imajı ve kavram tanımı yapısını öğreten kişinin, öğrenenlerin kavramsal temelleri anlamalarında etkin rol oynamaktadır. Eğer matematik öğretmenleri tanımları doğru anlarlarsa; o zaman tanımların arkasındaki kavramlar, öğretmenin dikkatli açıklaması ve öğrencinin çalışkanlığı ile birlikte, kavram imajının öğrenciye açık olacağı yönünde yaygın bir inanış vardır. Eğer bu yorum doğruysa o zaman, bir kavramın bir öğretmen tarafından yapılan tanımı bazı öğrenciler için doğru çağrıştırmaları uyandırabiliyor iken çoğu öğrenciler için ise istenmeyen kavram imajlarını oluşturabilecektir (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Bu nedenle matematik öğretiminde kavram imajı çok önemli yapılardan bir tanesidir.

2.3. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı ile İlgili Araştırmalar

Bu alt bölümde; "kavram tanımı-kavram imajı" ile ilgili olarak, yapılmış araştırmalara yer verilecektir. Kavram tanımı-kavram imajı; hem yurt içinde hem de yurt dışında farklı konu başlıklarında sıklıkla çalışılmıştır.

Fonksiyon kavramını ele alan araştırmacılar lise (Akkoç, 2006; Vinner, 1983) ve üniversite kademelerinde (DeMarois, 1996; Meehan, 2002) çalışmalarını yürütmüşlerdir. Lise kademesinde araştırmasını yapan Vinner (1983) çalışmasında kavram tanımı ve kavram imajı ile ilgili geniş bilgilere yer vermiş ve bu modele göre amacının 10. sınıf 65 ve 11. sınıf 81 öğrencinin fonksiyon kavramının öğrenmesinde bazı fenomenleri analiz etmek olduğunu belirtmiştir. Çalışmada daha önce bir şekilde fonksiyon kavramı ile karşılan bazı öğrenciler olsa da sanki daha önce hiç karşılaşmamış gibi formal olarak tanıtılmıştır ve ardından öğrencilere 5 adet soru yöneltilmiştir. Başarı testlerinde ve uygulamalarda kavram imajının önemli bir rol almasına gerek olmadığı, öğrencilerin yanlış kavram imajına sahipken bile sınavlarda başarılı olabileceklerini ancak matematik eğitiminde değinilmesi gereken bir nokta olduğu sonucuna varmıştır.

Öğrencilerin yüksek matematik ile ilk kez karşılaştıklarında matematik eğitimi araştırmalarının onlara yardım edip edemeyeceğini sorguladığı çalışmasında Meehan (2002), iyi tanımlı fonksiyon kavram imajını incelemiştir. 11 öğrenci ile çalışan araştırmacı öğrencilerin kavram imajlarını dört aşamada belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilere sırasıyla iyi tanımlı fonksiyon kavramına ait bir tanımın yer aldığı bir tanım sayfası, öğrencilerden bu tanıma bir örnek beklediği üretme sayfası, birçok fonksiyonun bulunduğu ve öğrencilerin iyi tanımlı olanları belirlemesini beklediği sağlama sayfası ve öğrencilerin cevaplarının doğruluğunu araştırdığı bir tahmin sayfaları verilmiştir. Araştırmacı ayrıca öğrencilerin neden kavram tanımlarına önemsiz şeyler gözüyle baktığını anlamaya çalıştığını söylemiştir. DeMarois (1996) araştırmasında fonksiyon kavramının hem derinliğine (katmanlı) hem de genişliğine (yüzeyler veya temsiller) bir fonksiyon bakış açısı inşa ederek fonksiyon kavramını oluşturan farklı yapıları incelemişlerdir. İlk ve son ders anketleri ve görev tabanlı görüşmeler cebir öğrencilerinin fonksiyon kavram imajlarını geliştirici bir profil oluşturmak için kullanılmıştır.

Yapılan alanyazın taramasında; öğretmenler ve üniversite öğrencileri ile yürütülmüş, konu ile ilgili bir araştırmaya da rastlanmıştır. Vinner ve Dreyfus (1989), "fonksiyon" kavramını ele alarak, imajlar ile tanımları karşılaştırmak için 271 üniversite öğrencisi ve 36 ortaokul öğretmeni ile bir araştırma yapmışlardır. Altı soru, katılımcıların "fonksiyon" imajının bazı yönlerini; bir soru ise, katılımcıların tanımlarını incelemek amacıyla tasarlanmış toplam 7 sorudan oluşan bir soru kâğıdı kullanılarak; muhakeme yeteneği ve tutarlı bir şekilde tanıma başvurma yeteneği gibi matematiksel düşüncenin bazı bileşenleri incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrencinin ders seviyesinin, öğrencinin muhakeme örüntülerinin iyi bir göstergesi olduğu sonucuna varılmıştır.

Alanyazın incelemesinde limit ve süreklilik konularını ele alan araştırmalar (Tall ve Vinner, 1981; Przenioslo, 2004) da bulunmuştur. Tall ve Vinner'ın yapmış olduğu çalışma pek çok kavram imajı çalışmasına esin kaynağı olmuştur. Araştırmacılar bu çalışmada kavram imajı ve kavram tanımı terimlerini detaylı bir şekilde anlatmış, potansiyel ve bilişsel çatışma faktörlerinden söz etmişlerdir. Ardından bazı uygulamalı müfredat problemlerinden yola çıkarak öğrenci cevaplarını kavram imajı ve kavram tanımı yapısı gözüyle incelemişlerdir. Przenioslo (2004) ise Polonya da üniversite 3, 4 ve 5. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada, üniversitedeki matematiksel çalışmalar kursunda şekillenmiş olan limit kavram imajlarına bakılmıştır. Öğrencilerin kavram imajlarını belirlemek için kavram imajları, kavram imajının anahtar sözcüğü, çağrışımlar, verimlilik ve dejenerasyon alt basamaklarında irdelenmiştir. Daha sonra ortaya çıkan kavram imajları kendi aralarında komşuluğa dayanan imajlar, grafik yaklaşımına dayanan imajlar, algoritmalar, vb. şeklinde sınıflandırılmıştır. Yapılmış çalışmalar incelendiğinde; branşı matematik olan üniversite öğrencileri ile gerçekleştirilmiş araştırmalara da rastlanmıştır. Roh (2008) matematik bölümü öğrencilerinin, 'bir dizinin limiti'ne dair imajlarının, 'bir dizinin limiti'nin tanımlarını anlamalarını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Öğrencilerin, özel olarak tasarlanmış uygulamalı bir etkinlik yardımıyla, dizilerin yakınsamalarını anlatan ifadelerin uygunluğunu değerlendirdikleri bir dizi yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde öğrencilerden, verilen dizileri sayısal ve grafiksel olarak göstermeleri; ayrıca bir dizinin bu gösterimlerinden her biri için, bu dizinin yakınsaklığını/ıraksaklığını ve (eğer varsa) limitini belirlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin 'bir değere yaklaşan bir dizi' ifadesinden kastettikleri şeyin, 'bir dizinin

limiti'ne dair sahip oldukları imajlara göre değiştiği görülmüştür. Araştırmanın bulguları; öğrencilerin "limit" tanımlarını anlamalarının; önceden oluşturmuş oldukları "limit" imajlarının, matematiksel limit kavramıyla uyumlu olup olmamasıyla yakından ilişkili olduğunu göstermiştir.

Teğet kavramını (Tall, 1987) ve dönüm noktaları (Tsamir ve Ovodenko, 2004) ele alan araştırmalara da alan yazında rastlanmıştır. Tall (1987) deneysel çalışmasında; deney grubunda bilgisayar yardımı ile y=|sinx|, y=xsin(1/x) fonksiyonlarının orijinde teğeti gibi farklı örnekler üzerinde teğet kavramını tartışmalarını sağlamıştır. Kontrol gruplarına ise, geleneksel bir eğitim verilmiştir. Elde edilen bulgular deney grubundaki öğrencilerin daha tutarlı bir kavram imajı oluşturdukları görülmüştür.

Türev kavramını ele alan araştırmalar (Bingölbali ve Monaghan, 2008; Giraldo, Carvalho ve Tall, 2002; Viholainen, 2008a) da alanyazında rastlanan diğer çalışmalar olmuştur. Bingölbali ve Monaghan (2008) çalışmalarında makine mühendisliği ve matematik birinci sınıf öğrencilerinin türevin kavramsal gelişimi ile ilgili değişimin oranı ve eğim yönünden araştırmışlardır. Araştırmacılar makine mühendisliği öğrencilerinin kavram imajları, türevin değişim oranları yönü bakımından; matematik öğrencilerinin kavram imajları ise eğim yönleri bakımından geliştirdikleri sonucuna ulaşmışlardır. Buna ek olarak öğrencilerin gelişen kavram imajlarının ve belirli şekillerle ilişkilendirdikleri yolun öğretme uygulamaları ve bölümsel bakış açıları ile çok yakından ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Giroldo, Carvalho ve Tall araştırmalarında; işlemsel temsiller ve ilişkili teorik formülleştirme arasındaki bariz çelişkilerin öğrencilerin limit ve türev kavram imajlarını nasıl olumlu bir şekilde zenginleştirilebileceği amaçlamışlardır. Altı üniversite öğrencisinin teorik-işlemsel çelişkili durumların nasıl üstesinden geldiklerine dair bazı sonuçlar sunmuşlardır. Viholainen ise; araştırmasında kavram imajının tutarlılığının seviyesi ve kavramı ilgilendiren bilişsel yapının nasıl organize edildiği ile ilgili bazı bilgiler vermektedir. Araştırmada türevlenebilirlik durumunda hatalı sonuç çıkarmalar ve kavram imajının tutarlılığındaki eksiklikler arasındaki ilişkiyi incelenmiştir. Veriler, matematiğin formal teorisine çelişkili olan yorumlar yapan bir öğrenci ile yapılan görüşmeler ile elde edilmiştir. Araştırma sonucunda; muhakeme yoluyla kazanılmış çıkarımlar ve kavram imajlarının yapısı arasında dikkate değer bir etkileşimin olduğu ortaya çıkmıştır. Sadece bir çıkarımın, kavram imajının yapısı üzerinde geniş çaplı etkilere sahip olabileceği ve

diğer taraftan çıkarımların var olan kavram imajı yapısına dayalı olabileceği tespit edilmiştir.

İntegral kavramını ele alan çalışmalardan birisi de Rösken ve Rolka'nın (2007) araştırmasıdır. Rösken ve Rolka nitel bir araştırma desenini kullandıkları çalışmalarını kavramsal olarak Rasslan ve Tall (2002)'un çalışması odaklı yapmışlardır. Araştırmada 24 öğrencinin integral konusundaki kavram tanımları ve kavram imajları incelenmiştir. Öğrencilerin kavram imajlarının, çeşitli kavramaları ve koşulları yeterince açıklanmayan integrali olmayan kavramını içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. İntegral kavramı ile ilgili bir başka çalışmada; Rasslan ve Tall'un (2002) çalışmasıdır. Burada belirli integral kavramına dair öğrenci tanımlarını, imajlarını ve bunlar arasındaki ilişkiyi incelenmiştir. Araştırma; daha deneysel ve kavramsal bir müfredat takip eden ve sınav sonuçları, ortalamanın üstünde olan 41 lise son sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak amacıyla hazırlanan 6 soruluk anketin bir sorusu, öğrencilerin belirli integral kavramının tanımını bilip bilmediklerini kontrol etmek; diğer 5 soru ise, öğrencilerin bu kavramla nasıl çalıştıklarını ve bunun, tanımla olan ilişkisini sınıflandırmak amacıyla hazırlanmıştır. Sonuç olarak; 41 öğrenciden sadece 7'sinin, belirli integral tanımını bildiği ve öğrencilerin çoğunluğunun, daha geniş bağlamlarda alanları ve belirli integralleri hesaplayan problemleri yorumlamada zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir

Alanyazında reel analiz konusunda da çalışan araştırmacılara rastlanmıştır (Pinto, 1998). Pinto (1998) öğrencilerin tanımlarla çalışmaları ve bir formal teori ile başa çıkmaları için farklı yöntemlere sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır.

Alanyazında eşitlikler (Attorps, 2003; Attorps ve Tossavainen, 2008) ve ikinci dereceden denklemler (Eraslan, 2005) ile ilgili çalışmalar da yapılmıştır. Attorps (2003) tarafından yapılan çalışmaya 10 öğretmen katılmıştır. Veriler anket ve iki görüşme ile toplanmıştır. İlk görüşmede; öğretmenlerden ortaokuldan üniversiteye kadar kavramları nasıl öğrendiklerini ve tecrübelerini aktarmaları istenmiştir. Sonraki aşamada, verilen 18 ifadeden hangilerinin denklem olduğu sorulmuş ve en son denklem kavramı hakkındaki fikirleri sorgulanmıştır. Elde edilen bulgulara göre; öğretmenlerin denklem kavramı ile ilgili fikirlerinin denklem kavramının formal tanımından farklı olduğunu ve okulda zamanlarını matematiksel anlamanın yerine işlemsel becerileri geliştirmeye yönelik harcadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Attorps ve Tossavainen araştırmalarında;

denklem kavramının ve eşitlik ilişkisinin matematiksel özelliklerinin anlaşılması arasındaki ilişkinin ortaya çıkarılması ve matematik öğretmen adaylarının denklem hakkında ne tür kavram tanımlarına sahip olduklarını anlamak amacıyla Finlandiya ve İsveç'te 64 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmanın sonucunda sürpriz bir şekilde; öğretmen adaylarının kavram yanılgılarının tümünün, eşitlik ilişkilerinin özellikleri ile bağlantılı olan denklemlerde olduğu belirlenmiştir.

Eraslan (2005); iki cebir öğrencisinin, ikinci dereceden denklemler ile ilgili karşılaştıkları engelleri tespit etmiştir. Tezinde durum çalışması modeli çalışan araştırmacı karşılaşılan engellerden bazılarını kuadratik fonksiyonların geometrik ve cebirsel yaklaşımlarının bir arada düşünülmemesi, bilinmeyen bir ifadeyi bilinen bir ifadeye dönüştürme ihtiyacı, geometrik ve cebirsel düşüncenin uyuşmaması, kuadratik formülün ve sonsuz değerli fonksiyon imajının negatif etkisi olarak belirlemiştir.

2.4. Temsiller ve Matematik Eğitiminde Temsillerin Rolü

Matematik ve geometri kavramlarını anlamlı biçimde yapılandırmak öğrencilerin zihinsel süreçlerinin anlaşılmasıyla mümkün olabilir. Buna göre, öğrencilerin bir bilgiyi, kavramı nasıl algıladıkları ve zihinlerinde nasıl yapılandırdıklarını anlamak büyük önem kazanmaktadır (Kaput, 1994; Goldin, 1998; Pape ve Tschoshanov, 2001). Bu aşamada kavram imajından sonra devreye temsillerin girdiği düşünülmektedir. Çünkü kavram imajlarını anlamak oldukça zordur (Bingölbali ve Monaghan, 2008). Kavram imajının tanımı da düşünüldüğünde, kavram imajları temsilleri içermektedir ayrıca temsiller, kavram imajlarının nasıl olduğunu belirlemede çok büyük bir role sahiptir (Barnard ve Tall, 1997; Giraldo, Carvalho ve Tall, 2002; Hähkiöniemi, 2006a, 2006b; Viholainen, 2008a).

Temsiller ile ilgili alan yazında yapılan pek çok tanım bulunmaktadır. Fakat öncelikle temsil kavramının anlaşılması gerekmektedir. Temsil kavramının anlaşılması adına dört farklı düşüncenin olduğu belirtilmektedir (Pape ve Tchoshanov, 2001). Bu bağlamda temsil ilk olarak matematik alanında öğrencinin deneyimleriyle geliştirdiği bilişsel şemalar ya da soyut biçimde içselleştirilmiş düşüncelerdir. Diğer bir düşünceye göre temsil, önceki zihinsel durumun yerine yeni bir zihinsel durumun üretilmesi olarak

ifade edilmiştir. Bir başka düşünceye göre; bir resim, şekil, sembol ya da bir işaret temsil anlamına gelebilir. Son olarak temsil, bir şeylerin yerine geçen başka bir şey olarak tanımlanmıştır. Matematiğin soyut olması dolayısıyla, bazı araştırmacılar matematiksel fikirleri sadece bu fikirlerin temsilleri ile anlamlı olacağını (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001) ve öğrencilerin matematiksel durumlarla ilgili anlamalarına ışık tutması açısından temsillerin önemini vurgulamaktadır (Goldin ve Shteingold, 2001; Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001; Lesh, Landau ve Hamilton, 1983; Lesh, Post ve Behr, 1987). Duval (1999) a göre matematiksel kavramların öğrenilmesinde etkin rol oynayan temsiller, kavramlar arasında ilişki kurmada; matematiksel yaklaşımları ve tartışmaları anlamada; matematiği gerçek problem durumlarına modelleme yoluyla aktarmada da ayrıca önemlidir (NCTM, 2000). Bu bağlamda, öğrencilerin sahip olduğu temsiller, matematiksel bilgiyi derinlemesine anlamlandırmaya yarayan ve problem çözme durumlarında kullanılan araçlardır (Santos-Trigo ve Barrera-Mora, 2007).Diğer bir deyişle; temsiller, öğrencilerin matematikteki yaşantıları için önemlidir. Bunun yanı sıra, öğretmenler için de önemli bir yere sahiptirler. Çünkü öğrenciler matematiksel bir kavramla ilgili anlam oluştururken öğretmenlerinin kullandıkları temsillerden etkilenirler (Wood, 2006). Ayrıca, öğretmenler öğrencilerin temsil kullanımlarını değerlendirerek onların matematiği yorumlama ve düşünme biçimleri hakkında önemli fikirler edinebilirler. Farklı öğrencilerin temsilleri nasıl seçtikleri ve nasıl kullandıklarını gözlemleme, öğrencilerin problemi nasıl anladıkları ile ilgili olarak, öğretmene öğrencileri değerlendirmede kullanacağı bilgileri sağlayabilmektedir (NCTM, 2000). Başka bir ifade ile öğrenciler farklı türdeki temsilleri bir arada göremezlerse, temsillerin sunacağı anlamda sınırlı olacaktır ve bu durum problem çözme süreçlerini etkileyecektir. Çünkü öğrenciler bir problemi çözerken özel olarak bazı temsilleri seçerler ve seçtikleri bu temsillerin yapısına göre başarılı olur ya da olamazlar (Wood, 2006).

2.5. GE'lik Nedir?

Halk arasında 'âmâlık' ya da 'körlük' olarak anılan GE'liğin farklı ülkelerde farklı tanımlamaları mevcuttur. Enç'in (2005: 45-46) ifadesine göre Amerika'da GE'lik, gerekli olan bütün düzeltmeler yapıldıktan sonra; en iyi gören gözün, normal görme gücünün en fazla onda birine sahip olma durumudur. Buna karşılık İngiltere'de bu

durum, iyi gören gözde normal görüşün en fazla yirmide birine sahip olma durumudur. Ülkemiz ise İngiltere tanımını benimsediğini, üyesi bulunduğu Dünya Körler Konseyi'nin 1954 yılındaki Paris toplantısında diğer üye ülkelere bildirmiştir. Bu tanım daha sonra Özel Eğitim Okulları Yönetmeliği tarafından da benimsenmiştir. Özyürek'e (1998: 130) göre, Milli Eğitim Bakanlığının Özel Eğitim Okulları Yönetmeliğinde TGE'liğin ve az görmenin tanımları şöyledir:

> TGE, bütün düzeltmelere rağmen iki gözle görmesi 1/10'dan aşağı olan, eğitim, öğretim çalışmalarında görmesinden yararlanması mümkün olmayandır. Az gören, bütün düzeltmelere rağmen iki gözle görmesi 1/10 ile 3/10 arasında olan ve özel bir takım araç ve yöntemler kullanmadan eğitim, öğretim çalışmalarında görme gücünden yararlanması mümkün olmayanlardır.

Yukarıdaki tanımların yanında GE'liğin daha özelde, yasal ve eğitsel olmak üzere iki farklı tanımı bulunmaktadır. Yasal tanım tıp çalışanları ve diğer ilgililer tarafından kullanılırken, eğitsel tanım eğitimciler tarafından kullanılmaktadır. Tuncer'in (2009: 216) ifadesine göre; yasal tanım, görme keskinliği ve görme alanının değerlendirmesini içermektedir ve ayrıca, görme yetersizliği olan kişinin yasal imkânlardan yararlanıp yararlanamayacağına karar vermede kullanılır. Ancak yasal tanımda bireylerin hangi işlevleri yapabileceğini belirtmediği için eğitsel tanıma ihtiyaç duyulmuştur. GE'liğin eğitsel tanımı ise; eğitimde dokunsal ve işitsel materyallere ihtiyaç duyan kişidir. Bu bireyler, okuma için kabartma alfabe ya da konuşan kitaplara ihtiyaç duymakta ve görme duyusunu öğrenme amacıyla kullanamamaktadır. Eğitsel açıdan az gören, görme duyusunu öğrenme amacıyla kullanabilen kişilerdir. Dolayısıyla az gören bireyler görme potansiyellerini en üst düzeyde kullanabilmek için gözlük, büyüteç gibi araç gereçlerle büyük puntolu yazı, aydınlatma, zıtlık gibi materyal ve çevre düzenlemelerine gerek duyarlar.

Öğrenmelerin hemen hemen tamamı görme ve işitme duyularıyla olur. Dolayısıyla görme organının zedelenmesi sonucunda görme işlevini yitirme öğrenmeyi etkiler (Özyürek, 1998: 129). Bu nedenle görmenin, insanoğlunun hayatında çok önemli bir yere sahip olduğu kaçınılmaz bir gerçektir. Yaşamda böylesine önemli yeri olan görme gücünden yoksun olmak, GE'yi; fiziksel, psikolojik ve sosyal yönden olumsuz etkiler. Bu durum onun gören yaşıtlarından gelişim bakımından geri kalmasına neden olur. Aynı zamanda GE bireyler, görme duyusu aracılığı ile birçok kavramın organize

edilip bütünleştirilmesinde dokunma duyusuna bağımlı olmakta, bilgilerin kazanımında sınırlanmaktadırlar (Arogni, 1992: 151-152). Diğer taraftan GE çocuklarda işitme, ilk öğrenme yolu olarak tanımlanmaktadır. GE çocuğun, somut ve soyut kavramları işitme yolu ile öğrenebileceği ancak bu kavramları yeni durum ve davranışlara dönüştürmede güçlük çekebileceği belirtilmektedir. Bu nedenle temel kavramların sözel anlatımla birlikte, davranışa dönük uygulamalarla desteklendiğinde daha kalıcı olabileceği ifade edilmektedir (Palazesi, 1986: 63-71). Schneekloth'ın (1989: 196) ifadesine göre, bilişsel ve sosyal faktörler dikkate alındığında GE çocuklarda görülen gelişim gecikmelerinin sadece engelli olmaktan ileri gelmediğini düşünmektedir. Gelişim gecikmeleri deneyim eksikliğine, özellikle motor gelişiminin eksikliğine bağlanmaktadır. Başka bir ifade ile görsel yaşantıdan bahsetmek, TGE bireylerin algısal gelişimine etkili olabilecek bir uygulamada düşünce ve kavram geliştirmelerine yardımcı olabilir. GE'ye içinde bulunulan ortamı ayrıntılarıyla anlatmak, renklerden söz etmek onların algısal gelişimlerine katkıda bulunabilir. Ayrıca GE'lerin geri kalan duyularının kullanılması konusunda onları eğitmek, duyularını yeterli ve etkili bir şekilde yeniden organize etmesine yardımcı olmak, görme gücünün eksikliğini kısmen de olsa giderebilir (Enç, 2005: 29). Yani az da olsa görme kalıntıları bulunan engelliler, görsel uyaranları yorumlamada hiç görmeyenlere göre daha avantajlıdır. Hiç görmeyenlerde ise kavramların yerleşmesi, somut, canlı ve uygulamaya dönük yaşantıların sağlanması ile gerçekleşebilir (Arogni, 1992: 151-152).

2.5.1. GE Bireylerin Sınıflandırılması ve TGE

GE bireyleri sınıflandırabilmek mümkündür. Bu sınıflandırmalar, engelli oluş zamanına (doğuştan, sonradan), nedenine (doğrudan gözü etkileyen hastalıklar, dolaylı olarak göz fonksiyonu üzerine etki eden hastalıklar, kaza nedeniyle göz kaybı) ve görme artığına (total, az gören) göre yapılabilir. Ancak mevcut araştırmanın yapısına en uygun olan sınıflandırmanın tablo 2. 2 deki gibi olduğu düşünülmüştür. Bu tablo birçok kaynak incelenerek oluşturulmuştur (Aytek, 2008; Bigelow, 1990; Cavkaytar ve Diken, 2005; Enç, 2005; Frampton, 1940/1963: 229; Kaya, 2003; Kayıhan, 1989; Özçelik, 1985; Gönül Turgut Özel Eğitim Kurumları (t.y.))

Tablo 2. 2. *GE Bireylerin Gerekli Düzeltmeler Yapıldıktan Sonra Görme Kaybına Bağlı Olarak Sınıflandırılması*

	Yasal GE'lik	✓ Gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra bile 20/200 görme keskinliğine sahip olan bireylerdir. ✓ Görme açısı 20 dereceden daha fazla değildir.	
Az görme durumu	**Kısmi GE'lik**	✓ 2/200-2/70 arasında (gözlükle iyileştirildikten sonra) görme gücüne sahiptirler. ✓ İkiye ayrılırlar: 1-son derece zayıf görme gücüne sahip olan ve ilerleyici göz sorunu olanlar, 2-gözlerinin sağlık durumu iyi olup statik bir görme gücüne sahip olanlar.	✓ Normal gözün 60 m uzaklıktan görebileceği şeyler ancak 3-6 m uzaklıktan görülebilir. ✓ Normal puntolu ve büyük puntolu yazılı materyalleri okunabilir. ✓ Dokunsal materyaller kullanılabilir fakat bir yandan da görme ortamı yoluyla öğrenilebilir.
TGE olma durumu	**Hareket algısı (cisimleri fark etme)**	✓ Normal gözün 60 m uzaklıktan görebileceği şeyler ancak 90 cm–1,5 m uzaklıktan görülebilir. ✓ Bu yetenek tamamen hareket algısı ile sınırlıdır.	✓ Kendi başlarına dolaşabilirler.
	Işık-renk algısı	✓ 3/200 ya da daha az görme gücüne sahip kişilerdir. Ancak 90 cm mesafedeki güçlü bir ışık ayırt edilebilir. ✓ Fakat 90 cm uzaklıktaki bir el hareketi ayırt edilemez.	✓ Renk ve ışık algısı uzay kavramının öğretilmesini kolaylaştırabilir.
	Tamamen GE'lik	• Göze doğrudan gelen güçlü bir ışık tanınamaz.	

Tablo 2. 2'den de görüldüğü gibi TGE olma durumu hareket algısı, ışık-renk algısı ve tamamen GE'lik olmak üzere üç başlık altında incelenebilir.

2.5.2. GE Bireylerin Eğitimleri

GE vatandaşların eğitimi konusundaki çalışmalar sosyal, ekonomik ve kültürel şartların farklılıkları nedeniyle ülkeden ülkeye değişim göstermektedir. 1785 yılında Paris'te Valentin Haüy (1745-1822) tarafından ilk GE'ler okulu olan *"Institut National des Jeunes Aveugles"* kurulmuştur. Enç'in (2005: 29) ifadesine göre, Haüy'ün başladığı işin önemini ilk kavrayan İngiltere olmuş ve 1891'de Liverpol'da GE okulunun açılmasının ardından diğer İngiliz kentleri'de bu harekete katılmıştır. On dokuzuncu yüzyıl başlarında İngiltere'yi bu alanda J. Wilhelm Klein liderliğinde "Viyana Körler Kurumu" ile Avusturya izlemiştir. 1830 yıllarında ise Boston, New York, Philadelphia GE okullarıyla Amerika da bu hareketlenmeye dâhil olmuştur. Tüm bu olaylar olurken GE'ler için farklı bir yazı tipinin gereksinimi söz konusu olmuş ve yazı aranması

çalışmaları başlamıştır. Kendisi de bir GE olan Fransız Louis Braille 1829 yılında bir kabartma yazı geliştirmiş, 19. yüzyılda bu yazı çeşitli ülkelerde kullanılmaya başlanmıştır. Enç'in (2005, s. 30) de belirttiğine göre günümüzün en önemli gelişmesi GE bireylerin eğitimini de kapsayan özel eğitimin, zorunlu ve genel eğitimin bir parçası durumuna gelmesidir. Eğitimde bu durumun sağlanmasında UNESCO, World Blind Union (WBN/Dünya Körler Birliği) gibi uluslararası kuruluşlar etkin olarak çalışmaktadır (Kanık, 1994).

Türkiye'de ise özel eğitim ve GE'lerin eğitimi ile ilgili ilk teşebbüs İstanbul'da Grati Efendinin öncülüğünde gerçekleştirilmiştir. 1889 yılında İstanbul'da Ticaret Mektebi'nde bir bölüm olarak başlayan GE'ler için eğitim kurumları daha sonra 1919'da kapatılmıştır. Dolayısıyla GE'lerin eğitimi uzun zaman ihmal edilmiş bir konu olarak günümüze kadar gelmiştir. Okulların açılması, okuma-yazma eğitimi için kurslar düzenlenmesi ve bunların sürekli hale getirilmesi, rehabilitasyon merkezlerinin hizmete girmesi gibi durumlar arttıkça, GE'lerin okuması zorunlu hale gelmiştir. Günümüzde GE bireyler; bölgesel okullarda, normal okullardaki özel sınıflarda veya özel yardımcı öğretmenli ya da yardımcı öğretmensiz normal sınıflarda, çeşitli eğitim kurumlarında öğrenimlerine devam edebilmektedir. Ancak en sık karşılan eğitim kurumu bölgesel yatılı okullardır.

Ülkemizde Ankara, Adana, İstanbul, Denizli, Erzurum, İzmir, Kayseri, Konya, Kahramanmaraş, Gaziantep, Niğde, Tokat, Çanakkale olmak üzere GE çocukların okuyabileceği 15 adet GE'ler okulu bulunmaktadır. Ayrıca 15 üzeri yaşlarda bulunan GE'lere temel ve mesleki eğitim veren 2 adet rehabilitasyon merkezi vardır. Bu rehabilitasyon merkezlerinden biri Ankara'da, diğeri İstanbul'dadır. Bu merkezlerde, günlük yaşam için gerekli beceriler, okuma-yazma, baston kullanma ve bağımsız hareket, daktilo, telefon santralciliği, makrome işleri gibi eğitimler verilmekte ve GE'lerin devlet veya özel sektörde bir işe girerek veya bağımsız bir iş kurarak topluma yararlı, üretici bireyler olarak yetiştirilmeleri amaçlanmaktadır.

2.6. GE'lerde Matematik Eğitimi

Matematik zihinsel bir etkinliktir. GE bireylerin bu etkinliğe katılmamaları için herhangi bir sebep yok gibi görünmektedir. Bununla birlikte matematiksel bilginin

iletişimi cebirsel ve diğer gösterimlerin yazımı, grafikler, diyagramlar, vb. gibi neredeyse tamamen görsel formlarda ortaya çıkmaktadır. (Edwards vd. 1995). Diğer bir ifadeyle matematik, matematiksel kavramları temsil eden sembolleri yazma ve okuma yeteneği olmaksızın GE bireylere kapalıdır (Kapperman ve Sticken, 2003: 110). GE öğrenciler özellikle kavramsallaştırma ve kendi yetkinlik düzeylerinde matematiksel materyalleri algılama kapasitesine sahiptir fakat matematik öğretmenlerinin davranışlarının görsel bir farkındalığına sahip değillerdir (Quek ve McNeill, 2006). Beal ve Shaw'ın (2008) da ifade ettiği gibi TGE öğrenciler; problem bilgisine erişim, uygun temsile problem bilgisini yerleştirme ve cevabı sonuçlandırmayı içeren matematiksel problemi çözmede birçok zorlukla karşılaşır. Çünkü benzer durumlardaki bilgi erişiminde veya bir kavram ile ilişkili bir problemi çözerken Vinner'ın (1983) bahsettiği zihinsel resimler, kavram tanımından daha sık kullanılmakta ve kavram yanılgısını da içermektedir. Dahası, matematik kavramsallaştırmalarından çoğu görselleştirme ve uzamsal muhakeme ile ilişkilidir. Ancak; düşünülenin aksine çok sayıdaki psikolojik çalışma TGE bireylerin görsel imge ve hafıza için şaşırtıcı bir kapasiteye sahip olduklarını göstermektedir (Landau vd., 1984; Millar 1985; Haber vd., 1993). Nitekim GE öğrenciler küp, prizma, piramit silindir, üçgen, daire, yamuk, kare ve dikdörtgen gibi nesneleri şekil ve konum bakımından gören öğrencilerden daha iyi ve daha kesin tanımlayabilmekte; ayrıca duyulara dayalı olarak temel geometrik şekilleri ve katı cisimleri isimlendirebilmekte ve ayırt edebilmektedirler (Kohonová, 2007). Kennedy, TGE öğrencilerde üç boyutlu nesneler çizme yeteneğini bile gözlemlemiştir (Kennedy, 1993). Böyle kapasiteler matematiksel düşünme için kullanılabilir. Benzer şekilde Quek ve McNeill'in (2006) yaptığı araştırmaya göre; TGE olan öğrencilerin zihinsel imgelerde bazı kapasitelere sahip olduğu belirtilmektedir. Böylece, Tall ve Vinner'ın (1981) bahsettiği kavram imajı ve kavram tanımı yapısı, GE öğrencilerin zihinsel imajları ile kavramları nasıl anladıklarını belirlememizi mümkün kılabilir.

Alan yazında GE'lerde matematik eğitimi ile ilgili yapılmış makale sayısının az olduğu görülmüştür. Bu araştırmaların GE öğrencilere matematik eğitiminde yardımcı olması amacıyla büyük bir çoğunluğunu bilgi teknolojileri ile eğitim (Edwards vd., 1995; Beal ve Shaw, 2008; Borges vd., 2008; Edwards ve Stevens, 1994; Sánchez ve Sáenz, 2006; Kapperman ve Sticken, 2002) oluşturmaktadır. Araştırmaların bir kısmı ise Braille matematiğini incelemiştir (Kapperman, Heinze ve Sticken, 1997; Kapperman ve Sticken, 2002; Kapperman ve Sticken, 2003; Rosenblum ve Amato,

2004; Kapperman vd., 2011). Fakat Abraham Nemeth (1972) 'in geliştirdiği Braille matematik kodunun yayınlanmasının üzerinden neredeyse 50 yıl geçmesine rağmen GE pek çok öğrenci Braille matematiğini yazmayı ve okumayı hala öğrenme fırsatına sahip olamamıştır (Kapperman vd., 2011).

GE bireylerin cebir, geometri ve ileri düzeyde matematik konularını çalışmaları çeşitli zorlukları ortaya koymaktadır. Bunlardan en önemlisi GE öğrencilerin karmaşık matematiksel kavramların, kavramları anlamada gören öğrencilere yardımcı olan, grafiksel temsillerini görselleştirememeleri gerçeğidir. Bu probleme bariz bir örnek geometri gibi belirli ileri düzeyde konuların çalışılmasında odak olabilecek üç boyutlu nesnelerin temsilindeki zorluktur. Bununla birlikte sıklıkla karşılaşılan temel kavramlarda bile GE öğrenciler için zorluklar ortaya çıkabilir (Kapperman vd., 1997). Bu zorlukların üstesinden gelmek için Schweikhardt (2000) bazı önerilerde bulunmaktadır. Buna göre matematiksel bir terimin iki yönlü bir temsili gereklidir. GE'ler için gösterim, görenlerin bir gösterimine karakter-karakter dönüştürülebilir olmalıdır benzer şekilde ters yönde de bu dönüşüm gerçekleşmelidir.

GE öğrenciler tarafından sorun yaşanması muhtemel olan diğer bir ders geometridir (Klingenberg, 2007). Klingenberg'e göre; GE öğrenciler sıklıkla matematiği sevmediklerini söylemişler. GE öğrencilerin öğretmenleri ise geometri ve matematiği öğretmek için bilhassa zor bir tema olarak belirtmişler ve dersin nasıl öğretileceği hakkında tavsiye istemişlerdir. Buradan GE öğrencilere matematik ve geometri öğretiminde öğretmenlerin yeterli bilgiye sahip olmadığı düşünülebilir. Bununla birlikte alandaki eğitimciler, GE öğrencilere uygulanan genişletilmiş esas müfredatın özüre özgü içeriğinin eksikleri olduğunu kabul etmektedirler (Wolffe vd., 2002).

Geometri bilgisi, (gören) öğrencilerin dış dünyayı anlamalarını ve matematikle ilişkilendirmelerini artırmaktadır. Fakat GE öğrencilerin bu ilişkilendirmeyi yapmaları çok zordur (Klingenberg, 2007). Bu ilişkilendirmeyi yapabilmek için geometri eğitiminde sıklıkla dokunma duyusu ve uzamsal ipuçları kullanılmaktadır (Ballesteros, Bardisa, Millar ve Reales, 2005). Dokunma duyusuna bağlı olarak, TGE öğrenci kenarın farkındadır, fakat küresel bir şekil olarak kenarları veya elinin ulaşamayacağı yerde bulunan bir Öklidyen şekli (bir prizma veya bir dikdörtgen olarak bir raf)

kavramsallaştırması zordur (Paterson, 2006). Bununla ilgili olarak Kohonová (2007) çalışmasında GE öğrencilerin aşağıdaki ifadelere yer vermiştir:

> …bu bir kenar[…] ön […] eğer bunu şöyle tutarsam […] bu diğer kenardan daha uzun olacaktır. Aslında, yatay kenar dikey olandan daha uzundur. Bu, onu nasıl tuttuğun ile alakalıdır..
>
> … ve daha büyük paketin altındaki […] şekil küp […] şeklinde de değil fakat […] şekli ne ile karşılaştırabilirim ki? Prizma şeklindedir. Hatta paketin üstündeki bu şekildir. Evet, […] bu prizmadır.

Kapperman ve arkadaşları (1997) GE öğrenciler için, temel kavramların gelişimi gibi ileri düzeyde pek çok matematiksel kavramın gelişiminde de somut deneyimlere olan ihtiyacın kritik bir öneme sahip olduğunu belirtmektedirler. Buna örnek olarak Dick ve Kubiak (1997) çalışmalarında Delaware üniversitesinde program analizcisi olan BevWelland'ın şöyle bir ifadesini sunmuşlardır:

> Doğuştan hiç görmüyorum. Cebir, geometri ve kalkülüs çalıştım. Özellikle geometrinin daha zor olduğunu düşünüyorum çünkü pek çok uzamsal kavramı anlamadan yoksunum. Çalışırken sandalyede oturarak, dört duvar tavanla nasıl birleşir gibi kavramları anlamada zorluk çektiğimi fark ettim (Dick ve Kubiak, 1997).

Bu nedenle öğretmenler GE öğrencilerin öğretiminde geometrik şekilleri kullanmalıdır çünkü öğrenciler geometrik şekilleri dokunarak ve tanımlayarak öğrenebilirler (Srichantha vd., 2008). GE bir çocuğun nesneyi tanımasına yol açan bilginin türü, nesneden yapılan bir materyaldir (Klatzky ve Lederman, 2003). Yani modellerin, manipulatiflerin ve gerçek dünya öğelerinin sınıfta ve yaşam ortamlarında kullanımı her seviyede kavramın ve matematik becerisinin gelişimine destek sağlamada önemli bir rol oynamaktadır. Bu öğeler uygun problemleri çözmek için öğrencileri motive etmenin yanında işlemsel ölçme, karşılaştırma, tümdengelim ve tümevarım için kullanılabilir (Kapperman vd., 1997). Öte yandan GE öğrenciler zorluğu artan matematiksel kavramları, günlük hayat ile matematik arasında ilişki kurma durumunda daha iyi kullanabilirler (Krebs, 2001). Buradan hareketle GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlar için kullandıkları temsillerin incelenebilir olduğu düşünülmektedir.

Çizim ise TGE insanlar için zor olarak kalmaktadır. GE öğrenciler ile bir çizimin yürütülmesi esnasında dokunsallığı kontrol etmek görenlerin görsel kontrolünden daha verimsizdir (Klingenberg, 2007). Buradan, kavramları nesnelerin günlük kullanımı

aracılığıyla açıklarken GE öğrenciye nesnelerin seçiminde dikkatli olmak gerekmektedir. Hırdavat, oyuncak, mutfak malzemeleri gibi tamamı dokunsal olarak keşfedilebilen nesneler bir anlama sahip olurken uçak, fil, bulut gibi büyük ve/veya uzak nesneleri anlamak zor olacaktır (Kappermen vd., 1997). Dahası ve daha da önemlisi doğuştan TGE olan bireyler, üç boyutlu yönlerin iki boyutlu sembollere uyarlama kurallarının çoğunlukla farkında değillerdir (Bouaziz, Russier ve Magnan, 2005; Hatwell ve Martinez-Sarrochi, 2003; Paterson, 2006; Thompson ve Chronicle, 2006; Ungar, 2000).

Cebir, geometri ve ileri düzeyde matematik öğrenirken GE öğrencilerin karşılaştıkları zorluklardan bir diğeri ise zihin yorgunluğudur (Spindler, 2006). Oysa bireyler çalışma belleğinin kapasitesini etkili bir şekilde kullanarak işlenebilecek olan bilgi miktarını artırabilmeli (Kılıç Çakmak, 2007) ve belli problemlerin çözümünde kullanmak için farklı zihinsel yapılar geliştirmelidirler (Anglin, Vaez ve Cunningham, 2004). Bu açıdan bakıldığında araştırmacı kavram imajı ve temsil gibi zihinsel yapıların geliştirilmesi sonucunda GE öğrencilerin çalışma belleğindeki yüklerin azalacağını düşünmektedir. Alanyazında bu durum çalışan bellek sınırları içerisinde bulunan; içsel, dışsal ve etkili yük ögelerine sahip, çeşitli öğretim tasarımlarıyla kontrol altına alınabilen ve bir görev yürütülürken ortaya çıkan çok boyutlu bir yapı olan *bilişsel yük*' e (cognitive load) (Sweller, Van Merrienboer ve Paas, 1998) karşılık gelmektedir.

GE öğrencilerin matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan bir diğer konu ise sözel problemlerdir. Krebs (2001) sözel problemleri modelleme ve uygulamak için en uygun çevrede aktif katılım sağlandığında GE öğrencilerin sözel problemleri çözme yeteneklerini geliştirebileceklerini ifade etmiştir. Öte yandan Birçok problemlerde yanlış sonuçlar elde etmenin başlıca sebeplerinden biri, dikkatsizlik diyebileceğimiz hallerdir. Bu bilhassa GE bireylerde çok görülen yanlışların kaynağıdır. Çünkü kabartma yazının okunup yazılmasında ufak dikkatsizlikler yanlış sonuçlar doğurur. Sayıları ters yönden okuma durumu bunun tipik bir örneğidir. Mesela (51) i (14) okumak; (15) yazıyorum diye (51) yazmak gibi (Frampton,1940/1963: 47).

GE bireylerin matematik eğitiminde hayati bir önem arz eden konulardan biri de materyallerdir. Nitekim GE bireylerin matematik öğretiminde somut cisimlerin rolü, bilhassa bunların GE'likten ileri gelme görme noksanlıklarından dolayı çok önemlidir (Frampton, 1940/1963: 47). GE öğrencilerin zihinden çözemediği problemleri çözmesi

için başlıca lüzumlu araçlar şunlardır: aritmetik taşları ve kasası, kabartma yazı cetveli veya makinesi yahut da daktilo makinesi. Çocuk aritmetik taşlarıyla kasa üzerinde işlemleri yapar ve kabartma yazıyla veya daktiloyla sonuçları ayrı bir kâğıda tespit eder (Frampton,1940/1963: 49). Ancak GE bireylere mahsus aritmetik araçları oldukça hantal olduklarından bireylerin her zaman yanında bulundurması imkânsızdır. Görenler gibi GE'ler de yaşayışları sırasında aritmetik problemleriyle karşılaşırlar ve zihinden hesaplarla problemleri çözmek zorundadırlar. Bu nedenle zihinden aritmetik işlemlerinde beceri kazanmalarına önem gösterilmelidir (Frampton,1940/1963: 49).

2.6.1. GE'lerde Matematik Eğitimi Alanında Yapılmış Çalışmalar

GE'lerin matematik ve geometri öğretiminde araştırmacılar genellikle teknoloji destekli eğitime (Beal ve Shaw, 2008; Borges vd., 2008; Edwards ve Stevens, 1994; Edwards vd., 1995; Fitzpatrick, 2006; Kapperman ve Sticken, 2002; Sánchez ve Sáenz, 2006) ve özellikle de hitap edilen öğrencilerin görme duyusunun eksikliğinden dolayı diğer duyularına odaklanmışlardır. Bu araştırmacılar bilgisayar teknolojisinin GE bireylerin geometrik bilgi ile etkileşimde bulunmalarına yardım etmek için uygun olduğunu göstermektedir. Örneğin; Edwards ve arkadaşlarının (1995) çalışmaları özellikle görsel olan matematiksel materyallere erişime izin veren bilgi teknolojisinin kullanımını tanımlamaktadır. Kullanıcılarına cebiri okumayı mümkün kılan *Mathtalk* ve basit çizgi grafiklerine erişimi ve onları oluşturmayı kolaylaştıran *Soundgraph* şeklinde iki programı tanıtmışlardır. Benzer şekilde Borges ve arkadaşları (2008) çalışmalarında, GE öğrencilerin dokunsal grafikleri oluşturabilmesi, düzenleyebilmesi ve baskılayabilmesine müsaade eden DESENVOX adlı bilgisayar programını tartışmaktadırlar. Araştırmada bu bilgisayar aracı ile inşa edilen geometrik bilgi için öğrencilerin ilk önce 3 boyutlu ve daha sonra Geoboardlarla bazı fiziksel deneyimlere ihtiyaç duydukları ifade edilmiştir. Beal ve Shaw (2008) ise; TGE öğrencilerin değişen metin uzunluğu ve farklı sınıf seviyelerinde sözel matematik problemlerini, var olan web-tabanlı eğitimde nasıl çözdüklerini araştırmışlardır. Sonuçların TGE öğrenciler için uygun olan sözel matematik problemlerini seçmek için yazılıma uyarlanacağı ifade edilmektedir.

GE öğrencilerin matematik ve geometri öğretiminde dikkati çeken diğer bir konu Braille matematiğidir (Kapperman, Heinze ve Sticken, 1997; Kapperman ve Sticken, 2002; Kapperman ve Sticken, 2003; Kapperman, Sticken ve Smith, 2011; Rosenblum ve Amato, 2004). Araştırmacılar, GE öğrencilerin matematik ve geometri derslerini öğrenebileceğini ve bunun için Braille matematik notasyonlarına ait *Nemeth kodları, BrailleNote, MathSpeak* gibi yapıların kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Bu yapılardan Nemeth kodu dokunsal öğrenilen bir araçtır. Alanyazında Kapperman ve Sticken (2002) Braille matematik notasyonlarının Nemeth kodunu GE öğrencilerin öğrenmesi için bir yazılım eğitmenini tanımlamaktadır. Öte yandan, Rosenblum ve Amato (2004) 135 öğretmenin Nemeth Braille kodlarının hazırlamaları ve kullanımları incelemektedirler. Ayrıca 41 eyaletten GE öğrencilerin 135 öğretmenin deneyimi, Nemeth kodunu öğrenimleri ve GE öğrencilere öğretimleri açısından sorgulanmıştır. Kapperman ve arkadaşları (2011) ise çalışmalarında bir diğer yapı olan *BrailleNote* üzerine monte edilebilen bir yazılımın etkililiğini değerlendirmişlerdir ve bu yazılımı GE öğrencilerin Braille matematik gösterimini öğretmek için kullanmışlardır. Eğitimi tamamlayan GE öğrencilerin matematiksel sembolleri yazma ve okuma üzerine performansları, seçilen kontrol grubunun performanslarıyla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar eğitim alan öğrencilerin matematiksel sembolleri hem okuma hem de yazmada daha başarılı olduğunu göstermektedir. Öte yandan; Kapperman ve arkadaşları (1997) kitaplarında GE öğrencilerinin öğretmenlerine bazı önerilerde bulunmuşlardır. Ayrıca öğrencilerin matematik dersinde başarılı olmalarına neden olan engeller, bazı matematiksel kavramlarının öğretimi, Nemeth Kodu, dokunsal ekranlar ve grafikler, konuşan matematik olarak bilinen ve Abraham Nemeth'in bir sunumu olan *MathSpeak* hakkında bilgiler verilmiştir.

Dikkati çeken konulardan biri ise matematik eğitiminde gösterimlerin vazgeçilmezliğinin GE bireyler içinde geçerli olmasıdır. Bu durumu ele alan Schweikhardt (2000) GE öğrencilerin kullanabilecekleri mevcut matematiksel gösterimleri örneklerle ayrıntılı bir şekilde açıklamaktadır. Buna göre matematiksel bir gösterim;

- Parmak ile okunabilir olmalı
- Matematiksel bir ifadedeki karakter sayısı olabildiğince az olmalı
- Dokunsal karakterler sezgisel olarak anlaşılabilir olmalı

- Gösterimler bilgisayar temelli öğrenme ve çalışma ortamında kullanılabilir olmalı
- Gören öğrencilerin kullandıkları gösterimler ile GE öğrencilerin kullandıkları gösterimler birbirine dönüştürülebilir olmalı

şeklinde gereklilikleri gerekçeleriyle birlikte sunmuştur. Bunun için öğretmenlerin GE öğrencilerini matematik dersine önceden hazırlama mantığının ve yaklaşımının incelenmesi de bir ihtiyaç halini almıştır. Quek ve Mcneill (2006) bu durumu özetlemiştir. Araştırmacılar ilk olarak, matematik söyleminin doğal olarak zaman-mekânsal olduğu ve bu matematiksel bilginin konuşma ile birlikte jest tarafından taşındığı göstermişlerdir. İkinci olarak, matematiksel muhakeme için gerekli olan tasvir etme sebebiyle GE olanların kapasitesi araştırmışlardır. Son olarak ise, yapılan analizlerin önerdiği araçlar geliştirilmiş ve ilerletilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Son olarak, araştırmacıların gerekçelerini doğrulatmaları için devam eden deneylerinin taslağını çizmişlerdir.

Alanyazında araştırmacıların GE öğrencilerin cebir, geometri, istatistik ve analiz gibi derslerde bazı konulara da odaklandığı fark edilmiştir. Örneğin; Cowan (2011) GE fonksiyon kavramına ilişkin anlayışları, Klingenberg (2007) geometri dersine yönelik eğitim uygulamalarını, Krebs (2001) sözel problemlerin çözümünü, Haber vd., (1993) ile Kohonová (2007) uzamsal yetenekleri, Spindler (2006) analiz dersi öğretimi sonucu elde edilen deneyimleri, Gibson ve Darron (1999) ile Marson, Harrington ve Walls (2011) istatistik öğretimini araştırmışlardır. Krebs (2001) çalışmasında 7. sınıf biri büyük puntolu yazıları kullanan ikisi ise Braille alfabesini kullanan ve ayrıca sözel problemleri çözmede plan oluşturmada, yazmada ve düşünmede sıkıntı yaşayan 3 GE öğrencinin matematiksel kavramları kullanarak gerçek hayat problemlerini çözme yeteneklerindeki değişimi incelenmiştir. Araştırma sonucunda öz değerlendirme için bir fırsat verildiğinde, sözel problemleri modelleme ve uygulamak için uygun bir çevre sağlandığında GE öğrencilerin sözel problemleri çözme yeteneklerini geliştirdiklerine ulaşılmıştır. Ayrıca GE öğrencilerin günlük hayatları ile matematik arasında ilişki kurmaları gibi çeşitli durumlarda zorluğu artan matematik kavramları daha iyi kullanmalarının da mümkün olduğu belirtilmiştir. Cowan (2011) ise GE öğrencilerin doğrusal fonksiyonları anlayışlarını incelemiştir. Araştırmada GE öğrencilerin doğrusal fonksiyonları anlama türleri ve bilgi seviyelerini belirleme, ayrıca verilen bir fonksiyonun tanımlamalar, denklemler, tablolar ve grafikler olmak üzere dört temel

temsil biçimini kullanabilme becerileri belirle amaçlanmıştır. Çalışmanın katılımcılarını, eğitim hizmeti alan ve en azından bir cebir dersini tamamlayan 4 lise ve 4 GE üniversite öğrencisi oluşturmuştur. Nitel araştırma desenine sahip olan bu araştırma sonucunda GE lise ve üniversite öğrencilerinin doğrusal fonksiyonları içeren problemleri yorumlama ve modelleme anlayışlarının, hem bir fonksiyonun temsil biçimleri arasındaki dönüşümden hem de fonksiyon kavramını somutlaştırma yeteneğinden daha güçlü olduğuna ulaşılmıştır. Ek olarak öğrencilerin grafik yetenekleri ve fonksiyonu tümüyle anlayışları arasında pozitif bir ilişki gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrenciler fonksiyon ile ilgili en rahat bilgi kazanımını tablolar aracılığıyla, en az rahatlık duydukları bilgi kazanımını ise grafikler aracılığıyla elde etmişlerdir.

Analiz dersi kapsamında bir GE öğrenci ile dört dönem boyunca gerçekleşen eğitim deneyimi tartışan Spindler (2006) araştırmasında hareket bilimini, kullanılan öğretim stratejilerini ve bu esnada karşılaşılan zorlukları incelenmiştir. Gören öğrencilerle karşılaştırıldığında araştırmada kullanılan basit manipulatiflerin, tekrarların, formüllerin uygun sözel ifadeleri içeren öğretim stratejilerinin önemli benzerlikler ve ayrıca farklılıkların olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ek olarak analiz dersinde karşılaşılan zorlukların eğitmenin direnci, yüksek boyutlu problemler ve zihin yorgunluğunu içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. İstatistik öğretimini ele alan araştırmalarda ise; öğrencilerin dokunsal olarak kendilerine verilen manipülatifleri keşfettikleri ve yüksek düzeyde kavramsal anlamayı başardıkları (Gibson ve Darron, 1999) ve GE öğrencilerin istatistik öğreniminde bazı stratejiler (Marson vd., 2011) sunulmuştur.

GE öğrencilerde incelemesi merak uyandıran bir diğer alan ise geometri olmuştur. Bazı araştırmacılar GE öğrencilere geometri öğretimine öğretmenlerin bakış açısı ile bakarken bazıları öğrencilerin bakış açısı ile bakmışlardır. Örneğin; Klingenberg (2007) TGE genç bireylere matematik konularını öğretmedeki doğal zorlukları ve başlangıç seviyesinde bulunan öğrencilere matematiği öğretmek için hangi konuların temel olduğunu detaylarıyla tanımlamaktadır. Araştırmacı 2 ve 3 boyutta nesne özelliklerinden bahsederek matematiksel yapıları oluşturma yeteneği, hesaplama yapma, ölçüm, çeviri, yansıma, somut ve sembolik seviyede elemanların üstesinden gelmede gerekli olan süreçleri ele almıştır. Bu çalışmada GE öğrencilerin basit perspektifleri çizebilmesi ve haritaları okuyabilmesi gerektiği iddia edilmektedir. Öte yandan Roth, Petrucci ve Pun (2000) çalışmalarında oyunlar aracılığı ile oluşturulan

işitsel bir platformu tanımlamışlardır. Her oyun Öklid geometrisinin bir kavramı üzerine çalışmaya odaklanmıştır. Örneğin; bu araç ses ve dokunma duyusu ile etkileşime dayanmaktadır ve bu nedenle bu aracın temel düzlemsel geometriyi öğretimde bir yardımcı olarak özel eğitimciler tarafından kullanılabileceği iddia edilmektedir. Kohanová (2007) ise çalışmasında üç GE ve dört gören öğrenciyi dâhil ederek; gören ve GE öğrencilerde uzay geometrisi öğretiminin nasıl gerçekleştirileceği hakkında bazı fikirler ve öneriler sunmuştur. Ayrıca GE öğrencilerin uzay ve nesneleri algılamalarının daha iyi olduğunu belirtmiştir. Haber vd., (1993) te Kohanová gibi gören ve görmeyen öğrencilerden elde edilen verilere göre uzamsal temsilleri incelemişlerdir. Araştırma sonucunda hem GE öğrencilerin uzamsal temsillerinin gören öğrencilerin uzamsal temsillerine benzediğine ulaşılmıştır.

Alanyazın incelendiğinde; GE öğrencilerin matematik eğitiminde kullandığı mevcut materyalleri (abaküs, küp taş, Taylor kasa) ve sonradan tasarlanan materyalleri tanıtan bir çalışmaya da rastlanmıştır (Bülbül, Cansu, Demirtaş ve Garip, 2012). Araştırmacılar bu çalışma ile GE öğrencilerin kullanabilecekleri bir materyal ortaya koymuşlardır. Basit malzemeler kullanılarak hazırlanmış olan ve "iğneli sayfa" ismini verdikleri materyalin ilköğretim matematik konularının öğrenilmesi için kullanılabileceğini ve yaygınlaştırılabileceğini belirtmişlerdir. Garip, Demirtaş, Eryurt, Bülbül ve Cansu Kurt (2013) aynı materyalin cebir uygulamalarına ait etkinliklerini içeren bir kitap yayınlamışlardır.

2.7. Matematik Eğitimi ve Pedagojik Alan Bilgisi

Matematik eğitiminde kavramı oluşturmak, kavram oluşumu için uygun yöntemleri seçmek ve uygulamak hiç şüphesizdir ki öğretmenin görevidir. Peki, öğretmenler veya öğretmen adayları ilkokul yıllarındaki yanlış öğrenmelerine dayanan kavram yanılgılarına (Blanco, 2001) sahip olmaz mı? Bu noktada alanyazında karşımıza çıkan kavram, *matematik alan bilgisi*dir. Ancak burada da şu soru akla gelmektedir: Matematiği çok iyi bilen matematik öğretiminde de başarılı mıdır? Toplumlar arasında "matematiği çok iyi bilen bir öğretmenin, onu en iyi öğreten kişidir (Begle, 1979; Dönmez, 2009)" şeklindeki yaygın inanışı, yaklaşık son 30 yıldır artık itibar görmemektedir. Çünkü Shulman 1986'da "pedagojik alan bilgisi [PAB]" kavramını

ortaya atmıştır. Shulman'a göre pedagojik alan bilgisi eğitimin genel ilkeleriyle değil daha çok özel alanlardaki (matematik, fen, dil vb.) konuların hangi tekniklerle öğretilmesi gerektiğini incelemektedir. Yani PAB belli bir konuyu öğretmede faydalı olacak sunumların, resimlerin, örneklerin, analojilerin, modellemelerin, stratejilerin bir bilgisidir. Bu yönüyle PAB, öğrencilerin konuyu anlayabilmelerine olanak sağlayacak formlara dönüştürme kapasitesine dayanan bir bilgidir (Shulman, 1987). Bu nedenle Shulman öğretmenlerin etkili bir öğretici olabilmeleri için güçlü bir PAB'ne ihtiyaçları olduğunu belirtmiştir.

Shulman'dan sonra PAB ile ilgili sürekli değişik çalışmalar yapılmıştır ve hala da yapılmaktadır. Yapılan bu araştırmalarda pek çok araştırmacı pedagojik alan bilgisini farklı bakış açılarıyla değerlendirmişler ve farklı bileşenleri olduğunu ileri sürmüşlerdir (Fernandez-Balboa ve Stiehl, 1995; Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999; Marks, 1990; Shulman, 1987; Smith ve Neale, 1989; Tuan, 1996). Örneğin Shulman (1987) pedagojik alan bilgisinin bileşenleri olarak sadece gösterimleri ve öğrenci bilgisini kabul etmiş, konu alan bilgisini PAB'ne dâhil etmemiştir. Araştırmalarda PAB'ın bileşenleri; **konu alan bilgisi** (Fernandez- Balboa ve Stiehl, 1995; Marks, 1990; Smith ve Neale, 1989; Tuan, 1996), **konu alanı gösterim bilgisi** (Fernandez- Balboa ve Stiehl, 1995; Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999; Marks, 1990; Shulman, 1987; Smith ve Neale, 1989; Tuan, 1996), **öğrencilerin öğrenmesi ve kavraması** (Fernandez- Balboa ve Stiehl, 1995; Grossman, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999; Marks, 1990; Shulman, 1987; Smith ve Neale, 1989; Tuan, 1996), **müfredat bilgisi** (Grossman, 1990; Marks, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999; Tuan, 1996), **yapı bilgisi** (Fernandez- Balboa ve Stiehl, 1995; Tuan, 1996) ve **amaç bilgisi** (Grossman, 1990; Fernandez- Balboa ve Stiehl, 1995; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999) olarak ortaya konmuştur. Farklı eğitimcilerin bu farklı bakış açıları PAB kavramının tekrar formüle edilebilmesine yol açmıştır. Sonuç olarak; PAB'ın **Shulman modeli, Grossman modeli, Marks modeli ve Cochran-DeRuiter-King modeli gibi** farklı modelleri oluşturulmuştur ancak burada bu modellerin ayrıntıları incelenmeyecektir. Araştırmacıların incelediği PAB bileşenleri göz önüne alındığında; GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlardaki kavram imajlarının ve temsillerinin, öğrencilerin öğrenmesi ve kavraması bileşeni altında inceleneceği için, matematik öğretmenlerinin PAB'nin de kavramsal çerçeve içerisinde ele alınmasının önemli olduğu düşünülmüştür.

"Pedagojik Alan Bilgisi" Lee Shulman tarafından sunulduktan sonra hemen hemen eğitim her alanında araştırmalar bu kavramı araştıran çalışmalar görülmeye başlanmıştır. Bunlardan bir kısmının, okul matematiğinde önemli bir yere sahip olan ve matematiğin bir alt dalı olarak bilinen geometride olduğu görülmektedir. Geometride PAB ile ilgili yapılan araştırmaların özeti aşağıda tablo 2. 3 ile verilmiştir.

Tablo 2. 3. *Geometride Pedagojik Alan Bilgisi ile İlgili Yapılan Araştırmalar*

PAB Bileşenleri Bakımından	Maxedon (2003)	Öğrencileri anlama bilgisi, program ve konu alan bilgisi
	Manizade (2006)	Öğrencileri anlama bilgisi, program ve öğretimsel stratejiler bilgisi
	Chinnappan ve Lawson (2005) Yeo (2008) Carreno, Ribeiro ve Climent (2013)	Öğretimsel stratejiler bilgisi, konu alan bilgisi
	Lenhart (2010)	Konu alan bilgisi, program bilgisi
	Jones, Mooney ve Harries (2002)	Konu alan bilgisi, program bilgisi
Katılımcılar Bakımından	Maxedon (2003)	Okul öncesi öğretmenleri
	Chinnappan ve Lawson (2005) Manizade (2006) Lenhart (2010)	Matematik öğretmenleri
	Gökbulut (2010) Kellogg (2010) Carreno, Ribeiro ve Climent (2013)	Sınıf öğretmeni adayları
	Jones, Mooney ve Harries (2002) Yeo (2008)	Sınıf öğretmenleri
İçerik Bakımından	Jones, Mooney ve Harries (2002) Maxedon (2003) Chinnappan ve Lawson (2005) Manizade (2006) Lenhart (2010) Carreno, Ribeiro ve Climent (2013)	İki boyutlu geometrik kavramlar
	Gökbulut (2010)	Geometrik cisimler
	Yeo (2008) Kellogg (2010)	Çevre ve alan

Tablo 2. 3'den de görüleceği üzere geometri alanında PAB'ı çalışan araştırma sayısı oldukça kısıtlıdır. Ayrıca bu araştırmalar içerik bakımından çevre-alan, iki boyutlu geometrik kavramlar ve geometrik cisimler çalışılırken; bu araştırmaların katılımcılarını farklı kademelerin öğretmenler ve öğretmen adayları oluşturmuştur.

Matematiğe/geometriye özgü pedogoji bilgisinin en önemli boyutlarından biri, matematiksel kural ve kavramlar için iyi bir öğretimsel açıklama verebilmektir. Ancak

araştırmalar göstermiştir ki; öğretmenler ve öğretmen adayları öğretimsel açıklamaları genelde ezbere dayalıdır ve dolayısıyla kural ve işlem odaklıdır (Henningsen ve Stein, 1997; Kinach, 2002a, 2002b; Kılcan, 2006). Bu şekilde olmasının birçok sebebi olabilir: öğretmenlerinin matematik bilgilerinin yetersizliği, matematiğe inançları gibi (Borko ve Putnam, 1996; Prawat, 1992; Richardson, 1996; Thompson, 1992). Öte yandan öğretmenin kavramsal açıdan doğru temsiller oluşturabilmesi için ilkin bu kavram ya da işlemleri kavramsal düzeyde anlaması gerektiği için; PAB alan bilgisine bağlıdır (McDiarmid, Ball, and Anderson, 1989; Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones ve Agard, 1992; Ma, 1999). Dolayısıyla öğrencilere matematiksel kavramları öğretecek olan öğretmenlerin; öğrencilerde kavram yanılgısı veya kavram kargaşası oluşmasını engellemek amacıyla, her şeyden önce kendileri kavramı doğru olarak bilmek durumundadır. Ayrıca çokgen kavramına ait bir öğretmen adayının konu alan bilgisini ve öğretimsel stratejiler bilgisini inceledikleri araştırmalarında Carreno, Ribeiro ve Climent (2013) aslında öğreticilerde olması gereken ama aday öğretmenin zorluklar yaşadığı üç durumu ele almıştır. Buna göre öğretmenler/öğretmen adayları:

- Bir geometri kavramının içerdiği kavramlar ve alt-kavramları nasıl tamlayacağını belirleme
- Geometrik bir nesneye ait kavramın veya bir tanımın kritik özelliklerini nasıl tanımlayacağını belirleme
- Geometrik bir nesnenin tanımını vermede ayrıntılara değinirken, kritik özellikleri nasıl tanımlayacağını belirleme

Bunlara ek olarak Wilson, Shulman ve Richert (1987) ile Bromme (1995) matematik eğitiminde PAB'nin kapsamının çok geniş olduğunu belirtmişler ve bunlardan bazılarının aşağıdaki gibi bilgi ve düşünceler olduğuna değinmişlerdir:

- Öğretmenlerin, öğrencilerinin düşünce yolları hakkındaki bilgileri, matematiksel konuların karakterine uygun sunuş şekillerinin (grafikler, tablolar vb.) seçimi ve kullanımı,
- Öğrencilerin geçmişten ne tür bilgiler getirdikleri ve bunların yeni konuların öğretiminde nasıl kullanılabileceği,
- Yeni konunun öğrenimi esnasında öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorluklar ve geliştirebilecekleri kavram yanılgılarının neler olduğu.

Yukarıda maddeler halinde verilen özellikler ve matematiğin sınıf ortamında öğretiminin gerçekleştirildiği düşünüldüğünde matematik eğitimcilerinin; öğretmenlerin sınıf içi matematik öğretimlerinde etkili olmalarında iyi yapılandırılmış bir PAB'a sahip olmalarının

gerekliliğinde hem fikir olmaları (Tirosh, Even ve Robinson, 1998; Escudero ve Sanchez, 2002; Özmantar ve Bingölbali, 2010; Yeşildere ve Akkoç, 2010) çok ta şaşırtıcı değildir.

2.8. "Problem" Terimi ile Aslında Ne Anlatılmak İstenmektedir?

Matematiksel soru türleri; "alıştırma", "problem", "araştırma" ve "uygulama" şeklinde sınıflandırılmış (Baki ve Bell, 1997: 2.6); matematikte bu soru türleri kullanılmıştır (Baki, 2008: 61). Aşağıda bu soru türleri ve kullanım amaçları hakkında genel bilgi verilecektir:

- **Alıştırma türü sorular:** Öğrenilen bilgi, beceri, işlem çözüm yolunun doğrudan kullanılması istenir (Baki, 2008: 61).
- **Problem türü sorular:** Daha önceden öğrenilmiş bilgilerin kullanılması istense de; bu tür sorularda çözüm yolu açık değildir ve çözüm yolunun bulunması, problemi çözen kişiden istenir (Baki, 2008: 62).
- **Uygulama türü sorular:** Günlük hayattaki uygulamalar ile pratiklerden seçilen farklı çözüm yolları ve sonuçları olan sorulardır (Baki, 2008: 63). Uygulama türünden sorularda, tek bir çözüm olmadığı için, problemi çözen kişiden beklenilen şey; bilgi, beceri ve deneyimlerini kullanarak, orijinal çözümler/yaklaşımlar üretmesidir (Baki, 2008).
- **Araştırma türü sorular:** Çözüm yolun da, ortaya ne çıkacağı da belli olmayan açık uçlu sorulardır ve bu tür sorularda; problemi çözen kişiden, yeni ilişkiler/örüntüler keşfetmesi beklenir (Baki, 2008).

Bu araştırma kapsamında, "problem" terimi; matematiksel bir soru türü anlamında kullanılmıştır. Bu araştırmada yer verilen 16 matematik sorusundan 8 tanesi (ikinci görüşme protokolünde yer alanların hepsi), "problem" türünden sorular olarak kabul edilmiştir.

III. BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcılar, veri toplama teknikleri, veri toplama süreci, veri analizi ve araştırmanın geçerliliği ve güvenirliğinden bahsedilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara ait kavram imajlarının incelenmesinin ve zihinsel süreçlerinin ortaya koyulmasının amaçlandığı bu çalışmada, öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik zihinlerinden geçenleri nicel verilere dayalı metotlarla anlamak mümkün olmadığı için nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Çünkü nitel araştırma, araştırılan problemin miktarı, sayısı, sıklığı ve yoğunluğundan ziyade problemin süreci ve anlamıyla yakından ilgilenir (Denzin ve Lincoln, 1998: 8). Başka bir deyişle; nitel araştırma, karmaşık, değişken, tartışmalı birçok yöntem ve araştırma uygulamalarının olduğu bir alan ve devasa bir çeşitliliği kapsayan şemsiye terimdir (Punch, 2005/2005: 132).

Alanyazında "matematiksel tanımlar/kavramlar" hakkında yapılmış birçok araştırmanın sonuçlarından ve araştırmacının bugüne kadarki tecrübelerinden edindiği bilgilere göre; öğrenciler, matematiksel bir kavramı zihinlerinde farklı şekillerde yapılandırmaktadırlar. Bu araştırma sürecinde; "GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara ilişkin kavram imajları ve temsilleri ile kavram kullanımları"na dair farkında olunan bu olgu, öğrencilerin görüşme soruları ve problemlerine cevap vermeleri esnasında gerçekleştirilecek görüşmelerle daha ayrıntılı bir şekilde inceleneceğinden; araştırma modeli olarak durum çalışmasının ve fenomenolojinin

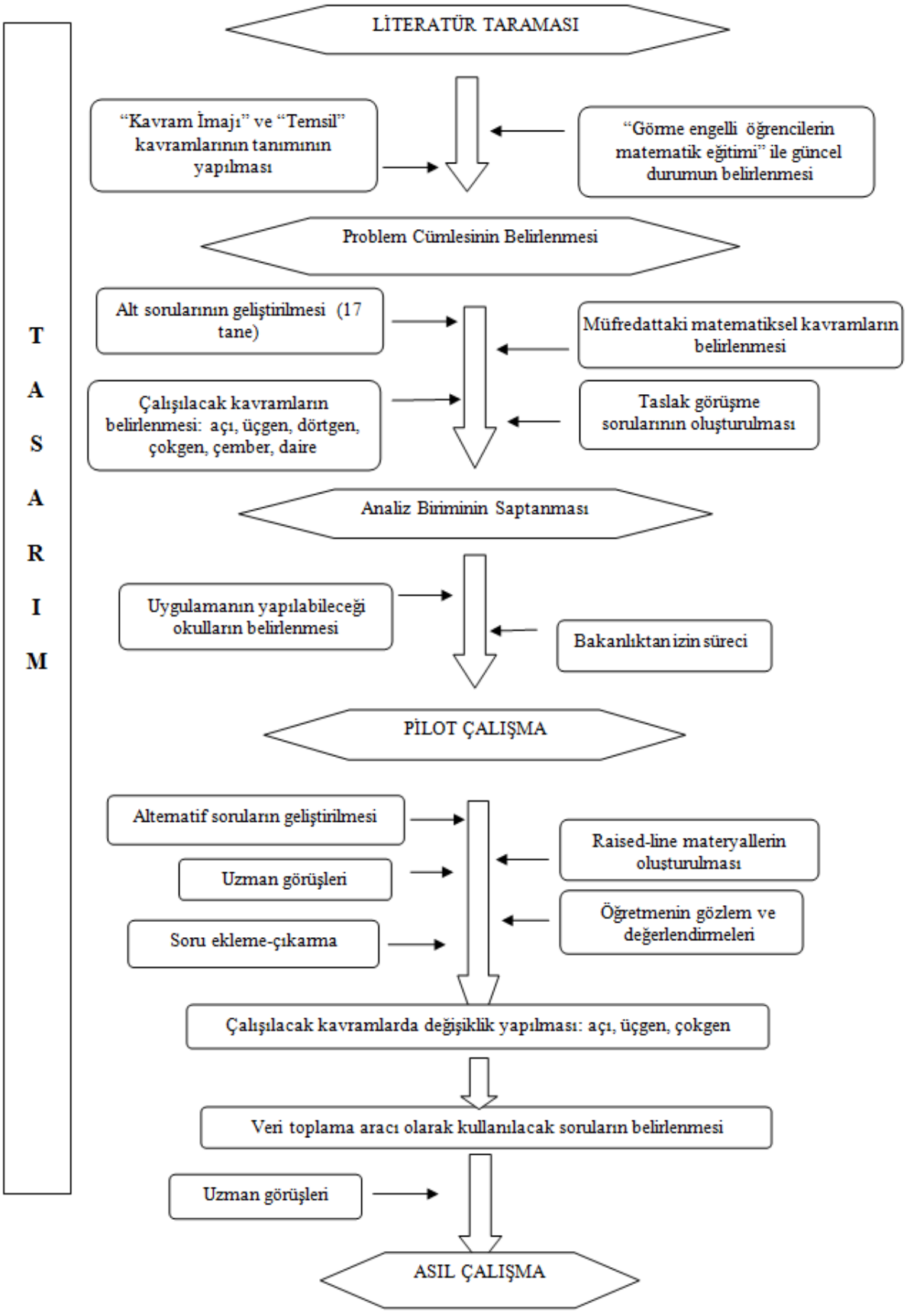
kullanılması uygun görülmüştür. “Farkında olduğumuz ancak derinlemesine ve ayrıntılı bir anlayışa sahip olmadığımız olgulara odaklanan” (Yıldırım ve Şimşek, 2006: 72) fenomenoloji (olgubilim–phenomenology) deseninde; insanların yaşantılarına ve –araştırılan olgu ile ilgili– yaşantıları konusundaki algılarına odaklanılmaktadır (Glesne, 1999: 7). Öte yandan kullanılan durum çalışması deseninde ise; bir durumu veya bir örneklemi, belli bir olayı detaylı incelemeye (Bogdan ve Biklen, 1998: 54; Arıkan, 2007: 88), durum veya durumlar hakkında veri toplama ve kayıt etme, raporların veya durumun ayrıntılı aktarılmasına (Stenhouse, 1988), zaman ve aktivite ile sınırlı olan durumların birçok veri koleksiyonunu kullanarak detaylı bilgilerin toplanmasına (Creswell, 2003: 17) odaklanılmaktadır. Bu araştırmada odaklanılan analiz birimi TGE öğrenciler olmuştur.

Araştırmada, durum çalışması desenlerinden “iç içe geçmiş tek durum deseni” kullanılmıştır. İç içe geçmiş tek durum deseni; tek bir durum içerisinde bulunan alt durumların her birinin derinlemesine incelenmesidir (Çepni, 2010: 66; Yıldırım ve Şimşek, 2008: 291). Bu araştırmada GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara ait kavram imajları ve temsilleri, durum olarak; açı, üçgen ve çokgen kavramları ise alt durumlar olarak ele alınmıştır.

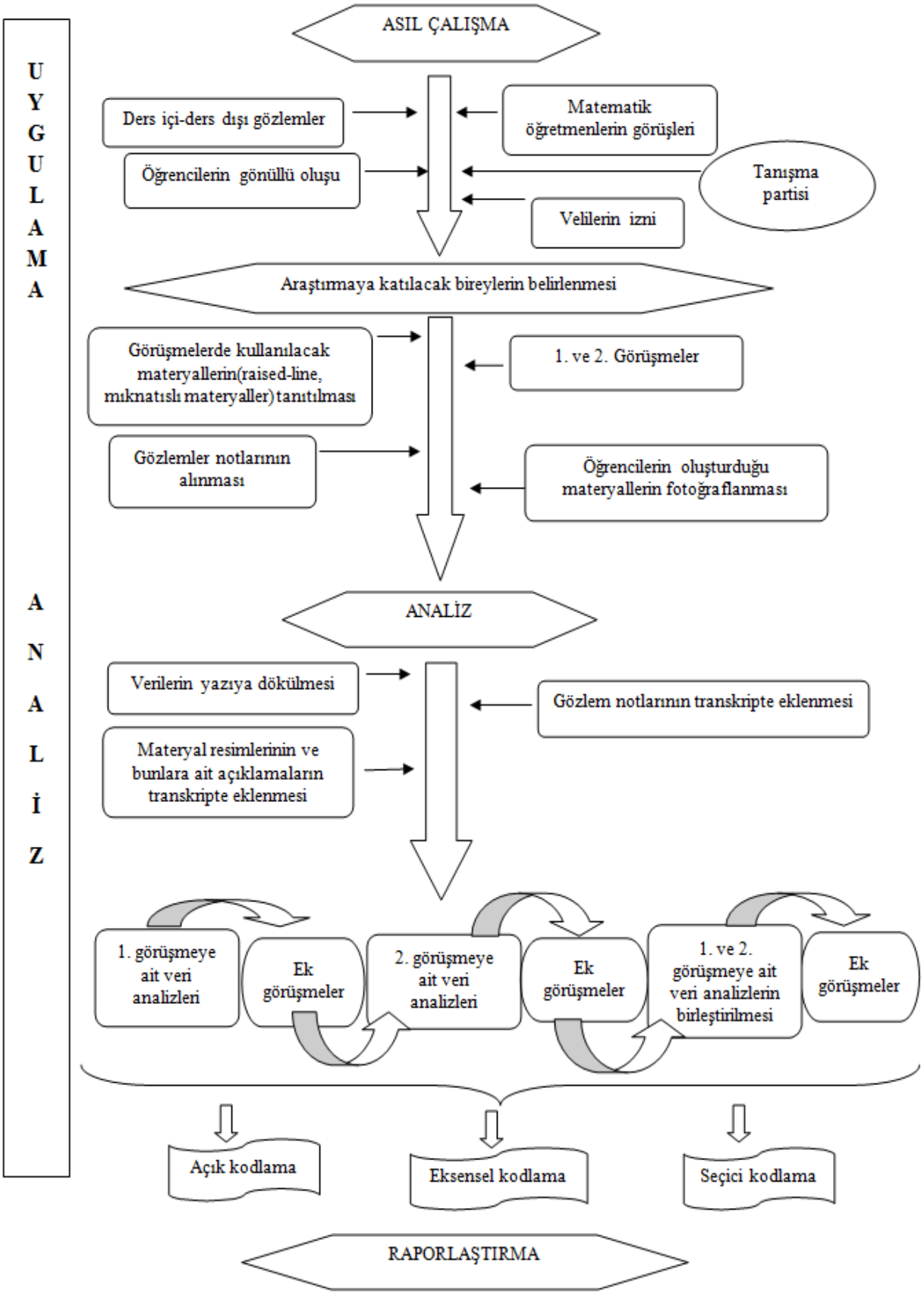
Katılımcıları Ankara ilinden seçilmiş ilköğretim ikinci kademede öğrenim gören biri 6. sınıf, ikisi 7. sınıf ve ikisi 8. sınıf olmak üzere toplam 5 TGE öğrenci olan bu araştırmanın verileri; her bir öğrenci ile belirlenen kavramlara ilişkin sorulara cevap verme ve problemleri çözme ortamlarında, video ve ses kayıt cihazı ile yapılan birebir görüşmeler aracılığıyla ve öğrencilerin bu görüşmeler esnasında oluşturdukları materyaller aracılığıyla toplanmıştır.

Veri analizi sürecinde ise; gömülü teoride (*grounded theory*) kullanılan tekniklerden açık kodlama, eksensel kodlama ve seçici kodlama nitel araştırma tekniklerinden faydalanılmıştır. “Verilerin Analizi” adlı bölümde; bu kodlama teknikleri ile ilgili bilgiler sunulacak ve verilerin analiz edilme sürecinden bahsedilecektir.

Araştırma boyunca izlenen adımların şematik açıklaması, tasarım, uygulama ve analiz olmak üzere 3 aşamada gösterilmiştir. Tasarıma ait adımlar Şekil 3. 1 ile uygulamaya ve analize ait adımlar ise şekil 3. 2 ile gösterilmiştir.



Şekil 3. 1. *Araştırma Boyunca İzlenen Adımların Şematik Açıklaması: Tasarım*



Şekil 3. 2. *Araştırma Boyunca İzlenen Adımların Şematik Açıklaması: Uygulama*

3.2. Araştırmanın Katılımcıları

Araştırma nitel bir tasarıma sahip olduğundan, katılımcıları belirlemek için nicel çalışmalardaki gibi olasılık temelli örnekleme yöntemlerinin tersine, amaçlı örnekleme yöntemine başvurulmuştur. Nitel araştırmada zengin bilgiye sahip olan durumları derinlemesine inceleme söz konusu olduğu için amaçlı örnekleme çalışma için uygun bulunmuştur (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 107). Ayrıca bu çalışmada sonuçların genelleştirilmesi gibi bir amaç yoktur.

Aşırı veya aykırı durum, maksimum çeşitlilik, benzeşik, tipik durum, kritik durum, kartopu-zincir, doğrulayıcı-yanlışlayıcı ve kolay ulaşılabilir durum katılımcı seçimleri başlıca amaçlı katılımcı seçimi çeşitleridir (Patton, 2002: 230-241). Bunlar arasından tipik durum ve maksimum çeşitlilik katılımcı seçimi araştırmanın amacına ve yapısına uygun bulunmuştur. Çünkü tipik durum örneklemesi yönteminde yeni bir uygulamayı veya bir yeniliği tanıtma amacı bulunmaktadır. Araştırmada bu yöntemi seçmedeki amaç, tipik durumları seçerek genelleme yapmak değil aksine ortalama durumları çalışarak belirli bir alan hakkında fikir sahibi olmak veya bu alan, konu, uygulama veya yenilik konusunda yeterli bilgi sahibi olmayanları bilgilendirmektir (Patton, 1987: 54). Maksimum çeşitlilik katılımcı seçiminde ise amaç, göreli olarak küçük bir katılımcı grubu oluşturmak ve bu katılımcılarla çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmak, ayrıca çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını bulmaya çalışmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008: 108-109).

Bu bölümde araştırmanın katılımcıları, pilot uygulamadaki katılımcılar ve asıl uygulamadaki katılımcılar olmak üzere iki başlık altında incelenecektir. Çünkü araştırmanın pilot ve asıl uygulama aşamalarında farklı katılımcılar araştırmaya dâhil edilmişlerdir.

3.2.1. Pilot Uygulamada Yer Alan Katılımcılar

Araştırmanın pilot uygulaması 2011-2012 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Ankara'da GE bireylere eğitsel, kültürel ve mesleki sorunlarına çözüm yolları üretmek amacıyla kurulan bir dernekte yürütülmüştür. Burada dersler öğrenci ile birebir

işlenmektedir. Pilot uygulama, bu dernekte eğitim desteği almakta olan az gören iki kız öğrenci ile yaklaşık 2 ayda yürütülmüştür. Pilot çalışma için öğrencilerin seçiminde; özel eğitim derneğinde eğitim veren matematik öğretmeninin görüşleri ve ayrıca derslerdeki, günlük hayattaki (çay içerken, yemek yerken, toplu taşıma araçlarına giderken, vs.) gözlemler sonucu seçilmiştir. Bu gözlem süreci yaklaşık bir ay sürmüştür. Amaçlı örnekleme yoluyla seçilen pilot uygulamanın katılımcıları ile ilgili özellikler, aşağıda yer almaktadır.

3.2.1.1. Beyzar. Beyzar antropoloji alanında lisans eğitimi almış 24 yaşında bir bayandır. Doğuştan GE olan Beyzar az gören bir bireydir. Eğitimini kaynaştırma öğrencisi olarak tamamlayan Beyzar, matematik dersini sevdiğini fakat üniversite sınavlarına hazırlanırken bu derse yönelik özel ders almadığını ifade etmiştir. Beyzar, Braille okuma yazma bilmediği için büyük puntolu yazıları tercih etmektedir. Dolayısıyla görüşmeler esnasında da hazırlanan büyük puntolu geometrik şekilleri tercih etmiştir.

3.2.1.2. Ebrar. Ebrar 17 yaşında, ortaöğretim 2. sınıf kaynaştırma öğrencisidir. Doğuştan GE olan ve eğitiminin ilk sekiz yılını Ankara'da bulunan bir GE'ler ilköğretim okulunda alan Ebrar, matematik dersini sevdiğini belirtmiştir. Ek olarak Ebrar, matematik öğretmenlerinin başarılı bulduğu ve yazılılardan yüksek puanlar alan bir öğrencidir. Ancak ülke genelinde yapılan sınavlarda GE öğrencilerin geometri dersinden muaf tutulmasını gerekçe göstererek geometri dersine ilgi duymadığını ifade etmiştir. Ebrar üniversite sınavına hazırlık için Ankara'da bulunan bir özel eğitim derneğinde matematik dersleri almaktadır. Ayrıca Braille okuma ve yazmayı da bildiği ve kabartma şekillere aşina olduğu için görüşmeler esnasında, *raised-line* (Bkz: bölüm 3.3.6) geometrik şekilleri tercih etmiştir.

3.2.2. Asıl Uygulamadaki Katılımcıların Belirlenme Süreci ve Katılımcıların Belirlenmesinde Dikkate Alınan Kriterler

Araştırmanın asıl uygulaması 2011-2012 eğitim öğretim yılı bahar döneminde ve 2012-2013 eğitim öğretim yılı güz döneminde Ankara'da bulunan bir GE'ler ilköğretim okulunda yürütülmüştür. Bu okulu belirlemek için Türkiye'de bulunan toplam 16 GE'ler ilköğretim okulundan ulaşım imkânı göz önüne alınarak 7 ilköğretim okulu ve

Ankara'da GE öğrencilerin kaynaştırma eğitim gördüğü 3 ortaöğretim kurumu belirlenmiştir ve okullar için MEB' den gerekli izinler alınmıştır (Bkz. EK-1). GE öğrencilere ulaşmanın zor olduğu düşüncesi ile ve çalışmanın spesifik olması dolayısıyla öğrencilerin çalışma isteğinin olmaması ihtimaline karşı, seçenekleri arttırmak amacıyla bu 10 okul için izin alınma yoluna gidilmiştir. Daha sonra izin alınan bu okullardan ulaşılması en kolay olduğu düşünülen bir ilköğretim okulu seçilmiştir. Başlangıçta katılımcılar yaklaşık 1 ay süren ders içi (matematik dersi performansları ve başarı düzeyleri) ve ders dışı (teneffüsler, yemekhane, yatakhane vs.) gözlemlerin ardından matematik dersi öğretmenlerinin de görüşleri alınarak zengin veri vermesi muhtemel olan 11 öğrenci olarak belirlenmiştir. Daha sonra belirlenen 5' TGE, 6'sı az gören olmak üzere 11 öğrenci için okul idaresinden de gerekli izinler alınarak tanışma partisi düzenlenmiştir. Burada öğrencilere zarf içerisinde tanışma protokolü (Bkz. EK-6) ve zarf içerisinde velilerini bilgilendirici izin belgesi (Bkz. EK-7) dağıtılmıştır. Tanışma protokolleri, az gören öğrenciler için büyük punto ile TGE öğrenciler için Braille alfabesi ile yazılmıştır. Bu partinin verilmesindeki amaç; öğrencilerle tanışma, onların güvenini kazanma ve öğrencileri çalışma hakkında bilgilendirmedir.

Gözlemler, öğretmen görüşleri, veli izinleri, öğrencilerin gönüllülüğü ve matematiğe olan ilgileri esas alınarak belirlenen bu 11 öğrenciden, farklı sınıf seviyelerinde olan ve TGE olan 5'i çalışmaya dâhil edilmiştir. Bu öğrencilerden 1'i 6. sınıftan, 2'si 7. sınıftan ve diğer 2'si 8. sınıftan olmak üzere amaçlı örneklemenin maksimum çeşitlilik yöntemine göre seçilmiştir. TGE öğrencilerin seçilmesinin nedeni matematiksel kavramlara ait sahip oldukları kavram imajlarını ve temsillerini analitik bir yaklaşımla sergileyebilecekleri düşüncesi olmuştur. Zira GE bireyler, geometrik nesneleri, gören öğrencilerden daha iyi ve daha kesin tanımlayabilmekte, temel geometrik şekilleri ve katı cisimleri isimlendirebilmekte ayrıca onları ayırt edebilmektedirler (Kohonová, 2007; Srichantha, Inprasitha ve Ariratana, 2008).

3.2.2.1. Asıl uygulamadaki katılımcıların özellikleri. Mükemmel derecede Braille yazıp okuyabilen ve amaçlı örnekleme yoluyla seçilen bu katılımcılarla ilgili özellikler, aşağıda yer almaktadır. Burada öğrencilerin kendi ifadelerine yer verilmiş, kimliklerini açığa çıkaracak bilgiler üç nokta ile gizlenmiştir.

3.2.2.1.1. $Ö_1$: Araştırmacı katılımcıyı tanımak için yaptığı görüşmede, $Ö_1$ matematik dersini seven bir öğrenci olduğunu ifade etmiştir. $Ö_1$ düşüncelerini aşağıdaki cümlelerle açıklamaya devam etmiştir:

> *"...6. sınıfa gidiyorum...Ee burda yatılı okuyorum. Bu okulda... 1 ve 5… 1. Sınıftan itibaren bu okulda okuyorum... işte ı gölge şeklinde… filan görüyorum... Doğuştan hiç görmüyordum... İşte ameliyat oldum böyle oldu.... 3, 4 kez ameliyat oldum… öyle oldu... ekran okuyucu kullanıyorum... matematikle aram iyi... matematikte en çok zorlandığım konular ıı asal sayılar ve ebob, ekok... geometri ile aram iyi"*

3.2.2.1.2. $Ö_2$: Araştırmacının katılımcıyı tanımak amacıyla yaptığı görüşmede, $Ö_2$ matematik notlarının yüksek olmasına rağmen sözel dersleri sayısal derslerden daha çok sevdiğini ve matematik dersinde zorlandığını ifade etmiştir. $Ö_2$ düşüncelerini aşağıdaki cümlelerle açıklamaya devam etmiştir:

> "*Ankara da yatılı okuyorum... Şu anda hiç görmüyorum. Işığı da fark etmiyorum... Matematik, aslında derste iyiyim, anlıyorum ama sonra neden kaynaklı tekrardan olduğunu düşünmüyorum. Tekrar yapmadığım için olduğunu düşünmüyorum ama eee tekrar da yapsam maalesef aram iyi değil. yaa sanırım ben daha çok sözel bir kişilik olduğum için… ıuı…. Ondan kaynaklı yani… Fazla ilgim yok yani....Sayılar hani, özellikle mesela negatif sağ tarafa geçince eee mesela pozitif oluyor. Pozitif sola geçince negatif oluyor. Bunlar işlem içerisinde olunca zorlanıyorum. Zorlandığım daha bi çok var. Ben matematiğin, nerdeyse yani diyebilirim ki yarıdan çoğunda zorlanıyorum*"

3.2.2.1.3. $Ö_3$: Çalışmada bulunan diğer katılımcılardan farklı olarak $Ö_3$ ortaokul seviyesine kadar kaynaştırma eğitimi aldığını ve Braille okuma ve yazmayı özel eğitim kurumlarında öğrendiğini ifade etmiştir. Matematik dersini sevdiğini belirten $Ö_3$ düşüncelerini aşağıdaki cümlelerle açıklamaya devam etmiştir:

> "*Matematikle aram iyi.. ancak geometri de genelde geçiyoruz her sadece tanımları veriyorlar. Onlarda da takılıyoruz biraz"*

$Ö_3$ görme durumu ile ilgili ise aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

"sadece çok çok çok yakında olan önümdeki nesneyi görebiliyorum, renkleri falan seçebiliyorum.. bulanık yani.. Ya çok yakın olması lazım... Büyük punto okuyamıyorum... Doğuştan görmüyorum"

3.2.2.1.4. Ö$_4$: Bütün resmi eğitim hayatını şu anda okuduğu okulda alan Ö$_4$Braille okuma ve yazmayı bildiğini, büyük punto okuyamadığını ve ayrıca özel eğitime de gittiğini ifade eden Ö$_4$ daha sonra aşağıdaki cümlelerle görme durumunu ve matematik dersine bakış açısını şöyle açıklamıştır:

"GE'yim... Doğuştan değil… Bi gözümü 3 günlükken, birini de 3,5 yaşında kaybettim"

"Matematiğe karşı özel ders değil de bir zamanlar özel eğitime giderken abaküs ve küp taşta çalışıyorduk… O zaman 4. … 5. Sınıfta falandı... büyük puntolu yazıları okuyamıyorum.. Matematikle aram iyi... 75 aldım çok kötü bir not ama.... Geçen yıl matematikte problem yaşamıştım ama… Bu yıl olmadı. Geçen yıl mesela oran orantıyı hiç anlamamıştım. Bu sene çok iyi anladım. Ondan önce ki yıl da genelde problem çözüyorduk problemlerde. Matematikte bana en zor gelen konular Üslü nicelikler bide veri analizi"

3.2.2.1.5. Ö$_5$: Anasınıfı hariç bütün eğitim hayatını şu anda okuduğu okulda alan Ö$_5$ Braille okuma ve yazmayı bildiğini, büyük punto okuyamadığını ve ayrıca özel eğitim kurumlarında matematik dersi aldığını ifade eden Ö$_5$ daha sonra aşağıdaki cümlelerle görme durumunu ve matematik dersine bakış açısını şöyle açıklamıştır:

"bi ara özel eğitime gidiyordum orda matematik dersi almıştım... Yani görüyorum renkleri falan ama yüzde kaç olduğunu tam bilmiyorum. İşte… kişileri seçemiyorum. Sadece renkleri falan... Gölgelerini görüyorum... Bide renkleri... doğuştan GE'liyim...."

"Braille cetvel ve iletki yani bi kere incelemiştim ama öyle kullandığım pek olmadı.. matematikle aram iyi.. Yani 1. Yazılıdan 80 almıştım 2.den 83 almıştım ama... Silindire yeni geldik gerçi tam o oturmadı ama geometri de değil

silindirde zorlanıyorum yani çokgenler de iyiyim ama silindire yeni başladığımız için yani da yeni oldu. Cebirde iyiyim, problemde de iyiyim.

Öğrenciler, görüşmelerde kullanılması planlanan mıknatıslı materyali, geometri tahtasını ve geometri şeritlerini daha önce hiç kullanmadıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca, katılımcıların hepsi uygulamalar esnasında, mıknatıslı materyalleri geometri şeritlerine tercih etmişlerdir. Bu tercihlerinin sebebi sorulduğunda ise cevapları aşağıdaki gibi olmuştur:

"Bu daha kolay oluyor da ondan.... Yani bu daha kolayıma geliyor bu daha iyi... Daha güzel yapılıyor... Yani şimdi zihnimdeki yapıyı ortaya çıkarmada faydası olmasa zaten onları kullanmam yani bayaa bir güzel faydası var…"($Ö_1$)

"*Şimdi hani buralara da bişeyler koyduğunuz anda mıknatısla hani hemen etkileşimde olduğu için bana daha basit geldi... Bakın.. Şuraya da bişiy koyduğunuz anda şundan eşit değil bende biliyorum ama bakın hemen çekti. Evet daha basit.. düşündüğüm şeyleri tam olarak yansıtabiliyorum mıknatısla. zannedersem bir çember çizemem... Yani denemeliyim yapılabilir mi bende bilmiyorum ama çok zor yapılır yani. Şunlar biliyorsunuz bükülen bir materyaldir bakın o yüzden hani çokgen yaparım. Eminim yaparım kare, dikdörtgen aaı üçgen*" ($Ö_2$)

"Yani şekilleri çizmesi falan o çubukları birbirine tutturması daha kolay olduğu için... Yani şekillerin anlaşılır olmasını sağlıyor o yüzden"($Ö_3$)

"Onda bence mesela GE'lerin şekil anlaması yönünden o daha kolay olur. Mesela belirtilebilir. Mesela köşeler mıknatısla işte diğerleri boncuklar, toplarla belirtilebilir... Bide daha eğlenceli yapar bence öğrenmeyi daha zevkli yapar"($Ö_4$)

"Bunları şekil yapmak sizin sorularınıza cevap vermek için seçtim. Şekilleri daha iyi gösterebilmek için...zihnimdeki yapıyı daha iyi ortaya çıkarabiliyorum...geometri şeri ile de yapabilirdim ama hani bunlar yapışıyorlar falan.. daha kolay olur diye" ($Ö_5$)

Tablo 3. 1'te yer alan bilgiler ilk görüşme protokolü öncesinde katılımcı GE öğrencilere EK-3'te yer alan bazı sorular sonucu elde edilmiştir.

Tablo 3. 1. *Asıl Uygulamada Yer Alan Katılımcıların Profil Özetleri*

Katılımcı	Cinsiyet	Sınıf	Eğitim Geçmişi
$Ö_1$	Erkek	6	Matematikten özel ders almamış. Matematikte en çok zorlandığı konu: asal sayılar, ebob-ekok Görüşmede kullanılacak olan mıknatıslı materyali, geometri tahtasını ve geometri şeritlerini daha önce hiç kullanmamış.
$Ö_2$	Bayan	8	Matematikten özel ders almamış. Braille cetvel-iletki, vs. malzemeleri kullanamıyor.
$Ö_3$	Bayan	8	Matematikten özel dersler almış Braille cetvel-pergel kullanmamış.
$Ö_4$	Bayan	7	Özel eğitim kurumlarında küp taş kasa ve abaküs kullanmayı öğrenmiş.
$Ö_5$	Bayan	7	Özel eğitim kurumlarında matematik dersi almış.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Nitel araştırma, yorumlayıcı araştırma ya da alan araştırması olarak adlandırılır. Bu araştırma yaklaşımı sosyoloji ve antropoloji gibi bilimler tarafından etkilenmiş olup, daha sonraları eğitim ortamlarına uyarlanmıştır (Lodico, Spaulding ve Voegtle, 2006: 264). Nitel araştırmanın gücü, içindeki çoklu metotla birlikte verilere odaklanmaya olanak vermesinden ve birçok metot ya da sorudaki olguyu derinlemesine anlamayı sağlamak için veri çeşitlemesini (triangulation) kullanmasından kaynaklanmaktadır. Yani nitel araştırmalarda veri toplanırken baskın bir strateji olan görüşme, gözlem, doküman analizi ve diğer tekniklerle birlikte kullanılabilmektedir (Bogdan ve Biklen, 1998: 94). Bu araştırmada konu ile ilgili bütüncül bir resim elde etmek için gözlem, görüşme ve doküman incelemesi yardımıyla veriler toplanmıştır. Ayrıca öğrencilerle telefon görüşmesi ile de veriler toplanmıştır.

3.3.1. Gözlemler

Araştırma iki öğretim dönemini kapsamıştır. Bu süre içerisinde gözlemler iki farklı amaç için kullanılmıştır. Araştırmacı ilk olarak katılımcıların seçiminde ders içi ve ders dışı gözlemler yapmıştır. İkinci olarak ise araştırmacı; görüşmeler esnasında öğrencilerin sözel olmayan davranışları odaklı, yapılandırılmamış gözlem yöntemini

kullanmıştır. Bu nedenle öğrencilerin, belirlenen matematiksel kavramlar ile ilgili davranışları dikkate alınmış ve önemli görülen durumlar not edilmiştir.

3.3.2. Doküman İncelemesi

Araştırmanın veri toplama tekniklerinden biri olan doküman incelemesi, yazılmış, görsel ve fiziksel materyaller aracılığıyla verilerin toplanması tekniğidir (Merriam, 1998: 112). Bu sebeple çalışmada, görüşmeler esnasında öğrencilerin oluşturdukları geometrik şekiller doküman olarak kabul edilmiş bu bağlamda da doküman incelemesi yapılmıştır.

Öğrencilerin kavramlar ile ilgili ne düşündüklerini, kavramlar hakkında bildiklerini şekillere yansıtma süreçlerini görebilmek ve kavrama ait düşüncelerinin bileşenlerini inceleyebilmek için mıknatıslı materyallerle oluşturdukları geometrik şekillerin fotoğrafları çekilmiştir. Öğrencilerden düşünme süreçlerini yansıtabilmeleri için geometrik şekilleri dikkatli bir şekilde oluşturmaları ve mümkün oldukça detaylı tarif etmeleri istenmiştir.

3.3.3. Matematiksel Kavramlar ve Görüşme Protokolleri

Öncelikle öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara ait kavram imajlarının ve temsillerinin ne olduğunu araştırmak amacıyla ilköğretim matematik müfredatı incelenerek geometri kavramları havuzu oluşturulmuştur. Bu havuzda oluşturulan kavramlar arasında tekrar seçimler yapılarak kavram sayısı 6 ya indirilmiştir. Sorular hazırlanmadan önce kavramlara ait alanyazındaki tanımları araştırılmıştır. Bu tanımlardan yola çıkarak alanyazından bağımsız bir şekilde sorular oluşturulmuştur. Daha sonra benzer kavramların çalışıldığı alanyazın, yerli ve yabancı yüksek lisans ve doktora tezleri incelenerek hazırlanan soruların çalışmanın amacına uygun olup olmadığına karar verilmiştir. Belirlenen bu kavramlar ile ilgili bu şekilde soru havuzu (97 açık uçlu soru) oluşturulduktan sonra bu soru havuzundan tekrar seçimler yapılarak pilot çalışma soruları elde edilmiştir. Bir sonraki adımda, hazırlanan sorular için alternatif sorular ve gelebilecek cevaplara göre follow-up sorular üretilmiştir. Bu sayede ilk soruyu anlamlandıramayan öğrencinin ikinci denemede soruları cevaplandırabilmesi

öngörülmüştür ve ayrıca araştırmacı karşılaşabileceği olası cevaplara karşı hazırlıklı olması planlanmıştır. Ek olarak soruların cevaplandırılması için uygun materyaller (*raised-line*) hazırlanmıştır. Görüşme protokolündeki sorular ve ilgili materyalin belirlenen kavramlara ait kavram imajlarını ortaya çıkarabilme durumları konusunda 5 uzmanın görüşü alınarak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Bu sorular 2 protokol olacak şekilde hazırlanmıştır. 1. protokolde kavramlar ile ilgili genel sorular (22 soru), 2. protokolde ise kavramlar ile ilgili problemler (19 soru) yer almıştır.

Pilot çalışma sonrası ortaya çıkan duruma göre tekrar uzman görüşleri alınarak her iki protokolde yer alan sorular beş kavramı içerecek şekilde indirgenmiştir. Sonuç olarak birinci protokolde 14, ikinci protokolde 8 sorunun yer almasına karar verilmiştir.

Asıl uygulamada ise belirlenen öğrencilerin çok fazla veri vermesi nedeniyle kavramları azaltma yoluna gidilmiştir. Sonuç olarak, açı, üçgen ve çokgen olmak üzere üç kavramı içeren her biri 8 soruluk iki protokol (Bkz. EK-4, Bkz. EK-5) son halini almıştır.

3.3.4. Görüşme Protokolleri Hazırlanırken Görüşleri Alınan Uzmanların Nitelikleri

Görüşme protokollerinin hazırlanması esnasında görüşleri alınan uzmanlardan üçü, matematik eğitimi doktoralı ve bir devlet üniversitesinde yardımcı doçent olarak çalışan öğretim üyeleridir. Uzmanlardan diğer ikisi ise GE öğrencilere matematik dersi veren öğretmenlerdir. Bu öğretmenlerden biri özel eğitim kurumlarında 6 senedir matematik öğretmenliği yapmaktadır. Son uzman ise GE'ler ilköğretim okulunda 1 senedir çalışan bir matematik öğretmenidir. Bu uzmanlara (+ işaretli olanlar) ait ayrıntılı bilgilere Tablo EK-2'te yer verilmiştir.

3.3.5. Görüşme Protokollerinde Yer Alan Soruların Kullanılma Amaçları

Araştırmaya başlamadan önce, GE öğrencilerin açı, üçgen ve çokgen kavramları ile ilgili kavran imajlarını ve temsillerinin sorgulayan açık uçlu sorular hazırlanmıştır. Çalışmada yer alan soruların hangi amaçla kullanıldığını özetleyen tablo aşağıdaki gibidir.

Tablo 3. 2. *Araştırmada Yer Alan Soruların Kullanılma Amaçları*

1. protokol 1. soru	Açı kavramı ile ilgili kavram imajı ve temsili
1. protokol 2. soru	
1. protokol 3. soru	
1. protokol 4. soru	Üçgen kavramı ile ilgili kavram imajı ve temsili
1. protokol 5. soru	
1. protokol 6. soru	
1. protokol 7. soru	Çokgen kavramı ile ilgili kavram imajı ve temsili
1. protokol 8. soru	
2. protokol 1. soru	Açı kavramı ile ilgili kavram imajı ve temsili
2. protokol 2. soru	
2. protokol 3. soru	
2. protokol 4. soru	Üçgen kavramı ile ilgili kavram imajı ve temsili
2. protokol 5. soru	
2. protokol 6. soru	
2. protokol 7. soru	Çokgen kavramı ile ilgili kavram imajı ve temsili
2. protokol 8. soru	

3.3.6. Raised-Line ve Mıknatıslı Materyaller

Raised-line, bir düzlem üzerinde şekilleri temsil eden kabartma şekiller yardımıyla öğrenmeyi mümkün kılan dokunsal bir yöntemdir. Dulin ve Serrière'nin (2009) ifadelerine göre raised-line çizimler veya haritalar son yirmi yıl içerisinde sadece özel eğitim için geliştirilen bir yöntemdir. 1960 yıllarında GE bireylerin çizim yapabilmelerini sağlamak için ucuz araçlar aracılığıyla kendini göstermiştir. Sonraları daha yeni bir görünüm kazanan makinelerin darbe vuruşlarıyla elde edilen yükselen hat (*raised-line*) şekilleri fenomeni, grafik temsillerin esasen görsel temsiller gibi görülmesi ve öteden beri GE bireylere materyallerin erişilebilir hale getirilmesinde çok az girişimin olması nedeniyle, termoform işlemler ile kısmen açıklanmıştır (Hatwell ve Martinez-Sarrochi, 2003). Bu süreç şekil 3. 4 te gösterilmiştir.

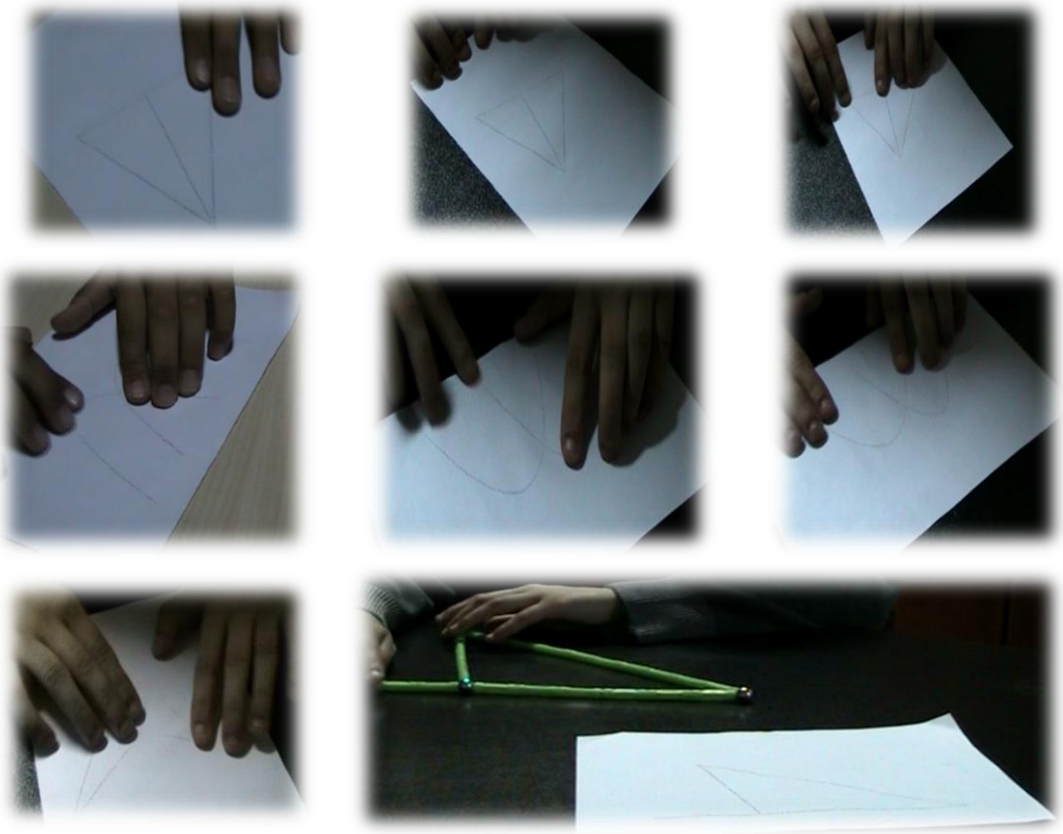


Gerçek nesne Termaform (*Thermoformed*) Nesne Raised-Line Gösterim

Şekil 3. 3. *Raised-Line Tekniğinin Gelişimi* (Kaynak: American Printing House for the Blind http://www.aph.org/)

Son zamanlarda *raised-line* materyallerin kullanımı, GE bireylerin eğitiminde ve öğretiminde yaygınlaşma eğilimi göstermektedir. Bu materyal kullanımının uygunluğu ve yararlı oluşu bazı araştırmacılar tarafından savunulmaktadır (Dulin ve Serrière, 2009; Heller, Calcaterra, Burson ve Tyler, 1996; Heller, Brackett, Scroggs, Steffen, Heatherly ve Salik, 2002; Heller, McCarthy ve Clark, 2005; Supalo, 2005). Bu nedenle GE öğrencilerin bazı kavramlara ait kavram imajları ve temsillerinin incelendiği bu araştırmada, *raised-line* yöntemi ile oluşturulan şekillerin kullanılması uygun görülmüştür.

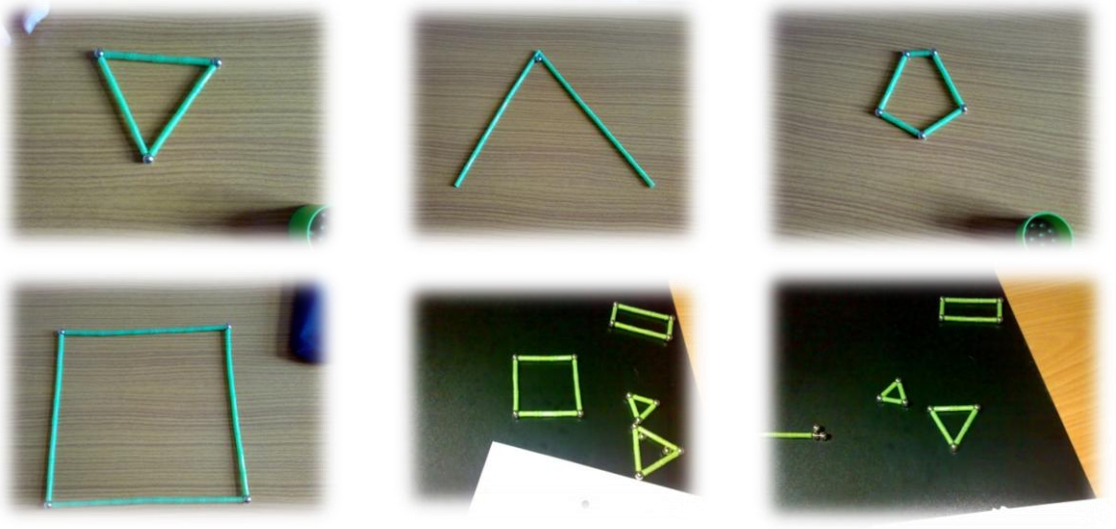
Araştırmada kullanılan raised-line materyallerin hazırlama sürecinde, araştırmacının uygun teknolojiye sahip olmaması nedeniyle A5 kâğıda kalın uçlu kalemlerle çizilen şekiller toplu iğne yardımıyla delinerek oluşturulmuştur. Aşağıda bu şekillere ait fotoğraflar bulunmaktadır:



Şekil 3. 4. *Asıl Uygulamada Kullanılan Raised-Line Materyallerden Bazıları*

Araştırmada kullanılan bir diğer materyal ise mıknatıslı materyaldir. Bu materyaller GE öğrencilerin daha kolay şekil oluşturabilecekleri düşüncesi ile

kullanılmıştır. Aşağıda bu materyallerle GE öğrencilerin yaptığı geometrik şekiller sunulmuştur:



Şekil 3. 5. *Asıl Uygulamada Öğrencilerin Oluşturdukları Mıknatıslı Materyallerden Bazıları*

3.3.7. Görüşmeler

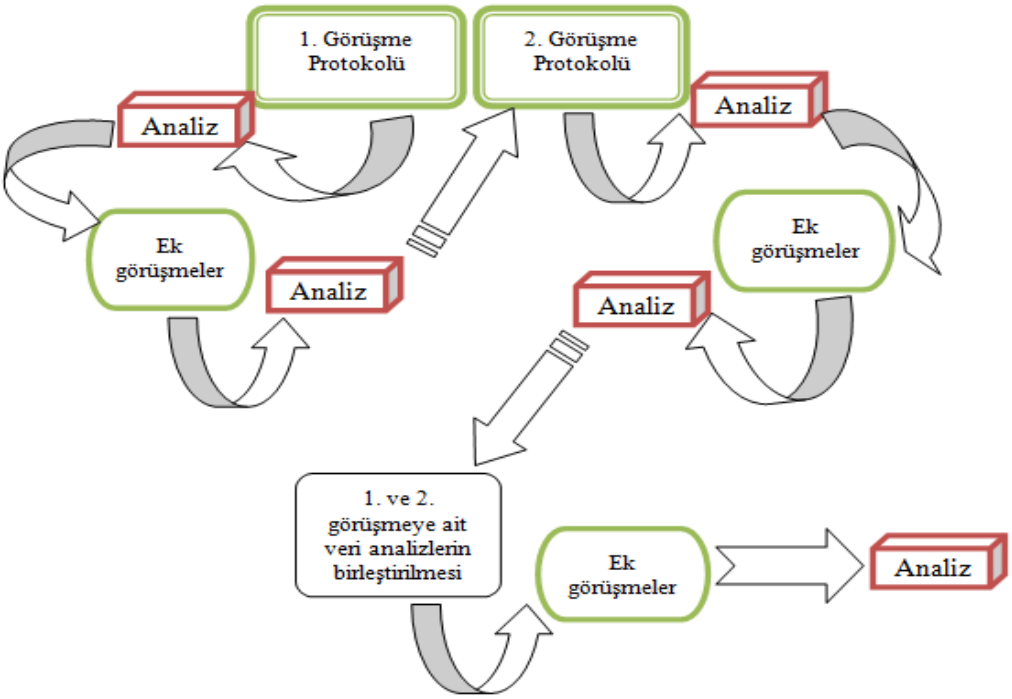
Görüşme, nitel araştırmalarda, veri toplamada baskın bir strateji olup, katılımlı gözlem, doküman analizi ve diğer tekniklerle birlikte kullanılabilmektedir (Bogdan ve Biklen, 1998: 94). Görüşmenin amacı, insanların zihninde var olan ve doğrudan gözlemleyemediğimiz şeyleri ortaya çıkarmaktır (Patton, 2002: 341). Bu nedenle, GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara yönelik kavram imajları ve temsillerini incelemeye yönelik yapılan bu çalışmada, öğrencilerle, daha önceden belirlenen matematiksel kavramlar üzerinden görüşmeler yürütülmüştür.

Görüşmede önceden kestirilebilen ve kısa yanıtlara ortam hazırlayan sorulardan ziyade, katılımcıları açıklama yapmaya ve ayrıntılı konuşmaya teşvik eden "nasıl", "neden" ve "ne" türü sorulara yer verilmiştir. Böylece bireyin konu hakkında daha ayrıntılı bilgi vermesi sağlanarak, araştırma sorusuna cevap oluşturacak verilere ulaşılmıştır. Soruların tam olarak anlaşılmadığı durumlarda, Yıldırım ve Şimşek'in (2006: 113) de belirttiği gibi hazırlanan alternatif sorular sorularak bireyin soruyu anlamasına yardımcı olunmuştur. Ek olarak, görüşme esnasında problemle ilgili özel alanlar keşfedildiğinde daha ayrıntılı sorularla derinlemesine irdelemeler yapılmıştır.

Görüşmeler sırasında öğrencilerden cevap verirken yüksek sesli düşünmeleri istenmiştir ve sorulan sorular, "sorgulayıcı" bir tutumla değil; bilgi vermeye davet edici biçimde sorulmuştur. Konuşma tarzında görüşmeler aracılığıyla öğrencilerin rahat olmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Görüşmeler, katılımcıların izniyle kameraya kaydedilmiştir.

Araştırma süresince katılımcılarla 2 ana görüşme ve bu ana görüşmeleri temel alacak şekilde ek görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmada analizlerin ve uygulamaların eş zamanlı yürütülmeleri sebebiyle, görüşmelerin gerçekleşmesi şekil 3. 7'de gösterildiği gibi gerçekleşmiştir. Burada belirtilmesi gereken önemli nokta; ek görüşmelerde birinci ve ikinci görüşmelerde açıklığa kavuşturulamayan noktalar öğrencilere sorulmuştur ve bu sayede analizlerde eksik kalan kısımlar tamamlanmaya çalışılmıştır.

Birinci ve ikinci görüşme protokollerine ait görüşme süreleri öğrenciden öğrenciye değişmekle birlikte birinci görüşme süreleri ortalama 60'şar dakika, ikinci görüşme süreleri ise ortalama 30'ar dakika olmuştur. Görüşmeler esnasında gerekli oldukça öğrencilere dinlenme molaları da verilmiştir.



Şekil 3. 6. *Görüşmelerin Uygulamadaki Yeri*

3.3.8. Pilot Uygulama

Asıl uygulamaya başlamadan önce süreçle ilgili tecrübe edinmek, görüşme sorularının çalışıp çalışmadığını kontrol etmek ve çalışmanın amacına uygun hareket edebilmek için uygulama öğrencilerine benzer nitelikte seçilen iki öğrenci ile pilot çalışmalar yapılmıştır. Çünkü yapılacak bir pilot çalışma sonrasında, araştırmacı uygulamalar için veri toplamaya hazır hale gelir (Glesne, 1999: 38). Pilot çalışma, araştırmacı tarafından yaklaşık iki ay sürdürülmüştür.

Öğrencilere görüşme sorularını sormadan önce geometri şeritleri, geometri tahtası ve mıknatıslı materyaller tanıtılmıştır. Görüşme öncesinde, esnasında ve sonrasında sohbet havasında katılımcıları rahatlatarak sorular sorulmaya çalışılmıştır. Uzman görüşü alınarak hazırlanan görüşme soruları pilot uygulama için değiştirilmeden kullanılmıştır. Ebrar ile 3 görüşme, Beyzar ile 2 görüşme gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler en az 45 dk. en fazla 90 dk. süreler aralığında gerçekleşmiştir. Görüşmeler esnasında öğrencilerin çok çabuk yorulduğu ve sıkıldığı fark edilmiştir. Bu nedenle sık sık ara verilmiştir. Soruları sorarken belli bir sıraya bağımlı kalmaksızın öğrencinin sorulara verdiği cevaplara bağlı olarak soru sırası değiştirilmiştir. Pilot uygulama sonrasında görüşme soruları, bazıları tamamen çıkarılmak ve bazılarında ise değişiklikler yapılması suretiyle yeniden düzenlenmiştir. Son olarak görüşme soruları, tekrar uzman görüşleri alınarak yeniden düzenlenmiştir.

3.4. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın asıl uygulaması Milli Eğitim Bakanlığı'ndan izin alınarak (EK-1), Ankara il merkezinde bulunan bir GE'ler ilköğretim okulunda, 2011-2012 yılının bahar döneminde ve 2012-2013 yılının güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın bu okulda yapılmasına karar verilmesi 3 aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk önce Türkiye genelinde GE'lere eğitim veren ilköğretim okulları, daha sonra Ankara ilinde ve çevre illerde ulaşılması en kolay okullar belirlenmiştir. Son olarak belirlenen bu okullarla tek tek görüşülüp; ulaşım kolaylığı, ekonomik olma durumu ve okul ortamları göz önüne alınarak Ankara'da bulunan bir GE'ler ilköğretim okulunda çalışılmaya karar verilmiştir.

Araştırma sürecinde öğrencilerle birebir görüşmeler gerçekleştirildiğinden, okul müdürünün ve müdür başyardımcısının da uygun gördüğü sessiz ortamlar olan okulun çok amaçlı salonu, kütüphanesi ve öğretmenler odası seçilmiştir. Öğretmenler odası akşam saatlerinde yapılan görüşmeler için kullanılmıştır. Araştırma kapsamında gerçekleştirilen görüşmeler videoya çekilmiştir. Video kamera, öğrencilere görüşmeler esnasında verilen *raised-line* çalışma yapraklarını ve öğrencilerin hareketlerini rahatça çekebileceği bir biçimde araştırma ortamına yerleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilere video kayıtlarının güvenli bir yerde tutulduğuna ve araştırmacının kendisinden başka kimsenin izlemeyeceği konusunda bilgiler verilmiştir.

Katılımcılar, düşüncelerini sözel olarak ifade etmekte zorlandıkları zaman çalışmaya küçük aralar verilerek düşünmelerine fırsat tanınmıştır. Süreçte bir dakikayı aşan sessizlikler olduğunda ise, araştırmacı katılımcıya önceki cevaplarını hatırlatarak "*Evet, başka eklemek istediğin bir şey var mı?*" veya *"... demiştin burada neyi kastediyordun?*" şeklinde sorular sormuş ve bunun dışında uygulama sürecine herhangi bir müdahalede bulunmamıştır.



Şekil 3. 7. *Araştırmanın Gerçekleştiği Ortamlar*

Görüşmelere başlamadan önce, öğrencilere mıknatıslı materyaller, geometri tahtası ve geometri şeritleri tanıtılmıştır ve nasıl kullanacakları hakkında bilgiler verilmiştir. Bu materyallerle 10-15 dakika etkileşim halinde olmalarına izin verilmiştir. Mıknatıslı materyaller tanıtılırken mıknatısları doğru veya doğru parçası, bilyeleri ise nokta olarak düşünmeleri ayrıca bu yapıları ip gibi ince olduklarını varsaymaları istenmiştir.

Görüşme sorularına geçilmeden önce katılımcılardan olabildiğince ayrıntılı cevap vermeleri, zihinlerinde oluşan yapıyı ayrıntılı bir şekilde anlatmaları ve

oluşturmaları istenmiştir. İlk görüşmede öğrencilerden kendilerini tanıtmaları istenmiştir ve demografik özellikleri ve matematiğe olan bakış açıları bu şekilde elde edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca yine ilk görüşme protokolünün 8. sorusu için öğrencilere verilen *raised-line* şekillerinin sorular sorulmadan önce öğrenciler tarafından incelenmesine müsaade edilmiştir ve daha sonra sorular sorulmuştur. Şekilleri tanımakta zorluk çeken öğrencilere ise parmakları ile şekli takip etmelerine yardım edilmiştir.

3.5. Verilerin Analizi

Alanyazında verilerin analizi konusunda farklı kavramlar ve yaklaşımlar ele alınmaktadır. Fakat tüm bu yaklaşımlarda dikkat çeken nokta, verilerin betimlenmesine ve temaların ortaya çıkarılmasına önem verilmesidir. Örneğin Patton (2002: 436) nitel veri analizinin ilk aşamasını bir kodlama sistemi geliştirme ve kategorileri, çalışılan olguyla ilişkili temaları tanımlama olarak tarif etmiştir. Bununla birlikte Strauss (1987: 3-4) nitel araştırmalardaki veri analiz yöntemlerinin standart haline getirilemeyeceğini ve veri analizinin standartlaştırılması halinde ise nitel araştırmacının sınırlandırılacağını ifade etmiştir. Ancak Yıldırım ve Şimşek (2008: 221) nitel araştırma yapmayı tercih eden bir araştırmacının bilinen veri analiz yöntemlerini geliştirerek, araştırma verilerinin analizini bir plan çerçevesinde yapması gerektiğini ifade etmiştir. Bu bağlamda gözlem, görüşme ve doküman incelemesi (öğrencilerin oluşturdukları fiziksel materyaller) ile elde edilen veriler GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlardaki kavram imajlarının ve temsillerinin doğasını tanımlayıcı bir model inşa etmek için aşağıdaki plan etrafında analiz edilmiştir.

Verilerin analiz edilme sürecinde; gömülü teorinin açık kodlama, eksensel kodlama ve seçici kodlama tekniklerinden yararlanılmıştır. Bu tekniklerin nasıl kullanıldığına dair açıklamalar "Veri Analizi Süreci" adlı konu başlığı altında ele alınacaktır. Fakat şimdi aşağıda kısaca bu kodlama teknikleri ile ilgili bilgilere yer verilecektir:

Açık Kodlama: Araştırmacının verideki kavramları tanımladığı ve onların özellikleriyle boyutlarını keşfettiği analitik yöntemdir. Açık kodlama süresince veriler farklı kısımlara ayrılır, yakından incelenerek benzerlikler ve farklılıklar açısından

değerlendirilir. Yapı içindeki benzer olaylar, nesneler "kategoriler" olarak adlandırılan daha soyut kavramlar altında gruplandırılır (Strauss ve Corbin, 1998: 102). Yani bir anlamda araştırmacı anlaşılmaz olan yapboz parçalarını bir araya getirerek bir resim oluşturur. Bu aşamada başlanılacak nokta, aranılacak şey ve bunların fark edilmesi zordur ve her şey bir bilgi yığını olarak görünebilir. Analizin değişken yapısı, önceden yazılmış notlarla ortaya çıkar. Araştırmacı diğerlerinin ne düşündüğüne veya analizin doğru olup olmadığına bakmaksızın ilk düşünce ve fikirlerini yazar. Açık kodlamada, araştırmacı kategoriler ve onların özelliklerini oluşturmakla uğraşır. Boyutlarına göre kategorilerin nasıl değiştiğini belirlemeye çalışır (Strauss ve Corbin, 1998: 113-116).

Açık kodlama yapmanın birkaç farklı yolu vardır. Bir yolu kelime-kelime analizdir. Bu kodlama şekli, verinin, sözcük grubu-sözcük grubu ve bazen kelime-kelime incelenmesini içerir. Bu belki kodlamanın çok zaman alan fakat çoğu kez en üretici şeklidir. Kelime-kelime kodlama yapma, özellikle çalışmanın başında önemlidir (Strauss ve Corbin, 1998: 119). Kodlamanın bir diğer yolunda ise; araştırmacı bütün bir cümleyi ya da paragrafı analiz edebilir. Bir cümleyi ya da paragrafı kodlarken, araştırmacı "Bu cümleden ya da paragraftan çıkarılan ana fikir nedir?" diye sorabilir. O zaman ona bir isim verdikten sonra araştırmacı bu kavramla ilgili daha detaylı analiz yapabilir. Kodlama için bu yaklaşım her an kullanılabilir. Fakat özellikle araştırmacının farklı kategorileri varsa ve kodlamayı kesinlikle bunlara ilişkin yapmak istiyorsa, daha kullanışlı olur (Strauss ve Corbin, 1998: 120). Kodlamanın üçüncü bir yolu ise, tüm dokümanı dikkatle okuyup incelemek ve "Burada neler oluyor?" ve "Bu dokümanı daha önce kodladıklarımla aynı ya da farklı yapan nedir?" diye sormaktır. Bu soruların cevapları alınınca; araştırmacı dokümana dönüp, bu benzerlikler ve farklılıklar için daha kesin olarak kodlama yapabilir (Strauss ve Corbin, 1998, 120).

Eksensel Kodlama: Eksensel kodlama, kategorileri, özellik ve boyutları doğrultusunda alt kategorileri ile ilişkilendirme hareketidir. Kategorilerin birbirleri ile olan ilişkilerinin nasıl olduğu ile ilgilenir (Strauss ve Corbin, 1998: 124). Strauss (1987: 64) eksensel kodlamayı bir kategorinin "eksen" i etrafındaki ilişkilerin yoğun dokusu olarak adlandırmaktadır. Her bir doku (örneğin, kategori, alt kategori) bütünü açıklayacak bir yere sahiptir. Araştırmacı, eksensel kodlamayı oluştururken deneme yanılma ile yola çıkar. Daha sonra kavramları ve kategorileri birbirine uydurmak kolaylaşır. Eksensel kodlama sırasında yazılan kısa notlar, kategoriler arasındaki bağlantıyı kurma, kategorileri, özellikleri ve boyutları açısından geliştirme amacı ile

yazılır. Bu notlar ne, ne zaman, nerede, kiminle, nasıl, ne sonuçlarla sorularının cevaplarını sunarlar (Strauss ve Corbin, 1998: 125-128).

Seçici Kodlama: Seçici kodlama, analizdeki son aşamayı temsil eder. Bu aşama için "seçici" teriminin kullanılmasının sebebi araştırmacının bilinçli olarak bir özelliği kategori olarak belirlemesi ve ona yoğunlaşmasıdır. Seçici kodlamada amaç, gelişmekte olan çözümlemeyi bütünleştirmek ve bir araya getirmektir. Verilerdeki diğer kategorileri bütünleştirmek için, temel kategorinin daha üst bir soyutlama düzeyinde olması gerekir (Punch, 2005/2005: 205). Bu aşamada, kısa not ve şemalar, geliştirilen teori düşüncesinin derinliğini ve karmaşıklığını yansıtır (Strauss ve Corbin, 1998: 153).

3.5.1. Veri Analizi İçin Ön Hazırlık

Uygulamalar sonrasında, öncelikle tüm veriler bir araya getirilmiştir. Yani, önce her bir birey için ve her bir görüşme protokolü için ayrı ayrı dosyalar oluşturulmuştur. Süreç içerisinde, görüşmelerin kayıtları bilgisayar ortamında, kelimesi kelimesine yazıya dökülmüştür. Görüşmeler, yazıya aktarılırken GE öğrencilerin duygu ve düşüncelerinin de yansıtılmasına dikkat edilmiştir. Daha sonra görüşme nüshaları, görüşme kayıtlarından takip edilerek kontrol edilmiş ve katılımcı fikirlerinin tam olarak yansıtıldığından emin olunmuştur. Sonraki aşama, gözlem notlarının görüşme nüshalarına eklenmesi olmuştur. Daha sonra görüşme kayıtları tekrar izlenerek gözlem notlarının doğruluğu ve doğru yere konulduğu teyit edilmiştir. Üçüncü aşama ise, öğrenciler tarafından oluşturulan materyal resimlerinin görüşme nüshalarına eklenilmesi olmuştur. Bu aşamada dikkat edilen nokta materyallerin oluşturulma süreçleri ve bunlara ait notların bu resimler üzerine işlenmesidir. Bu süreç şu şekilde gerçekleştirilmiştir:

- Görüşme esnasında öğrenciler tarafından oluşturulan materyal fotoğraflarının, dosyalar arasından bulunup görüşme nüshasına eklenmesi,
- Görüşme nüshasında resim üzerine, bu resmin ne anlama geldiğine dair açıklama yapılması
- Açıklamaların Word dosyada kayma ihtimaline karşı, açıklamalı resmin Paint programına aktarılarak resim formatına dönüştürülmesi
- Oluşturulan yeni resmin tekrar görüşme nüshasına eklenmesi

- Görüşmeler esnasında fotoğrafı çekilmeyen materyallerin görüşme kayıtlarından uygun ekran görüntüsü yakalanarak Paint programına aktarılması ve daha sonra ilk 4 işlemin uygulanması.

Bu aşamadan itibaren öncelikle görüşme nüshaları soru-soru etiketlenmiştir, daha sonra ise kavramlara ait sorular gruplandırılmıştır. Örneğin görüşme protokollerindeki ilk üç soru açı kavramına, sonraki üç soru üçgen kavramına ve son iki soru ise çokgen kavramına ait sorulardır. Bu şekilde görüşme nüshaları analiz edilebilir seviyeye getirilmiştir (ilk taslak).

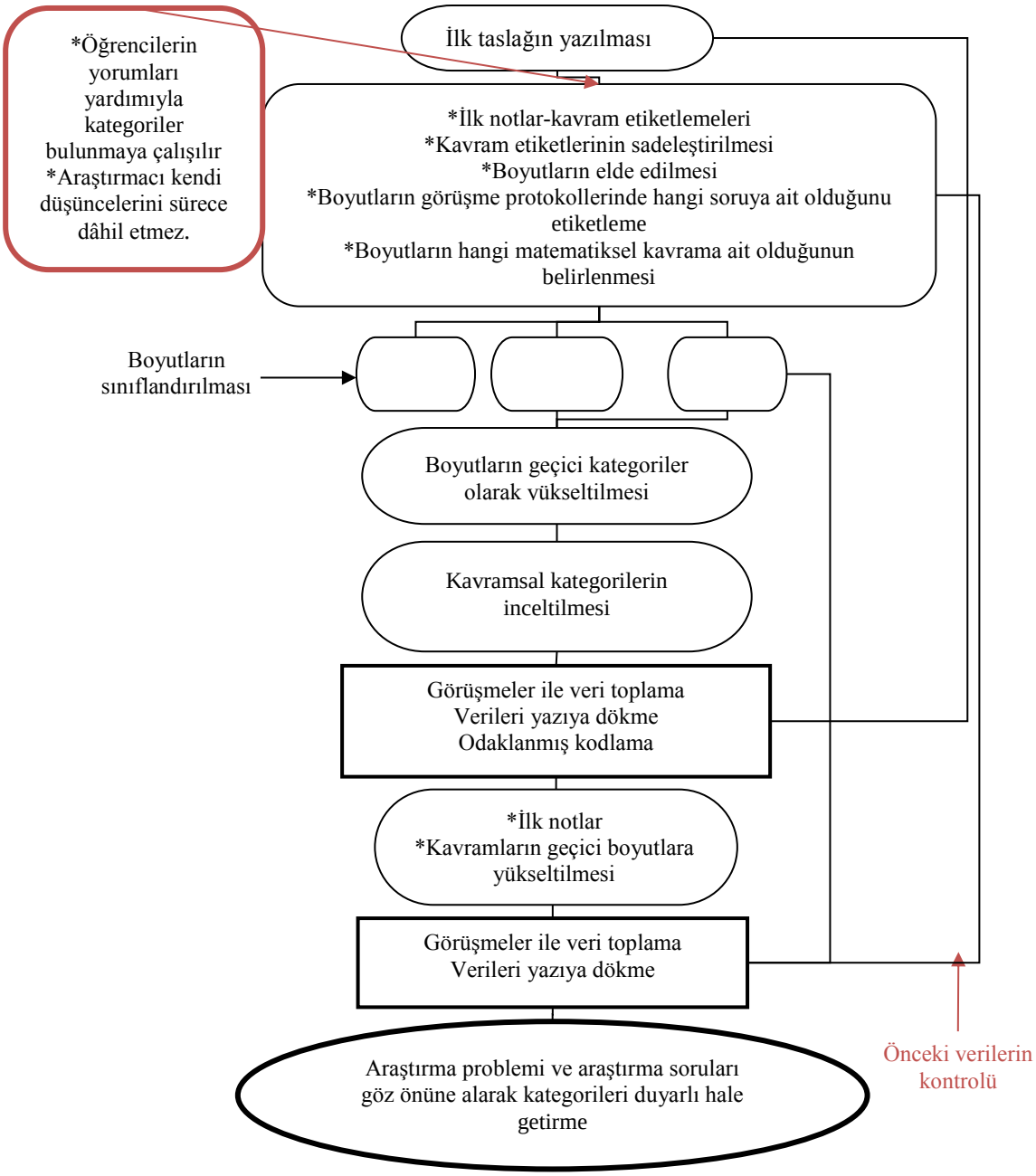
Araştırmada elde edilen verilerin analizinin hangi yöntemle yapılacağına karar verilmeden önce, son zamanlarda nitel araştırma tekniğini benimseyerek hazırlanan tezler okunmuştur. Bu okumalar, elde edilen verilerin analizi için araştırmacıya büyük faydalar sağlamıştır.

3.5.2. Veri Analizi Süreci

Analiz edilebilir hale getirilen görüşme nüshaları öncelikle her bir soru ve kavram için defalarca okunmuştur daha sonra sözcük-sözcük olmak üzere kavram etiketlemeleri yapılmıştır. Her ne kadar açık kodlama süreci temel alınsa da burada dikkat edilen birinci nokta, kavram etiketlemeleri yapılırken öğrencilerin ifadelerine sadık kalınmasıdır. Yani araştırmacı bu aşamada kendi düşüncelerini analiz sürecine dâhil etmemiştir. Bu süreç içerisinde kategoriler ve onların özellikleri oluşturulmaya ve boyutlara göre kategorilerin nasıl değiştiği ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Daha sonra her bir soru için GE öğrencilerin sorulara ve problemlere verdikleri cevaplar farklı zamanlarda tekrar tekrar okunarak ve kodlanarak karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bu sayede eksensel kodlama ile kategori, alt kategori ve boyutlar sistematik olarak geliştirilmeye çalışılmıştır. Son olarak her bir kavram (açı, üçgen, çokgen) kendi içerisinde tekrar tekrar incelenmiş seçici kodlama süreci takip edilerek genel bir şema oluşturulmuştur (Şekil 3. 8).

Şekil 3. 8'deki aşamalar her iki görüşme protokolü içinde izlenmiştir. Her iki protokolden elde edilen kategorilerin birleştirilmesi esnasında yeni kategorilere ulaşılmıştır. Ayrıca sürekli karşılaştırmalı analiz metodu yardımıyla farklı kişileri karşılaştırma, farklı zamanlarda aynı kişiden alınan verilerin karşılaştırılması, olayların

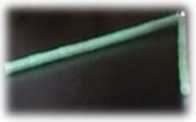
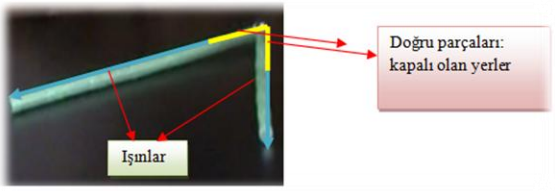
karşılaştırılması, verinin kategorisiyle karşılaştırılması ve kategorilerin diğer kategorilerle karşılaştırılması (Turgut, 2009: 232.) yapılmıştır. Bu sayede kategorilerin, alt kategorilerin ve özelliklerin birbirine göre konumu belirlenmiş ve kategorilere ilişkin eksenler oluşturulmuştur. Son olarak, araştırma problemi ve araştırma soruları göz önüne alınarak kategoriler duyarlı hale getirilmiş ve seçici kodlama ile analize son verilmiştir.

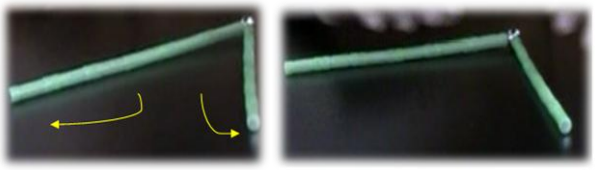
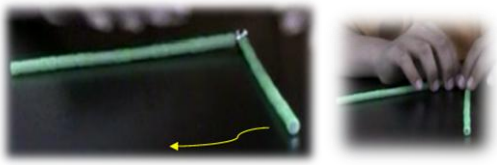


Şekil 3. 8. *Veri Analizinde İzlenen Aşamalar* (Charmaz' dan (2006: 11) uyarlanmıştır)

Aşağıda GE öğrencilerden elde edilen verilere ait ilk kodlamaların nasıl yapıldığını göstermek için seçilmiş bir örnek bulunmaktadır. Bu örnek 1. görüşme protokolünün 1. ve 2. Sorularına ait bazı kavram imajları ve temsilleri ile ilgilidir. Veri analizi ile ilgili örnekler $Ö_1$ öğrencisi üzerinden takip edilecektir.

Tablo 3. 3. *Veri Analizinde Yapılan İlk Kodlamalar*

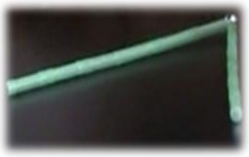
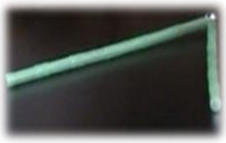
Araştırmacı: *Şimdi sorumu soruyorum ilk sorumu… (1)**Bilmeyen birine açıyı anlatmak için nasıl bir yol izlersin**?* $Ö_1$*: … Bilmeyen birine..* Araştırmacı: *Haa ha… diyelim ki… arkadaşın bilmesin, ona anlat… Bilmediğini düşün… Ona açıyı anlatıyorsun…* $Ö_1$*:…Iıı2 tane ışının bir araya gelerek oluşturduğu şekil.* Araştırmacı:*hıhı… Başka?* $Ö_1$*:…Eee başka… Böyle anlatırım açıyı…* Araştırmacı: *Tamam. eem… Başka eklemek istediğin bir şey var mı? Buna?* $Ö_1$*: Yok.* Araştırmacı: *Tamam. 2 ışın… Bir araya gelerek oluşturdu… Nerede bir araya geliyor bunlar?* $Ö_1$*: … Biri ıı …ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar.* ……	Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir. Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır. İki ışın ortak bir noktada birlesir
Araştırmacı: *Şimdi senden açı oluşturmanı istiyorum….* $Ö_1$*: … (eşit uzunlukta kollar oluşturmaya çalışıyor)Şimdi… Öğretmenim bu dar açı.*  Araştırmacı: *hıhı… Şimdi ışın dedin az önce, hangisi ışın oluyor bunların?* $Ö_1$*:…Işınnn…* Araştırmacı:*… efendim…?* $Ö_1$*:… Bunlar… Işın dediklerim bunlar…(kolları göstererek)* Araştırmacı*: hım* $Ö_1$*:Bunlar ışınlar… Buraları doğru parçaları(birleşim noktasından başlayan ilk parçaları gösteriyor), bunlar kapalıolan yerler.(ışının bir ucunun kapalı olması diğer ucunun açık olması)*  Araştırmacı: *hıhı* $Ö_1$*: Buralar da ışınlar…(kolları birbirlerine doğru zıt yönde döndürüyor-küçük açının olduğu bölgede)* Araştırmacı: *Tamam… Ee bu dar açı dedin…* $Ö_1$*: Öğretmenim su dik açı…(kolların ikisini de hareket ettiriyor ve kolları zıt yönde hareket ettiriyor)*	Açının kollarını eşit uzunlukta yapma Açı çeşitlerini ifade etme Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır. Açının kolları ışındır. Açının kolları ışındır. Doğru parçasının uçları kapalıdır. Işının kapalı uç tarafında doğru parçası vardır Işının bir ucu kapalı diğer ucu açıktır. açı= doğru parçası + ışın Kolların-ışınları zıt yönde küçük açının olduğu bölgeye doğru döndürerek açı elde etme-dar açı Kolların-ışınları zıt yönde büyük

 Araştırmacı:*hııhı (Ö1 burada kollardan sadece birini hareket ettiriyor iç bölgeye doğru)*  $Ö_1$: … *Buda geniş açı…(kollardan biri sabit, diğerini hareket ettiriyor)*	açının olduğu bölgeye doğru döndürerek açı elde etme-dik açı Kollardan-ışınlardan birini negatif yönde döndürerek açı elde etme-dar açı Kollardan-ışınlardan birini pozitif yönde döndürerek açı elde etme-geniş açı

Bu şekilde "kavram etiketlemeleri" yapılan veriler için bir sonraki basamak "kavram etiketlerinin sadeleştirilmesi" olmuştur. Daha sonra sadeleştirmeleri yapılan kavramlar numaralandırılarak, veri analizinin ileri safhalarında bir aksilik çıkması ihtimaline karşın önlem alınmak istenmiştir. Bu sadeleştirmelere ve numaralandırmalara örnekler aşağıda gösterildiği gibi yapılmıştır (burada RT ***R**epeated **T**hinking* ifadesinin baş harflerine karşılık gelmektedir):

Tablo 3. 4. *Kavram Etiketleme ve Etiketleri Numaralandırma Süreci*

Kavram etiketlemelerinin sadeleştirilmesi	**Sadeleştirmelerin numaralandırılması**
1) Iıı 2 tane ışının bir araya gelerek oluşturduğu şekil. Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir.	**Ö1_RT#1** Iıı 2 tane ışının bir araya gelerek oluşturduğu şekil. Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir.
2) … ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar. Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.	**Ö1_RT#2** … ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar. Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.
3) … ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar. İki ışın ortak bir noktada birleşir	**Ö1_RT#3** … ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar. İki ışın ortak bir noktada birleşir
4) (eşit uzunlukta kollar oluşturmaya çalışıyor) Açının kollarını eşit uzunlukta yapma	**Ö1_RT#4** (eşit uzunlukta kollar oluşturmaya çalışıyor) Açının kollarını eşit uzunlukta yapma
5) Öğretmenim bu dar açı. Açı çeşitlerini ifade etme	**Ö1_RT#5** Öğretmenim bu dar açı. Açı çeşitlerini ifade etme

6)  Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir. **7)** … Bunlar… Işın dediklerim bunlar… Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.	 **Ö1_RT#6** Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir. **Ö1_RT#7** … Bunlar… Işın dediklerim bunlar… Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.

Bu aşamalar her ne kadar gereksiz gibi görünse de, verilerin yığılması sonucu oluşacak kargaşayı önleyecek nitelikte bir önlem olarak görülmelidir. Bundan sonraki aşama ise artık "boyutların elde edilmesi" ve bu "boyutların görüşme protokolünde hangi soruya ait olduğunu etiketleme" sürecidir. Bu süreç tablo 3. 5 ile aşağıdaki gibi özetlenmiştir.

Tablo 3. 5. *Boyutların Elde Edilmesi ve Boyutları Sorularına Göre Etiketleme Süreci*

Boyutların Elde Edilmesi	**Boyutları Sorularına göre Etiketleme**
Ö1_RT#1: Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir.	Ö1_RT#1: Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir.(1)
Ö1_RT#2: Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.	Ö1_RT#2: Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.(2)
Ö1_RT#3: İki ışın ortak bir noktada birleşir	Ö1_RT#3: İki ışın ortak bir noktada birleşir(2)
Ö1_RT#4: Açının kollarını eşit uzunlukta yapma	Ö1_RT#4: Açının kollarını eşit uzunlukta yapma(2)
Ö1_RT#5: Açı çeşitlerini ifade etme	Ö1_RT#5: Açı çeşitlerini ifade etme(2)
Ö1_RT#6: Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir	Ö1_RT#6: Açı iki ışının bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir(2)
Ö1_RT#7: Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.	Ö1_RT#7: Işın bir ucu kapalı olan doğru parçasıdır.(2)
Ö1_RT#8: Açının kolları ışındır.	Ö1_RT#8: Açının kolları ışındır.(2)
Ö1_RT#9: Açının kolları ışındır.	Ö1_RT#9: Açının kolları ışındır.(2)
Ö1_RT#10: Doğru parçasının uçları kapalıdır.	Ö1_RT#10: Doğru parçasının uçları kapalıdır.(2)
Ö1_RT#11: Işının kapalı uç tarafında doğru parçası vardır	Ö1_RT#11: Işının kapalı uç tarafında doğru parçası vardır(2)
Ö1_RT#12: Işının bir ucu kapalı diğer ucu açıktır.	Ö1_RT#12: Işının bir ucu kapalı diğer ucu açıktır.(2)
Ö1_RT#13: Açının bir kolu doğru parçası ve ışındır.	Ö1_RT#13: Açının bir kolu doğru parçası ve ışındır.(2)
Ö1_RT#14: Açı, bir kolu doğru parçası ve ışın olan iki şeklin ortak bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir.	Ö1_RT#14: Açı, bir kolu doğru parçası ve ışın olan iki şeklin ortak bir noktada birleşmesiyle oluşan şekildir.(2)
Ö1_RT#15: Açının kolları =doğru parçası+ışın	

Ö1_RT#16: Kolların-ışınları zıt yönde küçük açının olduğu bölgeye doğru döndürerek açı elde etme-dar açı Ö1_RT#17: Kolların-ışınları zıt yönde büyük açının olduğu bölgeye doğru döndürerek açı elde etme-dik açı	Ö1_RT#15: Açının kolları =doğru parçası+ışın(2) Ö1_RT#16: Kolların-ışınları zıt yönde küçük açının olduğu bölgeye doğru döndürerek açı elde etme-dar açı(2) Ö1_RT#17: Kolların-ışınları zıt yönde büyük açının olduğu bölgeye doğru döndürerek açı elde etme-dik açı(2)

Bu aşamadan sonra, veri analizi Şekil 3. 8' de bulunan işlem basamaklarına göre devam etmiştir. Her bir görüşme protokolü için kullanılan bu basamaklar ve sonrasında görüşme protokollerinin elde edilen kategorilerin birleştirilmesi sonucu, açı (EK-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24), üçgen (EK-25-26-27-28-29-30-31-32) ve çokgen (EK-33-34-35-36-37-38-39-40-41) kavramları için elde edilen bir kategori ve altındaki kodlar görsel olarak sunulmuştur.

3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Lincoln ve Guba' ya (1985) göre nitel araştırmaların doğruluğunu **güven duyulabilirlik** (*trustworthiness*) kavramı ile açıklamaktadır. Güven duyulabilirlik kavramını oluşturan inanılırlık, aktarılabilirlik, güvenilirlik ve doğrulanabilirlik olmak üzere dört bileşen vardır (1985: 289-332). Bu bağlamda araştırmada geçerliğini ve güvenirliği sağlamak için şu yollar izlenmiştir:

a) (İnanılırlık-*credibility*): Araştırmacı, GE öğrencilere kendileriyle ilgili görüşme nüshalarını ve gözlem notlarını okumuştur. Daha sonra öğrencilerden bu nüshaları değerlendirmelerini, onaylayıp onaylamadıklarını veya nüshadan çıkarılmasını istediği bölümler olup olmadığını sormuştur. Tüm GE öğrenciler değerlendirmelere onay vermiştir.

b) (İnanılırlık-*credibility*): Araştırmacı görüşme yapmadan önce 2 ay boyunca sadece öğrencileri gözlemlemiştir. Bu iki ayın bir ayında öğrencilerin haberi olmaksızın gözlemler yapılmıştır, diğer bir ayı ise öğrencilerle derslerde, teneffüslerde, yurtta, yemekhanede, özel eğitim kurumlarında beraber vakit geçirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin güvenini kazanmak için okulda partiler verilmiştir, beraber filmler izlenmiştir ve

yurtta beraber kalınmıştır/uyunmuştur. Analiz sürecinin bitimine kadar ise bu süreç bu şekilde devam etmiştir.

c) (Aktarılabilirlik-*transferability*): Araştırmacı, araştırmada hangi kurumların yer aldığı, katılımcıların hangi ölçütlere göre seçildiği, verilerin kaç kişiden toplandığı, verilerin hangi yolla toplandığı, gözlemlerin ve görüşmelerin ne kadar sürdüğü, verilerin toplam olarak ne kadar sürede topladığını ayrıntılı bir şekilde sunmuştur.

d) (Güvenilirlik-*dependability*): Araştırmacı, araştırmanın verilerini, yöntemlerini ve araştırma sürecinde alınan kararların ayrıntılarını; diğer araştırmacıların incelemesi için açık bir şekilde ortaya koymuştur.

e) (Güvenilirlik-*dependability*): GE öğrencilerin eğitiminde teknoloji yardımıyla oluşturulan ve farklı branşlarda kullanılan *raised-line* tekniği bu araştırmada bulunan sorulara ait materyal hazırlanmasında uygulanmıştır. Ayrıca bu tekniğin işe yarayıp yaramayacağını kontrol etmek için, öncelikle uzman görüşleri alınmıştır, daha sonra uygulamaya katılmayan TGE bir öğrencinin görüşleri alınmıştır ve son olarak pilot çalışma yapılarak *raised-line* tekniğinin materyallerde uygulanmasına karar verilmiştir. Öte yandan araştırmada kullanılan bir başka materyal ise mıknatıslı materyallerdir. Bu materyalin kullanılabilir olduğunu kanıtlamak için de *raised-line* tekniğinde uygulanan aynı süreç uygulanmıştır.

f) (Doğrulanabilirlik-*confirmability*): Araştırmacı, bulguların kendi özellikleri ve tercihlerinden çok katılımcıların deneyim ve düşüncelerine dayandırmaya çalışmıştır. Bu sebeple, verilerin analizinde ve bulguların sunumunda hangi sonuçlara hangi yolla ulaşıldığı açık ve detaylı olarak belirtilmiştir. Verilerin neye dayanarak, o şekilde açıklandığı ve alternatif açıklamaların neden kabul edilmediği de ayrıca belirtilmiştir. Bu arada açıklamaların güçlü ve zayıf yönleri de tartışılmıştır.

g) Görüşme sorularının hazırlanmasında öncelikle hiçbir kaynağa bakmadan sorular hazırlanmış, daha sonra alanyazından faydalanarak bu soruların araştırmanın amacına hizmet edip etmediği sorgulanarak soru sayısı azaltılmıştır. Daha sonra 5 uzman (EK-2'te + ile gösterilmiştir) görüşü alınarak sorular pilot uygulama için hazır hale getirilmiştir. Pilot

çalışmada ise soruların işe yarayıp yaramadığı kontrol edilerek sorular üzerinden yeniden düzeltmeler yapılmıştır.

h) Verilerin analizinde ise sadece öğrencilerin bakış açısını yansıtacak şekilde yapılan kodlamalar yine 5 uzman (EK-2'te * ile gösterilmiştir) görüşü alınarak doğrulanmıştır. Ayrıca doktora eğitimi alan bir araştırmacıya görüşme nüshalarının %20 lik kısmını içeren bir kopya verilerek kodlama yapması istenmiştir. Sonuçta yapılan kodlamaların neredeyse tamamen uyuştuğu görülmüştür.

IV. BÖLÜM

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde aşağıda yer alan problem cümlesi ve onun alt problemlerine cevap vermek amacıyla toplanan verilerin üçüncü bölümde belirtilen yöntemlere göre analizleri sonucunda elde edilen bulgular ve yorumlar yer almaktadır. Öncelikle araştırmanın problem cümlesinin ve alt problemlerinin hatırlanması gerekmektedir.

Problem cümlesi: GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlardaki kavram imajları ve temsilleri nasıldır?

Alt problem-1: GE öğrencilerde açı kavramına ait kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler nasıldır?

Alt problem-2: GE öğrencilerde üçgen kavramına ait kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler nasıldır?

Alt problem-3: GE öğrencilerde çokgen kavramına ait kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler nasıldır?

Alt problem-4: GE öğrencilerin kavram imajları arasındaki ilişkiler nelerdir?

Araştırma problemlerine cevap vermek amacıyla yapılan veri analizi sonucunda elde edilen bulgular ve yorumlar üç temel başlık altında tablo 4. 1'deki düzen ve sırada sunulacaktır.

Tablo 4. 1. *Bulgular ve Yorumların İşlenişindeki Yapı*

Açı kavramı	Üçgen kavramı	Çokgen kavramı
1. görüşme protokolü	1. Görüşme protokolü	1. Görüşme protokolü
Kavram tanımı-Kavram imajı ilişkisi	Kavram tanımı-Kavram imajı ilişkisi	Kavram tanımı-Kavram imajı ilişkisi
2. görüşme protokolü	2. görüşme protokolü	2. görüşme protokolü
Kavram tanımı-Kavram imajı ilişkisi	Kavram tanımı-Kavram imajı ilişkisi	Kavram tanımı-Kavram imajı ilişkisi
Kavram imajları arasındaki ilişkiler		

Alt problemlere cevap verebilmek için her bir katılımcı GE öğrenciye, belirlenen kavramlara ait sorular tablo 3. 4'te gösterilen sırayla sorulmuştur. Daha sonra görüşme protokolleri, kavramlar göz önüne alınarak kavram tanımı-kavram imajı teorisi (Vinner, 1991) bağlamında analiz edilmiştir. Bu aşamada soru soru ayrımlar yapılmamıştır. Ayrıca ikinci görüşme protokolüne ait problemler hazırlanırken/sorulurken araştırmacı GE öğrencilerin alışkın olmadığı -başka bir deyişle ezberlerini şaşırtan- soruları sormaya dikkat etmiştir. Nitekim Tall & Vinner'ın (1981) da ifade ettiği gibi öğrencilerin formal tanımı içeren sorulara doğru cevap verebilmeleri için; kavram tanımı veya kavram imajının bir parçasıyla çelişebilen diğer bir kavram imajı veya kavram tanımının parçası çağrılması gerekmektedir. Ancak burada amaç öğrencilerin sorulara doğru cevap verip vermedikleri ile ilgilenmek değil, karmaşık bir durum ileri sürerek onların kavram ile ilgili ne tür algılamalara sahip olduklarını ortaya çıkarmaktır. Ek olarak; problemler, birinci görüşmede açı ile ilgili soruları desteklemek amacıyla kullanılmıştır. Yani, birinci görüşme protokolü aracılığıyla elde edilen öğrencilerin açı, üçgen ve çokgen anlayışlarının, ikinci görüşme protokolünde bulunan problemler yardımıyla doğrulamak/derinleştirmek istenmiştir. Dolayısıyla ikinci görüşmeden elde edilen bulguların ilk görüşmede olduğu gibi ayrıntılı bir şekilde sunulmayacağı, sadece ilk görüşmeden elde edilen bulguların derinleşmesini veya farklı kategorilerin/boyutların çıkmasını sağlayan durumların sunulacağı vurgulanmalıdır. Bu durum dikkate alınarak öncelikle ikinci görüşmeden açı ile ilgili ortaya çıkan bulguların

genel durumu ortaya konulacak daha sonra farklılık arz eden kategoriler/boyutlar açıklanacaktır.

Tablo 4. 1' de görüldüğü gibi bulgular ve yorumlar, her bir kavram altında ele alınmıştır. Hikâyenin bütününü görmek için, kavramlar altında sırasıyla 1. görüşme protokolü, bu protokole ait kavram tanımı- kavram imajı ilişkisi, 2. görüşme protokolü, bu protokole ait kavram tanımı- kavram imajı ilişkisi ve görüşme protokollerinin birleşimi ile meydana gelen kavram imajları arasındaki ilişkilere ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Fakat kavram tanımı-kavram imajı arasındaki ilişkilere dair bulgulara ve görüşme protokollerinin birleşimine yönelik (kavram imajı kategorilerinin birleşimdeki ilişkiler) yorumlar, "Sonuçlar ve Tartışma" adlı bölümde yapılacaktır. Ek olarak, her bir görüşme protokolünden elde edilen kategorilerin eksensel kodlamaları da verilerek GE öğrencilerin kavramlara ait anlayışlarına karşı bütüncül bir resim elde edilmeye çalışılacaktır. Eksensel kodlama sürecinde; bulgularda elde edilen kategoriler, ana kategori eksenleri üzerine yerleştirilmiş ve –kategorilerle ilişkilendirilen- alt kategoriler de ilgili kategori ekseni üzerine yerleştirilerek görselleştirilmiştir. Eksensel kodlamalarda kullanılan kısaltmalar aşağıda verilmiştir.

- **$Ö_1$:** Birinci Öğrenci
- **$Ö_2$:** İkinci Öğrenci
- **$Ö_3$:** Üçüncü Öğrenci
- **$Ö_4$:** Dördüncü Öğrenci
- **$Ö_5$:** Beşinci Öğrenci
- **İ.A.Ö.T**: İç Açı Ölçüleri Toplamı
- **D.A.Ö.T:** Dış Açı Ölçüleri Toplamı

Bu araştırmada "açı", "üçgen" ve "çokgen" kavramları için katılımcı GE öğrencilerin kavram imajları **kişisel betimlemeler** ve **kavramsal özellikler** olmak üzere iki ana kategori altında incelenmiştir. **Kişisel betimlemeler**, katılımcı GE öğrencilerin, soruları cevaplama esnasında formal kavram tanımı haricinde uyguladıkları (şekil oluşturma ile) veya kavramı nasıl tanımladıkları bu çalışmada kişisel betimleme olarak adlandırılmıştır. **Kavram özellikleri** ise katılımcı GE öğrencilerin, soruları cevaplama esnasında, kavrama ait ifade ettikleri özellikleri temsil etmektedir.

4.1. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramı ile ilgili Anlayışları

Katılımcı GE öğrencilere "açı" ile ilgili birinci ve ikinci görüşme protokollerinde üçer tane soru sorulmuştur. Bu sorular aracılığıyla elde edilen bulguların sunumunda açı kavramına ait giriş bölümünde yer alan açı tanımı göz önüne alınmıştır.

4.1.1. GE Öğrencilerin Açı kavramı ile ilgili Anlayışlarına Ait Kategoriler ve İçerikleri

Bu bölümde katılımcı GE öğrencilerin açı kavramı ile ilgili anlayışlarına ait kavram imajları kategorileri hakkında bilgilere yer verilecektir.

GE öğrencilerin "açı" kavram imajlarından -ilk ana kategori- **kişisel betimlemeler;** *doğrudan betimleme* ve *dolaylı betimleme* olmak üzere iki durumda incelenmiştir.

Doğrudan betimleme; katılımcı GE öğrencilerin kavram ile ilgili algılarını sadece ifade ettikleri veya mıknatıslı materyallerle kavramı oluştururken kullandıkları-ima ettikleri informal tanımlardır. Doğrudan betimleme –üst- kategorisi, beş alt başlıkta incelenmiştir: *geometrik şekillerin birleşimi durumu, dönme olma durumu, ölçü olma durumu, aralık olma durumu, kenar olma durumu.*

Geometrik şekillerin birleşimi durumu, katılımcı GE öğrencilerin açıyı bazı geometrik şekillerin birleşimi ile tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori, öğrenciler tarafından çokgenlerin söz konusu olduğu ve çokgenlerin söz konusu olmadığı durumlarda ele alınmıştır. Bu nedenle, *çokgenler söz konusu ise* ve *çokgenler söz konusu değilse* olacak şekilde 2 boyutta ele alınmıştır. *Çokgenler söz konusu değilse* boyutu; ışınların-ortak bir noktada- birleşimi, doğruların-ortak bir noktada- birleşimi ve doğru parçalarının birleşimi (iki doğru parçasının birleşimi, ikiden fazla doğru parçasının birleşimi) olmak üzere üç alt boyutta incelenmiştir. Doğru parçalarının birleşimi, farklı sayılarda (iki veya ikiden fazla) doğru parçalarının birleşimini temsil etmektedir. İki doğru parçasının birleşimi; ortak bir noktada birleşim, ortak bir doğru parçasında birleşim ve paralel olacak şekilde yanyana birleşim olmak üzere üç durumda ortaya çıkmıştır. Öte yandan ikiden fazla doğru parçasının birleşimi ise tek bir ortak

noktada birleşim, tek bir ortak nokta olmaksızın birleşim (ucuca doğrusal yerleşim, ucuca zikzak yerleşim, karma yerleşim) olmak üzere iki durumda ortaya çıkmıştır. *Çokgenler söz konusu ise* boyutu, iki kenarın –ortak bir noktada- birleşimi olacak şekilde tek alt boyutta ele alınmıştır.

Dönme olma durumu katılımcı GE öğrencilerin açıyı dönme olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori, *düzlemde dönme durumu* ve *uzayda dönme durumu* olmak üzere iki boyutta incelenmiştir. *Düzlemde dönme durumu*; ışınların dönmesi ve doğru parçalarının dönmesi olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Işınların dönmesi alt boyutu, ışınlardan birinin hareket etmesi (negatif yönde, pozitif yönde) ve ışınların her ikisinin hareket etmesi (zıt yönde, aynı yönde) olmak üzere 2 alt boyutta incelenmiştir. Doğru parçalarının dönmesi alt boyutu, doğru parçalarından birinin hareket etmesi (negatif yönde, pozitif yönde) ve doğru parçalarının her ikisinin de hareket etmesi (zıt yönde -ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru, ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru-) olmak üzere iki durumda ortaya çıkmıştır.

Ölçü olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin açıyı ölçüm birimi olarak tanımladığını göstermektedir. Bu kategori, *kenarın ölçüsü* ve *açının ölçüsü* olmak üzere iki boyutta ele alınmıştır.

Aralık olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin açıyı iki geometrik şekil arasındaki aralık olarak tanımladığını göstermektedir. Bu kategori, çokgenler söz konusu iken ve geometrik şekillerin birleşimi söz konusu iken olmak üzere iki farklı durumda ortaya çıkmıştır. Bu nedenle *çokgen söz konusu ise* ve *çokgen söz konusu değilse* olacak şekilde iki boyutta ele alınmıştır. *Çokgen söz konusu ise* alt kategorisi, kenarlar arasındaki aralık (aralığı yay parçası ile gösterme, aralığı nokta ile gösterme, aralığı doğru parçası ile gösterme-kenarların uç noktalarını birleştiren doğru parçasının açı olması ya da olmaması-) olacak şekilde tek alt boyutta incelenmiştir. *Çokgen söz konusu değilse* alt kategorisi de doğru parçaları arasındaki aralık (iki doğru parçasının birleşimi, ikiden fazla doğru parçasının birleşimi) ve doğrular arasındaki aralık olmak üzere iki alt boyutta gözden geçirilmiştir. İki doğru parçasının birleşimi ve ikiden fazla doğru parçasının birleşimi durumlarının her biri altında aralığı yay parçası ile gösterme, aralığı nokta ile gösterme, aralığı doğru parçası ile gösterme şeklinde üç durum ortaya çıkmıştır.

Kenar olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin açıyı kenar olarak tanımladığını göstermektedir. Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin çokgen söz konusu olduğunda ve geometrik şekillerin birleşimi söz konusu olduğunda farklı cevaplar vermeleri üzerine iki boyutta incelenmiştir. Bunlar, *çokgenler söz konusu ise* ve *çokgenler söz konusu değilse* boyutlarıdır. Çokgen söz konusu ise alt boyutu, tabanı olacak şekilde konumlandırılan üçgen ve dörtgen (kare-kenarlar 90°-, dikdörtgen, yamuk-tabanlar hariç kenarların açı olması-) olmak üzere iki durumda ortaya çıkmıştır. Tabanı olacak şekilde konumlandırılan üçgen alt boyutu, bütün kenarların açı olma durumu ve taban hariç kenarların açı olma durumu olacak şekilde iki durumda ele alınmıştır. Bütün kenarların açı olması durumunda; kenarların eşit ve 180° olması, tabanın tam açı diğer kenarların doğru açı olması, kenar ve açı ölçülerinin doğru orantılı olacak şekilde 3 alt durum ortaya çıkmıştır. Öte yandan taban hariç kenarların açı olma durumunda ise taban ölçüsünün sabit olması ile taban hariç kenar ve açı ölçülerinin doğru orantılı olması durumları incelenmiştir. Son olarak, çokgen söz konusu değilse alt boyutu kenarların eğri olması ve kenarları nokta olması şeklinde öğrenci kabulleriyle belirlenmiştir.

Dolaylı betimleme; katılımcı GE öğrencilerin kavram ile ilgili anlayışlarını informal tanım kullanmadan oluşturdukları tanımlardır. Katılımcı GE öğrencilerin açı kavramını diğer matematiksel kavramlar aracılığıyla tanımlamaya çalıştıkları için kategori bu şekilde adlandırılmıştır. Dolaylı betimleme üst kategorisi altında *düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme, diğer geometrik şekiller olma durumu, açı çeşitleriyle anlatma* kategorileri incelenmiştir.

Düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme, katılımcı GE öğrencilerin açıyı tanımlamak için düzlemsel geometrik şekilleri kullandıklarını göstermektedir. Bu kategori, üçgen aracılığıyla (eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, çeşitkenar), dörtgen aracılığıyla (kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, ikizkenar yamuk), çember, daire olmak üzere 4 boyutta ele alınmıştır. Eşkenar üçgende katılımcı GE öğrenciler açının, iki kenarın ortak bir noktada birleşimi ve kenarın olma durumu olmasına değinirken, ikizkenar üçgende aralık olma durumuna ve kenar olma-taban hariç- durumuna, çeşitkenar üçgende ise sadece kenar olma –taban hariç- durumuna değinmişlerdir. Öte yandan öğrenciler karede, dikdörtgende; aralığın açı olma durumundan ve kenarın açı olma durumundan bahsederken; eşkenar dörtgende sadece aralık olma durumundan, ikizkenar yamukta ise yüksekliğin-tabanlar arası mesafe- açı olma durumundan, tabanlar hariç kenarların açı olma durumundan ve tabanlar dâhil kenarların açı olma

durumundan bahsetmişlerdir. Çember aracılığıyla tanımlanan açıda ise öğrenciler, çevre açı ve merkez açının varlığını belirtmişler ve aralığın açı olma durumunu (yay ile gösterme) vurgulamışlardır.

Diğer geometrik şekiller olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin açının diğer geometrik şekiller olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori *çokgen olma durumu* ve *çokgen hariç düzlemsel geometrik şekil olma durumu* olmak üzere iki boyutta incelenmiştir. *Çokgen olma durumu*, kare olma durumu, dikdörtgen olma durumu gibi durumlar olarak ortaya çıkmıştır. Dikdörtgen olma durumunda, GE katılımcı öğrenciler dikdörtgenin 360° ölçüye sahip olma, 360° den büyük ölçüye sahip olma durumlarını göz önüne almışlardır. Kare olma durumunda ise karenin 360° ölçüye sahip olmasını düşünmüşlerdir. *Çokgen hariç düzlemsel geometrik şekil olma durumu* ise nokta olma durumu, doğru parçası olma durumu, ışın olma durumu ve doğru olma durumu olmak üzere dört alt boyutta ortaya çıkmıştır. Doğru parçası olma durumu boyutu; çokgen söz konusu iken ve geometrik şekillerin birleşimi söz konusu iken öğrencilerin farklı durumlarda göz önüne aldığı durumları içermektedir. Bu nedenle iki alt boyutta ele alınmıştır. Alt boyutlardan çokgen söz konusu ise doğru parçasının yükseklik olması durumu ön plana çıkmıştır. Öte yandan geometrik şekillerin bileşimi söz konusu alt boyutu da; doğru parçalarının ortak bir noktada birleşimi durumu, çokgenlerin birleşimi olan geometrik şekil söz konusu olma durumu olmak üzere iki durumda ortaya çıkmıştır. Doğru parçalarının ortak bir noktada birleşimi var ise doğru parçalarının her biri eşit ve 180° ölçüde olduğu; çokgenlerin birleşimi olan bir geometrik şekil var ise doğru parçasının kenar olduğu dikkati çekmiştir.

Açı çeşitleriyle anlatma, katılımcı GE öğrencilerin açıyı tanımlamak için açı çeşitlerini anlatma yolunu seçmelerini göstermektedir. Bu kategori biçimlendiren öğrencilerin açı çeşitlerini anlatırken açı ölçüleri küçük olandan büyüğe doğru sıralamaya dikkat dikkat edip etmemeleri olmuştur. Bu nedenle sıralamaya dikkat etme ve sıralamaya dikkat etmeme olmak üzere iki boyutta ele alınmıştır.

Katılımcı GE öğrencilerin "açı" kavram imajlarından -ikinci ana kategori- **kavram özellikleri**; *açı çeşidine karar verme, açının düzlemde ayırdığı bölgeler* olmak üzere iki kategoride incelenmiştir.

Açı çeşidine karar verme, katılımcı GE öğrencilerin açı çeşitlerini nasıl ve neye göre isimlendirdiklerini göstermektedir. Bu kategoriyi şekillendiren öğrencilerin açıyı

oluşturmak için kullandıkları geometrik şekillerin (ışınlar ve doğru parçaları) farklı olmasıydı. Bu nedenle açı çeşidine karar verme kategorisi, ışınlar aracılığıyla (ışınlar arasında kalan alan ile, ışınların birbirine olan konumu ile) ve doğru parçaları aracılığıyla (doğru parçaları arasında kalan alan ile, doğru parçalarının birbirine olan konumu ile) olmak üzere iki boyutta incelenmiştir.

Açının düzlemde ayırdığı bölgeler, katılımcı GE öğrencilerin açının düzlemi bölgelere ayırdığına dair ifade ettikleri özellikleri göstermektedir. Bu kategori iç bölge (iç açı) ve dış bölge (dış açı) olmak üzere iki boyutta incelenmiştir.

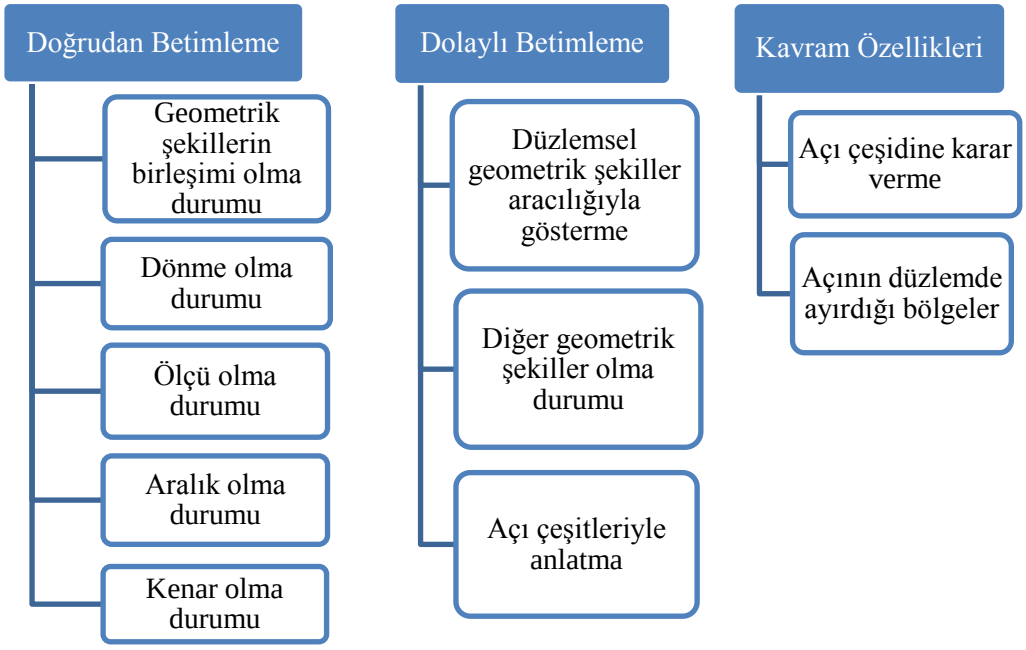
Yukarıda ifade dilen kategoriler ve birbirlerine göre durumlarına bütüncül resimlerden ilki şekil 4. 1 ile gösterilmiştir.



Şekil 4. 1. *GE Öğrencilerin Görüşme Protokolünden Elde Edilen Açı Kavram İmajları1*

İlerleyen kısımlarda her kavram için her bir görüşmeden elde edilen bu alt kategoriler ile ilgili eksensel kodlamalara ve öğrenci ifadelerine yer verilecektir. Ancak burada ikinci görüşmeden elde edilen bulguların ilk görüşmede olduğu gibi ayrıntılı bir şekilde sunulmayacağı, sadece ilk görüşmeden elde edilen bulguların derinleşmesini veya farklı kategorilerin/boyutların çıkmasını sağlayan durumların sunulacağı vurgulanmalıdır. Bu durum dikkate alınarak öncelikle ikinci görüşmeden açı ile ilgili ortaya çıkan bulguların genel durumu ortaya konulacak daha sonra farklılık arz eden kategoriler/boyutlar açıklanacaktır.

Görüşme protokollerinin açı ile ilgili ilk üç sorularından elde edilen ve şekil 4. 1'de gösterilen *doğrudan betimleme, dolaylı betimleme* ve *kavram özellikleri* kategorilerinin şemaları şekil 4. 2 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 2. *GE Öğrencilerin Görüşme Protokollerinden Elde Edilen Açı Kavram İmajları2*

4.1.2. "Açı" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular

Katılımcı GE öğrencilere, "açı" ile ilgili üç tane soru sorulmuştur. Tablo 4. 2' de bu sorular öğrencilere sorulma sırasına göre ifade edilmiştir.

Tablo 4. 2. *GE Öğrenciler ile Gerçekleştirilen 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Ait Sorular*

Protokol/Sıra	Sorunun İfadesi
1.Protokol/1. Soru	Bilmeyen birine açıyı anlatmak için nasıl bir yol izlerdiniz?
1.Protokol/ 2. Soru	3 tane açı oluşturunuz. Bu oluşturduklarınız neden birer açıdır?
1. Protokol/ 3. Soru	Açı kavramına günlük hayattan örnekler veriniz?

4.1.2.1. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Öğrencilerin Sahip Oldukları Formal Kavram Tanımları (1. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 2'deki sorular sorulduğunda açı kavramı ile ilgili ifade ettikleri formal tanımlara yer verilecektir.

Birinci görüşme protokolüne ait ilk soru sorulduğunda; $Ö_1$, ilk olarak biraz duraksamış ama daha sonra "[2 sn. sessizlik] *Iıı 2 tane ışının bir araya gelerek oluşturduğu şekil*" cümlesini kullanmamıştır. $Ö_1$'e bu ifadesine eklemek istediği bir şey olup olmadığı sorulduğunda ise başka ekleyecek bir cevabının olmadığını kesin bir dille ifade etmiştir. Daha sonra $Ö_1$ ile araştırmacı arasında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Tamam. 2 ışın… Birleşerek oluşturdu… Nerede birleşiyor bunlar?*
> **Öğrenci:** *Biri ıı* [2 sn. düşünüyor] *ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar.* [1. Görüşme protokolü 1. soru-$Ö_1$]

Bu ifadeleriyle $Ö_1$'in açı kavramına ait birinci soruyu cevaplamak için ilk olarak formal kavram tanımını kullandığı ve ayrıca ışın kavramı hakkında da bilgiler verebildiği görülmüştür.

4.1.2.2. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Öğrencilerin Sahip Oldukları Kavram İmajları (1. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 2'deki sorular sorulduğunda açı kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımlarının ardından, şimdi de, kavram imajlarına yer verilecektir. Bunun için katılımcı GE öğrencilerin kavram imajları; *doğrudan betimleme, dolaylı betimleme* ve *kavram özellikleri* olmak üzere üç başlık altında ele alınacaktır.

4.1.2.2.1. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Doğrudan Betimlemeleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. Görüşme protokolündeki "açı" ile ilgili kavram imajlarından **doğrudan betimleme**ler; *geometrik şekillerin birleşimi olma*

durumu, dönme olma durumu, ölçü olma durumu, aralık olma durumu, kenar olma durumu olmak üzere 5 kategori altında incelenecektir. Aşağıda her bir kategori ayrı ayrı ele alınacaktır. Bu aşamada; öncelikle öğrenci ifadelerine daha sonra kategorilerin eksensel olarak kodlamalarına yer verilerek, katılımcı GE öğrencilerin açı kavramı anlayışları resmedilmeye çalışılacaktır.

4.1.2.2.1.1. Geometrik şekillerin birleşimi olma durumu (1. Görüşme)

"*Açıyı bilmeyen birine nasıl anlatırsın?*" sorusu sorulduğunda $Ö_1$ ışınların birleşiminden bahsetmiştir. Sonrasında araştırmacı $Ö_1$'den açı oluşturmasını istemiştir. $Ö_1$'in açının iki ışının birleşimi olduğunu ifade eden kişisel betimlemesine ait konuşma aşağıdaki gibi gelişmiştir:

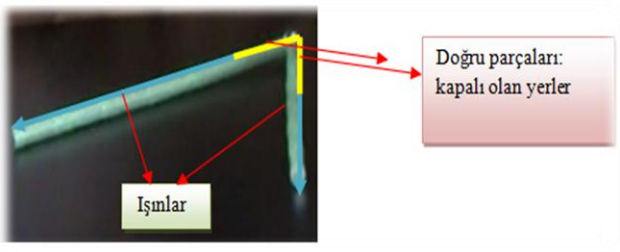


[1. Görüşme protokolü 2. soru-$Ö_1$]

$Ö_1$: *...Açı mı oluşturayım.*
Araştırmacı: *evet.*
$Ö_1$: [eşit uzunlukta kollar oluşturmaya çalışıyor] *Şimdi… Öğretmenim bu dar açı.*
Araştırmacı: *hıı hı… Şimdi ışın dedin az önce, hangisi ışın oluyor bunların?*
$Ö_1$: *… Işın…* [anlaşılmıyor dedikleri]
Araştırmacı: *… Efendim… ?*
$Ö_1$: *Bunlar* [kolları göstererek] *Işın dediklerim bunlar*

Şekil 4. 3. *$Ö_1$'in Açıyı "Işınların Birleşimi Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Ancak daha sonra $Ö_1$'in ışın kavramı için; "bir ucu kapalı geometrik şekil olması" ve "ışın ve doğru parçasının birleşimi olması" şeklinde farklı iki kişisel betimleme yaptığı, dolayısıyla açı kavramı ile ilgili iki farklı anlayışa sahip olduğu aşağıdaki şu ifadeleriyle anlaşılmıştır:



$Ö_1$: *Bunlar ışınlar… Buraları doğru parçaları* [birleşim noktasından başlayan ilk parçaları gösteriyor], *bunlar kapalı olan yerler. Buralar da ışınlar…*
[1. Görüşme protokolü 2. soru-$Ö_1$]

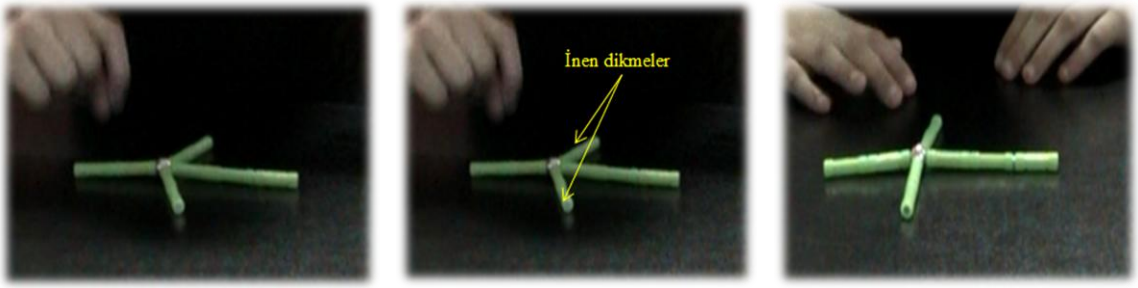
Şekil 4. 4. *$Ö_1$'in Açıyı Oluşturan Işın Tanımına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Buradan $Ö_1$'in ışının aşağıdaki gibi resim (görsel) temsilini zihninde canlandırdığı düşünülebilir.



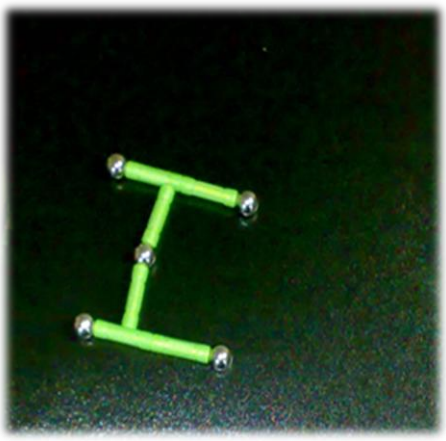
Şekil 4. 5. *$Ö_1$'in Zihninde Var Olduğu Düşünülen Işın Kavramına Ait Görsel Temsil*

Öte yandan $Ö_2$ açının doğruların birleşimi ile oluştuğunu belirtmiştir. Açı oluşturması istenen $Ö_2$ mıknatıslı materyallerle koordinat eksenleri aracılığıyla doğru açı oluşturmak istemiş ve x ekseni gibi görünen parçaları göstererek "*Buraları da doğru olarak kabul ediyorum*" ifadesini kullanmıştır. Aşağıda $Ö_2$'nin oluşturduğu açının resmi bulunmaktadır:



Şekil 4. 6. *$Ö_2$'nin Açının "Doğruların Birleşimi Olma Durumu" Kişisel Betimlemeye Ait Anlayışı ile ilgili Görüntüsü*

$Ö_2$ den başka bir açı oluşturması istendiğinde ise aşağıdaki şekli oluşturarak şu ifadeleri kullanmıştır:



$Ö_2$: *Şimdi buda… Yine doğru açı ama farklı çeşidi*
Araştırmacı:: *Nasıl?*
$Ö_2$: *Şu şekilde.* [gösteriyor]
Araştırmacı: *Hımm, Ortadakini mi diyorsun?*
$Ö_2$: *Evet*
Araştırmacı: *Ortadaki*
$Ö_2$: *Ortadan da kesişim şeklide düşündüm.*
Araştırmacı: *Kimle kesişiyor?*
$Ö_2$: *Şurayla şura* [eliyle gösteriyor]
[1. Görüşme protokolü 2. soru-$Ö_2$]

Şekil 4. 7. *$Ö_2$'nin Açıyı "Doğruların Birleşimi Durumu" Olarak Tanılamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Buradan $Ö_2$'nin doğru kavramını doğru parçası kavramı ile özdeşleştirdiği görülmektedir. Ayrıca $Ö_2$'nin aslında doğru parçasının aşağıdaki gibi resim (görsel) temsilini zihninde canlandırdığı görülmektedir.



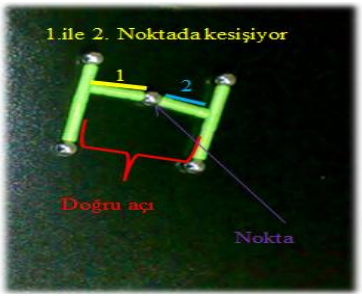
Şekil 4. 8. *$Ö_2$'nin Zihninde Var Olduğu Düşünülen Doğru Açı Kavramına Ait Görsel Temsil*

Açıyı doğru parçalarının birleşimi olarak tanımlayan $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ ise, kendi içlerinde ikiye ayrılmaktadır: iki doğru parçasının birleşimi ve ikiden fazla doğru parçasının birleşimi. Açı oluşturması istenen $Ö_4$, iki doğru parçasının yan yana birleşimi ile oluşan şeklin açı olduğunu "*Böyle çakışan komşu açı… Hatırladım biraz* ☺" ifadelerini kullanarak aşağıdaki şekli oluşturmuştur.



Şekil 4. 9. *$Ö_4$'nin Açıyı "Doğru Parçalarının Yanyana Birleşimi Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü*

$Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$ ise açıyı iki doğru parçasının ortak bir noktada birleşimi ile oluşan şekil olduğunu belirtmişlerdir. $Ö_2$'den açı oluşturmasını istendiğinde aşağıdaki şekli oluşturup 1 numaralı doğru parçası ile 2 numaralı doğru parçasının ortadaki noktada birleştiğini ifade etmiştir.



Şekil 4. 10. *$Ö_2$'nin Açıyı "Doğru Parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü*

"*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?*" sorusuna $Ö_3$, istendiğinde "*Iı açı kavramını anlatmak için hani doğru parçaları oluyor ya* [1 sn. sessizlik] *Onlarda hani birbirine üçgen gibi şekil çizebilirim*" diyerek açının doğru parçaları ile oluşturulabileceğini vurgulamıştır. Daha sonra açı oluşturması istendiğinde tam açı oluşturacağını ifade etmiş ardından araştırmacı ile aşağıdaki konuşma gerçekleşmiştir:



Araştırmacı: *Tam açı?*
$Ö_3$: *Evet*
Araştırmacı: *Tam açı… Nerde şimdi burada?*
$Ö_3$: *Burada şu şekilde hepsi böyle olduğunda… Kendisi oluyor… Yani.*
[1. Görüşme protokolü 2. soru-$Ö_3$]

Şekil 4. 11. *$Ö_3$'ün Açıyı "Doğru Parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi Durumu" Olarak Tanımlayarak Oluşturduğu Tam Açının Görüntüsü ve İlgili İfadesi*

$Ö_5$ ise "*açı oluşturur musun?"* sorusu sorulduğunda *"O da… aralarında nokta olarak yani biz sınırdan mesela 2,3 santim gitti böyle bir tane nokta, 2, 3 santim gitti böyle nokta, yani doğru gibi değil sınırlı… Aralarına nokta koyarak*." ifadelerini kullanarak ve eliyle o noktayı göstererek aşağıdaki şekli oluşturmuş ve iki doğru parçasının ortak bir noktada birleşimi ile oluştuğunu ima etmiştir.

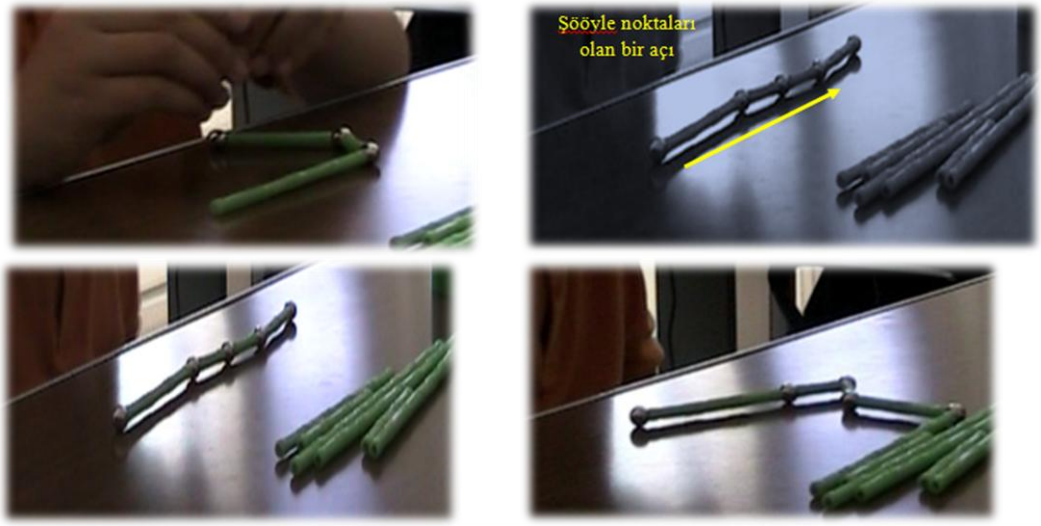


Şekil 4. 12. *$Ö_5$'in Açıyı "Doğru Parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi Durumu" Olarak Tanımlayarak Oluşturduğu Açının Görüntüsü*

$Ö_5$'ten farklı bir açı oluşturması istendiğinde ise şekil 4. 13'deki şekilleri oluşturmuş ve araştırmacı ile aralarında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

$Ö_5$: *Ama olmadı.*
Araştırmacı: *Dümdüz bir şey mi oluşturmaya çalışıyorsun?*

$Ö_5$: *Evet aralarına böyle koyarak yapmaya çalışıyorum. Galiba böyle…*
Araştırmacı: *Dümdüz bir… bu nasıl bir açı? İsmi var mı bunun?*
$Ö_5$: *Yani Bu aslında şöyle bi açı, böyle noktaları olan* [noktaları eliyle gösteriyor] *yani gittiğimizde biraz şööyle noktaları olan bi açı bence bu. Ama çok yanlış oldu* [şekli aşağıdaki biçimde bırakıyor]
Araştırmacı: *Yok ben anlayamadım tam olarak biraz daha ayrıntılı anlatabilir misin?*
$Ö_5$: *Hani ortalarında böyle noktalar oluşuyor. Hani doğru gibi düz değil yani sınırlı, sınırsız değil. Onu demek istiyorum*. [1. Görüşme protokolü 2. soru-$Ö_5$]



Şekil 4. 13. *$Ö_5$'in Açıyı "İkiden Fazla Doğru Parçasının Birleşimi Durumu" Olarak Tanımlayarak Oluşturduğu Açıların Görüntüleri*

Bu ifadeleri ile $Ö_5$'in ikiden fazla doğru parçasının ucuca doğrusal, ucuca zikzak ve karma (zikzak + doğrusal) yerleşimi sonucu açı elde edilebileceğine dair bir anlayışa sahip olduğu tespit edilmiştir. Sonuç olarak; $Ö_5$'in hem iki doğru parçasının birleşimi ile hem de ikiden fazla doğru parçasının birleşimi ile açı oluştuğunu ifade etmesiyle açı kavramına yönelik farklı anlayışlara sahip olduğu görülmektedir.

4.1.2.2.1.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler geometrik şekil olarak ışın, doğru ve doğru parçalarından bahsetmişlerdir. $Ö_1$ ışın kavramı aracılığıyla, $Ö_2$ doğru kavramı aracılığıyla ve $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ ise doğru parçaları aracılığıyla açıyı tanımlamışlardır. Öğrencilerin bu tanımları göz önüne alındığında $Ö_2$'nin açı kavramına ait doğru ve

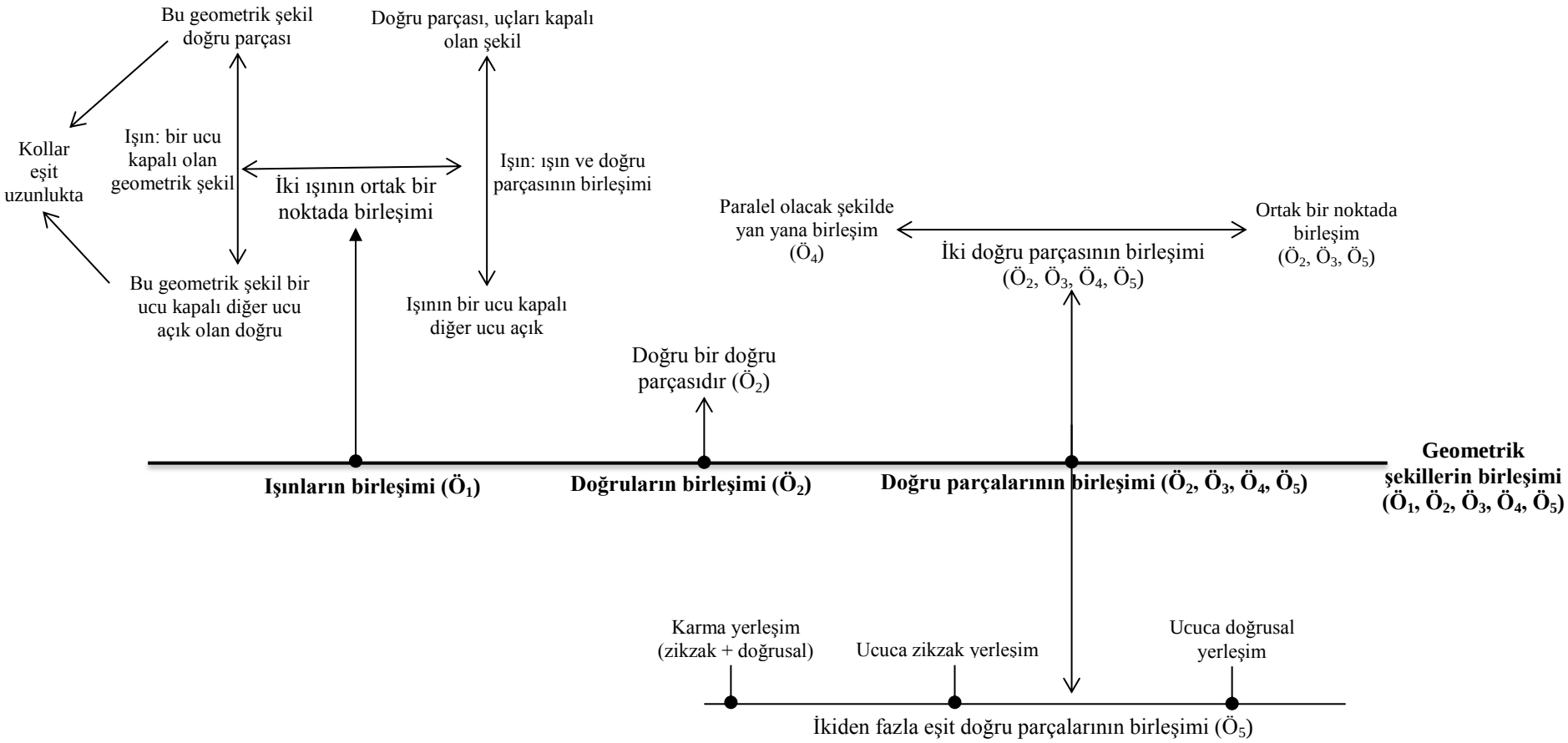
doğru parçası aracılığıyla olmak üzere farklı kişisel betimlemeleri kullandığı görülmektedir.

Katılımcı GE öğrencilerin açının "*geometrik şekillerin birleşimi olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 3'te özetlenmiş ve ayrıca şekil 4. 14'te de eksenler üzerinde gösterilmiştir. Böylece öğrencilerin bu kategoriye ait anlayışları, her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmaya çalışılmıştır.

Tablo 4. 3. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori / Öğrenci	**Geometrik Şekillerin Birleşimi Olması**		
	Işınların Birleşimi	***Doğruların Birleşimi***	***Doğru Parçalarının Birleşimi***
Ö$_1$	***İki ışının ortak bir noktada birleşimi*** Işın: bir ucu kapalı olan geometrik şekil (Bu geometrik şekil doğru parçası) (Bu geometrik şekil doğru) Işın: ışın ve doğru parçasının birleşimi (Doğru parçası, uçları kapalı olan şekil) (Işının bir ucu kapalı diğer ucu açık)		
Ö$_2$		***Doğrunun doğru parçası olması***	***İki doğru parçasının birleşimi*** Ortak bir noktada birleşim
Ö$_3$			***İki doğru parçasının birleşimi*** Ortak bir noktada birleşim
Ö$_4$			***İki doğru parçasının birleşimi*** Paralel olacak şekilde yan yana birleşim
Ö$_5$			***İki doğru parçasının birleşimi*** Ortak bir noktada birleşim ***İkiden fazla doğru parçasının birleşimi*** Ucuca doğrusal yerleşim Ucuca zikzak yerleşim Karma yerleşim (zikzak + doğrusal

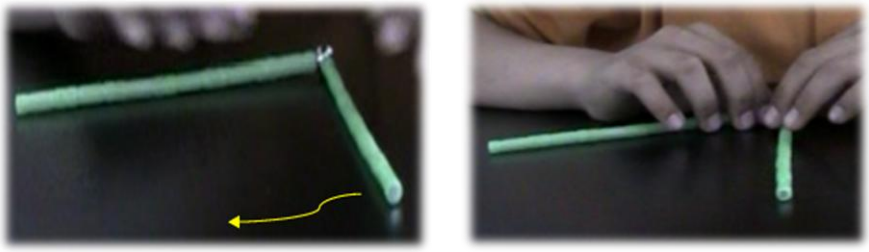
Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.



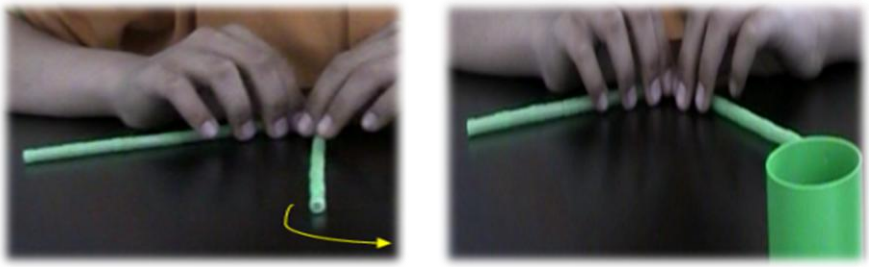
Şekil 4. 14. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Geometrik Şekillerin Birleşimi*

4.1.2.2.1.3. Dönme olma durumu (1. Görüşme)

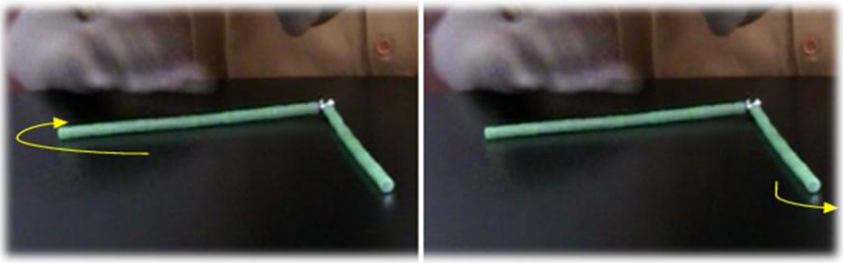
"*Açı oluşturur musun?*" sorusu sorulduğunda $Ö_1$ açının kollarını [kollardan bahsetmiyor] ışın olarak kabul ettiğini "*bunlar ışınlar*" ifadesiyle belirterek, ışınları döndürmeye başlamıştır. $Ö_1$ açıları oluştururken iki farklı yol denemiştir. Bunlardan biri, ışınlardan birini hareket ettirmek, diğeri ise ışınların her ikisini hareket ettirmek olmuştur. Işınlardan birini hareket ettirirken ise bazen pozitif yönde bazen de negatif yönde dönmeyi tercih etmiştir. $Ö_1$'in bu tercihlerini gösteren resimler aşağıda şekil 4. 15, şekil 4.16, şekil 4. 17, şekil 4. 18'de gösterilmiştir:



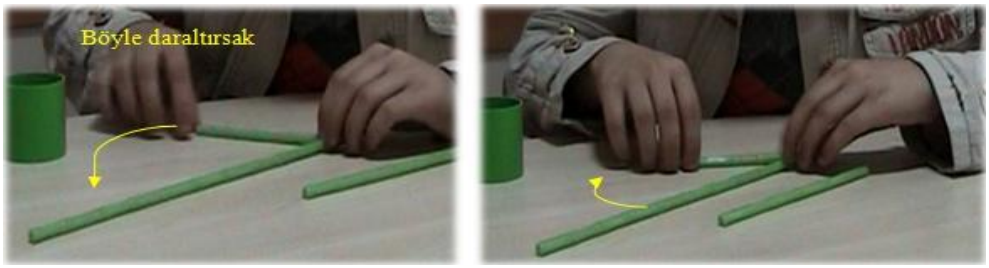
Şekil 4. 15. *$Ö_1$'in Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler: Işınlardan Birinin Negatif Yönde Dönmesi*



Şekil 4. 16. *$Ö_1$'in Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler: Işınlardan Birinin Pozitif Yönde Dönmesi*

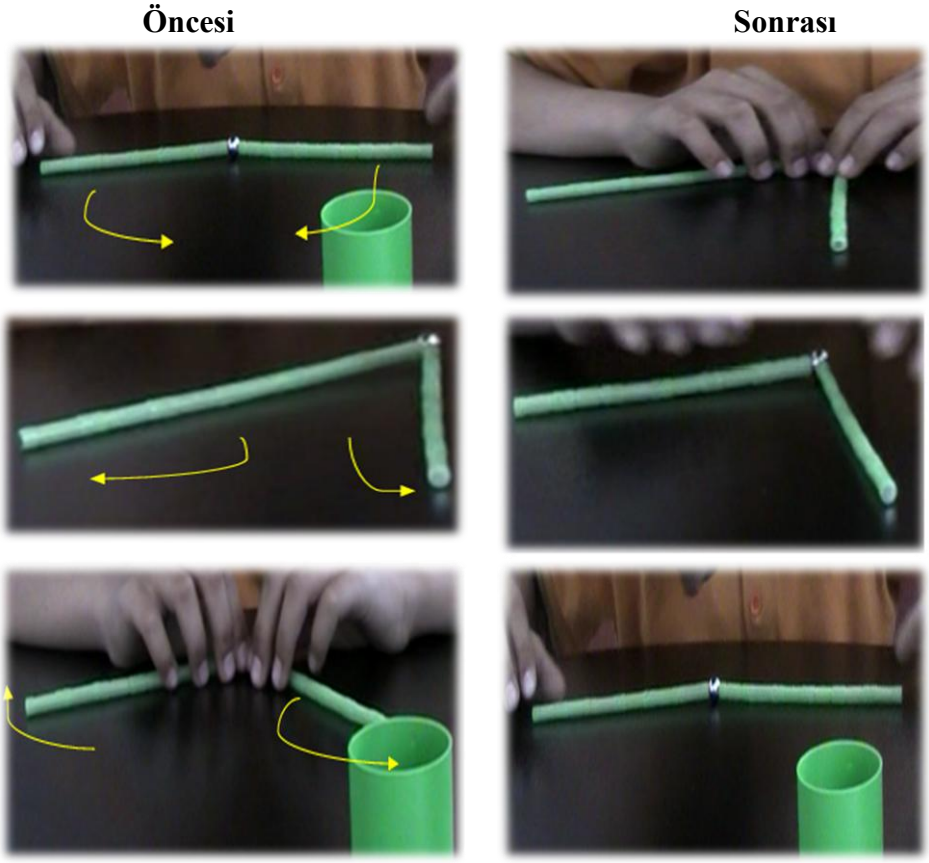


Şekil 4. 17. *$Ö_1$'in Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler: Işınlardan Birinin Önce Negatif Yönde, Sonra Pozitif Yönde Dönmesi*

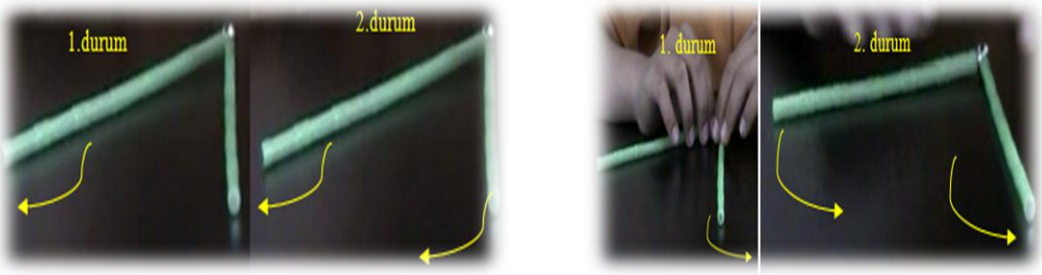


Şekil 4. 18. *$Ö_1$'in Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler: Işınlardan Birinin Önce Pozitif Yönde, Sonra Negatif Yönde Dönmesi*

Işınların her ikisini de hareket ettirirken ise $Ö_1$ kolların bazen zıt yönlerde bazen de aynı yönlerde dönmesini tercih etmiştir. $Ö_1$'in bu tercihlerini gösteren resimler aşağıda şekil 4. 19 ve şekil 4. 20 ile gösterilmiştir:



Şekil 4. 19. *$Ö_1$'in Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler: İki Işının Zıt Yönlerde Hareket Etmesi Sonucu Açı Elde Edilmesi*

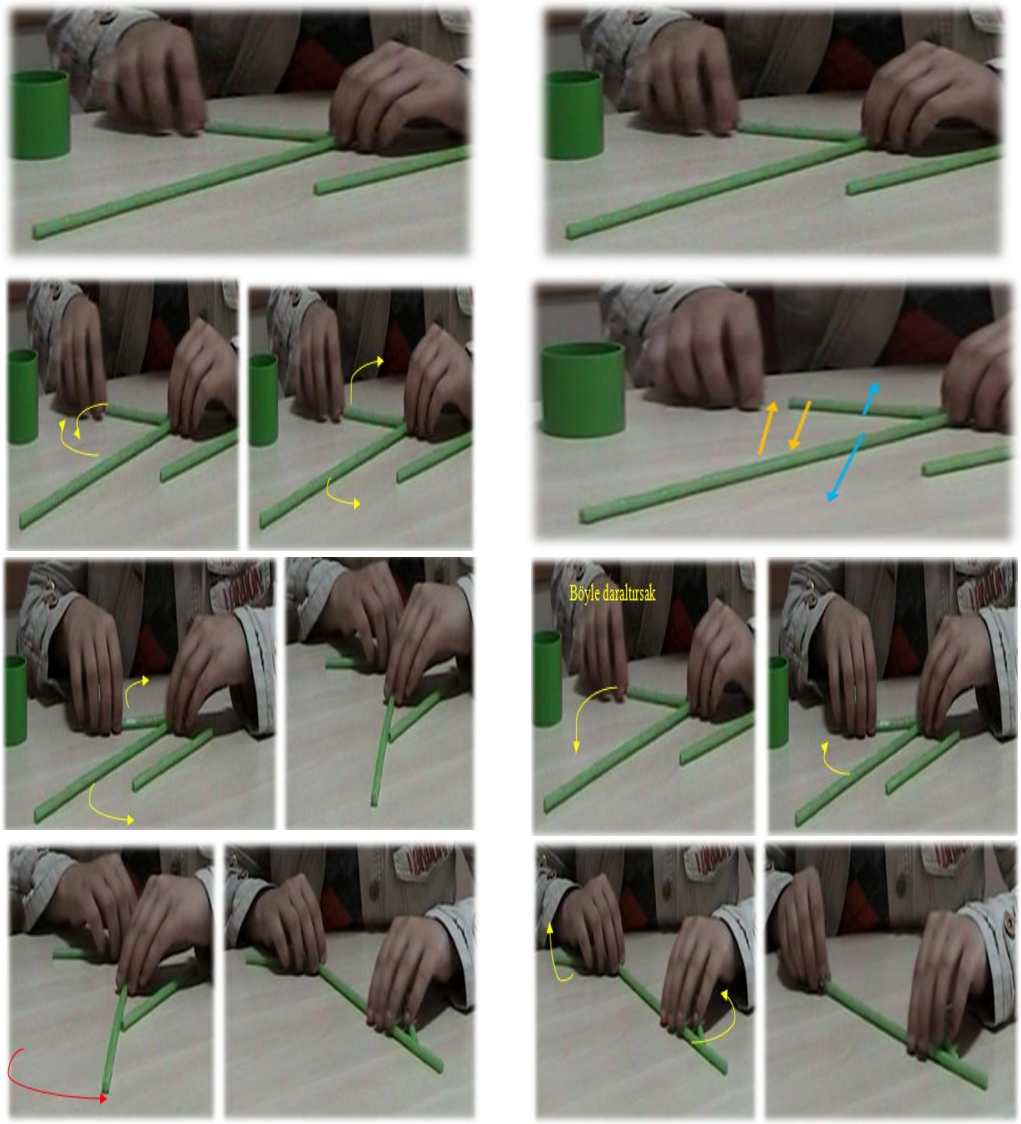


Şekil 4. 20. *$Ö_1$'in Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler: İki Işının Aynı Yönlerde Hareket Etmesi Sonucu Açı Elde Edilmesi*

Yukarıdaki resimlerden de görüleceği gibi ışınların aynı yönde hareket ettirilmesi durumunda, $Ö_1$'in açının kollarını negatif ve pozitif yönlere doğru hareket ettirdiği dikkati çekmektedir. Ek olarak ışınların zıt yönde hareket ettirilmesi durumunda $Ö_1$'in açının kollarını, ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru ve ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru hareket ettirdiği dikkati çeken başka bir durumdur.

"*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?*" sorusu sorulduğunda $Ö_3$ kolları doğru parçası olarak kabul ettiğini "*Iı açı kavramını anlatmak için hani doğru parçaları oluyor ya"* sözleriyle ifade etmiş ve doğru parçaları ile açı çeşitleri oluşturmak istemiştir. $Ö_3$ açıları oluştururken $Ö_1$ gibi iki farklı yol denemiştir. Bunlardan ilki, doğru parçalarından birini hareket ettirme ve doğru parçalarından her ikisini hareket ettirme olmuştur. Doğru parçalarından birini hareket ettirirken ise bazen pozitif yönde bazen de negatif yönde dönmeyi tercih etmiştir. Öte yandan diğer yol ise doğru parçalarının her ikisinin zıt yönde döndürülmesi olmuştur. $Ö_3$ bu tercihlerini aşağıdaki gibi bir diyalogla açıklamıştır. Bu diyalog esnasında oluşturduğu şekillerin -sırasıyla- görüntüsü şekil 4. 21 ile gösterilmiştir:

> *Alıyım… Mesela bu böyle, bunu böyle hani açıp kapattığımızda açı oluyor şurası* [kolları iç bölgeye doğru zıt yönde hareket ettirme] [kolları dış bölgeye doğru zıt yönde hareket ettirme] *Iıı Böyle daraltırsak dar açı oluyor* [kollardan birini hareket ettirerek iç bölgeyi daraltıyor] *Şöyle dik açı… Şu şekilde* [kolların ikisini de hareket ettirme-zıt yönde dış bölgeye doğru] *Böyle geniş açı oluyor* [kollardan birini hareket ettiriyor-pozitif yönde] *böyle tam açı. Bu şekilde anlatabilirim.* [1. Görüşme protokolü 1. Soru-$Ö_3$]



Şekil 4. 21. *Ö$_3$'ün Açının "Dönme Olma Durumu" Şeklinde Tanımlamasına Ait Görüntüler*

Bu ifadeleriyle Ö$_3$'ün doğru parçalarının dönmesiyle farklı açı çeşitlerini elde edebildiği ve açıyı bilmeyen birine zihninde var olan bu kişisel betimleme ile anlatmayı tercih ettiği görülmüştür. Yukarıdaki resimlerden de görüleceği gibi doğru parçalarının zıt yönde hareket ettirilmesi durumunda, Ö$_1$ de olduğu gibi Ö$_3$'ün de açının kollarını ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru ve ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru hareket ettirdiği dikkati çekmiştir.

İlk görüşme protokolünde *dönme olma durumu* ile ilgili kişisel betimlemeyi kullanmayan Ö$_2$ ek görüşmelerde bu kavram imajını araştırmacının kendisine "*açı doğrudur demişsin. Bunu söylerken ne düşünmüş olabilirsin?*" sorusunu sorması

üzerine önce biraz düşünmüş ardından "*Şimdi açı doğrudur derken hani mesela geniş açı ya hani bu benim düşüncem. Mesela geniş açı"* diyerek doğru parçaları olduğunu söylediği geometri çubuklarıyla geniş açı oluşturmuştur. Daha sonra açıklamasına şu şekilde devam etmiştir:

> *Bakın ucu* [geometri şeritlerinin birleşmeyen uçlarını kastediyor] *hani bellidir değil mi?... Yani aslında belli değildir* [sabit bir yerinin olmadığını kastediyor, doğru parçalarını döndürdüğü için] *aslında hani geniş açı istediğimiz kadar şu şekilde açabiliriz* [kolların her ikisini de zıt yönlerde ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru döndürüyor] *eem ondan dolayı* [sessizlik] *demişimdir çünkü ba… başta da söylediğim gibi doğru ucu ve sınırı belli olmayan demektir e ya sınırsız uzayabilir.*

Böylece $Ö_2$'nin de $Ö_3$ gibi doğru parçalarının dönmesiyle açı elde edebileceğini savunduğu görülmüştür.

4.1.2.2.1.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açıyı geometrik şekillerden birini diğerinin üzerine getirmek için gerekli olan dönme olarak tanımlaması ile ilişkilidir. Bu kategoride, GE öğrenciler geometrik şekil olarak ışını ve doğru parçasını düşünmüşlerdir. $Ö_1$ ışın kavramı aracılığıyla dönmeyi açıklarken, $Ö_2$ [ek görüşmelerde] ve $Ö_3$ doğru parçası aracılığıyla dönme durumunu açıklamıştır.

Katılımcı GE öğrencilerin açının "*dönme olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 4'te özetlenmiştir. Böylece öğrencilerin bu kategoriye ait anlayışları, her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmaya çalışılmıştır.

Tablo 4. 4. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

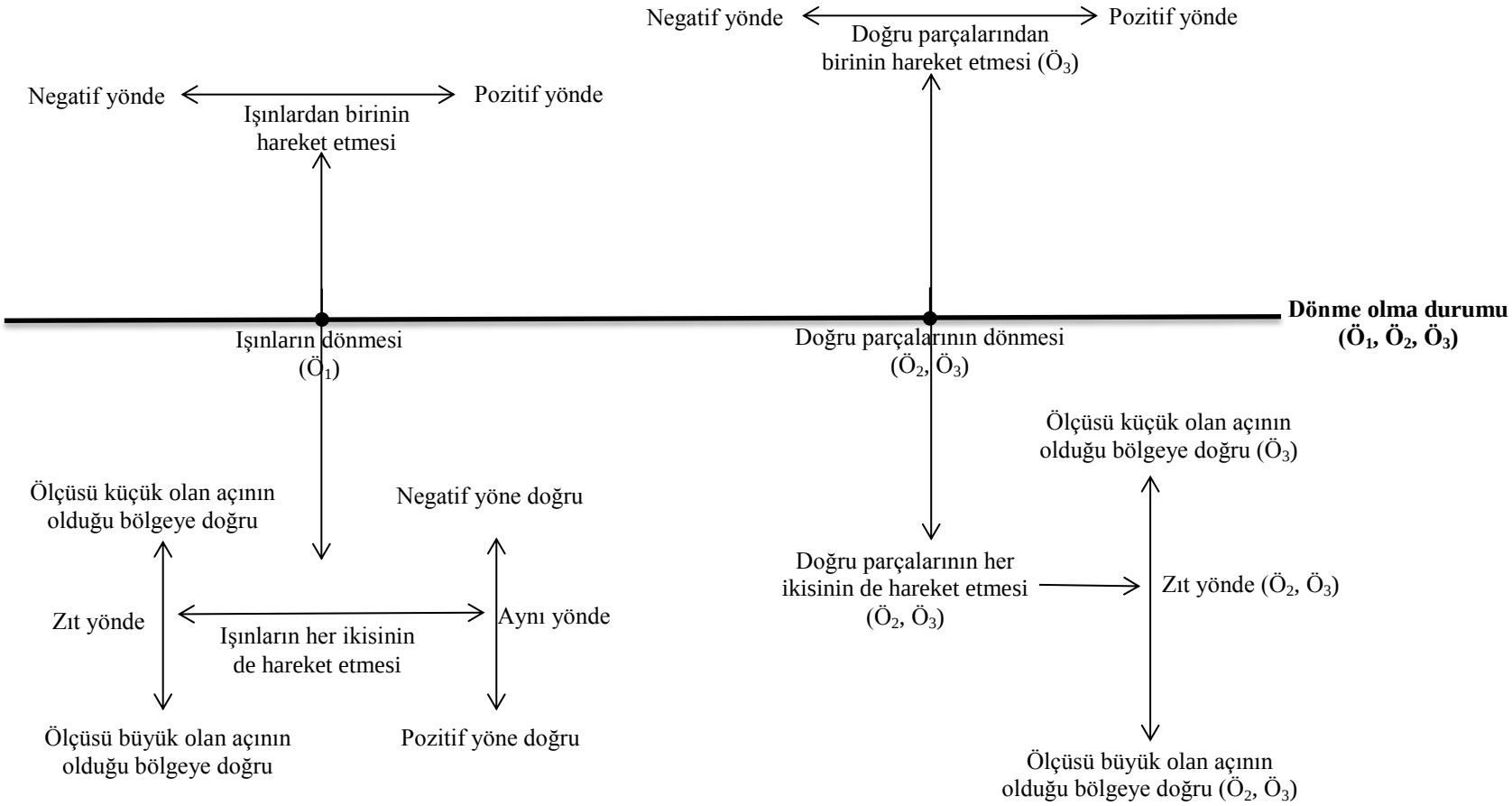
Kategori Öğrenci	**Dönme Olma Durumu**	
	Işınların Dönmesi	***Doğru parçalarının dönmesi***
	Işınlardan birinin hareket etmesi Negatif yönde Pozitif yönde	

<table>
<tr><td>Ö1</td><td>Işınların her ikisinin de hareket etmesi
Zıt yönde
(Ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru)
(Ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru)

Aynı yönde
(Negatif yöne doğru)
(Pozitif yöne doğru)</td><td></td></tr>
<tr><td>Ö2</td><td></td><td>Doğru parçalarının her ikisinin de hareket etmesi
Zıt yönde
(Ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ö3</td><td rowspan="2"></td><td>Doğru parçalarından birinin hareket etmesi
Negatif yönde
Pozitif yönde</td></tr>
<tr><td>Doğru parçalarının her ikisinin de hareket etmesi
Zıt yönde
(Ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru)
(Ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru)</td></tr>
</table>

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca $Ö_4$, $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimleme görülmemiştir.

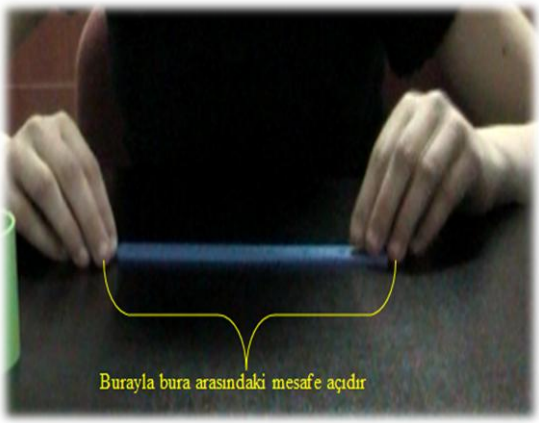
Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*dönme olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 22'dee yer verilecektir.



Şekil 4. 22. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Dönme Olma Durumu*

4.1.2.2.1.5. Ölçü olma durumu (1. Görüşme)

"*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?*" sorusu sorulduğunda önce açı çeşitlerini anlatmaya başlamış fakat araştırmacının kendisine "*Açı kavramı nedir? Açı denilince ne anlıyorsun?*" sorusunu yönelmiştir. Bunun üzerine $Ö_2$ "*bir materyalin… büyüklüğü falan olabilir* [2 sn. sessizlik]*… açı…*" diyerek, açıyı bir ölçü olarak kabul ettiğini dile getirmiştir. Öte yandan $Ö_2$'ye "*açıya günlük hayattan örnekler verir misin?* [1. Protokol-3. Soru]" sorusu sorulduğunda da *"cetvel!"* cevabını vermiştir. Araştırmacı bunun üzerine $Ö_2$ ye bir cetvele örnek teşkil edebilecek geometri şeridini vererek bunun üzerinde açıyı açıklamasını istemiştir ve bundan sonra diyalog şu şekilde devam etmiştir:



[1. Görüşme protokolü 3. Soru-$Ö_2$]

Araştırmacı: *Mesela açı nerde burda açıyı gösterir misin?*
$Ö_2$: *Burayla bura arasındaki mesafe veya veya her bir birim arasındaki mesafe olabilir.*
Araştırmacı: *Yani o deliklerin arasındaki uzaklığı mı diyorsun?*
$Ö_2$: *Yok… Örneğin şurayla şura arasında… Yani uç, değil orta yani. Şu kadar mesafe*
Araştırmacı: *Hıım… Ona ne diyorsun sen?*
$Ö_2$: *Açı*

Şekil 4. 23. *$Ö_2$'in Açıyı "Ölçü Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

$Ö_2$ de olduğu gibi "*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?*" sorusu sorulduğunda, $Ö_4$ önce açı çeşitlerinden bahsetmiş fakat daha sonra araştırmacının "*Peki, açı tam olarak nedir diye sorsam sana ne dersin? Açı tam olarak nedir?*" sorusuna *"Iıı geometrik şekillerin ölçüm birimi yani, kenarlarının…"* diyerek açıyı, kenarların ölçüsü ile özdeşleştirdiğini ifade etmiştir.

$Ö_3$ ve $Ö_4$ açıyı, açının ölçüsü olarak tanımlamışlardır. Araştırmacının bilmeyen birisine açıyı nasıl anlatacağını sorması üzerine $Ö_3$, doğru parçaları ile tam açı oluşturduğunu ifade ettikten sonra "*aradaki ölçü açıdır*" demesiyle açının ölçüsünü açı

olarak nitelendirdiği görülmüştür. Ö$_3$'ün bu diyaloğa ait oluşturduğu şekil aşağıdaki gibidir:



Şekil 4. 24. *Ö$_3$'ün Açıyı "Ölçü Olma Durumu: Açının Ölçüsü" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü*

Ö$_4$ ise kendisine sorulan "*bilmeyen birisine açıyı anlatmak için nasıl bir yol izlersin?*" sorusuna, anlatacağı grubun GE öğrenciler olduğunu varsayarak "*bizim kabartma yöntemimiz ve iletkimiz var onu gösterirdim, onunla ölçüm yapmasını isterdim*" ifadelerini kullanmıştır. Ö$_4$'ten açı oluşturması istendiğinde ise açı oluşturamayacağı vurgulayarak açı oluşturmaktan kaçınmıştır. Bunun üzerine "*Peki açı olduğunu nerden anlıyorsun o şeklin*?" sorusuna ise "*İşte numaralar yazıyorsa,* 90[^{o}]*...100*[^{o}] *50*[^{o}]*... ordan"* cevabını vermiştir. Buradan Ö$_4$'ün açı ile açının ölçüsünü özdeş tuttuğu sonucuna ulaşılmıştır.

4.1.2.2.1.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Ölçü Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açıyı ölçü birimi olarak tanımlamaları ile ilişkilidir. GE öğrenciler arasından Ö$_2$, Ö$_3$ ve Ö$_4$'ün açıyı bir ölçü birimi olarak gördükleri anlaşılmıştır. Ö$_3$ ve Ö$_4$ açıyı, açının ölçüsü olarak tanımlarken; Ö$_2$ ve Ö$_4$ düzlemsel geometrik şekillerin kenar ölçüsü olarak tanımlamışlardır. Bu durumda Ö$_4$'ün farklı kişisel betimlemeler yaptığı açık bir şekilde görülmektedir.

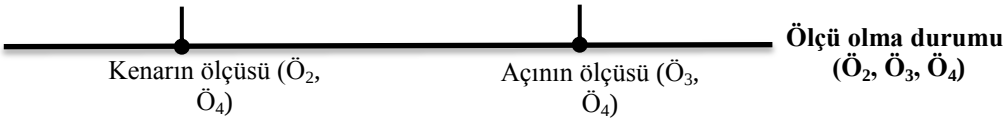
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*ölçü olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 5'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 5. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori / Öğrenci	**Ölçü Olma Durumu**	
	Kenarların Ölçüsü	***Açının Ölçüsü***
$Ö_2$	X	
$Ö_3$		X
$Ö_4$	X	X

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca $Ö_1$ ve $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

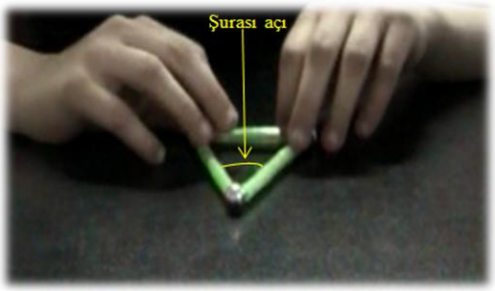
Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*ölçü olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 25'e yer verilecektir.



Şekil 4. 25. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Ölçü Olma Durumu*

4.1.2.2.1.7. Aralık olma durumu (1. Görüşme)

$Ö_2$ kendisinden açı oluşturması istendiğinde "*Yaa böyle üçgen tarzı bişey açı… Herhalde* [2 sn. sessizlik] *Yani öyle bişey düşündüm ve onun tarzında bişey yapmaya çalışıyorum şuan"* diyerek üçgen oluşturmuş(tur) ve açıyı üçgene benzetmiştir. $Ö_2$'nin daha sonra araştırmacı ile arasında geçen diyalog ve bu diyaloğa ait resim şekil 4. 26'te sunulmuştur. Bu diyalog esnasında $Ö_2$'nin aralığı gösterirken yay çizdiği görüldüğü için, aralığı yay parçası olarak tanımladığı düşünülmüştür.



Araştırmacı: *Şimdi açıyı gösterir misin?*
Ö$_2$: (gülüyor) *Iıı… Şimdi… bu… bunun şurası açı…* [eliyle kollar arasındaki aralığı gösteriyor]

[1. Görüşme protokolü 2. Soru-Ö$_2$]

Şekil 4. 26. *Ö$_2$'in Açıyı "Aralık Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Ö$_4$ "*açı oluşturur musun?*" sorusu sorulduğunda açıyı hatırlamadığını dolayısıyla yapamayacağını ancak çokgenlerde açıların varlığından haberdar olduğunu ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı, Ö$_4$'ten bir çokgen üzerinden açıyı anlatmasını istemiştir. Ancak şekilleri oluşturmada zorlandığı için araştırmacı Ö$_4$'e üçgen yapımında yardım etmiştir. Bu esnada şu şekilde bir diyalog gerçekleşmiştir:



Ö$_4$: *Şurasına… Şunun şurasına* [kollar arasındaki boşluğu gösteriyor] *bunu yapıştırıp açı olduğunu belirtebiliriz mesela*
Araştırmacı: *Nasıl? … hımm şu aa… iki kolun ortasına mı yapacaksın?*
Ö$_4$: [düşünüyor] *Şu ortadaki boşluğa*
Araştırmacı: *hımm… onu yapıyorsun… Diğer kolla birleşiyor mu? Birleşmiyor mu?*
Ö$_4$: *İşte ikisinin arasında kalıyor*

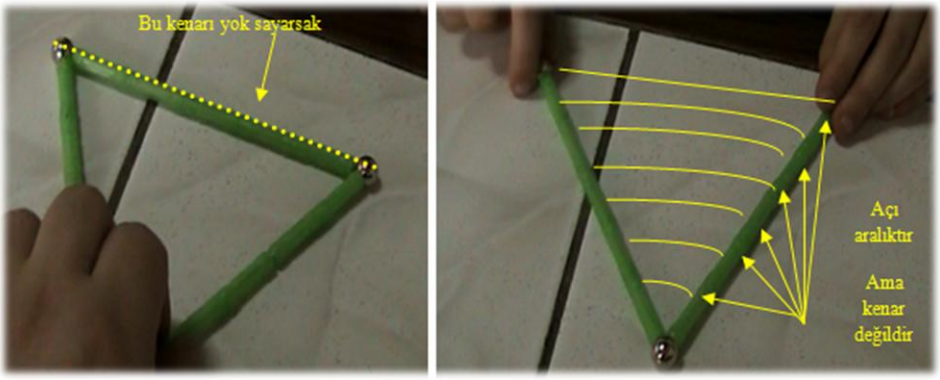
[1. Görüşme protokolü 2. Soru-Ö$_4$]

Şekil 4. 27. *Ö$_4$'in Açıyı "Aralık Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Bu diyalog ile Ö$_4$'ün açıyı aralık olarak tanımladığı ve o aralığı da bir doğru parçası ile gösterdiği anlaşılmaktadır. Daha sonra araştırmacı "*Peki kaç tane açısı var bunun?*" sorusunu Ö$_4$'e yöneltmesi üzerine "[düşünüyor] *3 tane olması gerekiyor*" cevabını vermiştir. Ancak, araştırmacının öğrenciden bu açıları göstermesini istemesi üzerine Ö$_4$ "*bunlar zaten açıölçer gibi bir şey*" diyerek bu sefer doğru parçası yerine

yay parçası ile aralığı göstermeye çalışmıştır. Buradan Ö4'ün aralığı hem yay parçası ile hem de doğru parçası ile gösterdiği tespit edilmiştir.

Ek görüşmelerde üçgenin açılarından bahseden $Ö_2$ "*örnek veriyorum, misal bir köşesi 100*[°] *olsun… değil mi bir açısı, şurası* [aralığı gösteriyor] *100*[°] *olsun deriz ki hani bir üçgenin bir köşesi, ya bir açısı sadece 100*[°] *deriz*" ifadelerini kullanarak açıyı nokta -çokgenlerde köşe- olarak düşündüğünü belirtmiştir. Öte yandan $Ö_2$'nin, daha sonraki ifadelerinde elleriyle işaret ederek anlattığı durum şekil 4. 28 ile verilmiştir.



Şekil 4. 28. *$Ö_2$'in Açıyı "Aralık Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüleri*

Böylece $Ö_2$'nin üçgende açıyı gösterirken, kenarların uç noktalarını birleştirmeyen doğru parçalarını kullandığı ve iki kenarı birleştiren doğru parçasını-3. kenarı- kullanmadığı görülmektedir.

İlk görüşmede noktanın açı olduğunu belirten $Ö_4$'e ek görüşmelerde bu ifadesini açıklaması istenmiştir. Bunun üzerine $Ö_4$ çokgenleri düşündüğünü ve "*Niye öyle dedim kenarları bağladığı için olabilir. Kenarları birbirine bağladığı için demiş olabilirim* [ek görüşmeler-$Ö_4$]" ifadelerini kullanmıştır. Böylece $Ö_4$'ün de $Ö_2$ gibi noktayı-çokgenlerde köşeyi- açı olarak kabul ettiği ve bununda aralığın nokta olarak düşünülmesiyle meydana gelmiş olabileceği söylenebilir.

$Ö_3$ ise "*bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?* [1.görüşme 1.soru-$Ö_3$]" sorusuna üçgenden yola çıkarak açıyı anlatacağını "*hani mesela üçgen biri (kenar) böyle geliyor, biri (kenar) şöyle geliyor ya… Onların arada kalan parçasının açı olduğunu anlatabilirim*" sözleriyle dile getirmiştir. Böylece $Ö_3$ açıyı aralık olarak gördüğünü ifade etmiştir.

Çokgen söz konusu değilse kategorisi de, doğru parçaları arasındaki aralık ($Ö_2$, $Ö_3$) ve doğrular arasındaki aralık ($Ö_2$, $Ö_3$) olmak üzere iki alt boyutta ortaya çıkmıştır. Aşağıda önce doğrular arasındaki aralık, daha sonra ise doğru parçaları arasındaki aralık (yay parçası ile gösterme, doğru parçası ile gösterme, nokta ile gösterme) boyutu için öğrenci ifadelerine yer verilecektir.

Kendisinden açı oluşturması istenen $Ö_2$, doğru açı oluşturmak istediğini söyleyerek ve ardından aşağıdaki - iki doğrunun bir noktada kesiştiği -şekli oluşturarak şu ifadeleri kullanmıştır:

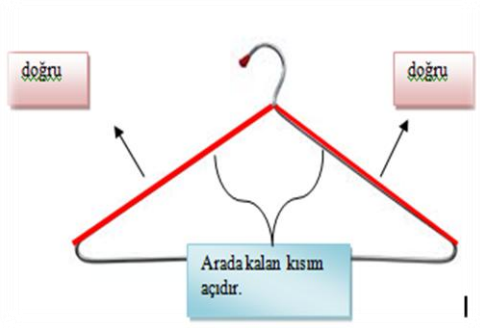


[1. Görüşme protokolü-2. Soru-$Ö_2$]

Araştırmacı: *Doğru açı şimdi tam olarak nerde?*
$Ö_2$: *Burası* [ortadaki topu gösteriyor]
Araştırmacı: *Burası o nokta… Noktayı mı gösteriyorsun?*
$Ö_2$: *yani şimdi şöyle eee hani… Doğru her doğrudan geçen bi parçacık oluyor yaa… İşte o bu parçacık… Buralarda doğru olarak kabul ediyorum.* [x ekseni gibi görünen parçaları göstererek]

Şekil 4. 29. *$Ö_2$'in Açıyı "Aralık Olma Durumu: Çokgen Söz Konusu Değilse-Doğrular Arasındaki Aralık" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

$Ö_3$ ise "*açıya günlük hayattan örnekler verir misin?* [1. Görüşme protokolü, 3. Soru-$Ö_3$]" sorusu yönlendirildiğinde *"...şey olabilir askılar benziyor olabilir*" cevabını vermiştir. Ardından bu örnek üzerinde açıyı anlatması istenen $Ö_4$ şu ifadeleri kullanmıştır:



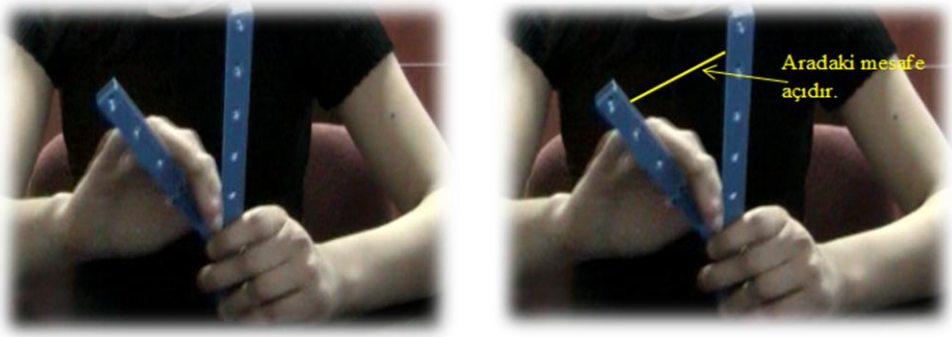
Şuraya elbiseyi astığımızda burası doğru oluyor. Şurda üstteki yeri de doğru oluyor. Şu ar arada kalan kısmı açı oluyor

[1. Görüşme protokolü, 3. Soru-$Ö_3$]

Şekil 4. 30. *$Ö_3$'ün Açıyı "Aralık Olma Durumu: Çokgen Söz Konusu Değilse-Doğrular Arasındaki Aralık" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Bu haliyle $Ö_2$'nin doğrular arasındaki aralığı, nokta; $Ö_3$'ün ise aralığı doğrular arasında kalan kısım olarak kabul ettiği görülmektedir.

"Açıya günlük hayattan örnekler verir misin? [1. Görüşme protokolü, 3. Soru-$Ö_2$]" sorusu $Ö_2$'ye yönlendirildiğinde "*makas*!!" diyerek açıyı anlatmak için makas istemiştir. Ancak ortamda makas bulunmadığı için araştırmacı $Ö_2$'ye iki geometri şeridi vererek bu ikisinin kesiştirilmesiyle oluşan şekli makas gibi düşünmesini istemiştir. Bunun üzerine $Ö_2$ "*mesela makası açıp kapatırken... Örneğin açıp kapatırken eee açıldığında ki… şu mesafe*" sözleriyle ve şekil 4. 31 de yer alan hareketleriyle açıklamasını yapmıştır.



Şekil 4. 31. *$Ö_2$'ün Açıyı Aralığı Doğru Parçası İle Göstermesine ilişkin Görüntüleri*

$Ö_3$ ise "*bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?*" sorusuna karşılık tam açı örneğini kullanarak açıyı anlatmak istemiş ve "*iki doğru parçası var, bunlar arasındaki yer*" ifadesini kullanmıştır.

Yukarıdaki öğrenci ifadelerden yola çıkarak açıyı $Ö_2$'nin doğru parçaları arasındaki mesafe ve $Ö_3$'ün de doğru parçaları arasındaki yer olarak tarif ettiği dolayısıyla, açının onlar için birer aralık olduğu görülmektedir.

4.1.2.2.1.8. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Aralık Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açıyı, iki geometrik şekil arasındaki aralık olarak tanımladığını göstermektedir. Sadece $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$'te ortaya çıkan bu kişisel betimleme, çokgenler söz konusu iken ve geometrik şekillerin birleşimi söz

konusu iken olmak üzere iki farklı durumda ortaya çıkmıştır. Bu nedenle çokgen söz konusu ise ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$) ve çokgen söz konusu değilse ($Ö_2$, $Ö_3$) olacak şekilde iki boyutta ele alınmıştır. Buradan $Ö_2$ ve $Ö_3$'ün, hem çokgen söz konusu iken hem de geometrik şekillerin birleşimi söz konusu iken açıyı aralık olarak tanımladıkları görülmektedir.

Çokgen söz konusu ise kategorisi, kenarlar arasındaki aralık [*aralığı yay parçası ile gösterme* -$Ö_2$, $Ö_4$-, *aralığı nokta ile gösterme* -$Ö_2$, $Ö_4$-, *aralığı doğru parçası ile gösterme* -$Ö_4$-] olacak şekilde tek alt boyutta incelenmiştir.

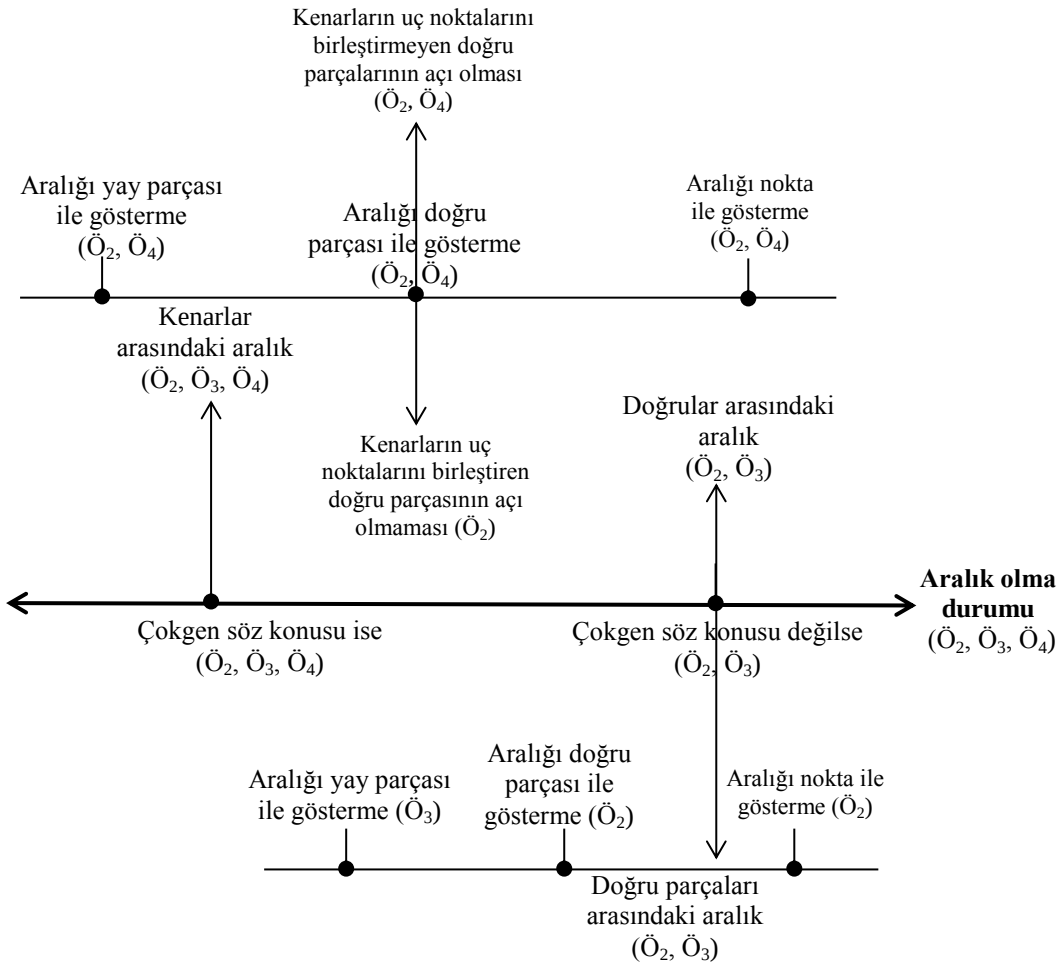
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*aralık olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 6'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 6. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Aralık Olma Durumu**	
	Çokgen söz konusu ise	***Çokgen söz konusu değil ise***
$Ö_2$	***Kenarlar arasındaki aralık*** Aralığı yay parçası ile gösterme Aralığı doğru parçası ile gösterme (kenarların uç noktalarını birleştiren doğru parçasının açı olmaması) (kenarların uç noktalarını birleştirmeyen doğru parçalarının açı olması) Aralığı nokta ile gösterme	***Doğrular arasındaki aralık*** ***Doğru parçaları arasındaki aralık*** Aralığı doğru parçası ile gösterme Aralığı nokta ile gösterme
$Ö_3$	***Kenarlar arasındaki aralık***	***Doğrular arasındaki aralık*** ***Doğru parçaları arasındaki aralık*** Aralığı yay parçası ile gösterme
$Ö_4$	***Kenarlar arasındaki aralık*** Aralığı yay parçası ile gösterme Aralığı nokta ile gösterme Aralığı doğru parçası ile gösterme (kenarların uç noktalarını birleştirmeyen doğru parçasının açı olması)	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca $Ö_1$ ve $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

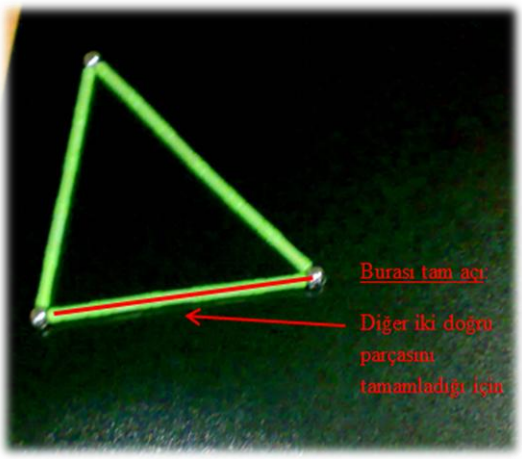
Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*aralık olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 32'e yer verilecektir.



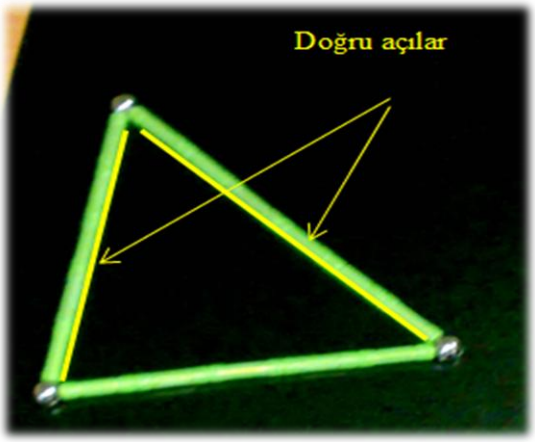
Şekil 4. 32. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Aralık Olma Durumu*

4.1.2.2.1.9. Kenar olma durumu (1. Görüşme)

"*Açı oluşturur musun?"* sorusu yöneltilen Ö2 öncelikle "*Yaa böyle üçgen tarzı bişey açı… herhalde… yani öyle bişey düşündüm*" diyerek üçgen oluşturmuş daha sonrasında ise araştırmacı bu şekil üzerinde açıyı tarif etmesini istediğinde aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:



[tabanı olacak şekilde konumlandırılan üçgen]



[1. Görüşme 2. Soru-Ö$_2$]

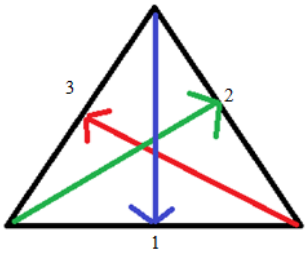
Ö$_2$: (gülüyor) ... *eee şuralar* [üçgenin tabanını gösteriyor]
Araştırmacı: *Oralar evet… orası ne?*
Ö$_2$: *.. nee … burası… Buralar… eee hani… tam açı falan… Herhalde… zihnimdekine göre yaptım ben bunu… Zihnimdekine göre burası tam… Şurası dar…Şurası da doğru, indiği için böyle doğru…*
Araştırmacı: *Sen o zaman şey mi düşündün? Sadece eem şu… Diğerleri yokken sadece şunu mu düşündün?*
Ö$_2$: *Evet* [doğru parçasını doğru açı olarak düşünüyor]
Araştırmacı: *doğru açı diye?*
Ö$_2$: *Evet*
Araştırmacı: *Şu şunu tamı nasıl düşündün?*
Ö$_2$: *Tamı hani böyle… Yani… Birbirlerini tamamlıyorlar sonuç da böyle gidiyor. Buradan tamamlıyor. Buradan başlıyor, hadi buradan başlasa, böyle devam ediyor.* [tam açıyı ise diğer kenarları tamamlayan doğru parçası olarak düşünüyor]

Şekil 4. 33. *Ö$_2$'ün Açıyı "Kenar Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Araştırmacı ile gerçekleşen bu konuşma ile Ö$_2$'nin üçgenin tabanını tam açı, diğer kenarları ise doğru açı olarak düşündüğü görülmektedir. Diğer kenarları bileştirdiği [üçgene tamamladığı] için tabanın ismini tam açı olarak adlandırdığı görülmektedir. Bu kategorideki diğer öğrenci olan Ö$_4$ ise kendisinden açı oluşturulması istendiğinde, tabanı olacak şekilde üçgen oluşturmuş ve kenarlarını göstererek "*bunlar üçgenin kenarıysa… kenarları açıdır o zaman*" diyerek üçgende kenarların açı olduğunu vurgulamıştır. Bu ifadesinden emin olup olmadığını anlamak amacıyla araştırmacı diyaloğu şu şekilde devam ettirmiştir:

Araştırmacı: *hımm… Yani şöyle parmağınla göstereyim… şöyle bir şey mi?*
Ö$_4$: *Yani uçları böyle, ikisine de değiyor hafif.* [1. Görüşme 2. Soru-Ö$_4$]

Daha önceki ifadelerinde üçgenin 3 açısının olması gerektiğini ifade eden Ö$_4$'e yukarıdaki ifadesi üzerine "*3 tane var dedin diğerleri?*" diyerek diğer açıları göstermesini istemiştir. Böylece Ö$_4$'ün açı anlayışı daha iyi anlaşılmak istenmiştir. Ancak Ö$_4$ "*diğeri mesela şu… 3 tane yan yana diye düşünsek… ama yine de olmuyor… yani biraz zor bizim için*" diyerek aşağıdaki şekilde olan ok işaretleri doğrultusunda açıları göstermiştir:



Şekil 4. 34. *Ö$_4$'ün Açıyı "Kenar Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Resim*

Bu ifadeleriyle aslında Ö$_4$'ün açıyı kenarlar arasındaki aralık olarak ta tanımladığını söylenebilir. Çünkü kenarlar arasındaki aralığın doğru parçası olarak gösterildiği durumda, eğer bu doğru parçası üçgenin diğer kenarların uç noktalarını birleştiriyorsa bu üçüncü kenardır.

4.1.2.2.1.10. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Kenar Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açıyı üçgenin kenarı olarak tanımladıklarını göstermek için bu şekilde adlandırılmıştır. Bu kategorinin ortaya çıkmasını sağlayan öğrenciler (Ö$_2$, Ö$_4$) üçgeni, tabanı olacak şekilde konumlandırmışlardır. Dolayısıyla tek boyutta (*üçgenin tabanı olacak şekilde yerleştirme*) incelenen bu kategorinin üçgenin tabanının tam açı olması ve diğer kenarların doğru açı olması durumları alt boyutlar olarak incelenecektir.

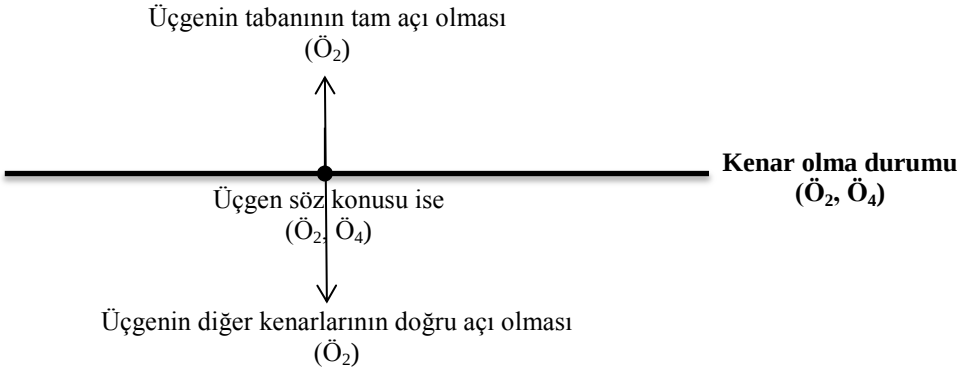
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*kenar olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 7'de özetlenmiştir. Böylece öğrencilerin bu kategoriye ait anlayışları, her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmaya çalışılmıştır.

Tablo 4. 7. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Kenar Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Kenar Olma Durumu**
$Ö_2$	***Üçgen söz konusu ise*** (Üçgenin tabanının tam açı olması) (Üçgenin diğer kenarlarının doğru açı olması)
$Ö_4$	***Üçgen söz konusu ise***

Not: Yukarıdaki tabloda bulunmayan $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*kenar olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 35'e yer verilecektir.



Şekil 4. 35. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenar Olma Durumu*

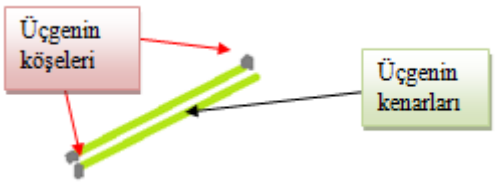
4.1.2.2.2. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Dolaylı Betimlemeleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. Görüşme protokolündeki "açı" ile ilgili kavram imajlarından olan **dolaylı betimleme**; *düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme, diğer geometrik şekiller olma durumu, açı çeşitleriyle anlatma* olmak üzere 3 kategori altında incelenmiştir.

4.1.2.2.2.1. Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme (1. Görüşme)

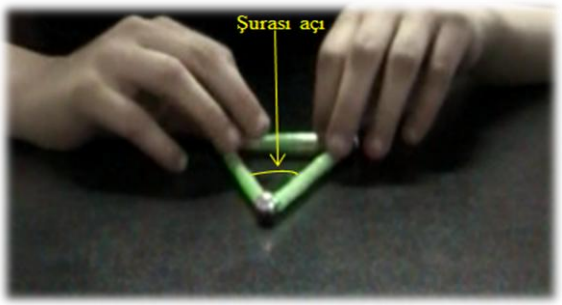
"*Günlük hayattan açıya örnek verir misin?*" sorusuna $Ö_1$ "*üçgen oluşturacağım*" cevabını vererek eşkenar üçgen oluşturmuştur ve eşkenar üçgene ait özellikleri açıklamıştır. Açı kavramı için ise, $Ö_1$'in üçgenin iki kenarının ortak bir noktada birleşimi olarak kabul ettiği "*bu üçgen kullandığımız eşkenar üçgenin, burası dar açı. Burdan dar (bölgeyi göstererek) …dar buradan bi açı.* [şekli pozitif yönde döndürüyor] *Bu açıdan baktığımız da dar açı.* [üçgenin duruşunu değiştirerek diğer bir açısını gösteriyor]" ifadelerinden anlaşılmıştır.

"*Açı oluşturur musun?*" sorusuna ise $Ö_4$, çokgenlerde açıların varlığından bahsetmiş ardından çokgen oluşturmaya çalışmıştır ancak üçgen oluşmada pek başarılı olamamıştır. Çünkü 2 kenarlı ve 3 köşeli, kenarları birbirine paralel bir şekil oluşturmuştur. Ardından kenarları göstererek "*bunlar üçgenin kenarıysa… Kenarları açıdır o zaman*" ifadesine yer vermiştir. Aşağıda $Ö_4$'ün oluşturduğu eşkenar üçgen bulunmaktadır.



Şekil 4. 36. *$Ö_4$'ün Açıyı "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme: Üçgen Aracılığıyla" Olarak Tanımlamasına Ait Resim*

Kendisinden açı oluşturması istenen $Ö_2$ ise ikizkenar üçgen oluşturarak açıyı anlatma yolunu seçmiştir. Araştırmacının "*Açı nerde?*" sorusunun üzerine $Ö_2$ aşağıdaki gibi bir açıklama yapmıştır:



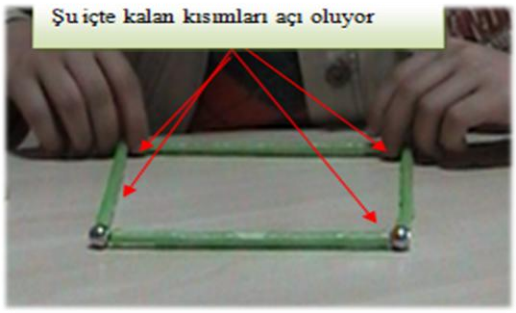
$Ö_2$: *Bunun şurası açı…* [eliyle kollar arasındaki aralığı gösteriyor]

Şekil 4. 37. *$Ö_2$'nin Açıyı "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme: Üçgen Aracılığıyla" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Öte yandan $Ö_3$ "*günlük hayattan açıya örnek verir misin*?" sorusuna "*sonuçta çevremizdeki şekillerin çoğu geometrik şekillerden oluşuyor, hani kareden oluşuyor, daireden oluşuyor, üçgenden felan*" diyerek açıyı göstermek için üçgenin kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Sonuç olarak $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ üçgen aracılığıyla açının gösterilebileceğini ifade etmişlerdir. Buradan $Ö_1$'in açıyı iki kenarın birleşimi, $Ö_2$'nin kenarlar arasındaki aralık ve $Ö_4$'ün kenar olacak şekilde bir anlayışa sahip olduğu tespit edilmiştir.

Kendisinden açı oluşturması istenen $Ö_3$, "*Şimdi kare… yapmaya çalışıyorum.. açı göstercem*" sözleriyle kare aracılığıyla açı oluşturabileceğini belirtmiştir. Daha sonra ise $Ö_3$ aşağıda şekil 4. 38 ile verilen görüntüler ile şu ifadeleri kullanmıştır:



Şimdi burda şurdakiler de açı oluyor [kenarlar arasındaki aralıkları gösteriyor]… *şu içte kalan kısımları*

Şekil 4. 38. *$Ö_3$'ün Açıyı "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme: Dörtgen Aracılığıyla" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

$Ö_2$'ye daha önce oluşturduğu açılardan farklı bir açı oluşturması istendiğinde "*Şimdi de hani, kareli bi tarz da yine bi açı çeşidi olan, bi çeşit düşünüyorum. Yapabilirsem eğer… ama yapamayacak gibi gözüküyorum. Bu biraz zor …*" diyerek kare aracılığıyla açı oluşturulabileceğini ifade etmiş ancak daha sonra kare oluşturmaktan vazgeçmiştir. Sonuç olarak $Ö_2$ ve $Ö_3$ kare aracılığıyla açının gösterilebileceğini ifade etmişlerdir ve ayrıca $Ö_2$ sadece kare ile açının gösterilebileceğini savunurken $Ö_3$ kenarlar arasındaki aralığın açı olduğunu savunmuştur.

Dikdörtgen aracılığıyla açı oluşturabileceğini ifade eden öğrenciler ise $Ö_3$ ve $Ö_4$ olmuştur. $Ö_3$ kareden sonra dikdörtgen aracılığıyla da açının gösterilebileceğini belirterek ve dikdörtgen oluşturarak "*Em burda da bu kenarlar açı oluyo* [kenarlar arasındaki aralığı gösteriyor] *Yani şuralar hani şurda böyle bir şey oluyor. Buralar açı*

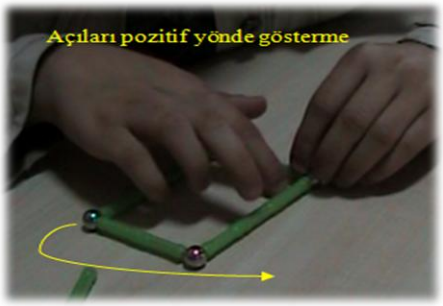
oluyor" demiştir. Aşağıda şekil 4. 39 ile $Ö_3$'ün oluşturduğu bu dikdörtgene ait görüntüleri verilmiştir.



Şekil 4. 39. *$Ö_3$'ün Açıyı Dikdörtgen Aracılığıyla Göstermesine İlişkin Görüntü ve İfadeleri-I*

$Ö_4$ ise "*açıya günlük hayattan örnekler verir misin?*" sorusu sorulduğunda daha önce verdiği örneklerden farklı olarak "*bizim kullandığımız kâğıtlarda da olabilir aslında… Çünkü onlar da birer dikdörtgen*" diyerek dikdörtgen aracılığıyla açıyı gösterebileceğini iddia etmiştir. Ancak burada $Ö_4$'ün kullandığı kâğıdı dikdörtgen olarak nitelendirmesiyle dikdörtgensel bölge ve dikdörtgeni karıştırdığı söylenebilir.

$Ö_3$ daha önceden oluşturduğu dikdörtgenin kısa kenarlarını oynatarak paralel kenar oluşturmuştur. Bunu üzerine araştırmacının "*Şuanda yaptığın şekil nasıl bir şekil?"* sorusuna $Ö_3$ "*şu anda pek hatırlamıyorum… Ha eşkenar dörtgendi sanırım… şuralar biraz kısa olucaktı ama… yapcam*" diyerek kenar uzunluklarının eşit olmasına dikkat etmiştir. Ancak eşkenar dörtgen yerine yamuk elde etmiş ve yamuk yaptığının farkında olduğunu da "*Buda yamuğa benzedi biraz …"* şeklinde dile getirmiştir. Daha sonra oluşturduğu şekil için "*Mesela böyle olduklarında eşkenar dörtgen oluyor"* diyerek eşkenar dörtgen aracılığıyla açı gösterebileceğini belirtmiştir. $Ö_3$'ün bundan sonraki ifadeleri ve araştırmacının gözlem notları şekil 4. 40 ile gösterilmiştir.



$Ö_3$: *Burda da şunlar açı oluyor…*[açıları pozitif yönde gösteriyor] [kenarlar arasındaki aralıkları gösteriyor] *şu taraflar*

Şekil 4. 40. *$Ö_3$'ün Açıyı Dikdörtgen Aracılığıyla Göstermesine İlişkin Görüntü ve İfadeleri-II*

Böylece bu ifadeleriyle $Ö_3$'ün açıyı iki kenar arasındaki aralık olarak gördüğü söylenebilir. Eşkenar üçgen ve dikdörtgene ek olarak $Ö_4$, çember aracılığıyla da açının gösterebileceğini "*... Iıı... Çember de var açılar...*" şeklinde ifade etmiştir. Çemberde açıların nasıl olduğu sorulduğunda $Ö_4$ "*Bilmiyorum ama çember açısı oluyor... Bilezikler de yüzükler de... İşte de mesela simitte de olabiliyor açı... Saçma ama ☺"*[1. Görüşme 3. Soru-$Ö_4$] cevabını vermiştir. İlk görüşmelerden yeterince cevap alınamadığı için ek görüşmelerde öğrencinin bu ifadeleri kendisine hatırlatılarak çemberde açılar hakkında sorular tekrar sorulmuştur. Aşağıda bu Ö4'ün bu soru için verdiği cevap sunulmuştur.

> *Çember de 2 açı vardır. Çevre açı, merkez açı, bide yay var. Yayın* [düşünüyor, sessizlik] *merkez açının sayısı gördüğü yayınkiyle aynı, çevre açınınki yarısı kadar bide...*

Bunun üzerine "*peki yay nedir?*" diye sorulunca $Ö_4$ "*Yay da açıların arasında kalan yer galiba*" demiştir. Böylece $Ö_4$'ün çevre açı ve merkez açıyı çemberin açıları olarak kabul ettiği ve bu açıları yay aracılığıyla açıkladığı görülmektedir. Görüşmelerde $Ö_4$'ün sözleri ve el hareketleri beraber incelendiğinde yay için çember üzerinde herhangi iki noktayı birleştiren eğri olarak anladığı görülmektedir. $Ö_4$'ün yay hakkında doğru bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca merkez açı, çevre açı arasındaki ilişkiler hakkında da bilgi sahibi olduğu görülmektedir.

4.1.2.2.2.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açı kavramını diğer düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla tanımlamaya çalıştıklarını göstermektedir. Bu kategori, *üçgen aracılığıyla* ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$), *dörtgen aracılığıyla* ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$), *çember aracılığıyla* ($Ö_4$), *daire aracılığıyla* ($Ö_3$) olmak üzere 4 boyutta ele alınmıştır. *Üçgen aracılığıyla* boyutu; eşkenar üçgen ($Ö_1$, $Ö_4$) ve ikizkenar üçgen ($Ö_2$) alt boyutları altında incelenmiştir. *Dörtgen aracılığıyl*a boyutu; kare ($Ö_2$, $Ö_3$), dikdörtgen ($Ö_3$, $Ö_4$), eşkenar dörtgen ($Ö_3$) alt boyutları altında ele alınmıştır. *Çember aracılığıyla* boyutu; çevre açı ($Ö_4$) ve merkez açı ($Ö_4$) alt boyutları altında incelenmiştir. *Daire aracılığıyla* boyutunun ise herhangi bir alt boyutu ortaya çıkmadığı görülmüştür.

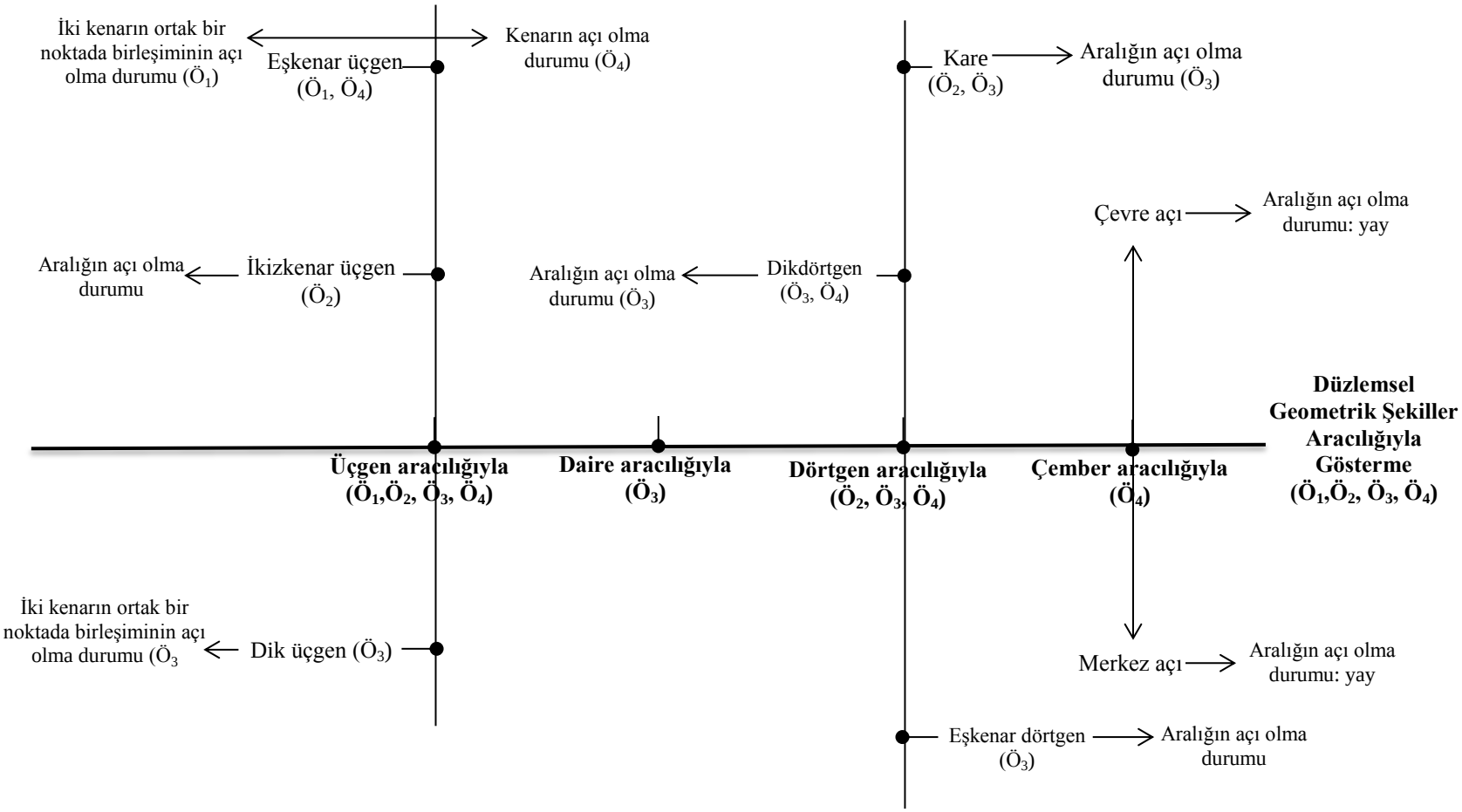
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 8'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 8. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" Kategorisinin Özeti*

Kategori / Öğrenci	**Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme**			
	Üçgen aracılığıyla	***Dörtgen aracılığıyla***	***Çember aracılığıyla***	***Daire aracılığıyla***
$Ö_1$	***Eşkenar üçgen*** İki kenarın ortak bir noktada birleşiminin açı olma durumu			
$Ö_2$	***İkizkenar üçgen*** İki kenar arasındaki aralığın açı olma durumu	***Kare***		
$Ö_3$	***Dik üçgen*** İki kenarın ortak bir noktada birleşiminin açı olma durumu	***Kare*** İki kenar arasındaki aralığın açı olma durumu ***Dikdörtgen*** İki kenar arasındaki aralığın açı olma durumu ***Eşkenar dörtgen*** İki kenar arasındaki aralığın açı olma durumu	***Çevre açı*** İki kenar arasındaki aralığın açı olma durumu (yay) ***Merkez açı*** İki kenar arasındaki aralığın açı olma durumu (yay)	
$Ö_4$	***Eşkenar üçgen*** Kenarın açı olma durumu	***Dikdörtgen***		*X*

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. (X) işareti ise o boyutun belirlenen öğrencide sadece ifade edildiğini göstermektedir. Ayrıca $Ö_5$'te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadığı görülmüştür.

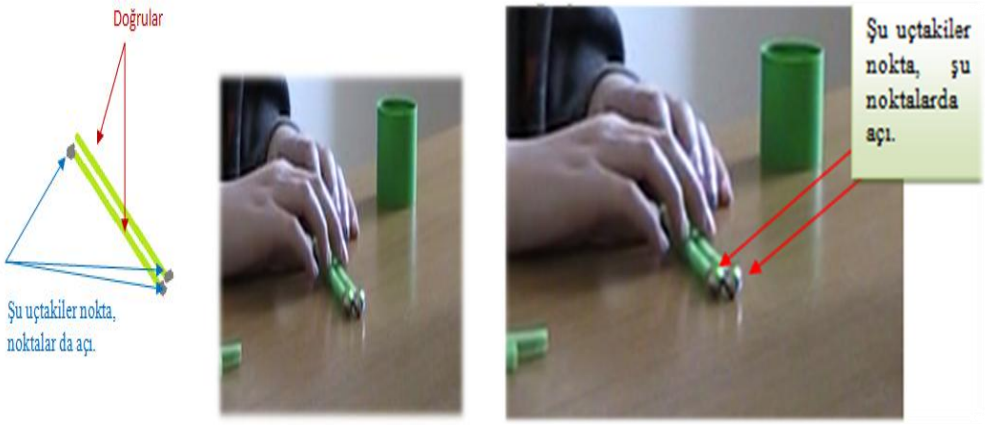
Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme*" kategorisine ait eksensel olarak kodlaması şekil 4. 41'de yer verilecektir.



Şekil 4. 41. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı* Betimlemelerinin *Eksensel Olarak Kodlanması: Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme*

4.1.2.2.2.3. Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu (1. Görüşme)

"*Açı oluşturur musun?"* sorusuna cevap olarak mıknatıslı materyallerle birbirine paralel olacak şekilde iki doğru parçasını [Ö$_4$'e göre bu şekil doğru] bir araya getiren Ö$_4$ bu doğru parçalarının uçlarına mıknatıslı topları yerleştirerek "*Şurası, şurası açı diyelim mesela*" demiştir. El hareketleri ve konuşmasıyla bir uyum görülemeyen Ö$_4$'e " *neresi?*" sorusu sorularak daha fazla açıklama yapması istenmiştir. Bunun üzerine "*Şurası şu uç… bide şurası açı diyelim… Buralara bunları* [topları] *koy-sak açı olduğunu belirtmek için"* açıklamasını yapmıştır. Daha sonra Ö$_4$ "*Yani bu noktalar açı olduğunu belirtmek için olsa… Hıh yani burası doğru ya, şu uçlardakiler nokta. şu noktalarda açı… olsa, açı bölgesini gösterse, uç açıları*" ifadelerini kullanmıştır. Bu duruma ilişkin görüntü ve açıklamalar şekil 4. 42 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 42. *Ö$_4$'ün Açıyı "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Böylece Ö$_4$'ün açıyı nokta olarak tamladığı, -belki de iki doğru parçasını birleştirerek açıyı oluşturmak istediği ancak şekil oluşturmada başarılı olamadığı- söylenebilir.

Ö$_2$'ye "daha önce oluşturduğun açılardan farklı bir açı oluşturur musun?" denildiğinde doğru parçası oluşturmuştur. Araştırmacının "*Bi kontrol et gerçekten zihninde istediğin gibi mi olmuş?*" demesi üzerine şekli tekrar kontrol ederek "*Evet, aynen öyle olmuş*" cevabını vermiştir. Böylece Ö$_2$'nin doğru parçasını açı olarak gördüğü dolayısıyla açıyı doğru parçası olarak tanımladığı söylenebilir.

Kendisinden açı oluşturması istenen Ö$_4$ ise, açıya önce noktadır demiştir ancak daha sonra nokta için oluşturduğu aynı şekli kullanarak "*Böyle komşu açı gibi dursa… Böyle çakışan komşu açı… hatırladım biraz* (gülüyor)*"* ifadesini kullanmıştır. Böylece Ö$_4$'ün doğru parçalarını açı olarak gördüğü anlaşılmıştır. Ö$_4$'ün oluşturduğu bu şekil aşağıda şekil 4. verilmiştir.



Şekil 4. 43. *Ö$_4$'ün Açıyı ün Açıyı "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü*

Ö$_5$, "*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın*? [1.görüşme 1.soru-Ö$_5$]" sorusuna cevap vermek için mıknatıslı materyallerle açıyı tanımlamaya çalışmıştır. Eşit uzunlukta olan mıknatıslı doğru parçalarının aralarına mıknatıslı topları yerleştirmiştir. Bu esnada Ö$_5$ doğru ile açıyı "*Doğru… sınırsız yani sonsuz giden bişey ama açı öyle değil sınırlı bence*" sözleriyle kıyaslamıştır. Ancak açı hakkındaki anlayışı belirlenemeyen Ö$_5$'e araştırmacı "*E tamam şimdi doğruyu anlattın bana açıyı anlatır mısın?…*" diyerek konuyu toparlamaya çalışmıştır. Ö$_5$'in bu soruya cevabı "*O da… aralarında nokta olarak yani biz sınırdan mesela 2,3 santim gitti böyle bir tane nokta, 2, 3 santim gitti böyle nokta, yani doğru gibi değil sınırlı… aralarına nokta koyarak*" olmuştur. Öte yandan araştırmacı Ö$_5$'in anlayışını anlamakta hala zorluk çektiği için oluşturduğu şekil üzerinden açıyı anlatmasını istemiştir. Bundan sonra konuşma şu şekilde devam etmiştir:

> **Araştırmacı:** *Şimdi neresi açı oldu şimdi… bana bir..*
> **Ö$_5$:** *Mesela… diyelim ki bu 5 santim arasına koyduk bu doğruyu geriye 5 santim gidicek ve araya bi tane daha koyucam. Bu da açı bence… yani bitene kadar hatta… açıyı oluştururken biraz daha kısa yapalım…*
> **Araştırmacı:** *Şu 5 santimlik uzunluk mu açı oluyor?*
> **Ö$_5$:** *Hayır mesela istediğimiz santim olarak yapabiliriz. Ben örnek olarak 5 verdim. 3 te olabilir.*

Araştırmacı: *Yani şu 2 nokta arasındaki yer mi açı oluyor?... Şu 2 nokta… bunlar o zaman burada 4 tane açı mı var?*

$Ö_5$: *Evet… 5 tane oldu galiba*

Aşağıda şekil 4. 44 ile bu konuşma esnasında $Ö_5$'in oluşturduğu açının görüntüleri ve açıklamaları yer almaktadır Böylece $Ö_5$'in açıyı doğru parçası olarak tanımladığı ve açının ölçü birimini ise santimetre olarak düşündüğü görülmektedir. Buradan $Ö_5$'in, açı ile ilgili yanlış kavramalara sahip olduğu söylenebilir..

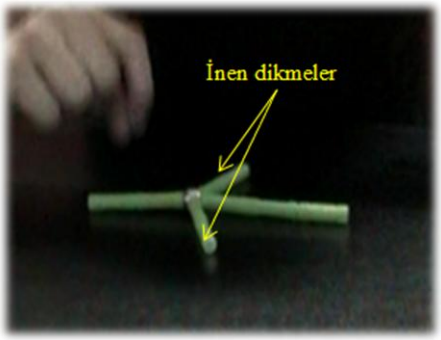


Şekil 4. 44. *$Ö_5$'ün Açıyı "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

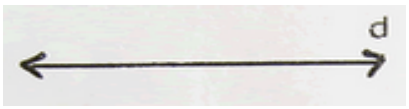
$Ö_5$ "*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın (açı nedir sence)?*[1.görüşme 1.soru-$Ö_5$]" sorusuna cevap olarak "*Açıyı tanımlayabilir miyim yani açı… doğru… bi tarafı açıktı galiba… Evet, bi tarafı açık olan bişey*" ifadesini kullanmıştır. Bu açıklamasıyla $Ö_5$'in açıyı ışın olarak düşünmüş olabileceği akla gelmiştir.

"*Daha önce oluşturduğun açılardan farklı bir açı oluşturur musun?*[1.görüşme 2.soru-$Ö_2$]" şeklinde bir soru sorulmasının üzerine $Ö_2$ dört tane doğru parçasının [$Ö_2$'ye göre doğru parçası değil] ortak bir noktada birleştirerek açı oluşturduğunu ifade etmiştir. Şekil 4. 45(a) ile verilen $Ö_2$'nin bu açısı için araştırmacı "*Peki şunlar ne? Şu uzattığın üstekiler?*" sorusunu sorduğunda $Ö_2$ "*Onlarda inen dikmeler*" demiştir. Dikmeleri yapma sebebini soran araştırmacıya $Ö_2$ dikmelerin gereksiz olduğunu belirterek geriye kalan şeklin [$Ö_2$'ye göre açının] doğru olduğunu belirtmiştir. Bu konuşmadan $Ö_2$'nin açıyı doğru olarak kabul ettiği ve doğru açı ile doğruyu özdeşleştirdiği söylenebilir. Ayrıca, $Ö_2$'nin bu anlayışla doğrunun şekil 4. 45(b) ile verilen resim temsilini zihninde canlandırmış olabileceği söylenebilir.

(a)



(b)



Şekil 4. 45. *Ö$_2$'ün Açıyı Doğru Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve Resim Temsili*

Açı oluşturma esnasında sürekli olarak açı ile doğruyu kıyaslama yoluna giden Ö$_5$'e oluşturduğu açının ölçüsü sorulduğunda şaşkınlık yaşamış ölçüsünü bilmediğini ifade etmiştir. Ölçüsünü bildiği bir açıyı oluşturmasını isteyen ve bu şekilde yönlendiren araştırmacıya Ö$_5$ "*Ya işte ben ölçerek pek yapamam o şeyleri ama*" cevabını vermiştir. Ancak daha sonra tahminen doğru yapmaya çalıştığını söylemiştir. Daha sonra bu yaptığının doğru olduğunu "*Doğru evet… normal doğru oldu*" ifadeleriyle vurgulamıştır. Böylece Ö$_5$'in de Ö$_2$ gibi doğru açı ile doğruyu özdeşleştirdiği dolayısıyla doğrunun bir açı olduğunu düşündükleri söylenebilir.

Ek görüşmelerde Ö$_5$'e açıyı doğru parçalarının birleşimi olarak tanımladığı hatırlatılarak bu doğru parçalarının sayısı hakkında ne düşündüğü sorulmuştur. Ancak bu soruya cevap vermek yerine Ö$_5$, bir önceki sorunun cevabı olarak açıyı kare aracılığıyla göstereceği cevabını değiştirmek istediğini "*Açı bütün kenarlarının birleşimi bence*" diyerek ifade etmiştir. Böylece bu öğrencinin kareyi açı olarak kabul ettiği, dolayısıyla çokgenlerin birer açı olduğunu iddia ettiği düşünülebilir.

4.1.2.2.2.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori ile katılımcı GE öğrenciler açıyı diğer geometrik şekiller ile tanıtmışlardır. Bu kategorinin *nokta olma durumu* (Ö$_4$), *doğru parçası olma durumu* (Ö$_2$, Ö$_4$, Ö$_5$), *ışın olma durumu* (Ö$_5$), *doğru olma durumu* (Ö$_2$, Ö$_5$), *kare olma durumu* (Ö$_5$) olmak üzere 5 alt boyutu bulunmaktadır.

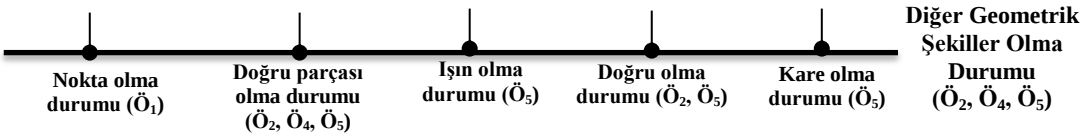
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*diğer geometrik şekiller olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 9'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 9. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu**
$Ö_2$	***Doğru parçası olma durumu*** ***Doğru olma durumu***
$Ö_4$	***Nokta olma durumu*** ***Doğru parçası olma durumu***
$Ö_5$	***Doğru parçası olma durumu*** ***Işın olma durumu*** ***Doğru olma durumu*** ***Kare olma durumu***

Not: $Ö_1$ ve $Ö_3$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlaması şekil 4. 46'da yer verilecektir.



Şekil 4. 46. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu*

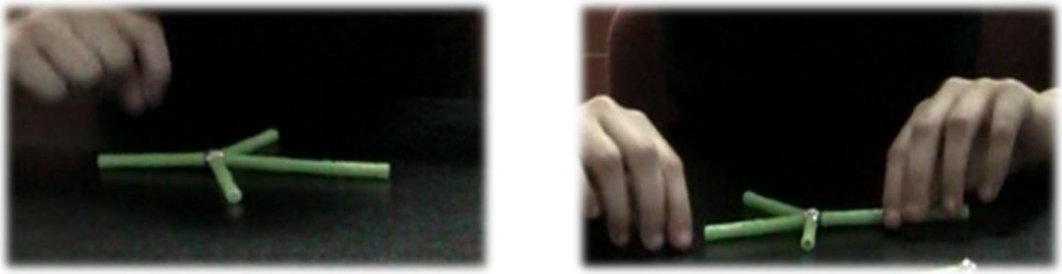
4.1.2.2.2.5. Açı çeşitleriyle anlatma (1. Görüşme)

"*Bilmeyen birine açıyı nasıl anlatırsın?*" sorusuna $Ö_2$, açı kavramını anlatmak yerine açı çeşitlerini anlatarak cevap verme yolunu seçmiştir. $Ö_2$ bu soruya cevap olarak aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

Açılar kendi içinde ayrılırlar. Dik açı, dar açı, tam açı… Doğru açı. Ee dereceleri vardır. Dik açı 90°… mi? [düşünüyor]. *Evet… Dar açı 45°… Eee tam açı 360°… Doğru açı 180… olması lazım…* [1. Görüşme 1. Soru-$Ö_2$]

Bu ifadesiyle $Ö_2$'nin dar açının tek bir değeri (45°) olması gerektiğini düşündüğü görülmektedir. Ayrıca $Ö_2$'nin açı çeşitlerini, belirli açı ölçüleriyle özdeşleştirdiği söylenebilir. Öte yandan $Ö_2$'den daha önce oluşturduğu açılardan farklı bir açı oluşturması istendiğinde "*eee şimdi farklı bi şekille buda tam açı*" diyerek tam açı oluşturduğunu ifade etmiştir. Araştırmacının "*tam açıyı anlatır mısın?*" sorusu üzerine $Ö_2$ fikir değiştirerek "*Yaa doğru açı… Doğru… Şimdi böyle iniyor yani bu şekilde dikme var orta da* [eliyle gösteriyor]" demiştir. Aşağıda bundan sonra gelişen konuşmalara ve öğrencinin yaptığı şekillere (Şekil 4. 47) yer verilmiştir:

$Ö_2$: *Sonra burayı kesiyor.*
Araştırmacı: *hıım!*
$Ö_2$: *Sonra böyle gidiyor böyle, buradan yine kesiyor. Böyle geliyor yine kesiyor yani A kesişim B ye benzetebildim. Ya biraz öyle düşünerek yaptım.*
[1. Görüşme 2. Soru-$Ö_2$]



Şekil 4. 47. *$Ö_2$'ün Açıyı "Açı Çeşitleriyle Anlatma: Doğru Açı" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

Ancak daha sonra $Ö_2$ "*Buralarda doğru olarak kabul ediyorum* [yatay olan parçayı göstererek]*"* ifade etmiştir. Böylece $Ö_2$'nin doğru açıyı koordinat eksenleriyle özdeşleştirdiği düşünülmüştür. Aynı şekil için bir başka konuşmasında doğru açı oluşturduğunu ifade eden $Ö_2$'ye "*oluşturduğun bu açının ölçüsü hakkında ne düşünüyorsun?*" diye sorulduğunda "*Doğru açı normalde, 180*[^{o}] *diye biliyorum. Ama benimki 180*[^{o}] *den farklı bi açı oldu*" diyerek doğru açının 180° den farklı olabileceğini vurgulamıştır. Böylece $Ö_2$'nin doğru açı için farklı anlayışlara sahip olduğu söylenebilir.

$Ö_2$'nin birinci görüşmede, açı çeşitlerinden geniş açı hakkında bilgi vermediği de görülmüştür. Bunun için ek görüşmelerde $Ö_2$'ye açı çeşitleri hakkındaki ifadeleri hatırlatılarak, tekrardan anlatması istenmiştir. Bunun üzerine $Ö_2$ geniş açı için "*Geniş mesela 180*[°] *ile yok 90*[°] *... eee... 90*[°] *la 280*[°] *arasıdır* [ek görüşmeler-$Ö_2$]" ifadelerini kullanmıştır. Böylece $Ö_2$'nin geniş açının ölçüleri hakkında –çok ta- emin olmadığı ve -kısmen doğru da olsa- bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca ilk görüşmede tam açı ölçüsünün 360° olduğunu söyleyen $Ö_2$ ek görüşmelerde "*eee Mesela tam açı da 360*[°]*tır hocam* [ek görüşmeler-$Ö_2$]" ve "*Tam da 180*[°] *ile ee 360* [°] *arasıdır* [ek görüşmeler-$Ö_2$]" şeklinde ilk görüşmedeki anlayışını hem destekleyen hem de desteklemeyen iki farklı anlayışa sahip olduğunu göstermiştir.

"*Bilmeyen birine açıyı anlatmak için nasıl bir yol izlerdin?*" sorusuna $Ö_4$'te $Ö_2$ gibi açı kavramını anlatmak yerine açı çeşitlerini anlatarak cevap verme yolunu seçmiştir. Soruya verilen ilk tepki "*Açıyı bilmeyen birine açı çeşitlerini anlatırdım*" şeklinde olmuştur. Bu soruya cevap olarak aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> **$Ö_4$:** *Dar açı, Dik açı, geniş açı, doğru açı, tam açı*
> **Araştırmacı:** *Evet*
> **$Ö_4$:** *Onları anlatırdım tanımlarını*
> **Araştırmacı:** *Açı çeşitlerinde dedin ki az önce... Dar açı, dik açı*
> **$Ö_4$:** *Dik açı, geniş açı tam açı, doğru ayy doğru açı tam açı dedim*. [1. Görüşme protokolü 1. Soru-$Ö_4$]

Yukarıdaki ifadelerden $Ö_4$'ün açı çeşitlerini anlatırken sıralamaya özellikle önem verdiği dikkati çekmiştir. Ancak bu açıların ölçüleri hakkında herhangi bir şey demediği de görülmüştür. Bunun için ek görüşmelerde yukarıdaki ifadeleri hatırlatılarak başka açıklamalar yapmak isteyip istemediği sorulmuştur. Ardından $Ö_4$ aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> *Dar açı 90 dereceden öyle miydi?.. Evet 90^oden küçük açılar... Mesela 25°, dik açı 90^olik açılar...Ondan sonra geniş açıda 180*[°] *den küçük 90*[°] *dan büyük 180*[°] *den küçük olan açılardır... Doğru açı yani yarım açı... 180^olik açılar... Tam açıda 360^olik açılar* [Ek görüşmeler-$Ö_4$]

Böylece $Ö_4$'ün açı çeşitleri hakkında doğru anlayışlara sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca doğru açıya yarım açı diyerek, doğru açının ölçüsü ile tam açı ölçüsü arasındaki ilişkisine dikkat çekmek istediği söylenebilir.

4.1.2.2.2.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşitleriyle Anlatma" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açı kavramını açı çeşitlerini anlatarak açıklamaya çalıştıkları için bu şekilde adlandırılmıştır. Bu kategorinin ortaya çıkmasını sağlayan öğrenciler ($Ö_2$, $Ö_4$) sıralamaya dikkat edip etmemede farklılıklar göstermiştir. Bu nedenle, *sıralamaya dikkat etmeme* ($Ö_2$) ve *sıralamaya dikkat etme* ($Ö_4$) olmak üzere iki boyutta incelenmiştir. Burada sıralamadan kasıt, açı ölçülerinin büyüklüğüne göre küçükten büyüğe doğru açı çeşitlerinden bahsetmektir.

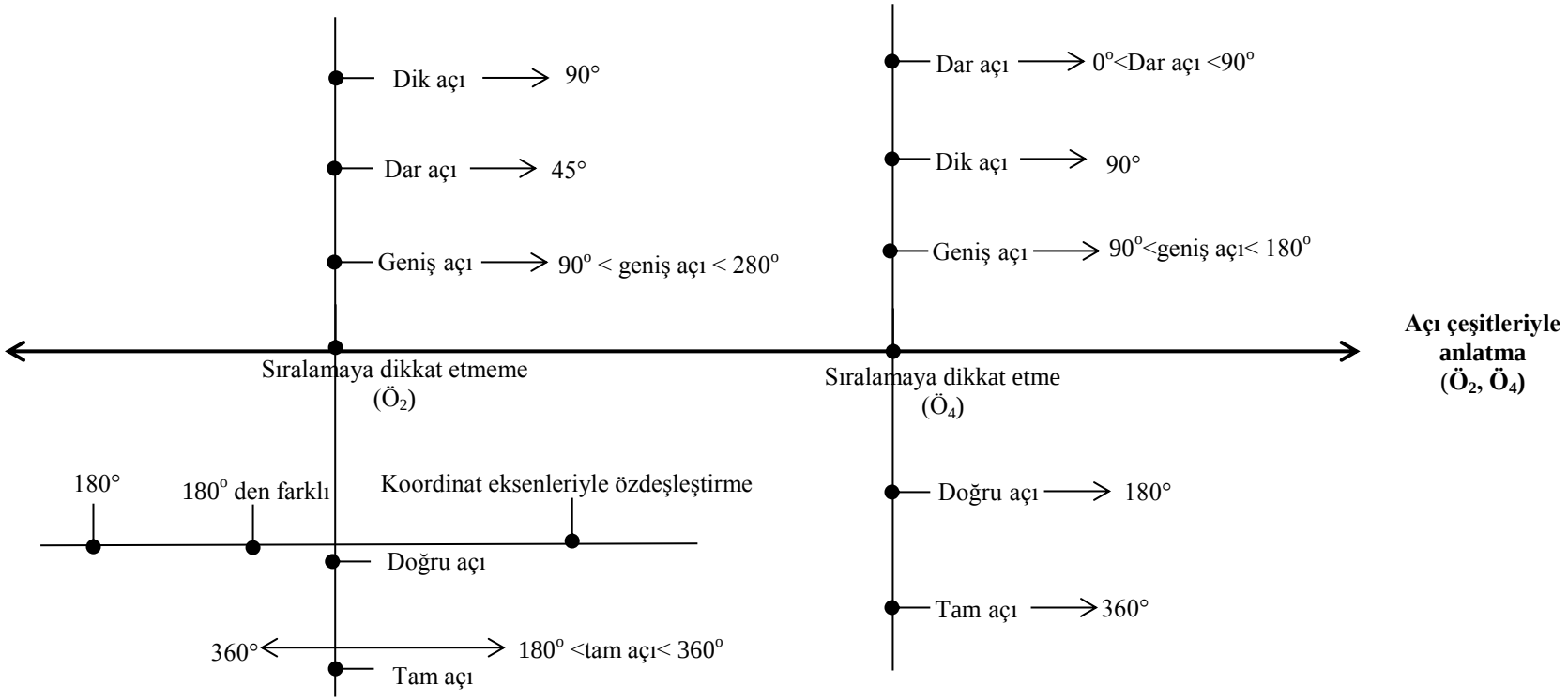
Katılımcı GE öğrencilerin açının "açı çeşitleriyle anlatma" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 10'da özetlenmiştir.

Tablo 4. 10. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşitleriyle Anlatma" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Açı Çeşitleriyle Anlatma**
$Ö_2$	***Sıralamaya dikkat etmeme***
$Ö_4$	***Sıralamaya dikkat etme***

Not: $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_5$'te bu kategoriye ait kişisel betimleme yapmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*açı çeşitleriyle anlatma*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 48'de yer verilecektir.



Şekil 4. 48. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı* Betimlemelerinin *Eksensel Olarak Kodlanması: Açı Çeşitleriyle Anlatma*

4.1.2.2.3. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Kavram Özellikleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. Görüşme protokolündeki "açı" ile ilgili kavram özellikleri *açı çeşidine karar verme, açının düzlemde ayırdığı bölgeler* olmak üzere 2 kategori altında incelenmiştir.

4.1.2.2.3.1. Açı çeşidine karar verme (1. Görüşme)

Açıyı ışın aracılığıyla oluşturduğunu ifade eden $Ö_1$, kendisinden açı oluşturması istendiğinde farklı açı çeşitlerini oluşturmuştur. Bunun üzerine araştırmacı "*Tamam. Peki bunlar neden açı?... Dar açı dedin… dik açı dedin… geniş açı dedin*" şeklinde bir soru sormuştur. Bunun üzerine $Ö_1$'in ifadeleri aşağıdaki gibi olmuştur:



Neden mi? Dar, dik… Çünkü bunları böyle yaptığımız zaman bu dik …. Pardon… bu dar böyle, alanı dar olduğu için. [dar olan bölgeyi göstererek] *Böyle yaptığımız da dik açı dememizin sebebi.. Böyle, dimdik bakıyor* [kolların birbirine konumunu gösteriyor] [1. Görüşme protokolü, 2. Soru-$Ö_1$]

Şekil 4. 49. *$Ö_1$'ün "Açı Çeşidine Karar Verme" Kavram Özelliğine Ait Görüntüsü ve İfadeleri*

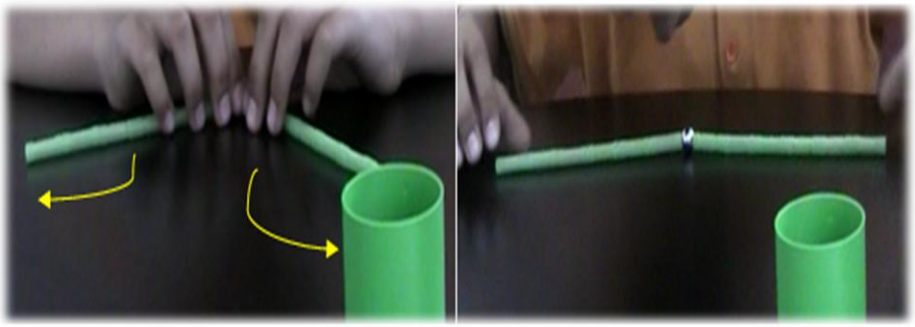
Yukarıdaki diyalogdan da görüleceği gibi açının dik olduğuna karar verebilmek için kolların birbirine olan dikliğinden bahseden $Ö_1$'e *"dimdik olduğunu nasıl garantileyeceğiz?"* sorusu sorulduğunda önce biraz düşünmüş fakat sonra "*...eee dik!"* cevabını vermiştir. Böylece $Ö_1$'in dik açı için sezgisel bir diklik anlayışı olduğu görülmüştür.

Dar açının ölçüsü/ölçüleri hakkında ne bildiği sorulduğunda $Ö_1$ "*30^oden, 89*[^{o}] *a kadar…"* şeklinde bir ifade kullanmıştır. Araştırmacı bu cevabın ardından *"... Iıı, peki 0… 0, 1° derece..?*" sorusunu sorunca, $Ö_1$ "*Pardon 0*[^{o}] *dan 89*[^{o}] *a kadar*" açıklamasını yapmıştır. Böylece –geç te olsa- doğru cevabı ifade etmiştir. Ancak görüşme sonrası sohbet ortamında bu durumdan bahsedildiğinde kendisinin aslında 30° ile 89° arasında

ölçüye sahip açıları dar açı olarak kabul ettiğini ama 0° ile 89° arasında ölçüye sahip açıların da dar açı olabileceğini ifade etmiştir. Sonuç olarak $Ö_1$'in dar açının ölçüleri hakkında doğru ve kısmen doğru olmak üzere farklı iki yapıya sahip olduğu söylenebilir.

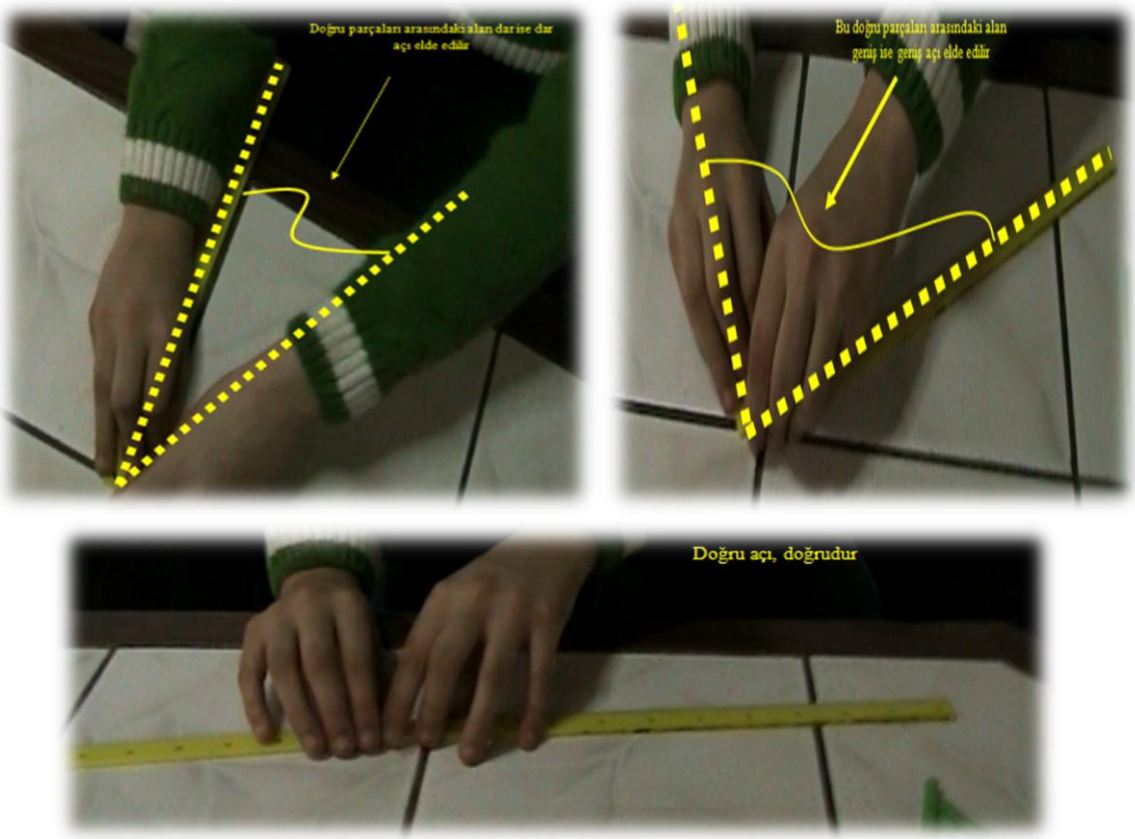
Geniş açı için ise $Ö_1$ "*...geniş açı da böyle geniş olduğu için geniş…"* sözlerine "*90*[°]*... 90*[°]*la 180*[°] *arası geniş açı… olarak geçiyor*" ifadelerini eklemiştir. Tüm açı çeşitleri hakkındaki anlayışlarını belirtmesinin ardından $Ö_1$, araştırmacının *"... Peki 180*[°] *le 360*[°] *arası…?"* şeklindeki sorusunu bitirmesini beklemeden "*O, geniş açı diye…biliyorum*" cevabını vermiştir. Böylece $Ö_1$ geniş açı ölçülerinin, farklı aralıklardan meydana geldiğini savunmuştur.

$Ö_1$ doğru açı için açıkça herhangi bir ifade kullanmasa da, oluşturduğu şekilde elleriyle ışınların doğrusal olduğunu göstermiştir. Bu durumu gösteren şekil aşağıda verilmiştir:



Şekil 4. 50. *$Ö_1$'ün "Açı Çeşidine Karar Verme: Kollar doğrusal ise Doğru Açı" Kavram Özelliğine Ait Görüntüsü*

"*Günlük hayattan açıya örnek verir misin*? [1.görüşme 3. Soru-$Ö_2$]" sorusuna makas örneğini veren $Ö_2$ makası oluşturan kolların açılması ile arada kalan alana bağlı olarak açı çeşidinin değişeceğini "*... açılmasına bağlı ne kadar açarsak*" cümlesiyle ifade etmiştir. İlk görüşmede hangi açıları elde edeceğimizi ifade etmeyen $Ö_2$, ek görüşmelerde bu açı çeşitlerini dar açı için "*Bakın ama ben bunu daraltırsam… bu dardır*", geniş açı için "*İşte bu geniştir*", tam açı için "*yani tam gibi açılar*" şeklinde açıklamalar yapmıştır. Bu açı çeşitleri için $Ö_2$'nin oluşturduğu şekiller aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 51. *Ö$_2$'nin "Açı Çeşidine Karar Verme: Doğru Parçaları Arasında Kalan Alan ile" Kavram Özelliğine Ait Görüntüsü*

Bilmeyen birisine açıyı nasıl anlatacağı Ö$_3$'e sorulduğunda doğru parçaları ile oluşturduğu açının kollarını hareket ettirerek "*Iıı Böyle daraltırsak dar açı oluyor* [1.görüşme 1.soru-Ö$_3$]" benzer şekilde "*genişlediklerinde geniş geniş açı oluyor*" cevabını vermiştir. Ancak birinci görüşmede dar, dik, geniş, tam açıların ölçüleri hakkında hiçbir ifade kullanmayan Ö$_3$'ün ek görüşmelerde dar açı için "*Sonra bide dar açılar var 90°den daha dar olan…90*[^{o}] *dan sıfıra kadar*", geniş açı için "*90°den büyük olan açılar.. 180*[^{o}] *e kadar*", dik açı için "*eem derecesi 90°*", tam açı için "*O da bu 180°lik açı*" ifadelerini kullanmıştır. Buradan Ö$_3$'ün dar, dik ve geniş açının ölçüleri için doğru bir anlayışa sahip iken tam açı için yanlış bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca farklı zaman dilimlerinde aynı soru sorulmasına rağmen, Ö$_3$'ün farklı cevaplar verdiği de görülmüştür.

Sonuç olarak Ö$_2$ ve Ö$_3$ açıyı doğru parçaları aracılığıyla oluşturduklarını ifade etmişlerdir. Ancak burada Ö$_2$ sadece doğru parçaları arasındaki alanın değişmesiyle açı çeşidinin değişeceğini vurgularken, Ö$_3$ hem doğru parçalarının arasındaki alanın

değişmesiyle, hem de doğru parçalarının birbirine olan konumuna göre açı çeşitlerinin elde edileceğini ifade etmiştir.

4.1.2.2.3.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açı çeşitlerini nasıl belirlediklerini ifade etmektedir. Bu kategorinin ortaya çıkmasını sağlayan öğrenciler ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$) açıyı tanımlarken ışın ve doğru parçası olmak üzere iki farklı geometrik şekli kullandıkları için iki boyutta incelenmiştir. Bu boyutlar *ışın aracılığıyla* ($Ö_1$) ve *doğru parçası aracılığıyla* ($Ö_2$, $Ö_3$) olarak adlandırılmıştır. Açıyı ışın aracılığıyla oluşturan $Ö_1$, *ışınlar arasında kalan alan ile* (alan dar ise: dar açı, alan geniş ise: geniş açı) ve *ışınların birbirine olan konumuna göre* (kollar birbirine dik ise: dik açı, kollar doğrusal ise: doğru açı) açı çeşitlerini oluşturmuşlardır. Benzer şekilde, açıyı doğru parçası ile oluşturan $Ö_2$ ve $Ö_3$ ise *doğru parçaları arasında kalan alan ile* (alan dar ise: dar açı, alan geniş ise: geniş açı, tam açı) ve *doğru parçalarının birbirine olan konumuna göre* (kollar birbirine dik ise: dik açı -$Ö_3$-) açı çeşitlerini oluşturmuşlardır.

Katılımcı GE öğrencilerin açının "*açı çeşidine karar verme*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 11'da özetlenmiştir.

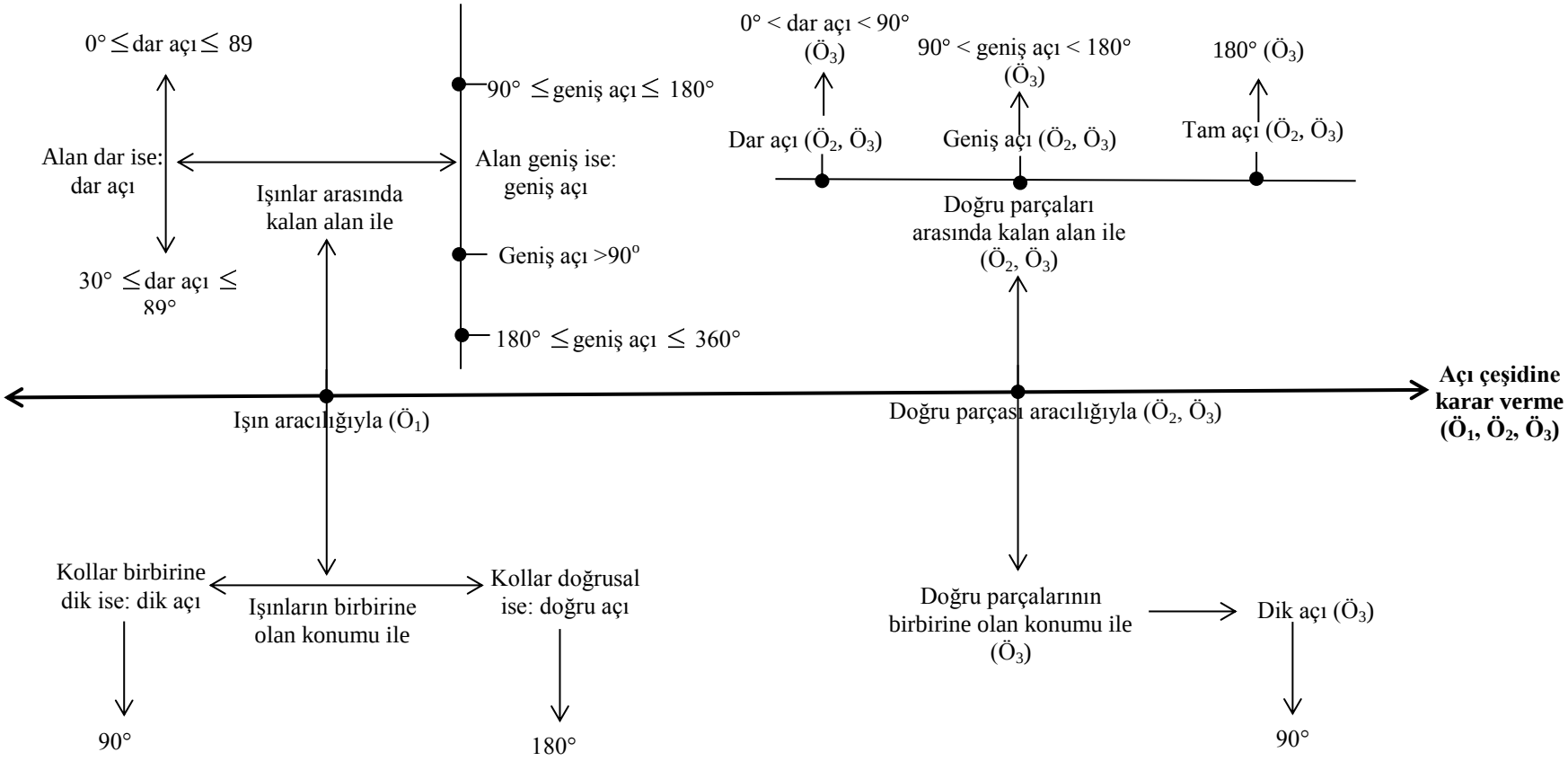
Tablo 4. 11. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Açı Çeşidine Karar Verme**	
	Işın aracılığıyla	***Doğru parçası aracılığıyla***
$Ö_1$	***Işınlar arasında kalan alan ile*** Alan dar ise: dar açı (30° ≤ dar açı ≤ 89°) (0° < dar açı < 90°) Alan geniş ise: geniş açı (90° < geniş açı < 180°) (180° < geniş açı < 360°) (Geniş açı >90°) ***Işınların birbirine olan konumu ile*** Kollar birbirine dik ise: dik açı (90°)	

	Kollar doğrusal ise: doğru açı (180°)	
$Ö_2$		***Doğru parçaları arasında kalan alan ile*** Alan dar ise: dar açı Alan geniş ise: geniş açı Tam açı
$Ö_3$		***Doğru parçaları arasında kalan alan ile*** Alan dar ise: dar açı (0° < dar açı < 90°) Alan geniş ise: geniş açı (90° < geniş açı < 180°) Tam açı (180°) ***Doğru parçalarının birbirine olan konumu ile*** Kollar birbirine dik ise: dik açı (90°)

Not: $Ö_4$ ve $Ö_5$'te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*açı çeşidine karar verme*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 52'e yer verilecektir.



Şekil 4. 52. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı* Betimlemelerinin *Eksensel Olarak Kodlanması: Açı Çeşidine Karar Verme*

4.1.2.2.3.3. Açının düzlemde ayırdığı bölgeler (1. Görüşme)

Açı oluşturması istendiğinde $Ö_3$, doğru parçaları ile oluşturduğu şekilde açıyı göstermek için "*şurası*" ifadesini kullanmıştır. $Ö_3$'ün tam olarak ne demek istediği anlaşılmadığı için araştırmacı "*nereyi gösteriyorsun?*" sorusu üzerine "*sizden tarafta olan yer*" açıklamasını yapmıştır. Bunun üzerine "*peki, senden tarafta olan yer*?" sorusuna $Ö_3$ "*dış açı*" cevabını vermiştir. Buradan $Ö_3$, açının düzlemi iki açı oluşturacak şekilde ikiye ayırma düşüncesine sahiptir denilebilir. Ancak zihninde dış açı ve dış bölge arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıkça ifade etmediği için ve bu ifadelere bir açıklık getirmek için ek görüşmelerde kendisine, verdiği cevaplar hatırlatılan $Ö_3$'ün oluşturduğu şekillere ait görüntüler (Şekil 4. 53) ve araştırmacı ile arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 53. *$Ö_3$'nin "*Açının düzlemde ayırdığı bölgeler*" Kavram Özelliğine Ait Görüntüsü*

Araştırmacı: *Şimdi dış açıyla dış açı olmayan açıyı ben anlamadım. Nedir onlar?*
$Ö_3$: *Sanırım şu mantıkla söylemiştim. Eem hani 180 derece demiştik ya daha demin.. şey tam açı olarak…180° le 360° arasında kalan açıya dış açı demiş olabilirim. ee Ondan bahsetmişimdir.*
Araştırmacı: *e Peki şöyle olsa ee şu şu şekilde olsa…*
$Ö_3$: *Bu şekilde geniş açı oluyor şurası 90*[^{o}]
Araştırmacı: *Tamam dış açı neresi oluyor o zaman?*
$Ö_3$: *Şu kısım olabilir burası*
Araştırmacı: *Tamam*
$Ö_3$: *Hani burası iç tarafı burası, dışında kalan*
Araştırmacı: *e Peki şöyle olsa… Şöyle olsa*
$Ö_3$: *Bu seferde burası iç oluyor bu sefer bu taraf dış açı*
Araştırmacı: *Küçük olan iç açı oluyor?*
$Ö_3$: *Evet, küçük olan iç*

Buradan $Ö_3$'ün ölçüsü büyük olan açıyı dış açı olarak nitelendirdiği ve dış açı ölçülerinin 180° ile 360° aralığında olduğunu iddia ettiği görülmektedir.

$Ö_4$ ise "*Açı oluşturur musun?*" sorusuna "*açı oluşturmam imkânsız* (1.görüşme 2.soru-$Ö_4$)" diyerek açı oluşturmaktan kaçınmış ancak çokta emin olmadığını "*ama oluş… oluşturmuş muyduk?… Oluşturduysak da iç bölge dış bölge vardı.*" ifadeleriyle dile getirmiştir. Açının iç bölgesi ve dış bölgesi ile ne kastettiği sorulduğunda ise $Ö_4$ "*Çokgende açılar var*" açıklamasını yapmıştır. Buradan $Ö_4$'ün açının iç bölgesi ve dış bölgesi ifadelerini duyduğu ama nasıl bir yapı olduklarını bilmediği söylenebilir.

Sonuç olarak $Ö_3$ ve $Ö_4$ açının düzlemi ikiye ayırdığını ifade ve ima etmişlerdir. $Ö_3$ ve $Ö_4$ açının iç bölgesi ve dış bölgesi kavramlarının varlığından bahsederken, $Ö_4$ bu kavramlar hakkında açıklama yapmamıştır. Ek olarak, $Ö_3$ ise bu kavramları iç açı ve dış açı kavramı ile özdeşleştirdiği söylenebilir. $Ö_3$ dış açı ölçülerinin 180° ile 360° aralığında olduğunu ifade etmesiyle aslında ölçüsü küçük olan açıya odaklandığı ifade edilebilir.

4.1.2.2.3.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açının düzlemde ayırdığı bölgeler ile ilgili düşüncelerini ifade etmektedir. Bu kategorinin ortaya çıkmasını sağlayan öğrenciler ($Ö_3$, $Ö_4$) iç ve dış olmak üzere iki farklı bölgeden bahsettikleri için iki boyutta incelenmiştir. Bu boyutlar *iç bölge* ($Ö_3$, $Ö_4$) ve *dış bölge* ($Ö_3$, $Ö_4$) olarak adlandırılmıştır.

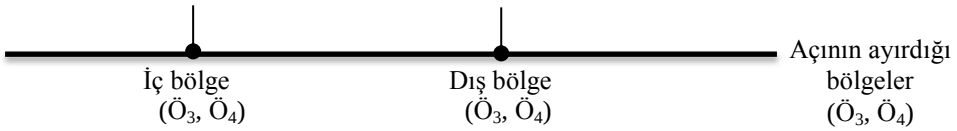
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*açının düzlemde ayırdığı bölgeler*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 54'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 12. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler**
$Ö_3$	***İç bölge*** ***Dış bölge***
$Ö_4$	***İç bölge*** ***Dış bölge***

Not: $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_5$'te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*açının düzlemde ayırdığı bölgeler*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 54'te yer verilecektir.

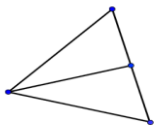
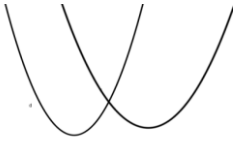


Şekil 4. 54. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler*

4.1.2. "Açı" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular

Katılımcı GE öğrencilere, "açı" ile ilgili üç tane soru sorulmuştur. Tablo 4. 13'te öğrencilere sorulma sırasına göre sorular ifade edilmiştir.

Tablo 4. 13. *GE Öğrenciler ile Gerçekleştirilen 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Ait Sorular*

Protokol/Sıra	Sorunun İfadesi
2.Protokol/1. Soru	Aşağıdaki şekilde kaç açı vardır belirleyiniz ve neden birer açı olduklarını ifade ediniz. 
2.Protokol/ 2. Soru	Ölçüsü ✓ 180° den büyük olan ✓ 360° olan; ✓ 360° den büyük olan açıları oluşturunuz.
2. Protokol/ 3. Soru	Aşağıdaki şekilde açı kavramından söz edilebilir mi? Neden? 

4.1.2.1. "Açı" Kavramına Ait GE Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (2. Görüşme)

Bu bölümde, GE öğrencilerin, tablo 4. 13'teki sorular sorulduğunda açı kavramı ile ilgili ifade ettikleri formal tanımlara yer verilecektir. Ancak veriler incelendiğinde sadece $Ö_1$'in formal kavram tanımını kullandığı görülmüştür.

İkinci görüşme protokolüne ait ilk soruya cevap verirken; $Ö_1$ önce *"2 tane üçgen birbirine ne.. mi gelmiş ne? Yok, pardon bir… Bir tane üçgeni… Bir tane çizgiyi ikiye bölmüş*" diyerek şekli tanımaya çalışmış daha sonra açı kavramına ait kişisel betimlemelere ve kavram özelliklerine değinmiştir. Sonra araştırmacının "*Tamam, şimdi bunların açı olmasını sağlayan şeyler neydi? Neden açı bunlar?*" sorusu üzerine "*Iıı iki iki ışın bir araya gelerek açıyı oluşturuyordu*" cümlesini kullanmıştır. Ardından $Ö_1$ "*Öyle olduğu zaman açı… Olmasının sebebi işte… Kenarların bazılarının bir araya gelerek oluşturduğu… şekiller*" cümlesiyle tekrar açı kavramına ait kişisel betimlemeleri ve kavram özellikleri kullanmaya devam etmiştir.

Bu ifadeleriyle $Ö_1$ 'in açı kavramına ait ilk olarak kişisel betimlemeleri ve kavram özelliklerini kullandığı daha sonra formal kavram tanımını ifade ettiği görülmüştür.

4.1.2.2. GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (2. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 13'teki sorular sorulduğunda açı kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımlarının ardından, şimdi de, kavram imajlarına yer verilecektir. Bunun için başta belirtildiği gibi katılımcı GE öğrencilerin kullandıkları *doğrudan betimleme, dolaylı betimleme* ve *kavram özellikleri* olmak üzere üç başlık altında ele alınacaktır.

4.1.2.2.1. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Doğrudan Betimlemeleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 2. Görüşme protokolündeki "açı" ile ilgili kavram imajlarından olan **doğrudan betimleme**; *geometrik şekillerin birleşimi*

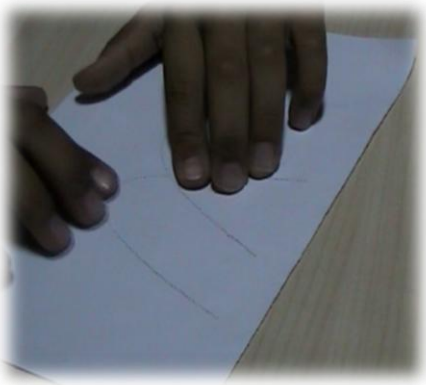
olma durumu, dönme olma durumu, aralık olma durumu, kenar olma durumu olmak üzere 4 kategori altında incelenecektir.

4.1.2.2.1.1. Geometrik şekillerin birleşimi olma durumu (2. Görüşme)

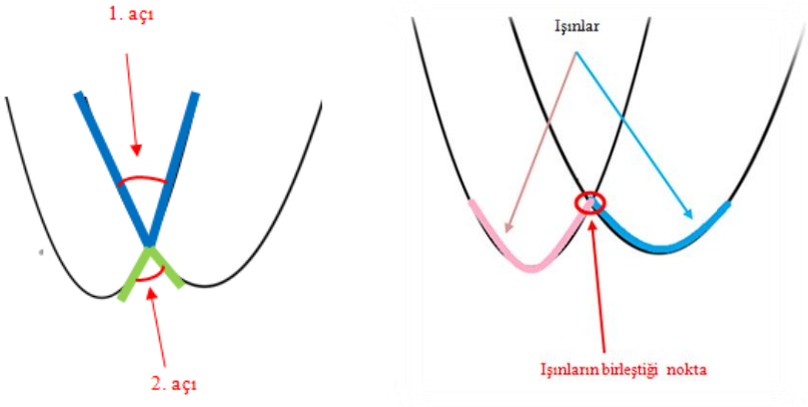
$Ö_1$'e "*Aşağıdaki şekilde kaç açı vardır?* [2.görüşme protokolü, 1. Problem-$Ö_1$]" sorusu sorulduğunda önce şekilde kenarların kesiştiklerini ifade etmiş ardından negatif yönde noktaları inceleyerek "*Bir dakika… Altı ıı açı var*" sözleriyle açı sayısını belirlemiştir. Araştırmacının "*bunların açı olmasını sağlayan şeyler neydi? Neden açı bunlar?*" sorusu üzerine açının formal kavram tanımını kullanmıştır. Ancak daha sonra "*Öyle olduğu zaman açı… olmasının sebebi işte… kenarların bazılarının bir araya gelerek oluşturduğu şekiller*" ifadesiyle $Ö_1$'in aslında çokgenlerden bahsetmese de çokgenlerde açı kavramını düşündüğü anlaşılmıştır.

2. görüşme protokolünün üçüncü problemini sormak için soruya ait raised-line materyal [şekil 4. 55] $Ö_1$'e verilmiş ardından "*bu şekilde açı kavramından söz edilebilir mi?*" sorusu sorulmuştur. Şekli incelerken $Ö_1$ "*açı* [sessizlik] *Bir inceleyim… Bir daha bakayım… Açı demek biraz zor… Bakıyım…*[kesişimden çıkarıyor bu yorumu] *Edilir… Edilir edilir edilir"* diyerek önce açı kavramından söz edilemeyeceğini ancak daha sonra iki eğrinin kesiştiği noktayı fark ettiğinde açının varlığını dile getirmiştir. Kendisinden açıyı/açıları göstermesi için "*açı nerede?*" sorusu sorulan $Ö_1$ "*Hem burada hem de burada* [eğrilerin kesiştiği noktanın aşağı ve yukarı bölgesini gösteriyor]" diyerek iki açıdan söz edilebileceğini vurgulamıştır. Açıyı ışınların birleşimi olarak tanımlayan $Ö_1$'in daha sonraki ifadeleri ve görüntüleri [şekil 4. 56] aşağıda verilmiştir.

> **$Ö_1$:** *Işın zaten bir yeri kapalı… Bir ucu açık bir ucu kapalı bir yer.Kapalı olan kısımlar bir araya geliyorlar böyle açı oluşuyor.*
> **Araştırmacı:** *O ışının birini bana bir gösterir misin? O… o açıyı oluşturan ışını?*
> **$Ö_1$:** *Şu.* [şekil üzerinden eğrinin bir parçasını gösteriyor]
> **Araştırmacı:** *Hıı… Tamam… Öbürü de öbür taraftaki mi?* [daha önceden parmağı ile göstermişti]
> **$Ö_1$:** *Evet*

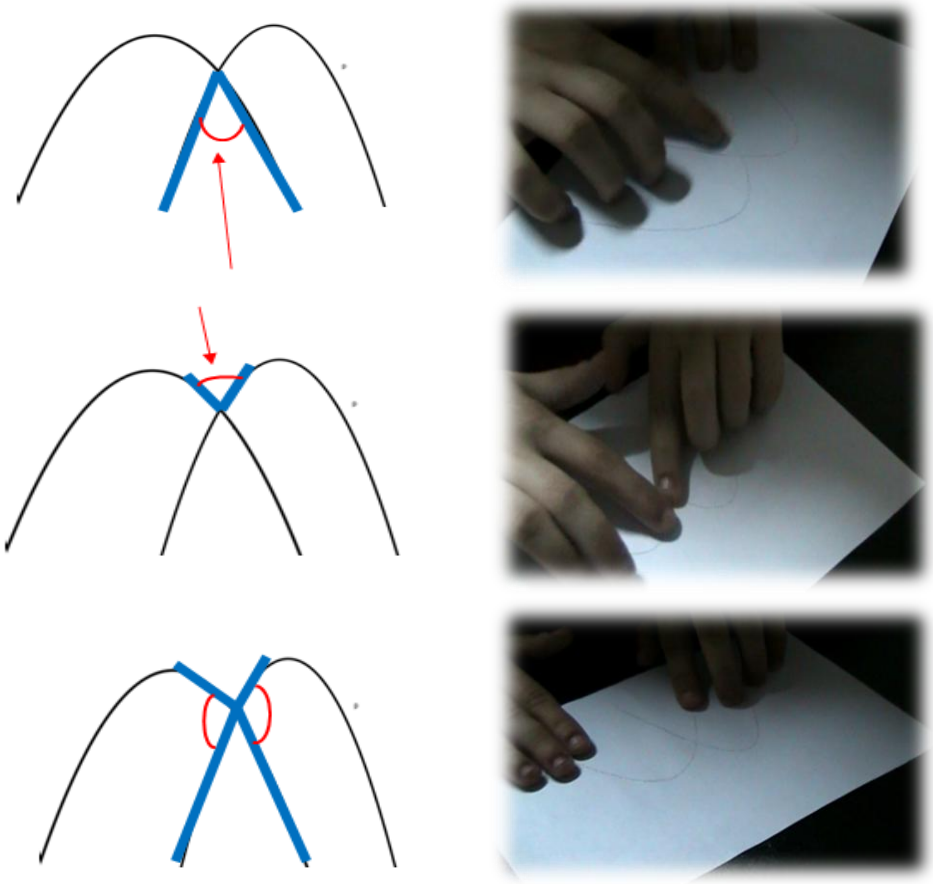


Şekil 4. 55. *İkinci Görüşme Protokolüne Ait 3. Soru İçin Hazırlanan Raised-Line Materyal*



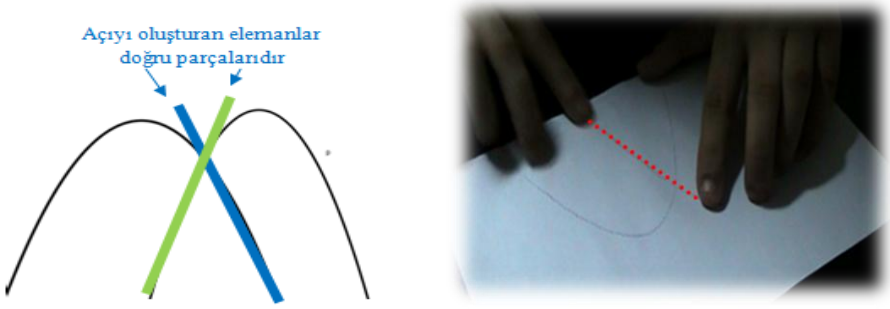
Şekil 4. 56. *$Ö_1$'in Açıyı "Işınların Ortak Bir Noktada Birleşimi: Işının Bir Ucu Kapalı Eğri Olması" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüleri*

Böylece $Ö_1$'in açıyı ışınların birleşimi olarak tanımladığını, ayrıca ışının da eğri parçası olabileceğine dair bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Öte yandan aynı sorunun [2. görüşme protokolü, 3. problem] $Ö_3$ ve $Ö_5$'te farklı tanımlamalara sebep olduğu görülmüştür. $Ö_3$ raised-line materyal kendisine verildiğinde materyali önce negatif yönde döndürmüş ardından kabartmaları negatif yönde ve sanki ortasında bir eksen varmışçasına zıt yönlere doğru incelemiştir. "*Bu şekilde açıdan söz edilebilir mi?*" sorusu üzerine hiç tereddüt etmeden "*evet*" cevabını vermiştir. Açıyı göstermesi istendiğinde ise "*Mesela şunla bunun arası…* [eliyle gösteriyor] *açı oluyor* [düşünüyor] *Iı bir de burası buradaki yerler şura ve bura* [kesişimi gösteriyor]… *Açı oluşturuyor*" cevabını vermiştir. Ancak daha sonra fikrini değiştirerek 4 tane açının olduğunu belirtmiştir. $Ö_3$'ün bu cevabına ait görüntüler şekil 4. 57 ile aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. 57. *Ö$_3$'in Açıyı "Doğru parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi: Doğru Parçasının Eğri Olması" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüleri*

Bu ifadelerinin ardından Ö$_3$'ün *"Iıı Peki bu açıyı oluşturan elemanlar… Neler?"* sorusuna "*Doğru parçaları yani hani şuradan gelen* [eğrinin bir parçasını doğru parçası olarak gösteriyor]" cevabını vererek açının doğru parçalarının birleşimi olarak tanımladığını ifade etmiştir. Ö$_3$'ün bu durumu ait görüntüleri şekil 4. 58 ile gösterilmiştir.



Şekil 4. 58. *Ö$_3$'in Açıyı "Doğru parçalarının Ortak Bir Noktada Birleşimi" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüleri*

Böylece $Ö_3$'ün $Ö_1$'den farklı olarak açıyı iki doğru parçasının birleşimi olarak tanımladığını ancak doğru parçalarının birer eğri olabilme ihtimaline değinmiştir.

$Ö_5$ ise aynı soruya "*Hesaplamadan bir şey söyleyemem*" diyerek soruyu cevaplamaktan kaçınmıştır. "*Nasıl hesaplayabilirsin?*" sorusu üzerine ise materyali pozitif yönde döndürerek "*Hesaplamak zor* (gülüyor)*... Yok, bence bu açı olmaz*" cevabını vermiştir. Neden açı olmadığını öğrenmek için "*Niye?*" sorusunu soran araştırmacıya ise $Ö_5$ materyali önce pozitif yönde sonra da negatif yönde döndürerek "*Olsa da... Ya oladabilir aslında ama…*" cevabını vererek kararsızlığını dile getirmiştir. Daha sonra araştırmacı ile aralarında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

Araştırmacı: *Hım… Nasıl?*
$Ö_5$: *Birbirine kesişince içten kesişiyor desem o*
Araştırmacı: *Nasıl kesişmesi açı olmasını mı engelledi?*
$Ö_5$: *Engellemedi ama bence açı*

Bu cevabıyla $Ö_5$'in açıyı geometrik şekillerin birleşimi olarak düşündüğü ancak bu soru için geçerli bir açıklamasının olmadığı düşünülebilir.

2. protokol 2. problem ile "*Peki, ölçüsü 360° olan bir… Açı oluştur musun?*" sorusu için $Ö_4$ *"…Yani tam bir açı*" cevabını vererek 360°'nin bir tam açı olduğunu belirtti ve ardından daha önce -doğru parçalarının birleşimi ile-oluşturduğu açının kollarının uzunluğunu arttırarak ölçüsü 360° olan bir açı oluşturabileceğini savunmuştur. Ardından üç doğru parçası [öğrencinin ifadesine göre ikisi uzun, birisi kısa] ile bir şekil oluşturmuştur. Aşağıda bu şekle ait $Ö_4$ ile araştırmacı arasındaki diyalog şekil 4. 59 ile verilmiştir.



Araştırmacı: *Kısa olan?*
$Ö_4$: *O şeklin… Parçası*
Araştırmacı: *360°'ye dâhil mi? Değil mi?*
$Ö_4$: *Açıya dâhil değil*
Araştırmacı: *Tamam… o zaman o onu niye oluşturdun?*
$Ö_4$: *İşte şekli oluştur…mak için* [2.görüşme protokolü, 2. Soru-$Ö_4$]

Şekil 4. 59 *$Ö_4$'ün Açıyı "Doğru parçalarının Ortak Bir Doğru Parçasında" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntü ve İfadeleri*

Bu haliyle Ö$_4$'ün açıyı doğru parçalarının ortak bir noktada birleşimi olarak tanımladığı düşünülmüştür. Öte yandan Ö$_4$'e 2. görüşme protokolünün birinci sorusu için verilen raised-line materyali negatif yönde incelemiş(tir) ancak tanımakta zorlanmıştır. Bunun üzerinde araştırmacı Ö$_4$'ün şekli tanımasına yardımcı olmuştur. Sonrasında Ö$_4$ "*Bu nokta da burayı kesiyor böyle sanki Bu şekli* [eliyle köşeyi gösteriyor]... *o yüzden açı olduğunu düşündüm* [2. görüşme protokolü 1. Soru- Ö$_4$]" diyerek açının doğru parçalarının tek bir ortak noktada birleşimi ile oluştuğunu ima etmiştir. Sonuç olarak Ö$_4$ açı kavramına yönelik farklı durumlarda/problemlerde farklı anlayışlara sahiptir denilebilir.

4.1.2.2.1.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler çokgenlerin varlığını/yokluğunu göz önüne almışlardır. Çokgenleri göz önüne aldığında Ö$_1$ geometrik şekil olarak iki kenarın-doğru parçasının- ortak bir noktada birleşiminden bahsetmiştir. Öte yandan katılımcı GE öğrenciler çokgenler söz konusu olmadığında, geometrik şekil olarak ışın, doğru ve doğru parçalarından bahsetmişlerdir. Ö$_1$ ışın aracılığıyla açıyı tanımlarken; Ö$_3$ doğru kavramı aracılığıyla ve Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$ ise doğru parçaları aracılığıyla açıyı tanımlamışlardır. Bu haliyle Ö$_3$'ün açı kavramına ait farklı kişisel betimlemeleri kullandığı bariz bir şekilde görülmektedir.

İki doğru parçasının birleşimi ele alındığında; Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$ ortak bir noktada birleşimden bahsederken, Ö$_4$ ortak bir doğru parçasında ve paralel olacak şekilde yanyana birleşimden bahsetmiştir. Bu haliyle Ö$_4$'ün her üç anlayışı da savunduğu görülmektedir. Öte yandan ikiden fazla doğru parçasının birleşimi ele alındığında Ö$_4$ tek bir noktada birleşim ve tek bir ortak nokta olmaksızın birleşim (ucuca doğrusal yerleşim, ucuca zikzak yerleşim, karma yerleşim) ile açı elde edilebileceği şeklinde zengin bir anlayışa sahiptir. Dolayısıyla Ö$_4$'ün farklı durumlarda farklı açı anlayışlarına sahip olduğu söylenebilir.

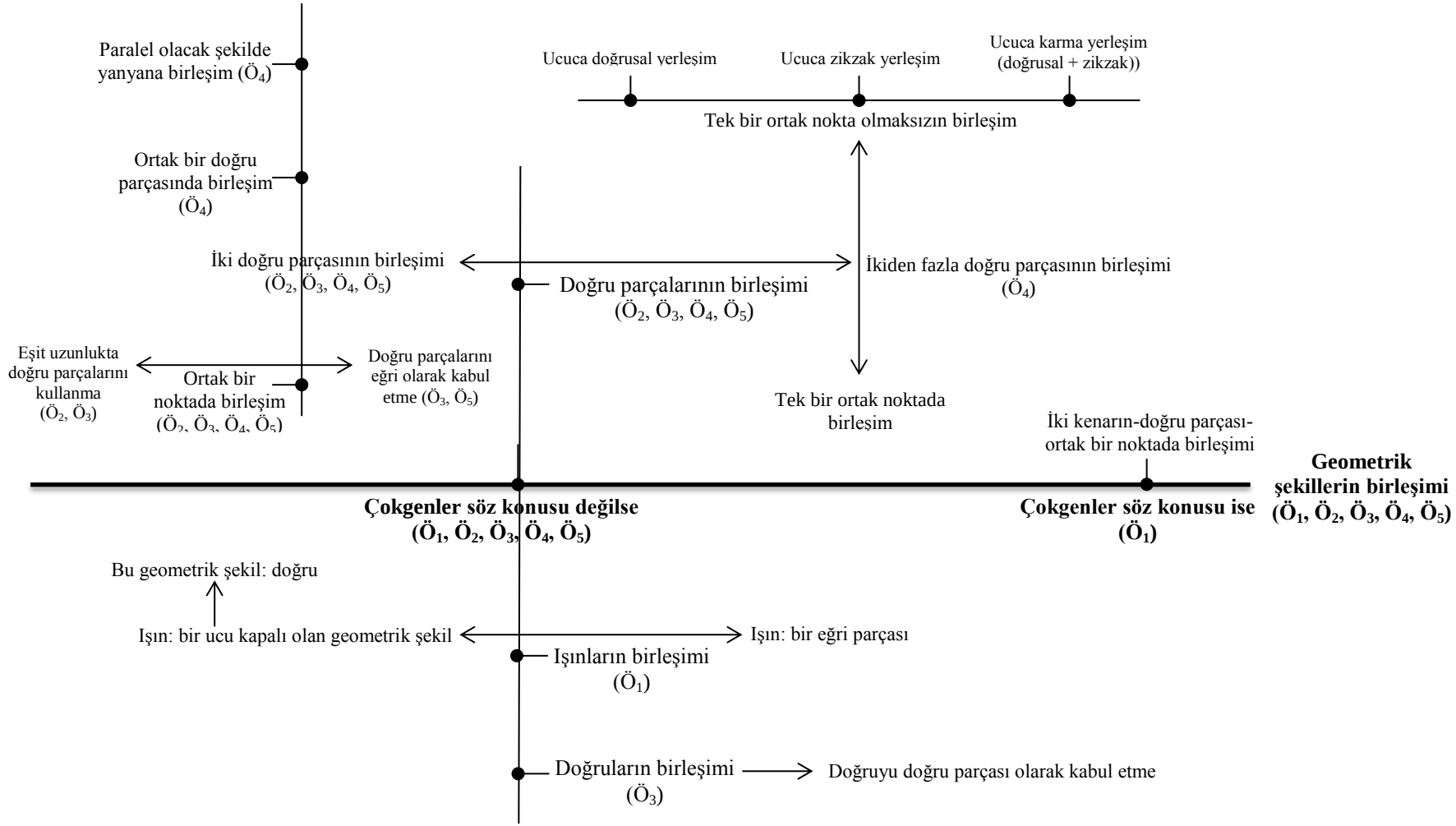
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*geometrik şekillerin birleşimi olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 14'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 14. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Geometrik Şekillerin Birleşimi Olma Durumu**	
	Çokgenler söz konusu değil ise	***Çokgenler söz konusu ise***
Ö$_1$	***Işınların Birleşimi*** İki ışının ortak bir noktada birleşimi Işın: bir ucu kapalı olan geometrik şekil (Bu geometrik şekil: doğru) Işın: bir eğri parçası	***İki kenarın-doğru parçası- ortak bir noktada birleşimi***
Ö$_2$	***Doğru Parçalarının Birleşimi*** İki doğru parçasının birleşimi Ortak bir noktada birleşim (eşit uzunlukta doğru parçalarını kullanma)	
Ö$_3$	***Doğruların Birleşimi*** İki doğrunun ortak bir noktada birleşimi Doğruyu doğru parçası olarak kabul etme ***Doğru Parçalarının Birleşimi*** İki doğru parçasının birleşimi Ortak bir noktada birleşim (eşit uzunlukta doğru parçalarını kullanma) (doğru parçalarını eğri olarak kabul etme)	
Ö$_4$	***Doğru Parçalarının Birleşimi*** İki doğru parçasının birleşimi Ortak bir noktada birleşim Ortak bir doğru parçasında birleşim Paralel olacak şekilde yanyana birleşim İkiden fazla doğru parçasının birleşimi Tek bir ortak noktada birleşim Tek bir ortak nokta olmaksızın birleşim (ucuca doğrusal yerleşim) (ucuca zikzak yerleşim) (karma –zikzak + doğrusal- yerleşim)	
Ö$_5$	***Doğru Parçalarının Birleşimi*** İki doğru parçasının birleşimi Ortak bir noktada birleşim (doğru parçalarını eğri olarak kabul etme)	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

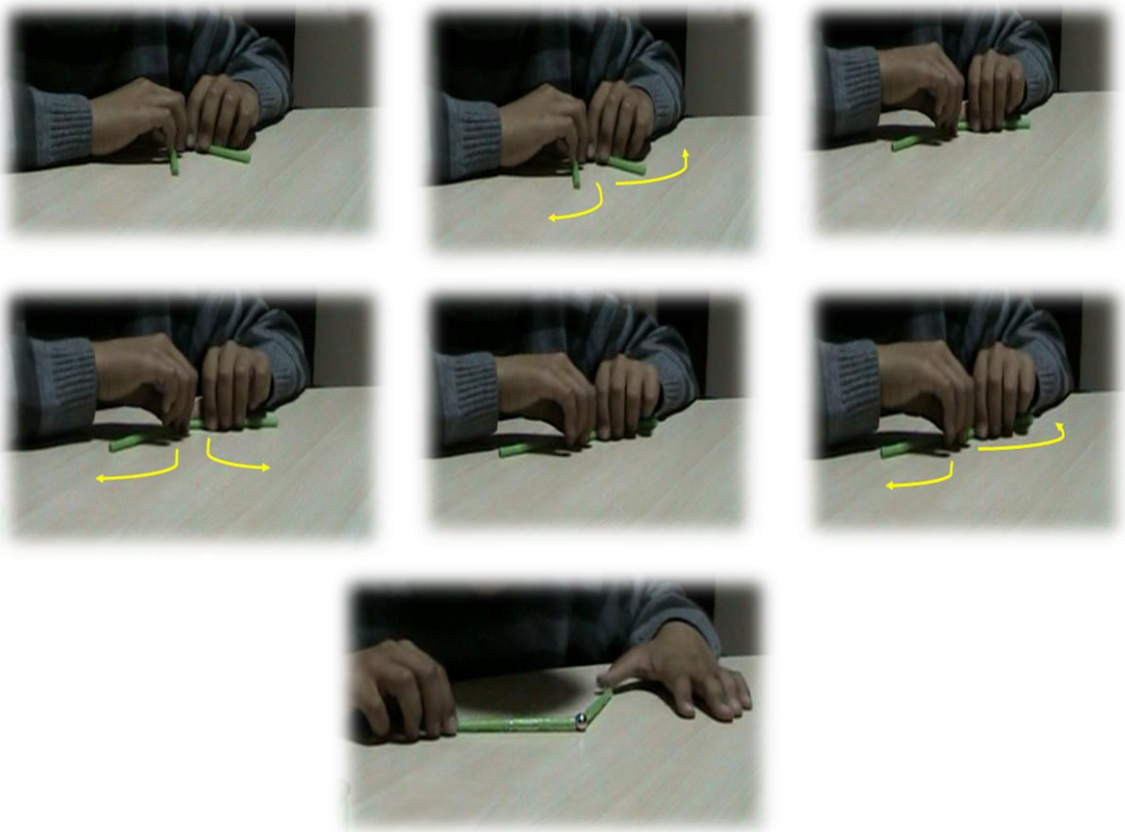
Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*geometrik şekillerin birleşimi olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 60'de yer verilecektir.



Şekil 4. 60. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Geometrik Şekillerin Birleşimi*

4.1.2.2.1.3. Dönme olma durumu (2. Görüşme)

İkinci görüşme protokolünün ikinci problemi içerisinde yer olan "*ölçüsü 180°den büyük olan bir açı oluşturur musun?*" sorusuna Ö$_1$'in tepkisi ilk önce "*180°den büyük müü! abovv* [şaşkınlık yaşıyor]" şeklindeki bir şaşkınlık ifadesi ile birlikte böyle bir ölçüye sahip açıyı daha önce hiç oluşturmadığı ifade etmiştir. Ardından "*Tamam, 180° biliyoruz gördük öğretmenim de iyi de… 180° zaten böyle dosdoğru* [eliyle göstermeye çalışıyor] *bir açı… 180*[^{o}] *üstünde nasıl diyeyim… Ters açı mı yapıyım?"* diyerek zorlandığını ve 180° den büyük açıyı ters açı olarak nitelendirdiğini ifade etmiştir. Açı oluşturmak için mıknatıslı materyalleri kullanan Ö$_1$'in 180°'den büyük açı oluşturma sürecine ait resimler-sırasıyla- şekil 4. 61'te verilmiştir.



Şekil 4. 61. *Ö$_1$'in Açıyı "Düzlemde Dönme Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüleri*

Araştırmacının bu şekli nasıl oluşturduğunu sözel olarak ta anlatmasını istemesi üzerine Ö$_1$'in ifadeleri bu sefer şekil 4. 62'te [2. Görüşme protokolü 2. Problem] belirtildiği gibi olmuştur.



180°mesela hani ben böyleyim yaa. Böyle işte döne döne döne döne böyle [sandalye üzerinden sola doğru dönerek] *Yamula yamula böyle şöyle döndüğüm zaman. Arkamı döndüğüm de 180° oluyor yaa… biraz daha şöyle döndürdüğüm zaman 180'in üzerinde oluyor.*

Şekil 4. 62. *Ö$_1$'in Açıyı "Uzayda Dönme Olma Durumu" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüleri ve İfadeleri*

Bu ifadeleriyle Ö$_1$'in açıyı hem düzlemde dönme hem de uzayda dönme olarak tanımladığını dolayısıyla farklı durumlarda farklı açı anlayışlarına sahip olduğu anlaşılmıştır.

İkinci probleminin c-şıkkı olan "*360° den büyük bir oluşturur musunuz?*" sorulduğunda Ö$_1$ yine dönme olma durumundan faydalanarak cevap vermek istemiştir. Ancak Ö$_1$ böyle bir açının oluşamayacağına kanaat getirmiştir. Aşağıda bu durumu açıklayan diyalog ve ilgili görüntü şekil 4. 63 ile verilmiştir.



[2.görüşme protokolü 2. Soru-c şıkkı-Ö$_1$]

Araştırmacı: *Tamam. 360° oldu…* [sessizlik] ☺ *360°den büyük olan bir açı oluştur bana?*
Ö$_1$: *oluşmaz ki*. (gülüyor)
Araştırmacı: *Niye?*
Ö$_1$: *O zaman onun için o çok zor öğretmenim o olmaz*. (gülüyor)
Araştırmacı: *Niye döndürmüştün?*
Ö$_1$: (gülüyor) *ee içler böyle dönmüyor ki* (gülüyor)
Araştırmacı: (gülüşmeler**)** … *Yani 360°den büyük bir açı yok mu?*
Ö$_1$: *Yok… O* [360°] *da zaten tam açı.*

Şekil 4. 63. *Ö$_1$'in "360° den Büyük Açıya Sahip Açının Yokluğu" ile ilgili Görüntüleri ve İfadeleri*

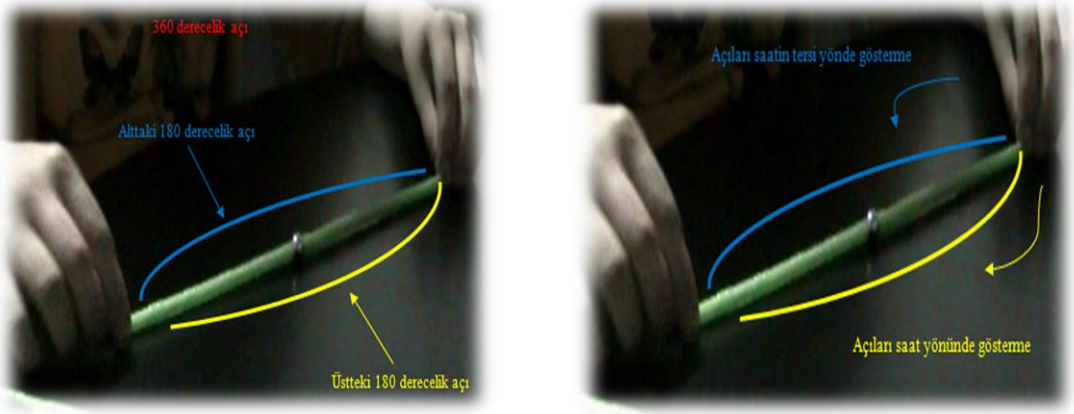
Sonuç olarak $Ö_1$'in açıyı dönme olma durumu olarak tanımlaması ile 360° den büyük açı olmamasını söylemesi arasında açık bir ilişki olduğu söylenebilir.

"*360° ölçüye sahip bir açı oluşturur musunuz?*" problemine $Ö_3$ önce dik açı ile daha sonra doğru açıyı oluşturmayı ve bu esnada düşünmeyi tercih etmiştir. Araştırmacının "*Evet… Nasıl bir açı oluyor? Tamam, 360° şekille oluşturacak olursan*" sorusu üzerine "*Bu şekilde oluyor yani böyle*" diyerek şekil 4. 64 ile görüntüsü verilen şekli oluşturmuştur.



Şekil 4. 64. *$Ö_3$'ün 360° Ölçüye Sahip Olduğunu İfade Ettiği Açının Görüntüsü*

Yukarıdaki şekilden sonra $Ö_3$ "*Bu şekil… Yani burada* [şeklin üzerinde kalan kısmı gösteriyor] *kalan kısım açı oluyor şuralarda* [şeklin altında kalan kısmı gösteriyor]" açıklamasını yapmıştır. Daha sonra ise sözel olarak ve el hareketleriyle hem alt kısımda hem de üst kısımda kalan kısımlardan bahsetmiştir. Bu duruma ait görüntüler aşağıda şekil 4. 65 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 65. *$Ö_3$'ün "360° Ölçüye Sahip Açı ile ilgili Görüntüleri*

Sonuç olarak $Ö_3$ daha önce 180° ölçüye sahip olan açılara kadar açıyı dönme olarak tanımlarken; 360° söz konusu olduğunda açıyı iki tane doğru açının birleşimi olarak düşünmüştür. Bunun sonucu olarak $Ö_3$'ün oluşturduğu 360° ölçüye sahip olan açı ilk bakışta doğru açı gibi görülebilmektedir.

4.1.2.2.1.4. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, GE öğrenciler düzlemde ve uzayda olmak üzere iki farklı dönme ile açının varlığına değinmişlerdir. $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ düzlemde dönme durumundan bahsederken, $Ö_1$ aynı zamanda uzayda dönme durumundan da bahsetmiştir. Bu haliyle $Ö_1$'in açının dönme durumu ile ilgili iki farklı anlayışlara sahip olduğu görülmektedir.

Düzlemde dönme durumunda, GE öğrenciler geometrik şekil olarak ışını ve doğru parçasını düşünmüşlerdir. $Ö_1$ ışın kavramı aracılığıyla dönmeyi açıklarken, $Ö_2$ ve $Ö_3$ doğru parçası aracılığıyla dönme durumunu açıklamışlardır.

Bu kategoride ilk görüşmelerden farklı olarak uzayda dönme durumundan bahsedilmiştir. Dolayısıyla dönme olma durumu kategorisi uzayda ve düzlemde olmak üzere iki alt kategori olarak ele alınmıştır. Öte yandan ilk görüşmelerde ortaya çıkan ışınlardan birinin hareket etmesi-negatif yönde- ve ışınların her ikisinin hareket etmesi-aynı yönde- durumları ikinci görüşmelerde ortaya çıkmamıştır.

Katılımcı GE öğrencilerin açının "*dönme olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 15'te özetlenmiştir. Böylece öğrencilerin bu kategoriye ait anlayışları, her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmaya çalışılmıştır.

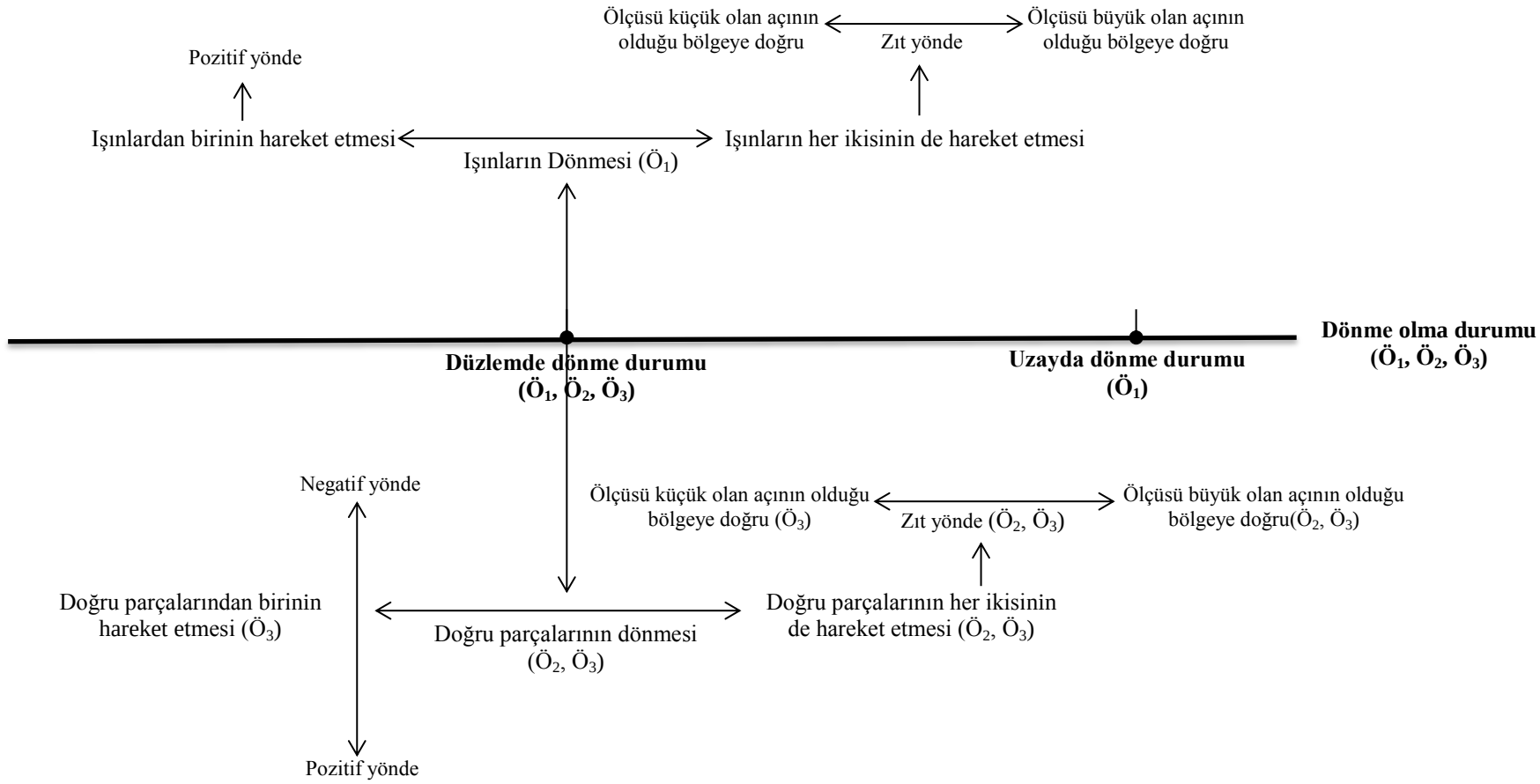
Tablo 4. 15. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Dönme Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Dönme Olma Durumu**	
	Düzlemde dönme durumu	**Uzayda dönme durumu**
$Ö_1$	***Işınların Dönmesi*** Işınlardan birinin hareket etmesi Pozitif yönde Işınların her ikisinin de hareket etmesi Zıt yönde	X

	(Ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru) (Ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru)	
$Ö_2$	***Doğru parçalarının dönmesi*** Doğru parçalarının her ikisinin de hareket etmesi Zıt yönde (Ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru)	
$Ö_3$	***Doğru parçalarının dönmesi*** Doğru parçalarından birinin hareket etmesi Negatif yönde Pozitif yönde Doğru parçalarının her ikisinin de hareket etmesi Zıt yönde (Ölçüsü küçük olan açının olduğu bölgeye doğru) (Ölçüsü büyük olan açının olduğu bölgeye doğru)	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca $Ö_4$, $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*dönme olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 66'e yer verilecektir.



Şekil 4. 66. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Dönme Olma Durumu*

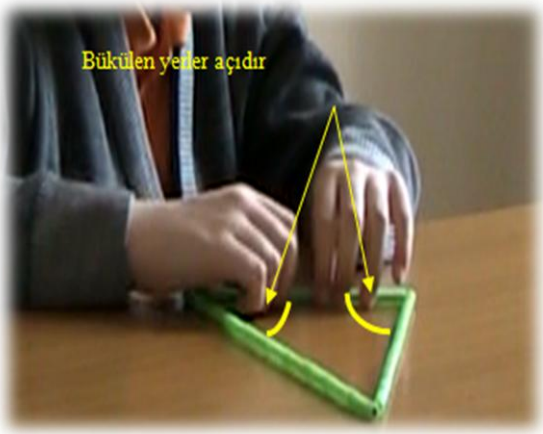
4.1.2.2.1.5. Aralık olma durumu (2. Görüşme)

İkinci görüşme protokolünün ilk problemi sorulmadan önce problem ile ilgili hazırlanan raised-line materyal Ö$_2$'ye verilmiştir. Ancak "*bu nee yaaa üff!*" diyerek şekilleri sevmediğini vurgulamıştır. Bunun üzerine sorudaki şekle uygun olacak şekilde mıknatıslı materyal oluşturulmuştur. Ö$_2$ "*Evet bu daha güzel*" diyerek bu şekli daha anlaşılır bulduğunu ifade etmiştir. Ardından öğrenciye şekil ile ilgili bazı bilgiler verilmiştir. Şekli yeterince tanımasına müsaade edilen Ö$_2$'ye "*Bu incelediğin şekilde kaç açı vardır?*" sorusu yöneltildiğince önce –her- iki kenar arasındaki aralıkları inceleyerek, bu iki kenarı uçlarında birleştiren diğer doğru parçalarını göstermiştir. Yani tek tek kenarları göstererek beş açı bulunduğunu ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacının "*peki bunlar neden birer açı?*" sorusuna "*Eee bir… Hususi bir olayı meydana getiriyorlar. Mesela üçgenin bir… dikmesi ımm şey… Öyle bir şeymiş hani ne deniyor? Dikme denmezde hani böyle bir noktaymış* [şeklin ortasındaki doğru parçasını gösteriyor]..." şeklinde bir cevap vererek tepeden tabana inen doğru parçasını nokta olarak nitelendirmiştir. Böylece Ö$_2$ açıyı aralık olarak tanımlamış, aralığı doğru parçası ile göstermiş ve ek olarak doğru parçasını ise nokta ile özdeş tuttuğu görülmüştür. Ö$_2$'nin bu ifadeleri ile ilgili görüntüsü şekil 4. 67 ile gösterilmektedir.



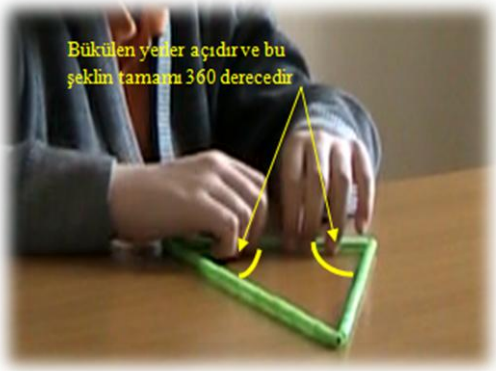
Şekil 4. 67. *Ö$_2$'nin "Açının Aralık Olma Durumu: Aralığı Doğru Parçası İle Gösterme" ile ilgili Görüntüleri*

"*360° ölçüye sahip açı oluşturur musun?*" problemi Ö$_4$'e yöneltildiğinde *"Yani tam bir açı… Bunun üstünden ekle yapabilirim o zaman*" diyerek ve daha önceden yaptığı açının kollarını uzatarak tam açı elde edebileceğini belirtmiştir. Sonrasında gerçekleşen konuşma ve Ö$_4$'ün oluşturduğu açıya ait açıklamalı görüntüler şekil 4. 68 ile sunulmuştur.



Araştırmacı: *Tamam… Peki, öbür taraf… Bide 3. Kenar var?*
Ö$_4$: *…Ben bu konular da çok başarısızım* [öğrenci yorulduğu için biraz ara verildi]… *Büktüğüm yerler mesela açı olabilir.*

Ö$_4$: *Açı işte büktüğüm yerler*
Araştırmacı: *Haa şu…*
Ö$_4$: *Şurası*
Araştırmacı: *Şu şekiller mi?*
Ö$_4$: *Evet şu büktüğüm yerler… Bu… bu şekle dahil.*



[2.görüşme protokolü 2. Problem Ö$_4$]

Şekil 4. 68. *Ö$_4$'nin "Açının Aralık Olma Durumu: Aralığı Yay Parçası İle Gösterme" ile ilgili İfadeleri ve Görüntüleri*

Ö$_4$'ün yukarıda "*Ben bu konular da çok başarısızım*" ifadesinden sonra görüşmeye biraz ara verilmiştir. Böylece öğrencinin dinlenmesi sağlanarak düşünmesine fırsat verilmiştir. Sonuç olarak; Ö$_4$'ün ikiden fazla doğru parçasının birleşimi söz konusu iken açıyı aralık olarak tanımladığı, bu aralığı eliyle göstermek suretiyle yay parçası ile gösterdiğini ve tam açının ölçüsünün şekilde var olan iki aralığın ölçüsü toplamına eşit olduğuna dair bir anlayışı olduğu söylenebilir.

4.1.2.2.1.6. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Aralık Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açıyı, iki geometrik şekil arasındaki aralık olarak tanımladığını göstermektedir. Sadece Ö$_2$, Ö$_3$ ve Ö$_4$'te ortaya çıkan bu kişisel betimleme, çokgenler söz konusu iken ve geometrik şekillerin birleşimi söz konusu iken olmak üzere iki farklı durumda ortaya çıkmıştır. Bu nedenle çokgen söz konusu ise (Ö$_2$, Ö$_3$) ve çokgen söz konusu değilse (Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$) olacak şekilde iki boyutta ele alınmıştır. Buradan Ö$_2$ ve Ö$_3$'ün, hem çokgen söz konusu iken hem de geometrik şekillerin birleşimi söz konusu iken açıyı aralık olarak tanımladıkları görülmektedir. *Çokgen söz konusu ise* kategorisinde Ö$_2$ ve Ö$_3$ kenarlar arasındaki

aralıktan bahsederken $Ö_2$ aralığı doğru parçası ile $Ö_3$ ise aralığı yay parçası ile göstermiştir. *Çokgen söz konusu değilse* kategorisinde ise $Ö_3$, $Ö_4$ iki doğru parçasının birleşimini göz önüne alırken, $Ö_2$, $Ö_4$ ikiden fazla doğru parçasının birleşimini göz önüne alarak açıyı tanımlamışlardır. İki doğru parçasının birleşimini göz önüne alan $Ö_3$ ve $Ö_4$ açıyı bu doğru parçaları arasındaki aralık olarak tanımlarken $Ö_3$ bu aralığı yay parçası ile göstermiştir. Öte yandan ikiden fazla doğru parçasının birleşimini göz önüne alan $Ö_2$ ve $Ö_4$ yine doğru parçaları arasındaki aralığı açı olarak tanımlarken $Ö_4$ aralığı yay parçası ile göstermiş, $Ö_2$ ise aralığı hem doğru parçası ile hem de nokta ile göstermiştir.

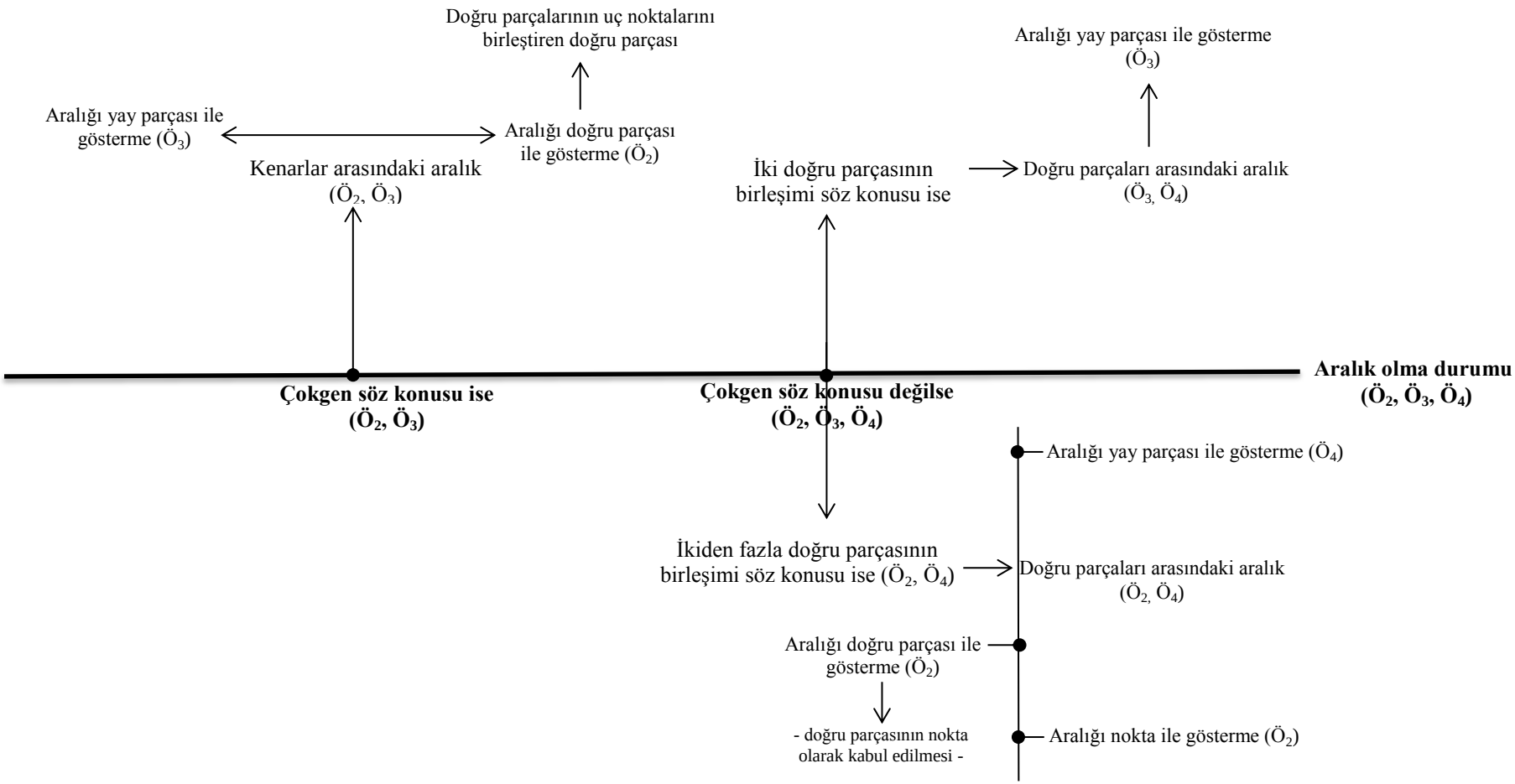
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*aralık olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 16'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 16. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Aralık Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Aralık Olma Durumu**	
	Çokgen söz konusu ise	**Çokgen söz konusu değil ise**
$Ö_2$	***Kenarlar arasındaki aralık*** Aralığı doğru parçası ile gösterme (kenarların uç noktalarını birleştiren doğru parçasının açı olması)	***İkiden fazla doğru parçasının birleşimi söz konusu ise*** Doğru parçaları arasındaki aralık (Aralığı doğru parçası ile gösterme) - doğru parçasının nokta olarak kabul edilmesi - Aralığı nokta ile gösterme
$Ö_3$	***Kenarlar arasındaki aralık*** Aralığı yay parçası ile gösterme	***İki doğru parçasının birleşimi söz konusu ise*** Doğru parçaları arasındaki aralık (Aralığı yay parçası ile gösterme)
$Ö_4$		***İki doğru parçasının birleşimi söz konusu ise*** Doğru parçaları arasındaki aralık ***İkiden fazla doğru parçasının birleşimi söz konusu ise***Doğru parçaları arasındaki aralık (Aralığı yay parçası ile gösterme)

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca $Ö_1$ ve $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*aralık olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 69'a yer verilecektir.



Şekil 4. 69. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Aralık Olma Durumu*

4.1.2.2.1.7. Kenar olma durumu (2. Görüşme)

$Ö_5$ "*360° açı oluşturur musun?*" sorusuna "*O biraz tanıdık geldi, inşallah yaparım... Tamam.* [düşünüyor]" diyerek soruyu cevaplayabileceğini ifade etmiştir. Uzun süren bir sessizliği sonrasında ise "*Şimdi ne düşünüyorsun?*" sorusuna "*Kare yapacağım*" diyerek çokgen yapacağını belirtmiştir. Ek olarak "*o iç açılarının toplamı olarak düşünürüm ve karede 4 kenarlı olduğu için 4'ten 2'yi çıkardığımızda ve 180'le çarptığımızda 360 oluyor*" açıklamasını yaparak aslında çokgenlerde iç açılar toplamını bulmak için (n-2)*180° formülünü kullandığını belirtmiştir. Ardından araştırmacı ile $Ö_5$ arasında geçen konuşma şu şekilde olmuştur:

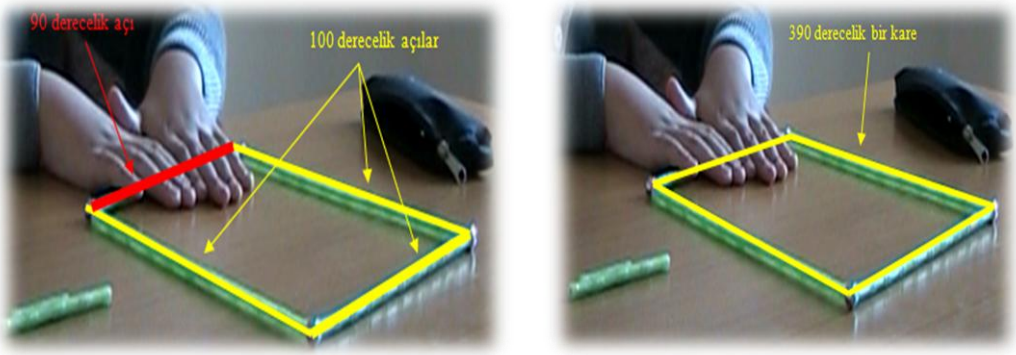
> **$Ö_5$:** *Yani şimdi ben şöyle düşündüm iç açılarının toplamı 90° olsun. Yani… Yani iç açıların toplamı dediğim her kenarı*
> **Araştırmacı:** Tamam her kenarı… 90° mi? [öğrenci karenin iç açılar toplamı 360° dediği için böyle bir soru soruldu]
> **$Ö_5$:** Evet

Öte yandan "*360° den büyük bir açı oluşturur musun?*" sorusuna ise "*Tamam… Ben gene kareyi düşünüyorum*" açıklamasını yapan $Ö_5$ daha sonra "*Şimdi benim de kafam karıştı nasıl yapacağımı bile… çözemedim*" demiştir. Ancak sonrasında" *Kareyi çok seviyorum galiba*" diyerek kare yapacağını tekrarlamış, ardından "*Ama bu… Kare olmayacak galiba biraz dikdörtgen olacak çünkü kenar eşitlikleri aynı olmayacak*" diyerek fikrini değiştirmiştir. Böylece dikdörtgenin bütün kenarlarının eşit ölçüde olmadığını belirtmiştir. Dikdörtgen oluşturma sürecinde 10 ve 9 birimlik mıknatıslı çubuğu bir araya getirerek "*şurasını da 10 yapmayı düşünüyorum… Şurayı 9 yapmayı düşünüyorum. Yani burası 100*[^{o}] *burası 90*[^{o}] *olarak"* toplamda 380° ölçüye sahip bir açı oluşturmayı planlamıştır. Buradan dikdörtgenin kenarlarını açı olarak tanımladığı anlaşılan $Ö_5$'in oluşturduğu dikdörtgene ait görüntüler şekil 4. 70 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 70. *$Ö_5$'in Açıyı "Kenar Olma Durumu: Dikdörtgen" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüler*

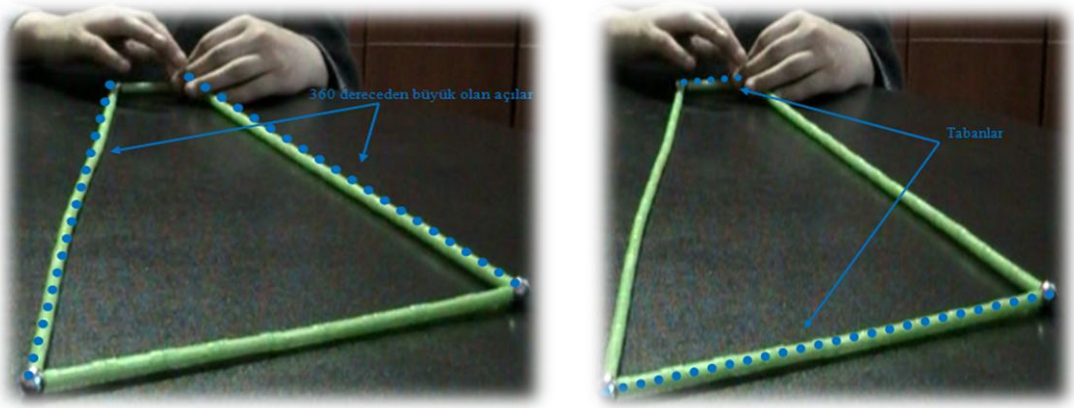
360°den büyük açıya başka bir örnek vermek isteyen Ö$_5$ yamuk yapmış ve her bir kenarın ölçüsünü açı ölçüsüymüş gibi düşünerek "*Şurası da 100°, şurası da ıı 100° etti 200*[°]*, şurası da 100° 300*[°]*, şurası 90*[°]" diyerek 390 derece ölçüye sahip bir kare oluşturduğunu ifade etmiştir. Buradan Ö$_5$'in kare ile yamuğu karıştırdığı gözlemlenmiştir. Aşağıda Ö$_5$'in kenarlarını açı olarak tanımladığı yamuğa ait görüntüler şekil 4. 71 ile verilmiştir.



Şekil 4. 71. *Ö$_5$'in Açıyı "Kenar Olma Durumu: yamuk" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüler*

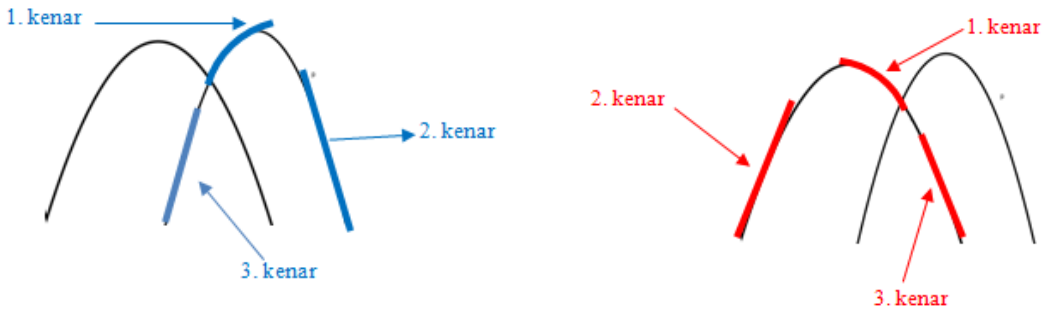
Böylece Ö$_5$'in çokgenler söz konusu olduğunda kare, dikdörtgen ve yamuğu göz önüne aldığı ve açıyı kenar olarak tanımladığı anlaşılmıştır.

Öte yandan ölçüsü 360°den büyük açı oluşturması istenen Ö$_2$ ise Ö$_5$ gibi çokgenlerden yamuğu göz önüne alarak bu soruyu cevaplamıştır. Daha önce oluşturduğu şekillerden bahsetmiş ve "*Değiştirmeyeceğim yine aynıları. Aynı şekil ama uzatarak*" açıklamasıyla kenarları açı olarak yorumladığını ifade etmiştir. Aşağıda Ö$_2$'nin oluşturduğu bu şekle ait görüntüler şekil 4. 72 ile verilmiştir.



Şekil 4. 72. *Ö$_2$'in Açıyı "Kenar Olma Durumu: Yamuk" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüler*

İkinci görüşme protokolünün üçüncü sorusu sorulduğunda $Ö_5$ kendisine verilen raised-line materyalde açıdan söz edilebileceğini ifade ettikten sonra araştırmacının "*Neresi açı… Açı nerde?*" demesi üzerine "*Bunların hepsi kenarları… Kenarları*" diyerek şekil 4. 73'te ki gibi kenarların varlığını ifade etmiştir.



Şekil 4. 73. *$Ö_5$'in Açıyı "Kenar Olma Durumu: Kenarlar Eğri Olabilir" Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüler*

Sonuç olarak $Ö_5$'in çokgenler söz konusu olmadığında kenarların eğri olabileceğini düşündüğü söylenebilir.

4.1.2.2.1.8. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Kenar Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin çokgeni göz önüne aldıklarında ve geometrik şekillerin birleşimini göz önüne almalarıyla şekillenmiştir. Bu kategorinin ortaya çıkmasını sağlayan öğrencilerden $Ö_2$ ve $Ö_5$ çokgenleri göz önüne alırken, $Ö_5$ aynı zamanda çokgen olmayan geometrik şekilleri de göz önüne almıştır. $Ö_2$ ve $Ö_5$ çokgenlerden yamuğun ve tabanı olacak şekilde konumlandırılan üçgenin kenarlarını açı olarak tanımlarken, $Ö_5$ aynı zamanda kare ve dikdörtgenin kenarlarını açı olarak tanımlamıştır. Öte yandan, $Ö_5$ çokgen söz konusu değilken kenarların eğri ve nokta olabileceğini belirtmiştir.

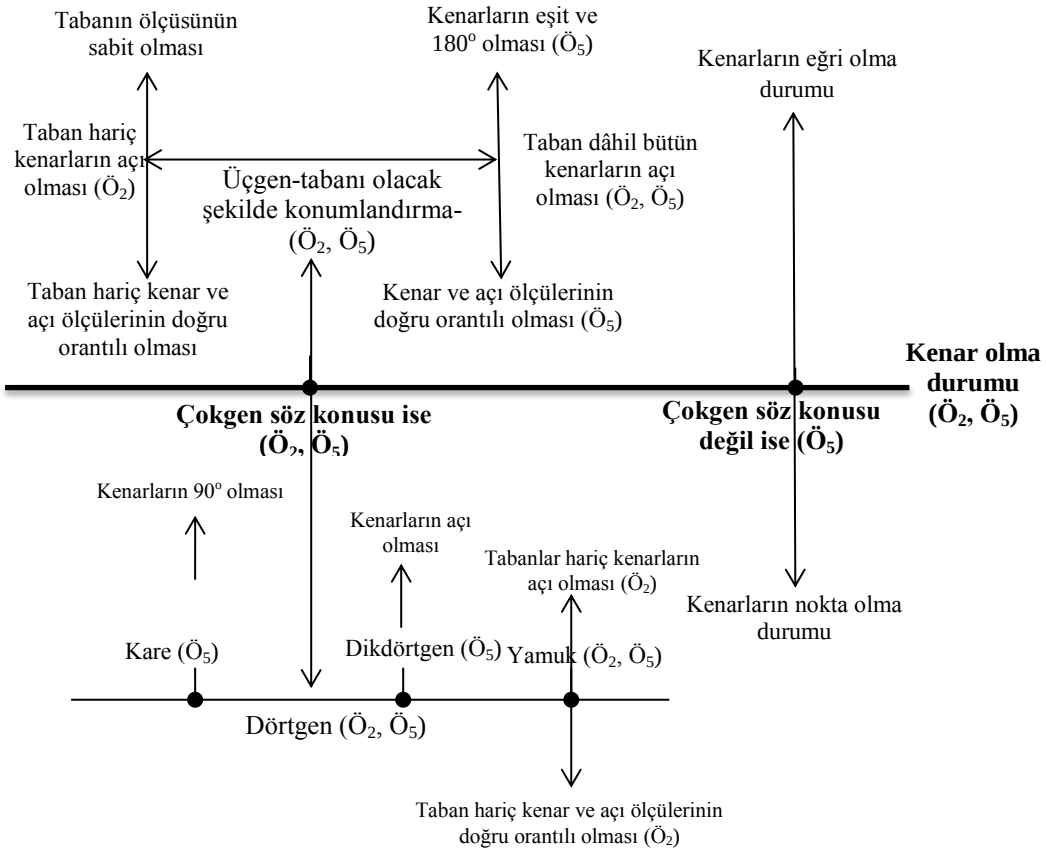
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*kenar olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 17'de özetlenmiştir.

Tablo 4. 17. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Kenar Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Kenar Olma Durumu**	
	Çokgen söz konusu ise	**Çokgen söz konusu değilse**
$Ö_2$	***Üçgen*** Üçgeni tabanı olacak şekilde konumlandırma (taban dâhil bütün kenarların açı olması) (taban hariç kenarların açı olması) -tabanın ölçüsünün sabit olması- -taban hariç kenar ve açı ölçülerinin doğru orantılı olması- ***Dörtgen*** Yamuk (tabanlar hariç kenarların açı olması) (taban hariç kenar ve açı ölçülerinin doğru orantılı olması)	
$Ö_5$	***Üçgen*** Üçgeni tabanı olacak şekilde konumlandırma (taban dâhil bütün kenarların açı olması) -kenarların eşit ve 180° olması- -kenar ve açı ölçülerinin doğru orantılı olması- ***Dörtgen*** Kare (kenarların 90° olması) Dikdörtgen (kenarların açı olması) Yamuk	***Kenarların eğri olma durumu*** ***Kenarların nokta olma durumu***

Not: Yukarıdaki tabloda gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca, $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_5$ te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*kenar olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 74'e yer verilecektir.



Şekil 4. 74. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenar Olma Durumu*

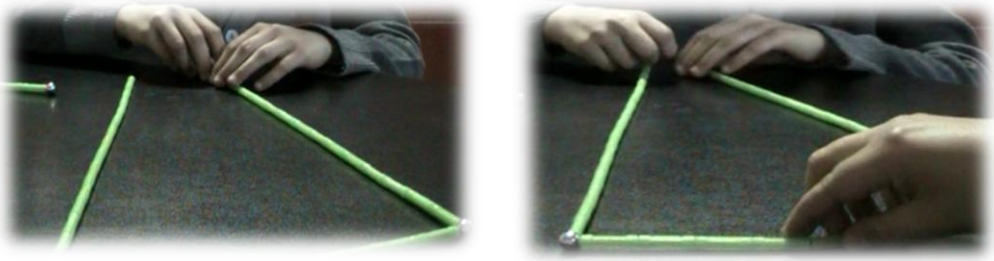
4.1.2.2.2. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Dolaylı Betimlemeleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 2. Görüşme protokolündeki "açı" ile ilgili kavram imajlarından olan **dolaylı betimleme**; *düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme, diğer geometrik şekiller olma durumu* olmak üzere 2 kategori altında incelenecektir.

4.1.2.2.2.1. Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme (2. Görüşme)

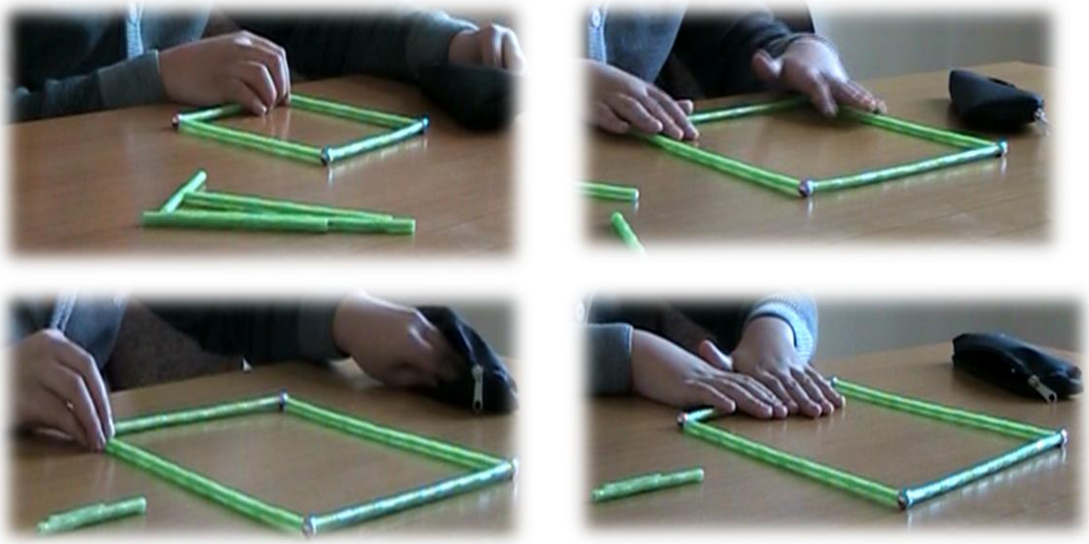
"*Ölçüsü 360°den büyük açı oluşturur musun?*" sorusunu Ö2 çeşitkenar üçgen oluşturarak cevaplamıştır. İkinci görüşme protokolünün ikinci sorusuna ait diğer şıklarda da üçgen [ikizkenar üçgen ve eşkenar üçgen] yapmayı tercih eden Ö2 bu soru için daha önce oluşturduğu [tabanı olacak şekilde konumlandırılan üçgende] şekilde

taban olmayan kenarların uzunluğunu arttırarak şekil 4. 75 ile gösterilen üçgenleri oluşturmuştur. Sonrasında "*Evet. Bu kesinlikle 360*[^{o}]'*tan büyük*" ifadesini kullanmıştır.



Şekil 4. 75. *$Ö_2$'in Açıyı Diğer Geometrik Şekiller Aracılığıyla Göstermesine Ait Görüntüler*

Ölçüsü 360° olan ve 360°den büyük olan açı oluşturması istenen $Ö_5$ öncelikle iç açı toplamlarını düşünerek kare, dikdörtgen ve ikizkenar yamuğu düşündüğünü ifade etmiş daha sonra da aşağıda şekil 4. 76 ile görüntüleri verilen şekilleri oluşturmuştur.



Şekil 4. 76. *$Ö_5$'in Açıyı Diğer Geometrik Şekiller Aracılığıyla Göstermesine Ait Görüntüler*

4.1.2.2.2.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açı kavramını düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla tanımlamaya çalıştıklarını göstermektedir. Sadece $Ö_2$ ve $Ö_5$'te ortaya çıkan bu dolaylı betimleme, katılımcı GE öğrencilerin üçgenleri ve dörtgenleri göz önüne almalarıyla ortaya çıkmıştır. Bu nedenle *üçgen aracılığıyla* ($Ö_2$, $Ö_5$) ve

dörtgen aracılığıyla ($Ö_2$, $Ö_5$) olacak şekilde iki boyutta ele alınmıştır. Buradan her iki öğrencinin de üçgenleri ve dörtgenleri açıyı tanımlamak için kullandıkları görülmektedir. *Üçgen aracılığıyla* kategorisinde $Ö_2$ ikizkenar ve çeşitkenar üçgenden, $Ö_5$ ise sadece eşkenar üçgenden bahsetmiştir. Diğer taraftan *dörtgen aracılığıyla* kategorisinde hem $Ö_2$ hem de $Ö_5$ kare ve -ikizkenar-yamuk kavramlarından faydalanmışlardır. Sadece $Ö_5$ dikdörtgen kavramından yararlanmıştır.

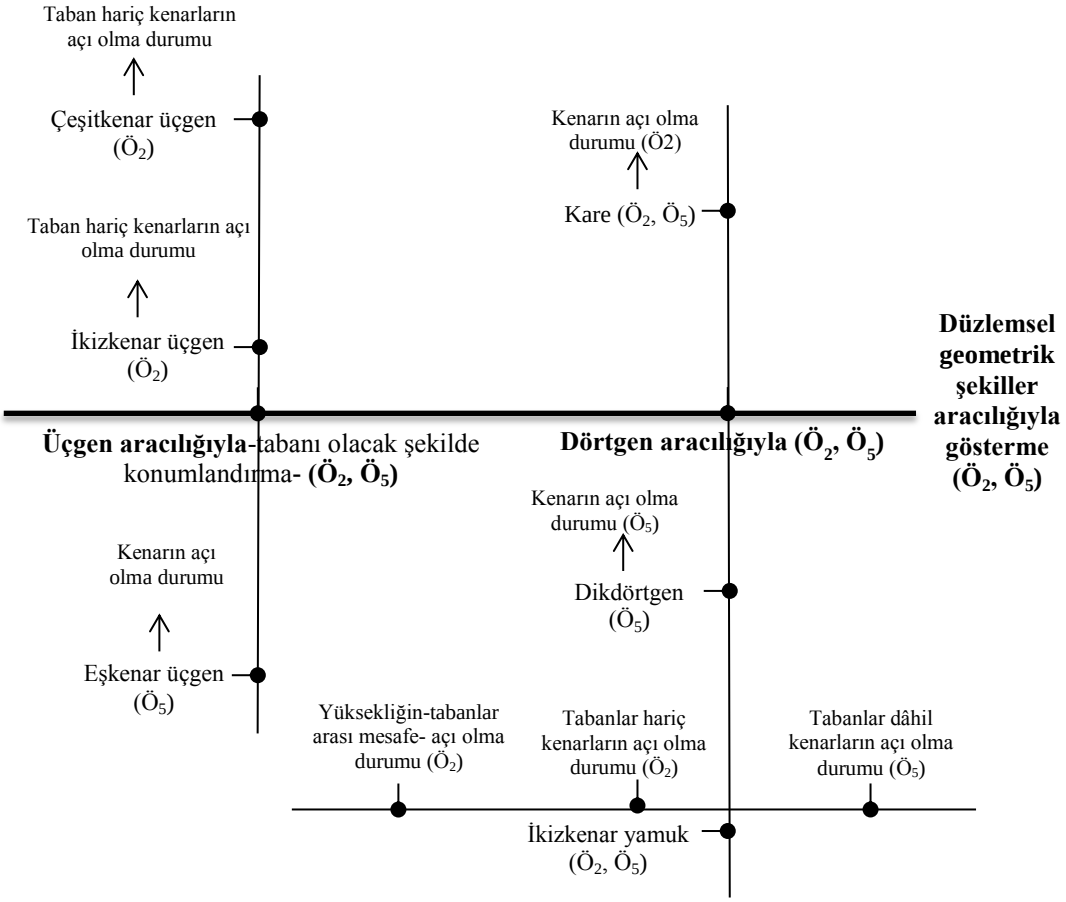
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 18'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 18. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme**	
	Üçgen aracılığıyla Üçgeni tabanı olacak şekilde konumlandırma	***Dörtgen aracılığıyla***
$Ö_2$	***İkizkenar üçgen*** Taban hariç kenarların açı olma durumu ***Çeşitkenar üçgen*** Taban hariç kenarların açı olma durumu	***Kare*** Kenarın açı olma durumu ***İkizkenar yamuk*** Tabanlar hariç kenarların açı olma durumu Yüksekliğin-tabanlar arası mesafe- açı olma durumu
$Ö_5$	***Eşkenar üçgen*** Kenarın açı olma durumu	***Kare*** ***Dikdörtgen*** Kenarın açı olma durumu ***İkizkenar yamuk*** Tabanlar dâhil kenarların açı olma durumu

Not: $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_4$'te bu kategoriye ait kişisel betimlemeyi kullanmadıkları görülmüştür.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme*" kategorisine ait eksensel olarak kodlaması şekil 4. 77'da yer verilecektir.



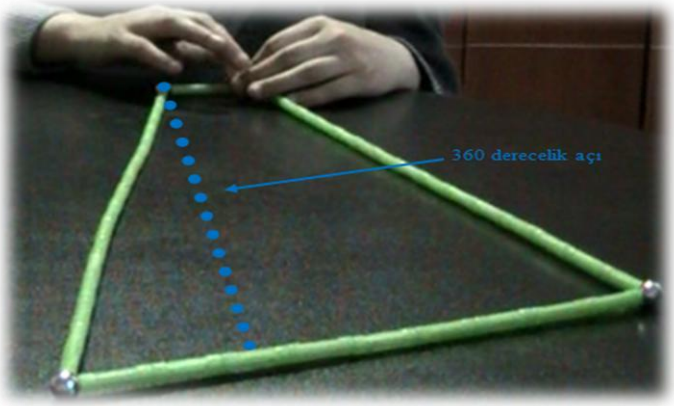
Şekil 4. 77. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme*

4.1.2.2.2.3. Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu (2. Görüşme)

Kendisinden 360° ölçüye sahip bir açı oluşturması istenen $Ö_2$ bir önceki yaptığı şekli bozarak ve "*Tamam… Hocam genellikle benim bildiğim 360° olanlar zaten kare*" diyerek karenin bir açı olduğunu ifade etmiştir. Ardından "*Benim bildiğime göre dikdörtgen falan oluyor*" açıklamasını da ilave etmiştir. Buradan $Ö_2$'nin karenin ve dikdörtgenin iç açılar toplamının 360° olması ile 360° ölçüye sahip olan açıyı karıştırmış olabileceği düşünülmüştür. Benzer şekilde de $Ö_5$'te iç açılar toplamını öne sürerek karenin ve dikdörtgenin birer açı olduğunu savunmuştur. Sonuç olarak $Ö_2$ ve $Ö_5$ açının, kare ve dikdörtgen olmasına yönelik bir anlayışa sahiptirler. Böylece bu

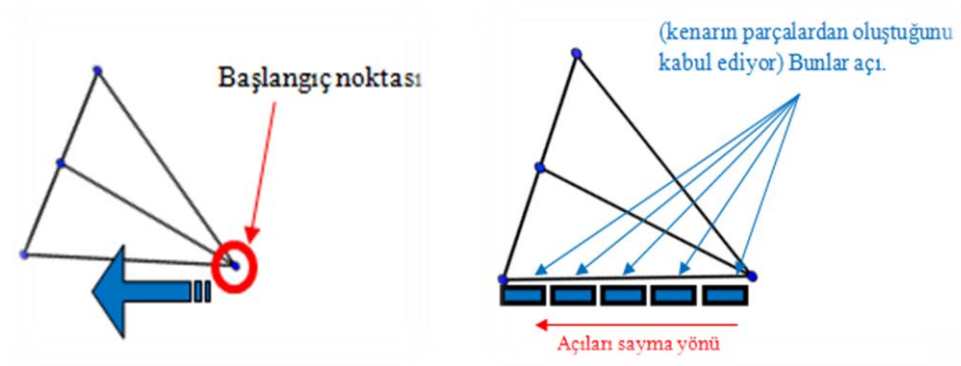
öğrencilerin açıyı birer geometrik şekil olarak gördükleri yorumu yapılırsa –çokta-yanlış olmaz.

360°den büyük açı oluşturmak için ikizkenar yamuktan faydalanan Ö$_2$ [taban olmayan] kenarların açı olduğunu ifade edince araştırmacının Ö$_2$'ye [Ö$_2$'ye yakın olan tabanı işaret ederek] "*Peki, senden taraf da olan, küçük kenar ne oluyor?*" sorusuna "*Taban*" cevabını vermiştir. Daha sonra bir eliyle bir tabanı diğer eliyle ikinci tabanı göstererek "*Hah bura ve bura arasındaki mesafe de açı hocam"* diyerek ikizkenara ait yüksekliğin [yani doğru parçasının] bir açı olduğunu belirtmiştir. Aşağıda Ö$_2$'nin oluşturduğu bu ikizkenar yamuk şekil 4. 78 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 78. *Ö$_2$'nin Açının Doğru Parçası Olması Tanımına Ait Görüntü*

İkinci görüşme protokolünün ilk sorusuna ait raised-line materyal Ö$_4$'e verildiğinde Ö$_4$'ün şekli hissetmekte zorlanması ihtimaline karşın araştırmacı [katılımcının parmağı ile şekil tanıtılmaya çalışılıyor] şekli öğrenciye tanıtmıştır. Daha sonra şekli iyice tanıyana kadar incelemesi için kendisine vakit tanınan Ö$_4$ şekli negatif yönde incelemiştir. Şekilde kaç açı olduğu sorulması üzerine Ö$_4$ raised-line şekli tekrar negatif yönde incelemiş ancak daha sonra şeklin sadece bir kenarına odaklanarak *"Iıı 1…*[içinden sayıyor/düşünüyor] *5 tane gibi*" cevabını vermiştir. "*Neye dikkat ediyorsun? Hani nereler açı? Bir gösterir misin?*" sorusunu soran araştırmacıya üç doğru parçasının birleştiği köşeyi göstererek "*Şurayı açı diye düşündüm ama*" diyerek başlangıç noktası olarak belirlediği köşeden itibaren bir kenar üzerinde 5 açı olduğunu ifade etmiştir. Bu duruma ilişkin görüntüler Şekil 4. 79 ile gösterilmiştir.



Şekil 4. 79. *Ö$_4$'ün Açının Doğru Parçası Olması Durumu Olarak Tanımlamasına Ait Görüntüler*

"*Hmm!! Sadece o doğru parçası üzerinden mi gittin?*" sorusunu soran araştırmacıya "Evet" cevabını veren Ö$_4$ neden öyle yaptığına ise "*Bilmem… Yani açıyı belirlenmiştir gibi düşündüm burasıdır gib*i [şekil üzerinde o kenarı gösteriyor]" açıklamasını yapmıştır. Soru sorulmadan önce şekli tanıdığını ifade eden hatta negatif yönde defalarca şekli incelemeyen Ö$_4$'ün açıyı bu şekilde ifade etmesi için, açıyı doğru parçası olarak gördüğü yorumu yapılabilir.

4.1.2.2.2.4. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride katılımcı GE öğrenciler (Ö$_2$, Ö$_4$, Ö$_5$) açıyı 3 farklı geometrik şekli açı olarak yorumladığı için 3 boyutta ele alınmıştır. *Doğru parçası olma durumu* Ö$_2$ ve Ö$_4$ tarafından ele alınırken, *kare olma durumu* ve *dikdörtgen olma durumu* Ö$_2$ ve Ö$_5$ tarafından belirtilmiştir. Doğru parçası olma durumu, Ö$_2$ ve Ö$_4$ tarafından geometrik şekillerin bileşimi söz konusu olduğunda ve Ö$_2$ tarafından çokgenler söz konusu olduğunda farklı durumlarda ele alınmıştır. Çokgen söz konusu olduğunda açı olarak tanımlanan bu doğru parçası, o çokgene ait yükseklik olmuştur. Öte yandan geometrik şekillerin bileşimi söz konusu olduğunda ise, Ö$_2$ ve Ö$_4$ doğru parçalarının ortak bir noktada birleşimini göz önüne alırken, Ö$_4$ çokgenlerin birleşimi olan geometrik şekli göz önünde bulundurmuştur. Doğru parçalarının ortak bir noktada birleşim durumunda Ö$_2$, doğru parçalarının her biri eşit ve 180° ölçüde olduğunu; çokgenlerin birleşimi olan bir geometrik şeklin varlığında ise Ö$_4$ doğru parçasının kenar olduğunu savunmuştur. Öte yandan *kare olma durumu*nda hem Ö$_2$ hem de Ö$_5$, karenin 360° ölçüye sahip bir açı

olduğunu belirtmişlerdir. *Dikdörtgen olma durumu*nda ise $Ö_2$ dikdörtgenin 360° ölçüye sahip bir açı olduğunu savunurken, $Ö_5$ ise dikdörtgenin hem 360° ölçüye hem de 360° den büyük ölçüye sahip bir açı olduğuna değinmiştir.

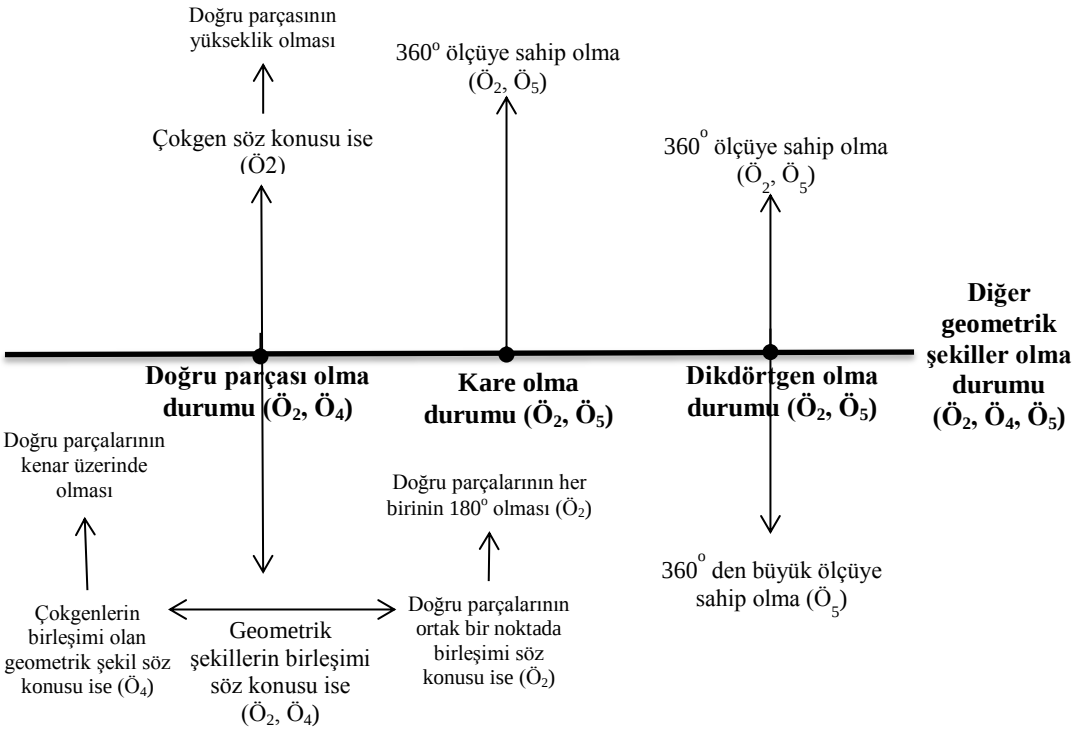
Katılımcı GE öğrencilerin açının "*diğer geometrik şekiller olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 19'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 19. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori / Öğrenci	**Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu**		
	Doğru parçası olma durumu	***Kare olma durumu***	***Dikdörtgen olma durumu***
$Ö_2$	***Çokgen söz konusu ise*** Doğru parçasının yükseklik olması ***Geometrik şekillerin birleşimi söz konusu ise*** Doğru parçalarının ortak bir noktada birleşimi söz konusu ise (doğru parçalarının her biri eşit ve 180° olması)	***360° ölçüye sahip olma***	***360° ölçüye sahip olma***
$Ö_4$	***Geometrik şekillerin birleşimi söz konusu ise*** Çokgenlerin birleşimi olan geometrik şekil söz konusu ise Doğru parçalarının kenar üzerinde olması		
$Ö_5$		***360° ölçüye sahip olma***	***360° ölçüye sahip olma*** ***360° den büyük ölçüye sahip olma***

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Ayrıca, $Ö_1$ ve $Ö_3$'te bu kategoriye ait dolaylı betimlemeleri kullanmamışlardır.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlaması şekil 4. 80'de yer verilecektir.



Şekil 4. 80. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Diğer Geometrik Şekiller Olma Durumu*

4.1.2.2.3. GE Öğrencilerin Açı Kavramına Ait Sahip Oldukları Kavram Özellikleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 2. Görüşme protokolündeki "açı" ile ilgili kavram imajlarından olan kavram özellikleri *açı çeşidine karar verme* olmak üzere tek kategori altında incelenecektir.

4.1.2.2.3.1. Açı çeşidine karar verme (2. Görüşme)

Ö3 "*180o den büyük açı oluşturur musun?*" problemi için önce "*180o den büyüktü demi?*" sorusunu sormuş ve mıknatıslı materyallerle açı oluşturmaya başlamıştır. Araştırmacının düşündüğünü sesli anlatmasını istemesi üzerine Ö3 "*Tamam 180o den büyük olduğu için geniş açı oluyor*" açıklamasını yapmıştır. Öte yandan Ö4 ise, aynı soru sorulduğunda " [düşünüyor] *Nasıl oluşturabilirim bilmiyorum ki…*" diyerek şekil

oluşturmada zorlandığını belirtmiştir ve ardından "*Belki top kullanmadan oluşturmaya çalışıyım*" diyerek sadece mıknatıslı çubuklarla açı oluşturmaya çalışmıştır. Ancak bu şekilde mıknatıslı çubuklar birbirini çekip doğru parçası halini alınca "*Bunlar bir açı oluşturabilirsem! ... Iıı…*[uzun bir sessizlik] *Ölçüsü 180°den büyük bir açı Yani geniş açı… değil…*" ifadelerini kullanmıştır.

Sonuç olarak $Ö_3$'ün ve $Ö_4$'ün geniş açı kavramı için birbirine zıt ifadeler kullandıkları görülmüş; $Ö_3$ 180° den büyük açıları geniş açı olarak yorumlarken $Ö_4$ 180° den büyük açıların geniş açı olamayacağını belirtmiştir. Ayrıca $Ö_4$'ün hangi aralıkta ölçüye sahip olan açıların geniş açı olabileceğine dair bir açıklama yapmaktan kaçındığı da görülmüştür.

4.1.2.2.3.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin açı çeşitlerini nasıl belirlediklerini ifade etmektedir. $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ bu kategorinin ortaya çıkmasını sağlayan öğrenciler olmuştur. Açıyı $Ö_1$ *ışın aracılığıyla* tanımlarken $Ö_3$ ve $Ö_4$ *doğru parçası aracılığıyla* tanımlamıştır. Işın aracılığıyla oluşturulan açının çeşidine karar vermek için ışınlar arasında kalan alan (tam açı) ve ışınların birbirine olan konumu (kollar dik ise: dik açı, kollar doğrusal ise: doğru açı) GE öğrenciler tarafından dikkate alınmıştır. Doğru parçası aracılığıyla oluşturulan açının çeşidine karar vermek için ise; $Ö_3$ ve $Ö_4$ doğru parçaları arasında kalan alana (alan geniş ise: geniş açı; tam açı) dikkat ederken, sadece $Ö_4$ doğru parçalarının birbirine olan konumuna (kollar doğrusal ise: doğru açı) değinmiştir.

Katılımcı GE öğrencilerin açının "açı çeşidine karar verme" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 20'de özetlenmiştir.

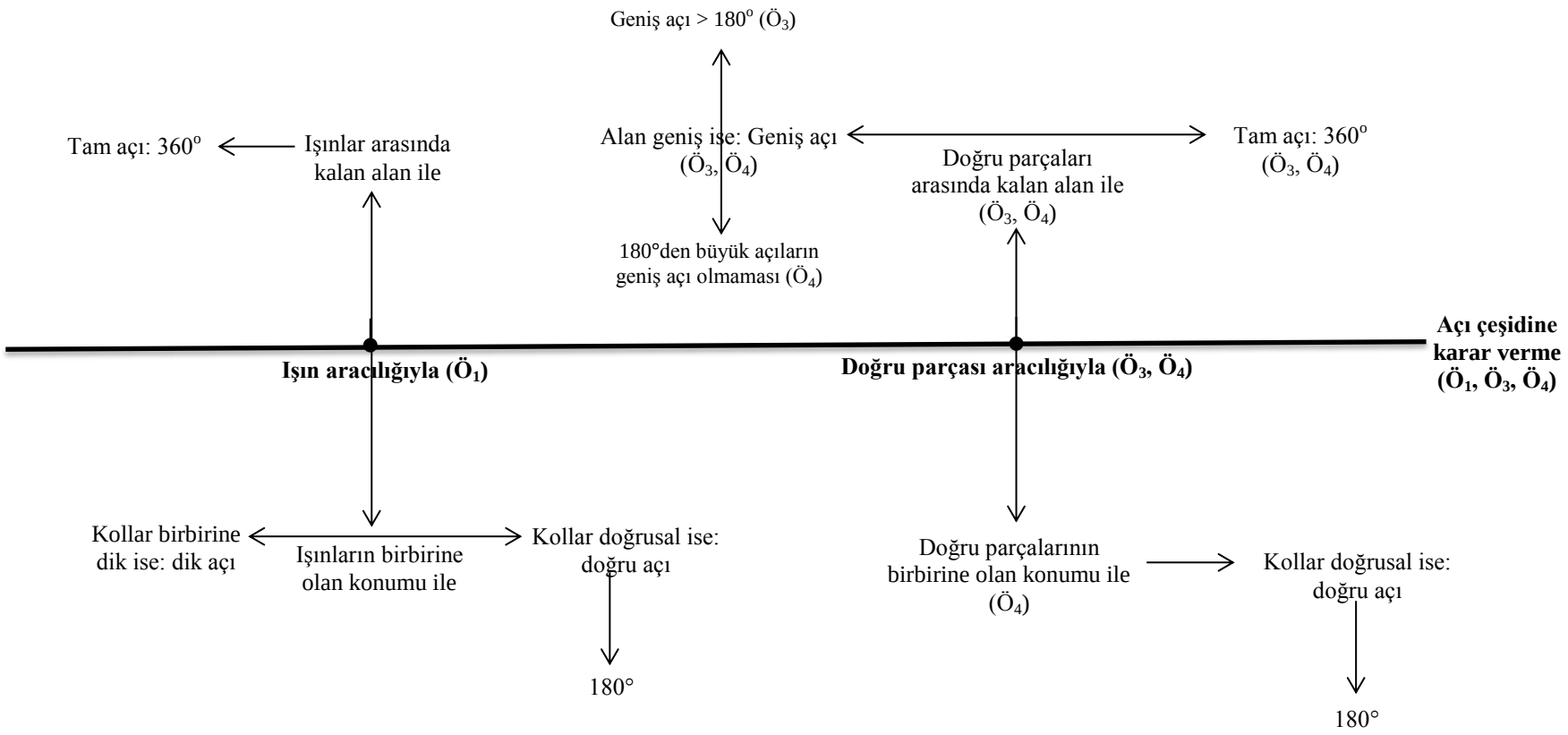
Tablo 4. 20. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Açı Kavramına Yönelik "Açı Çeşidine Karar Verme" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Açı Çeşidine Karar Verme**	
	Işın aracılığıyla	***Doğru parçası aracılığıyla***
	Işınlar arasında kalan alan ile Tam açı (360°)	

$Ö_1$	***Işınların birbirine olan konumu ile*** Kollar birbirine dik ise: dik açı Kollar doğrusal ise: doğru açı (180°)	
$Ö_3$		***Doğru parçaları arasında kalan alan ile*** Alan geniş ise: geniş açı (geniş açı > 180°) Tam açı
$Ö_4$		***Doğru parçaları arasında kalan alan ile*** Alan geniş ise: geniş açı (180°den büyük açıların geniş açı olmaması) Tam açı (360°) ***Doğru parçalarının birbirine olan konumu ile*** Kollar doğrusal ise: doğru açı (180°)

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. $Ö_2$ ve $Ö_5$'te bu kategoriye ait kavram özellikleri görülmemiştir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "açı" kavramına yönelik ortaya çıkan, açının "*açı çeşidine karar verme*" kategorisine ait eksensel olarak kodlandığı şekil 4. 81'e yer verilecektir.



Şekil 4. 81. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Açı" ile İlgili Dolaylı* Betimlemelerinin *Eksensel Olarak Kodlanması: Açı Çeşidine Karar Verme*

4.2. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramı ile ilgili Anlayışları

Katılımcı GE öğrencilere "üçgen" ile ilgili birinci ve ikinci görüşme protokollerinde üçer tane soru sorulmuştur. Bu sorular aracılığıyla elde edilen bulguların sunumunda üçgen kavramına ait giriş bölümünde yer alan üçgen kavram tanımları göz önüne alınmıştır.

4.2.1. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramı ile ilgili Anlayışlarına Ait Kategoriler ve İçerikleri

Bu bölümde katılımcı GE öğrencilerin üçgen kavramı ile ilgili anlayışlarına ait kavram imajları kategorileri hakkında bilgilere yer verilecektir. GE öğrencilerin üçgen kavramına ait kavram imajları, **kişisel betimlemeler** ve **kavram özellikleri** olmak üzere iki ana kategori altında incelenmiştir.

Kişisel betimlemeler; *kenarları olma durumu, açıları olma durumu, köşeleri olma durumu* olmak üzere iki kategoride incelenmiştir.

Kenarları olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin üçgeni kenarları olan bir şekil olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori, öğrenciler tarafından kenarların farklı niteliklere sahip olduğu durumlarda, kenar sayısının farklı olduğu durumlarda ve kenarların birleşip birleşmediği durumlarının incelenmesi sebebiyle üç boyutta ele alınmıştır. Bu boyutlar *kenarların farklı niteliklerde olma durumu, kenarların farklı sayılarda olma durumu, kenarların birleşme durumu*dur. *Kenarların farklı niteliklerde olma durumu* boyutu; kenarların doğru parçası olması ve kenarların doğru olması olmak üzere iki alt boyutta incelenmiştir. *Kenarların farklı sayılarda olma durumu* boyutu 3 kenar olması (üçgenin tabanının olması, üçgenin tabanının olmaması) ve 2 kenar olması (üçgen oluşturmada zorlanma, deltoid oluşturma) olmak üzere iki alt boyutta incelenmiştir. Üçgenin tabanının olması, öğrencilerin üçgenleri oluşturma sürecince tabanı olacak şekilde şekli konumlandırmaları veya böyle bir fikri savunmaları ile ilişkilidir. Üçgenin tabanı olması durumunda, öğrencilerin üçgeni kenarlarına göre isimlendirdikleri belirlenmiştir. Bu isimlendirmeler kenar ölçülerine göre isimlendirme (üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen, iki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen, üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen), kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme (dik üçgen), kenarlar arasında kalan alan göre isimlendirme (uzun üçgen)

olarak ortaya çıkmıştır. Öte yandan üçgenin tabanının olmaması ise, öğrencilerin üçgenleri oluşturma sürecinde şeklin tabanının olmadığı durumlarda da üçgen olmasını savunduklarını göstermektedir. Üçgenin tabanı olmaması durumunda, öğrencilerin üçgeni kenarlarına göre isimlendirdikleri belirlenmiştir. Bu isimlendirmeler kenar ölçüleri eşitliğine göre isimlendirme (üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen, iki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen, üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen), kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme (dik üçgen) olarak ortaya çıkmıştır. *Kenarların birleşme durumu* boyutu, kenarların uç noktalarında birleşim (kenarların negatif yönde yerleşimi, kenarların pozitif yönde yerleşimi) ve yan yana birleşim/kenarların uç noktalarda birleşmemesi durumlarında incelenmişlerdir.

Açıları olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin üçgeni açıları olan bir şekil olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori öğrencilerin üçgeninin dış açıları ve iç açılarından bahsetmeleriyle şekillenmiştir. Dolayısıyla üçgenin dış açılarının olması (üçgenin dışında olan açı, üçgenin bir açısını 180^oye tamamlayan açı) ve iç açılarının olması (iç açılar ölçüleri toplamının farklı olma durumu, açıların farklı niteliklerde olma durumu, üçgeni açılarına göre isimlendirme, açı sayısı kadar kenar olması) alt boyutları ele alınmıştır. Üçgenin iç açı ölçüleri toplamından bahseden GE öğrenciler bu ölçülerin farklı değerler olduğunu (sabit: 180°, üçgen çeşidine göre değişme) belirtmişlerdir. Açıların farklı niteliklerde olma durumu, iki kenarın ortak bir noktada birleşimi (kenarlar arasındaki kalan alan göre açı çeşidini belirleme, kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme), kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu (aralığın nokta olma durumu/köşe), kenar olma durumu, dönme olma durumu, üçgenin kendisinin açı olma durumu olmak üzere 5 durumda incelenmiştir. Açılarına göre isimlendirme, açı ölçülerinin eşitliğine göre (üç açı ölçüsü de farklı ise: çeşitkenar üçgen, iki açının ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen, üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar), açı çeşidine göre (geniş açı varsa: geniş açılı üçgen, dik açı varsa: dik açılı üçgen) olmak üzere iki durumda ele alınmıştır.

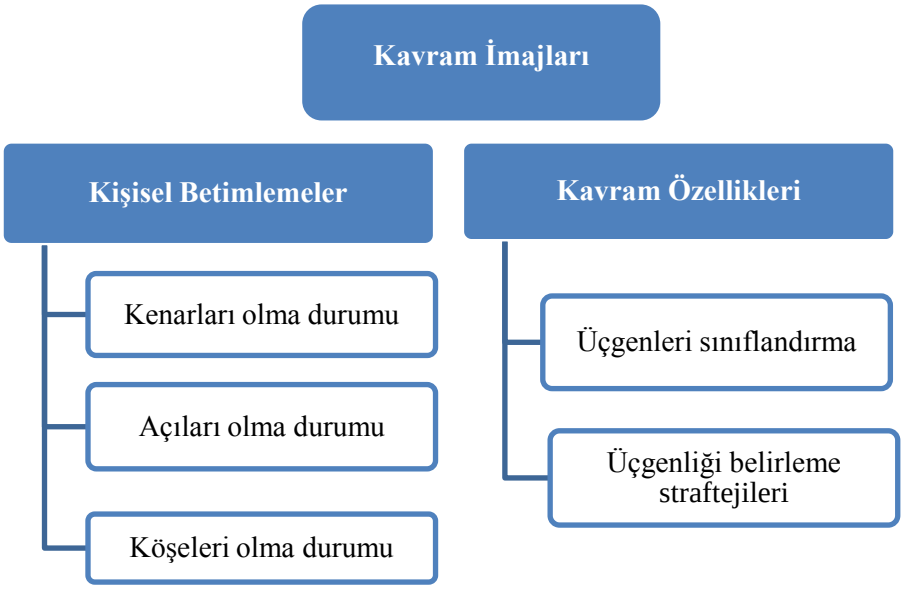
Köşeleri olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin üçgeni köşeleri olan bir şekil olarak tanımladıklarını göstermektedir.

Katılımcı GE öğrencilerin "üçgen" kavram imajlarından -ikinci ana kategori- **kavram özellikleri**; *üçgenleri sınıflandırma* ve *üçgenliği belirleme stratejileri* olmak üzere iki kategoride incelenmiştir.

Üçgenleri sınıflandırma, katılımcı GE öğrencilerin üçgenleri hangi kriterlere göre sınıflandırdıklarını temsil etmek için bu şekilde adlandırılmıştır. Bu kategori, kenarlarına göre sınıflandırma (kenar uzunluklarına göre, kenarların konumuna göre), açılarına göre sınıflandırma (açıların eşitliğine göre, açı çeşidine göre) ve köşelerine göre sınıflandırma (ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen, eşkenar üçgen, dik üçgeni köşegen üçgen) olmak üzere boyutta ortaya çıkmıştır. Açıların eşitliğine göre sınıflandırma açının kenar olarak kabul edilmesi ve kabul edilmemesi olmak üzere iki durumda ortaya çıkmıştır. Böylece eğer açı kenar olarak kabul edilmiyorsa, bütün açı ölçüleri eşit iken eşkenar üçgen, iki açının ölçüsü eşit iken ikizkenar üçgen, üç açı ölçüsü de farklı iken çeşitkenar üçgen durumları ortaya çıkmıştır. Eğer açı kenar olarak kabul ediliyorsa, iki açısı uzun iken uzun üçgen, üç açısı eşit ölçüde iken eşkenar üçgen durumları incelenmiştir.

Üçgenliği belirleme stratejileri, katılımcı GE öğrencilerin üçgen oluştururken veya kendilerine verilen kabartma şekillerde üçgeni belirlerken gösterdikleri davranışları temsil etmektedir. Bu kategori şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme (tek yönde, zıt yönde) ve şekli tek yönde inceleme (pozitif yönde inceleme, negatif yönde inceleme) olmak üzere iki boyutta incelenmiştir.

Yukarıda ifade edilen kategoriler ve birbirlerine göre durumlarına bütüncül resmi şekil 4. 82 ile gösterilmiştir.



Şekil 4. 82. *GE Öğrencilerin Görüşme Protokollerinden Elde Edilen Üçgen Kavram İmajları*

4.2.2. "Üçgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular

Katılımcı GE öğrencilere, "üçgen" ile ilgili üç tane soru sorulmuştur. Sorular öğrencilerin bu kavrama ait kavram tanımı ve kavram imajı anlayışlarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır.

Tablo 4. 21. *GE Öğrenciler ile Gerçekleştirilen Birinci Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Ait Sorular*

Protokol/Sıra	Sorunun İfadesi
1.Protokol/4. Soru	3 adet üçgen oluşturunuz. Bu şekilleri üçgen yapan hangi özellikleridir?
1.Protokol/5. Soru	Bilmeyen birine üçgen kavramını ve özelliklerini nasıl anlatırsınız?
1. Protokol/ 6. Soru	Üçgenler hangi kriterlere göre sınıflandırılabilir? Neden?

4.2.2.1. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (1. Görüşme)

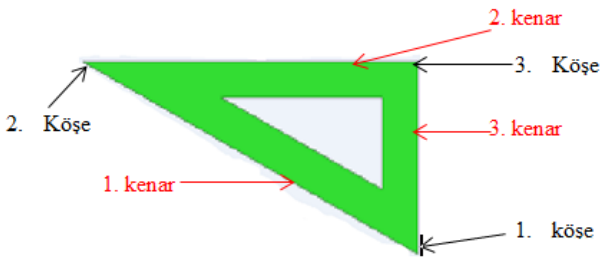
Bu bölümde; GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 21'deki sorular sorulduğunda üçgen kavramı ile ilgili ifade ettikleri formal tanımlara yer verilecektir.

Birinci görüşme protokolüne ait dördüncü soru [2. üçgeni oluştururken] sorulduğunda; $Ö_2$, çeşitkenar üçgen yapmayı tercih etmiş ve uzunlukları birbirinden farklı olan üç doğru parçasının negatif yönde yerleşimiyle –kenarların uç noktalarını mıknatıslı top ile birleştirerek- üçgen oluşturmuştur. Araştırmacının "*bu oluşturduğunu üçgen yapan özellikleri nedir?*" sorusuna $Ö_2$ "*çünkü abla farklı kenarları farkındaysan eğer burası buraya* [iki kenarı gösteriyor] *eşit değil*" diyerek çeşitkenar üçgene ait özellikleri ifade etmiştir. Ardından araştırmacı "*bunu üçgen yapan, şeyler ne özellikleri ne? Neden üçgen?*" diyerek $Ö_2$'nin üçgen kavramına ait anlayışını ortaya çıkarmayı düşünmüştür. Bunun üzerine $Ö_2$ "*2 kenarın farklı olmaları,* [düşünüyor] *daha sonra* [düşünüyor] *Diğerin de* [ilk oluşturduğu üçgeni kastediyor] *söylediğim gibi 3 kenarı olması. Aynı zaman da 3 köşesi olması*" diyerek üçgenin 3 kenarının ve 3 köşesinin varlığından bahsetmiştir. Bu ifadesi ile –her ne kadar açık bir şekilde dile getirmese de- yukarıda göz önünde bulundurulan **üçgen tanımı 1** ve **2**'ye uygun [köşeler ile doğru

parçalarının uç noktalarında birleşimini kastettiği düşünülmüştür] –ama eksik- formal kavram tanımını kullandığı söylenebilir. Ek olarak yukarıdaki ifadeler göz önünde bulundurulursa $Ö_2$'nin önce kavram imajına daha sonra formal kavram tanımına yönlendiği görülmüştür. Öte yandan ek görüşmelerde $Ö_2$'ye önceki anlaşılmayan ifadeleri hatırlatılarak ne demek istediği sorulmuştur. "*Üçgen oluşturmanı istediğimde sen üçgenin iç bölgesini göstererek 180° olduğunu belirtmişsin. Daha sonra üçgenin her açısının birbirine eşit olması gerektiğini belirtmişsin... Üçgenin bir açısının ölçüsünü sorduğumda 45*[^{o}] *olduğunu söylemişsin.*" ifadesine karşılık önce üçgenin iç açılar toplamı hakkında bilgiler verip daha sonra "*çok mantıksız söylemişim, çünkü üçgen bir çokgendir*" şeklinde bir ifadeyi eklemiştir. Böylece $Ö_2$'nin **üçgen tanımı 1**'i [3 kenarlı olduğunu söylemediği için] eksik bir şekilde kullandığı söylenebilir. Sonuç olarak $Ö_2$'nin hem birinci hem de ek görüşmeler de önce kavram imajına daha sonra kavram tanımına yönlendiği söylenebilir.

Üçgen oluşturması [1. görüşme 4. soru] istenen $Ö_3$ üçgenin kenarlarının doğru parçası olduğunu ve bunlardan birisinin taban olduğunu belirtmiştir. Sonra kenarları -pozitif yönde yerleştirerek- uç noktalarında birleşeceğini "*Şunlar* [kenarları gösteriyor] *birleşicek burda*" sözleriyle dile getirmiştir. Ayrıca, "*Bilmeyen birine üçgen kavramını nasıl anlatırsın?* [1.görüşme 5. soru]" sorusuna cevap olarak "*üç açısı olduğunu söylerim*" diyerek önce kavram imajını ifade etmiş ancak daha sonra "*Doğru parçalarını eem birleştirdiğimiz de hani birinin dik. Bu şekilde yatay şekilde* [üçgenin tabanı olacak şekilde] *diğerinin böyle üsten gelip ortada birleşmesi şeklin de bir şekil olduğunu anlatırım*" şeklinde ifadesi ile doğru parçalarının birleşimi ile oluştuğunu söylemiştir. Bu haliyle $Ö_3$'ün cevaplarıyla önce kavram imajına daha sonra –eksik te olsa- formal kavram tanımına sonra tekrar kavram imajına geçiş yaptığı söylenebilir.

$Ö_4$ "*Bilmeyen birine üçgen kavramını nasıl anlatırsın?* [1.görüşme 5. soru]" sorusuna, üçgen şeklinde bir nesne göstereceğini ve üçgen şekline sahip bir nesne üzerinden anlatacağını "*Bir üçgen tabak veririm şu, şu kenarı bu kenarı, köşesi falan. O şekilde anlatırım*" sözleriyle dile ifade etmiştir. Daha sonra araştırmacının $Ö_4$'ten gönye üzerinden üçgeni anlatmasını istemesiyle aşağıda yer alan şekildeki gibi bir anlatım gerçekleşmiştir:



Şekil 4. 83. *Ö$_4$'ün Birinci Görüşme Sorularını Cevaplarken Üçgen Kavramı için Yaptığı Açıklama*

Böylece Ö$_4$'ün üçgenin kenarlara ve köşelere sahip olduğunu belirtmiştir. Ek görüşmelerde ise birinci görüşmede kenarların yanyana birleşimi ile üçgen oluşturduğu Ö$_4$'e hatırlatılmış ve ne demek istediğini açıklaması istenmiştir. Ö$_4$ "*üçgen olması için kapalı* [düşünüyor] *çokgenler kapalı şekillerdir diye hatırlıyorum*" diyerek kenarların birleşimine ve üçgenin bir çokgen olduğuna dikkat çekmiştir. Sonuç olarak Ö$_4$'ün formal üçgen tanımlarını eksik kullandığı görülmüştür. Ek olarak Ö$_4$'ün farklı zamanlarda gerçekleşen birinci ve ek görüşmede farklı formal kavram tanımlarını kullandığı ve öncelikle formal kavram tanımına öncelik verdiği söylenebilir. sonuç olarak; Ö$_2$, Ö$_3$ ve Ö$_4$'ün üçgen kavramına ait –eksik- formal tanımı kullandıkları görülmüştür.

4.2.2.2. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (1. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, üçgen kavramı ile ilgili tablo 4. 21'daki sorular sorulduğunda üçgen kavramı ile ilgili kullandıkları kavram tanımlarının ardından, şimdi de kavram imajlarına yer verilecektir. GE öğrencilerin üçgen kavramına ait kavram imajları, kişisel betimlemeler ve kavram özellikleri olmak üzere iki başlık altında incelenecektir.

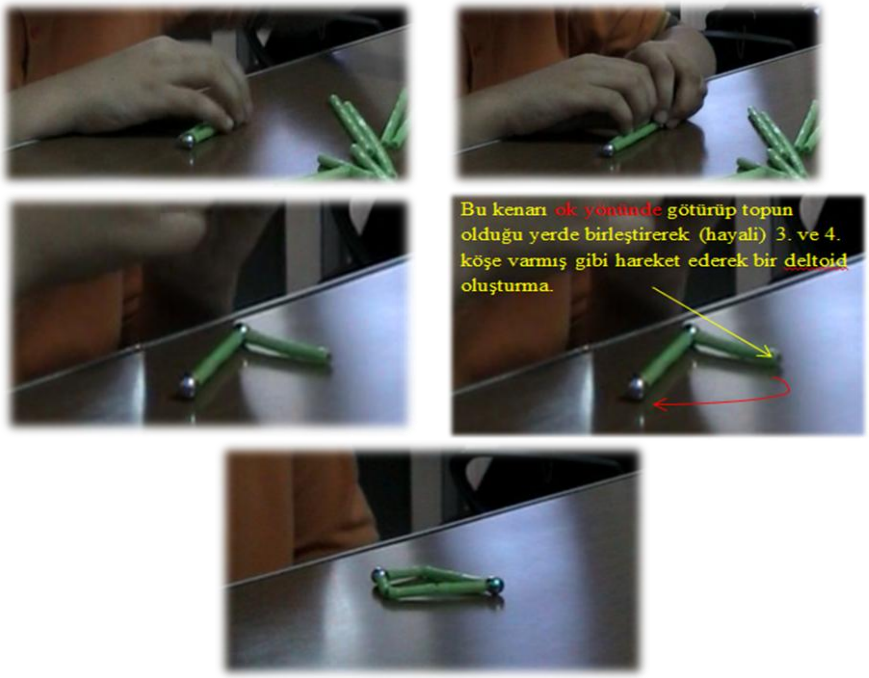
4.2.2.2.1. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kişisel Betimlemeleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. görüşme protokolündeki "üçgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kişisel betimlemeleri; *kenarları olma durumu, açıları olma durumu, köşeleri olma durumu* olmak üzere 3 kategori altında incelenecektir.

4.2.2.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (1. Görüşme)

Üçgen oluşturması istenen [1.görüşme 4.soru] $Ö_3$ üçgenin kenarlarını pozitif yönde yerleştirirken "*şurdan şöyle geliyor ıı sonra burdan* [düşünüyor] *Aşağıya doğru inen bir* [doğru] *parçası olucak*" ifadelerini kullanmıştır. Böylece $Ö_3$ kenarların birer doğru parçası olduğunu belirtmiştir. Diğer taraftan aynı soru için $Ö_3$'ün bir başka ifadesi "*Evet açıların birleşmesi, doğruların* [kenarları gösteriyor] *birleşmesi gerekiyor*" olmuştur. Böylece $Ö_3$'ün üçgenin kenarlarının doğru ve doğru parçası olmak üzere iki farklı niteliği olabileceğini savunduğu ve çoklu bir anlayışa sahip olduğu görülmüştür. Öte yandan; üçgenin kenarlarının doğru parçası olduğunu $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$'ten $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_5$ bu ifadelerini görüşmeler sonrasında [kayıt dışı] belirtmiştir.

Bütün öğrenciler kenar sayısının üç olması gerektiğini ifade ederken $Ö_5$ iki doğru parçası ile üçgen oluşturmaya çalışmıştır. Birinci görüşme protokolünün dördüncü sorusunda üçgen oluşturması istenen $Ö_5$ kenar uzunluklarının eşit olmasına dikkat ederek ve kenarları negatif yönde yerleştirerek iki kenar ile üçgen oluşturmaya çalışmıştır. Bu süreçte üçgen oluşturmakta çok zorlanan $Ö_5$ "*hım… da ben bunu nasıl yapıştırcam?*" diyerek kenarların birleşimine dikkat çekmiştir. Ancak daha sonra yeni bir kenar daha kullanmaktansa her iki kenarı da ortasından ikiye bükerek deltoid oluşturma yoluna gitmiştir. Aşağıda bu durum ile ilgili resimler şekil 4. 84 ile gösterilmektedir.



Şekil 4. 84. *$Ö_5$'in Üçgenin İki Kenarı Olmasını Savunduğunu Gösteren Üçgen Görüntüleri*

Böylece $Ö_5$'in üçgenin 3 kenarlı olduğunu sözel olarak savunurken, 2 kenar ile üçgen oluşturmaya çalışması dikkat çekmiştir. $Ö_5$'in yaşadığı bu zorluk üzerine araştırmacı öğrenciye, daha önce -üçgenin 3 kenarlı olduğu- ifadesini hatırlatmış ancak yine de $Ö_5$ üç kenar ile üçgen oluşturma yoluna gitmemiştir. Buradan Ö5'in üçgenin kenar sayısına yönelik iki farklı anlayışa sahip olduğu düşünülmüştür.

Üçgenin 3 kenarı olduğunu belirten öğrenciler üçgenin tabanı olması gerektiği ve tabanını olmasa da üçgenliğini koruyacağı yönünde iki farklı görüş bildirmişlerdir. $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ üçgenin tabanı olduğunu ifade eden veya tabanı olacak şekilde üçgenleri oluşturan öğrenciler olmuştur. Bu bağlamda $Ö_2$ "*üçgen oluşturur musun?*" sorusuna önce kenar uzunluklarının eşit olmasına dikkat ederek –tabanı olacak şekilde- eşkenar üçgen oluşturmuş ve ikinci üçgeni oluşturması istendiğinde kenarları/köşeleri negatif yönde yerleştirerek çeşitkenar üçgen oluşturmuştur. Neden üçgen olduğu sorulduğunda ise "*farklı kenarlar*" demiş ve daha sonra aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

Araştırmacı: *Uzunluktan mı bahsediyorsun?*
$Ö_2$: *Evet evet.*
Araştırmacı: *Hmm bu kenarın uzunluğu öbür kenarın uzunluğuna eşit değil. Peki, öbür kenar… 3. Kenar?*
$Ö_2$: [sessizlik] *Nasıl 3. Kenar?* [şaşırıyor]
Araştırmacı: *Yani şu kenarla şu kenar eşit değil dedin.*
$Ö_2$: *Evet*
Araştırmacı: *Şu kenar hakkında ne düşünüyorsun?*
$Ö_2$: *O kenarda hani üçgen oluşturan bir…* [üçgenin tabanı için] *kesin bişey zaten o hakkında, ya o hep aynıdır bence.*



Araştırmacı: *Hmm… Sabit uzunlukta diyorsun?*
$Ö_2$: *Evet evet* [1.görüşme protokolü 4.soru]

Üçgenin tabanını, üçgeni oluşturan ve sabit uzunlukta bir kenar olarak tanımlayan Ö$_2$'ye "*uzunluğu ne kadar onun?*" şeklinde sorulduğunda "*Tahminim buda 45°*" diyerek uzunluk ölçüsünün derece ile ifade edilebileceğini belirtmiştir. Buradan Ö$_2$'nin kenarı açı olarak yorumladığı söylenebilir. Ö$_4$ ise bilmeyen birine üçgen kavramını anlatırken "*Çeşitkenar hepsi farklı olunca oluyordu galiba onu da gösteririm* [düşünüyor] *hepsi farklı bu çeşitkenar üçgen. O şekilde anlatırım*" diyerek çeşitkenar üçgenin kenar uzunluklarının farklı olduğunu ifade etmiştir.

Üçgen oluşturması istenen Ö$_5$ önce üçgenin 3 kenarı olması gerektiğini ifade etmiş ardından "*Iıı… Üçünün birbirine biraz benzemesi lazım bak oldu biraz sanki*" diyerek aşağıda şekil 4. 85 ile görüntüleri verilen çeşitkenar üçgeni oluşturmuştur.



Şekil 4. 85. *Ö$_5$'in Oluşturduğu Çeşitkenar Üçgenin Görüntüleri*

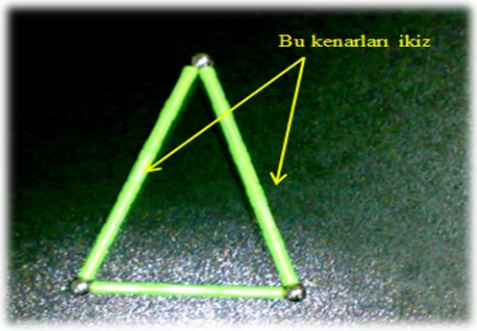
Kendisinden başka bir üçgen oluşturması istenen Ö$_5$ -bu defa- iki kenar uzunluğu birbirine eşit olan üçgen oluşturacağını ifade etmesine rağmen -yine- çeşitkenar üçgen oluşturmuştur. Aşağıda Ö$_5$'in oluşturduğu ikinci üçgene ait görüntü ve açıklamalar yer almaktadır.



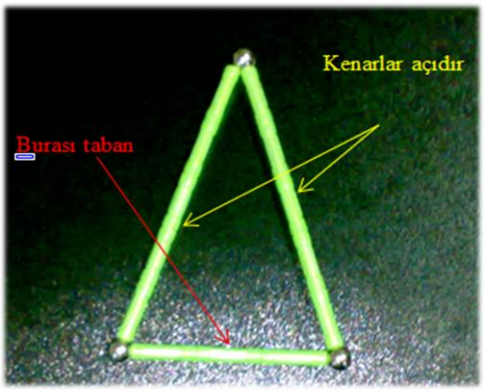
Şekil 4. 86. *Ö$_5$'in Oluşturduğu İkinci Çeşitkenar Üçgenin Görüntüleri*

Sonuç olarak Ö$_5$'in zihnindeki üçgen imajının çeşitkenar üçgen olduğu veya geometrik şekilleri oluşturmada zorlandığı söylenebilir.

Başka bir üçgen oluşturması istendiğin de ise $Ö_2$ kenarları/köşeleri negatif yönde yerleştirerek bu sefer –tabanı olacak şekilde- ikizkenar üçgen oluşturmuş ve sadece taban olmayan kenarların uzunluklarının eşit olabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca ikizkenar üçgenin üçgen olmasını sağlayan özellikleri sorulduğunda da kullandığı ifadeler ve şekil 4. 87 ile verilmiştir:



$Ö_2$: *Eee… Bütün ikizkenar özelliklerini taşıması* [oluşturduğu şekli havaya kaldırarak gösteriyor] *İkizkenar üçgende, bütün ikizkenarların eşit olması gerekiyor. Üçgenin 2… eeem… Hani açılar eeem… 2 kenarının açısının* [kenarları gösteriyor] *da birbirine eşit olması gerekiyor.*
Araştırmacı: *Hangi açılar?*



$Ö_2$: *Bunlar.* [eşit uzunlukta olan kenarları gösteriyor]
Araştırmacı: *Hmm açı bunlar mı oluyor?*
$Ö_2$: *Evet*
Araştırmacı: *Iı peki şu… Şunlar… Şurasını göstermiştin, az önce açı diye.*
$Ö_2$: [düşünüyor]*... Yok. Burası taban. Burası ve burası açı* [eşit uzunlukta olan kenarları gösteriyor]
[1.görüşme protokolü 4. soru]

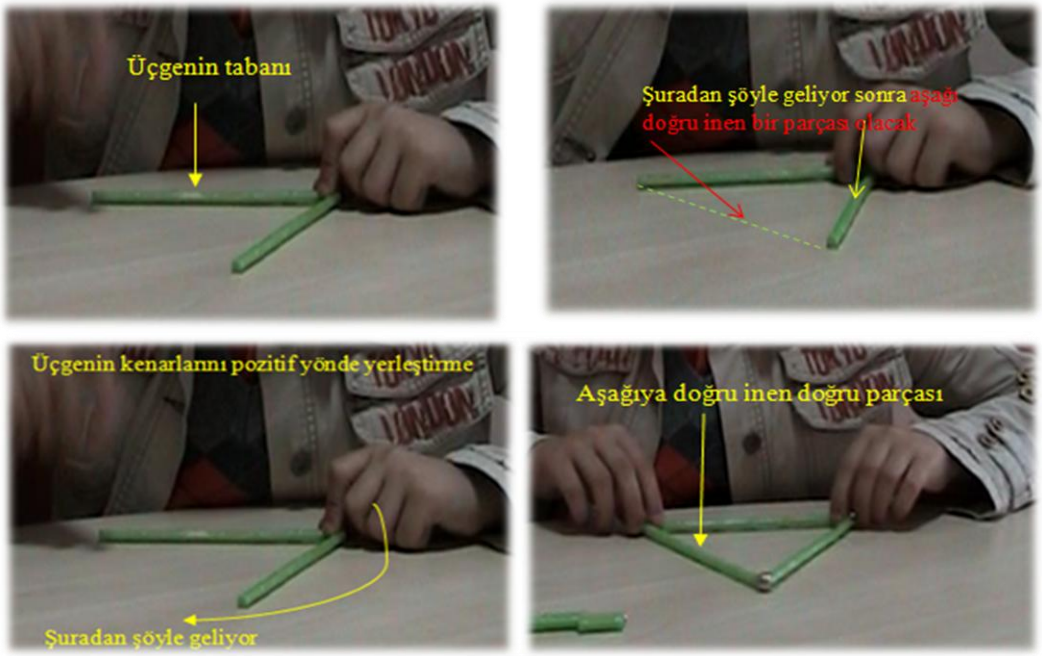
Şekil 4. 87. *$Ö_2$'nin İkizkenar Üçgenin Tabanı Olması Hakkındaki İfadeleri ve Görüntüleri*

Sonuç olarak $Ö_2$'nin -ikizkenar üçgen söz konusu olduğunda da- kenarları açı olarak yorumladığı ve farklı uzunluğa sahip üçüncü kenarı taban olarak, eşit uzunlukta olan kenarları ise ikizkenarlar olarak adlandırdığı belirlenmiştir. $Ö_4$ ise ikizkenar üçgen için sadece "*iki kenarı eşit, bu ikizkenar üçgen*" açıklamasını yapmıştır.

"*Farz edelim ki yanında bilmeyen bir arkadaşın var ona üçgeni anlatır mısın?* [1.görüşme protokolü 5.soru]" sorusuna "*3 kenarı, 3 köşesi olan... Her kenarları birbirine eşit*" cevabını veren $Ö_2$'ye araştırmacı, "*Ama burada sen 2 tane kenarı eşit dedin. Burada da hepsi farklı dedin. O zaman onlar üçgen olmuyor mu?*" diyerek önceki ifadelerini hatırlatmıştır. Bunun üzerine $Ö_2$ "*şimdi içinde 3'e ayrılır.. Eşkenar, ikizkenar, çeşitkenar... Çeşitkenardan* [düşünüyor] *çeşit yani çeşitli şey... emm kenarları*

oluyor, aynı olmuyor. Eşkenarda da [kenar uzunluklarının eşit olacağını kastediyor] *aynı şekilde yine*" diyerek üçgenlerin kenar uzunluklarına göre isimlendirilebileceğini belirtmiştir. Böylece $Ö_2$'nin üçgen kavramını anlatması istendiğinde aklına ilk gelen üçgenlerin; kenarlarının eş olması dolayısıyla eşkenar üçgen ve kenarlarının farklı uzunluklarda olması dolayısıyla çeşitkenar olduğu söylenebilir.

$Ö_3$ "*üçgen oluşturur musun?*" sorusu için kenarları pozitif yönde yerleştirerek üçgen oluşturmaya başlamıştır. "*Üçgenin burası tabanı oluyor* [eliyle gösteriyor] *şura, şuradan şöyle geliyor ıı sonra buradan* [düşünüyor] *aşağıya doğru inen bir* [doğru] *parçası olacak* " diyerek üçgenin tabanı olduğunu ve kenarların birer doğru parçası olduğunu dile getirmiştir. Daha sonra da eşkenar üçgen oluşturduğunu belirtmiştir. Aşağıda şekil 4. 88'de $Ö_3$'ün eşkenar üçgeni oluşturma sürecine ait görüntüler yer almaktadır.



Şekil 4. 88. *$Ö_3$'ün Eşkenar Üçgen Oluşturma Sürecine Ait Görüntüler ve Açıklamalar*

"*Bilmeyen birine üçgeni nasıl anlatırsın?*" sorusu için somut nesneler kullanacağını ifade ettikten sonra "*İşte o taban bir kenarı mesela şu kadar derim… Derecesini bilemeyiz ama bir kenarı, bir kenarına eşit. Bu eşit kenar, eşkenar üçgen*" diyerek üçgenin kenarlarından birinin taban olacağını ve kenarlar eşit uzunlukta ise eşkenar üçgen elde edileceğine değinmiştir. Ayrıca kenar uzunluğunun derece ile ifade edileceğini de savunduğu yani kenar ile açıyı özdeşleştirdiği söylenebilir.

$Ö_2$, birinci görüşme protokolü beşinci soruna cevap olarak eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenden başka bir de dik üçgeni anlatacağını ifade etmiş ve "*O da yine dediğim gibi dik bir şekilde iniyor, yine üçgen özelliklerini taşıyor*" diyerek kenarların birbirine olan konumuna dikkat çekmiştir.

İlk oluşturduğu üçgenin eşkenar üçgen olduğunu söyleyen $Ö_3$ daha sonra kenarlardan birini kısaltarak "*tam şurayı birazcık daha böyle kısaltıp dikleştirdiğimizde mesela bu şekil… bi saniye... Hıh mesela bu şekilde dik oluyor, dik üçgen, burası dik açısı oluyor. Bura dar açı, burası da geniş açı*" açıklamasını yapmıştır. Açıları tekrar göstermesi istendiğinde ise $Ö_3$, geniş açı ifadesi için "*hayır burası da dar açı*" düzeltmesini yapmıştır. Bu ifadesiyle $Ö_3$'ün kenarların birbirine göre olan konumu ile bir dik açı oluşturarak dik üçgen oluşturulabileceğini ve dik üçgenin bir dik açısı iki de dar açısı olacağını belirttiği görülmüştür. Buradan $Ö_3$'ün iç açılar toplamını 180° olduğunu göz önüne aldığı söylenebilir.

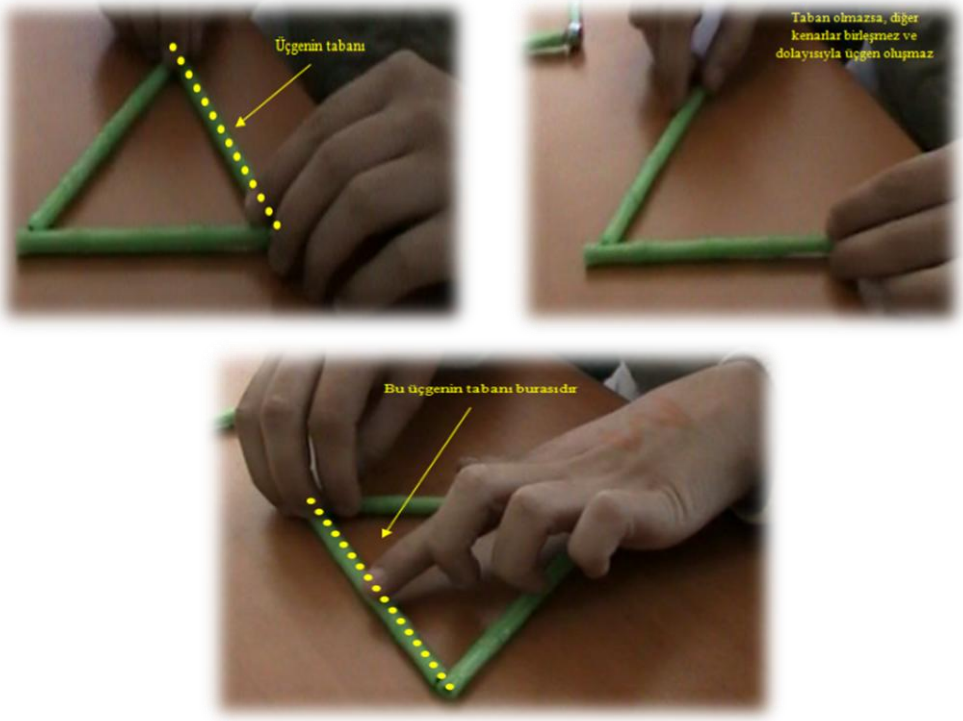
Üçgeni kenar ölçülerine göre isimlendirmenin yanı sıra, kenarlar arasında kalan alana göre isimlendirileceğini ifade eden $Ö_5$ bu durumu "*ama eğer böyle uzun üçgen yapcaksak birazcık şurası açık olması lazım orta tarafı* [üçgenin iç kısmını gösteriyor]" şeklinde açıklamıştır. Oluşturduğu bu üçgeni anlatması istendiğinde $Ö_5$ "*Dikiz kenar üçgen… olabilir... değil değil değil Bu normal üçgen ama uzun üçgenlerden*" diyerek anlatmıştır. Bu ifadesiyle çeşitkenar üçgen için normal üçgen ve uzun üçgen olmak üzere farklı isimlendirmeler yaptığı görülmektedir. $Ö_5$ ayrıca bu üçgene ait özellikler için "*2 kenarı birbirine eşit gibi.. Şu… Üsttekiler*" açıklamasını yapmıştır. Aşağıda bu üçgene ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 89 ile verilmiştir.



Şekil 4. 89. *$Ö_5$'ün Kenarlar Arasında Kalan Alana Göre İsimlendirme: Çeşitkenar Üçgene Ait Görüntüler ve Açıklamalar*

Buradan $Ö_5$'in çeşitkenar üçgenin, iki kenar uzunluğunun eşit olmasına ve üç kenar uzunluğunun farklı olmasına dair iki farklı ve de çelişkili bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir.

$Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_5$ üçgenin tabanı olmasa da üçgen olma özelliğini kaybetmeyeceğini ifade eden veya buna uygun olacak şekilde üçgenleri oluşturan öğrenciler olmuştur. Bu bağlamda $Ö_3$'e ek görüşmelerde birinci görüşmede üçgenin tabanının olacağını ama olmasa da üçgen olma özelliğini yitirmeyeceği şeklindeki ifadeleri hatırlatılarak ne düşündüğü sorulmuştur. Bunun üzerine "*Yok olacak yani mecbur hani üçgen olabilmesi için çünkü ikisinin birbirine birleşmesi gerekiyor*" diyerek kenarların birleşimine değinmiştir. Soruyu yanlış anlayan $Ö_3$ için oluşturduğu üçgenin konumu değiştirilerek geometrik şeklin üçgen olup olmadığını sorgulaması istenmiştir. Sonuçta taban olmasa da olur cevabını veren $Ö_3$'ün taban hakkındaki görüşlerini gösteren görüntü ve açıklamalar aşağıda şekil 4. 90 ile sunulmuştur.



Şekil. 4. 90. *$Ö_3$'ün Üçgenin Tabanı Olması Hakkındaki Görüntüleri ve Açıklamaları*

Birinci görüşme protokolünün 4. sorusu sorulduğunda önce eşkenar üçgen [negatif ve pozitif yönde döndürme] oluşturan $Ö_1$, sonrasında çeşitkenar üçgen oluşturmuş ve oluşturduğu üçgeni negatif ve pozitif yönde [taban olacak şekilde konumlanmasına dikkat etmeyerek] döndürmüştür. Bu hareketiyle $Ö_1$'in üçgen için

konumun –tabanın olup olmamasının- önemli olmadığı söylenebilir. Benzer şekilde $Ö_1$'in oluşturduğu ikizkenar üçgen için aynı döndürme hareketlerini yaptığı gözlemlenmiştir. Bu durum ile ilgili görüntüler şekil 4. 91 ile verilmiştir.



Şekil 4. 91. *$Ö_1$'in Üçgenin Tabanı Olmasa da Olur Boyutuna Ait Görüntüleri*

"*Bilmeyen birine üçgen kavramını nasıl anlatırsın?*" sorusuna $Ö_1$ "*üç kenarı olan emm bütün açıları da dar açı"* açıklamasıyla üçgenin kenarları ve açıları olduğuna dikkat çekmiştir. Ardından aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> *... ve üçgen 3 kenarından, 3 çeşitten oluşur. Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen, İşte bu üçgenlerin… Farklı halde ve işte farklı kenar uzunlukları olduğu zaman her bi kenar uzunluğu birbirinden farklı olduğu için zaman çeşitkenar üçgen. Aynı olduğu zaman eşkenar üçgen, farklı olduğu zaman ikizkenar üçgen diyebiliriz ikisi.* [1. Görüşme protokolü, 5. Soru-$Ö_1$]

Bu ifadesiyle $Ö_1$'in üçgenleri kenar uzunluklarına göre isimlendirdiği anlaşılmıştır. Ancak ikizkenar üçgen için açıklamasının yetersiz olduğu düşünülen $Ö_1$'e "*nasıl farklı?*" sorusu yöneltilmiş ve "*ikisi aynı biri farklı"* cevabı alınmıştır. Bu ifadesini $Ö_1$ "*bu bazen 2 kısa… 2 kısa, bi uzun… 2 uzun bi kısa kenarı da olabilir yani… Önemli olan ikizkenar olması.*" şeklinde daha da açmıştır. Böylece $Ö_1$'in ikizkenar üçgenin 3 kenarı olduğunu ve kenar uzunlukları hakkında olabilecek ihtimalleri düşündüğü söylenebilir.

Birinci görüşme protokolünün dördüncü sorusu olan üçgen oluşturma sorusu için hep çeşitkenar üçgen oluşturan $Ö_5$'ten farklı bir üçgen oluşturması istenmiştir. $Ö_5$ "*Aslında ben* –kenarların [$Ö_5$'e göre açıların]- *üçünün de aynı olmasını istiyorum*" diyerek eşkenar üçgen yapmak istediğini belirtmiştir. Ancak burada tekrar 2 eş doğru parçası ile üçgen oluşturmaya çalışan ve zorluklar yaşayan $Ö_5$ daha sonra mıknatıslı top sayısını üçe çıkartarak 3 kenar elde etmiştir. Ancak bu seferde sadece iki kenarı eş olan

bir üçgen oluşturmuş ve "*bu da kenarları üçünün de aynı olan üçgen oldu* [şekli negatif yönde döndürüyor]" açıklamasını yapmıştır. Böylece $Ö_5$'in sözel olarak bilgiler sunarken zorlanmadığı ancak geometrik şekiller oluşturmada zorluklar yaşadığı, bu zorluğun ise -başlangıç noktası olan- kenar sayısını eksik alması ile ilişkili olduğu söylenebilir. Şekil 4. 92 ile $Ö_5$'in oluşturduğu bu üçgen sunulmaktadır.

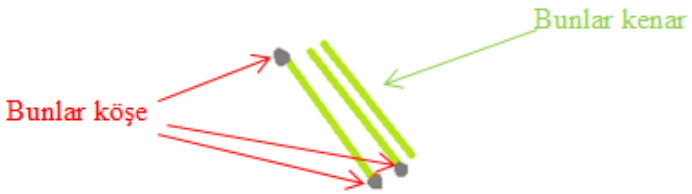


Şekil 4. 92. *$Ö_5$'in Oluşturduğu Eşkenar Üçgen*

Birinci görüşmede bahsettiği uzun üçgenin anlaşılmaması üzerine gerekli hatırlatmalar yapılarak uzun üçgen ile ne kastettiği sorulduğunda $Ö_5$ "*uzun üçgenin kenarları aynı* [ek görüşmeler]" cevabını vermiştir. Öte yandan "*bilmeyen birine üçgeni nasıl anlatırsın?* [1. Görüşme protokolü 5. soru]" sorusu için ise üçgeni üç kenarı üç açısı olan bir geometrik şekil olarak tanımlayan $Ö_5$, üçgen çeşitleri için "*aynı kenarları olan normal üçgen var*" ifadesi ile eşkenar üçgene, uzun üçgen ve normal üçgen şeklinde yeni isimler vermiştir. Öte yandan $Ö_5$, ikizkenar üçgen için ise *dikizkenar üçgen* isimlendirmesini kullanmıştır. Sonuç olarak $Ö_5$'in üçgen çeşitleri ile ilgili karmaşık-çelişkili bir anlayışa sahip olduğu ve kendine has isimlendirmeleri olduğu söylenebilir.

Üçgenin kenarlarına ilişkin diğer bir durum kenarların uç noktalarında birleşmesi durumudur. Burada dikkat edilen nokta öğrencilerin üçgen oluşturma sürecinde uç noktalarda birleşime olan dikkatleri veya bu durumu açıkça dile getirmeleri idi. Bu bağlamda $Ö_4$ "*Üçgen oluşturur musun?*" sorusuna cevap olarak "*Uzunlukları nasıl belirliycem?*" diyerek şekil oluşturmada zorluk yaşadığını dile getirmiştir. $Ö_4$ daha sonra mıknatıslı topları kullanarak "*Şunu bi köşe olarak koyiyim*" diyerek üçgenin köşelerine dikkat çekmiştir. Ardından üçgenin üç kenarının olacağını "*Yani şurası kenar, Şurası diğer bi kenar, ... Diğer bi kenar… Şurası* [şekil ile uğraşıyor]*... ayyh diğer bi köşe… olsa… tamam biraz şey… topu çekemedim bi saattir… 2 kenar, Şurası da bi köşe olsa… Bi tane daha kenar, olarak da"* ifadeleriyle

belirtmiştir. Aşağıda $Ö_4$'ün oluşturduğunu söylediği üçgen şekil 4. 93 ile gösterilmektedir.



Şekil 4. 93. *$Ö_4$'ün Oluşturduğu Üçgen: Kenarların Yan Yana Birleşimi*

Araştırmacının "*bu üçgen mi?*" sorusuna "*olmadı mı?*" diyerek cevap veren $Ö_4$ ardından "*şöyle kenarları ayyhh* [mıknatıslı materyali elinden düşürüyor]... *bide bu çıkmasa… Birbirlerinin kenarları bağlantılı duruyo olabilir. Bilmiyorum*" açıklamasını yaparak kenarların birleşimini ima ettiği düşünülmüştür. Öte yandan birinci protokolün beşinci sorusu sorulduğunda da somut model ile [gönye] üçgen kavramını anlatırken kenarların birleşim yerlerini göstererek *" kapalı olucak şöyle… şuraları kapalı olucak*" açıklamasıyla $Ö_4$, kenarların uç noktalarında birleşeceğine değinmiştir. Buradan $Ö_4$'ün üçgenin 3 doğru parçasının yan yana birleşimi ve uç noktalarında birleşimi olduğuna dair iki anlayışa sahip olduğu ve ayrıca geometrik şekilleri oluşturmada -ciddi- zorluklara sahip olduğu söylenebilir.

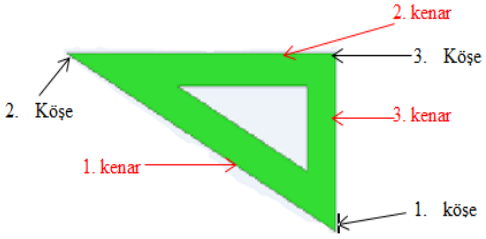
$Ö_5$'in çeşitkenar üçgen oluşturmaya çalışırken kenarların birleşimine dikkat etmesine rağmen birleşimi gerçekleştirmede zorlanmasına ait görüntüler şekil 4. 94 ile gösterilmiştir. Bu görüntülerde önce kenarların ardışık olarak uç noktalarında birleşimini göz ardı eden $Ö_5$ "*neden oldu, çünkü bir kenara 2 tane* [köşe] *yapmışım* [toplardan birini çıkartıyor]" diyerek kenarların –ortak olan- uç noktalarda birleşeceğini fark etmiştir.



Şekil 4. 94. *$Ö_5$'in Kenarların Birleşimine İlişkin Yaşadığı Zorluğa Ait Görüntüler*

Üçgenin üç doğru parçasının uç noktalarında birleşimine değinen tüm öğrenciler bu birleşimi gerçekleştirirken kenarları negatif veya pozitif yönde olmak üzere belli bir sıraya göre dikkat ettikleri görülmüştür. Bu duruma ait şekiller öğrenciler ve oluşturulan üçgenler bazında tablo 4. 22 ile incelenmiştir.

Tablo 4. 22. *Katılımcı GE Öğrencilerin Kenarların Uç Noktalarda Birleşimine Yönelik Üçgen Oluşturma Görüntüleri*

	Negatif yönde yerleşim	**Pozitif yönde yerleşim**
Ö$_1$	 Eşkenar üçgen	 Çeşitkenar üçgen
Ö$_2$	 Çeşitkenar üçgen-İkizkenar üçgen-Eşkenar üçgen	
Ö$_3$	  Eşkenar üçgen	 Dik üçgen-Eşkenar üçgen
Ö$_4$	 Çeşitkenar üçgen	

$Ö_5$	 Çeşitkenar üçgen	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir

4.2.2.2.1.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler üçgeni kenarları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve üçgenin kenarları ile ilgili bazı özelliklerden bahsetmişlerdir. Bu özellikler, kenarların niteliği, sayısı ve uç noktalarda birleşimi ile ilişkilidir. Bütün öğrenciler kenarların doğru parçası olmasına ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_5$'in ifadeleri görüşmeler sonrası kayıt altına alınamayan ifadeler) değinirken $Ö_3$ kenarların doğru olabileceğini ifade etmiştir. Buradan $Ö_3$'ün kenarların niteliği hakkında 2 farklı anlayışa sahip olduğu görülebilir ya da doğru ile doğru parçasını karıştırdığı söylenebilir.

Bütün öğrenciler kenar sayısının üç olması gerektiğini belirtirken $Ö_5$ aynı zamanda bu sayının iki de olabileceğini -iki kenar ile üçgen oluşturmaya çalışmasıyla- savunmuştur. $Ö_5$ oluşturma sürecindeki bu düşüncesi nedeniyle üçgen oluşturmada zorlanmış ve her seferinde deltoid oluşturmak zorunda kalmıştır. Böylece $Ö_5$'in üçgen oluşmada sorunlar yaşadığı görülmüştür. Öte yandan üçgenin üç kenarlı olması düşüncesi, üçgenin tabanı olması ve tabanı olmaması şeklinde iki zıt görüş altında incelenmiştir. Üçgenin tabanının olma zorunluluğunu ifade eden $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ bu zorunluluk altında üçgenleri kenarlarına göre isimlendirme yoluna gitmişlerdir. Kenarlarına göre sınıflandırma, kenar ölçülerine göre ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$), kenarların birbirine olan konumuna göre ($Ö_2$, $Ö_3$) ve kenarlar arasında kalan alana göre ($Ö_5$) olmak üzere üç şekilde ele alınmıştır. Üçgenin tabanı olmasa da olur düşüncesini savunan $Ö_1$, $Ö_3$ [sadece ifade ediyor] ve $Ö_5$ ise üçgenleri sadece kenar ölçülerine göre ($Ö_1$, $Ö_5$) sınıflandırmayı tercih etmişlerdir. Buradan $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_5$'in üçgenlerin tabanı olsa da

olmasa da üçgenliğini koruyacağına ancak $Ö_2$ ve $Ö_4$'ün ise tabana sahip olmayanların üçgen olamayacağına dair bir anlayışa sahip oldukları söylenebilir.

Kenarlar ile ilgili bir başka özellik ise uç noktalarda birleşip birleşmemeleri ile ilişkilidir. Bütün öğrenciler kenarların uç noktalarında birleştiğini ifade ederken yalnızca $Ö_4$, -üçgen oluşturması istendiğinde- üç kenarın uç noktalarında birleşimi ile değil de yanyana birleşimi ile de üçgen oluşturulabileceğini belirtmiştir. Buradan $Ö_4$'ün ya şekil oluşturmada zayıf olduğu ya da gerçekten 3 kenarın yan yana birleşimi ile üçgen oluşturulabileceğine dair bir anlayışa sahip olduğu yorumu yapılabilir.

Katılımcı GE öğrencilerin üçgenin "*kenarları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu üçgen anlayışları tablo 4. 23 ile özetlenmiştir.

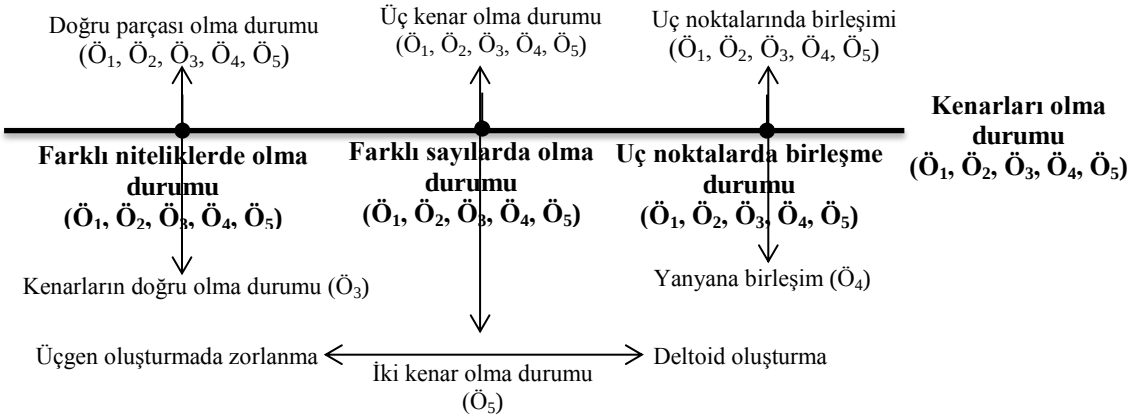
Tablo 4. 23. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Kenarları Olma Durumu**		
	Kenarların farklı niteliklerde olma durumu	***Kenarların farklı sayılarda olma durumu***	***Kenarların birleşme durumu***
$Ö_1$	***Kenarların doğru parçası olma durumu ****	***3 kenar olması*** Üçgenin tabanının olmaması (kenar ölçülerine göre isimlendirme) -üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen- -iki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen- (İkisi uzun, biri kısa kenarlı üçgen) (İkisi kısa, biri uzun kenarlı üçgen) -üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen-	***Kenarların uç noktalarında birleşimi*** Kenarların negatif yönde yerleşimi (eşkenar üçgen) Kenarların pozitif yönde yerleşimi (çeşitkenar üçgen)
$Ö_2$	***Kenarların doğru parçası olma durumu ****	***3 kenar olması*** Üçgenin tabanının olması (kenar ölçülerine göre isimlendirme) -üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen- -iki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen- (eşit ölçüde olan kenarların açı olması) (eşit ölçüde olmayan kenarın taban olması) -üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen- (Taban olan kenarın uzunluğu sabit: 45º) (Tabanın doğru olması) (kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme) -dik üçgen-	***Kenarların uç noktalarında birleşimi*** Kenarların negatif yönde yerleşimi (ikizkenar üçgen) (çeşitkenar üçgen) (eşkenar üçgen)

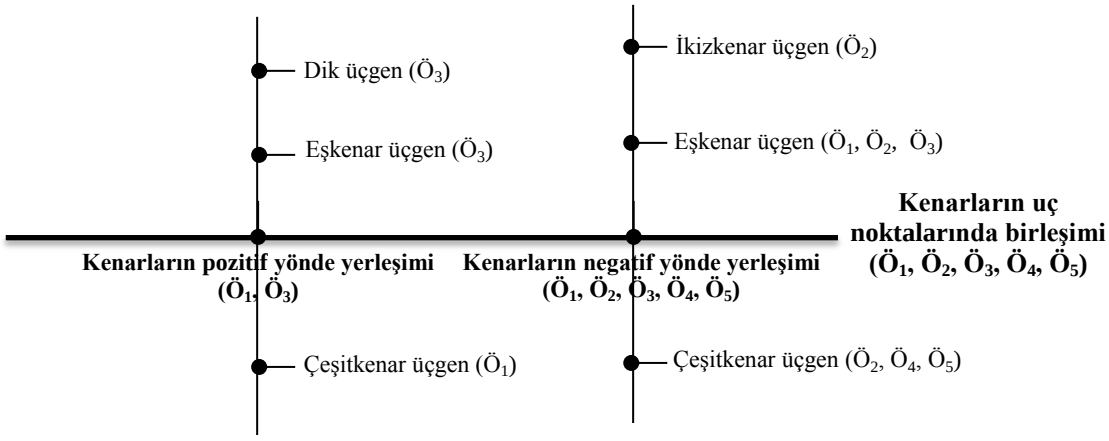
Ö$_3$	***Kenarların doğru parçası olması*** ***Kenarların doğru olma durumu***	***3 kenar olması*** Üçgenin tabanının olması (kenar ölçülerine göre isimlendirme) -üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen- (kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme) -dik üçgen- (bir açı: dik açı) (diğer iki açı: dar açı) Üçgenin tabanının olmaması	***Kenarların uç noktalarında birleşimi*** Kenarların negatif yönde yerleşimi (eşkenar üçgen) Kenarların pozitif yönde yerleşimi (dik üçgen) (eşkenar üçgen)
Ö$_4$	***Kenarların doğru parçası olması***	***3 kenar olması*** Üçgenin tabanının olması (kenar ölçülerine göre isimlendirme) -üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen- -iki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen- -üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen-	***Kenarların uç noktalarında birleşimi*** Kenarların negatif yönde yerleşimi (çeşitkenar üçgen) ***Yan yana birleşim/ kenarların uç noktalarda birleşmemesi***
Ö$_5$	***Kenarların doğru parçası olması ****	***3 kenar olması*** Üçgenin tabanının olması (kenar ölçülerine göre isimlendirme) -üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen- (kenarlar arasında kalan alana göre isimlendirme) -uzun üçgen-çeşitkenar üçgen-normal üçgen- (iki kenar uzunluğunun eşit olması) (üç kenar uzunluğunun farklı olması) Üçgenin tabanının olmaması (kenar ölçülerine göre isimlendirme) -üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen- (Uzun üçgen) (Normal üçgen) -iki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen- *Dikizkenar üçgen* -üç kenar farklı ölçüde ise: çeşitkenar üçgen- ***2 kenar olması*** Üçgen oluşturmada zorlanma Deltoid oluşturma	***Kenarların uç noktalarında birleşimi*** Kenarların negatif yönde yerleşimi (çeşitkenar üçgen)

Not: * sembolü öğrencilerin bu ifadelerin görüşmelerden sonra kayıt alınmayan birebir ifadeleridir. Üçgenin "*Kenarları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak

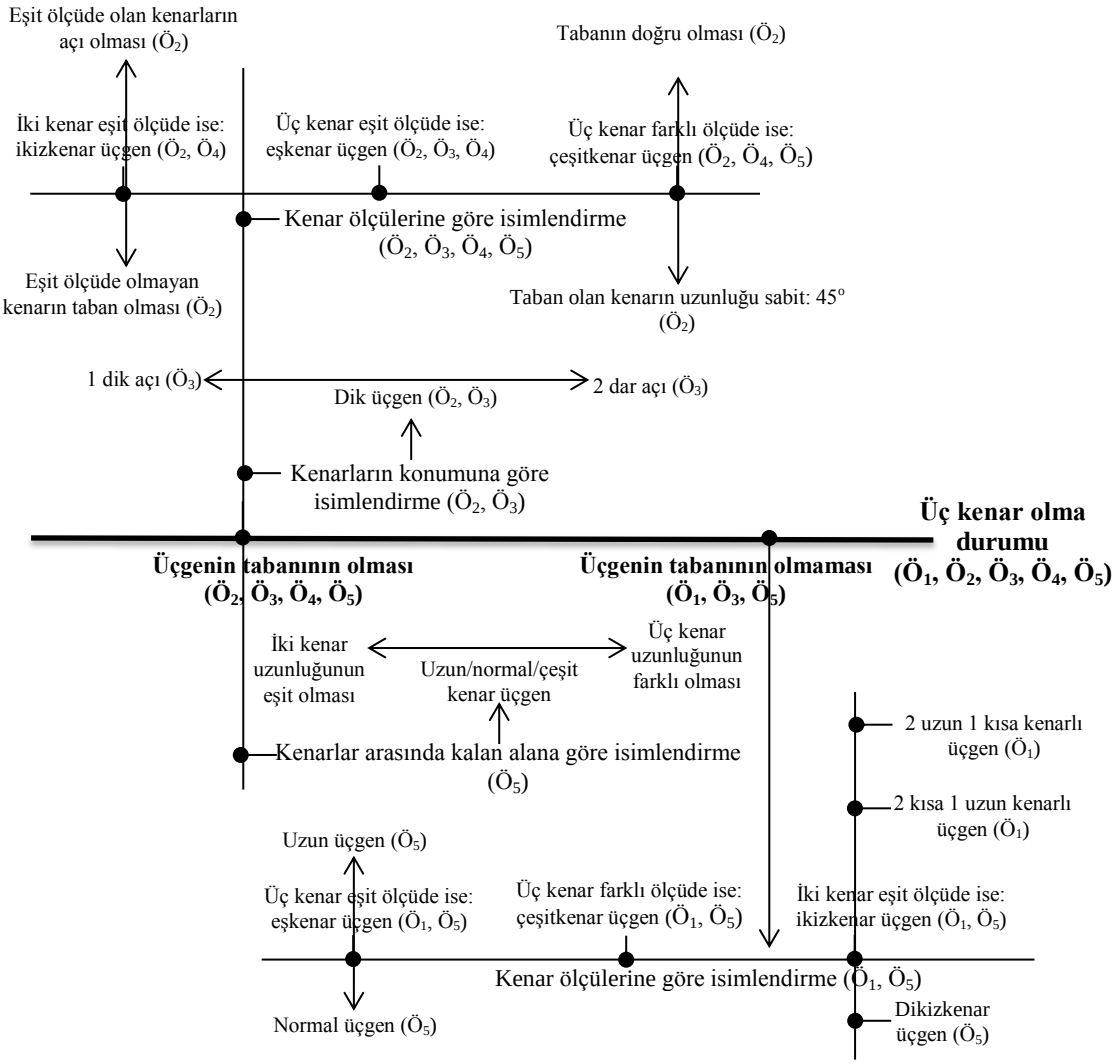
kodlamaları tek bir sayfa da özetlenemediği için şekil 4. 95, şekil 4. 96, şekil 4. 97 şeklinde üç parça halinde sunulacaktır. Şekil 4. 96 ve şekil 4. 97, şekil 4. 95'deki kenarların uç noktalarında birleşimi ve üç kenar olma durumu durumunun devamıdır.



Şekil 4. 95. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kavram Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu*-I



Şekil 4. 96. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu*-II



Şekil 4. 97. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-III*

4.2.2.2.1.3. Açıları Olma Durumu (1. Görüşme)

Üçgen oluşturması [1.görüşme protokolü 4. soru] istenen $Ö_2$ oluşturduğu eşkenar üçgenin üzerine ellerini koyarak "*180° olduğunu düşünüyorum bu açının*" şeklinde kapalı bir ifade kullanmıştır. Araştırmacının 180° ile neyi kastettiğini sorduğunda ise "*şu şekilde"* diyerek üçgenin iç bölgesini göstermiştir. Daha sonra aslında başka bir şey demek istediğini ama anlatamadığını belirten $Ö_2$'nin üçgenin iç açı ölçüleri toplamını kastettiği düşünülmüştür.

Ek görüşmelerde ise $Ö_2$ "*Mesela bir üçgenin iç açılarının toplamı 360^odir*" demiş ve ardından "*ımm mesela bir tanesi 100, öyle benden 120 olsun eem şimdi hani*

120 cm" şeklinde üçgenin açı ölçüleri için bazı özel değerler vermek istemiştir. Burada $Ö_2$'nin açı ölçü birimi ile uzunluk birimini karıştırdığı görülmektedir. Araştırmacı, $Ö_2$'nin üçgenin iç açılar toplamına ilişkin algısını ortaya çıkarmak için "*mesela açılardan bir tanesi 120 cm* [yönlendirmemek için öğrenci ifadesi birebir kullanılmıştır] *ise diğer açıları hakkında ne diyebiliriz?*" 'i sormuştur. $Ö_2$'nin "*yine 120 dir eşittir açılar*" demesiyle **eşkenar üçgen** anlayışına sahip olduğu akla gelmiştir. Daha sonra $Ö_2$'ye tüm açıların eşit olmak zorunda olup olmadıkları sorulduğunda ise aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> *Tabi ki de hayır mesela şimdi şöyle biri iç açı mesela şura 160 olsun, şura 100 olsun etti 260. em şurada mecburen 100 ol yani mecburen ama şuraya göre 200 verseydim buraya 100 verirdim yine veya şuraya 200 verip şuraya 100 verebilirim değişir* [Ek görüşmeler, $Ö_2$]

Böylece $Ö_2$'nin eşkenar üçgenin iç açı ölçüleri toplamını ilk görüşmelerde 180° olarak ek görüşmelerde 360° olarak ifade etmesi üzerine farklı zamanlarda aynı kavram için çağrıştırılan imajın tamamen farklı olabileceği söylenebilir. Ayrıca eşkenar üçgenin iç açılarının 160°-100°-100°, 200°-100°-60° ve 120°-120°-120° şeklinde olmasıyla $Ö_2$'nin –O AN- üçgenlerde kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olmadığını düşünmüş olabileceği belirtilebilir. Ek olarak yine ek görüşmelerde "*Peki, üç açısı da farklıysa ne olacak?*" denilince $Ö_2$ "*Yani hocam şimdi bakın. Yine farklı olabilir ama buradaki amaç 360'a tamamlamaktır*" diyerek çeşitkenar üçgen için de iç açı ölçüleri toplamını 360° olduğunu belirtmiştir. Ancak $Ö_2$, ikizkenar üçgenin iç açı ölçüleri için "*O zaman mesela 60, 60 olur, Yine 60… 180 tamamlanır bu defada. İkizkenarsa 180 oluyor*" ifadelerini kullanmıştır. Böylece $Ö_2$ için üçgenlerin iç açı ölçüleri toplamı üçgenden üçgene değişmekte; özellikle de ikizkenar ve eşkenar üçgenlerinin açıları ile ilgili yanlış veya çelişkili ifadeler kullandığı görülmektedir.

$Ö_2$ hariç diğer bütün katılımcı GE öğrenciler üçgenin iç açı ölçüleri toplamının her üçgende aynı ve 180° olacağını belirtmiştir. Diğer öğrencilerden farklı olarak $Ö_4$ "*üçgenleri hangi kriterlere göre sınıflandırırsın?* [1. görüşme protokolü 6. soru]" sorusuna kenar uzunluklarına ve açılarına göre sınıflandırma yapılabileceğini ifade ettikten sonra "*Mesela* [düşünüyor] *düzgün çokgenlerde, bi tek üçgen değil… hıh* [derin nefes alıyor] *çokgenin* [kenar] *sayısına… bölünce işte iç açıları toplamına… buluyoruz bir açısını… ama diğerlerinde öyle yapamıyoruz*" diyerek düzgün çokgenlere değinmiş

ve üçgenlerde de düzgün üçgenin [$Ö_4$'ün eşkenar üçgeni yeniden isimlendirmesi] bir açısının bu şekilde bulunacağına değinmiştir.

Katılımcı GE öğrencilerin tümünün üçgenin üç açısı olduğunu belirtmesinin yanında bu öğrenciler kenar sayısı ile açı sayısının aynı yani 3 olduğunu vurgulamışlardır. Örneğin, $Ö_5$ bu durumu "*üçgen, üç kenarı, 3 açısı olan bir çokgen*" şeklinde dile getirmiştir. Öte yandan $Ö_4$ hariç tüm katılımcı GE öğrenciler üçgenleri açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme yoluna gitmişlerdir. Üçgenin üç açı ölçüsünün de farklı olması durumunda çeşitkenar üçgen ve iki açı ölçüsünün aynı olması durumunda ikizkenar üçgen elde edileceğini belirten $Ö_1$ ve $Ö_2$ olmuştur. Ayrıca üç açı ölçüsünün de aynı olması durumunda $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_5$ bu üçgenin eşkenar üçgen olacağını belirtmiştir. Bu bağlamda; $Ö_1$ "*bilmeyen birine üçgen kavramını ve özelliklerini nasıl anlatırsın?*" sorusuna cevap olarak *"Üçgen işte 3 kenarı olan eem bütün açıları da dar açı ve üçgen 3 kenarından, 3 çeşitten oluşur*" ifadesinden sonra "*işte bazen açı... dereceleri de farklı olabiliyor*" açıklamasını yapmıştır. Araştırmacının "*açıları hakkında ne söylersin o zaman?*" sorusuna "*Bi üçgen oluşturabilmemiz için… Mesela biri diyelim biri 80° olsun. Birisi 40° olsun, birisi de 60° olsun, Bu bir çeşitkenar üçgendir*" şeklinde bir açıklama getirmiştir. Ardından "*Eşkenar üçgen mesela bütün kenarları da birbirine eşit olacak mesela dereceleri 60°, 60°, 60° olacak*" ve ikizkenar üçgen için "*Derecelerinin ikisi aynı, biri farklı*" diyerek isimlendirme yapmıştır.

$Ö_2$, $Ö_1$'den farklı olarak eşkenar üçgenin açıları için "*bir açı 45 derece*" ifadesini kullanmıştır. $Ö_5$ ise sadece eşkenar üçgenin açılarından "*açıları da aynı*" şeklinde bahsetmiş ve açı ölçülerini bilmediğini ifade etmiştir. Buradan $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_5$'in üçgenleri kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırma arasında bir mantık hatası yaptıkları düşünülebilir. Ayrıca, $Ö_1$ ve $Ö_5$'in açılar ve kenarlar arasında bir ilişki olduğunun farkındalığına sahip olmasına rağmen $Ö_2$'nin üçgenin açıları ve kenarları arasında, $Ö_1$ ve $Ö_5$'in anladığı biçimde bir ilişkiden haberdar olmadığı söylenebilir. Öte yandan $Ö_2$'nin eşkenar üçgenin her bir açısının 45° olduğunu söylemesi ile üçgenin iç açılar toplamını 180° olarak düşünmediği ya da bunu bilmediği varsayılabilir.

Üçgenleri, içerisinde bulunan açı çeşidine göre isimlendirme durumu, sadece $Ö_3$ tarafından ele alınmıştır. $Ö_3$ üçgenin bir geniş açısı olduğunda geniş açılı üçgen, bir dik açısı varsa dik üçgen elde edileceğini belirtmiştir. $Ö_3$ üçgen oluştururken eşkenar üçgenden sonra "*mesela bu şekilde dik oluyor, dik üçgen, burası dik açısı oluyor, Bura*

dar açı, burası da geniş açı… Geniş açıya örnek olarak şeyi" ifadelerini kullanarak yeni bir üçgen oluşturmuştur. Araştırmacının "*neresi geniş açı demiştin?*" sorusu üzerine açıları pozitif yönde göstererek "*Şura, Hayır burası dar açı, Burası dik açı, bura dar, burası da dar*" dik üçgenin bir dik açısı ve iki dar açısı olacağına dikkat çekmiştir. Aşağıda bu duruma ait görüntü açıklamalarıyla birlikte şekil 4. 98 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 98. *Ö$_3$'ün Dik Üçgene Ait Görüntü ve Açıklamaları*

Daha sonra "*geniş açı şu şekilde oluyor* [materyaller ile uğraşıyor] *burayı* [geniş açının karşısındaki kenarı gösteriyor] *birazcık daha uzatmamız gerekiyor*" sözleriyle geniş açıyı açıklamak isteyen Ö$_3$ kenarlar uç noktalarında birleştirerek aşağıda şekil 4. 99 ile durumu açıklamıştır.



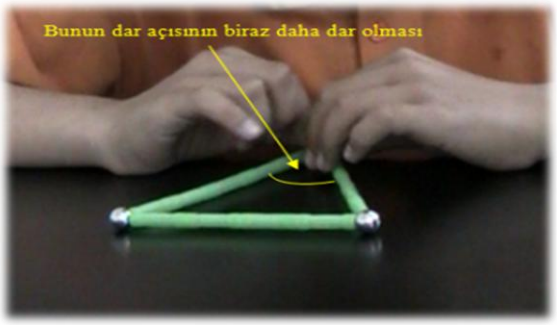
Böyle geniş açı oluyor… Buranın [kenarı gösteriyor] *birazcık daha uzaması gerekiyormuş… Hani bura geniş açı oluyo, bura yine dar açı oluyor… Şuradan da şöyle birleştirdiğinde burası da dar açı oluyor* [eliyle gösteriyor]… *Yani geniş açıya örnek olarak şurası oluyor*

Şekil 4. 99. *Ö$_3$'ün Geniş Açılı Üçgene Ait Görüntü ve Açıklamaları*

Yukarıda yer alan görüntü ve açıklamalar ile geniş açılı üçgenin bir geniş açısı iki dar açısı olduğunu Ö$_3$'ün aslın üçgenin iç ölçüleri toplamının 180° olduğunu göz önüne alarak böyle bir beyanda bulunduğu söylenebilir. Ayrıca Ö$_3$'ün büyük ölçülü açı karşısında büyük ölçülü kenar olduğunu da savunduğu düşünülebilir.

Açı oluşturması istenen Ö$_1$ önce eşkenar üçgen, sonra çeşitkenar üçgen ardından da ikizkenar üçgen oluşturmuştur. İkizkenar üçgenin iki kenarının-doğru parçası-uzunluklarının eşit olduğuna "[kenar uzunluklarını sayıyor] *5… aynı demi bunlar?*" diyerek dikkat çekmiştir. Ö$_1$'e oluşturduğu bu geometrik şeklin üçgen olmasını sağlayan

özellikleri sorulduğunda önce 3 kenarı olmasına değinmiş ardından şekil 4. 100'da belirtilen ifadeleri kullanmıştır.

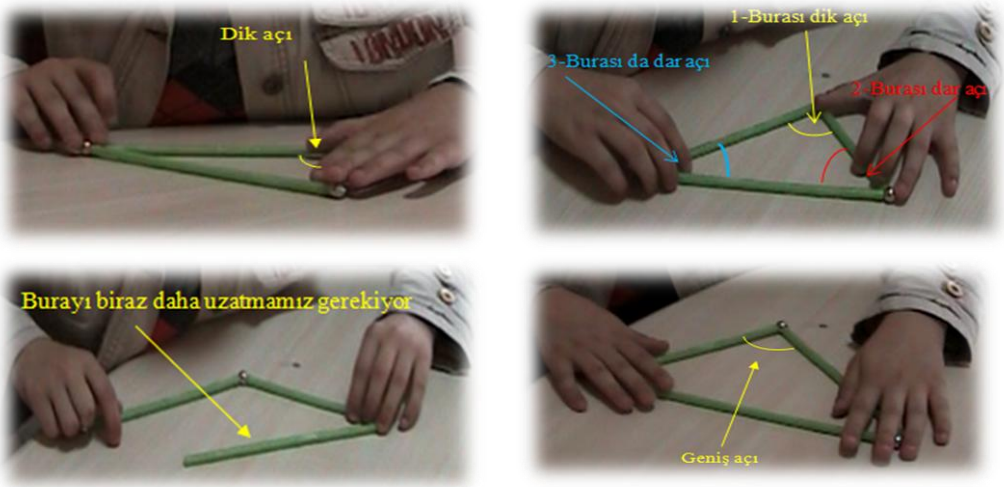


Bunun [ikizkenar üçgenin] *dar açısının* [iki kenar arasındaki alanı gösteriyor] *biraz daha dar olması, Bunun dar açısı biraz daha böyle… Geniş gibi… Bunun da dar açısı biraz daha geniş* [açıları pozitif yönde gösteriyor]

[1. Görüşme protokolü 4. Soru-$Ö_1$]

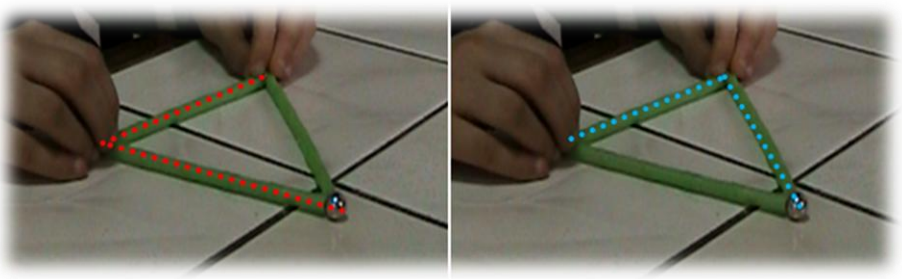
Şekil 4. 100. *$Ö_1$'in Üçgende Açıların Niteliğine Ait Görüntü ve İfadesi*

$Ö_3$ ise, üçgen oluşturma sorusunda önce eşkenar üçgen ve dik üçgen ardından geniş üçgen oluşturmuştur. Ancak bu üçgenleri oluşturma sürecinde $Ö_3$ kenarların uzunluğuna, konumuna, kenarlar arasındaki alana dikkat etmiştir. İlk önce oluşturduğu eşkenar üçgen için $Ö_3$ "*Eşkenara benziyo tam şurayı birazcık daha böyle kısaltıp dikleştirdiğimizde mesela bu şekil… bi saniye* [kenarın birini kısaltıyor]"diyerek dik üçgen oluşturmuştur. Ardından ise "*Geniş açı şu şekilde oluyor… Burayı* [kenarı] *birazcık daha uzatmamız gerekiyor*" diyerek geniş açılı üçgen oluşturmuştur. Tüm bu farklı üçgenlerde kenarların birleşimine ve üçgenin açılarını gösterirken kenarlarını da – eliyle göstererek- dâhil ettiği için, üçgende açılar iki kenarın ortak bir noktada birleşimi ile oluşan şekil olarak düşünülmüştür. Aşağıda bu diyaloglara ait görüntüler sırasıyla şekil 4. 101 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 101. *$Ö_3$'ün Üçgende Açıların Niteliğine Ait Görüntüleri*

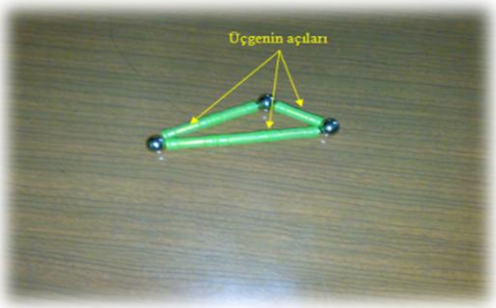
Ek görüşmelerde tekrar üçgen oluşturması ve bu üçgenin açılarını göstermesi istenen Ö$_2$'nin üçgende açılara ait görüntüler şekil 4. 102 ile verilmiştir.



Şekil 4. 102. *Ö$_2$'nin Üçgende Açıların Niteliğine Ait Görüntüleri*

Sonuç olarak Ö$_1$, Ö$_2$ ve Ö$_3$'ün üçgende açıların, -her ne kadar ifade etmeseler de- iki kenarın birleşimi ile oluştuğunu ima ettikleri söylenebilir. Üçgende var olan açıların çeşidine karar verirken hem Ö$_1$ hem de Ö$_3$'ün kenarlar arasında kalan alana göre alan geniş ise geniş açı, alan dar ise dar açı elde edileceğini ifade ettikleri görülmüştür. Ancak sadece Ö$_3$ kenarların konumuna göre kenarlar birbirine dik ise dik açı elde edileceğine dolayısıyla dik üçgen elde edileceğine değinmiştir.

Ö$_2$ üçgen oluşturma sorusunda eşkenar ve çeşitkenar üçgenden sonra ikizkenar üçgen oluşturmak istemiştir. Bu üçgen hakkında bilgiler verirken "*Üçgenin 2 … eee… hani açılar eeem... 2 kenarının açısının* [kenarları gösteriyor] *da birbirine eşit olması gerekiyor*" demiştir. Araştırmacının "*hangi açılar?*" diye sorması üzerine Ö$_2$ "*bunlar"* diyerek tekrar kenarları göstermiştir. Buradan öğrencinin açıların kenar olduğunu düşündüğü tespit edilmiştir. Benzer şekilde Ö$_5$'te üçgenin açısı olarak kenarlarını göstermiştir. Aşağıda şekil 4. 103 ile verilen görüntü ve açıklamalar Ö$_5$'in üçgenin açıları hakkındaki görüşü yansıtmaktadır.

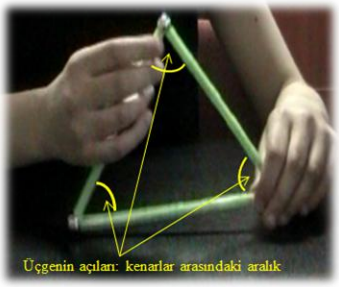


Şekil 4. 103. *Ö$_5$'in Üçgende Açıların Niteliğine Ait Görüntü ve Açıklamaları*

Bir başka ifadesinde Ö$_5$ "*Açı bunların hepsi yani hepsini kapsıyor* [üçgeni gösteriyor]" diyerek üçgenin bir açı olduğunu belirtmiştir. Aslında Ö$_5$'in bu ifadesiyle

açı kavramı için söylediği *açı, ikiden fazla doğru parçasının zikzak biçimde birleşmesiyle oluşur* düşüncesi ile örtüştüğü söylenebilir.

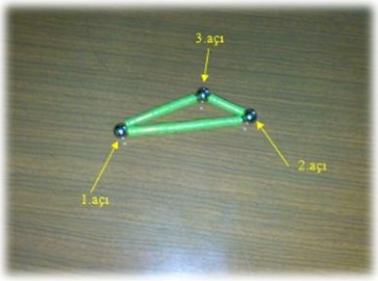
$Ö_2$ açı oluşturma sorusunda [1.görüşme protokolü 4. soru] ilk olarak eşkenar üçgen oluşturmuş ve araştırmacı ondan bu üçgenin açılarını göstermesini istemiştir. $Ö_2$ kenarlar arasındaki aralığı göstererek " [düşünüyor] *şurası, şurası* [açıları pozitif yönde gösteriyor]" demiştir. $Ö_2$'nin bu duruma ilişkin görüntü ve açıklaması şekil 4. 104 ile gösterilmiştir.



Şekil 4. 104. *$Ö_2$'nin Üçgende Açıların Niteliğine Ait (Aralık Olma Durumu) Görüntü ve Açıklamaları*

Öte yandan ek görüşmelerde de benzer şekilde üçgenin açılarını "*Yani şuralar işte*" diyerek yine iki kenar arasındaki aralığı göstermiştir. Farklı olarak ise "*Hani mesela ki üçgenin üç ke.. kenarı üç köşesi vardır, eem hani kine bunu* [şekli inceliyor] *mesela* 360[°]a *tamamlıyorsak eğer*" ifadesiyle açıyı köşe olarak yorumladığını göstermiştir. Buradan $Ö_2$'nin aralığın nokta olması durumunda açının köşe olacağını düşünmüş olabileceği söylenebilir.

$Ö_5$ oluşturduğu ikinci çeşitkenar üçgenin açılarını gösterirken "*bi şu en alttaki, bi bu, bi de bu* [köşeleri pozitif yönde gösteriyor]" diyerek köşeleri göstermiştir. Aşağıda $Ö_5$'in bu ifadesine ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 105 ile verilmiştir.



Şekil 4. 105. *$Ö_5$'in Üçgende Açıların Niteliğine Ait (Aralığın Nokta Olma Durumu) Görüntü ve Açıklamaları*

Ek görüşmelerde de $Ö_5$'e ilk görüşmede üçgenin açıları ilgili farklı ifadeler [kenarın açı olması, köşenin açı olması] kullandığı hatırlatılarak biraz daha açıklama yapması istenmiştir. Bunun üzerine $Ö_5$ "*bence kenar, toplar değildir. Yani köşe açı da olsa toplar değildir*" diyerek yine hem kenarın hem de köşenin açı olduğu anlayışını yinelemiştir. Buradan farklı zaman dilimlerinde aynı soruların sorulması ile üçgenin açıları kavramına yönelik aynı çağrıştırmaların meydana geldiği söylenebilir. bu anlayışlar -her ne kadar -birbirinden bağımsız, doğru veya yanlış olsa da, farklı zamanlarda aynı anlayışın ortaya çıkması $Ö_5$'in -kendi içinde- tutarlı bir anlayış sergilediği düşünülebilir.

"*Üçgeni sınıflandırmanı istesem hangi kriterlere göre sınıflandırırsın?* [1. görüşme protokolü 6. soru]" sorusu sorulan $Ö_4$ kenar uzunluklarına göre sınıflandırma yapılabileceğini ifade etmiştir. Araştırmacının "*kenar uzunluklarına göre mesele neler var?*" demesi üzerine $Ö_4$ "*iç açılar, dış açılar*" diyerek aslında sınıflandırma ile alakalı olmayan ancak üçgende bu tür açıların var olduğunu ileri sürmüştür denilebilir.

4.2.2.2.1.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler üçgeni açıları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve üçgenin açıları ile ilgili bazı özelliklerden bahsetmişlerdir. Bu özellikler, iç açı ölçüleri toplamı, açı sayısının 3 olması, açıların niteliği ve üçgende bulunan açı çeşitleri ile ilişkilidir. Bütün öğrenciler iç açı ölçüleri toplamı ve açı sayısının 3 olması hakkında beyanlarda bulunmalarına rağmen sadece $Ö_4$ bu açıların niteliği hakkında bir ifade kullanmamış ancak üçgende bulunan farklı açı türlerinin (iç açı-dış açı) varlığını belirtmiştir.

$Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ [kayıt dışı] üçgenin iç açı ölçüleri toplamının sabit ve 180° olacağını belirtirken, $Ö_2$ bu toplamın üçgen çeşidine göre değişeceğini ifade etmiştir. Eşkenar ve ikizkenar üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 180° olacağına değinen $Ö_2$, ikizkenar üçgenin her bir açısının 60° olabileceğini savunmuştur. Buradan $Ö_2$'nin aslında zihnindeki üçgen anlayışının eşkenar üçgen olduğu söylenebilir. Öte yandan $Ö_2$ çeşitkenar ve –yine- eşkenar üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olduğunu da belirtmiştir. Bununla birlikte eşkenar üçgenin açıları için 160°-100°-100°, 200°-100°-

60°, 120°-120°-120° olacak şekilde bazı özel değerler olduğunu da eklemiştir. Böylece $Ö_2$'nin eşkenar üçgen kavramına yönelik birbirleriyle çelişkili- hatta Öklidyen geometriye göre yanlış- anlayışları olduğu söylenebilir.

Üçgenin 3 açısı olduğunu savunan tüm öğrenciler ardından üçgenleri açılarına göre isimlendirme [$Ö_4$ hariç] ve kenar sayısı ile açı sayısı arasında bir karşılaştırma (kenar sayısı kadar açı sayısı) yoluna gitmişlerdir. Açılarına göre sınıflandırma, açı ölçülerine göre ($Ö_1$,$Ö_2$, $Ö_5$) ve açı çeşitlerine göre ($Ö_3$) sınıflandırma olmak üzere iki şekilde ele alınmıştır.

Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$ üçgende açıların farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmişlerdir. Üçgende açıyı; $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ iki kenarın ortak bir noktada birleşimi olarak, $Ö_2$, $Ö_5$ kenarlar arasındaki aralık ve kenar olarak tanımlamıştır. Ayrıca $Ö_5$ üçgeni açı olarak betimlemiştir. Buradan $Ö_5$'in üçgenin iç açı ölçüleri toplamını açı olarak yorumladığı düşünülebilir. Ek olarak $Ö_5$ üçgende açıyı hem aralık, hem kenar olarak betimlemiştir. Böylece $Ö_5$'in üçgende açı kavramına ilişkin zengin ve birbirleriyle çelişebilen anlayışlara sahip olduğu söylenebilir. Öte yandan $Ö_2$ de benzer şekilde zengin bir anlayışa sahiptir. Çünkü üçgende açıyı hem kenarlarının birleşimi olarak hem kenarlara arasındaki aralık (aralık nokta olduğunda: köşe) olarak hem de kenar olarak betimlemiştir.

Katılımcı GE öğrencilerin üçgenin "*açıları olma du*rumu" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 24'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 24. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

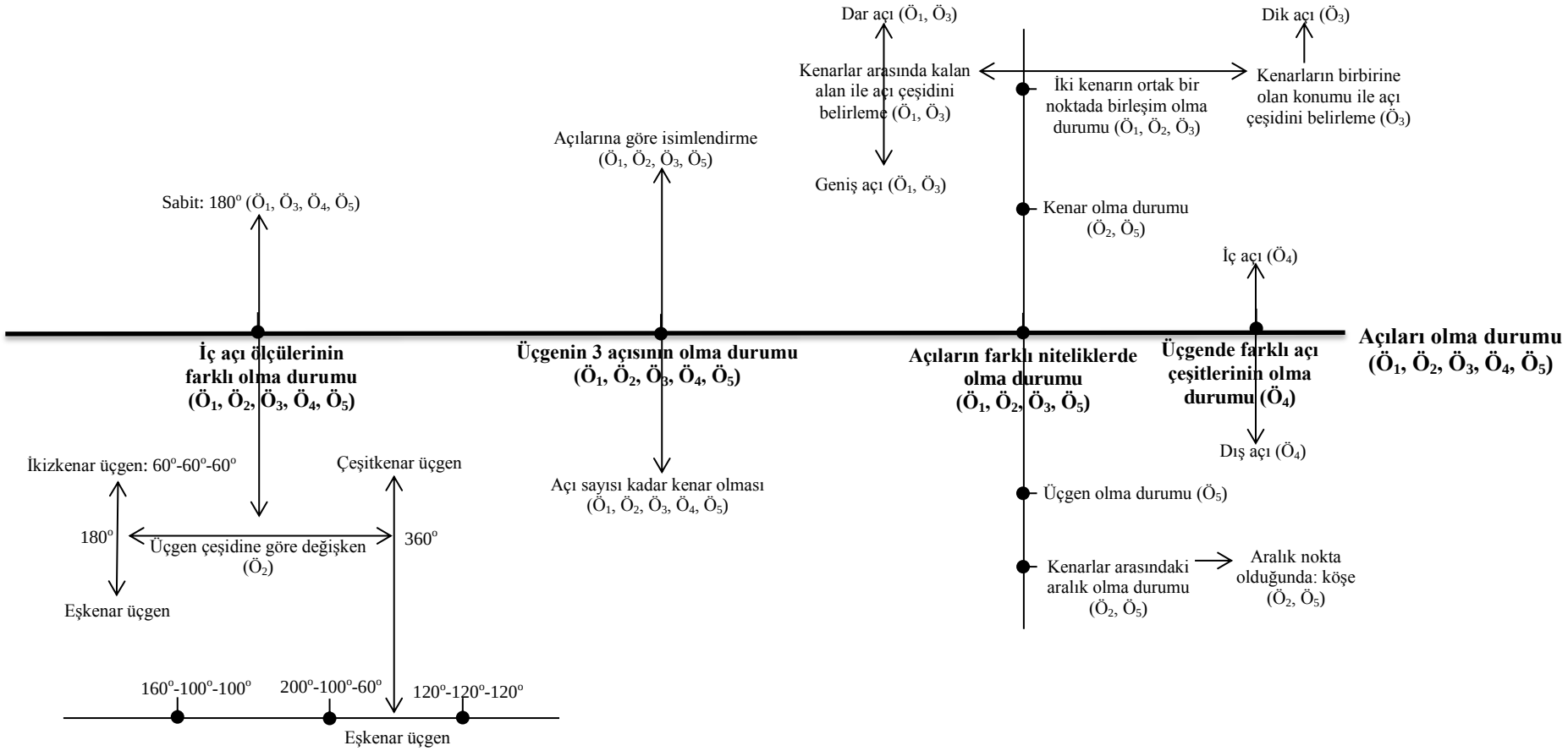
Kategori Öğrenci	**Açıları Olma Durumu**			
	İç açı ölçülerinin farklı olma durumu	***Üçgenin 3 açısının olma durumu***	***Açıların farklı niteliklerde olma durumu***	***Üçgende farklı açı çeşitlerinin olma durumu***
$Ö_1$	***İç açı ölçülerinin farklı olma durumu*** Sabit: 180^0	***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (üç açı ölçüsü de farklı ise: çeşitkenar üçgen) (iki açının ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen) (üç açı ölçüsü eşit ise:	***İki kenarın ortak bir noktada birleşimi*** Kenarlar arasındaki kalan alan göre açı çeşidini belirleme (dar açı)	

		eşkenar üçgen) -60°-60°-60°- ***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar)	(geniş açı)	
$Ö_2$	***İç açı ölçülerinin farklı olma durumu*** Üçgen çeşidine göre değişken (180°) -ikizkenar üçgen- -60°-60°-60°- -eşkenar üçgen- (360°) -eşkenar üçgen- -160°-100°-100°- -200°-100°-60°- -120°-120°-120°- -çeşitkenar üçgen-	***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (üç açı ölçüsü de farklı ise: çeşitkenar üçgen) (iki açının ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen) (üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar) -45°-45°-45°- ***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar)	***İki kenarın ortak bir noktada birleşimi*** ***Kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu*** Aralığın nokta olma durumu/köşe ***Kenar olma durumu***	
$Ö_3$	***İç açı ölçülerinin farklı olma durumu*** Sabit: 180^0	***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı çeşidine göre isimlendirme (geniş açı varsa: geniş açılı üçgen) -diğer iki açı dar açı- -büyük açı karşısında büyük açı olması (dik açı varsa: dik açılı üçgen) ***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar)	***İki kenarın ortak bir noktada birleşimi*** Kenarlar arasındaki kalan alan göre açı çeşidini belirleme (dar açı) (geniş açı) Kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme (dik açı)	
$Ö_4$	***İç açı ölçülerinin farklı olma durumu*** Sabit: 180^0	***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar)		***İç açı*** ***Dış açı***
$Ö_5$	***İç açı ölçülerinin farklı olma durumu*** Sabit: 180^0 *	***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar üçgen) ***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar)	***Kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu*** Aralığın nokta olma durumu/köşe ***Kenar olma durumu*** ***Üçgenin kendisinin açı olma durumu***	

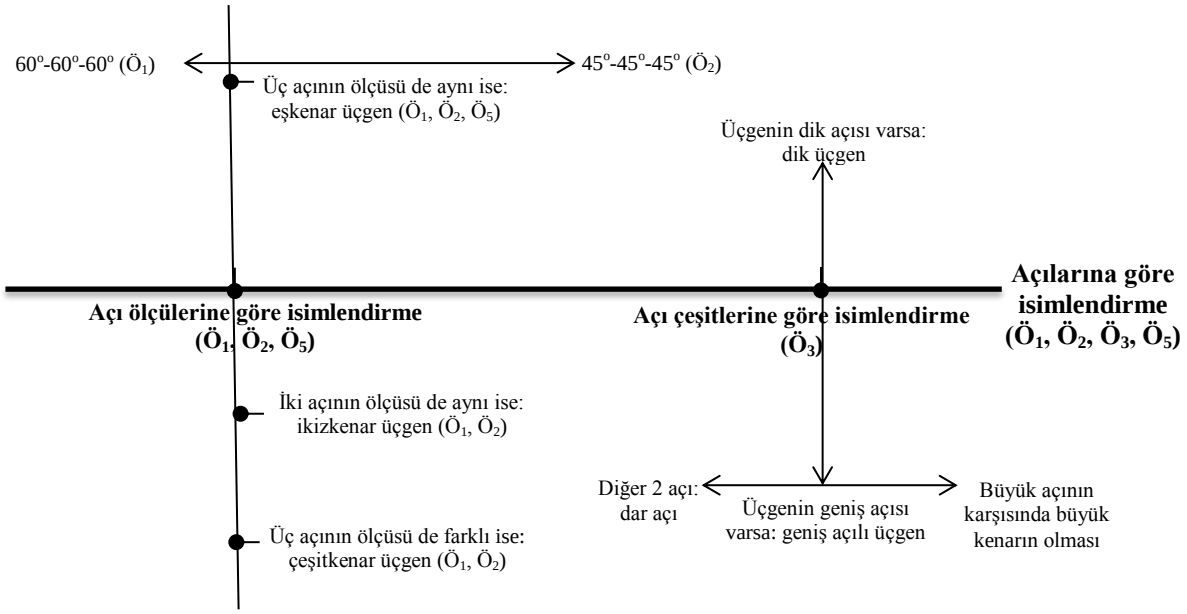
Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.
* ise öğrencilerin bu ifadelerin görüşmeler sonra kayıt alınmayan birebir ifadeleridir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*Açıları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 106, şekil 4. 107 ile verilecektir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*Açıları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları tek bir sayfa da özetlenemediği için şekil 4. 106, şekil 4. 107, şeklinde iki parça halinde sunulacaktır. Şekil 4. 107, şekil 4. 106'daki açılarına göre isimlendirmenin devamıdır.



Şekil 4. 106. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel* Betimlemelerinin *Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-I*



Şekil 4. 107. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-II*

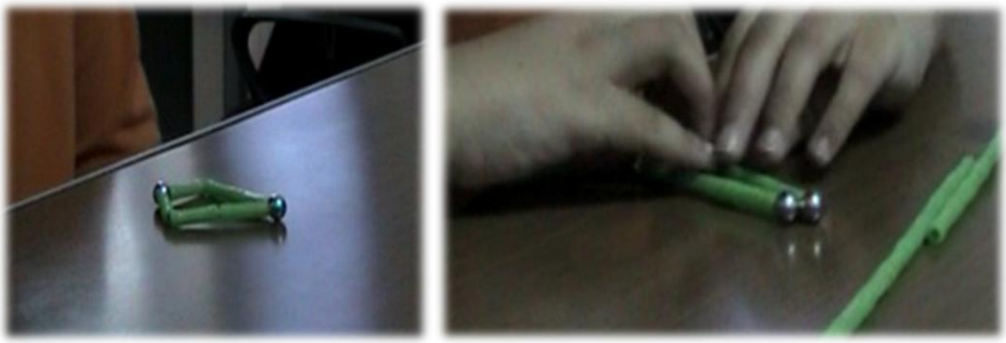
4.2.2.2.1.5. Köşeleri Olma Durumu (1. Görüşme)

"*Üçgen oluşturur musun?-birinci üçgen-*[1.görüşme protokolü 4.soru]" sorusu için kenarları ve köşeleri negatif yönde yerleştirerek eşkenar üçgen oluşturan Ö$_2$ kendisine bu geometrik şeklin üçgen olmasını sağlayan özellikleri sorulduğunda "*Aynı zaman da 3 kenarının eeem 3 köşesinin bulunması. Köşelerinin* [köşeleri pozitif yönde gösteriyor] *birbirine eşit olması*" diyerek burada aslında köşe ile açıları kastettiği görülmüştür. Öte yandan, "*bilmeyen birine üçgeni nasıl anlatırsın?* [1.görüşme protokolü 5.soru]" sorusuna cevap olarak ise "*3 kenarı, 3 köşesi olan*" diyerek köşeleri iki kenarın birleşim noktası olarak kabul ettiği görülmüştür. Sonuç olarak Ö$_2$'nin farklı sorular ile karşılaştığında üçgenin köşesi kavramına farklı anlamlar yüklediği söylenebilir. Yani farklı zaman dilimlerinde birbirinden bağımsız kavram anlayışları çağrıştırılmıştır denilebilir.

Ö$_4$, çeşitkenar üçgen üzerinden önce kenarları göstererek ardından da " *Şu köşesi şu köşesi* [şekli inceliyor] *bide şu köşesi* [negatif yönde köşeleri gösteriyor]" diyerek köşenin iki kenarın birleşim noktası olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde Ö$_5$'te

"*Çıkıyor gibi hah… şurası… şura, Şurası* [mıknatıslı topları gösteriyor]" diyerek köşelerin iki kenarın birleşim noktası olduğunu göstermiştir.

Tüm GE katılımcı öğrenciler köşe sayısının üç olduğunda hemfikir iken $Ö_5$ aynı zamanda köşe sayısını iki olabileceğini aşağıda şekil 4. 108 ile gösterilen oluşturduğunu söylediği üçgen ile savunmuştur.



Şekil 4. 108. *$Ö_5$'in Üçgenin 2 Köşesi Olmasına Yönelik Oluşturduğu Üçgene Ait Görüntüler*

$Ö_5$ üçgenin köşesi olduğunu belirtmiş ancak sözel ifadelerde ve oluşturulmuş olan üçgenlerde köşe sayısının 3 olduğunu belirtirken, üçgen oluşturma sürecinde 2 köşenin varlığını savunmuştur. Sonuç olarak $Ö_5$'in farklı görevler söz konusu olduğunda üçgenin köşesi kavramına ait farklı ve çelişkili anlayışlara sahip olduğu tespit edilmiştir.

4.2.2.2.1.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Köşeleri Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride; $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ üçgeni köşeleri olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve köşelerin nitelikleri ve sayıları hakkında farklı söylemlerde bulunmuşlardır. Katılımcı GE öğrenciler köşelerin niteliğini, iki kenarın birleşim noktası olma durumu ($Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$) ve açı olma durumu ($Ö_2$) olarak ele almışlardır. Köşelerin sayısı hakkında da farklı ifadelerde bulunan bu öğrencilerden $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ köşe sayısının 3 olacağını vurgularken $Ö_5$ aynı zamanda bu sayının 2 olabileceğine de değinmiştir. Buradan $Ö_5$'in köşe sayısına ilişkin olarak çelişkili bir anlayışa sahip olduğu belirtilmesi -pek te- yanlış olmaz.

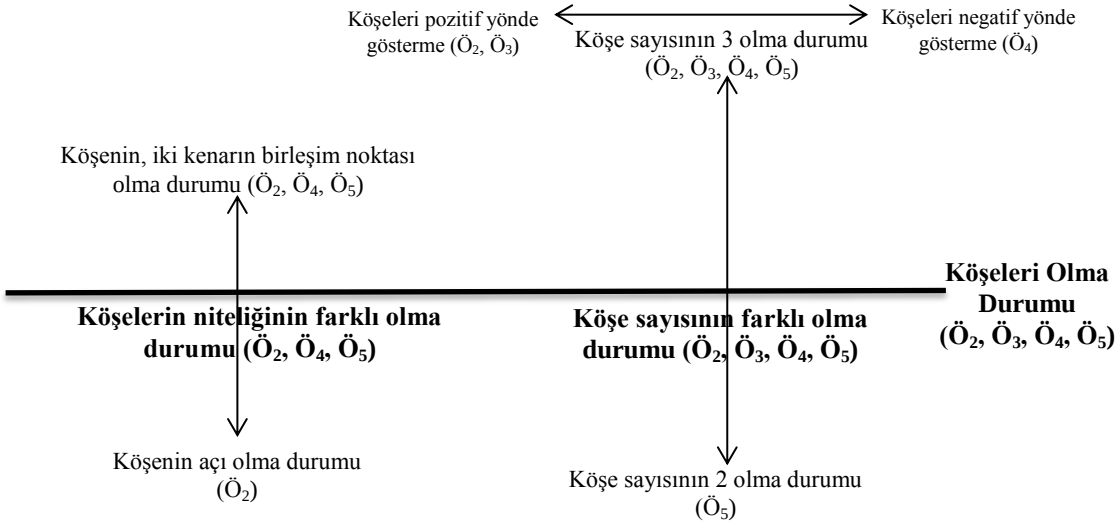
Katılımcı GE öğrencilerin üçgenin "*köşeleri olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 25'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 25. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Köşeleri Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Köşeleri Olma Durumu**	
	Köşelerin niteliğinin farklı olma durumu	***Köşe sayısının farklı olma durumu***
$Ö_2$	***Köşenin iki kenarın birleşim noktası olma durumu*** ***Köşenin açı olma durumu***	***Köşe sayısının üç olma durumu*** Köşeleri pozitif yönde gösterme
$Ö_3$		***Köşe sayısının üç olma durumu*** Köşeleri pozitif yönde gösterme
$Ö_4$	***Köşenin iki kenarın birleşim noktası olma durumu***	***Köşe sayısının üç olma durumu*** Köşeleri negatif yönde gösterme
$Ö_5$	***Köşenin iki kenarın birleşim noktası olma durumu***	***Köşe sayısının iki olma durumu*** ***Köşe sayısının üç olma durumu***

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*Köşeleri Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 109'da yer verilecektir.



Şekil 4. 109. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Köşeleri Olma Durumu*

4.2.2.2.2. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kavram Özellikleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. Görüşme protokolündeki "üçgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kavram özellikleri *üçgenleri sınıflandırma* olmak üzere tek kategori altında incelenecektir. Bu kategori GE öğrencilere "*Üçgenler hangi kriterlere göre sınıflandırılabilir? Neden?*" sorusunun sorulmasıyla elde edilmiştir.

4.2.2.2.2.1. Üçgenleri Sınıflandırma (1. Görüşme)

$Ö_1$ birinci görüşmenin altıncı sorusuna "*nasıl yani?*" diyerek araştırmacıdan açıklama yapmasını beklemiştir. Araştırmacı $Ö_1$'e daha önceden isimlerini kullandığı üçgen çeşitlerini [eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen] hatırlatarak soruyu tekrarlamıştır. Bunun üzerine $Ö_1$ "*Iı* [sessizlik] *eee… Eşitliğine… Santimlerin eşitliğine göre…*" diyerek kenar uzunluklarına göre sınıflandırdığını ifade etmeye çalışmıştır. Daha sonra ise "*Eee başka iç açılarının göre… İç açılarının derecelerine göre…*" diyerek üçgenleri açılarına göre de sınıflandırabileceğini ifade etmiştir. Açılarına göre sınıflandırdığında üçgenlerin nasıl olacağı sorulduğunda ise $Ö_1$ aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> *Mesela eşkenar üçgenin açıları* [düşünüyor] *İç açıları 60° derece, olması lazım..*[düşünmeden hemen cevap veriyor] *60*[^{o}]*,60*[^{o}]*,60*[^{o}], [mıknatıslı materyallerle uğraşıyor] *Iıy* [mıknatıslı topu elinden düşürdü] *İkizkenar… ıı…eeem… Onunda açıları birbirinin… 2 tanesi aynı mesela 60*[^{o}]*,60*[^{o}]*… Çeşitkenar da 70*[^{o}]*, 60*[^{o}], [zihinden hesap yapıyor] *50°leri olur… Iıı çeşit* [düşünüyor] *İkizkenarda da… 70*[^{o}]*, 70*[^{o}]*, 40*[^{o}]*… diyebiliriz.* [1. Görüşme 6. Soru-$Ö_1$]

Böylece $Ö_1$ üçgenlerin hem kenar uzunluklarına göre hem de açıların ölçülerine göre sınıflandırılabileceğini savunduğu söylenebilir. Eşkenar üçgenin her bir iç açısının eşit ve 60° olduğunu, ikizkenar üçgenin –genelde- iki açısının eşit olduğunu özel de ise 70°-70°-40° çeşitkenar üçgenin açılarının ise 70°-60°-50° diyerek aslında üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 180° olarak bildiğini de göstermektedir.

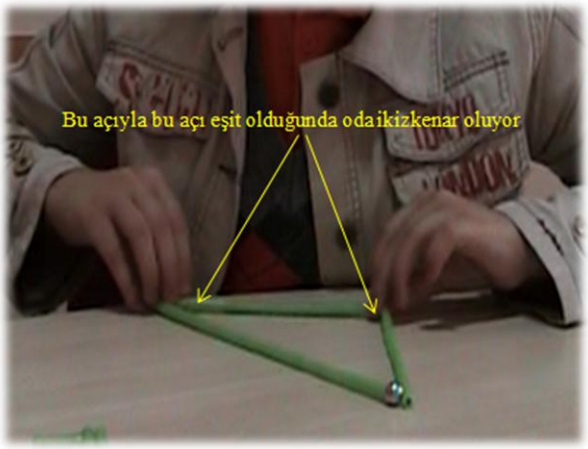
Üçgenlerin hangi kriterlerine göre sınıflandırılabileceği sorulduğunda $Ö_2$ hiç beklemeden "*Köşelerine, kenarlarına, açılarına göre*" cevabını vermiştir. Köşelerine göre nasıl bir sınıflandırma yapılacağı sorulması üzerine $Ö_2$ "*Dediğim gibi ikizkenar.*

Yaa her saydığım da, eee köşelerine, kenarlarına ve açılarına göre dediğimde de… üçü de aynı olur. İkizkenar, çeşitkenar eee eşkenar ve dik kenar üçgen" cevabını vererek hem köşelerine göre hem kenarlarına göre ve hem de açılarına göre sınıflandırmalarda aynı üçgenlerin isminin zikredileceği açıklamasını yapmıştır. Dik kenar üçgen ifadesi ile kenarların birbirine olan konumuna dikkat çektiği düşünülen $Ö_2$'ye açılarına göre sınıflandırma yapıldığında hangi üçgenlerin söz konusu olduğu sorulduğunda "*Açılarına göre de aynı şekilde oluyor*" ve "*Dik üçgen yine*" açıklamasını yaparak açı çeşidine dikkat ettiği düşünülmüştür. Köşelerine göre nasıl sınıflandırma yapılacağını belirten $Ö_2$ ile araştırmacı hakkında aşağıdaki konuşma gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Eeem köşelerini dedin bide… Köşelerine göre nasıl sınıflandıracağız?*
> **$Ö_2$:** *köşegen…* [düşünüyor] *Köşegen miydi o… Köşegen üçgendi galiba, bişey üçgendi ama.*
> **Araştırmacı:** *Köşegen nasıl?*
> **$Ö_2$:** *Nasıldı ya hatırlayamıyorum şimdi… Köşegen miydi? … Çokgenlerde olması lazım ama bi çeşit daha üçgen vardı ama köşelerine göre de öyle sınıflandırılabilir.* [1. Görüşme 6. Soru-$Ö_2$]

Ek görüşmelerde de kendisine bu ifadeleri hatırlatılan $Ö_2$'ye tekrar köşelerine göre sınıflandırmanın nasıl yapılacağı sorulduğunda "*Saçmalamışım evet*" diyerek köşelerine göre sınıflandırma yapılamayacağını "*Köşe kenarlı üçgen diye bişey var mı?*" ifadesini kullanarak açıklamıştır. Buradan $Ö_2$'de farklı zaman dilimlerinde birbirine tamamıyla zıt bilgilerin çağrıştırıldığı görülmektedir.

$Ö_3$ "*üçgenleri hangi kriterlere göre sınıflandırırsın?*" sorusuna "*Dik üçgen, eşkenar üçgen, Iıı* [düşünüyor] *İkizkenar üçgen, mesela dik üçgeni daha önce göstermiştik*" cevabını vermiştir. Araştırmacının "*Dik üçgen derken aslında neye göre sınıflandırıyorsun?*" sorması üzerine $Ö_3$ açıların ölçülerine göre olduğunu söylemiş daha sonra da bazı üçgenler oluşturarak ve o üçgenler üzerinde göstererek "*Eşkenar üçgende de açılarının ölçülerine göre ama mesela hepsi bütün açıları eşit olduğunda eşkenar oluyor. Iı 2 tane açısı eşit olduğunda mesela bununla… Bu açıyla bu açı eşit olduğunda bu da ikizkenar oluyor*" açıklamasını yapmıştır. Böylece $Ö_3$ açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma yapılabileceğine ve bu sınıflandırmada eşkenar üçgen ile ikizkenar üçgenin varlığına değinmiştir. Aşağıda $Ö_3$ ün oluşturduğu ikizkenar üçgenin görüntüsü şekil 4. 110 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 110. *Ö$_3$'ün Üçgenleri Sınıflandırma Kategorisi için Yaptığı Açıklamasına İlişkin Görüntüler: İkizkenar Üçgen*

Ö$_3$ dik üçgen için ise "*Dik açıda da bir kenarının dik olması gerekiyor*" ifadelerini kullanarak kenarların birbirine olan konumuna önem verdiği ve bu kategoride ise yalnızca dik üçgenin varlığına değindiği görülmüştür. Öte yandan Ö$_3$ geniş açılı üçgen olabileceğini de "*yani mesela burayı genişletirsek, şurdan burası geniş açı oluyor yani yine birleştikleri için üçgen oluyor* [materyalle gösteriyor]" ifadeleriyle belirtmiştir. Böylece, Ö$_3$ açı çeşidine göre geniş açının varlığına değinmiş ardından dik üçgenden de bahsetmiştir.

Ö$_4$ üçgenleri sınıflandırma sorusuna hiç tereddüt etmeden "*Kenar uzunluklarına göre*" cevabını vermiştir. Daha sonra "*Düzgün üçgen, eşkenar üçgen aynı şey zaten*" açıklamasını yapmıştır. Böylece Ö$_4$ kenarlarına göre üçgenler sınıflandırıldığında eşkenar üçgenin varlığını ifade etmiş ve eşkenar üçgeni düzgün üçgen olarak nitelendirmiştir. Ek olarak çeşitkenar ve ikizkenar üçgenden de bahseden Ö$_4$ "*Üçgen prizması duydum. Piramitlerin şekli olan*" şeklinde üçgen çeşitleri olduğuna değinmiştir. Buradan Ö$_4$'ün üçgen prizma ve piramidi üçgen olarak yorumladığı ve ayrıca piramit ile üçgen prizmayı birbirine karıştırdığı böylece bir kavram yanılgısına düştüğü anlaşılmaktadır.

Ö$_4$ "*Açılarına göre de sınıflandırabiliriz evet*" diyerek bu sınıflandırma için "*İşte gene düzgün bütün iç açıları birbirine eşit olur mesela… 180° ama mesela hepsi 60*[^{o}] *olur*" açıklamasını yapmış, ardından çeşitkenar üçgen [100°-50°-30°, 100°-60°-20°] ve ikizkenar üçgenden [50°-50°-80°] de bahsetmiştir. Araştırmacının "*Peki neden kenarlarına ve açılarına göre sınıflandırmak istedin?*" sorusu için ise "[düşünüyor]

Çünkü kenar uzunluğu farklı olduğuna… Yani kenar uzunluğu farklıysa… farklı, Bide açıları farklıysa yine farklı" şeklinde bir ifade kullanmıştır. Ek olarak dik üçgenin kenarlarının dikliğini ifade etmiştir. Buradan $Ö_4$ açı ve kenar ölçülerinin eşitliğine göre ile kenarların konumuna göre üçgenleri sınıflandırdığı görülmüştür.

$Ö_5$ diğer öğrencilerden farklı olarak üçgenleri şekillerine göre sınıflandıracağını söylemiştir. Araştırmacı $Ö_5$'ten örnek vermesini istediğinde, $Ö_5$ "*Mesela… uzun üçgen ikizkenarlı üçgenden daha değişik… yani*" örneğini vermiştir. ancak uzun üçgen ile gerçekten ne demek istediğinin açıklığa kavuşması için araştırmacı $Ö_5$'e "*Uzun üçgen derken uzunla… uzunlukla neyi kastediyorsun*" sorusunu yöneltmiştir. Daha sonra araştırmacı ile $Ö_5$ arasında şu diyalog gerçekleşmiştir:

$Ö_5$: *bir kenarı 2 kenarı uzun ama bir kenarı kısa olan*
Araştırmacı: *Hmm Uzun üçgen o oluyor*
$Ö_5$: *Kısa da 3 kenarı da aynı*
Araştırmacı: *Hmm o da kısa üçgen?*
$Ö_5$: *O da galiba dikiz üçgen deniyor*
Araştırmacı: *3 kenarı aynıysa dikiz üçgen?*
$Ö_5$: *Öyle diyorlar*

Bu konuşmadan $Ö_5$'in kenar uzunluklarına göre üçgenleri sınıflandırdığı ve "2 kenarı uzun bir kenarı kısa" olan üçgeni uzun üçgen olarak nitelendirdiği, ek olarak eşkenar üçgeni de hem kısa üçgen hem de dikiz üçgen olarak isimlendirdiği anlaşılmaktadır. Aşağıda şekil 4. 111 ile $Ö_5$'in uzun üçgen ve kısa üçgen anlayışına ilişkin üçgen görüntüleri verilmiştir.



Şekil 4. 111. *$Ö_5$'in Üçgenleri Kenarlarına Göre Sınıflandırması: Uzun Üçgen ve Kısa Üçgen*

Başka bir sınıflandırmanın söz konusu olup olmadığı sorulduğunda ise Ö$_5$ hiç duraksamadan "*Açılarına göre de"* demiş ardından *"O da aynı kenarları gibi yani aslında açılarını ölçerek… o da aynı ama eğer iki açısı daha uzunsa o uzun üçgen* [açı ile kenarı özdeş tutuyor] *normal üçgen ama üç açısı da aynıysa*" açıklamasını yapmıştır. Araştırmacının üç açısının ölçüsü eşit olan üçgeni isimlendirmesi gerekirse bu üçgenin adının ne olacağını sorması üzerine Ö$_5$ "*Tam isimlerini bilmiyorum ama… Böyle yaparken zorlanıyorum yani görenler gibi değilim o yüzden*" diyerek geometrik şekilleri anlatmakta ve zihninde yapılandırmakta zorlandığını ifade etmiştir. Ayrıca ifadelerinden Ö$_5$'in üçgenin kenarlarını açı olarak tanımladığı anlaşılmaktadır.

4.2.2.2.2.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Üçgenleri Sınıflandırma" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride katılımcı GE öğrenciler (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$) üçgenlerin 3 farklı şekilde sınıflandırılabileceğinden bahsettikleri için 3 boyutta ele alınmıştır. *Kenarlarına göre sınıflandırma* ve *açılarına göre sınıflandırma* tüm öğrenciler tarafından ifade edilirken *köşelerine göre sınıflandırma* sadece Ö$_2$ tarafından ifade edilmiştir. *Kenarlarına göre sınıflandırma,* kenar ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$) ve kenarların konumuna göre sınıflandırma (Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$) olmak üzere iki farklı şekilde incelenmiştir. Kenar uzunluklarına göre sınıflandırma yapıldığında, eşkenar üçgen [düzgün üçgen, kısa üçgen, dikizkenar üçgen] (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$), ikizkenar üçgen (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$), çeşitkenar üçgen (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_4$), üçgen prizma (Ö$_4$), piramit (Ö$_4$), uzun üçgen (Ö$_5$) olmak üzere 6 durumda ortaya çıkmıştır. Kenarların konumuna göre sınıflandırma (Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$) ise sadece dik üçgen (Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$) durumu ile ortaya çıkmıştır. *Açılarına göre sınıflandırma* boyutu, açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$) ve açı çeşidine göre sınıflandırma (Ö$_2$, Ö$_3$) olmak üzere iki alt boyutta ele alınmıştır. Açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma alt boyutu, açının kenar olarak kabul edildiği (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$) ve açının kenar olarak kabul edilmediği (Ö$_5$) durumlarda farklılık göstermiştir. Açı kenar olarak kabul edilmediğinde, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen göz önüne alınmıştır. Öte yandan açı kenar olarak kabul edildiğinde, uzun üçgen/iki açısı da uzunsa, normal üçgen/üç açısı da aynı ise şeklinde iki durum dikkati çekmiştir. Açı çeşidine göre sınıflandırma alt boyutu ise dik üçgen (Ö$_2$, Ö$_3$) ve geniş üçgen (Ö$_3$) göz önüne alınarak

incelenmiştir. Son olarak köşelerine göre sınıflandırma yapılabileceğini ifade eden $Ö_2$ ise ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen, eşkenar üçgen, dik üçgen ve köşegen üçgenden bahsetmiştir.

Üçgenin "*üçgenleri sınıflandırma*" kategorisine ait her bir katılımı GE öğrencinin sahip olduğu anlayışları tablo 4. 26'te özetlenmiştir.

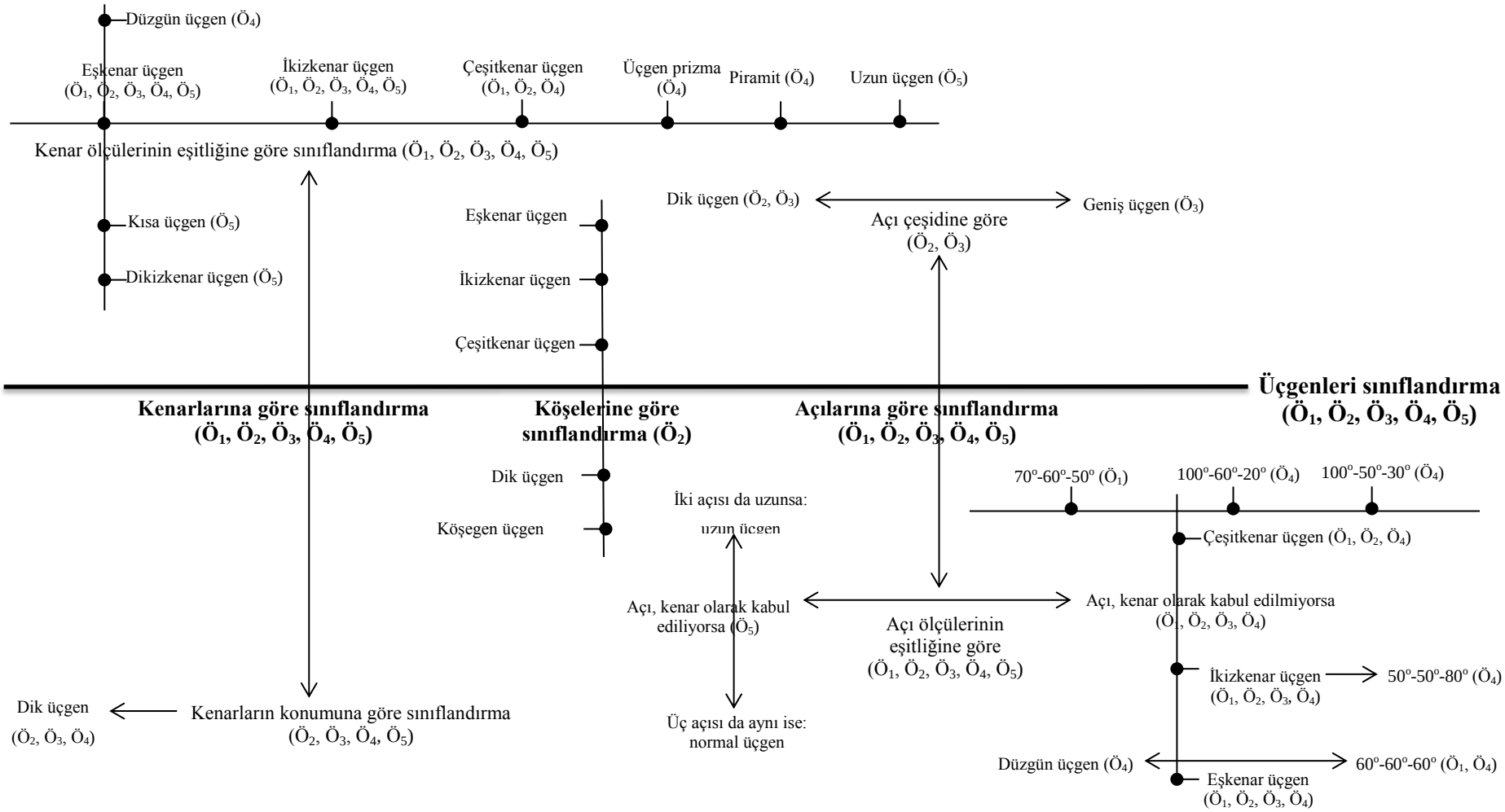
Tablo 4. 26. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Üçgenleri Sınıflandırma" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Üçgenleri sınıflandırma**		
	Kenarlarına göre sınıflandırma	***Açılarına göre sınıflandırma***	***Köşelerine göre sınıflandırma***
$Ö_1$	***Kenar ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Eşkenar üçgen İkizkenar üçgen Çeşitkenar üçgen	***Açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Açı kenar olarak kabul edilmiyorsa (Eşkenar üçgen) -60°-60°-60°- (İkizkenar üçgen) (Çeşitkenar üçgen) -70°-60°-50°-	
$Ö_2$	***Kenar ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Eşkenar üçgen İkizkenar üçgen Çeşitkenar üçgen ***Kenarların konumuna göre sınıflandırma*** Dik üçgen	***Açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Açı kenar olarak kabul edilmiyorsa (Eşkenar üçgen) (İkizkenar üçgen) (Çeşitkenar üçgen) ***Açı çeşidine göre sınıflandırma*** Dik üçgen	***İkizkenar üçgen*** ***Çeşitkenar üçgen*** ***Eşkenar üçgen*** ***Dik üçgen*** ***Köşegen üçgen***
$Ö_3$	***Kenar ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Eşkenar üçgen İkizkenar üçgen ***Kenarların konumuna göre sınıflandırma*** Dik üçgen	***Açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Açı kenar olarak kabul edilmiyorsa (Eşkenar üçgen) (İkizkenar üçgen) ***Açı çeşidine göre sınıflandırma*** Dik üçgen Geniş üçgen	
	Kenar ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma Eşkenar üçgen	***Açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Açı kenar olarak kabul	

Ö$_4$	(düzgün üçgen) İkizkenar üçgen Çeşitkenar üçgen Üçgen prizma Piramit ***Kenarların konumuna göre sınıflandırma*** Dik üçgen	edilmiyorsa (Eşkenar üçgen) -düzgün üçgen- -60°-60°-60°- (İkizkenar üçgen) -50°-50°-80°- (Çeşitkenar üçgen) -100°-50°-30°- -100°-60°-20°-	
Ö$_5$	***Kenar ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Eşkenar üçgen (kısa üçgen) (dikiz kenar üçgen) İkizkenar üçgen Uzun üçgen ***Kenarların konumuna göre sınıflandırma***	***Açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırma*** Açı kenar olarak kabul ediliyorsa (iki açısı da uzunsa: uzun üçgen) (üç açısı da aynıysa: normal üçgen)	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, "*üçgenleri sınıflandırma*" kategorisine ait eksensel olarak kodlaması şekil 4. 112' de yer verilecektir.

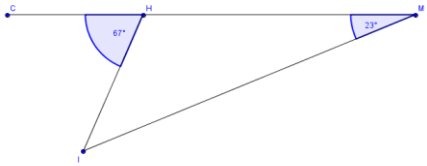


Şekil 4. 112. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Üçgenleri Sınıflandırma*

4.2.3. "Üçgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular

İkinci görüşme protokolünde katılımcı GE öğrencilere, "üçgen" ile ilgili üç tane soru sorulmuştur. Tablo 4. 27'de öğrencilere sorulma sırasına göre sorular ifade edilmiştir.

Tablo 4. 27. *GE Öğrenciler ile Gerçekleştirilen İkinci Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Ait Sorular*

Protokol/Sıra	Sorunun İfadesi
2.Protokol/4. Soru	Bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söylenebilir?
2.Protokol/ 5. Soru	Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz? [*iki dar açısının ölçüsü toplamı 90° olan bir üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?*]
2. Protokol/6. Soru	Bir nehir kenarında H ve M olarak adlandırılan iki ev vardır. Bu evler aşağıdaki şekilde konumlandırılmıştır. Buna göre I açısının ölçüsünü bulunuz. 

4.2.3.1. "Üçgen" Kavramına Ait GE Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (2. Görüşme)

Bu bölümde, GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 27'deki sorular sorulduğunda üçgen kavramı ile ilgili ifade ettikleri formal tanımlara yer verilecektir.

İkinci görüşme protokolüne ait "*iki dar açısının ölçüsü toplamı 90° olan bir üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?* [5. Problemin alternatifi]" problemi sorulduğunda; $Ö_2$, önce eşkenar üçgenin varlığını kenarların açı olduğunu varsayarak düşünmüş ve "*her kenarı 30°*" demiştir. Ardından "*haaahh şimdi üçgen düşünüyoruz... üçgen hocam 3 kenarı var. 3 köşesi. Biliyoruz*" diyerek üçgenin üç kenarı ve üç köşesi olduğunu dile getirmiştir. Bu ifadesi ile –her ne kadar açık bir şekilde dile getirmese de-

üçgen tanımı 1 ve **2**'ye uygun [köşeler ile doğru parçalarının uç noktalarında birleşimini kastettiği düşünülmüştür] –ama eksik- formal kavram tanımını kullandığı söylenebilir. Ek olarak yukarıdaki ifadeler göz önünde bulundurulursa $Ö_2$'nin önce kavram imajına daha sonra formal kavram tanımına yönlendiği görülmüştür. Bu ifadelerinin ardından $Ö_2$ eliyle "*Şimdi 30*3 bir kere bu yoldan elde edebiliriz. Gayet rahat 3 kenarı da şura şura şura*[gösteriyor] *yani 3 kenarı var biliyorsunuz*" diyerek kenarların açı olma durumuna dikkat çekerek üçgen kavramı ile ilgili tekrar kavram imajına yönlenmiştir.

$Ö_3$ "*Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*" sorusuna cevap olarak

> *Emm dik üçgen diyor yani bir açısı 90° olacak. Diğer açısı 60° oluyor… Iıı Kenarları hakkında hani biri dik kenar oluyor. Diğeri dar oluyor 60°lik olan 90°ye dik. 60*[^{o}] *olan dar oluyor ıı sonra 180°lik iç açılarının toplamı. Diğer açısı kaç derece oluyor bir saniye?* [eliyle sanki kâğıt üzerinde işlem yapıyormuş gibi masa üzerinde hesap yapıyor]... *Diğer açısı 20° oluyor. Hayır 20*[^{o}] *değil 120° oluyor… Diğer açı. O da geniş açı oluyor...* [2.görüşme protokolü 5. Problem-$Ö_3$]

şeklinde üçgenin açıları ve iç açı ölçüleri toplamı hakkında ifadelerde bulunmuştur. Daha sonra araştırmacının "*Peki, kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*" demesi üzerine $Ö_3$ "*doğru parçaları oluşturuyor...* [3 doğru parçasının uç noktalarda birleşimine dikkat ederek eliyle masaya hayali üçgen çiziyor] *Üçgenlerin uzunlukları da… eşit oluyor sanırım. Tam bilmiyorum ama eşit olmuş*" ifadesini kullanmıştır. Buradan $Ö_3$'ün açılar hakkında ifadeleri kullanmasıyla önce üçgen kavram imajına, sonra 3 doğru parçasının uç noktalarında birleşimine değindiği için –eksik te olsa- formal kavram tanımına, sonra kenar uzunluklarından bahsettiği için tekrar kavram imajına geçiş yaptığı belirtilebilir. Ek olarak $Ö_3$ ikinci görüşme protokolünün altıncı problemi ile ilgili raised-line materyalden elleriyle ne hissettiğini anlatırken üçgeni oluşturan doğru parçalarına özellikle odaklanmış ve şekli bir dış açı ve bir üçgenin birleşimi şeklinde olduğunu tanımlayan tek katılımcı öğrenci olmuştur. Bu durum ise $Ö_3$'ün 5. problem için belirttiği formal kavram tanımını destekler niteliktedir denilebilir.

$Ö_5$ ise "*bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söyleyebilirsin?*" sorusuna "*düzgün çokgen değil bence*" diyerek üçgenin bir çokgen olduğuna

değinmiştir. Bu da $Ö_5$'in [öğrenci üçgenin 3 kenarlı çokgen olduğunu belirtmemiş ancak bunun farkında] **üçgen tanımı 1**'de belirtilen formal kavram tanımı kullandığını göstermektedir. $Ö_5$ bu ifadesinin ardından "*Açıları birbirine eşitte değil düzgün olmadığı için*" diyerek ise üçgen kavramına ait imajını ortaya çıkarmıştır. $Ö_5$ "*Bir açısı 60 olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?* [2.görüşme protokolü 5. problem]" problemine cevap olarak ise "*Yani… Bu aslında… Düzgün çokgen… Yani*" diyerek yine üçgenin bir çokgen olduğuna değinmiştir. Araştırmacının "*Nasıl düzgün çokgen*?" demesi üzerine "*Düzgün üçgen, Yani hani bir kenarı 60'sa diğer 2 kenarı da 60 olur*" diyerek üçgenin 3 kenarlı bir çokgen olduğundan bahsetmiş ve ayrıca kenarları açı olarak ta yorumlamıştır. Buradan $Ö_5$'in kavram tanımını kullandığı söylenebilir.

Sonuç olarak üçgen kavramı ile ilgili problemler sorulduğunda $Ö_2$ ve $Ö_3$ önce kavram imajlarını ardından formal kavram tanımını daha sonra da tekrar kavrama ait imajlarını ortaya çıkarmışlardır. Diğer taraftan $Ö_5$ ise önce formal kavram tanımını kullanmış ardından kavram imajına sonra tekrar kavram tanımına ve gerekli oldukça tekrar kavram imajına yönelmiştir. $Ö_1$ ve $Ö_4$ ise sadece kavram imajlarını kullanan öğrenciler olmuştur.

4.2.3.2. GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (2. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 27'deki sorular sorulduğunda üçgen kavramı ile ilgili kullandıkları kavram tanımlarının ardından, şimdi de, kavram imajlarına yer verilecektir. GE öğrencilerin üçgen kavramına ait kavram imajları, *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* olacak şekilde iki başlık altında incelenmiştir.

4.2.3.2.1. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kişisel Betimlemeleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 2. Görüşme protokolündeki "üçgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kişisel betimlemeleri *kenarları olma durumu, açıları olma durumu* olmak üzere 2 kategori altında incelenecektir.

4.2.3.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (2. Görüşme)

İkinci görüşme protokolünde ilk görüşmeden farklı olarak tüm öğrenciler üçgenin kenarlarının doğru parçası olacağını ve başka bir nitelikte olmayacağına değinmişlerdir. Örneğin $Ö_3$ ikinci görüşme protokolünün 5. problemini çözme esnasında araştırmacının "*Peki, kenarları hakkında ne söyleyebilirsin, kenarlarının uzunlukları hakkında?*" sorusuna "*doğru parçaları oluşturuyor*" cevabını vermiştir.

İlk görüşmeden farklı olarak katılımcı GE öğrencilerin tümü doğrudan veya dolaylı olarak üçgenin 3 kenarı olduğunu belirtmişlerdir, ayrıca üçgenlerin tabanı olması gerektiği şeklinde bir açıklamada da bulunmamışlardır. Ek olarak tüm öğrenciler üçgenleri kenarlarına göre isimlendirme yoluna gitmişlerdir. Örneğin, $Ö_5$ "*Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?* [2.görüşme protokolü 5.problem-$Ö_5$]" sorusuna "*Yani… Bu aslında… Düzgün çokgen… Yani*" demiştir. $Ö_5$'in düzgün çokgen demekle neyi kastettiği sorulduğunda ise "*Düzgün üçgen*" ifadesi ile üçgeni isimlendirdiği görülmüştür. $Ö_5$ ile araştırmacı arasında daha sonra şu şekilde bir konuşma gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Düzgün üçgen derken?*
> **$Ö_5$:** *Yani hani bir kenarı 60[°]'sa [kenarın açı olma durumu] diğer 2 kenarı da 60[°] olur ve 180°ye tamamlanmış olur.*
> **Araştırmacı:** *Soruyu bir daha okuyorum. Bir açısı 60° olan… Bak sadece bir tane. Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*
> **$Ö_5$:** *3 kenarı eşit… Yani*
> **Araştırmacı:** *3 kenarı eşit neden?*
> **$Ö_5$:** *Ya aslında da demin anlatmak istediğim de oydu. Yani eğer… bir tanesi 60[°]'sa diğerleri de 60[°] olarak… Eşitlenir 180°ye tamamlanır ve bu da kenarları eşit olan üçgen olur… Düzgün üçgen*

Böylece $Ö_5$'in kenarın açı olduğunu söylemesiyle kenarlar ve açılar arasında bir ilişki olduğunu düşündüğü varsayılabilir. Öte yandan ısrarla *bir açısı 60°olan dik üçgen*' den bahsedilmesine rağmen; $Ö_5$'in 60°ye odaklanması ve buradaki diklik ifadesine odaklanmaması, onun ya dik üçgenden haberdar olmadığını ya dik açının 90° olduğunu bilmediğini [ya da bir açısı 90° olan eşkenar üçgen olduğunu düşündüğünü] ya da zihninde eşkenar üçgen imajı olduğunu gösterebilir. Öte yandan üçgenin iç açılar toplamının da 180° olduğunu üç tane 60° açının toplanmasıyla elde edileceğini savunması $Ö_5$'in üçgenin 3 açısının varlığından haberdar olduğunu göstermektedir.

$Ö_5$'in "*Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?* [2.görüşme protokolü 5.problem-$Ö_5$]" problemine verdiği cevabın yeterli olmadığı düşünüldüğü için, alternatif olarak hazırlanan "*iki dar açısının ölçüsü toplamı 90° olan bir üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?*" problemi sorulmuştur. $Ö_5$ bu soruya "*Yani… üçü aynı olmaz, yani iki tanesi aynı olur*" cevabını vermiştir. Bunun açıklamasını ise "*Çünkü toplam olarak diyorsanız şimdi biz o 90[°]'ı 2'ye böldüğümüzde 45[°] çıkıyor. 2 kenarı da 45[°] olur ve 180[°] olması için de eem* [düşünüyor]*... Alttaki veya bir tane kenarın… Ölçüsü de… 90[°] sadece kendisi 90[°] olur* [$45^o+45^o=90^o$; $180^o-90^o=90^o$]" şeklinde yapmıştır. Buradan $Ö_5$ ikizkenar üçgen için de kenarın açı olma durumu söz konusu olduğu için, kenarları ve açıları arasında bir ilişki olduğunu düşünmüş olabileceği söylenebilir. Ayrıca $Ö_5$'in bu işlemiyle, üçgenin iç açılar toplamının 180° olduğunu ve üçgenden üçgene değişmeyeceğini savunduğunu gösterebilir.

"*Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin… kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*" sorusu için $Ö_4$ "*eşkenar olabilir*" cevabını vermiştir. Daha sonra $Ö_4$ ile gerçekleşen konuşma şu şekilde devam etmiştir:

> **Araştırmacı:** *Eşkenar… Niye?*
> **$Ö_4$:** *Çünkü zaten üçünün de 60 ar derece olması gerekiyor… Eşkenar olması için düzgün üçgen olması için*
> **Araştırmacı:** *Hıı hı… Peki dik üçgen nedir? Onu biliyor musun?*
> **$Ö_4$:** *Dik üçgen de açıları dikti galiba* [dikliğe dikkat çekiyor]
> **Araştırmacı:** *Hıı hı… Bu üçgen… nin bi açısı 60[°]… aynı zamanda da dik bir üçgen*
> **$Ö_4$:***… 90 kenar uzunlukları* [kenarın açı olma durumu]*… dış açıları falan 90 dır herhalde*
> **Araştırmacı:** *Dış açısı mı?*
> **$Ö_4$:** *Dış açı değil de… Kenar uzunluğu*

$Ö_4$ yukarıdaki konuşma ile eşkenar üçgene, düzgün üçgen diyerek yeni bir isimlendirme yapmıştır. $Ö_4$'ün ya sadece 60° ölçüye odaklandığı ve yahut ta eşkenar üçgenin bir açısının 90° olabileceğini [kenar ile açı arasında ilişki olmama durumunu] düşündüğü; ayrıca 90°'yi kenar uzunluğu olarak kabul etmesi ile de $Ö_4$'ün kenarı açı olarak düşündüğü söylenebilir. $Ö_4$ "*dik üçgen de açıları dikti galiba"* diyerek aslında dik üçgende bir açının 90° olduğunu bilmediği veya üçgenin bütün açılarının 90°

olduğunu düşünerek iç açı ölçüleri toplamının 180° olarak [dik üçgen için] düşünmediği ifade edilebilir.

Öte yandan ikinci görüşme protokolü 5. problemin alternatifi olan soru sorulduğunda ise $Ö_4$ aşağıdaki cevabı vermiştir:

> *Birbirine eşit değildir, değildir çünkü… 2 dar açının ölçüsü toplamı dik açıyı veriyormuş. Muhakkak bu açılardan ya biri 50[°] biri 40[°] dır. Ya biri 60[°], biri 30[°]. Öyle bir şeydir muhakkak… ama dediğim gibi düzgün bir 60[°] olması gerekiyor. Kenarları eşit olabilmesi için. Yani kenar uzunlukları farklıdır.*

Bu ifadelerin ardından ölçüsü büyük olan açının karşısındaki kenarın ölçüsünün büyük ve ölçüsü küçük olan açının karşısındaki kenarın ölçüsünün küçük olacağını ifade eden $Ö_4$ böylece kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Ayrıca bu ifadelerden $Ö_4$ [dik-$Ö_4$ bu üçgenin dik üçgen olduğunun farkında değil-] üçgen 'in iç açı ölçüleri toplamının 180° olarak düşündüğü görülmektedir. **İkinci görüşme protokolünün 5. problemi ve alternatif problem içerisinde dik üçgenin iç açı ölçüleri toplamı için $Ö_4$'ün farklı ifadelerde bulunması farklı zamanlarda (neredeyse) aynı olan sorular için farklı ve de tamamıyla zıt bilgilerin çağrıştırabileceğini göstermektedir denilebilir.**

"*Bir açısı 60^oolan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*" sorusunu $Ö_3$ "*e dik üçgen diyor yani bir açısı 90° olacak. Diğer açısı 60° oluyor… Iıı kenarları hakkında hani biri dik kenar oluyor. Diğeri dar oluyor 60^olik olan 90^oye dik*" şeklinde cevaplayarak kenarların birbirine olan konumuna ve üçgeni buna göre isimlendirdiği anlaşılmaktadır. Ayrıca $Ö_3$'ün kenarları açı olarak tanımlamadığı, dik üçgende bir açının 90° ve diğer açının 60° olabileceğini düşündüğü söylenebilir. Öte yandan aynı problem için araştırmacının "*kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*" sorusuna karşılık $Ö_3$ "*Uzunlukları da… Eşit oluyor sanırım. Tam bilmiyorum ama eşit olmuş*" diyerek kararsız kaldığını ifade etmiştir. Ancak kenarların eşit olduğunu söyleyerek kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olmadığını savunduğu da düşünülebilir. Ancak kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişkiden bahsedebilir miyiz diye sorulduğunda ise $Ö_3$ "*Olabilir…*[düşünüyor] *Aslında… Yine… ıı olabilir de… Bilmiyorum*" diyerek böyle bir ilişkinin var olabileceğini de belirtmiştir.

İkinci görüşme protokolünün 4. problemi sorulduğunda $Ö_2$ "*sanırım* [düşünüyor] *yaa ikizkenar üçgen, ya da dik üçgen.. Aslında dik üçgenin şeyi* [açısı] *90^odir. şeyi hani*

dik açının ölçüsü 90[°] dır. Ama... Tamam, yani full 90[°]'a gerek yok tam 90[°]'a" şeklinde dik üçgenin bir açısının 90° ve 89° olabileceğini ifade ederek **sezgisel bir diklik anlayışı**na sahip olduğunu göstermiştir. Bu ifadesinin ardından bu üçgenin bir ikizkenar üçgen olamayacağını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

> *Hocam onu yaa sanırım yanlışlıkla düşündüm ama. Şöyle bir şey var ama hocam bir anda aklıma geldi ama sonra düşününce... Haa ıı dik üçgenin daha eee mantıklı olacağına karar verdim. Açı bakımından ölçüsü bakımından her bakımdan* [2. görüşme protokolü 4. problem- $Ö_2$]

$Ö_2$ "*Peki, kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*" şeklinde bir soruya ise "*diktir, aynı zamanda da eşittir*" cevabına araştırmacının "*bütün kenarları mı*?" demesi üzerine "*evet*" demiştir. Böylece $Ö_2$'ye göre bir açısı 90° olan bir eşkenar üçgen vardır denilebilir. Buradan $Ö_2$'nin kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olmadığını savunduğu belirtilebilir.

"*İki dar açısının ölçüsü toplamı 90° olan bir üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?* [2.görüşme protokolü 5. Problem-alternatif]" sorusuna $Ö_2$ –hemen- "*her kenarı... 30°*" demiş, araştırmacının "*uzunluk olarak mı?*" sorusuna ise "*evet*" cevabını vermiştir. Ardından eliyle masa üzerinde hayali bir üçgen oluşturarak "*Şimdi 30*3 bir kere bu yoldan elde edebiliriz. Gayet rahat 3 kenarı da şura şura şura yani 3 kenarı var biliyorsunuz*" diyerek hem üçgenin üç kenarı olduğunu belirtmiş hem de kenarları açı olarak yorumlamıştır.

"*Bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söyleyebilirsin?* [2.görüşme protokolü 4.problem]" problemine $Ö_1$ "*Yani tam dik olmaya yaklaşmış*" diyerek mıknatıslı materyallerle ölçüsü 89° olan açıyı oluşturmuştur. Ardından "*Kenar uzunlukları da yani biraz birbirine eşit olmaya bilir ama belki oladabilir yani açılarına bağlı*" diyerek kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olduğuna dikkat çekmiştir. Öte yandan "*Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?* [2.görüşme protokolü 5.problem]" şeklinde sorulduğunda "*Iı bir açısı 60° olduysa mecburen zaten diğer açıları 60[°] olmak zorunda*" diyerek bu şekilde bir eşkenar üçgen elde edileceğine değinmiştir. Araştırmacının "*Ama bu aynı zamanda da dik üçgenmiş*" diye uyarması üzerine " *Eşkenar dik* [şaşırıyor]*... Dik nasıl yani dik öğretmenim*" ifadesiyle şaşkınlığını dile getirmiştir. $Ö_1$'e bir açısı 60° olan bir dik üçgenden

bahsedildiği tekrar hatırlatıldığında "*Yani böyle doğru… Eşit… Dik üçgen… Dik üçgen nasıl oluyor öğretmenim… Dik üçgen*" diyerek soruya bir anlam veremediğini dile getirmiştir. Araştırmacı bunun üzerine "*bir açısı 90° diğeri 60° ise*" şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bunun üzerine üçüncü açının 30° olacağını söylemiştir. Böylece $Ö_1$ üçgenin iç açılar toplamının 180° olarak biliyor demek -pek te- yanlış olmaz. Tüm bu açıklamalardan sonra $Ö_1$ üçgenin kenar uzunlukları için "*Yani belki aynı da olabilir farklı da olabilir. Üçgen çeşidine göre değişir diyorum ama… derecesine göre değişmeyebilir o zaman*" ve ardından kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişkinin olmadığını dile getirmiştir.

Sonuç olarak, tüm katılımcı GE öğrencilerin ikinci görüşme protokolünün 5. sorusunda yer alan "*bir açısı 60°olan bir dik üçgen*" ifadesinde sadece 60° ye odaklandıkları ve bu üçgenin bir eşkenar üçgen olabileceğini veya hem eşkenar üçgen hem de bir açısının 90° olabileceğini düşünmüşlerdir.

4.2.3.2.1.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler üçgeni kenarları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve üçgenin kenarları ile ilgili bazı özelliklerden bahsetmişlerdir. Bu özellikler, kenarların niteliği, sayısı ve uç noktalarda birleşimi ile ilişkilidir. Bütün öğrenciler [niteliğinin ve sayının ikisi aynı anda değil] kenarların niteliğinin doğru parçası olmasına ve kenar sayısının üç olmasına değinmişlerdir. Ancak sadece $Ö_3$ kenarların birleşiminden açıkça bahsetmiştir.

Bütün öğrencilerin **-üç-** kenar sayısında hemfikir olması dikkati çekerken üçgenleri hem kenar ölçülerine hem de kenarların (iki kenarın) birbirine olan konumuna göre isimlendirme yoluna gittikleri görülmüştür. Kendilerine sorulan problemleri cevaplarken GE öğrencilerin birinci görüşmenin tersine üçgenin tabanından bahsetmemişlerdir. Kenar ölçülerine göre isimlendirme yapan GE öğrenciler, kenarlar eşit ölçüde ise eşkenar üçgen ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$), iki kenar eşit ölçüde ise ikizkenar üçgen ($Ö_5$) ve kenarlar farklı ölçüde ise ($Ö_1$, $Ö_4$) bu ilk ikisinden farklı bir üçgen olacağını [herhangi bir isimlendirme yapmadılar] ifade etmişlerdir. Buradan tüm katılımcı GE öğrencilerin genelde eşkenar üçgen imajına sahip oldukları söylenebilir. Bu üç üçgende de öğrenciler kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişkinin varlığına veya

yokluğuna da değinmişlerdir. Eşkenar üçgen için kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olmadığını tüm katılımcı GE öğrenciler savunurken $Ö_1$ hariç diğer öğrenciler aynı zamanda bu ilişkinin olduğunu da savunmuşlardır. Buda öğrencilerin birden fazla ve çelişkili eşkenar üçgen anlayışına sahip olduğu anlamına gelebilir. Öte yandan tüm öğrenciler -ilginç bir şekilde- problemler söz konusu olduğunda eşkenar üçgenin bir açısının 90° olabileceğini savunmuşlardır. Buradan öğrencilerin her ne kadar genelde eşkenar üçgen anlayışları daha yoğunmuş gibi gözükse de özelde yanlış kavramalara da sahip oldukları söylenebilir. Kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olduğunu belirten $Ö_2$ ve $Ö_5$ kenarların açı olduğunu ileri sürmüşlerdir. $Ö_4$ ise üç kenarı da eşit ölçüde olan bu üçgenin üç açısının da 60° olduğunu söyleyerek üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 180° olduğunu bildiğini göstermiştir. Kenar ölçüleri farklı olan üçgenden bahseden $Ö_1$ ve $Ö_4$ kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olduğunu ifade etmiş ancak sadece $Ö_4$ bu ilişkinin büyük ölçülü açı karşısında büyük ölçülü kenar, küçük ölçülü açı karşısında küçük ölçülü kenar olacağı yönünde bir açıklama yapmıştır.

Kenarların birbirine olan konumuna göre üçgeni isimlendiren $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ iki kenarın birbirine dik olarak konumlanmasından [sadece bir açının 90° olması] bahsetmiş ve bu tür üçgenleri dik üçgen olarak adlandırmışlardır. Öte yandan $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ kenarların açı olmayacağını söylerken $Ö_4$ kenarların açı olma durumuna değinmiştir. Buradan $Ö_4$'ün dik üçgen söz konusu iken kenarları açı olarak yorumladığı ancak eşkenar üçgende böyle bir durum olmadığı, öte yandan $Ö_2$'nin ise eşkenar üçgende kenarları açı olarak yorumladığı ve dik üçgende bu durumu göz önüne almadığı söylenebilir.

Katılımcı GE öğrencilerin üçgenin "*kenarları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu üçgen anlayışları tablo 4. 28 ile özetlenmiştir.

Tablo 4. 28. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

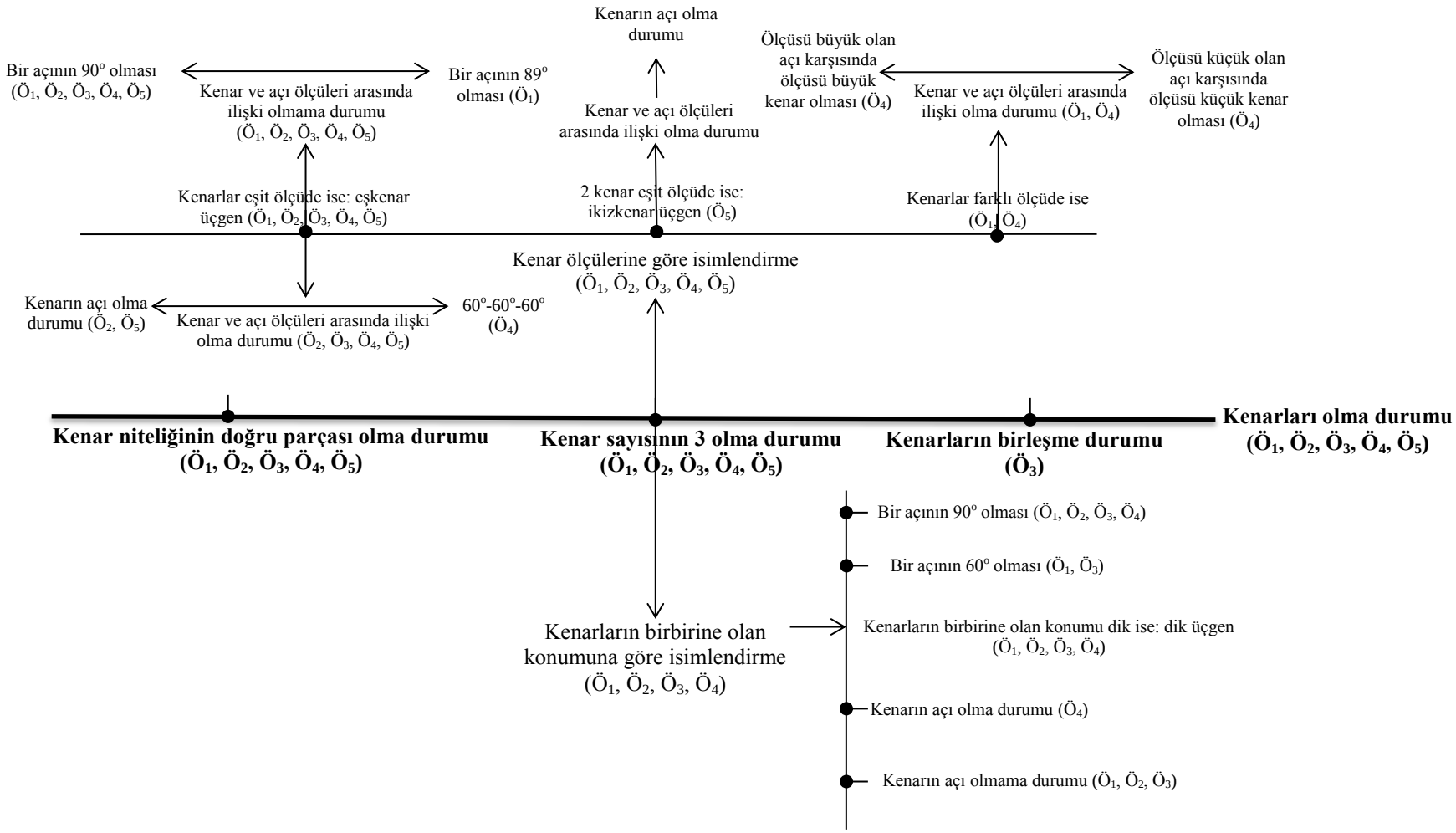
Kategori Öğrenci	**Kenarları Olma Durumu**		
	Kenar niteliğinin doğru parçası olma durumu	***Kenar sayısının 3 olma durumu***	***Kenarların birleşme durumu***
		Kenar ölçülerine göre isimlendirme Üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olmama durumu)	

$Ö_1$	***X***	-bir açının 89° olması- -bir açının 90° olması- Üç kenar farklı ölçüde ise (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) ***Kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme*** Kenarların birbirine olan konumu dik ise: dik üçgen (bir açının 90° olması) (bir açının 60° olması) (kenarın açı olmama durumu)	
$Ö_2$	***X***	***Kenar ölçülerine göre isimlendirme*** Üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olmama durumu) -bir açının 90° olması- (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) -kenarın açı olma durumu- ***Kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme*** Kenarların birbirine olan konumu dik ise: dik üçgen (bir açının 90° olması) (bir açının 89° olması) (kenarın açı olmama durumu)	
$Ö_3$	***X***	***Kenar ölçülerine göre isimlendirme*** Üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olmama durumu) -bir açının 90° olması- (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) ***Kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme*** Kenarların birbirine olan konumu dik ise: dik üçgen (bir açının 90° olması) (bir açının 60° olması) (kenarın açı olmama durumu)	***Kenarların uç noktalarında birleşimi***
		Kenar ölçülerine göre isimlendirme Üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olmama durumu) -bir açının 90° olması-	

$Ö_4$	***X***	(kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) -60°-60°-60°- Üç kenar farklı ölçüde ise (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) -ölçüsü büyük olan açı karşısında ölçüsü büyük kenar olması- -ölçüsü küçük olan açı karşısında ölçüsü küçük kenar olması- ***Kenarların birbirine olan konumuna göre isimlendirme*** Kenarların birbirine olan konumu dik ise: dik üçgen (bir açının 90° olması) (kenarın açı olma durumu)	
$Ö_5$	***X***	***Kenar ölçülerine göre isimlendirme*** Üç kenar eşit ölçüde ise: eşkenar üçgen (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olmama durumu) -bir açının 90° olması- (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) -kenarın açı olma durumu- İki kenar eşit ölçüde ise: ikizkenar üçgen (kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olma durumu) -kenarın açı olma durumu-	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. X ise öğrencilerin o alt kategoride var olduğunu göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*Kenarları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 113 ile sunulacaktır.

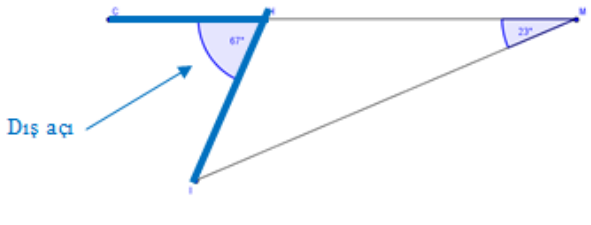


Şekil 4. 113.*GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu*

4.2.3.2.1.3. Açıları Olma Durumu (2. Görüşme)

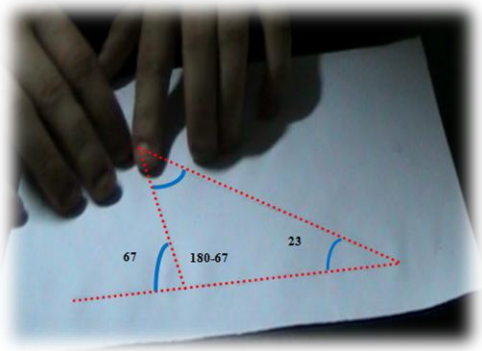
İkinci görüşme protokolünde ilk görüşmeden farklı olarak tüm öğrenciler üçgenin iç açılar toplamının 180° olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca ilk görüşme protokolünde olduğu gibi tüm katılımcı GE öğrencilerin üçgenin üç iç açısı olmasında hem fikir oldukları görülmüştür.

Tüm katılımcı GE öğrenciler üçgenin iç açısından bahsederken sadece $Ö_3$ ve $Ö_4$ üçgenin dış açılarından bahsetmişler ve dış açıyı tanımlama yoluna gitmişlerdir. Örneğin $Ö_3$ ikinci görüşme protokolünün 6. problemi sorulduğunda raised-line materyalde "*şurası dış açı oluyor*" diyerek aşağıda şekil 4. 114 ile gösterilen görüntü ve açıklamayı gerçekleştirmiştir.



Şekil 4. 114. *$Ö_3$'ün Üçgende Dış Açıya İlişkin Görüntü ve İfadeleri*

Bu problemi çözmek için $Ö_3$ öncelikle dış açıya odaklanmış ve "*eğer bu taraf* [dış açıyı gösteriyor] *67*[^{o}] *ise bu iç taraftaki 23*[^{o}]. *Im 180*[^{o}]*'den 67*[^{o}] *yani şuradaki uzunluğu* [açıyı kastediyor aslında] *çıkarırsak.. 113*[^{o}] *kalıyor.*" diyerek dış açının bir iç açıyı 180° ye tamamladığını düşünmüştür. Bu duruma ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 115 ile verilmiştir.



Şekil 4. 115. *$Ö_3$'ün Dış Açıyı Üçgenin Bir Açısını 180^oye Tamamladığını Gösteren Görüntü ve Açıklamalar*

Ö$_4$ ise $\left(\hat{CHI}\right)$ açısı için "*O zaman bu dış açıya giriyor*" diyerek dış açının üçgenin dışında olduğuna değinmiştir. Sonuç olarak bu öğrenciler üçgenin dış açısı için *üçgenin dışında olma* ve *üçgenin bir iç açısını 180°ye tamamlama* olmak üzere iki farklı tanımlama yapmışlardır.

İkinci görüşme protokolünde katılımcı GE öğrenciler, üçgende açıların farklı niteliklere sahip olduğuna değinmişlerdir. İlk görüşmelerde olduğu gibi *iki kenarın ortak bir noktada birleşimi* (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$), *kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu* (Ö$_2$, Ö$_5$) ve *dönme olma durumu* bahsi geçen niteliklerdir. Ancak dönme olma durumu ilk görüşmede yer almadığı için burada bunu inceleceğiz. *Dönme olma durumu* sadece Ö$_1$ tarafından ele alınan bir alt boyut olmuştur. *"Bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söyleyebilirsin?* [2. görüşme protokolü 4. problem]" problemini cevaplamak yerine, Ö$_1$ önce mıknatıslı materyallerle ölçüsü 89° olan açıyı oluşturmaya çalışmıştır. Bunun için öncelikle bildiği bir açı olan dik açıyı oluşturmuş ve kollardan birini negatif yönde hareket ettirmiş ve "*Böyle hafif böyle 89*[^{o}] *gibi… Yani nerdeyse dik olmaya yaklaşmış*" diyerek ölçüsü 89° olan açıyı oluşturmuştur. Bu duruma ait görüntüler ve açıklamalar şekil 4. 116 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 116. *Ö$_1$'in Üçgende Açının Niteliğinin Dönme Olma Durumuna Ait Görüntüleri ve Açıklamaları*

Üçgenin 3 açısı olduğunu ve iç açı ölçüleri toplamının 180° olduğunu belirten katılımcı öğrenciler, aynı zamanda üçgenleri açılarına göre isimlendirme yoluna gitmişlerdir. Bu isimlendirme *açı ölçülerinin eşitliğine göre* ve *açı çeşidine göre* yapılmıştır. Açı çeşidine göre isimlendirme sadece Ö$_3$ tarafından ele alınmıştır. "*Bir açısının ölçüsü 89° olan bir üçgen hakkında ne söyleyebilirsin?*" problemi sorulduğunda Ö$_3$ "*89° olan bir üçgen dar üçgen yani dar açılı olan üçgen oluyor*" demiş ardından "*Bir*

tanesi 89[°]*'sa* [düşünüyor] *Diğer açıları biri 44*[°] *diğeri 46*[°] *olabilir ya onlarda dar oluyor. Evet, dar açılı üçgendir hepsi*" ifadesini eklemiştir. Buradan $Ö_3$'ün bütün açıları dar olan üçgeni [dar açılı üçgen tanımına uygun olacak şekilde] dar üçgen veya dar açılı üçgen olarak tanımladığı görülmektedir.

Bir diğer isimlendirme olan açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme tüm öğrenciler tarafından ele alınmıştır. Bu boyut ilk görüşmede de olduğu gibi *üç açının ölçüsü eşit ise, iki açının ölçüsü eşit ise* ve *üç açının ölçüsü de farklı ise* şeklinde alt boyutlara ayrılmıştır. Örneğin $Ö_2$ ikinci görüşme protokolünün dördüncü problemi sorulduğunda "*bu hocam sanırım... yaa ikizkenar üçgen*" diyerek ikizkenar üçgenin bir açısının 89° olabileceğini düşünmüştür. Öte yandan araştırmacının "*ikizkenar üçgen dedin o nasıl oluyor?*" demesi üzerine "*Hocam onu yaa sanırım yanlışlıkla düşündüm ama. Şöyle bir şey var ama hocam bir anda aklıma geldi ama sonra düşününce*" ifadesi ile fikrini değiştirdiğini ve ikizkenar üçgenin bir açısının 89° olamayacağına değinmiştir. Bu ifadeleriyle $Ö_2$'nin çelişkili bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir. $Ö_2$'nin bir başka ifadesi ise her bir açısı ölçüsü 89° olan bir üçgenin olamayacağıdır. Buna "*eem üçgende mutlaka* [iç açı ölçüleri toplamı] *360*[°] *a tamamlanması gerekiyor. Yok, 180*[°] *di galiba. Mutlaka tamamlanması gerekiyor. Ama… Bunda tamamlanmıyor. Eğer hepsi 89*[°] *olsa*" diyerek gerekçesini sunmuştur.

Aynı soru için $Ö_4$ "*Düzgün üçgen* [eşkenar üçgeni kastediyor] *olmaz bi kere. Düzgün üçgen olmaz. İkizkenar… da olamaz*" diyerek eşkenar ve ikizkenar üçgenin bir açısının 89° ölçüye sahip olamayacağını dile getirmiştir. Eşkenar üçgen olamayacağına gerekçe olarak "*Çünkü düzgün üçgenin iç açılar toplamı 180*^{o}*. Düzgünse üçünün de 60 ar derece olmaları gerekiyor*" diyerek üçgende iç açı ölçüleri toplamının 180° olması sonucu eşkenar üçgenin her bir açısının 60° olması gerektiğini savunmuştur. İkizkenar üçgen için ise "*İkizkenar üçgen olabilir mi?* [düşünüyor]*... O da olmaz galiba*" demiştir. Bunun üzerine araştırmacı "*niye?*" diyerek bunun nedenini öğrenmek istemiştir. $Ö_4$'nin cevabı "*Olabilir mi bi dakika? ... Belki olabilir… Çünkü 2 kere 89*[°] *u çarpınca 180*[°] *den küçük bi sayı çıkıyor*" olmuş ve bununla $Ö_4$'nin ikizkenar üçgende iki açının 89° olabileceğini savunduğu görülmüştür. Yine aynı soru için $Ö_5$ ise benzer şekilde ikizkenar üçgende iki açının 89° olacağını "*Olabilir mi bilmiyorum olabilir*" diyerek kararsız bir şekilde onaylamıştır. $Ö_5$'in "*Düzgün çokgen değil bence. Açıları birbirine eşitte değil düzgün olmadığı için*" demesiyle eşkenar üçgeni düzgün

çokgen olarak isimlendirdiği ve açı ölçülerinin birbirine eşit olacağını düşündüğü görülmüştür.

4.2.3.2.1.4. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler üçgeni açıları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve üçgenin açıları ile ilgili bazı özelliklerden bahsetmişlerdir. Bu özellikler, üçgenin dış açıları ve iç açıları [üç iç açı] ile ilişkilidir. Bütün öğrenciler üçgenin üç açısının olması beyanlarında bulunmalarına rağmen sadece $Ö_3$ ve $Ö_4$ üçgenin dış açılarından bahsetmişlerdir. Bu öğrenciler dış açının, üçgenin dışında olduğunu ve üçgenin bir –iç- açısını 180^oye tamamladığını belirtmişlerdir.

Üçgenin 3 iç açısı olduğunu ifade eden katılımcı GE öğrenciler, üçgenin iç açılar toplamının 180° olduğuna, üçgenlerin açılarına göre isimlendirilebileceğine ve üçgendeki açıların farklı niteliklere sahip olduğuna dikkat çekmişlerdir. Üçgeni açılarına göre isimlendirme, açı ölçülerinin eşitliğine göre ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$) ve açı çeşidine göre ($Ö_3$) isimlendirme olmak üzere iki şekilde ele alınmıştır.

Katılımcı GE öğrencilerin tümü, üçgende açıların farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmişlerdir. Üçgende açının; $Ö_1$ iki kenardan birinin negatif yönde dönmesi ile [sadece dar açı için] oluştuğunu, $Ö_2$ ve $Ö_5$ iki kenar arasındaki aralık [dar açı] olduğunu ve $Ö_1$ [dar açı, dik açı, geniş açı], $Ö_2$ [dik açı], $Ö_3$, $Ö_4$ ise iki kenarın ortak bir noktada birleşimi olduğunu ifade etmişlerdir. Buradan katılımcı GE öğrencilerin üçgende üç açı türünün (dar, dik geniş) olabileceğine dair bir anlayışa sahip oldukları söylenebilir. Ek olarak $Ö_1$'in geniş açı ve dik açı; $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$'ün ise sadece dik açı söz konusu olduğunda açıyı iki kenarın ortak bir noktada birleşimi olarak tanımladıkları söylenebilir. Ayrıca $Ö_2$'in üçgende -dar- açıyı hem nokta olarak hem de iki kenarın ortak bir noktada birleşimi olarak tanımladığı da dikkati çeken bir başka noktadır. Böylece $Ö_2$'nin üçgende açı kavramına ilişkin zengin bir anlayışa sahip olduğunu söylenebilir.

Katılımcı GE öğrencilerin ikinci görüşmeden elde edilen üçgenin "*açıları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 29'te özetlenmiştir.

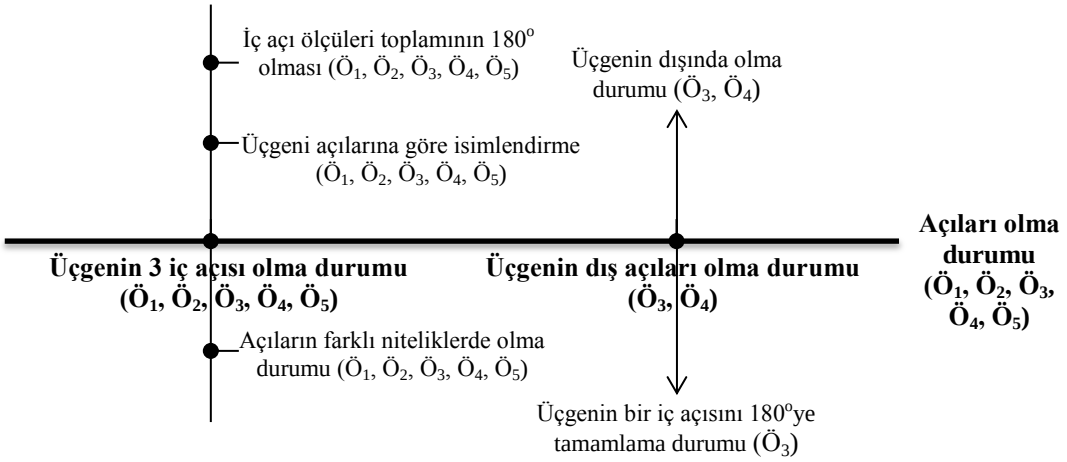
Tablo 4. 29. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Açıları Olma Durumu**	
	Üçgenin 3 iç açısı olma durumu	***Üçgenin dış açıları olma durumu***
Ö$_1$	***İç açı ölçüleri toplamının 180° olması*** ***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (üç açı ölçüsü de farklı ise: çeşitkenar üçgen) (üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar üçgen) -60°-60°-60°- ***Açıların farklı niteliklerde olma durumu*** Dönme olma durumu (kollardan birinin hareket etmesi) -negatif yönde- (dar açı) İki kenarın ortak bir noktada birleşimi (kenarlar arasında kalan alana göre açı çeşidini belirleme) -alan dar ise: dar açı- -alan geniş ise: geniş açı- (kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme) -dik açı-	
Ö$_2$	***İç açı ölçüleri toplamının 180° olması*** ***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (iki açının ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen) -bir açının 89° olması- -bir açının 89° olmaması- (üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar üçgen) -açıların her birinin 89° olmaması- ***Açıların farklı niteliklerde olma durumu*** İki kenarın ortak bir noktada birleşimi (kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme) -dik açı- Kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu (Aralığın nokta olma durumu/köşe) -dar açı: 45°-	

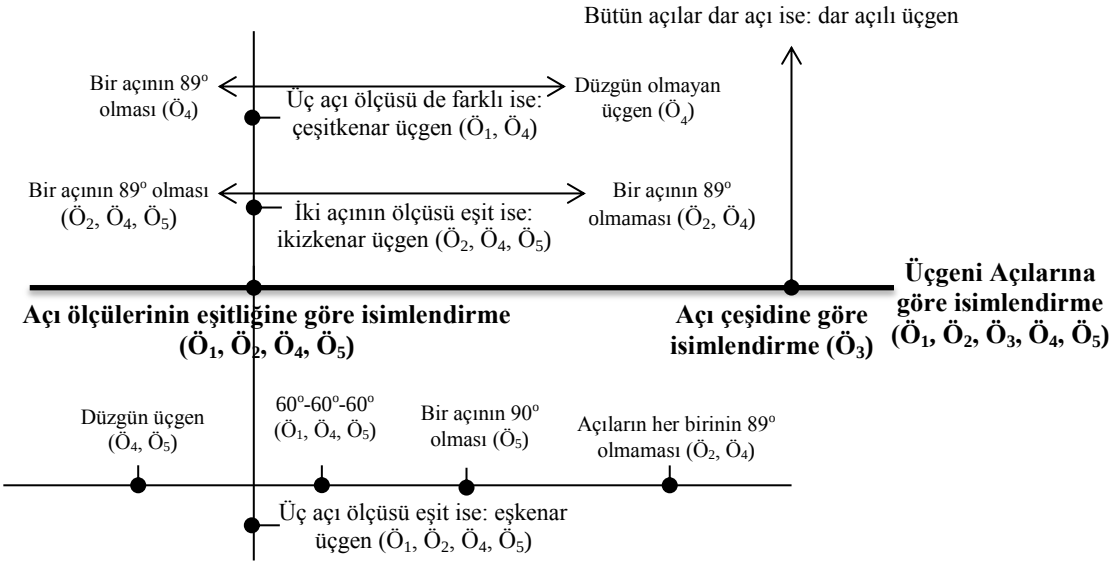
$Ö_3$	***İç açı ölçüleri toplamının 180° olması*** ***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı çeşidine göre isimlendirme (bütün açılar dar açı ise: dar açılı üçgen) ***Açıların farklı niteliklerde olma durumu*** İki kenarın ortak bir noktada birleşimi (kenarlar arasında kalan alana göre açı çeşidini belirleme) -alan dar ise: dar açı- (kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme) -dik açı-	***Üçgenin dışında olma durumu*** ***Üçgenin bir iç açısını 180^oye tamamlama durumu***
$Ö_4$	***İç açı ölçüleri toplamının 180° olması*** ***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (üç açı ölçüsü de farklı ise: çeşitkenar üçgen) -düzgün olmayan üçgen- -bir açının 89° olması- (iki açının ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen) -bir açının 89° olması- -bir açının 89° olmaması- (üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar üçgen) -düzgün üçgen- $-60^o-60^o-60^o-$ -açıların her birinin 89° olmaması- ***Açıların farklı niteliklerde olma durumu*** İki kenarın ortak bir noktada birleşimi (kenarlar arasında kalan alana göre açı çeşidini belirleme) -alan dar ise: dar açı- (kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme) -dik açı-	***Üçgenin dışında olma durumu***
$Ö_5$	***İç açı ölçüleri toplamının 180° olması*** ***Üçgeni açılarına göre isimlendirme*** Açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendirme (iki açının ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen) -bir açının 89° olması- (üç açı ölçüsü eşit ise: eşkenar üçgen) -düzgün üçgen- $-60^o-60^o-60^o-$ -bir açının 90° olması- ***Açıların farklı niteliklerde olma durumu*** Kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu (dar açı)	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

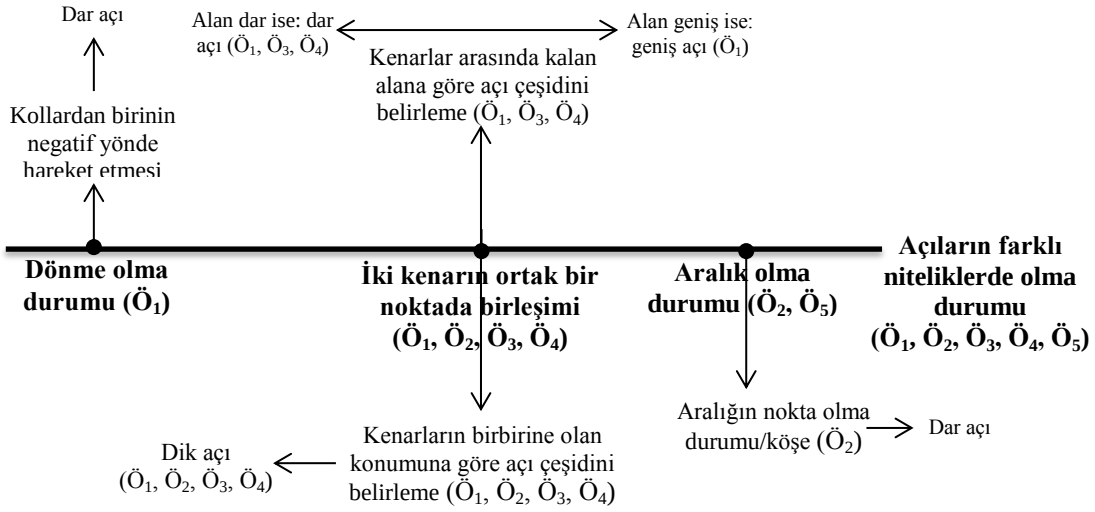
Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*Açıları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları tek bir sayfa da özetlenemediği için şekil 4. 117, şekil 4. 118 ve şekil 4. 119 şeklinde üç parça halinde sunulacaktır. Şekil 4. 118 üçgeni açılarına göre isimlendirme boyutunu ve şekil 4. 119 ise açıların farklı niteliklerde olma durumu boyutunu göstermektedir.



Şekil 4. 117. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-I*



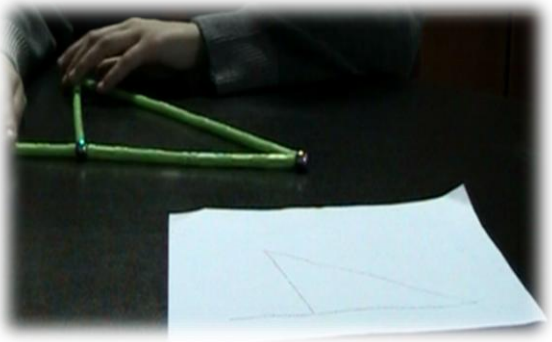
Şekil 4. 118. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-II*



Şekil 4. 119. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Üçgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-III*

4.2.3.2.2. GE Öğrencilerin Üçgen Kavramına Ait Kavram Özellikleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. Görüşme protokolündeki "üçgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kavram özellikleri *üçgenliği belirleme stratejileri* olmak üzere tek kategori altında incelenecektir. Bu kategori katılımcı GE öğrencilerin ikinci görüşme protokolünün 6. probleminde öğrencilere raised-line [ilk önce verildi] veya mıknatıslı materyaller [öğrenci isterse veya ilk materyali tanımakta zorlandığı durumlarda verildi] ile verilen şekillerin üçgen olup olmadığını belirlerken kullandıkları stratejiler gösterilmektedir. Hem raised-line hem de mıknatıslı materyale ait görüntü şekil 4. 120 ile verilmiştir.

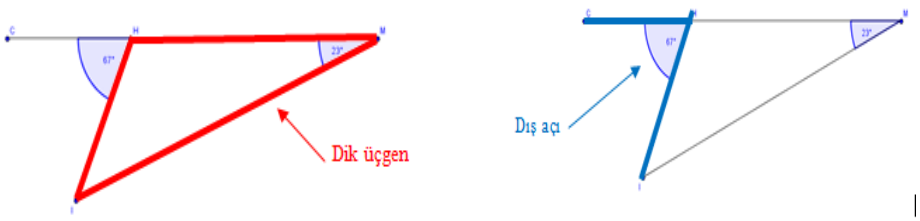


Şekil 4. 120. *İkinci Görüşme Protokolünün 6. Problemine Ait Materyal Görüntüleri*

4.2.3.2.2.1. Üçgenliği Belirleme Stratejileri (2.Görüşme)

$Ö_1$ kendisine raised-line materyal verildiğinde şekli ortasında bir eksen varmışçasına negatif yönde incelemiş ardından "*Bir üçgen miii?*" demiştir. $Ö_2$ ise raised-line materyal verildiğinde önce negatif yönde, daha sonra şekli ortasında bir eksen varmışçasına negatif yönde incelemiş fakat mıknatıslı materyalde daha anlaşılır olacağı düşüncesi ile materyal değiştirilmiştir. Şekli yeni materyalde yeniden incelemeye başlayan $Ö_2$ bu defa, önce negatif yönde sonra pozitif yönde daha sonra tekrar pozitif yönde inceleyerek "*Hafif üçgen ama değil… Hafif benziyor ama andırıyor yani*" demiştir.

$Ö_3$ önce materyali negatif yönde döndürmüş sonra pozitif yönde incelemiştir. Ardından şekli ortasında bir eksen varmışçasına zıt yönlere doğru inceleme yapmıştır. Araştırmacının "*nasıl bir şekil?*" diye sormasına cevap olarak "*bu bir...* [incelemeye devam ediyor] *bir saniye*" diyerek pozitif yönde tekrar incelemiştir. Bu süreç tamamlandıktan sonra "*tamam burası bir dik üçgen... şurası dış açı oluyor*" diyerek şekli iki parça olarak yorumlamıştır. Şekil 4. 121 ile Ö3'ün bu açıklamalarına ait görüntüler yer almaktadır.



Şekil 4. 121. *$Ö_3$'ün İkinci Görüşme Protokolünün 6. Problemine Ait Şekli Tanımlamasına Ait Görüntüler ve Açıklamalar*

$Ö_4$ raised-line materyali önce negatif yönde incelemiş ardından "evet [bir kenar] uzamış, evet, baya uzamış" diyerek bu sefer önce pozitif sonra negatif yönde şekli tekrar incelemiştir. $Ö_5$ ise negatif yönde inceleme yapmış ve "*bu bi üç... gen... değil*" demiş ardından pozitif yönde ve şekli ortasında bir eksen varmışçasına zıt yönlere doğru tekrar incelemiştir.

4.2.3.2.2.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Üçgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti

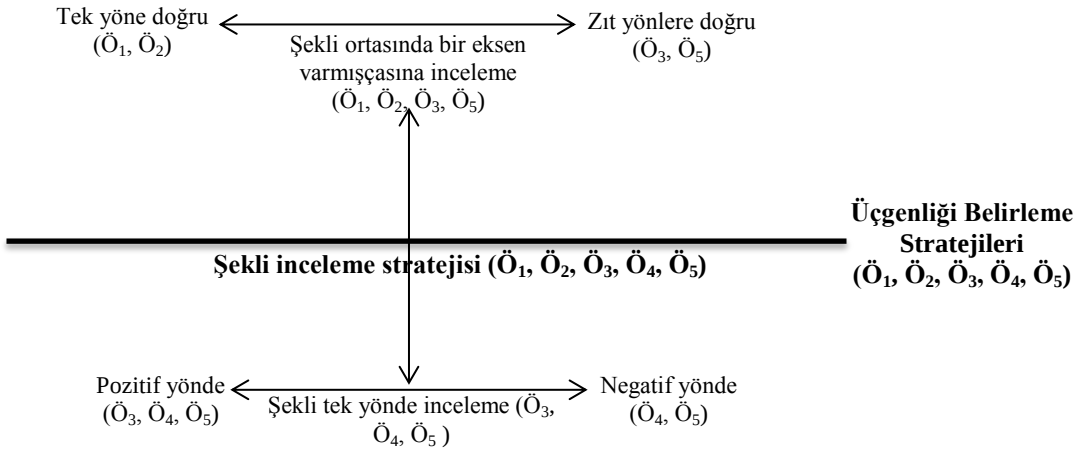
Bu kategoride katılımcı GE öğrenciler ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$) kendilerine verilen raised-line ve mıknatıslı materyallerden şeklin üçgen olduğunu anlamak için kullandıkları stratejiler sunulmaktadır. Bu strateji şekli inceleme stratejisi olmak üzere tek başlık altında incelenmiştir. Şekli inceleme stratejisi, öğrencilerin materyalleri sanki şeklin ortasında bir eksen varmışçasına incelemeleri ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$) ve şekli tek yönde incelemeleri ($Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$) ile iki şekilde ele alınmıştır. Şeklin ortasında bir eksen varmışçasına inceleme, tek yöne doğru ($Ö_1$, $Ö_2$) ve zıt yönlere doğru ($Ö_3$, $Ö_5$) olmak üzere farklılık göstermiştir. Şekli tek yönde inceleme ise pozitif ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$) ve negatif ($Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$) yönde olmak üzere iki şekilde ortaya çıkmıştır.

Üçgenin "*üçgenliği belirleme stratejileri*" kategorisine ait her bir katılımı GE öğrencinin sahip olduğu anlayışları tablo 4. 30'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 30. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Üçgen Kavramına Yönelik "Üçgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti*

Kategori / Öğrenci	**Üçgenliği Belirleme Stratejileri**
	Şekli inceleme stratejisi
$Ö_1$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru
$Ö_2$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde
$Ö_3$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde
$Ö_4$	***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde
$Ö_5$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "üçgen" kavramına yönelik ortaya çıkan "*üçgenliği belirleme stratejileri*" kategorisine ait eksensel olarak kodlaması şekil 4. 122' de yer verilecektir.



Şekil 4. 122. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Üçgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Üçgenliği Belirleme Stratejileri*

4.3. "Çokgen" Kavramına Ait Bulgular

Katılımcı GE öğrencilere "çokgen" ile ilgili birinci ve ikinci görüşme protokollerinde ikişer tane soru sorulmuştur. Bu sorular aracılığıyla elde edilen bulguların sunumunda çokgen kavramına ait giriş bölümünde verilen kavram tanımları göz önüne alınmıştır.

4.3.1. GE Öğrencilerin Çokgen Kavramı İle İlgili Anlayışlarına Ait Kategoriler ve İçerikleri

Bu bölümde katılımcı GE öğrencilerin çokgen kavramı ile ilgili anlayışlarına ait kavram imajları kategorileri hakkında bilgilere yer verilecektir. GE öğrencilerin çokgen kavramına ait kavram imajları **kişisel betimlemeler** ve **kavram özellikleri** olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir. Buna göre:

Kişisel betimlemeler; *kenarları olma durumu, açıları olma durumu, köşe sayısının en az 3 olma durumu* olmak üzere üç kategoride incelenmiştir.

Kenarları olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin çokgeni kenarları olan bir şekil olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin kenarların farklı niteliklere sahip olduğu durumları, kenar sayısının farklı olduğu

durumları, kenarların uç noktalarda birleşme(me) durumlarını ve son olarak kenar sayısına göre isimlendirmeyi göz önünde bulundurdukları için dört boyutta incelenmiştir. Bu boyutlar *kenarların farklı niteliklerde olma durumu, kenarların farklı sayılarda olma durumu, kenarların birleşme durumu* ve *kenar sayısına göre isimlendirme*dir. *Kenarların farklı niteliklerde olma durumu* boyutu; kenarların doğru parçası olması ve kenarların eğri olması olmak üzere iki alt boyutta incelenmiştir. *Kenarların farklı sayılarda olma durumu* boyutu; en az 2 kenar olması, en az 3 kenar olması, en az 4 kenar olması ve en az 5 kenar olması şeklinde beş alt boyutta incelenmiştir. *Kenar sayısına göre isimlendirme* boyutu; üç kenar varsa üçgen, dörtkenar varsa dörtgen, beş kenar varsa beşgen, altı kenar varsa altıgen, yedi kenar varsa yedigen, sekiz kenar varsa sekizgen, on kenarı varsa ongen, onbir kenarı varsa onbirgen olmak üzere 8 alt boyutta ele alınmıştır. Üç kenar varsa üçgen alt boyutu, üçgenin tabanının olması, üçgenin tabanının olmaması (eşkenar üçgen) olmak üzere iki durumda ele alınmıştır. Dörtkenar varsa dörtgen alt boyutu ise kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen olmak üzere üç durum göz önüne alınmıştır. Beş kenar varsa beşgen alt boyutunda GE öğrencilerin düzgün beşgen ve düzgün olmayan beşgen şeklinde sınıflandırmaları olmuştur. *Kenarların birleşme durumu* boyutu, kenarların uç noktalarında birleşimi ve kenarların uç noktalarda birleşmemesi durumlarında incelenmişlerdir. Kenarların uç noktalarda birleşmesi durumunda bazı öğrencilerin kenarların doğrusal olmamasına dikkat çektiği için kenarların doğrusal olmaması başlığı altında kenarların negatif yönde yerleşimi, kenarların pozitif yönde yerleşimi incelenmiştir.

Açıları olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin çokgeni açıları olan bir şekil olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori öğrencilerin açıların niteliği, açıların sayısı, çokgende açı çeşitleri ve iç açı ölçülerinin farklı oluşundan bahsetmeleriyle şekillenmiştir. Dolayısıyla açıların farklı niteliklerde olma durumu, açı sayılarının farklı olma durumu (çokgenleri açı sayısına göre isimlendirme, açı sayısı kadar kenar olması), çokgende farklı açı çeşitlerinin olma durumu ve iç açı ölçüleri toplamının farklı olma durumu alt boyutları ele alınmıştır. Açıların farklı niteliklerde olma durumu; aralık olma durumu, kenar olma durumu, iki kenarın ortak bir noktada birleşimi olmak üzere üç farklı nitelik olarak ortaya çıkmıştır. Çokgende farklı açı çeşitlerinin olma durumunda ise öğrenciler, dış açı ve iç açıdan bahsetmişlerdir. Öğrenciler dış açı için çokgenin dış bölgesinde, iç açı için ise çokgenin iç bölgesinde olduğunu vurgularken ölçüsü küçük olan açıya odaklanmışlardır. Bu nedenle hem dış

açı hem de iç açı alt boyutlarının altında ölçüsü küçük olan açıya odaklanma durumu ele alınmıştır. iç açı ölçülerinin farklı olma durumunda, katılımcı GE öğrencilerin çokgenden çokgene iç açı ölçülerinin değişeceğini ifade ettiklerini temsil etmektedir. Bu boyutta iç açı ölçülerinin $(n-2)*180^{\circ}$ formülü ile bulunması ve ezbere ifade etme olmak üzere iki alt boyutta ele alınmıştır. İç açı ölçülerini $(n-2)*180^{\circ}$ formülü ile bulma alt boyutu dörtgenin (kare) iç açı ölçülerinin 360° olması ve beşgenin (düzgün) 540° olması durumlarını içermektedir. Öte yandan iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etme alt boyutu ise üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° ve 180° olması, dörtgenin (kare dikdörtgen) iç açı ölçüleri toplamının 360° olması olmak üzere üç durumu bünyesinde barındırmaktadır.

Köşe sayısının en az 3 olma durumu, katılımcı GE öğrencilerin çokgeni köşe sayısı en az 3 olan bir şekil olarak tanımladıklarını göstermektedir. Bu kategori köşelerin niteliğin farklı olma durumu (iki kenarın dışa doğru birleşim noktası olma durumu, açı olma durumu) ve köşe sayısına göre isimlendirme olmak üzere iki boyutta incelenmiştir.

Katılımcı GE öğrencilerin "çokgen" kavram imajlarından -ikinci ana kategori- **kavram özellikleri**; *çokgenliği belirleme stratejileri, çokgenlerin birleşim durumu* ve *çokgenin ayırdığı bölgeler* olmak üzere üç kategoride incelenmiştir.

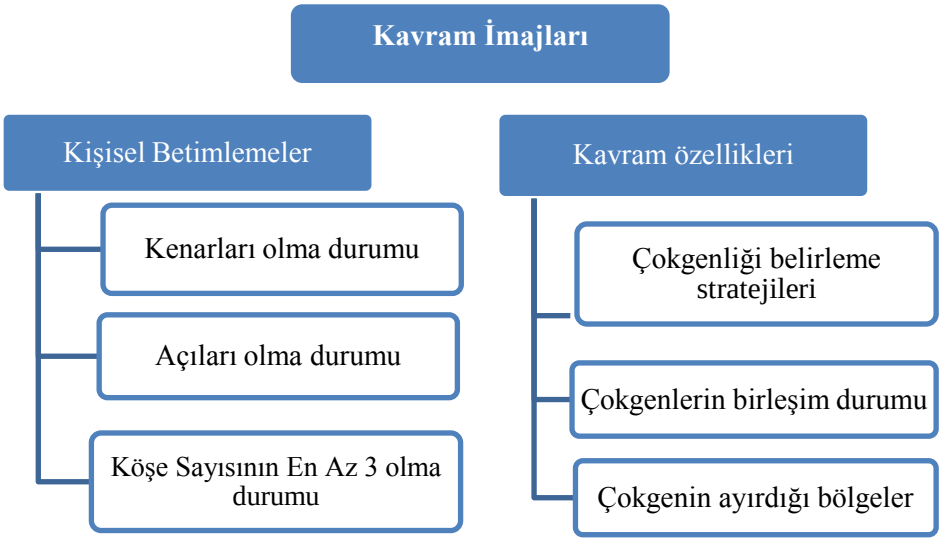
Çokgenliği belirleme stratejileri, katılımcı GE öğrencilerin çokgen oluştururken veya verilen kabartma şekillerde çokgeni belirlerken gösterdikleri davranışları temsil etmektedir. Bu kategori şekli inceleme stratejisi, şekli döndürme stratejisi, odaklanma stratejisi, kenarları sayma stratejisi olma üzere dört boyutta incelenmiştir. Şekli inceleme stratejisi; şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme (-negatif yönde, pozitif yönde- tek yöne doğru, zıt yönlere doğru), şekli tek yönde inceleme (negatif yönde, pozitif yönde) olmak üzere iki alt boyutta ele alınmıştır. Şekli döndürme stratejisi; pozitif yönde döndürme ve negatif yönde döndürme olmak üzere iki alt boyutta ortaya çıkmıştır. Odaklanma stratejisinin şeklin bütününe odaklanma (üçgen kare, doğru parçası), şeklin parçalarına odaklanma (üçgen, dörtgen, beşgen, çember, doğru) olmak üzere iki alt boyutu vardır. Son olarak kenarları sayma stratejisi ise öğrencilerin kenarları negatif yönde ve pozitif yönde sayması ile ortaya çıkmıştır.

Çokgenlerin birleşim durumu, katılımcı GE öğrencilerin verilen raised-line şekillerin çokgen olup olmadığını belirlerken ve bunların neden birer çokgen olduğunu/olmadığını sorgulama aşamasında karşılarına çıkan iki çokgenin birleşimi

hakkındaki düşüncelerini temsil etmektedir. Bu kategori, -çokgenlerin birleşiminin- çokgen olma durumu ve çokgen olmama durumu olmak üzere 2 alt boyutta ele alınmıştır. Çokgenlerin birleşiminin çokgen olma durumu; kompleks çokgenin varlığı ile farklı görüşlerin sunulmasına sebep olmuştur. Bu nedenle kompleks çokgen söz konusu ise (kenarların doğrusal olması, şeklin kenar sayısının içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması) ve kompleks çokgen söz konusu değil ise (iki iç bölgeye sahip olma, şeklin kenar sayısının içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması) olmak üzere iki durumda incelenmiştir. Öte yandan çokgenlerin birleşiminin çokgen olmama durumu ise öğrencilerin farklı durumları göz önüne alarak bu durumu açıklamalarıyla ortaya çıkmıştır. Bu nedenler, şeklin içbükey olması, şeklin karmaşık olması ve şeklin iki iç bölgeye sahip olması şeklinde incelenmiştir.

Çokgenin ayırdığı bölgeler, katılımcı GE öğrencilerin iç ve dış bölgeden bahsettikleri için iç bölge ve dış bölge olacak şekilde iki boyuta sahiptir. İç bölge ve dış bölge ifadesine öğrencilerin 3 farklı anlam yüklemesi sebebiyle bu boyutlar üç alt boyutta incelenmiştir. İç bölge boyutu, çokgenin iç açıları olma durumu, çokgenin kenarları olma durumu ve çokgenin içinde kalan kısım olma durumu alt boyutlarına sahiptir. Dış bölge boyutu ise, çokgenin dış açıları olma durumu, çokgenin köşeleri olma durumu ve çokgenin dışında kalan kısım olma durumu alt boyutlarıyla ele alınmıştır.

Yukarıda ifade edilen kategoriler ve birbirlerine göre durumlarına bütüncül resmi şekil 4. 123 gösterilmiştir.

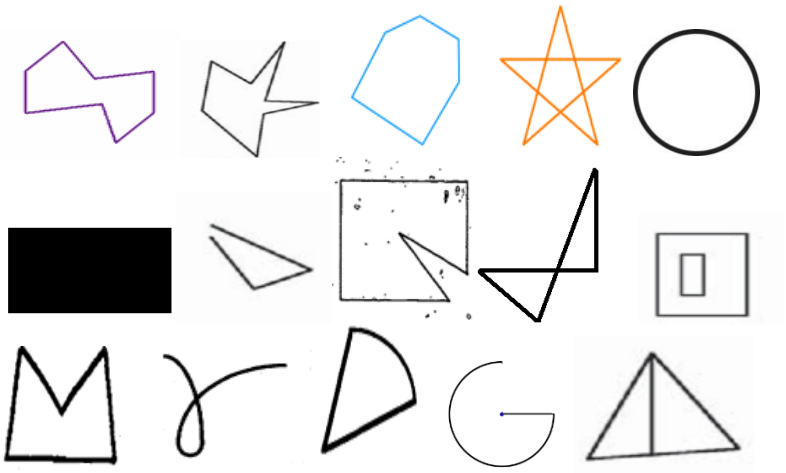


Şekil 4. 123. *GE Öğrencilerin Görüşme Protokollerinden Elde Edilen Üçgen Kavram İmajları*

4.3.2. "Çokgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular

Katılımcı GE öğrencilere, "çokgen" ile ilgili iki tane soru sorulmuştur. Sorular öğrencilerin bu kavrama ait kavram tanımı ve kavram imajı anlayışlarını ortaya çıkarmak amacıyla kullanılmıştır. Tablo 4. 31'de bu sorular öğrencilere sorulma sırasına göre ifade edilmiştir.

Tablo 4. 31. *GE Öğrenciler ile Gerçekleştirilen Birinci Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Ait Sorular*

	Sorunun İfadesi
1.Protokol/7. Soru	3 tane çokgen oluşturunuz. Bu şekillerin hangi özellikleri çokgen olmasını sağlamaktadır?
1.Protokol/ 8. Soru	Aşağıdaki düzlemsel şekillerin çokgen olup olmadıklarını verilen her bir örneğe göre belirleyiniz. Çokgen olanların ismini ve çokgen olmayanların da neden olmadıklarını ifade ediniz. 

4.3.2.1. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Formal Kavram Tanımları (1. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, çokgen kavramı ile ilgili tablo 4. 31'deki sorular sorulduğunda ifade ettikleri formal kavram tanımlara yer verilecektir.

"*Çokgen oluşturur musun?*" sorusu sorulduğunda $Ö_2$ önce "*bir saniye kare ve dikdörtgeni de mi içine alıyor*?" diyerek kare ve dikdörtgenin çokgen olma ihtimalini

düşünmüştür. Ardından bu ikisinin çokgen olduğunu ve kare oluşturmak istediğini belirterek "*4 kenarı 4* [düşünüyor] *bi dakka 4* [köşeleri kontrol ediyor] *köşesinin olması*" demiştir. Bu esnada kenarların uç noktalarında birleşimine dikkat etmiştir. Böylece $Ö_2$'çokgen kavram imajına [kenar sayısına değinmediği için] yönlendiği söylenebilir. Araştırmacının oluşturduğu karenin neden bir çokgen olduğunu sormasıyla $Ö_2$ "*Eea kenar ve köşe sayılarının fazla olması… Mesela ıı üçgen bir çokgen değil. Ondaki kenar sayıları fazla değil. Ama dörtgen, beşgen altıgen, yedigen ve sekizgen hatırladığıma göre bunlar çokgen grubuna giriyor*" demiş ve ardından "*Ama dördün üzeri giriyor bildiğime göre*" ifadesini eklemiştir. Böylece $Ö_2$ kenar sayısının en az dört olacağını belirtmiştir ancak üçüncü çokgeni oluşturması istendiğinde rastgele bir dörtgen oluşturmuş ve bunun bir üçgene benzediğini ileri sürmüştür. Sonrasında ise soruları cevaplamaktan yorulduğunu "*Bizim çalışmamız daha sürer mi?*" diyerek ara vermek istemiştir. Böylece $Ö_2$'nin zihinsel olarak yorulduğu görülerek biraz aradan sonra görüşmeye devam edilmiştir. Üçüncü çokgen olarak mıknatıslı materyallerle çokgen oluşturmak isteyen $Ö_2$ "*Bir üçgen yaptım*" diyerek üçgenin bir çokgen olduğunu ileri sürmüştür. Ardından az önceki söylediklerinin geçerli olduğunu ancak kenar sayısında değişiklik yapmak istediğini "*Çokgen çünkü 2 den başlıyor. Bu defa kesin kararlıyım. 2 kenarı olan bişey yok ama 2 kenardan yükseği kesinlikle… çokgendir eminim*" ifadeleriyle kenar sayısının en az 3 olacağını belirtmiştir. Böylece $Ö_2$ -her ne kadar kenarların doğrusal olmaması gerektiğini vurgulamasa da [kenarların doğrusal olmamasına dikkat etmiştir] ve burada kenarların birer doğru parçası olduğunu belirtmese de [daha önce üçgen kavramı için sorulan sorularda oluşturduğu kenarların her zaman doğru parçası olduğunu belirtmişti]- çokgen kavramına ilişkin –eksik te olsa- formal kavram tanımını kullandığı düşünülmektedir. Birinci görüşme protokolünün 8. sorusunda raised-line materyallerin çokgen olup olmadığı sorulduğunda ise $Ö_2$ benzer şekilde sadece kavram imajı içeren ifadeler kullanmakla birlikte yine çokgenin kenar ve köşe sayılarına özellikle değinerek [eksik] formal kavram tanımı kullanmaya devam etmiştir. Böylece $Ö_2$'nin önce kavram imajı sonra formal kavram tamımı daha sonra tekrar kavram imajı-kavram tanımı olmak üzere gidiş gelişler yaşadığı söylenebilir.

Sonuç olarak çokgen kavramı ile ilgili sorular sorulduğunda sadece $Ö_2$ kavram imajının ardından formal kavram tanımını daha sonra da tekrar kavrama ait imajını ve gerekli oldukça tekrar tanımına ve kavram imajına yönelmiştir. Diğer taraftan $Ö_1$, $Ö_3$,

$Ö_4$, $Ö_5$ ise formal kavram tanımını kullanmamışlar ve sadece kavram imajları arasında gidiş gelişler yaşamışlardır.

4.3.2.2. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Kavram İmajları (1. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, çokgen kavramı ile ilgili tablo 4. 31'deki sorular sorulduğunda kullandıkları kavram tanımlarının ardından, şimdi de, kavram imajlarına yer verilecektir. GE öğrencilerin çokgen kavramına ait kavram imajları *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* olmak üzere iki başlık altında incelenecektir.

4.3.2.2.1. GE Öğrencilerin Çokgen Kavramına Ait Kişisel Betimlemeleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. görüşme protokolündeki "çokgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kişisel betimlemeleri; *kenarları olma durumu, açıları olma durumu, köşe sayısının en az 3 olma durumu* olmak üzere 3 kategori altında incelenecektir.

4.3.2.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (1. Görüşme)

Katılımcı GE öğrenciler birinci görüşme protokolünde yer alan yedinci ve sekizinci sorularını cevaplarken çokgenlerin kenarlarına değinmişler ve bu kenarların farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin $Ö_1$ sekizinci sorunun 5. şekli için şekli ortasında eksen varmışçasına zıt yönlerde incelemiş ardından "*Bu* [2 sn. sessizlik] *çember…*" demiştir. "*Çember çokgen mi?*" sorusuna ise "*değil çünkü kenarı yok*" cevabını vermiştir. Benzer şekilde sekizinci sorunun 13. şekli için de şekli ortasında eksen varmışçasına zıt yönlerde ve ardından negatif yönde incelemiş sonra da "*Bu… Bu hiç çokgen değil tahminim*" demiştir. Nedeni sorulduğunda ise aşağıda yer alan ifadeleri kullanmıştır:

> *Yani bu bi… bi kenarı mı? … 2 kenarı mı filan var* [şekli pozitif yönde döndürüyor] [kenarları pozitif yönde inceliyor], *Oooo… Yok, bu çokgen değil.* [eğri parçasına dikkat ediyor]. *Burdan… Burası, doğru parçalarının birleştiği*

yerse, burdan buraya… Tek kenar ediyor. Yâda 2… tek… [eğri parçasına dikkat ediyor] [1. Görüşme protokolü 8. Soru 13. Şekil-$Ö_1$]

$Ö_2$ ise 6. şeklin çokgen olmadığını belirtmiş ve nedeni sorulduğunda da "*kenarda belli değil. Köşesi, kenarı, kıyısı neyse belli olacak*" demiştir. Öte yandan 8. şeklin altıgen olduğunu belirtmiş ve ardından daha önce çokgen olmadığını belirttiği geometrik şekillerle kıyaslayarak "*Ama bu bir ne olduğu hani ortaya bişey çıkabiliyor. Çizgilerle bişey yaptığın zaman*" şeklinde kendini ifade etmiştir. Ek görüşmelerde ise çemberin neden çokgen olmadığını "*çemberle dairenin iç açıları toplamı belli olmadığı için*" şeklinde savunmuştur. Buradan $Ö_2$'nin "çizgi" ile aslında doğru parçasını yani kenarları kastettiği düşünülmüştür. Ayrıca $Ö_2$'ye göre çember ve dairenin kenarları olmadığı için iç açılarının belirsizliği dolayısıyla birer çokgen olmadıkları düşünülebilir.

$Ö_3$ 5. şekil için önce negatif yönde inceleme yapmış ardından "*daire... ıı dairenin kenarı yok... onun için çokgen değil*" demiştir. Bu ifadeleri yardımıyla $Ö_3$'ün çemberi daire olarak bildiği ve ayrıca kenarları doğru parçası olarak tanımladığı düşünülebilir. Benzer şekilde 12. şekil için [12 ve 14. şekiller için de benzer açıklamalar yapmıştır] $Ö_3$ "*Bu çokgen değil. Çünkü burası daire zaten dairenin kenarı olmuyor*" diyerek kenarları doğru parçası olarak yorumladığını teyit etmiştir.

$Ö_4$ kendisine verilen 8. şekli ilk önce negatif yönde daha sonra pozitif yönde incelemiştir. İncelemesi bittikten sonra "*bu da* [çokgen] *gibi*" demiş ancak sonrasında "*dur bi bakayım... bu çokgenden çok yuvarlağa benziyor* [çokgen] *değil*" demiştir. Bu duruma bir örnekte 11. şekil'de gerçekleşmiştir. Öğrencinin 11. şekil ile ilgili ifadeleri ve görüntüleri şekil 4. 124 ile gösterilmiştir.



$Ö_4$: *Bu çokgen değil.*
Araştırmacı: *Neden?*
$Ö_4$: *Çünkü bunun da altı yuvarlak gibi…*
Araştırmacı: *Altı yuvarlak*
$Ö_4$: *Evet* [1 sn. sessizlik] *gibi*
[1. görüşme protokolü 8. soru 11. şekil- $Ö_4$]

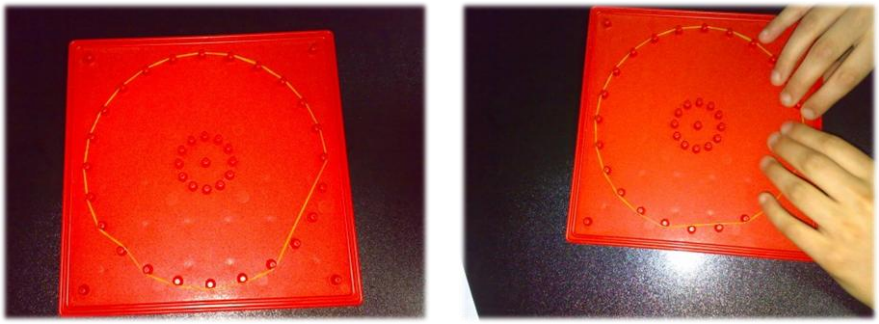
Şekil 4. 124. *$Ö_4$'ün Kenarların Niteliği ile İlgili İfadeleri ve Görüntüleri*

Buradan $Ö_4$'ün şekilleri tanımakta güçlük yaşadığı tespit edilmiştir. Ek görüşmelerde ise kenarların niteliği için "*Üçgende mesela doğru parçası gibi düz ama yamuk diye bir şekil var onda düz değil mesela*" demiş ardından daire ve çemberin çokgen olmadığını belirtmiştir. Böylece $Ö_4$ kenarların doğru parçası olması gerektiğini savunmuştur. Bu nedenden ötürü çemberi ve daireyi çokgen olarak nitelendirmediği söylenebilir.

Sonuç olarak $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$'in çokgenlerin kenarlarının doğru parçası olduğunu düşündükleri ve $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$'ün ise tam da bu nedenden dolayı çemberin bir çokgen olamayacağını düşündükleri görülmüştür. Dahası $Ö_3$'ün ise çemberi daire olarak gördüğü söylenebilir.

"*Çokgen oluşturur musun?*" sorusu sorulduğunda $Ö_5$ önce kare sonra dikdörtgen oluşturmuş ardından "*Benim aklıma aslında daire geliyor… ama… daireyi yapamamaktan korkuyorum*" demiş ancak mıknatıslı materyallerle daire yapamayacağını anlayınca çokgen olarak "*Beşgen yapıyım o zaman...*" diyerek beşgen yapmaya karar vermiştir. Bu esnada üçgenin çokgen olduğunu da açıklayan ve daha önce üçgen oluşturduğu için beşgen yapmak istediğini belirten $Ö_5$ "*üçgen bir çokgen çünkü onun da 3 kenarı var fazla ama bir daire için aynı şeyi söyleyemeyeceğim... daire değil çünkü*" cümlesiyle bu sefer de dairenin bir çokgen olamayacağını açıklamıştır. Araştırmacının "*az önce dairenin çokgen olduğunu düşünüyordun?*" demesi üzerine $Ö_5$ gülerek "*ama şimdi mantıklı düşününce yani değil… Çünkü onun kenarları olmadığı için*" cevabını vermiştir. Buradan aslında $Ö_5$'in daireyi çokgen olarak düşündüğü ancak mıknatıslı materyaller ile daire yapamayacağını anlaması üzerine fikir değiştirdiği söylenebilir. Ayrıca $Ö_4$ ve $Ö_5$'in, kenarlarının doğru parçası olmaması sebebiyle dairenin bir çokgen olmadığı anlayışına sahip oldukları düşünülebilir.

Katılımcı GE öğrencilerin kenarların niteliğinin eğri olma durumuna da değinmişlerdir. Örneğin $Ö_2$ çokgen oluşturması [1. görüşme protokolü, 7. soru] istendiğinde önce kare oluşturmuş ardından ikinci çokgen için mıknatıslı materyali değil geometri tahtasını kullanmak istediğini belirtmiştir. Araştırmacının "*Hangi çokgeni oluşturuyorsun?*" sorusuna *"Aaa şey… çember oluşturmaya çalıştım*" diyerek çemberin bir çokgen olduğunu belirtmiştir. Aşağıda $Ö_2$'nin kenarların eğri olduğunu -fark etmeden de olsa- ima ederek oluşturduğu çokgen görüntüleri şekil 4. 125 ile verilmektedir.



Şekil 4. 125. *$Ö_2$'nin Oluşturduğu Çokgenler-Kenarların Eğri Olma Durumu*

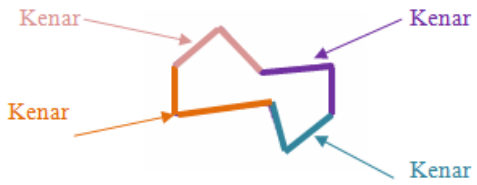
Araştırmacının "*tamam, şimdi bu neden çokgen?*" demesi üzerine $Ö_2$ "*Ya çember daha doğru ben yanlış söyledim. Çemberden başlıyor. Dörtgen…ler, beşgenler, altıgenler olarak gidiyor*" açıklamasını yapmıştır. Daha sonra da "*Çemberin bi köşesi kenarı yok*" ifadesini de eklemiştir. Böylece $Ö_2$'nin -her ne kadar çemberin bir kenarı olmadığının farkında olsa da- çemberin çokgenliği anlayışına sahip olduğu söylenebilir. Öte yandan $Ö_2$ birinci görüşme protokolünün 8. sorusunda yer alan 3. şeklin çokgen olmadığını söylemiş sebebi sorulduğunda ise "*Ne kenarı var ne köşe, eğer bir çember olsaydı. Yani yuvarlak olsaydı. O zaman evet derdim*" cümlesini sarf etmiştir. Bu açıklaması ile $Ö_2$'nin çemberi **yuvarlak** olarak tanımladığı görülmektedir. Birinci görüşmedeki 5. şeklin çokgen olup olmadığı sorulduğunda ise $Ö_2$ "*evet, bir çember... daire yani*" diyerek çemberi çokgen olarak –önceki-tanımlamasını teyit ettiği ve çemberi bir daire olarak yorumladığı da görülmüştür.

$Ö_4$, birinci görüşme protokolünün 8. sorusundaki 14. şeklin çokgen olup olmadığı sorulduğunda, şekli önce negatif yönde incelemiş ve çokgenlerden dörtgen olduğunu belirtmiştir. Bu haliyle $Ö_4$'ün ya şekilleri tanımakta –gerçekten- zorluk çektiği ya da çokgenin kenarlarının eğri olabileceğine inandığı söylenebilir.

$Ö_5$ sekizinci sorunun 14. şeklinin çokgen olup olmadığını belirlemek için önce şekli negatif yönde incelemiş sonra "*Bence çokgen. Çünkü bir daire değil buradan çıkıyor 2 tane, 2 tane şekil gibi olmasa da 2 tane gibi* [şekli negatif yönde döndürüyor] gözüküyor" diyerek şeklin iki parçadan oluştuğunu ifade etmek istemiştir. Buradan $Ö_5$'in kenarın hem doğru parçası (ilk parça), hem de eğri (ikinci parça) olabileceği anlayışına sahip olduğu düşünülebilir. Ayrıca çokgenlerin kenar sayısının 2 olabileceğini de düşündüğü belirtilse -çok ta- yanlış olmaz.

Çokgenlerin kenarlarına ilişkin öğrencilerin değindiği bir başka konu ise kenar sayıları olmuştur. Örneğin, $Ö_5$ çokgen oluşturması istendiğinde ilk olarak kare oluşturmuştur. Karenin kenarları ve açıları ile ilgili özellikleri ifade ettikten sonra araştırmacının "*Peki bunun çokgen olmasını sağlayan bu karenin çokgen olmasını sağlayan şey ne?*" şeklinde sorması üzerine $Ö_5$ "*Çokgen çünkü… yani bir değil daire mesela bir kenarlı değil bir sürü kenarlardan oluşuyor. 4 kenardan oluşuyor o yüzden*" cevabını vererek çokgenin en az 2 kenarı olması gerektiğini ifade etmiştir. Araştırmacı doğru anlayıp anlamadığını teyit etmek için "*iki kenarlı olsa?*" sorusunu sormuştur. $Ö_5$ bu soruya "*2 kenarlı olsa biraz daha çokgen olur. Ama tek kenarlı olsa tek kenar derler çokgen demezler bence*" diyerek önceki ifadesini doğrulamıştır.

Çokgen oluşturma sorusunda $Ö_4$ el becerisinin olmadığını bu nedenle çokgen oluşturamayacağını ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı "*çokgen nedir?*" sorusunu yöneltmiştir. $Ö_4$ "*çokgen kapalı şekillerdir, kenarları ve köşeleri olan, açıları olan şekillerdir. 2 tane açısı oluyor... dış açı, iç açı*" demiştir. Araştırmacı "*peki kenarları?*" şeklinde sorunca "*en az 3 en fazla sınırsız. Yedigen, sekizgen, ongen*" açıklamasını yapmıştır. Öte yandan $Ö_4$ birinci araştırma protokolünün 8. sorusundaki 1. şeklin çokgen olmadığını çünkü kareye benzediğini belirtmiştir. Aşağıda $Ö_4$'ün bu şeklin kenarları ile ilgili açıklamalı görüntüsü verilmiştir.



Şekil 4. 126. *$Ö_4$'ün Birinci Görüşme Protokolünde Sekizinci Soru 1. Şekil için Gösterdiği Kenarlar*

Buradan $Ö_4$'ün şekilleri tanımada başarısız olduğu söylenebilir. Ancak yine de 1. şeklin kenar sayısının dört olduğunu söylemesi ve buna inanmasına rağmen çokgen olmadığını söylemesi dörtgenlerin çokgen olmadığını düşündüğü anlamına gelebilir. İkinci şekil hakkındaki görüşleri istendiğinde ise $Ö_4$ "*Bu daha değişik…bu da dikdört…gen mi?…Beşgene de benziyor ama buda çokgendir herhalde*" cümlesiyle beşgenlerin çokgen olduğunu dile getirmiştir. Buradan $Ö_4$'ün çokgenlerin kenar sayısının en az 5 olacağını savunduğunu söylemek mümkün olabilir. Sonuç olarak –ilk

ifadesi göz önüne alındığında- $Ö_4$ çokgenlerde kenar sayısının en az 3 ve en az 5 olduğu şeklinde iki farklı anlayışa sahip olduğu belirtilebilir. Bu durum $Ö_4$'ün teorik ve uygulamalı sorularda farklı cevaplar vermesi üzerine gerçekleştiği için farklı zamanlarda ve aynı kavramı sorgulayan farklı sorularda farklı ve çelişkili kavram imajlarının uyanabileceğini akla getirmektedir.

Çokgen oluşturması istenen ve sırayla altıgen ve beşgen oluşturan $Ö_3$ üçüncü çokgen için "*Aklıma gelmiyor*" diyerek biraz düşünmek istemiştir. Biraz düşününce de "*Eşkenar dörtgende olabilir aslında 4 kenarlı*" diyerek eşkenar çokgen oluşturmak istemiştir. Araştırmacının "*4 kenarı olanlar çokgen olur mu?*" sorusunu sorarak aslında çokgen kavramı ile ilgili formal kavram tanımı çıkmasını beklemiştir. Ancak $Ö_3$ "*Ondan emin değilim ama… ya bu… bu şekil es eşkenar dörtgen. Ama çokgen… olur mu? … olmaz herhalde… Pek sanmıyorum*" diyerek daha öncesinden çokgen olduğunu belirttiği eşkenar dörtgenin çokgen olamayacağını söylemiştir. Bunun üzerine araştırmacı $Ö_3$'e "*çokgen nedir?*" sorusunu yöneltmiş ve "*çok kenarı olan geometrik şekillere deniyor*" cevabını almıştır. Ardından ise çokgenin en az 5 kenarı olması gerektiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde sekizinci sorunun 13. şekli için $Ö_3$ "*bu şekil üçgene benziyor... Ama tam üçgen değil"* demiş, nedeni sorulduğunda ise "çünkü sadece 2 kenarı var gibi" açıklamasını yapmıştır. Diğer taraftan ek görüşmelerde ise "üçgen ve dörtgenin çokgenliği hakkında ne düşünüyorsun?" sorusu sorulduğunda $Ö_3$ çokgen olduklarını ve nedenini ise şu şekilde dile getirmiştir:

> *Çünkü yani kenar… ları… Yani kenar sayısına göre çokgen olup olmadığını söylüyorduk. 2 den büyük olması gerekiyor. Çünkü 2 hani tam bir şekil oluşturmuyor açık kalıyor arası* [ek görüşmeler-$Ö_3$]

$Ö_3$ birinci görüşme protokolünde çokgenlerin kenar sayısının en az 5 olmasını savunurken, ek görüşmelerde ise kenar sayısının en az 3 olmasını savunduğu görülmüştür. Buradan $Ö_3$'ün çokgenlerin kenar sayısı hakkında iki farklı (bir kısmı çelişen, bir kısmı uyuşan) kavram anlayışına sahip olduğu söylenebilir.

Birinci görüşme protokolünün yedinci sorusunda [çokgen oluşturma-1.çokgen] $Ö_2$ kare oluşturmuştur. $Ö_2$, karenin kenarları ve açıları hakkında bilgiler verdikten sonra neden çokgen olduğu sorusuna şu açıklamayı getirmiştir.

> *... mesela ıı üçgen bir çokgen değil. Ondaki kenar sayıları fazla değil. Ama dörtgen, beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgen hatırladığıma göre bunlar çokgen grubuna giriyor... ama dördün üzeri giriyor bildiğime göre...*[1. Görüşme protokolü, 7. Soru- $Ö_2$]

Buradan $Ö_2$'nin çokgenlerde kenar sayısının en az 4 olmasını savunduğu görülmüştür. Öte yandan, $Ö_2$ çokgen oluşturma sorusunda kareden sonra sırayla çember ardından üçgen oluşturmuştur. Üçgeni oluştururken ise $Ö_2$ daha önceki ifadesini değiştirmek istediğini "*Çokgen çünkü 2 den başlıyor. Bu defa kesin kararlıyım. 2 kenarı olan bişey yok ama 2 kenardan yükseği kesinlikle… çokgendir eminim*" cümleleriyle belirtmiştir. Böylece çokgenlerin kenar sayısının en az 3 olacağını söylemiştir. Benzer ifadeleri 13. şeklin neden çokgen olmadığını açıklarken kullanmıştır. Bu açıklama "*söylediğim gibi 3 kenarın aşağısı ne bir cisim, ne de bir ıı* [2 sn. sessizlik] *çokgen oluyor*" şeklinde olmuştur. Sonuç olarak $Ö_2$'nin de çokgenlerin kenar sayıları hakkında en az 3 kenar ve en az 5 kenar olmak üzere iki farklı anlayışa sahip olduğu söylenebilir.

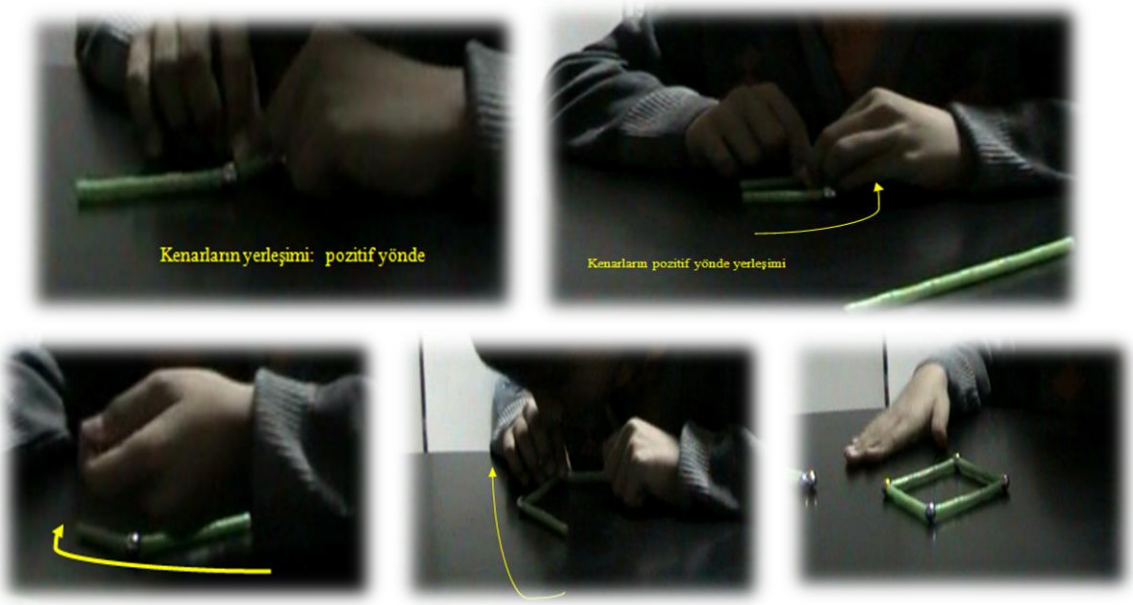
$Ö_1$ ise sekizinci sorudaki 2. şeklin çokgen olup olmadığı sorulduğunda önce kenarlarını saymaya çalışmış ardından şeklin bazı parçalarını üçgene ve yamuğa benzeterek "*çokgen*" cevabını vermiştir. Çokgenlerden hangisi olduğunu soran araştırmacıya ise doğru parçalarını sayarak "*5, beşgen*" cevabını vermiştir. Kenarları eksik [6 olması gerekiyordu] saydığı fark edilen $Ö_1$ daha sonra "*Bir geometrik şeklin, çokgen olabilmesi için en az 3 kenarı olması lazım*" diyerek çokgenin kenarları hakkında net bir ifade kullanmıştır. Benzer şekilde sekizinci soruda bulunan 12. şeklin çokgen olmamasının sebebini "*2 kenarı var*" diyerek belirtmiştir. Aşağıda $Ö_1$'in 12. şekle ait açıklaması yer almaktadır.



Şekil 4. 127. *$Ö_1$'in Sekizinci Sorudaki 12. Şekil İçin Yaptığı Açıklamaya Ait Görüntü*

Çokgenlerin kenarlarına ilişkin öğrencilerin değindiği bir başka konu ise kenarların uç noktalarında birleşmeleri olmuştur. Örneğin $Ö_1$ çokgen oluşturması istendiğinde sırasıyla önce dikdörtgen, üçgen ve kare oluşturmuştur. Oluşturduğu her

bir çokgeni oluştururken doğru parçalarının uç noktalarında birleşimine dikkat eden $Ö_1$; dikdörtgeni ve üçgeni oluştururken kenarların pozitif yönde yerleşimine kareyi oluştururken ise kenarların negatif yönde yerleşimine ve ayrıca kenarların doğrusal olmayacak biçimde [oluşturma sürecinde dahi] yerleşimine dikkat ettiği görülmüştür. Bu durum ile ilgili görüntü ve açıklamalar şekil 4. 128 ile verilmiştir.



Şekil 4. 128. *$Ö_1$'in Kenarların Yerleşimine İlişkin Görüntüleri ve Açıklamaları*

Oluşturduğu karenin kenarları için araştırmacının "*Şimdi bunları sökelim bir bööyle bir ayrı kalsın*" demesi üzerine $Ö_1$ "*Şu kenar şurada, şu şurada, şu şurada, şu şurada birleşmesin... Yani bir kare falan olmaz. Belli bir alan birimi zaten kare olduğu için belirlenmiş bir alanı ifade ettiği için*" diyerek kenarların uç noktalarında birleşimine değinmiştir. Öte yandan $Ö_1$ sekizinci soruda yer alan 7. şekil için doğru parçalarını negatif yönde inceleyerek "*hmm.. üçgen*" demiş ama ardından "*ha..bi saniye...*" diyerek doğru parçalarını tekrar incelemek istemiştir. İnceleme sonrası iki doğru parçasının uç noktalarında birleşmediğini "*evet burası yok*" sözleriyle ifade etmiş ve şaşırarak "*üçgen... eee burası olmayınca... burayı bile bile mi yok ettiniz?*" demiştir. Araştırmacının evet demesi üzerine "*Kenarı yok. Eem o zaman bu çokgen değil 2 kenarı var. Üçüncü kenarı yok*" diyerek bu defa kenar sayısına yönelmiştir. Araştırmacının doğru parçalarının ortak bir noktada birleşmediğini ifade etmesi sonucu kenarları negatif yönde sayarak "*o zaman çokgen... yine de çokgen... 1, 2, 3*" demiştir. Buradan $Ö_1$'in ilk önce doğru parçalarının uç noktalarında birleşimine dikkat etmesine rağmen daha sonra bu birleşimin çokgen olmanın bir özelliği olmadığını ifade etmiştir. Sonuç

olarak $Ö_1$ çokgenleri oluşturma sürecince çokgeni oluşturan doğru parçalarının uç noktalarında birleşimine dikkat ederken ve sözel olarak ta bunu savunurken, verilen bir şeklin çokgen olup olmadığını belirleme de bu birleşime önem vermediği görülmüştür. Bu durum $Ö_1$'in teorikte ve pratikte farklı ve de çelişkili çokgen anlayışı olduğunu gösterebilir.

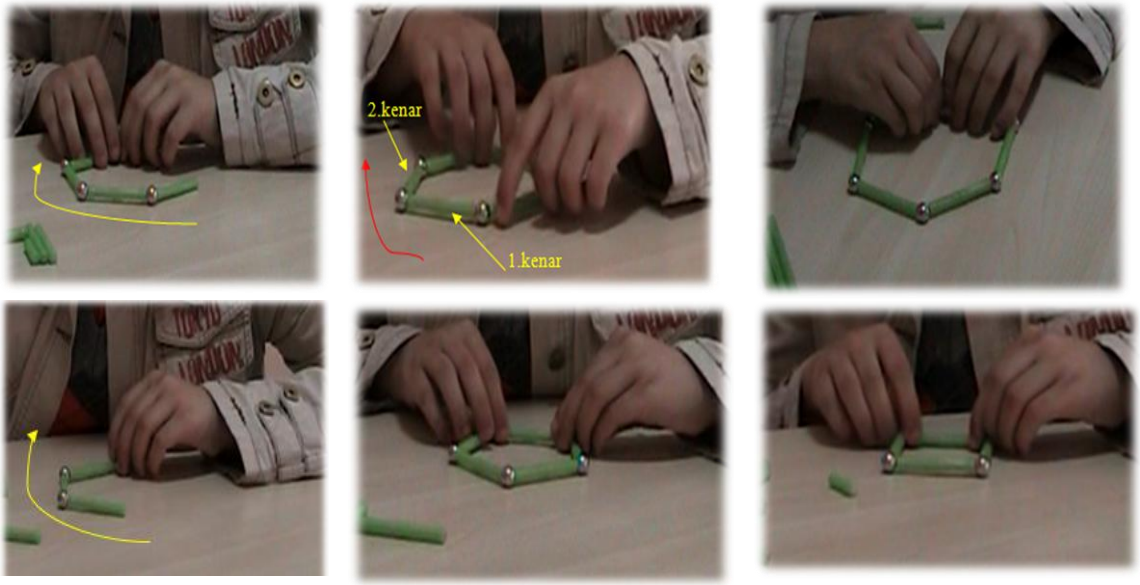
$Ö_2$ sekizinci sorunun 7. şekli için önce "*Bu bir çokgen… değil*" demesi üzerine araştırmacı nedenini sormuştur, daha sonra fikir değiştirerek "*Acaba çokgen mi bu…* (gülüyor)" demiş ve şekli negatif yönde döndürmeye başlamıştır. Biraz düşündükten sonra "*Çokgen, çünkü üçgenin bir çeşidi*" diyerek üçgenin çokgen olduğuna dikkat çekerek açıklamasına şu şekilde devam etmiştir:

> *Çünkü baksana abla… tamam da şurayla şura eşit ama şura yok* [şeklin birleşmediği yeri gösteriyor] *Evet ne demiştik eem eşit kenar üçgende pardon… İkizkenar üçgende 2 kenar ve köşe eşit olduktan sonra yani. Diğer bi köşenin pek önemi yok.... Bakın şura… ve şura* [köşe ve kenarları gösteriyor] [1.görüşme protokolü 8.soru 7. Şekil-$Ö_2$]

Bu ifadeleriyle $Ö_2$ her ne kadar kenarların birleşimine dikkat etse de ve şekilde iki doğru parçasının birleşmediğini fark etse de kişisel betimlemesinden [en az 2 kenar, 2 köşe] dolayı bütün doğru parçalarının birleşmesinin gerekmediği ifade etmiştir. Böylece $Ö_2$'nin bir şeklin çokgen olabilmesi ancak kendi kişisel betimlemesi doğrultusunda kenarların uç noktalarda birleşimi ile gerçekleştiği söylenebilir. Bununla birlikte $Ö_2$, sekizinci sorunun 14. şekli için çokgen olmadığını ifade ettikten sonra "*Yarım ay şeklinde bişey bu. Buda bir cisim… değil. Köşesi de yok* [sonra 1 tane olduğunu ekliyor]" açıklamasını yapmıştır. Ardından eliyle uç noktaları göstererek "*Çünkü şu uçların birleşmiş olup şurdan, şurdan şurdan ve şurdan çıkmış olsa olabilirdi. Ama bu uçlar birleşik değil*" diyerek hem köşe sayısına hem de birleşime dikkat çekmiştir. Sonuç olarak $Ö_2$'nin kenarların birleşimi konusunda sorudan soruya, zamandan zamana farklılık gösteren ve çelişki arz eden anlayışlarını çağrışmış olabileceği söylenebilir.

$Ö_3$ çokgen oluşturma [1.görüşme protokolü 7.soru] sürecinde doğru parçalarının uç noktalarında birleşimine ve doğru parçalarının doğrusal olmamasına özellikle dikkat etmiştir. $Ö_3$ sırasıyla oluşturduğu altıgen ve beşgenin kenarlarını negatif yönde

yerleştirmeye gayret göstermiştir. Bu duruma ait görüntüler ve açıklamalar şekil 4. 129 ile sunulmuştur.



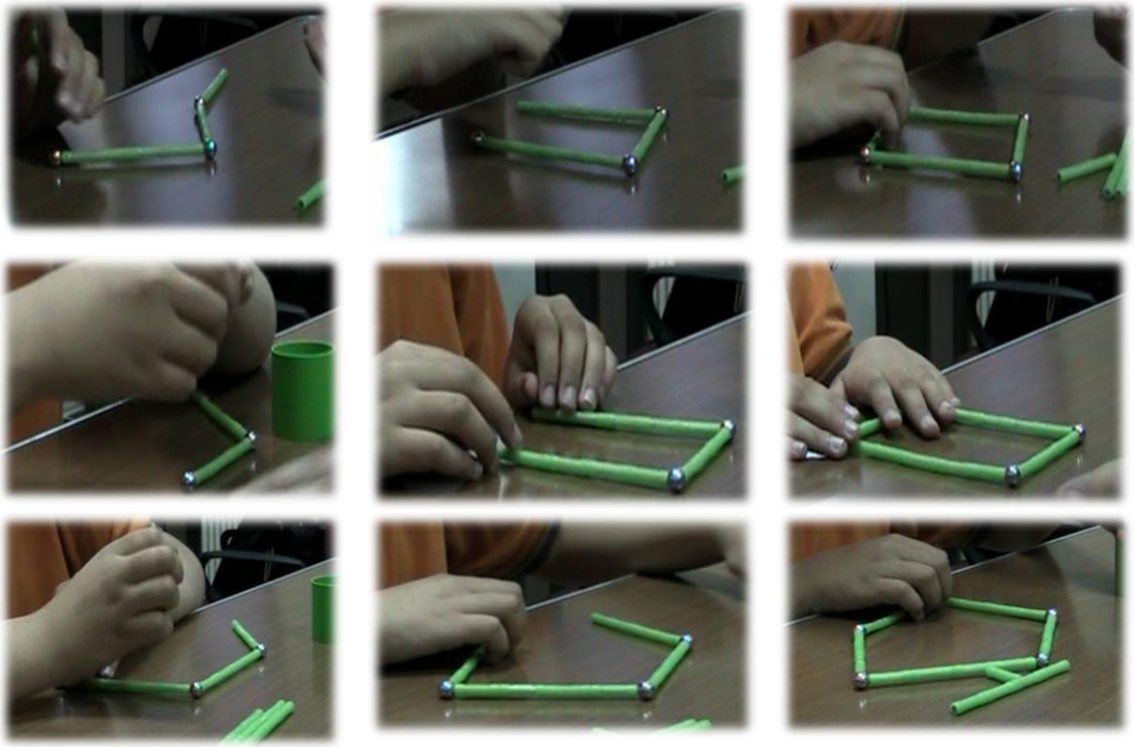
Şekil 4. 129. *Ö$_3$'ün Kenarların Yerleşimine İlişkin Görüntüleri ve Açıklamaları*

Sekizinci sorunun 7. şeklini önce pozitif daha sonra da negatif yönde inceleyen Ö$_3$ "*Üçgen… Iıı Burası yanlışlıkla mı böyle yoksa?*" diyerek doğru parçalarının uç noktalarında birleşimine dikkat ettiğini göstermiştir. Araştırmacının "*yanlışlıkla değil*" demesi sonucu Ö$_3$ "*o zaman bu üçgen değil.. çünkü buranın birleşmesi gerekiyor*" diyerek çokgen kenarlarının birleşiminin önemli olduğunu ve çokgen kavramı anlayışının bu yönde olduğunu belirtmiştir. Ek olarak Ö$_3$, benzer ifadeleri 8.sorunun 12 ve 14. şekillerinde de kullanmıştır.

Ö$_4$ sekizinci soruda yer alan 3. şeklin çokgen olmadığını [şekil çokgen olmasına rağmen] "*Bununda ucu kapalı gibi* [2 sn. sessizlik] *görünmüyor* [1 sn. sessizlik] *açık*" sözleriyle ifade etmiştir. Aynı sorunun 4.şekli [kompleks çokgen] için de "*bu çokgen galiba, şuradaki sanki birleşik kapalı gibi. Şuraları* [1 sn. sessizlik] *daha açık gibi*" diyerek yine kenarların uç noktalarda birleşimine dikkat çekmiştir ancak bunu yaparken şekli tam olarak incelememiş bazı kısımları es geçmiştir. Araştırmacı Ö$_4$'ü şeklin tamamını incelemesi konusunda uyarsa da bir sonuç alamamış bunun üzerine geometri şeritleriyle bu çokgen oluşturularak öğrenciye bu şekilde sunmuştur. Daha sonra Ö$_4$'ün aynı cevapları vermesi üzerine yeni soruya geçilmiştir. Aynı sorunun 7. şekli içinde Ö$_4$ kenarları negatif yönde inceleyerek "*Bu çokgene benziyor. 1… 2 …3… bu çokgen…*" demiştir. Araştırmacının neden çokgen olduğunu sorması üzerine [doğru parçaları uç noktalarında birleşmemelerine rağmen] "*İşte bu… kapalı çünkü dümdüz gidiyor böyle…*

1… 2… 3… evet çokgen" açıklamasını yapmıştır. Buradan $Ö_4$'ün şekilleri tanımada-takip etmede başarısız olduğu ve çokgenlerde kenarların birleşimini savunduğu söylenebilir.

$Ö_5$, $Ö_3$ gibi çokgen oluşturma [1.görüşme protokolü 7.soru] sürecinde doğru parçalarının uç noktalarında birleşimine ve doğru parçalarının doğrusal olmamasına özellikle dikkat etmiştir. $Ö_5$ sırasıyla oluşturduğu kare, dikdörtgen ve beşgenin kenarlarını negatif yönde yerleştirmeye gayret göstermiştir. Bu duruma ait görüntüler ve açıklamalar şekil 4. 130 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 130. *$Ö_5$'in Kenarların Yerleşimine İlişkin Görüntüleri ve Açıklamaları*

$Ö_5$ sekizinci sorunun 2. şeklinin çokgen olduğunu belirtmeden önce "*Buna bakalım… Bunların kenarları kesişmiş*" diyerek kenarların uç noktalarında birleşimine dikkat çekmiştir. Diğer taraftan aynı sorunun 7. şeklini inceler incelemez "*Bu üçgen çokgen kenarları olduğu için… ama şurada bir açıklık olmuş*" demiş ve şekilde doğru parçalarının uç noktalarında birleşmediğini fark etmiştir. Ancak buna rağmen bu şeklin bir çokgen olduğunu belirtmiştir. Buradan $Ö_5$'in çokgen oluşturmada kenarların uç noktada birleşimine dikkat ettiği, şekilleri tanımada ise duruma, soruya ve zamana göre kenarların birleşimi hakkındaki düşüncelerinde değişiklik olduğu görülmüştür. Sonuç olarak $Ö_5$'in kenarların uç noktalarda birleşimi hakkında farklı ve çelişkili iki anlayışa

sahip olduğu ve farklı zamanlarda, aynı durumu sorgulayan farklı sorularda bu anlayışların çağrıştırılabileceği söylenebilir.

Çokgenlerin kenarlarına ilişkin öğrencilerin değindiği konulardan bir diğeri çokgenlerin kenarlarına göre isimlendirilmesidir. Katılımcı GE öğrenciler kenar sayısının sonunda –gen yapım ekini kullanarak çokgenlerin isimlerini oluşturmuşlardır. Bu öğrenciler üçgenden onbirgene [dokuzgen hariç] kadar olan çokgenleri dile getirmişler ve çoğunlukla üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen hakkında bilgiler vermişlerdir. Katılımcı GE öğrenciler; kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgenin birer dörtgen olduğunu; beşgenin düzgün/düzgün olmayan beşgen olmak üzere iki şekilde incelendiğini; altıgenin de bozuk/düzgün altıgen olmak üzere incelendiğini ifade etmişlerdir. Örneğin "*çokgen oluşturur musun?* [2.çokgen]" sorusu için eşkenar üçgen oluşturduğunu ifade ederek eşit uzunlukta üç doğru parçasını kullanmıştır. Eşkenar üçgeni oluşturduktan sonra sürekli olarak üçgeni pozitif yönde döndürmüş ve döndürme işlemini bitirdiğinde ise tabanı olacak şekilde yerleşimine dikkat etmemiştir. $Ö_2$ ise üçgen oluşturmuş ancak $Ö_1$ gibi oluşturduğu üçgeni döndürmesine [negatif yönde] rağmen en sonunda tabanı olacak şekilde konumlandırmıştır.

Dörtgenleri kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olarak düşünen katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$ kareden, dikdörtgenden ve bazı özelliklerinden bahsetmiştir. $Ö_3$ sekizinci sorunun 10. şeklini tanımak için kenarları pozitif yönde incelemiş ardından aşağıdaki açıklama ile dikdörtgen, kare ve arasındaki özellikleri belirtmiştir.

> *şu kare içteki, dıştaki de ... kare veya dikdörtgen.. de olabilir ama kare.. evet ikisi de kare bunların. 4 tane kenarları var.. şuralar böyle içtekinin de 4 kenarı var.. 4 tane açısı var* [açıları pozitif yönde gösteriyor] *bunun da 4 tane* [açıları pozitif yönde gösteriyor] *dikdörtgenden farklı olarak bütün kenarları eşit. Dikdörtgen de ikisi eşit ikisi... yani kısa ikisi uzun oluyor. Bunda bütün kenarlar birbirine eşit. Açılar dik açı hepsi* [1.görüşme protokolü 8.soru 10.şekil-$Ö_3$]

Yukarıda $Ö_3$'ün ifade ettiği özelliklerin benzerlerini $Ö_1$ ve $Ö_5$'te kendi ifadeleriyle açıklamışlardır. Farklı olarak $Ö_2$ çokgen oluşturması istediğinde ilk olarak kareyi oluşturarak "*4 kenarı 4… bi Dakka 4 köşesinin olması*" diyerek köşe sayısına dikkat çekmiştir.

Dört kenarlı olduğu $Ö_3$ tarafından belirtilen bir diğer çokgen eşkenar dörtgen olmuştur. "Çokgen oluşturması istenen $Ö_3$ "*Eşkenar dörtgende olabilir aslında*" diyerek –her ne kadar daha sonra çokgen olmadığını ifade etse de- eşkenar dörtgen oluşturmuştur [baklava dilimi görüntüsünü vererek]. Aşağıda $Ö_3$'ün oluşturduğu bu eşkenar dörtgene ait görüntü şekil 4. 131 ile verilmiştir.



Şekil 4. 131. *$Ö_3$'ün Oluşturduğu Eşkenar Dörtgen*

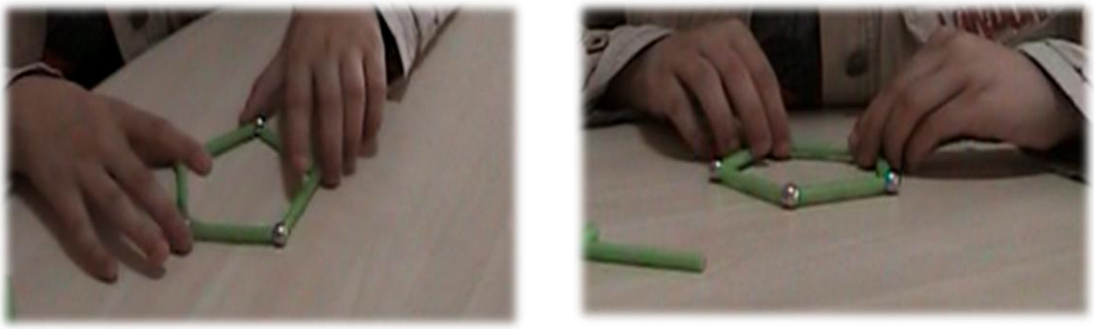
Ayrıca hem $Ö_2$ hem de $Ö_3$ karenin kenarları ile oynarken eşkenar dörtgen oluşturduklarından habersiz bir şekilde oluşan yeni çokgenin de bir kare olduğunu ifade etmişlerdir. Sonuç olarak $Ö_3$'ün [eşkenar dörtgenden bahsetmediği için $Ö_2$ bu yoruma dâhil değil] kareyi bir eşkenar dörtgen olarak düşünmüş olabileceği söylenebilir.

Beşgenin 5 kenara sahip olduğunu bu nedenle bu isme sahip olduğunu belirten katılımcı GE öğrenciler düzgün beşgen [öğrenciler kenarları eşit olan beşgen şeklinde isimlendirme] ve düzgün olmayan [öğrenciler kenarları eşit olmayan beşgen şeklinde isimlendirme] beşgenden bahsetmişlerdir. Örneğin; çokgen oluşturması istenen $Ö_2$'ye geometri tahtasında üçgenin [3. çokgen] neden çokgen olduğu sorulduğunda, kenar ve köşe sayılarından bahsetmiş ve daha sonrasında

> *... Örneğin, mesela bir ıı… yine mesela beşgenden yapabiliriz ama. 5 kenarlı bişey yapabiliriz, oluşturabiliriz... Beşgen yaa 5 kenarı eşit olmasa bile, 5 tane kenarının hani olması gerekiyor. beşgenin iki çeşidi vardır: kenarları eşit olan, kenarları eşit olmayan Çünkü beşken beşgen, yani hani dediğim gibi üçgende de farklı şekiller var. Çeşitkenar, eşkenar.*

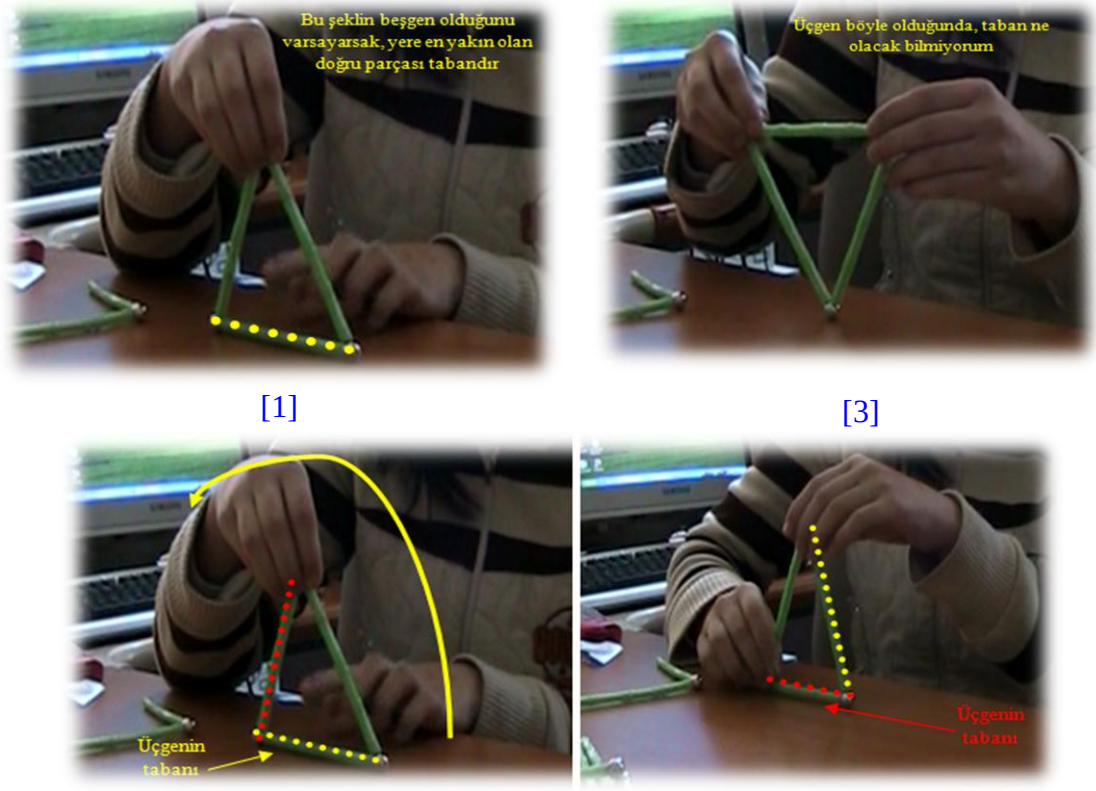
açıklamasını yaparak kenarlarına göre isimlendirme yapmıştır. $Ö_3$ ise ikinci çokgen için beşgen oluşturacağını ifade etmiş ve "*Bunun da 5 tane kenarı olması gerekiyor*" demiştir. Araştırmacının [kenar uzunluklarının eşit olmasına dikkat ettiğini fark edildiği için] "*kenarlarında neye dikkat ettin?*" sorusuna $Ö_3$ "*Kenarlarında bir saniye… burada 4 tane olmuş… bir tane daha eklememiz gerekecek… Bu şekilde oldu*" ardından ise

"*Yaparken 5 tane kenarının olmasına dikkat ettim. Iıı… kenarların eşit olmasına dikkat ettim*" demiştir. Araştırmacının bu esnada dikkatini çeken bir başka nokta $Ö_3$'ün beşgeni rastgele değil tabanı olacak şekilde konumlandırması olmuştur. Aşağıda bu duruma ait görüntüler şekil 4. 132 ile verilmiştir.



Şekil 4.132. *$Ö_3$'ün Oluşturduğu Beşgeni Tabanı Olacak Şekilde Konumlandırması*

Ek görüşmelerde $Ö_3$'ün konumlandırması sorulduğunda daha önceden oluşturduğu üçgen üzerinden bu durumu anlatmak istemiştir. $Ö_3$'ün açıklaması aşağıda yer almaktadır ve bu açıklamasına ait görüntüler şekil 4. 133 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 133. *$Ö_3$'ün Beşgenin Tabanı Olmasına İlişkin Görüntüleri ve Açıklamaları*

Evet… ee Tabanı vardır aslında şöyle hani mesela bu bir üçgen şekli ya. bunu bu şekilde koyarsak böyle dik hani bunu beşgen olarak düşündüğümüzde buraya bu yere olan en yakın olan açı. [doğru parçasını gösteriyor/kastediyor]. [1] *Doğru parçası tabandır böyle olsa da taban olacaktı* [2]. *Ama böyle olduğunda ne olacak bende bilmiyorum* [3]. [ek görüşmeler-$Ö_3$]

Buradan $Ö_3$'ün tabanı olacak şekilde konumlandırılan bir beşgen [üçgen içinde geçerli] anlayışına sahip olduğu ve ayrıca yere yakın olan doğru parçasını [veya masa üzerinde şekil dik konumda değil de yatay konumda ise $Ö_3$'e en yakın olan doğru parçasını] taban olarak adlandırdığı söylenebilir.

Altıgenin 6 kenarlı olması sebebiyle isminin –altıgen- olduğunu belirten $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$'ten sadece $Ö_3$ düzgün altıgen [bu şekilde ifade etmiyor] ve bozuk [tam olarak bu şekilde ifade etmiyor] altıgenden bahsetmişlerdir. Örneğin; "*çokgen oluşturur musun?*" sorusunda ilk çokgeni altıgen [kenar uzunluğunun her biri 2 birim olan] yapan $Ö_3$'e araştırmacı "*bu nasıl bir çokgen?*" sorusunu yöneltmiştir. $Ö_3$ şu açıklamayı yapmıştır:

Bu altıgen şeklinde çokgen, 6 tane kenarı var. Ya bunu böyle değiştirirsek de yine altıgen oluyor yani değişmiyor. Uzunluklarını arttırabiliriz. Tabi hepsi hepsini eşit arttırmamız gerekiyor. Çünkü hani burası biraz geniş olduğunda… şurası şöyle gelecek ya…burasının da geniş olması gerekiyor…

Buradan $Ö_3$'ün kenar uzunlukları eşit ve açı ölçüleri eşit bir altıgen tarif ettiği görülmüştür. Dolayısıyla $Ö_3$'ün düzgün altıgen kavram imajına sahip olduğu ve bu altıgenin açılarını birer geniş açı olarak düşündüğü söylenebilir. Araştırmacı $Ö_3$'te sadece düzgün altıgen anlayışı olup olmadığını kontrol etmek için "*Sen bütün kenarları eşit olsun istiyorsun. Farklı olsa olur mu?*" sorusunu sormuştur. $Ö_3$ "*Olur mu biraz bozuk olur gibi… şurası biraz büyük olsa* [iki kenar arasındaki aralığı gösteriyor]*... yine olur da hani 6 kenarı var da. Biraz bozuk olur*" cevabını vermiştir. Bu sayede $Ö_3$'ün kenarları eşit uzunlukta olmayan altıgenin açı ölçülerinin de eşit olmadığını da düşündüğü ifade edilebilir.

4.3.2.2.1.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrencilerin çokgenin kenarlarına ilişkin bahsettikleri durumları temsil etmektedir. Bunlar; kenarların niteliği, kenarların sayısı, kenarların uç

noktalarında birleşme(me)si ve kenar sayısına göre çokgenleri isimlendirmedir. Bütün öğrenciler kenarların birer doğru parçası olmasında hem fikir iken $Ö_2$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ aynı zamanda kenarların birer eğri de olabileceğini belirtmişlerdir. Buradan $Ö_2$, $Ö_4$ ve $Ö_5$'in kenarların niteliği hakkında 2 farklı görüşe sahip olduğu ve farklı geometrik şekiller söz konusu olduğunda [farklı zamanlarda] kenarların niteliği hakkında farklı bilgilerin çağrıştırıldığı söylenebilir. Kenarların doğru parçası olduğunu belirten GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ çemberin çokgen olmadığını belirtmiş $Ö_2$ bu durumun nedenini çemberin iç açı ölçülerinin belli olmadığına bağlamıştır. Buradan $Ö_2$'nin çokgen kavramını kenarlara [sayısına, uç noktalarında birleşimine] bağlamadığı söylenebilir. Diğer taraftan $Ö_3$ çemberin daire olduğunu, $Ö_4$'ün ve $Ö_5$'in ise dairenin çokgen olmadığını savundukları görülmüştür. Buradan $Ö_3$'ün daire ile çember kavramlarını iyi kavrayamamış olduğu ve kavram yanılgısına sahip olduğu yorumu yapılabilir. Kenarın eğri olabileceğini savunan öğrencilerden $Ö_5$ dairenin, $Ö_2$ de çemberin çokgen olduğunu belirtmiştir. Ek olarak $Ö_2$ çemberin daire ve yuvarlak olduğunu dile getirmiştir. Buradan $Ö_2$'nin çember ile daireyi karıştırmış olabileceği ve kavram yanılgısına sahip olduğu yorumu yapılabilir. Bununla birlikte $Ö_5$ kenarların doğru parçası olduğunu savunurken dairenin çokgen olmadığını, kenarların eğri olduğunu savunurken ise dairenin çokgen olduğunu savunması – her ne kadar kendi içerisinde bir tutarlılık gösterse de- dairenin bir çembersel bölge oluşunu bilmediğini veya çemberin kavramsal tanımını bilmediğini gösterebilir.

Kenarların sayısına da değinen öğrenciler, birbirinden farklı ifadelerde bulunmuşlardır. Örneğin; sadece $Ö_5$ kenarların en az 2 olacağını savunurken, $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ kenarların en az 3 olacağını, sadece $Ö_4$ kenarların en az 4 olacağını ve son olarak $Ö_3$ ve $Ö_4$ ise kenarların en az 5 olması gerektiğini ifade etmişlerdir. böylece $Ö_2$ hem en az 3 hem de en az 4 kenar olması gerektiğini ifade ederken bazı ifadelerinde üçgenin çokgen olduğunu bazı ifadelerinde ise çokgen olmadığını söylemiştir. Bu da $Ö_2$'nin çelişkili ve çoklu bir anlayışa sahip olduğunu gösterebilir. Benzer şekilde $Ö_3$ ve $Ö_4$ ise kenar sayısının en az 3 olması gerektiğini ifade ederken üçgen ve dörtgenin birer çokgen olduğunu, kenar sayısının en az 5 olması gerektiği ifade ederken ise üçgen ve dörtgenin birer çokgen olamayacağını savunmuşlardır. Böylece $Ö_3$ ve $Ö_4$ te de $Ö_2$ de olduğu gibi çelişkili ve çoklu bir anlayış olduğu söylenebilir.

Katılımcı GE öğrencilerin bahsettiği bir diğer konu ise kenarların uç noktalarında birleşip birleşmemesi olmuştur. Tüm öğrenciler kenarların uç noktalarında birleştiğini ifade ederken, Ö$_1$, Ö$_2$ ve Ö$_5$ kenarların uç noktalarında birleşmemesi durumunda da kendilerine verilen raised-line materyaldeki geometrik şeklin çokgen olabileceğini ifade etmişlerdir. Böylece Ö$_3$ ve Ö$_4$ hariç diğer öğrenciler raised-line materyalde var olan geometrik şekillere ve zamana göre düşüncelerinin değiştiği belirtilebilir. Kenarların uç noktalarda birleşmesi gerektiğini ifade eden öğrencilerden Ö$_1$ Ö$_2$, Ö$_3$ ve Ö$_5$ kenarların doğrusal olmamasına dikkat etmişlerdir. Ayrıca sadece Ö$_1$ kenarların pozitif yönde yerleşimine dikkat ederken, Ö$_1$, Ö$_3$ ve Ö$_5$ kenarların negatif yönde yerleşimini de gerçekleştirmişlerdir.

Çokgenlerin kenar sayısına göre isimlendirildiğine özellikle değinen katılımcı GE öğrenciler, 3 kenardan başlayarak 11 kenara kadar [9 hariç] çokgen isimlerini kenar sayısının sonuna –gen ekini ekleyerek ifade etmişlerdir. Tüm öğrenciler üçgen, dörtgen ve beşgenden bahsederken; Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$ altıgenden, Ö$_2$, Ö$_4$ yedigenden, Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$ sekizgenden, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$ ongenden ve son olarak Ö$_4$ onbirgenden bahsetmiştir. Sonuç olarak buradan katılımcı GE öğrencilerin üçgen, dörtgen ve beşgen kavram imajlarına sahip oldukları söylenebilir. Bu kavram anlayışlarına sahip olan öğrencilerden Ö$_2$ üçgenin tabanı olması gerektiğine değinmiş, Ö$_1$ ise tabanı olmasa da üçgenliğin kaybolmayacağına ve örnek olarak eşkenar üçgeni döndürerek konumun önemli olmadığına değinmiştir. Diğer taraftan, dörtgen anlayışına sahip olan öğrencilerden Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$ kare ve dikdörtgenin özelliklerine değinirken sadece Ö$_2$ ve Ö$_3$ eşkenar dörtgene değinmiş ve karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca Ö$_3$ ve Ö$_5$ dikdörtgenin -kenar uzunluklarına değinerek- kareden farklı olduğunu belirtmişlerdir. Böylece Ö$_3$ kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiye değinerek –diğer öğrencilere nazaran- dörtgenler ile ilgili zengin bir kavram anlayışına sahiptir denilebilir. Beşgen ve altıgen için ise katılımcı GE öğrenciler diğer çokgenler için benimsemedikleri bir yol olan düzgün çokgen olma kavramına değinmişlerdir. Düzgün çokgen için kenar ölçülerinin ve açı ölçülerin eşit olduğunu belirten Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$'in hepsi birden düzgün beşgenden [Ö$_3$ için tabanı olmalı] bahsederken, sadece Ö$_2$ düzgün olmayan beşgenden, sadece Ö$_3$ düzgün [Ö$_3$ için tabanı olmalı] ve bozuk [Ö$_3$'ün ifadesi] altıgenden bahsetmişlerdir. Böylece öğrencilerin kavram ile ilgili sorular sorulduğunda sadece beşgende ve altıgende düzgün çokgen olma durumunun çağrıştırıldığı ifade edilebilir.

Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*kenarları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu çokgen anlayışları tablo 4. 32 ile özetlenmiştir.

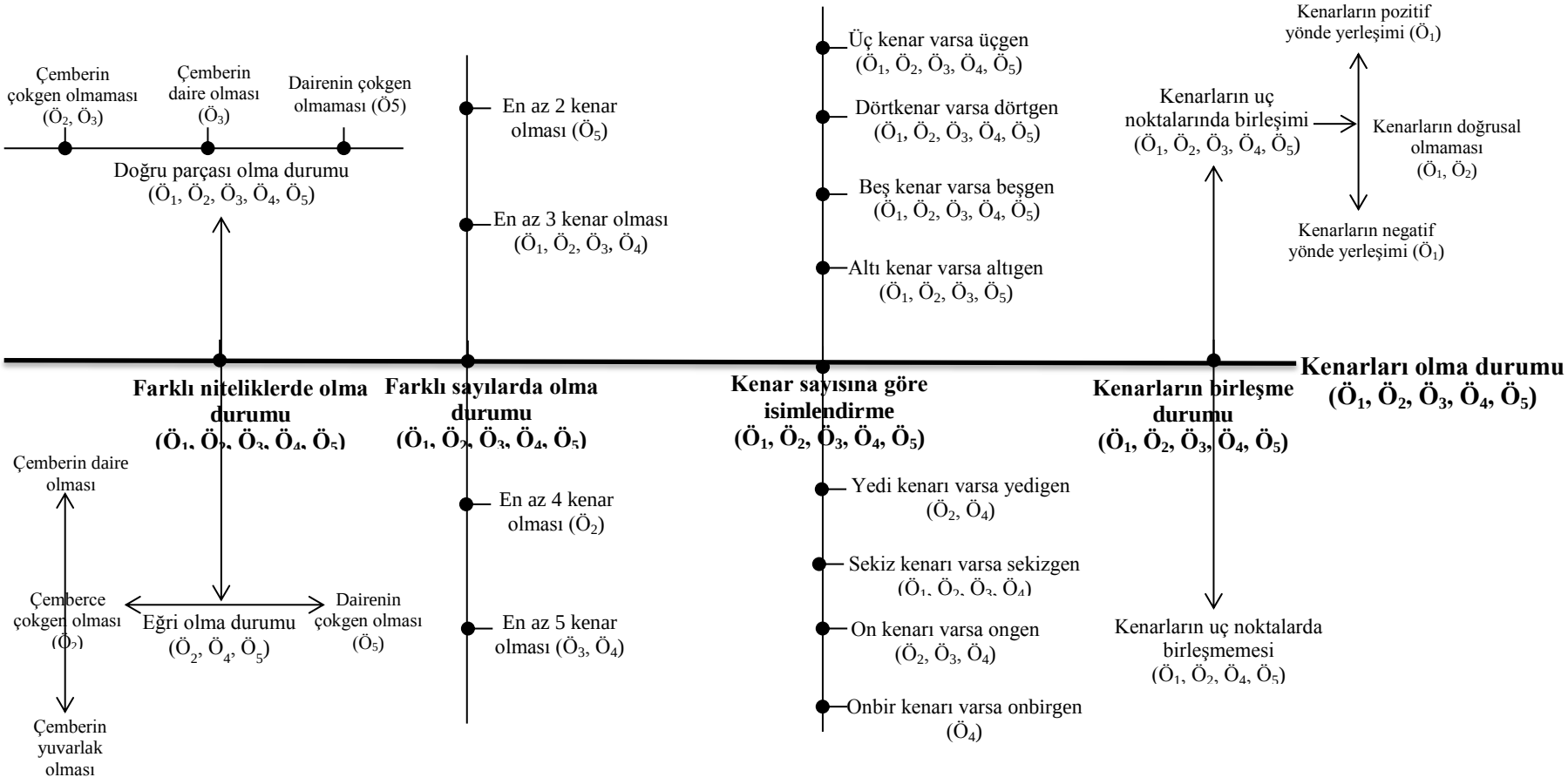
Tablo 4. 32. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Kenarları Olma Durumu**			
	Kenarların farklı niteliklerde olma durumu	***Kenarların farklı sayılarda olma durumu***	***Kenarların birleşme durumu***	***Kenar sayısına göre isimlendirme***
Ö$_1$	***Kenarların doğru parçası olma durumu*** Çemberin çokgen olmaması	***En az 3 kenar olması***	***Kenarların uç noktalarda birleşimi*** Kenarların doğrusal olmaması (kenarların negatif yönde yerleşimi) (kenarların pozitif yönde yerleşimi) ***Kenarların uç noktalarda birleşmemesi***	***Üç kenar varsa: üçgen*** Üçgenin tabanının olmaması (eşkenar üçgen) ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** Kare (kenar ölçülerinin eşit olması) Dikdörtgen (2 kısa 2 uzun kenar olması) ***Beş kenar varsa: beşgen*** ***Altı kenar varsa: altıgen*** ***Sekiz kenar varsa: sekizgen***
Ö$_2$	***Kenarların doğru parçası olma durumu*** Çemberin çokgen olmaması ***Kenarların eğri olma durumu*** Çemberin çokgen olması (çemberin daire olması) (çemberin yuvarlak olması)	***En az 3 kenar olması*** ***En az 4 kenar olması***	***Kenarların uç noktalarda birleşimi*** Kenarların doğrusal olmaması ***Kenarların uç noktalarda birleşmemesi***	***Üç kenar varsa: üçgen*** Üçgenin tabanının olması ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** Kare (kenar ölçülerinin eşit olması) (4 köşenin olması) Dikdörtgen Eşkenar üçgen (kare olması) ***Beş kenar varsa: beşgen***

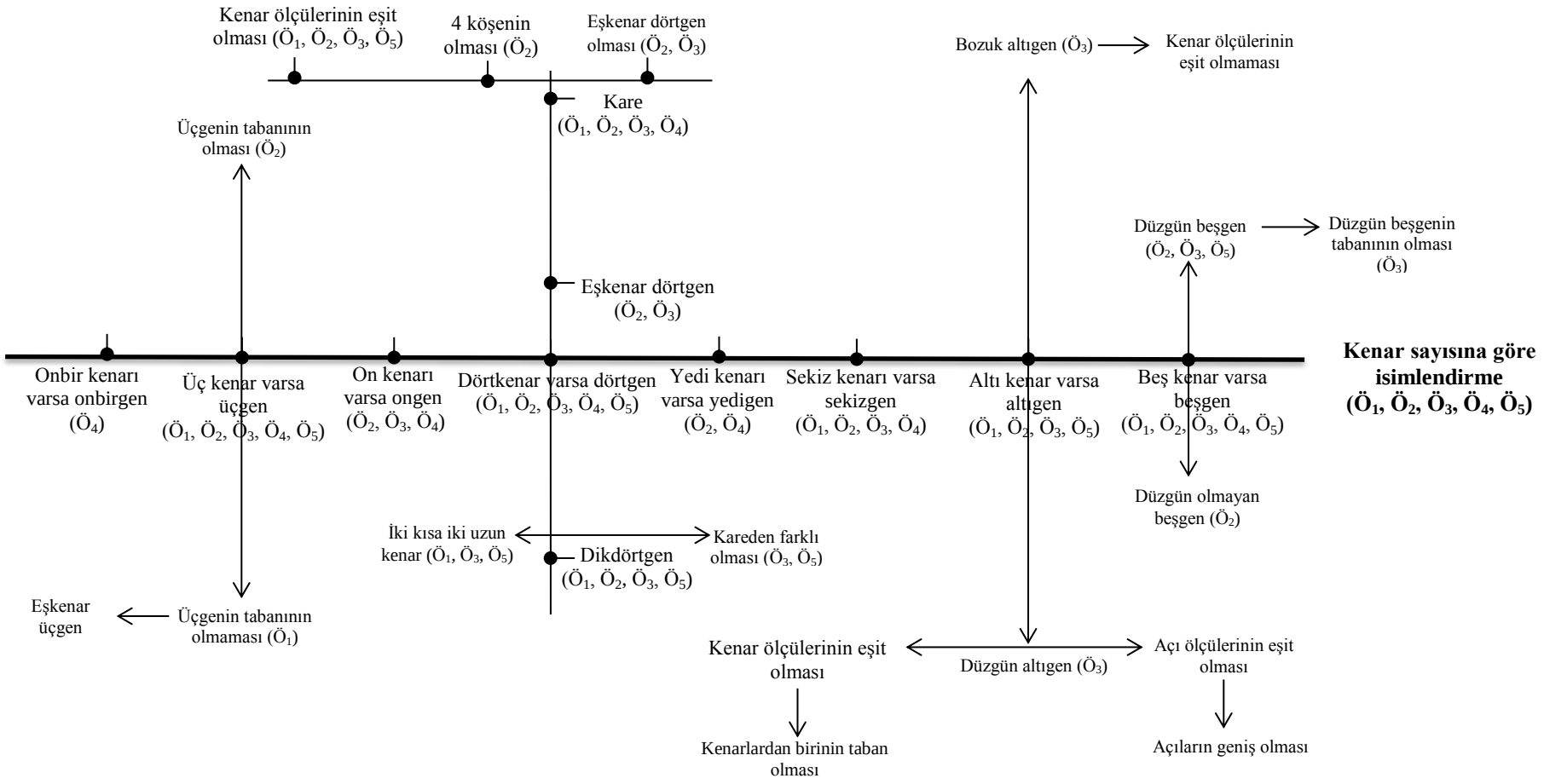
				Düzgün beşgen Düzgün olmayan beşgen ***Altı kenar varsa: altıgen*** ***Yedi kenar varsa: yedigen*** ***Sekiz kenar varsa: sekizgen*** ***On kenar varsa: ongen***
$Ö_3$	***Kenarların doğru parçası olma durumu*** Çemberin çokgen olmaması Çemberin daire olması	***En az 3 kenar olması*** ***En az 5 kenar olması***	***Kenarların uç noktalarda birleşimi*** Kenarların doğrusal olmaması (kenarların negatif yönde yerleşimi)	***Üç kenar varsa: üçgen*** ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** Kare (kenar ölçülerinin eşit olması) Dikdörtgen (2 kısa 2 uzun kenar olması) (kareden farklı olması) Eşkenar dörtgen (kare olması) ***Beş kenar varsa: beşgen*** Düzgün beşgen (düzgün beşgenin tabanının olması) ***Altı kenar varsa: altıgen*** Bozuk altıgen (kenar ölçülerinin eşit olmaması) Düzgün altıgen (kenar ölçülerinin eşit olması) Kenarlardan birinin taban olması (açı ölçülerinin eşit olması) Açıların geniş açı olması ***Sekiz kenar varsa: sekizgen*** ***On kenar varsa: ongen***

$Ö_4$	***Kenarların doğru parçası olma durumu*** Çemberin çokgen olmaması Dairenin çokgen olmaması ***Kenarların eğri olma durumu***	***En az 3 kenar olması*** ***En az 5 kenar olması***	***Kenarların uç noktalarda birleşimi***	***Üç kenar varsa: üçgen*** ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** ***Beş kenar varsa: beşgen*** ***Yedi kenar varsa: yedigen*** ***Sekiz kenar varsa: sekizgen*** ***On kenar varsa: ongen*** ***Onbir kenarı varsa: onbirgen***
$Ö_5$	***Kenarların doğru parçası olma durumu*** Dairenin çokgen olmaması ***Kenarların eğri olma durumu*** Dairenin çokgen olması	***En az 2 kenar olması***	***Kenarların uç noktalarda birleşimi*** Kenarların doğrusal olmaması (kenarların negatif yönde yerleşimi) ***Kenarların uç noktalarda birleşmemesi***	***Üç kenar varsa: üçgen*** ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** Kare (kenar ölçülerinin eşit olması) Dikdörtgen (2 kısa 2 uzun kenar olması) (kareden farklı olması) ***Beş kenar varsa: beşgen*** Düzgün beşgen ***Altı kenar varsa: altıgen***

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan "*Kenarları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları tek bir sayfa da özetlenemediği için şekil 4. 134, şekil 4. 135 şeklinde iki parça halinde sunulacaktır. Şekil 4. 135, şekil 4. 134'deki kenar sayısına göre isimlendirme durumunun devamıdır.



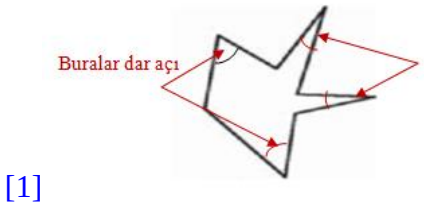
Şekil 4. 134. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-I*



Şekil 4. 135. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-II*

4.3.2.2.1.3. Açıları Olma Durumu (1. Görüşme)

Katılımcı GE öğrenciler birinci görüşme protokolünde yer alan yedinci ve sekizinci sorularını cevaplarken çokgenlerin açılarına -niteliklerine, sayılarına, çeşitlerine, iç açı ölçülerine- değinmişlerdir. $Ö_4$ hariç tüm katılımcı GE öğrenciler açıların farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin; $Ö_3$ sekizinci soruda yer alan 2.raised-line şeklin sekiz kenarı olduğu için bir çokgen olduğunu belirttikten sonra sekizgen olarak adlandırmış, ardından ise açılarından şu şekilde bahsetmiştir (şekil 4. 136).



[1]



[2]



[3]

$Ö_3$: *... Açıları çok... Bazıları yani dar bazıları... yoo genelde ama dar zaten açıları. Şura...*[1] *Hayır sadece şurası geniş* [2]*, bura geniş* [3]*... Buralar dar* [kenarlar arasındaki ölçüsü küçük olan açıya odaklanıyor] *Şuralarda dar...*[1] *burada geniş* [3]

Araştırmacı: *Tam orda hani geniş dediğin 2. geniş dediğin hangi açısı?*

$Ö_3$: *Şura.* [kenarlar arasındaki ölçüsü küçük olan açıya odaklanıyor] *Dışa doğru bakan* [3]

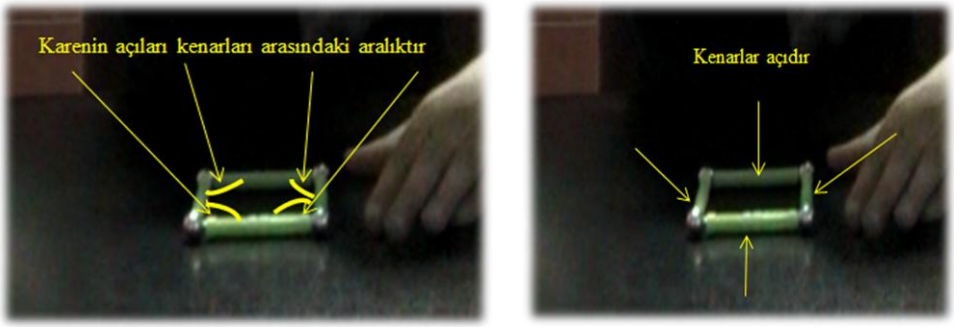
[1. Görüşme protokolü 8.Soru 2.Şekil- $Ö_3$]

Şekil 4. 136. *$Ö_3$'ün Sekizinci Soru 2. Raised-Line Şeklin Açılarına İlişkin Görüntü ve Açıklamaları*

Buradan $Ö_3$'ün çokgende açıları gösterirken ölçüsü küçük olan açıya odaklandığı; [1], [2] ve [3] ile gösterilen görüntülerden ise açıyı iki kenar arasındaki aralık olarak tanımladığı düşünülebilir. Ek olarak, $Ö_3$'ün kenarlar arasındaki alanın geniş olması ile oluşan açıyı geniş açı olarak nitelendirdiği benzer şekilde iki kenar arasındaki alanın dar olması ile oluşan açıyı ise dar açı olarak nitelendirdiği söylenebilir. $Ö_3$ benzer ifadeleri sekizinci soruda yer alan 11. raised-line şekil için de belirtmiştir. Onbirinci raised-line şekil verildiğinde $Ö_3$ kenarları önce pozitif yönde daha sonra da negatif yönde inceleyerek "*beşgen*" şeklinde adlandırmıştır. Bu çokgenin açıları için "*Dik açıları... bura ve bura*" demiş ve elleriyle kenarlar arasındaki aralığı

göstererek kenarların birbirine olan konumuna dikkat çekmiştir. Böylece $Ö_3$'ün kenarların birbirine olan konumunun dik olmasıyla oluşan açıyı dik açı olarak nitelendirdiği söylenebilir.

"*Çokgen oluşturur musun?*" sorusuna cevap olarak $Ö_2$, kare oluşturmak istediğini belirtmiş daha sonra karenin 4 kenarı ve 4 köşesinin olduğunu, kenar uzunluklarının birbirine eşit olduğunu belirtmiştir. Araştırmacının "*peki açıları?*" demesi üzerine $Ö_2$ "*açıları da aynı şekilde* [ölçüleri birbirine eşit]" diyerek oluşturduğu şekli havaya kaldırmıştır. Karenin açıları hakkında neler bildiğini açığa çıkarmak için "*kaç açısı var bunun?*" diye sorulduğunda $Ö_2$, şekli negatif yönde döndürerek "*Eee… şimdi kare 4 kenarı bu şekilde, 4 de köşesi olan bişey. Bütün açıları hepsi birbirine eşittir*" cevabını vermiş ancak açıların ölçülerini hatırlamadığını belirtmiştir. Ardından araştırmacının "*karenin açılarını gösterir misi*n?" sorusuna karenin kenarları arasındaki aralıkları göstererek "*Şurası, şurası ve de şurası ve burası*" demiştir. Ardından "*veya su ve şurası*" diyerek karenin kenarlarını göstermiştir. Aşağıda bu duruma ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 137 ile gösterilmiştir.

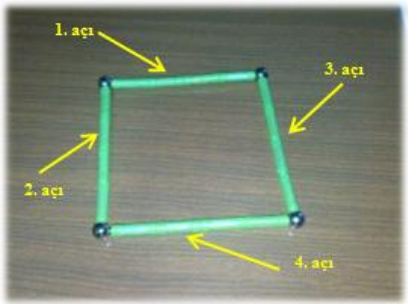


Şekil 4. 137. *$Ö_2$'nin Çokgende Açı Anlayışına İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Buradan $Ö_2$'nin çokgenlerde açıların aralık ve kenar olması şeklinde iki farklı anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Bu durum, aynı soruya aynı anda birden fazla ve birbirinden farklı anlayışların çağrıştırılabileceğini akla getirmektedir.

"*Çokgen oluşturur musun?*" sorusu yönlendirildiğinde $Ö_5$, kare veya dikdörtgen oluşturabileceğini ve yaptığı şeklin daha çok kareye benzediğini belirtmiştir. Araştırmacının "*Peki, kare yapmak için ne lazım?*" demesi üzerine $Ö_5$ "*bütün kenarlarının eşit olması lazım*" ifadesinden başka bir açıklama yapmamıştır. Bunun üzerine araştırmacı daha fazla açıklama yapmasını istediği $Ö_5$'e "*Başka neye dikkat ettin?*" sorusunu yöneltmiştir. $Ö_5$ "*İşte açılarına yani uzunluğunun aynı olmasına dikkat ettim*" cevabını vererek açıları kenar olarak tanımladığını göstermiştir. Aşağıda $Ö_5$'in

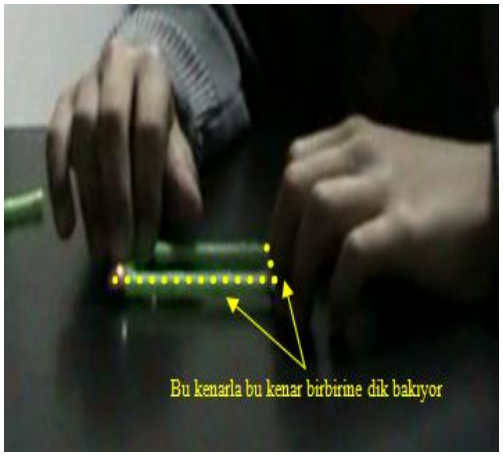
karenin açılarını göstermesine ilişkin görüntü ve açıklamalar şekil 4. 138 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 138. *Ö$_5$'in Çokgende Açı Anlayışına İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Buradan Ö$_5$'in çokgende açıların kenar olması şeklinde tek bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir.

Ö$_1$ çokgen oluşturması istendiğinde dikdörtgen yapmaya çalıştığını, dikdörtgenin 4 kenarı olduğunu ve –iç- açı ölçülerinin toplamının 360° olduğunu belirtmiştir. Araştırmacının "*Peki bir açısı hakkında ne diyorsun?*" demesi üzerine Ö$_1$ aşağıda şekil 4. 139 ile verilen açıklamaları yapmıştır.



Mesela bir açısı… ee birisi 360[^{o}]*… mesela biri 90° olsun. Bu da 90 olur. Mesela bütün açılarının toplamı 90° olmalı.90, 90, 180, 90 da burada. İşte 240… Burası da 90,360... şurada 90°, 90°… 2 açıda 90° hani burada… burada da 2 açı var ya burada ve burada. Yani böyle çapraz olmasına da gerek yok yani böyle 90°si burası. Burdan böyle hani dik bakıyor. buradan da buraya işte 90°...*

[1.Görüşme Protokolü, 7. Soru- Ö$_1$]

Şekil 4. 139. *Ö$_1$'in Çokgende Açı Anlayışına İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Bu ifadelerinden sonra açıları göstermesi istendiğinde ise Ö$_1$, açıları negatif yönde göstererek "*Mesela bu* [köşeleri ve kenarları gösteriyor-kenarların ortak bir noktada birleşimi ile oluşan şekil], *bu* [ilk açıyı tekrarlıyor], *mesela bu, mesela bu, bide bu... böyle*" ifadelerini kullanmıştır. Böylece Ö$_1$'in çokgende açıları iki kenarın ortak bir noktada birleşimi şeklinde nitelendirdiği ve ayrıca kenarların birbirine olan konumunun dik olmasıyla oluşan açıyı dik açı olarak nitelendirdiği söylenebilir. Ek olarak, Ö$_1$, dikdörtgenin 4 kenarı ve 4 açısı olduğu, iç açı ölçüleri toplamının 360° olduğu ve her bir

açısının 90° olduğu anlayışına sahiptir denilebilir. Öte yandan, bir başka çokgen oluşturması istendiğinde ise $Ö_1$ eşkenar üçgen oluşturarak "*Mesela bu kadar bir derecesi 60°,* [köşeleri ve kenarları gösteriyor-kenarların ortak bir noktada birleşimi ile oluşan şekil] *bu kadarı da bir 60°* [dar açı olduğunun farkında öğrenci]*... bu kadarı da bir 60° olunca. 180°ye eşit bir üçgen*" demiştir. Böylece $Ö_1$'in -farklı bir çokgen de de olsa- yine açıyı iki kenarın ortak bir noktada birleşimi ile tanımladığı, ayrıca üçgenin iç açı ölçüleri toplamını 180° olduğu ve eşkenar üçgenin her bir açısının 60° olduğu anlayışına sahip olduğu tespit edilmiştir. $Ö_1$ oluşturduğu son çokgen olan karede de -dikdörtgende olduğu gibi- her bir açının ölçüsünün birbirine eşit ve 90° olduğunu belirtmiştir. Burada dikkati çeken nokta $Ö_1$'in üçgen, kare ve dikdörtgenin iç açı ölçüleri toplamını bir formüle bağlı kalarak değil –formülü ifade etmediği için- ezbere ifade etmesi olmuştur.

Çokgen oluşturma sorusunda kare oluşturan ve karenin -4 tane olan- bütün açılarının eşit olduğunu ifade eden $Ö_2$'ye araştırmacı her bir açının ölçüsünün ne kadar olduğunu sorduğunda "*Hatırlamıyorum karenin kaç derece olduğunu*" cevabını vermiştir. Ancak [açıların kenar olduğunu gösterdikten sonra] daha sonra "*Bir açısı sanırım 90°*" ifadesini kullanmıştır. Araştırmacının "*Neden 90°*?"şeklindeki sorusuna $Ö_2$ "*Çünkü kare bir tam açıdır. Ondan dolayı da 360°dir*" diyerek hem tam açının hem de karenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olarak düşündüğü söylenebilir. Ek görüşmelerde ise dikdörtgen oluşturan $Ö_2$ "*2 uzun 2 kısa kenarı vardır. ıı Onun iç açılarının toplamıı… onunki de 360*[^{o}]*tır. O da çokgendir çünkü*" diyerek iç açı ölçüleri toplamını çokgen olmasına bağlamıştır. Araştırmacının "*peki, onun açılarının belli bir ölçüsü var mı?*" şeklindeki sorusuna "*Yok onunki değişebilir, Mesela bu kısa neyse bu kısa odur. O uzun neyse bu uzun odur*" cevabıyla dikdörtgenin açılarının ikisinin küçük ölçüye, ikisinin ise büyük ölçüye sahip olduğunu belirtmiştir. Buradan $Ö_2$'nin açıları kenar olarak düşündüğü için böyle bir tanımlama yaptığı düşünülebilir. Öte yandan birinci görüşmede ilk önce üçgenin çokgen olmadığını daha sonra da çokgen olduğunu ifade eden $Ö_2$'ye ek görüşmelerde bu ifadeleri hatırlatılarak "*üçgenin çokgen olup olmaması hakkında ne düşünüyorsun?*" sorusu yönlendirilmiştir. "*Üçgen çokgendir. Bi kere. kenarları ikiden fazladır. İç açılarının değeri bellidir. 360*[^{o}]*tır*" açıklamasıyla $Ö_2$ üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olduğunu savunmuştur. Böylece $Ö_2$'nin oluşturduğu çokgenlerin iç açı ölçüleri toplamını ezbere ve de yanlış ifade ettiği söylenebilir.

Birinci görüşme protokolünün sekizinci sorusunda yer alan 10.raised-line şekilde iki karenin/dikdörtgen-karenin iç-içe olduğunu belirten $Ö_3$ daha sonra şu açıklamayı yapmıştır:

> *...4 tane kenarları var… şuralar, Böyle içtekinin de 4 tane kenarı var… 4 tane açısı var* [açıları pozitif yönde gösteriyor]*… Bunun da 4 tane…*[açıları negatif yönde gösteriyor] *Dikdörtgenden farklı olarak bütün kenarları eşit. Dikdörtgen de ikisi eşit ikisi… Yani kısa ikisi uzun oluyor. Bunda bütün kenarlar birbirine eşit, Açılar dik açı hepsi* [öğrenci dik açının 90° olduğunun farkında]

Buradan $Ö_3$'nin dikdörtgenin ve karenin 4 kenarı ve 4 açısı olduğunu, açılarının eşit ve dik olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla iç açı ölçülerinin 360° olduğunu söylemese de bunun farkında olduğu söylenebilir. Böylece $Ö_3$'ün de $Ö_1$ ve $Ö_2$ gibi iç açı ölçüleri toplamı ezbere ifade ettiği düşünülebilir.

Katılımcı GE öğrencilerden sadece $Ö_5$, çokgenlerin iç açı ölçüleri toplamını $(n-2)*180^\circ$ formülü ile hesaplayarak bulmuştur. Örneğin; "*çokgen oluşturur musun?*" sorusu için ilk olarak kare oluşturan $Ö_5$'in "*...kare 4 kenarı, eşit açıları her yeri eşit olan… açıdır* [çokgen demek istiyor]*. Açısı kaç derecedir hemen onu da hesaplıyorum* [4 sn sessizlik] *Açısı 360^odir*" diyerek iç açı ölçüleri toplamını bulmak için formül kullandığı düşünülebilir. Bu konuşmanın ardından araştırmacının "*E peki bir açısı kaç derecedir?*" sorusuna "*Hemen onu da hesaplıyorum… 90* [^{o}]" cevabını vermiştir. Öte yandan başka bir çokgen oluşturması istendiğinde de beşgen oluşturan $Ö_5$ konuşmasına "*Bu çokgenimizin adı beşgen 5 kenardan oluşur. Kenarları eşit. Açıları da eşit oluyor. İç açılarının toplamını da hemen hesaplıyım ben*" sözleriyle devam etmiştir. Araştırmacı ile $Ö_5$ arasında daha sonra şu şekilde bir konuşma gerçekleşmiştir:

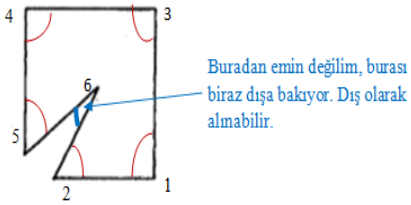
> **Araştırmacı:** *Tamam nasıl hesaplıyorsun?*
> **$Ö_5$:** *Şimdi öğretmenimizden yeni öğrendik formülümüz şöyle. Eğer 5 kenarlıysa 5 eksi 2 eşittir 3,3 çarpı 180* [^{o}] *... onu hesaplıyorum. 540* [^{o}] *oluyor*
> **Araştırmacı:** *Neden 2 çıkardın?*
> **$Ö_5$:** *Formülümüz böyleymiş öğretmenimiz öyle söyledi. Formül böyle olduğu için (n-2) çarpı eşittir 180* [^{o}]*.* $(n-2)*180$ [^{o}] *yani. Öyle yaparak 540* [^{o}]*'a ulaştık iç açılarının toplamı da 540* [^{o}]
> **Araştırmacı:** *Ya bir tanesinin?*
> **$Ö_5$:** *Bir tanesini de yapalım…* [düşünüyor]
> **Araştırmacı:** *Ne yapman gerekiyor?*
> **$Ö_5$:** *Şimdi 5'e bölüyorum ben 540* [^{o}]*'ı*

Araştırmacı: *Hım tamam*
Ö$_5$: [düşünüyor]*… Bir dakika… yani 108* [°]

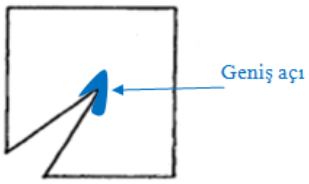
Buradan Ö$_5$'in hem dörtgenlerden hem de beşgenlerden bahsederken kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşitliğinden bahsederek **–her ne kadar sözü geçmese de-** düzgün çokgenlerden bahsettiği akla gelmiştir. Sonuç olarak Ö$_5$'in çokgen kavramı için düzgün çokgen anlayışına sahip olduğu söylenebilir.

Ö$_3$'ün diğer öğrencilerden farklı olarak **–çokgen olduğunu düşündüğü-** raised-line şekilleri açı sayısına göre isimlendirme yoluna gitmiştir. Örneğin; sekizinci soruda yer alan 15. raised-line şekil için "*Bu 2 tane üçgen… Üçgeni ortadan bölmüşler gibi duruyor. 2 tane yapmışlar… Bu çokgen olabilir*" diyerek açıklamasını yapmıştır. Ancak çokgen olma sebebini kenar sayısının çokluğu olarak ifade etmesine rağmen açıları sayarak "*Yani 2 tane dik üçgen var şuanda burada bi bur, bir açı 2, 3, 4, 5… 6 tane altıgen*" demiştir. Öte yandan Ö$_3$'ün dikkat ettiği bir diğer nokta ise çokgenlerde açı sayısı kadar kenar olduğuna değinmesi olmuştur. **Daha öncesinden kenar sayısına göre isimlendirdiği** çokgenlerden üçgen için "*Iıı üçgeninde 3 tane açısı olduğuna göre...*", beşgen için "*...beşgenin 5 tane açısı oluyor...*", altıgen için "*...6 açısı var...*" diyerek bahsetmiştir.

Son olarak katılımcı GE öğrencilerden Ö$_3$ ve Ö$_4$ çokgenlerde iki farklı açı çeşidinin olduğuna değinmişlerdir. Sekizinci soruda bulunan 8. raised-line şeklin kenarlarını negatif yönde inceleyerek çokgen olduğuna ve kenarları negatif yönde sayarak altıgen olduğuna karar veren Ö$_3$ "*İşte bu da farklı bir altıgen. Yine 6 kenarı var… 6 açısı. Bizimkilerden ve da yeni gördüğüm altıgenden baya değişik*" diyerek aşina olmadığı bir altıgenle karşılaştığını belirtmiştir. Altıgenin açılarından bahsettiği için araştırmacı Ö$_3$'ten açıları göstermesini istemiştir. Ö$_3$'ün bu altıgenin açılarına ilişkin görüntü ve açıklamaları şekil 4. 140'ta yer almaktadır:



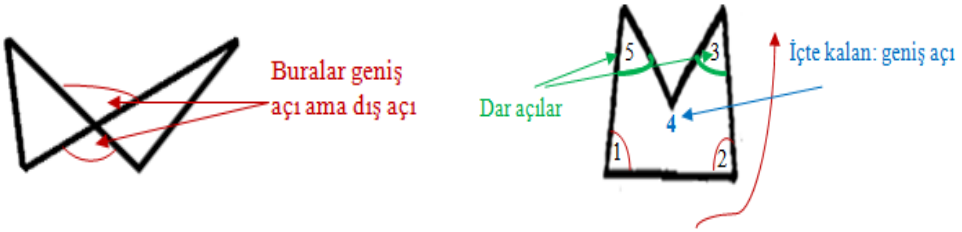
Ö$_3$: *...burası ıım burdan emin değilim burası biraz dışa bakıyor dış açı olarak alınabilir. Ama şu içteki kalan tarafı geniş açı olarak da alınır. Şu şekilde*
Araştırmacı: *o altıgenin, o geniş dediğin, yeri* [çokgenin iç] *açısına* [mı] *dâhil?*



Ö$_3$: *Evet şurası dâhil, burası dış açı dar olan tarafı*
[1. Görüşme protokolü, 8. Soru 8. Şekil-Ö$_3$]

Şekil 4. 140. *Ö$_3$'ün Çokgenlerde Dış ve İç Açı Kavramına İlişkin Görüntü ve Açıklamaları-I*

Buradan Ö$_3$'ün -iç açıdan bahsetmese de- dış açıdan bahsederek iç açının varlığını kabul etmiş olduğu belirtilebilir. Ö$_3$'ün ilk önce dar açıya odaklandığı, geniş açı olarak adlandırdığı açının 180° ile 360° arasında olduğu, dış açıyı dışarıya bakan açı olarak ve iç açıyı şeklin içinde kalan açı olarak nitelendirdiği görülmektedir. Böylece Ö$_3$'ün geniş açıyı, ölçüsü 180° ile 360° arasında olan açılar olarak tanımladığı düşünülebilir. Ö$_3$, 9 ve 11. raised-line şekillerde de benzer şekilde ifadeler kullanmıştır. Bu ifadelere ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 141 ile sunulmuştur.



Şekil 4. 141. *Ö$_3$'ün Çokgenlerde Dış ve İç Açı Kavramına İlişkin Görüntü ve Açıklamaları-I*

Buradan da yine Ö$_3$'ün hem iç açı hem de dış açı için ölçüsü küçük olan açıya odaklanma meylinin olduğu söylenebilir.

Çokgen oluşturması istenen Ö$_4$ el becerisi olmadığını söyleyerek çokgen oluşturamayacağını belirtmiştir, bunun üzerine araştırmacı Ö$_4$'e "*Peki o zaman, çokgen nedir?*" sorusunu yönlendirmiştir. Ö$_4$ ise bu soruya "*Çokgen kapalı şekillerdir. Ondan sonra… Kenarları ve köşeleri olan, Açıları olan… şekillerdir. 2 tane açısı oluyor... Dış açı, iç açı*" cevabını vermiştir. Öte yandan **görüşmeler sonrası kayıt altına alınamayan konuşmalarda** Ö$_4$; iç açı için çokgenin iç bölgesinde kalan açı, dış açı için ise çokgenden dışarıya doğru bakan açı olarak bahsetmiştir. Buradan Ö$_4$'ün çokgenlerde 2 çeşit açı olduğuna ve bunlardan birinin iç diğerinin dış açı olduğu anlayışına sahip olduğu tespit edilmiştir.

4.3.2.2.1.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler çokgen kavramını açıları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve çokgenin açılarına ilişkin bazı özelliklere değinmişlerdir. Bu özellikler; çokgenin iç açı ölçüleri, açı sayıları, açıların niteliği ve çokgende bulunan açı çeşitleri olarak ele alınmıştır. Çokgende açıların niteliğinden bahseden Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_5$'ten Ö$_2$ ve Ö$_3$; açının kenarlar arasındaki aralık olduğunu, Ö$_2$ ve Ö$_5$ açının kenar olduğunu, Ö$_1$ ise açının iki kenarın ortak bir noktada birleşimi ile oluştuğunu ifade etmiştir. Buradan Ö$_2$'nin açıyı hem aralık olarak hem de kenar olarak yorumladığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö$_2$'nin çokgende açı kavramına ilişkin birden fazla anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Çokgende açının iki kenar arasındaki aralık olduğunu belirten Ö$_3$ ile iki kenarın ortak bir noktada birleşimi ile oluştuğunu belirten Ö$_1$; kenarlar arasında kalan alan ile dar açı [Ö$_1$, Ö$_3$], geniş açı [Ö$_3$], kenarların birbirine olan konumu ile de dik açı [Ö$_1$, Ö$_3$] elde edilebileceğine değinmişlerdir.

Ö$_1$ ve Ö$_3$ çokgende açı sayısına dikkat çekmişler ve Ö$_3$ çokgenlerin açı sayısına göre isimlendirileceğini ifade ederken her iki öğrenci de açı sayısı kadar kenar olacağına [üç açı-üç kenar, dört açı-dörtkenar, beş açı-beş kenar, altı açı-altı kenar] da özellikle değinmişlerdir. Buradan öğrencilerin Ö$_1$'in ve Ö$_3$'ün açı ve kenar sayısının en az 3 olacağını düşündükleri söylenebilir. Ayrıca çokgen denilince en çok üçgenin, dörtgenin, beşgenin ve altıgenin akıllarına geldiği belirtilebilir.

Katılımcı GE öğrencilerden Ö$_3$ ve Ö$_4$ ise çokgende iç açı ve dış açı kavramlarından bahsetmişlerdir. Hem Ö$_3$ hem de Ö$_4$ çokgende iç açının, çokgenin iç bölgesinde kalan açı olarak ve çokgende dış açının çokgenin dış bölgesine doğru bakan açı yorumlamışlardır. Ek olarak Ö$_3$ dış açı için geniş ölçülü açıya odaklanırken, iç açı için dar açılara odaklandığı görülmüştür. Yani, sadece Ö$_3$ hem iç açı için hem de dış açı için ölçüsü küçük olan açıya odaklanmıştır.

Ö$_4$ hariç tüm katılımcı GE öğrenciler çokgende iç açı ölçülerinin toplamından bahsetmişlerdir. Burada dikkati çeken nokta sadece Ö$_5$'in çokgenlerde iç açı ölçüleri toplamı için $(n-2)*180^{\circ}$ formülüne değindiği ve bu formülü -başarılı bir şekilde- kullandığı görülürken Ö$_1$, Ö$_2$ ve Ö$_3$ sadece üçgen ve dörtgenin iç açı ölçüleri toplamına ilişkin ifadeler kullanmışlardır. Ö$_2$, üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360°, Ö$_1$ ise 180° olacağını savunmuştur. Buradan üçgenin iç açı ölçüleri toplamı için Ö$_1$'in doğru kavram bilgisinin olduğu, Ö$_2$'nin ise kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. dörtgenlerin

iç açı ölçüleri toplamında ise Ö$_1$, Ö$_2$ ve Ö$_3$ hem fikir olmuş ve bu değerin 360° olduğunu belirtmişlerdir. Dahası kare ve dikdörtgenin birer dörtgen olduğuna da değinmişler ve karenin bütün açılarının eşit ölçüde yani 90° olduğunu belirtirken, dikdörtgenin açı ölçüleri hakkında Ö$_2$, Ö$_1$ ve Ö$_3$ ile fikir ayrılığına düşmüştür. Çünkü Ö$_1$, Ö$_3$ dikdörtgenin de bütün açılarının eşit ölçüde ve 90° olduğunu belirtmiş ancak Ö$_2$ dikdörtgenin iki eşit küçük ve iki eşit büyük ölçüye sahip açılarının olacağını belirtmiştir. Buradan Ö$_2$'nin dikdörtgenin açılarını kenar arasındaki aralık olarak değil kenar olarak düşündüğü söylenebilir. Ö$_5$ ise $(n-2)*180^{\circ}$ formülünü kullanarak dörtgenin iç açı ölçülerinin 360° olduğunu ve beşgenin ise 540° olduğunu ifade etmiştir. Ek olarak dörtgenler için kare örneğini vererek bütün açı ölçülerinin eşit olacağını [90°] söylemiş, beşgen için de benzer şekilde bütün açı ölçülerinin eşitliğinden [108°] bahsetmiştir. Buradan Ö$_5$'in düzgün çokgen anlayışına sahip olduğu düşünülmüştür.

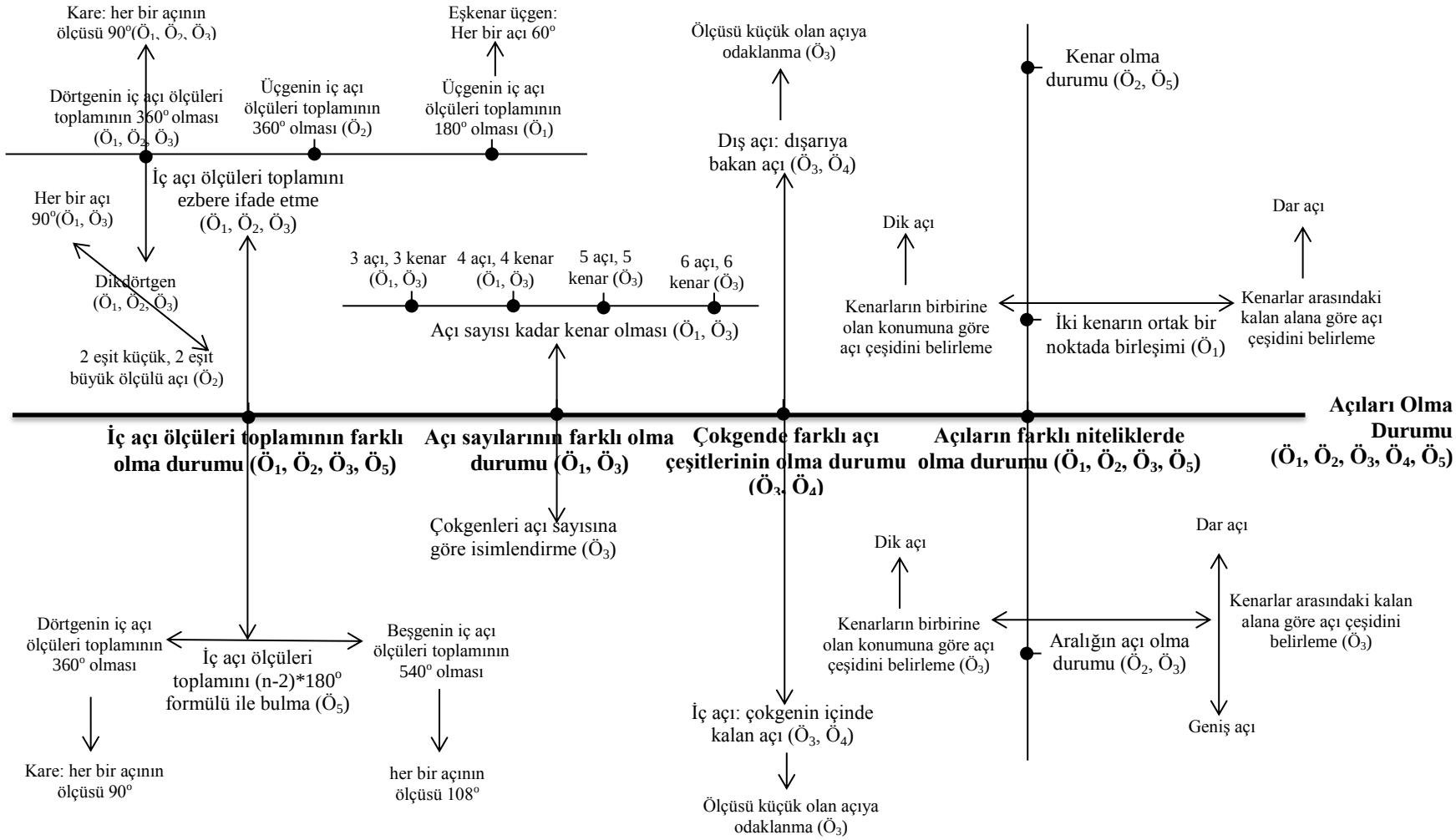
Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*açıları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu çokgen anlayışları tablo 4. 33 ile özetlenmiştir.

Tablo 4. 33. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Açıları Olma Durumu**			
	İç açı ölçüleri toplamının farklı olma durumu	***Açı sayılarının farklı olma durumu***	***Açıların farklı niteliklerde olma durumu***	***Çokgende farklı açı çeşitlerinin olma durumu***
Ö$_1$	***İç açı ölçüleri toplamını ezbere bulma*** Üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 180° olması (eşkenar üçgen: her bir açı 60°) Dörtgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olması (kare: her bir açının ölçüsü 90°) (Dikdörtgen) Her bir açı 90°	***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar) (dört açı, dörtkenar)	***İki kenarın ortak bir noktada birleşimi*** Kenarlar arasındaki kalan alana göre açı çeşidini belirleme (dar açı) Kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme (dik açı)	
Ö$_2$	***İç açı ölçüleri toplamını ezbere bulma*** Üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olması Dörtgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olması		***Aralığın açı olma durumu*** ***Kenar olma durumu***	

	(kare: her bir açının ölçüsü 90°) (Dikdörtgen) 2 eşit küçük, 2 eşit büyük ölçülü açı			
$Ö_3$	***İç açı ölçüleri toplamını ezbere bulma*** Dörtgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olması (kare: her bir açının ölçüsü 90°) (Dikdörtgen) Her bir açı 90°	***Çokgenleri açı sayısına göre isimlendirme*** ***Açı sayısı kadar kenar olması*** (üç açı, üç kenar) (dört açı, dörtkenar) (beş açı, beş kenar) (altı açı, altı kenar)	***Aralığın açı olma durumu*** Kenarlar arasındaki kalan alana göre açı çeşidini belirleme (dar açı) (geniş açı) Kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme (dik açı)	***İç açı: şeklin içinde kalan açı*** Küçük açıya odaklanma ***Dış açı: dışarıya bakan açı*** Küçük açıya odaklanma
$Ö_4$				***İç açı: şeklin içinde kalan açı*** ***Dış açı: dışarıya bakan açı***
$Ö_5$	***İç açı ölçüleri toplamını (n-2)*180° formülü ile bulma*** Dörtgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olması (kare: her bir açının ölçüsü 90°) Beşgenin iç açı ölçüleri toplamının 540° olması (her bir açının ölçüsü 108°)		***Kenar olma durumu***	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan "*Açıları Olma Durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 142 ile sunulacaktır.

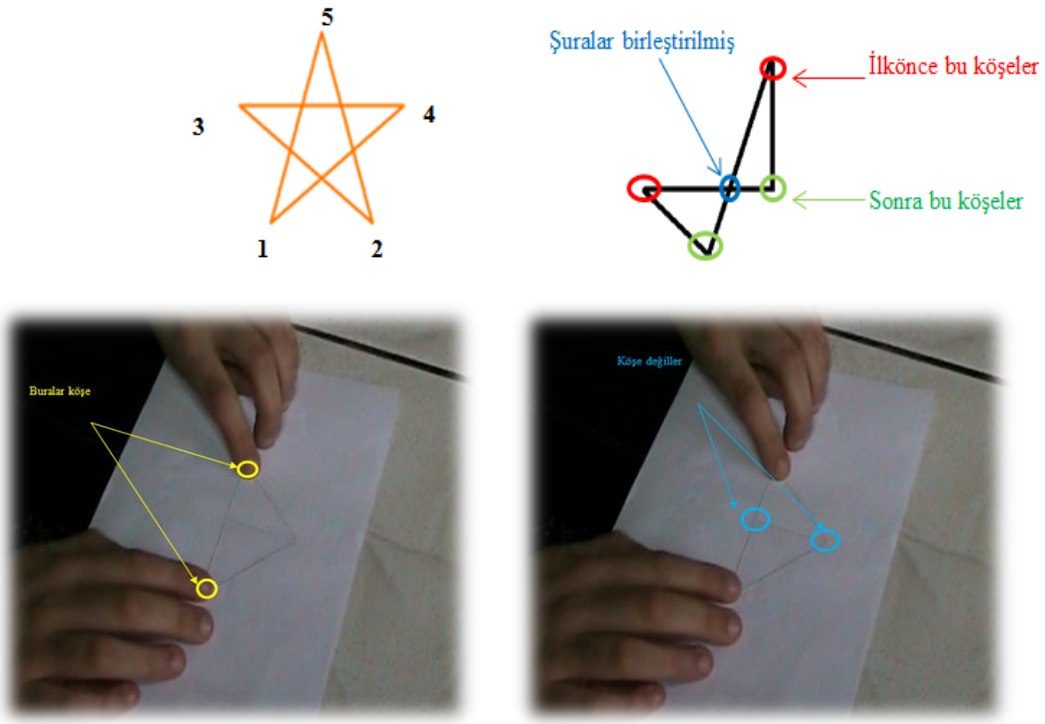


Şekil 4. 142. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu*

4.3.2.2.1.5. Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu (1. Görüşme)

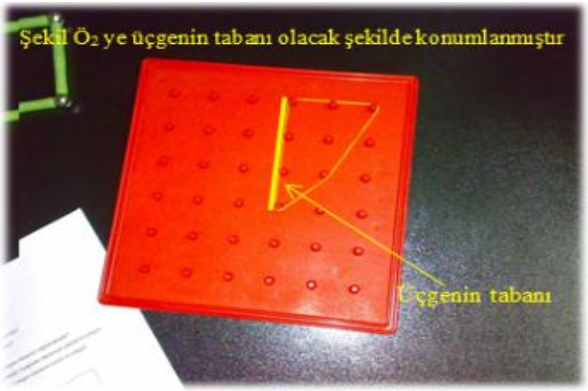
$Ö_2$ ve $Ö_4$ birinci görüşme protokolünde yer alan yedinci ve sekizinci sorularını cevaplarken çokgenlerin en az 3 köşesi olduğuna değinmişlerdir. Örneğin; $Ö_4$'e sekizinci soru 4. raised-line şeklin çokgen olup olmadığı sorulduğunda şekillerde zorlandığını belirtmekle birlikte bu şeklin bir çokgen olduğunu ifade etmiştir. Ardından $Ö_4$'ün "*İşte ben bu şekillerden birşey anlayamıyorum… Böyle kağıttaki şekillerden daha doğrusu*" demesi sonucu araştırmacı $Ö_4$'ün daha ayrıntılı açıklama yapmasını sağlamak için geometri şeritleri ile 4. şekli yeniden oluşturarak aynı soruyu yeniden sormuştur. $Ö_4$'ün bu defa şekli incelemek için ellerini şeklin üzerine koyduğunda "*köşeyi nasıl anlayacağım?*" demesi üzerine, araştırmacı şekli tanıması için $Ö_4$'e yardım etmiştir. Bunun sonucunda "*haa, şu birleşik yerler köşe*" diyerek köşeleri saymaya başlamıştır. "*Şurdan itibaren edeyim… 1. Köşe… 2. … 3… ve 4 … evet dörtgen… yani çokgen*" ifadeleriyle $Ö_4$'ün çokgenleri köşe sayısına göre isimlendirdiği söylenebilir. Öte yandan ek görüşmelerde $Ö_4$'e birinci görüşmelerdeki çelişkili ifadeleri hatırlatılarak [dörtgenin hem çokgen olması hem de olmaması] ne demek istemiş olabileceği sorulmuştur. $Ö_4$ bu soruya "*Oo bunu nasıl söylemişim?* (gülüyor)*... Doğrusu dörtgen çokgendir. Kapalı bir şekil... 3 ten fazla köşesi var*" diyerek köşe sayısının en az 3 olması gerektiğini vurgulamış olabileceği düşünülebilir. Öte yandan sekizinci sorunun 14. şekli incelemesi istendiğinde $Ö_2$ bunun bir çokgen olmadığını belirtmiş "*Yarım ay şeklinde bişey bu. Buda bir cisim… değil. Köşesi de yok*" diyerek köşe sayısına dikkat çekmiştir. Sekizinci sorunun 13. şeklinde ise "*Bunun sadece 1 köşesi var bak*" diyerek bir köşenin yeterli olmayacağını belirtmiştir. Ek olarak aynı sorunun 3. şeklinde de [çokgen olmasına rağmen] "*Evet köşesi… Tamam, 2 tane var… Ama 2 kenar, köşesi… var. Hani söylemiştim ya. 2 den fazlası* [köşeden bahsediyor] *3,4,5, otuzgen falan demiştim yaa*" ifadesini kullanarak çokgenliği en az 3 köşenin varlığına bağlamıştır.

Katılımcı GE öğrencilerden sadece $Ö_2$ bu köşelerin farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmiş ve kendisine verilen raised-line materyalleri incelerken köşelere farklı anlamlar yüklemiştir. Örneğin sekizinci soruda yer alan 4. [kompleks çokgen], 9. [kompleks çokgen] ve 15. şekillerde [çokgen değil] köşenin sadece iki kenarın dışarıya doğru olan birleşim noktası olarak tanımlamıştır. Bu duruma ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 143 ile verilmiştir.



Şekil 4. 143. *Ö$_2$'nin Köşeyi Sadece İki Kenarın Dışarıya Doğru Birleşim Noktası Olarak Nitelendirmesine İlişkin Görüntüler ve Açıklamalar*

Ö$_2$'nin köşe için yaptığı bir diğer nitelendirme ise köşenin açı olması ile alakalıdır. "*Çokgen oluşturur musun?*" sorusu yönlendirildiğinde Ö$_2$ geometri tahtasında üçgen [3.çokgen] oluşturmak istemiştir. Geometri tahtasında oluşturduğu üçgen şekil 4. 144'de gösterilen Ö$_2$'ye "*bunu çokgen yapan özelliği ne?*" diye sorulduğunda 3 kenarı olduğunu söylemiş ardından "*köşelerinin de aynı olması*" demiştir. Buradan öğrencinin köşe ile muhtemelen açıyı kastettiği düşünülebilir.



Şekil 4. 144. *Ö$_2$'nin Oluşturduğu Üçüncü Çokgene Ait Görüntü*

4.3.2.2.1.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride; $Ö_2$ ve $Ö_4$ çokgeni köşelerinin sayısı en az 3 olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar, köşelerin nitelikleri hakkında farklı söylemlerde bulunmuşlar ve ayrıca çokgenlerin köşelere göre sınıflandırılabileceğini ifade etmişlerdir. Katılımcı GE öğrenciler köşelerin niteliğini, iki kenarın dışa doğru birleşim noktası olma durumu ($Ö_2$) ve açı olma durumu ($Ö_2$) olarak ele almışlardır. Buradan $Ö_2$'nin köşenin niteliğine ilişkin olarak çelişkili bir anlayışa sahip olduğu belirtilmesi -pek te- yanlış olmaz. Öte yandan $Ö_2$ çokgenlerin köşe sayılarına göre isimlendirileceğini de belirtmiştir. Buna göre bir çokgenin eğer; dört köşesi varsa dörtgen, beş köşesi varsa beşgen, altı köşesi varsa altıgen ve son olarak yedi köşesi varsa yedigen olarak isimlendirilebileceğini ifade etmiştir.

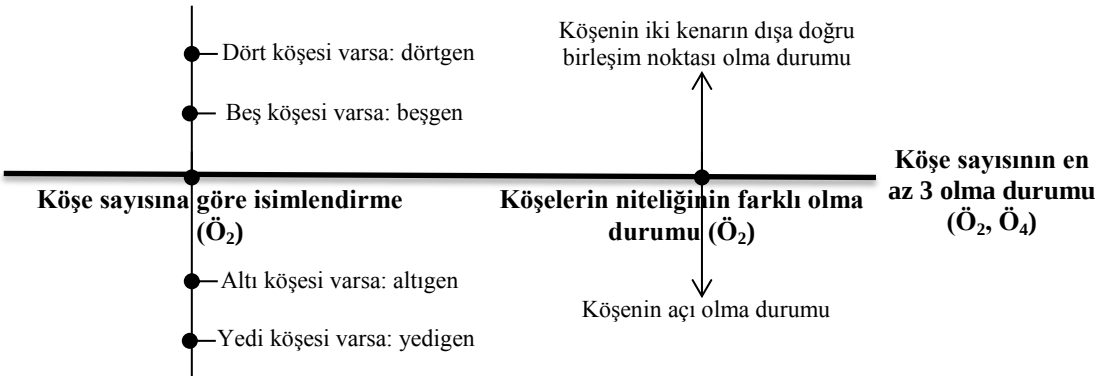
Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*köşe sayısının en az 3 olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 34'te özetlenmiştir.

Tablo 4. 34. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Köşe Sayısı En Az 3 Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu**	
	Köşelerin niteliğinin farklı olma durumu	***Köşe sayısına göre isimlendirme***
$Ö_2$	Köşenin iki kenarın dışa doğru birleşim noktası olma durumu Köşenin açı olma durumu	Dört köşesi varsa: dörtgen Beş köşesi varsa: beşgen Altı köşesi varsa: altıgen Yedi köşesi varsa: yedigen
$Ö_4$*		

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. * $Ö_4$'ün köşe sayısının en az 3 olacağını sadece belirttiğini göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, çokgenin "*köşe sayısının en az 3 olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 145'de yer verilecektir.



Şekil 4. 145. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu*

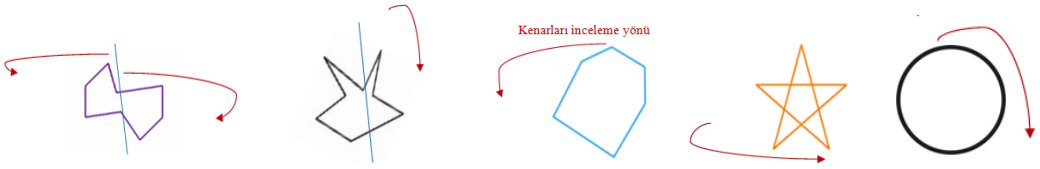
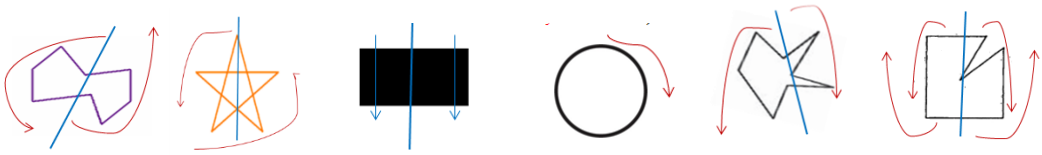
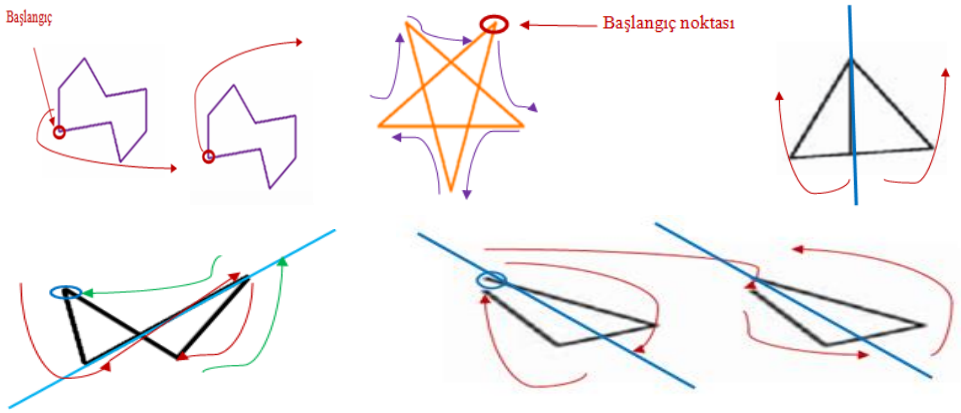
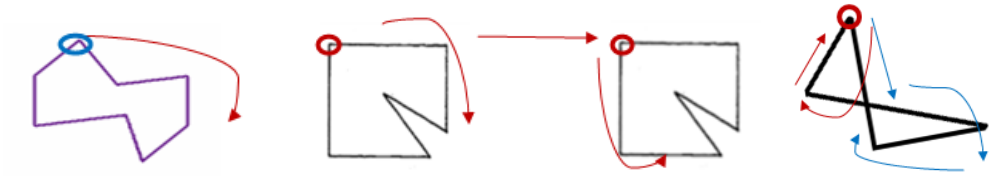
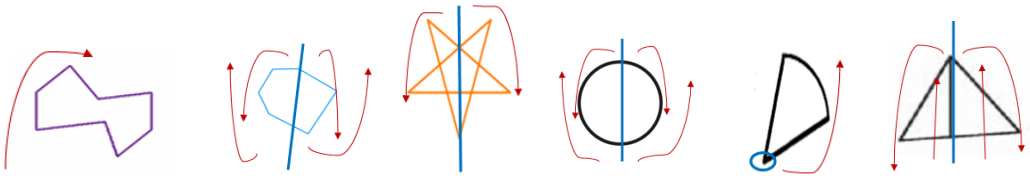
4.3.2.2.2. GE Öğrencilerin Çokgen Kavramına Ait Kavram Özellikleri (1. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 1. Görüşme protokolündeki "çokgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kavram özellikleri *çokgenliği belirleme stratejileri, çokgenlerin birleşim durumu* ve *çokgenin ayırdığı bölgeler* olmak üzere üç kategori altında incelenecektir.

4.3.2.2.2.1. Çokgenliği Belirleme Stratejileri (1. Görüşme)

Bu kategori katılımcı GE öğrencilerin birinci görüşme protokolünün 7 ve 8. sorusunda öğrencilere raised-line [öğrenci ilk materyali tanımakta zorlandığı durumlarda geometri şeridiyle oluşturulmuştur] ile verilen şekillerin çokgen olup olmadığını belirlerken kullandıkları stratejileri göstermektedir. Katılımcı GE öğrenciler bu bağlamda farklı stratejiler kullanmışlardır. Örneğin; birinci raised-line şekil için $Ö_1$ şeklin ortasında eksen varmışçasına zıt yönlerde, $Ö_2$ eksen varmışçasına pozitif yönde, $Ö_3$ sadece negatif ve pozitif yönde, $Ö_4$ ve $Ö_5$ negatif yönde incelemeler yapmışlardır. Bu duruma ilişkin her bir öğrenci için birer örnek tablo 4. 35 ile sunulmaktadır.

Tablo 4. 35. *Öğrencilerin Çokgen Kavramı İçin Kullandıkları Şekli İnceleme Stratejileri*

Ö$_1$	
Ö$_2$	
Ö$_3$	
Ö$_4$	
Ö$_5$	

Bir diğer strateji olan döndürme stratejisi katılımcı GE öğrencilerin raised-line şekilleri pozitif veya negatif yönde döndürmesini içermektedir. Örneğin; Ö$_1$ 14. raised-line şekli önce ortasında hayali bir eksen varmışçasına inceledikten sonra "*uyy bu hiç… hiç üçgen… aman hiç çokgen değil*" diyerek şekli negatif yönde döndürmüştür. Neden çokgen olmadığı sorulduğunda ise Ö$_1$ "*Çünkü böyle yaptığımız zaman buna baktığımızda e harfi gibi oluyor*" cevabını vermiştir. Araştırmacının "*Hıı tamam e harfi olabilir, ama çokgen olmasının sebebi e harfi gibi olması mı?*" sorusunu yöneltince Ö$_1$ "*Hayır kenarlar… ıı… 3 tane kenarı olması lazım en az ama 3 tane kenarı yok*" demiş ve şekli bu defa pozitif yönde döndürmüştür. Döndürme stratejisini kullanan bir diğer

öğrenci olan $Ö_2$, 7. raised-line şekli hayali bir eksen varmışçasına zıt yönlerde inceledikten sonra "*Bu bir çokgen… değil*" diyerek şekli pozitif yönde döndürmüştür. Neden çokgen olmadığı sorulduğunda ise $Ö_2$ "*Acaba çokgen mi bu…* (gülüyor)" demiş ve -uzunca- bir süre şekli negatif yönde döndürmüştür. $Ö_3$ ise sadece 13 ve 15. raised-line şekilde negatif yönde döndürmüştür. On üçüncü raised-line şekil verildiğinde $Ö_3$ önce şekli pozitif yönde incelemiş ardından negatif yönde döndürerek şekli negatif yönde incelemiştir. Bunlardan sonra "*üçgene benziyor… Ama tam üçgen değil, şurasının böyle yarım daire değil de… Böyle dik gelmesi gerekiyordu… Yatay olarak üçgen olması için… Bu şekil çokgen… olabilir… veya olamaz… olamaz çokgen*" açıklamasını yaparak şeklin çokgen olmadığına –doğru bir şekilde- karar vermiştir. Son olarak $Ö_5$ ise 6. raised-line şekli negatif yönde inceleyerek –dikdörtgensel bölge belirtmesine rağmen- "*Buda… kare*" demiş ardından şekil ortasında hayali bir eksen varmışçasına zıt yönlerde incelemiştir. Araştırmacının "*çokgen midir?*" sorusu üzerine $Ö_5$ *"Kare çokgendir… bir dakika bu kare değil herhalde*" ifadesini kullanmış ardından şekli negatif yönde döndürerek "*evet bu kare değil dikdörtgen*" cevabını vermiştir. Bu cevabından sonra şekli bu sefer de pozitif yönde döndürmüştür. Buradan $Ö_5$'in şekli tanımak için şekli döndürme stratejisini kullandığı ancak dikdörtgensel bölge ile dikdörtgeni eşdeğer tuttuğu söylenebilir.

Katılımcı GE öğrencilerin raised-line şekillerin çokgen olup olmadığını belirlerken kullandıkları diğer bir strateji, odaklanma stratejisidir. Öğrencilerin -**verilen raised-line şekle bağlı olarak**- bazen parçalara bazen de bütüne odaklandıkları görülmüştür. Mesela; $Ö_1$ 10. raised-line şekil verildiğinde bir eksen varmışçasına negatif yönde şekli inceledikten sonra "*uyy… bu* (gülüyor)*… Dikdörtgenin içinde* (gülüyor) *Kare var…*" diyerek ilk önce şeklin parçalarına –dikdörtgen, kare- odaklandığı görülmüştür. $Ö_2$ ise kendisine verilen 12. raised-line şekil için "*Sanırım çemberin bir… şeyi ama hiçbir fikrim yok*" ifadesini kullanarak çembere odaklanmıştır. $Ö_3$, 4. raised-line şeklin kenarlarını sayarak ongen olduğunu belirtmiş ancak daha sonra açıları hakkında bilgi vermek istediğinde beşgen ve üçgenlerden bahsetmiştir. Bu şeklin açılarının birçok açısı olduğunu belirten $Ö_3$ daha sonra aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

> *Ama şu içte bi beşgen var zaten beşgenin 5tane açısı oluyor. Buralarda kenarlarda üçgenler var 5 tane Iıı üçgeninde 3 tane açısı olduğuna göre… ama baya bi çok açısı var* [1. Görüşme Protokolü 8. Soru 4. Şekil-$Ö_3$]

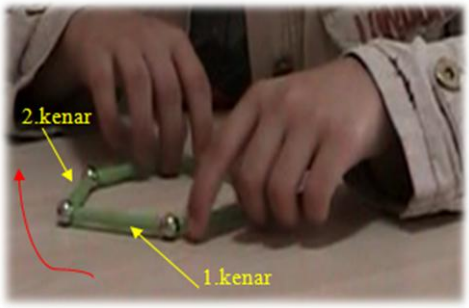
$Ö_4$ ilk raised-line şeklin çokgen olup olmadığı sorulduğunda "*İyi ki geometriden muafız*" demiş ve şekilleri sevmediğini belirtmiştir. Ardından "*Bu bence değil gibi… çünkü doğruya benziyor*" sözlerini kullanan $Ö_4$'ün kenarları fark edemediği ve sadece bir doğru parçasının doğrusallığını tüm şekle genellediği söylenebilir.

Şeklin bütününe odaklanma stratejisine örnek olarak ise; $Ö_3$ 14. raised-line şeklinin çokgen olmadığını ifade ettikten sonra "*Bu sadece bi doğru parçası… ya hiç bi yerde birleşmemiş… hep açık*" diyerek şekli oluşturan eğri için doğru parçası benzetmesi yapmıştır. Ek olarak bu ifadesiyle $Ö_3$'ün çokgen kavramının kapalı bir şekil olmasına değindiği görülmektedir. $Ö_5$ 11.raised-line şeklinin çokgen olmadığını "*çünkü biraz üçgen gibi olmuş biraz da dikdört kare gibi olmuş… o yüzden*" sözleriyle ifade etmiştir. Sekizinci raised-line şekil için $Ö_2$ "*Bak abla bunları hani düzensiz bir biçimde koysan bile şekle, bir geometrik cisme benziyor*" açıklamasını yaparak çokgen olduğunu belirtmiştir. Araştırmacının "*geometrik cisim ile ne demek istedin?*" sorusuna "*Örneğin üçgen, örneğin kare, örneğin dikdörtgen*" cevabını vermiştir. Buradan $Ö_2$'nin verilen şekli, bir çokgene benzettiği ve ona odaklandığı söylenebilir. Son olarak $Ö_1$ ise 7. raised-line şekil için –üçgen olmamasına rağmen- "*hmm, üçgen*" demiştir. Buradan ise $Ö_1$'in üçgene odaklandığı söylenebilir.

Sonuç olarak, katılımcı GE engelli öğrencilerin verilen şekillerin çokgen olup olmadığını belirlerken, onları hali hazırda bildikleri çokgenlere benzetme meyilleri olduğu söylenebilir.

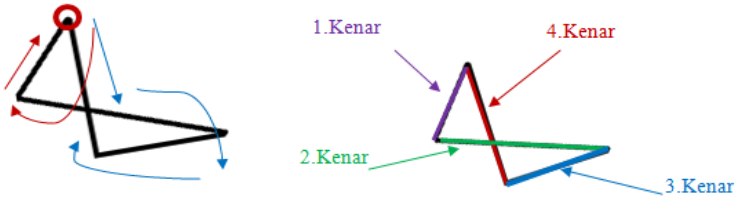
Bir diğer strateji olan kenarları sayma stratejisini katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ kullanmıştır. $Ö_1$ 11. raised-line şekil verildiğinde önce ortasında bir eksen varmışçasına pozitif yönde incelemiş ardından "*Haa üçgenler birleşmiş… galib… yoo…*" diyerek şekli tanımaya çalışmış ardından kenarları saymayı düşünmüştür. "*Burdan başlayacam*" diyerek kendisine bir başlangıç noktası belirleyen $Ö_1$ kenarları pozitif yönde saymaya başlamış, beş kenar olduğunu fark edince de şekli beşgen -ve ayrıca çokgen- olarak adlandırmıştır. $Ö_2$, 2. raised-line şeklin çokgen olduğunu belirlemek için öncelikle köşelerini negatif yönde sayarak -6 köşe- altıgen olduğunu söylemiştir. Burada dikkati çeken nokta $Ö_2$'nin köşe olarak iki kenarın dışarı doğru olan birleşim noktasını kabul etmesidir. $Ö_2$, böyle bir kabul ile başladığı için köşeleri eksik saydığı söylenebilir. Köşeleri sayma işleminden sonra şeklin kenarlarını negatif yönde saymaya başlayan $Ö_2$, "*6 da kenarı var*" demiş ve şeklin çokgen olduğuna karar

vermiştir. bu stratejiyi kullanan bir başka öğrenci olan $Ö_3$, çokgen oluşturma sorusu için ilk önce altıgen oluşturmuştur. Araştırmacının "*çokgen yaparken neye dikkat ettin?*" şeklinde bir soru soru sorması üzerine $Ö_3$ "*6 tane kenarı olması gerekiyor*" açıklamasını yapmıştır. Daha sonra da kenarları negatif yönde göstererek saymıştır. Bu duruma ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 146 ile verilmiştir.



Şekil 4. 146. *$Ö_3$'ün Kenarları Negatif Yönde Saymasına İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Son olarak $Ö_4$ ise 9.raised-line şekli önce negatif yönde incelemiş ardından "*1, 2… çokgen*" diyerek [şekli iki parça halinde] kenarları hem pozitif hem de negatif yönde saymıştır. Bu duruma ait görüntüler ve açıklamalar şekil 4. 147 ile verilmiştir.



Şekil 4. 147. *$Ö_4$'ün Kenarları Pozitif Ve Negatif Yönde Saymasına İlişkin Görüntüler ve Açıklamalar*

Sonuç olarak; $Ö_5$ hariç tüm öğrenciler verilen şekillerin çokgen olup olmadığına karar vermek için kenarları sayma stratejisini kullanmışlardır. Bu öğrencilerden $Ö_4$ hariç hepsi hem pozitif hem de negatif yönde kenarları sayarken, $Ö_4$ sadece negatif yönde sayma işlemini gerçekleştirmiştir.

4.3.2.2.2.2. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti

Bu kategori, katılımcı GE öğrenciler raised-line materyallerin çokgen olup olmadıklarını belirlerken kullandıkları stratejileri temsil etmektedir. Bu stratejiler şekli

inceleme stratejisi ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$), şekli döndürme stratejisi ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$), odaklanma stratejisi ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$) ve kenarları sayma stratejisi ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$) olmak üzere dört başlık altında incelenmiştir. Katılımcı GE tüm öğrenciler şekli ortasında bir eksen varmışçasına ve tek yönde [pozitif, negatif] incelemişlerdir. Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleyen [tüm] öğrenciler ise bu eksen etrafında tek yöne doğru [pozitif, negatif] ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$) ve zıt yönlere doğru ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_5$) şekli inceleme yoluna gitmişlerdir.

İkinci strateji döndürme stratejisi ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$) olan döndürme stratejisi öğrencilerin raised-line materyalleri pozitif veya negatif yönde döndürmesini temsil etmektedir.

Tüm katılımcı GE öğrenciler tarafından kullanılan odaklanma stratejisi, öğrencilerin şeklin parçalarına ve bütününe odaklanmaları olmak üzere iki durumda ortaya çıkmıştır. Öğrenciler geometrik şekilleri tanıyabilmek-isimlendirmek ve çokgen olup olmadığına karar vermek için şekli hayali çizgilerle parçalara ayırmışlar veya hayali çizgilerle bütüne tamamlamışlar ve ona göre kararlarını vermişlerdir. Burada bahsedilen parçalar, üçgen, dörtgen [kare, dikdörtgen] ($Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_5$), beşgen ($Ö_3$, $Ö_4$), çember ($Ö_2$) ve doğru ($Ö_4$) tür. Öğrencilerin odaklandıkları bütünler ise üçgen ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$), kare ($Ö_5$) ve doğru parçası ($Ö_3$) olmuştur.

Son olarak kenarları sayma stratejisi $Ö_5$ hariç tüm öğrencilerde görülmüştür. $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$'ün kenarları pozitif yönde saymaları gözlemlenirken, $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$'ün kenarları negatif yönde saydıkları görülmüştür.

Katılımcı GE öğrencilerin üçgenin "*çokgenliği belirleme stratejileri*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 36 ile özetlenmiştir.

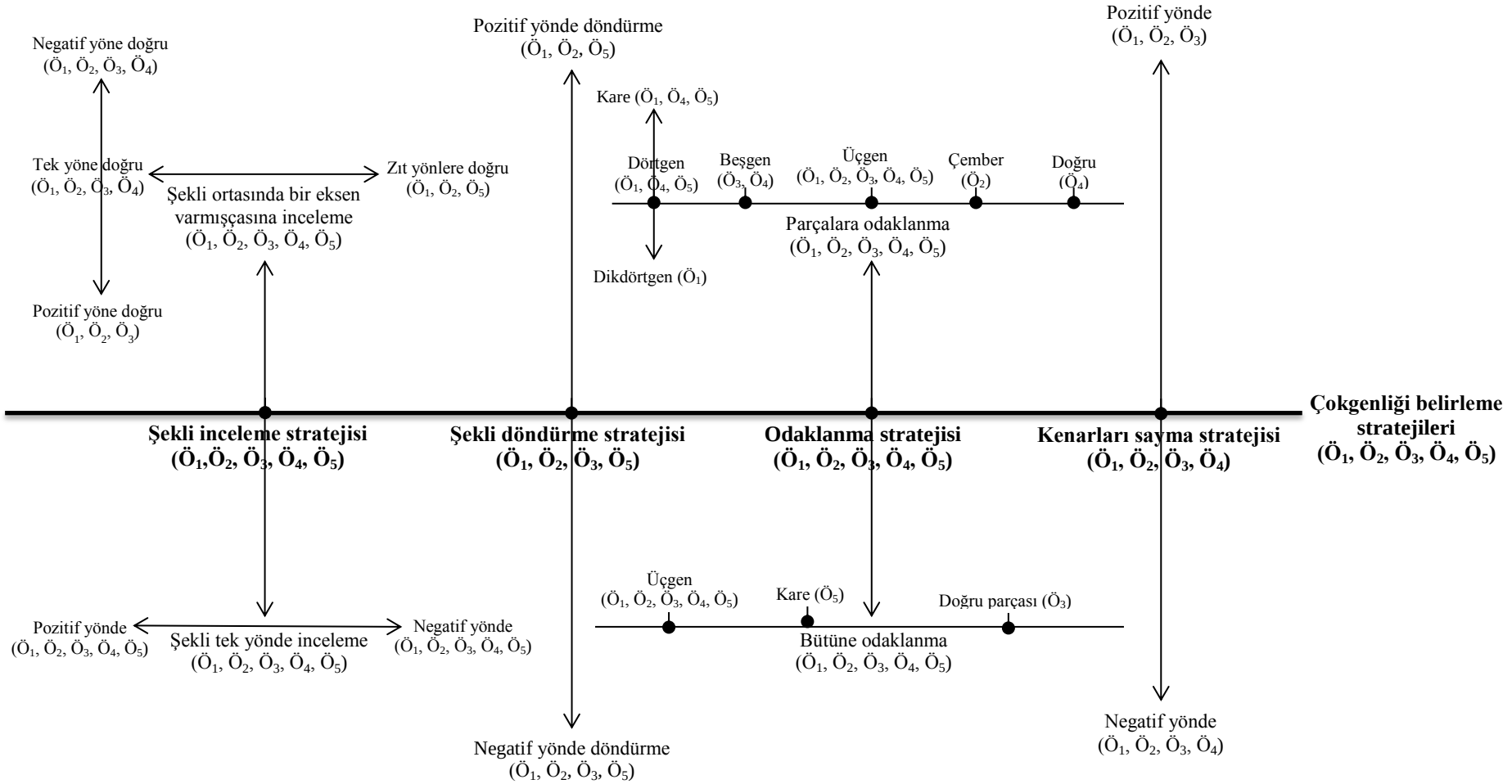
Tablo 4. 36. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti*

Kategori / Öğrenci	**Çokgenliği Belirleme Stratejileri**			
	Şekli inceleme stratejisi	***Şekli döndürme stratejisi***	***Odaklanma stratejisi***	***Kenarları sayma stratejisi***
$Ö_1$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme***	***Pozitif yönde döndürme***	***Parçalara odaklanma*** Üçgen Dörtgen	***Pozitif yönde***

	Tek yöne doğru (Pozitif yöne doğru) (Negatif yöne doğru) Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde	***Negatif yönde döndürme***	(dikdörtgen) (kare) ***Bütüne odaklanma*** Üçgen	***Negatif yönde***
$Ö_2$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru (Pozitif yöne doğru) (Negatif yöne doğru) Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde	***Pozitif yönde döndürme*** ***Negatif yönde döndürme***	***Parçalara odaklanma*** Üçgen Çember ***Bütüne odaklanma*** Üçgen	***Pozitif yönde*** ***Negatif yönde***
$Ö_3$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru (Pozitif yöne doğru) (Negatif yöne doğru) ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde	***Negatif yönde döndürme***	***Parçalara odaklanma*** Üçgen Beşgen ***Bütüne odaklanma*** Üçgen Doğru parçası	***Pozitif yönde*** ***Negatif yönde***
$Ö_4$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru (Negatif yöne doğru) ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde		***Parçalara odaklanma*** Üçgen Dörtgen (kare) Beşgen Doğru ***Bütüne odaklanma*** Üçgen	***Negatif yönde***
$Ö_5$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde	***Pozitif yönde döndürme*** ***Negatif yönde döndürme***	***Parçalara odaklanma*** Üçgen Dörtgen (kare) ***Bütüne odaklanma*** Üçgen Kare	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*çokgenliği belirleme stratejileri*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 148 ile verilecektir.



Şekil 4. 148. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Çokgenliği Belirleme Stratejileri*

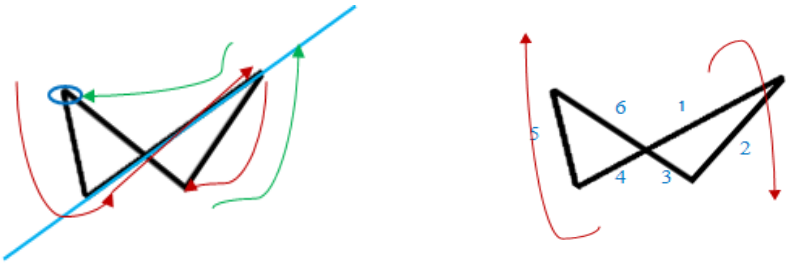
4.3.2.2.2.3. Çokgenlerin Birleşim Durumu (1. Görüşme)

Bu kategori ile katılımcı GE öğrencilerin iki çokgenin birleşiminin çokgen olup olmadıkları hakkındaki düşünceleri ele alınmıştır. Tüm öğrenciler iki çokgenin birleşimi ile oluşan yeni şeklin çokgen olduğunu belirtirken $Ö_5$ aynı zamanda bu birleşimin çokgen olamayacağını da nedenleriyle birlikte belirtmiştir. Örneğin $Ö_5$ sekizinci sorunun 4. raised-line şeklinin çokgen olup olmadığı sorulduğunda pozitif yönde şekli döndürerek "*Bunun da ismi var ama tam hatırlamıyorum bu bence çokgen değil. ya bence çokgen yani bi tek bence… o gösterdikleriniz çokgen değil. Iı altıgen hariç ait hepsi*" sözleriyle daha önce verilen 1 ve 2. şekillerin çokgen olmadığını ifade etmiştir. Buradan $Ö_5$'in "*bi tek"* demesiyle çokgenlerin bir iç bölgeye sahip olduğu yönünde bir anlayışa sahip olduğu düşünülebilir. Dahası "*altıgen hariç diğerleri çokgen değil Çünkü*…[altıgen] *bir tane şekilden oluşuyor bence çok çokgen*" demesiyle de 1 ve 2. şekle odaklanmayı gerektiriyor ki; buradan iki şeklin de iç bükey olduğu dikkati çekmektedir. Zaten $Ö_5$'in 2. raised-line şekil için "*Iıım… bu bence bu bir şey ifade etmiyor sadece… bir dakika… karelerden oluşmuş sanki bu*" ifadesi ve 1. raised-line şekil için "*Yani tamamı değil ama üçgenlerden oluşan bir şekil*" ifadesi göz önüne de alınırsa bunları çokgenlerin birleşimi şeklinde algıladığı düşünülebilir. $Ö_5$'in burada altıgen diye bahsettiği 3. raised-line şeklin yapısına bakıldığında dış bükey çokgen olduğu dikkati çekmektedir. Dördüncü raised-line şekil için belirttiği bir başka ifade de "*bu birbirine girmiş mesela altıgen bir çokgendir. Ama bunun için aynı şeyi söyleyemeyeceğim bu çokgen değil bence*" diyen $Ö_5$ bu defa da çokgenlerin sade bir şekil olmasına [kenarların birbirini kesmemesine] dikkati çekmiştir. Nitekim araştırmacının "*Altıgen derken kenarların eşit olmasını mı kastediyorsun o bir tane dediğin şey?*" sorusunu sorması üzerine "*Hayır bir tane dediğim şey o değil mesela buraya bir sürü çizmişsiniz üçgenleri birbirine birleştirmişsiniz*" cevabını vermiştir.

Çokgenlerin birleşiminin birer çokgen olduğunu belirten katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$ sekizinci soruda yer alan 4. raised-line şekil verildiğinde önce ortasında hayali bir eksen varmışçasına incelemiş ve ardından "*Yalnız bu biraz… Üçgenler var burada. 5 tane filan üçgen var*" diyerek şekli pozitif yönde döndürmüştür. Sonrasında tekrar hayali eksen boyunca şekli inceleyerek "*ve 15 tane kenarı oluyor. bunun üçgenler toplamı… 5 tane üçgen var. bu… çokgen… sanırım*" demiştir. Buradan $Ö_1$'in üçgenin 3 kenarı olduğunun farkında olduğu ve bu kompleks [katılımcı GE

öğrenciler kompleks çokgeni bilmiyorlar] çokgenin kenar sayısını bulmak için içerisindeki -var olduğunu düşündüğü- çokgenlerin kenar sayısının toplamını kullandığı söylenebilir. Ayrıca 4. raised-line şekle ve $Ö_1$'in bu ifadesine dikkat edildiğinde çokgenlerin kenarlarının doğrusal olabileceğini düşünmüş olabileceği akla gelmiştir.

$Ö_3$ ise sekizinci soruda yer alan 9. raised-line şekli önce şekli hayali bir eksen varmışçasına hem negatif hem de pozitif yönde inceleyerek kenarları saymaya başlamıştır. Kenarları negatif yönde incelediği esnada "*Şöyle 1, 2, 3, 4, 5, 6. iki tane üçgen birleşmiş*" diyerek bu şeklin iki üçgenin birleşimi ile oluştuğunu, çokgen olduğunu ve kenar sayısının üçgenlerin kenar sayısının toplamı olduğunu belirtmiştir. Bu duruma ait $Ö_3$'ün görüntü ve açıklamaları şekil 4. 149 ile verilmiştir.

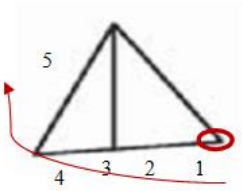


Şekil 4. 149. *$Ö_3$'ün Kompleks Çokgenin Kenar Sayısının Belirlenmesine İlişkin Görüntü ve Açıklamaları*

Buradan $Ö_3$'ün de $Ö_1$ gibi çokgenlerin –kompleks çokgen söz konusu olduğunda- kenarlarının doğrusal olabileceğini düşündüğü söylenebilir. Benzer şekilde $Ö_2$ de 4. raised-line şeklini hayali bir eksen varmışçasına pozitif yönde inceleyerek için "*Aaa bu bir üçgen… Ya. Buda… Haa buda… Hah abla bu bir üçgen ama birleştirilmiş şekliyle*" sözlerinin ardından şeklin bir çokgen olduğunu belirtmiştir. Nedeni sorulduğunda ise $Ö_2$'nin "*Sanki üçgenlerin birleşimiyle oluşmuş. Ama sonuçta, dediğimiz gibi köşeleri ve kenar sayıları artar bu şekilde*" ifadesiyle kenar ve köşe sayısına odaklandığı görülmüştür. Daha sonra da köşe sayısına bakarak çokgeni isimlendirdiği anlaşılmıştır.

Kompleks çokgenlerin söz konusu olmadığı durumlarda da, katılımcı GE öğrenciler iki farklı özelliğe dikkat çekmişlerdir. $Ö_4$ sekizinci soruda yer alan 15. raised-line şekli [kenarlarını] negatif yönde inceleyerek "*1, 2, 3, 4, 5… cık değil bu çokgen değil*" [şekil 4. 150] demiştir. Araştırmacının "*neden?*" sorusu üzerine "*çünkü çokgende şurasında bi çizgi olmuyor.* [ortadaki doğru parçasını gösteriyor] *Burda bi çizgi var*"

açıklamasını yapmıştır. Ancak ardından "*belki de çokgen oluyordur*" diyerek 15. raised-line şeklin çokgen olabileceğine değinmiştir.



Şekil 4. 150. *Ö4'ün Kompleks Çokgen Söz Konusu Değil iken Kenar Sayısının Belirlemesine İlişkin Görüntü ve Açıklamaları*

Buradan Ö4'ün bir çokgenin iki iç bölgeye sahip olabileceğini düşündüğü ve şekilde yer alan bütün doğru parçalarını kenar olarak kabul ettiği söylenebilir. Benzer şekilde, Ö5 sekizinci soruda bulunan 10. raised-line şekil verildiğinde hiçbir strateji kullanmadan doğrudan çokgen olmadığını söylemiştir. Araştırmacının "*neden değil?*" sorusuna "*Bu da aynen biri… aslında bu olabilir çünkü… çünkü burda 2 tane şekil çizmişsiniz. İkisi de*" cevabını vererek önceki fikrini değiştirmiştir. Araştırmacının diğer şekillerde aksini belirten ifadelerini hatırlatarak "*Öbürleri de 2 taneydi*" demesiyle "*Ama o biraz karışıktı ama bu bir ama bu büyük kare buda küçük kare içine almışsınız. Bu bence iki tane şekil bu da olur ikisi de birbirinden ayrı çünkü*" açıklamasını yapmıştır. Böylece Ö5'in de çokgenlerin iki iç bölgeye sahip olabileceğini -sade olması şartıyla- savunduğu belirtilebilir.

Sonuç olarak Ö5 iki çokgenin birleşimi ile oluşan yeni şeklin –sade olması şartıyla da olsa- hem çokgen olacağını hem de çokgen olmayacağını savunarak bu duruma ilişkin ili ve zıt anlayışa sahip olduğu tespit edilmiştir.

4.3.2.2.2.4. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenlerin Birleşim Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler çokgenlerin birleşiminin bir çokgen olup olmadığını ele almışlardır. Tüm öğrenciler çokgenlerin birleşiminin de çokgen olacağını savunurken, sadece Ö5 çokgenlerin birleşimi ile oluşan yeni şeklin çokgen olamayacağını savunmuştur. Ö5 bu duruma gerekçe olarak ise geometrik şeklin iç bükey olmasını, karmaşık olmasını ve iki iç bölgeye sahip olmasını göstermiştir. Buradan Ö5'in aynı durum söz konusu iken iki zıt görüşü savunduğu söylenebilir. Öte yandan;

çokgenlerin birleşimini çokgen olarak nitelendiren katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_3$ kompleks çokgenler söz konusu iken kenarların doğrusal olabileceğini ve yeni geometrik şeklin kenar sayısının şeklin içerisinde var olan çokgenlerin kenar sayılarının toplamı olduğunu ileri sürmüşlerdir. Katılımcı GE öğrenciler kompleks çokgenin olmadığı durumlarda ise, çokgenin iki iç bölgeye sahip olabileceğini belirtmişlerdir. Ancak sadece $Ö_1$, $Ö_3$ ve $Ö_4$ yeni geometrik şeklin kenar sayısının şeklin içerisinde var olan çokgenlerin kenar sayılarının toplamı olduğunu belirtmiştir.

Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*çokgenlerin birleşim durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu çokgen anlayışları tablo 4. 37 ile özetlenmiştir.

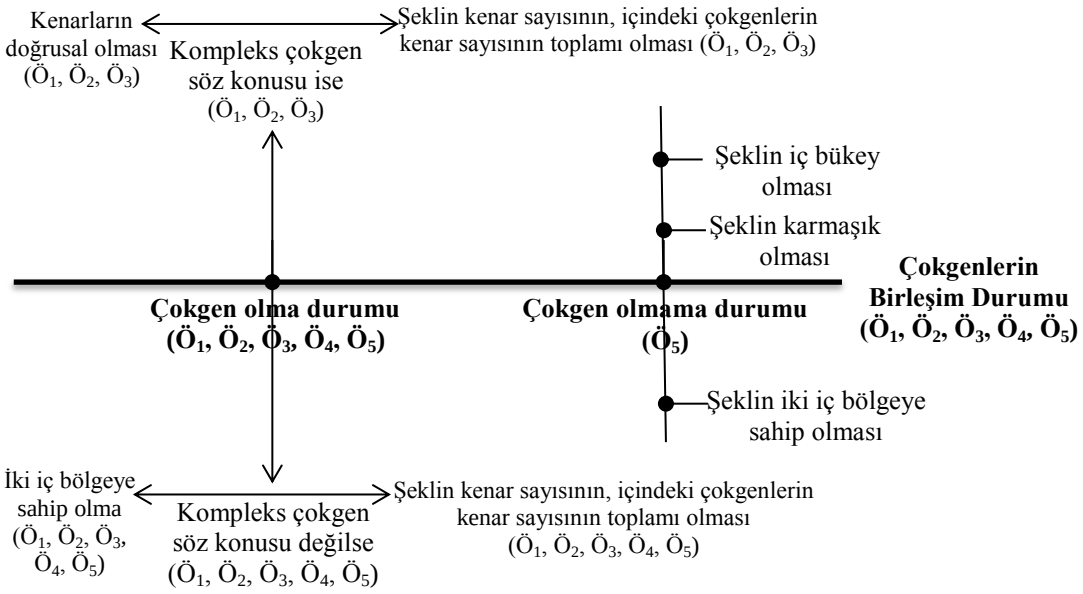
Tablo 4. 37. *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenlerin Birleşim Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Çokgenlerin Birleşim Durumu**	
	Çokgen olma durumu	***Çokgen olmama durumu***
$Ö_1$	***Kompleks çokgen söz konusu ise*** Kenarların doğrusal olması Şeklin kenar sayısının, içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması ***Kompleks çokgen söz konusu değil ise*** İki iç bölgeye sahip olma Şeklin kenar sayısının, içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması	
$Ö_2$	***Kompleks çokgen söz konusu ise*** Kenarların doğrusal olması Şeklin kenar sayısının, içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması ***Kompleks çokgen söz konusu değil ise*** İki iç bölgeye sahip olma	
$Ö_3$	***Kompleks çokgen söz konusu ise*** Kenarların doğrusal olması Şeklin kenar sayısının, içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması ***Kompleks çokgen söz konusu değil ise*** İki iç bölgeye sahip olma Şeklin kenar sayısının, içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması	

$Ö_4$	***Kompleks çokgen söz konusu değil ise*** İki iç bölgeye sahip olma Şeklin kenar sayısının, içindeki çokgenlerin kenar sayısının toplamı olması	
$Ö_5$	***Kompleks çokgen söz konusu değil ise*** İki iç bölgeye sahip olma	***Şeklin iç bükey olması*** ***Şeklin karmaşık olması*** ***Şeklin iki iç bölgeye sahip olması***

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, çokgenin "*çokgenlerin birleşim durumu"* kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 151 ile sunulacaktır.



Şekil 4. 151. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Çokgenlerin Birleşim Durumu*

4.3.2.2.2.5. Çokgenin Ayırdığı Bölgeler (1. Görüşme)

Birinci görüşmelerde çokgenlerin iç bölgesinden bahseden $Ö_4$'e iç bölge ile tam olarak ne demek istediği açık olmadığı için, ek görüşmelerde bu durum ile ilgili ne düşündüğü sorulmuştur. Araştırmacının "*nedir iç bölge?*" sorusuna $Ö_4$ "*İçerde kalan*

açılar" demiştir. Araştırmacı çokgenin iç bölgesini Ö$_4$'ün daha önce oluşturduğu bir çokgen üzerinde göstermesini istemiştir. Ö$_4$ şekil üzerinde bütün parmaklarını kullanarak "*İç bölge mıknatıslar* [kenarları gösteriyor] *dış bölge toplar* [köşeleri gösteriyor] *diyorum*" açıklamasını yapmıştır. Ancak tam olarak ne gösterildiği anlaşılmadığı için araştırmacı tek eli ile göstermesini istemiştir. Bunun üzerine Ö$_4$ ilk ifadesini değiştirerek "*Evet içerde kalan. Dış bölge dışında kalan şeklin dışında kalan açıları*" cümlelerini kullanmıştır. Buradan -her ne kadar çokgenin düzlemde ayırdığı bölgeler olarak ifade etmese de- Ö$_4$'ün iç ve dış bölge ile bunu ifade etmek istediği düşünülmüştür. Dahası; ilk olarak çokgenin iç açıları ve sonra da kenarları iç bölge olarak nitelendirdiği söylenebilir. Buradan iç bölge, hem kenar hem de açı olmuş olur ki, bu da Ö$_4$'ün iç bölge için iki farklı anlayışa sahip olduğu anlaşılmıştır. Diğer taraftan dış bölge için ise Ö$_4$'ün; ilk olarak köşeleri ve sonra da dış açıları dış bölge olarak nitelendirdiği görülmüştür. Dolayısıyla Ö$_4$'ün dış bölge için de köşe ve dış açı olmak üzere birbirinden farklı iki yapıyı göz önünde bulundurduğu düşünülebilir.

Ö$_5$'te Ö$_4$ gibi, birinci görüşme protokolü çokgen kavramına ilişkin sorularını cevaplarken iç bölgeden bahsetmiştir. Ek görüşmelerde önceki ifadeleri hakkında hatırlatma yapılarak "*nedir bu bahsettiğin iç bölge?*" sorusu sorulmuştur. Önce hatırlamakta güçlük çeken Ö$_5$ biraz düşünmek istediğini belirtmiş ardından oluşturduğu üçgen üzerinden "*şurası, şu tarafı*" diyerek kenarlar ile sınırlandırılmış bölgeyi göstermiştir. Daha sonra ise Ö$_4$ "*şurası da dış bölge oluyor, yani içinin olduğu taraf iç, dışının olduğu taraf dış oluyor*" açıklamasını yapmıştır. Buradan Ö$_5$'in tersine tek bir anlayışa sahip olduğu ve bu anlayışın kitabi tanıma daha yakın olduğu söylenebilir. Bu duruma ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 152 ile verilmiştir.



Şekil 4. 152. *Ö$_5$'in Çokgenin Düzlemde Ayırdığı İç ve Dış Bölgelere İlişkin Görüntü ve Açıklamaları*

4.3.2.2.2.6. GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenin Ayırdığı Bölgeler" Kategorisinin Özeti

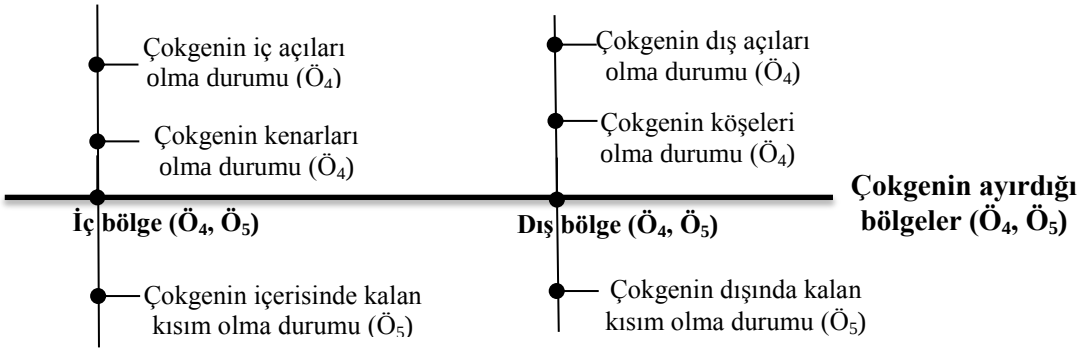
Bu kategoride, katılımcı GE öğrencilerden $Ö_4$ ve $Ö_5$ çokgenin düzlemi [düzlem diye ifade etmiyorlar] çokgenin iç bölgesi ve dış bölgesi olmak üzere iki bölgeye ayırdığını dile getirmişlerdir. İç bölge kavramını $Ö_4$ çokgenin kenarları ve çokgen içerisinde kalan açılar olarak tanımlarken, $Ö_5$ çokgenin içerisinde kalan kısım olarak tanımlamıştır. Öte yandan dış bölge kavramı hakkında $Ö_4$ çokgenin köşeleri ve çokgenin dışında kalan açılar olarak bahsederken, $Ö_5$ çokgenin dışında kalan kısım olarak düşüncelerini dile getirmiştir. Buradan $Ö_4$'ün iç bölge için, hem iç açı hem de kenar olduğunu belirtmesi bir kavram için farklı anlayışlara sahip olduğunu göstermektedir denilebilir. Dış bölge için de hem köşe hem dış açı olduğunu dile getirmesi de benzer şekilde yorumlanabilir.

Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*çokgenin ayırdığı bölgeler*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu çokgen anlayışları tablo 4. 38 ile özetlenmiştir.

Tablo 4. 38 *GE öğrencilerin 1. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenin Ayırdığı Bölgeler" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Çokgenin Ayırdığı Bölgeler**	
	İç bölge	***Dış bölge***
$Ö_4$	***Çokgenin iç açıları olma durumu*** ***Çokgenin kenarları olma durumu***	***Çokgenin dış açıları olma durumu*** ***Çokgenin köşeleri olma durumu***
$Ö_5$	***Çokgenin içerisinde kalan kısım olma durumu***	***Çokgenin dışında kalan kısım olma durumu***

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. Görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, çokgenin "*çokgenin ayırdığı bölgeler"* kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 153 ile sunulacaktır.

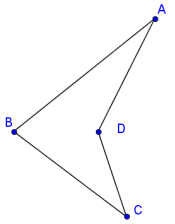


Şekil 4. 153. *GE Öğrencilerin 1. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Çokgenin Ayırdığı Bölgeler*

4.3.3. "Çokgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünden Elde Edilen Bulgular

İkinci görüşme protokolünde katılımcı GE öğrencilere, "çokgen" ile ilgili iki tane soru sorulmuştur. Ek olarak buradaki yedinci soru katılımcı GE öğrencilerin sadece çokgen anlayışlarını incelemeyi amaçlarken, sekizinci soru hem çokgen hem de düzgün çokgen kavramlarına ait anlayışlarını incelemeyi amaçlamaktadır. Tablo 4. 39'da öğrencilere sorulma sırasına göre sorular ifade edilmiştir.

Tablo 4. 39. *GE Öğrenciler ile Gerçekleştirilen İkinci Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Ait Sorular*

Problem Numarası	**Sorunun İfadesi**
2.Protokol/7. Soru	Aşağıdaki geometrik şeklin ✓ İç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir? ✓ Dış açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir? 
2.Protokol/8. Soru	Düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça ✓ İç açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir? ✓ Dış açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?

4.3.3.1. "Çokgen" Kavramına Ait GE Öğrencilerin Formal Kavram Tanımları (2. görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, çokgen kavramı ile ilgili tablo 4. 39'daki sorular sorulduğunda kavram ile ilgili ifade ettikleri formal kavram tanımlara yer verilecektir.

"*Nedir düzgün çokgen?* [2.görüşme protokolü, 8.problem-$Ö_2$]" sorusuna $Ö_2$ "*4 kenarı, 4 köşesi bulunan, Açıları 360* [°] *a eşit*" cevabını vermiştir. Bu haliyle $Ö_2$'nin düzgün çokgen sorulmasına rağmen, kenar ve köşelerin varlığından bahsetmesi -yani çokgenin kenarların ikişer ikişer ortak bir noktada birleşimi ile oluştuğunu kastetmesi- ile aslında çokgen kavramına yönelik formal kavram tanımını kullandığı belirtilebilir. Burada her ne kadar eksik olsa da- kullandığı formal kavram tanımı ile $Ö_2$'nin formal kavram tanımının ardından kişisel betimlemeleri kullandığı söylenebilir.

"*Düzgün çokgen nedir?*" sorusu yönlendirildiğinde $Ö_4$ ilk önce "*Bütün kenar uzunlukları ve iç açıları… iç açıları* [ölçüleri] *eşit* [çokgen]" şeklinde cevap vermiştir. Buradan $Ö_4$'ün düzgün çokgen kavramı için formal kavram tanımını kullandığı söylenebilir. Daha sonra araştırmacının "*Düzgün çokgenin… kenar sayısı arttıkça iç açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" problemi için $Ö_4$ ile arasında şu şekilde bir diyalog gerçekleşmiştir:

$Ö_4$: *İç açıları ölçüleri toplamı da artar.*
Araştırmacı: *Neden artar?*
$Ö_4$: *Çünkü kenar sayısı artıyor.* [2 sn. bekliyor] *Şeklin açısı da artar. Açı sayısı da artar… Bunun gibi*
Araştırmacı: *Nasıl artar?*
$Ö_4$: *Her bir açısıı* [düşünüyor]*… artar… Evet*
Araştırmacı: *Peki, dış açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?*
$Ö_4$: [2 sn. düşünüyor] *Dış açılar… Ölçüleri toplamı… Oda şeklin kenarı çoğaldığı için… artar yani*
Araştırmacı: *O nasıl değişir?*
$Ö_4$: *İşte şeklin kenar sayısı çoğaldığı için… iç açı, dış açılar toplamı da artar.*

Böylece $Ö_4$, formal kavram tanımından sonra kişisel betimlemelere yani kavram imajlarına değinmiştir. $Ö_4$ ikinci görüşme protokolünün yedinci problemi boyunca kavram imajları olan kişisel betimlemeleri ve kavram özelliklerini, sekizinci problemde ise ilk önce -düzgün çokgen kavramı için- formal kavram tanımını ardından kavram

imajlarından kişisel betimlemeleri kullanmıştır. Sonuç olarak $Ö_4$, ilk önce kavram imajı ardından formal kavram tanımı daha sonra da tekrar kavram imajına yönelmiştir.

$Ö_5$ ikinci görüşme protokolünün sekizinci probleminde "*Nedir düzgün çokgen?*" sorusuna aşağıdaki gibi cevap vermiştir:

> *Düzgün çokgen… Mesela… Tamam hep… Mesela… Üçgen olmasın. Kare olsun. Onu iç açılarının toplamı 360°… Biz… Yani… Düzgün çokgen şu… Bütün açıları, bütün kenarları ve açıları aynı, yani değişik değil mesela 360[°]'sa 4 kenarı 4 kenarı da ve açıları da kenarları aynı olacak, açıları da dördününki de 90° olacak.*

Bu ifadeleriyle $Ö_5$'in düzgün çokgen kavramına ait ilk olarak *kişisel betimlemeleri* kullandığı daha sonra formal kavram tanımını ifade ettiği sonra tekrar kişisel betimlemeleri yani kavram imajlarını kullandığı görülmüştür. Bu ifadelerinden sonra araştırmacı $Ö_5$'e "*düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça iç açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" problemini sormuştur. $Ö_5$ ilk önce "*Hım üçgenden altıgene falan mı?*" şeklinde bir soru sorarak problemi anlamaya çalışmıştır. Araştırmacının "*Hmm yani evet öyle kenar sayısı arttıkça*" demesi üzerine $Ö_5$ önce biraz düşünmüştür, ardından araştırmacı ile aralarında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

> **$Ö_5$:** *Yani…*[3 sn. düşünüyor*]* *aslında şimdi… 4…4… kareyse 360*[°]*… Beşgense gene aynı formül… Yaparak 5-2 eşittir arttıkça onlar da artıyor ve kenar uzunluklarını ve açılarının aynı olmasına dikkat ediyoruz ve onlarda artıyor kenarları arttıkça*
> **Araştırmacı:** *Hmm kenar uzunluğu da mı artıyor?*
> **$Ö_5$:** *Evet… Yani* [1 sn. düşünüyor] *veya kısalıyor yani o… o şekle göre*
> **Araştırmacı:** *Açıları hakkında ne düşünüyorsun?*
> **$Ö_5$:** *Her bir açısı da aynı olacak yani… Beşgense 5 kenarının ölçüsü de aynı*
> **Araştırmacı:** *Hm birbirine eşit?*
> **$Ö_5$:** *Evet, Kenarı da açısı da aynı olacak.*

Buradan $Ö_5$'in kavram imajlarını kullanmaya devam ettiği ve sonra formal kavram tanımına dönüş yaptığı ardından tekrar kavram imajlarını kullandığı görülmüştür. Ek olarak; $Ö_5$'in ikinci görüşme protokolünün yedinci problemi boyunca kavram imajları olan kişisel betimlemelere ve kavram özelliklerine değindiği görülmüştür. Sonuç olarak $Ö_5$, ilk önce kavram imajı ardından formal kavram tanımı

daha sonra da tekrar kavram imajına yönlendiği ve gerek duydukça bu ikisi arasında geçişler yaşadığı görülmüştür.

4.3.3.2. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram İmajları (2. Görüşme)

Bu bölümde; GE öğrencilerin, kavram ile ilgili tablo 4. 39'daki sorular sorulduğunda çokgen kavramı ile ilgili kullandıkları kavram tanımlarının ardından, şimdi de, kavram imajlarına yer verilecektir. Buna göre GE öğrencilerin çokgen kavramına ait kavram imajları, *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* olacak şekilde iki başlık altında incelenmiştir.

4.3.3.2.1. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kişisel Betimlemeleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 2. Görüşme protokolündeki "çokgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kişisel betimlemeleri; *kenarları olma durumu, açıları olma durumu* olmak üzere 2 kategori altında incelenmiştir.

4.3.3.2.1.1. Kenarları Olma Durumu (2. Görüşme)

Katılımcı GE öğrenciler ikinci görüşme protokolünde yer alan yedinci ve sekizinci sorularını cevaplarken çokgenlerin kenarlarına değinmişlerdir. Birinci görüşme protokolünden farklı olarak tüm öğrenciler düzgün çokgen olma(ma) durumlarını incelemişlerdir. Hem düzgün çokgen olma hem de düzgün çokgen olmama durumunda katılımcı GE öğrenciler kenar sayılarının farklı olacağını belirtmişlerdir. Örneğin; ikinci görüşme protokolünün 8. probleminde $Ö_1$'e "*düzgün çokgeni biliyor musun?*" sorusu yönlendirildiğinde $Ö_1$ "[2 sn. düşünüyor]*...Düzgün çokgen… Biliyorrrrum galiba… Iı böyle… Düzgün çokgen mesela… Böyle her, her kenarları düz olan…*" cevabını vermiştir. $Ö_1$'in bu cevabıyla, araştırmacı **ilk başta** *düz* kelimesi ile kenarları doğru parçası olarak varsaydığını düşünmüştür. Ancak yine de *düz* kelimesi ile ne demek istediğini sorduğunda, $Ö_1$ "*her kenarı eşit olan* [1 sn. düşünüyor] *bir*

çokgen" cevabını vermiştir. Ardından "*Mesela dikdörtgen bir düzgün çokgene girmez. İkizkenar ve çeşitkenar üçgen düzgün çokgene girmez*" ifadelerini kullanmıştır. Daha sonra araştırmacı ile $Ö_1$ arasında şu şekilde bir diyalog gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Peki* [düzgün çokgene] *girenleri hangisi*?
> **$Ö_1$:** *eşkenar üçgen, kare, düzgün sekizgen, düzgün… beşgen, düzgün altıgen, düzgün yedigen işte onlar.*

Buradan $Ö_1$'in kenar sayısı en az 3 olacak şekilde düzgün çokgenlerin varlığını düşündüğü söylenebilir. Ek olarak $Ö_1$'in dikdörtgen, ikizkenar üçgen ve çeşitkenar üçgenin -yani kenar uzunlukları birbirine eşit olmayan çokgenlerin- düzgün çokgen olmadığı yönünde bir anlayışa sahip olduğu belirtilebilir. Bununla birlikte, "*Düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" sorusu sorulduğunda $Ö_1$ kısa bir düşünme sonrasında, iç açı ölçülerinin artacağını belirtmiştir. Araştırmacının "*Açısı arttıkça yani her bir açısı nasıl artıyor?*" sorusunu yönlendirdiğinde ise $Ö_1$ "*Eşit olur* [2 sn. düşünüyor] *Çünkü düzgün diyoruz zaten… Eşit olur. Artar zaten* [1 sn. düşünüyor] *Artarsa da eşit olur. Çünkü düzgün çokgenden bahsediyoruz*" diyerek düzgün çokgenlerin açı ölçülerinin de eşit olacağını belirtmiştir. Sonuç olarak $Ö_1$'in düzgün çokgen kavramı için, kenar ölçülerinin ve açı ölçülerinin eşit olması yönünde bir anlayışa sahip olduğu düşünülebilir.

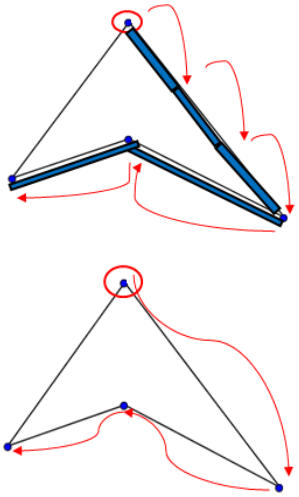
"*Düzgün çokgeni biliyor musun?*" sorusu sorulduğunda $Ö_2$ "*4 kenarı, 4 köşesi bulunan, açıları 360* [°] *ye eşit*" diyerek düzgün çokgenin kare olduğunu belirtmiştir. Ancak -her ne kadar düzgün çokgenin açı ölçülerinin eşitliğini belirtmese de- [birinci görüşmelerdeki çokgen oluşturma sorularında karenin açı ölçülerinin eşit ve 90° olduğunu söyledi] $Ö_2$'nin bunun farkındalığına sahip olduğu düşünülmüştür. Böylece $Ö_2$'nin düzgün çokgenler söz konusu ise çokgenin sadece 4 kenarlı olduğu yönünde bir anlayışa sahip olduğu söylenebilir.

$Ö_3$ ise "*düzgün çokgen hakkında ne biliyorsun?*" sorusu için aşağıdaki cevabı vermiştir:

> *Düzgün çokgen… ıı çokgenlerin… ee kenar* [1 sn. düşünüyor] u*zunluğu hayır… ıı kenarlarının sayısı dörtten fazla olanlar* [2 sn. düşünüyor] *çokgen oluyor. Iım Düzgün çokgen de bütün kenar uzunlukları aynı olan çokgen…* [2. Görüşme Protokolü 8. Problem-$Ö_3$]

Bu cevabıyla $Ö_3$'ün düzgün çokgenin en az 5 kenarı olması yönünde bir anlayışa sahip olduğu görülmektedir. Böyle düşünmesinin sebebi eşkenar üçgenin ve karenin başlarında *düzgün* kelimesinin olmayışı olabilir.

İkinci görüşme protokolünün yedinci problemi sorulduğunda $Ö_4$ kenarları negatif yönde sayarak çokgeni isimlendirme yoluna gitmiştir. Ancak -ne yazık ki- kenarları tanıma da güçlük çeken $Ö_4$ yanlış sayarak 5 kenarı olduğunu dolayısıyla bu çokgenin bir beşgen olduğunu belirtmiştir. Aşağıda bu duruma ilişkin görüntü ve açıklamalar şekil 4. 154'te yer almaktadır.



Araştırmacı: *Nasıl oldu o… bir daha söyler misin?*
$Ö_4$: *Daha inceleyeceğim... Şuradan başlıyorum. Şurası bir kenar şuraya kadar, Şuradan şuraya kadar bir kenar, Şuuu… Şuradan şuraya kadar bir kenar, şurası… Şuradan şöyle bir kenar, burası da bi kenar*
Araştırmacı: *Kaç oldu?*
$Ö_4$: *3*
[2.Görüşme Protokolü 7.Soru-$Ö_4$]

Şekil 4. 154. *$Ö_4$'ün Çokgenin Kenarlarını Sayarak Çokgeni İsimlendirmesine İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Sonraki ifadelerinde ise aynı şeklin 3 kenarı olduğunu ve dolayısıyla bu çokgenin bir üçgen olduğunu belirten $Ö_4$'ün şekli tanımada zorluklar yaşadığı anlaşılmıştır.

İkinci görüşme protokolünün 7. problemine ait raised-line şekil verildiğinde $Ö_5$ negatif yönde inceleyerek şeklin üçgen olduğuna odaklanarak;

> *Hım… Aslında* [şekli saat yönünde döndürüyor] *bu üçgene de benziyor ama… Dikdörtgen gibi de çünkü 4 kenarı var öyle. doğru yanlış bilmiyorum ama İşte üçgen ama bu büyüyor bu yüzden dörtgen olabiliyor* [2. görüşme protokolü, 7. problem-$Ö_5$]

sözlerini kullanmıştır. Böylece $Ö_5$ çokgeni; 3 kenarı varsa üçgen, dörtkenarı varsa dörtgen [dikdörtgen] olarak adlandırmıştır. Öte yandan "*düzgün çokgen nedir?*" sorusu için ise "*Düzgün çokgen… Mesela… Tamam hep… Mesela… Üçgen olmasın, kare olsun*" diyerek düzgün çokgenlerin kenar sayısının en az 4 olacağını belirtmiştir. Ardından $Ö_5$ şu ifadeleri eklemiştir:

> *Onu iç açılarının toplamı 360°… Biz… Yani… Düzgün çokgen şu… Bütün açıları, bütün kenarları* [uzunlukları] *ve açıları* [ölçüleri] *aynı, yani değişik değil mesela 360* [^{o}]*'sa 4 kenarı 4 kenarı da ve açıları da kenarları aynı olacak, açıları da dördününki de 90° olacak.* [2. görüşme protokolü, 7. problem-$Ö_5$]

Buradan $Ö_5$'in düzgün çokgen kavramı için kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşitliği anlayışına sahip olduğu söylenebilir.

4.3.3.2.1.2. GE Öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride katılımcı GE öğrenciler çokgenlerin düzgün olma(ma)sından bahsettikleri için 2 boyutta ele alınmıştır. *Düzgün çokgen olma durumu* tüm öğrenciler tarafından ifade edilirken *düzgün çokgen olmama durumu* $Ö_2$ ve $Ö_3$ hariç tüm öğrenciler tarafından ifade edilmiştir. *Düzgün çokgen olma durumu*nda tüm öğrenciler kenar ölçüleri ve aynı zamanda açı ölçüleri eşit olan çokgenlerden bahsetmişlerdir. Bu boyut altında $Ö_1$ kenar sayısının en az 3 olma durumuna değinirken $Ö_2$ sadece 4 kenar olma durumuna değinmiş, $Ö_5$ en az 4 kenar olma durumuna değinmiş ve son olarak $Ö_3$ en az 5 kenar olma durumuna değinmiştir. Buradan $Ö_1$ ve $Ö_4$'ün formal kavram tanımda yer alan *en az 3 kenar olma durumu* ile en doğru ifadeyi belirttikleri söylenebilir. $Ö_3$'ün ise düzgün çokgenlerden eşkenar üçgen ve karenin başında "düzgün" ifadesi bulunmadığı için kenar sayısının en az beş olacağını düşüncesini benimsediği akla gelmektedir. *Düzgün çokgen olmama durumu*nda $Ö_1$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ düzgün olmayan çokgenlerin kenar ölçülerinin eşitliği ile ilgili kesin ifadeler kullanmamışlardır. Bu boyut altında $Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_5$ üç kenar varsa üçgen; $Ö_1$, $Ö_5$ dörtkenar varsa dörtgen [dikdörtgen] ve $Ö_4$ beş kenar varsa beşgen elde edileceğini belirtmişlerdir. Sadece $Ö_1$ üçgen kavramından ayrıntılı şekilde bahsetmiş ve düzgün olmayan çokgenlere ikizkenar üçgen ile çeşitkenar üçgen

örneklerini vermiştir. Buradan $Ö_1$'in düzgün olmayan çokgenler için en zengin anlayışa sahip olan öğrenci olduğu söylenebilir.

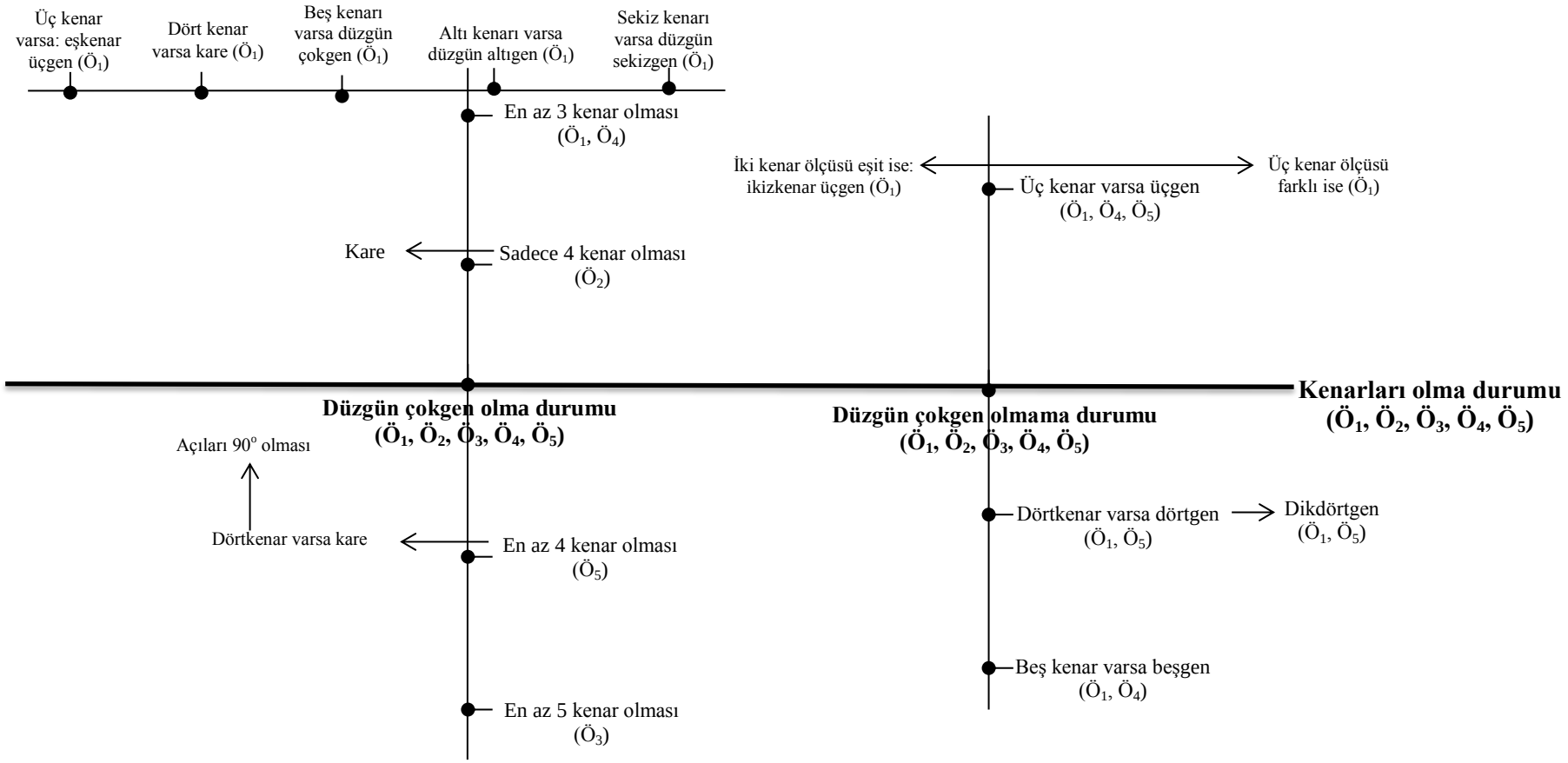
Katılımcı GE öğrencilerin ikinci görüşme protokolünden elde edilen çokgenin "*kenarları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu üçgen anlayışları tablo 4. 40 ile özetlenmiştir.

Tablo 4. 40. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Kenarları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Kenarları Olma Durumu**	
	Düzgün çokgen olma durumu *(kenar ölçüleri ve aynı zamanda açı ölçüleri birbirine eşit ise)*	***Düzgün çokgen olmama durumu*** *(kenar ölçüleri birbirine eşit değil ise)*
$Ö_1$	***En az 3 kenar olması*** Üç kenar varsa: eşkenar üçgen Dörtkenar varsa: kare Beş kenarı varsa: düzgün beşgen Altı kenar varsa: düzgün altıgen Yedi kenar varsa: yedigen Sekiz kenar varsa: düzgün sekizgen	***Üç kenar varsa: üçgen*** (iki kenar ölçüsü eşit ise: ikizkenar üçgen) (üç kenar ölçüsü farklı ise: çeşitkenar üçgen) ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** Dikdörtgen
$Ö_2$	***Sadece 4 kenar olması*** Kare	
$Ö_3$	***En az 5 kenar olması***	
$Ö_4$	*X*	***Üç kenar varsa: üçgen*** ***Beş kenar varsa: beşgen***
$Ö_5$	***En az 4 kenar olması*** Dörtkenar varsa: kare (açıların 90° olması)	***Üç kenar varsa: üçgen*** ***Dörtkenar varsa: dörtgen*** Dikdörtgen

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. X ise o bilginin görüşmelerden sonra elde edildiğini fakat kayıt altına alınamadığını gösteren ifadelerdir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. Görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*kenarları olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamalar Şekil 4. 155 ile sunulacaktır.

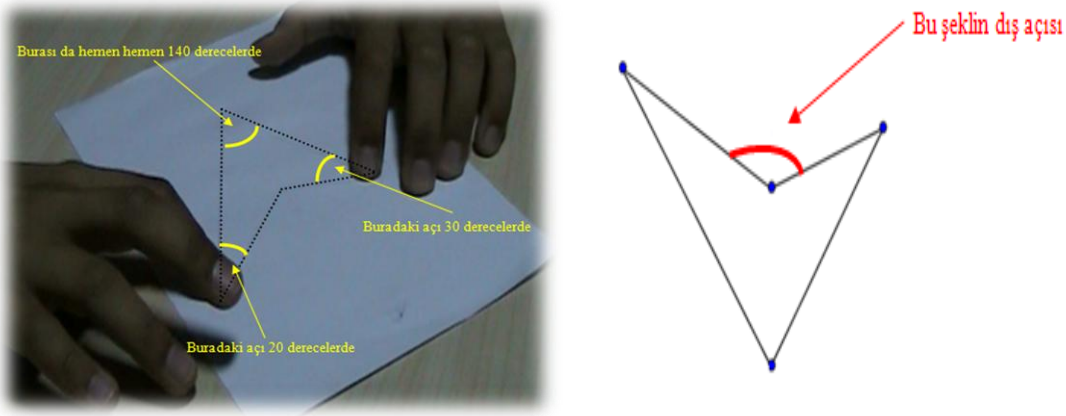


Şekil 4. 155. *GE Öğrencilerin 2 Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Kenarları Olma Durumu*

4.3.3.2.1.3. Açıları Olma Durumu (2. Görüşme)

Katılımcı GE öğrencilerin ikinci görüşme protokolünde yer alan yedinci ve sekizinci sorularını cevaplarken çokgenlerin [iç-dış] açılarına –açı ölçüleri toplamına, sayılarına, çeşitlerine- değinmişlerdir. $Ö_5$ hariç tüm katılımcı GE öğrenciler çokgende iç ve dış açıların sayısı hakkında fikirlerini belirtmişlerdir.

$Ö_1$ ikinci görüşme protokolünün 7. sorusuna ait raised-line şekil verildiğinde şekli ilk önce ortasında bir eksen varmışçasına negatif yönde incelemiş, ardından "*yalnız bu üçgen biraz garip bir üçgen. 1, 2, 3, 4 kenar, 4 kenarlı bir üçgen gibi. Ama üçgen değil... Üçgene çok benziyor ama üçgen değil*" demiştir. Araştırmacının "*Bu geometrik şeklin iç açı ölçüleri toplamı kaç derecedir?*" sorusuna karşılık "*Burayı sormuyorsunuz… İçleri?*" diyerek iç açıyı şeklin içinde kalan açı olarak betimlemiştir. Ardından $Ö_1$ açıları, iki kenar arasındaki aralıkları eliyle yay parçası çizerek ve "*şura, şura, şura, yine şuralara bir, şuraları yine 20*[°] *civarlarda bir şey söylesek... bir açıya baksak... ee hepsi dar açı*" diyerek ölçüsü küçük olan açılara odaklandığını göstermiştir. Araştırmacının "*Hepsi dar açı… dedin… Kaç açısı var bu şeklin?*" sorusuna $Ö_1$ "*Dışla beraber 4… yok bakim*" cevabını vererek dış açıyı dış bölgeye bakan açı olarak betimlemiştir. Bu problemdeki çokgenin iç açı ölçülerini bulmak için ise "*O zaman burası yine 20*[°] *ler de burası 30*[°] *lar da… Bura 20*[°] *bura 30*[°] *... burası da hem hemen hemen 140*[°] *filan çıkıyor…*" diyerek keyfi değerler vererek iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etmiştir. Aşağıda $Ö_1$'in yedinci probleme ait raised-line şeklin açıları ile ilgili görüntü ve açıklamalar şekil 4. 156 ile verilmiştir.



Şekil 4. 156. *$Ö_1$'in İç Açı ve Dış Açı Kavramlarına İlişkin Görüntü ve Açıklamaları*

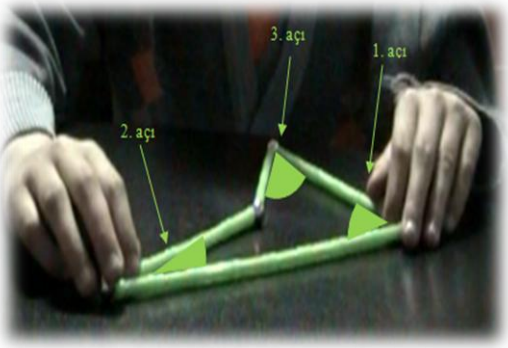
Öte yandan bu çokgende yer alan dış açı için –iç veya dış açı olması konusunda- karar vermede zorluk yaşayan $Ö_1$ bu kararsızlığı araştırmacı ile arasında geçen şu diyalogla görülmektedir:

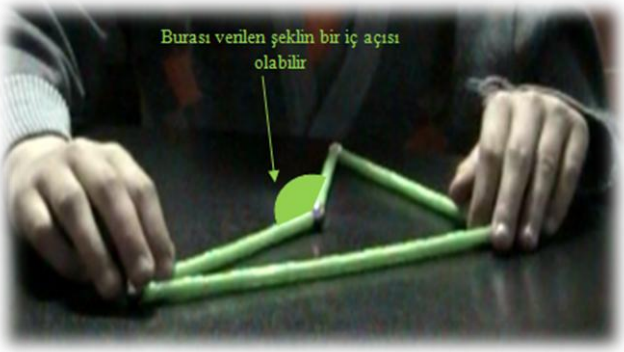
> **$Ö_1$:** *4 kenarı var ama… Şu dış açısı… O zaman burası sayılmıyor… Demi?*
> **Araştırmacı:** *Hmm o zaman 3 açısı mı var?*
> **$Ö_1$:** *Bir Dakka… Burası da sayılıyor mu? Haa evet burası geniş açısı… Burası 90[°]'ın üzerinde…*
> **Araştırmacı:** *Ama orası dış açı dedin az önce. Vaz mı geçtin?*
> **$Ö_1$:** [düşünüyor] *Ama sonuçta yani… Dış mı iç mi tam karar veremedim.* (gülüyor) [şekli saat yönünde inceliyor] [şekli saat yönünde döndürüyor] *Dışında gözüküyor ama içli dışlı bir açı bu. Evet,* [2 sn. sessizlik] *Dışta gözüküyor ama içli dışlı bir açı… Evet, burası* [elleriyle kenar arasındaki aralığı gösteriyor] *geniş açı ondan eminim 100[°] ler de filan var bir 90[°]…* [2. Görüşme protokolü, 7. Problem-$Ö_1$]

Bu ifadeleriyle dış açı için *içli-dışlı bir açı* benzetmesi yapan $Ö_1$ yine iki kenar arasındaki aralığı yay parçası ile göstererek ölçüsü küçük olan açıya odaklanmıştır. Ayrıca iç açı sayısı ile dış açı sayısının birbirine eşit olmayacağını da savunduğu söylenebilir çünkü bu çokgen için üç açı ve bir dış açı olacağını belirtmiştir.

"*Düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" sorusuna $Ö_1$ "*Kenar uzunluğu* [sayısı demek istiyor] *oldukça açısı da artar. Artabilir yani… Çünkü düzgün diyoruz zaten… Eşit olur*" diyerek düzgün çokgen söz konusu iken kenar sayısı arttıkça –her biri eşit olacak şekilde- iç açı ölçüleri toplamının artacağına dikkat çekmiştir. Öte yandan "*Düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça dış açı ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" sorusuna ise $Ö_1$ "[3 sn. sessizlik] *Dış… Dış açısı olur mu onu bilmiyorum ama… Olamayabilir… Ama mesela karenin dış açısı yok*" diyerek düzgün çokgenlerde dolayısıyla konveks çokgenlerde [$Ö_1$'e göre dışa bakan açıya sahip olmayan çokgenlerde] dış açının olmayacağını sonuç olarak dış açı ölçüleri toplamından bahsedilemeyeceğini belirtmiştir.

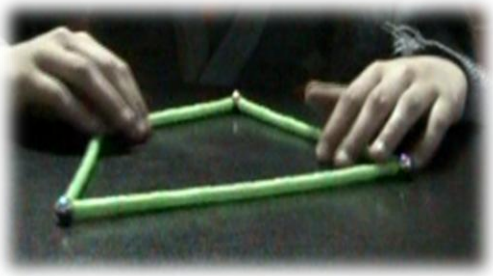
$Ö_1$ gibi $Ö_2$'de iç açıyı çokgenin iç bölgesinde kalan açı, dış açıyı da çokgenin dış bölgesinde dışa bakan açı olarak görmüştür. Yedinci soru sorulduğunda $Ö_2$ iki kenar arasındaki aralıkları eliyle yay parçası çizerek negatif yönde göstermiş ve ardından "*Yaa aslında şurada diye düşünüyorum ama burası değil*" diyerek –şüpheyle- dış açının da bir iç açı olabileceğini belirtmiştir. Aşağıda bu duruma ait görüntü ve açıklamalar şekil 4. 157'de yer almaktadır.

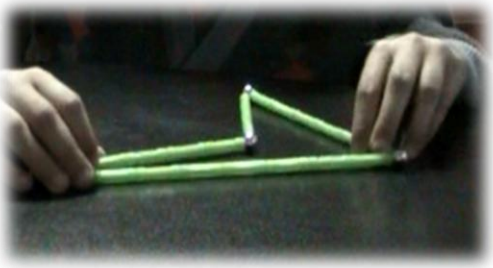


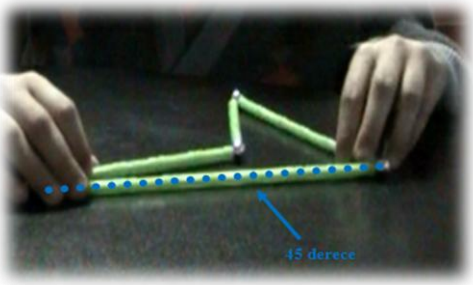


Şekil 4. 157. *Ö$_1$'in İç Açı ve Dış Açı Kavramlarına İlişkin Görüntü ve Açıklamaları*

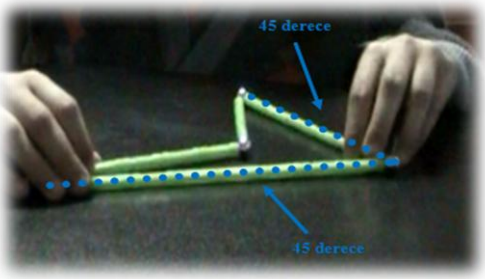
Buradan hem iç açı hem de dış açı söz konusu olduğunda Ö$_2$'nin ölçüsü küçük olan açıya odaklandığı, açıları aralık olarak tanımladığı ve aralıkları yay parçası ile gösterdiği söylenebilir. Araştırmacının "*Bu geometrik şekilde ki iç açıların ölçüleri toplamı kaç derecedir?*" problemini sorması üzerine Ö$_2$ şekil 4. 158 ile verilen şu açıklamaları yapmıştır:







45[°]... Veya 90[°] hocam. Bakın önceki yaptığımız şekilde 180[°] dedim. Neden? Çünkü açıları en azından bu şekilde [yandaki 1. Şekil] *genişti* [çokgenin iç bölgesinin genişliğini gösteriyor] *ama bu şekilde* [yandaki 2. Şekil] *ise bakın şurası 45[°]* [yandaki 3. Şekil]. *Şurayla şura arasında ki mesafe de 45[°] diyorum. Şurayla şura arasında ki mesafe* [köşeler arasındaki doğru parçasını gösteriyor] *de 45[°] diyorum...*

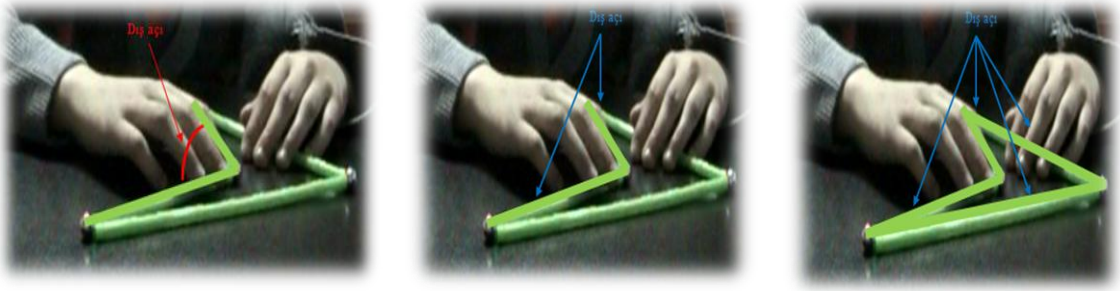


[2. Görüşme protokolü, 7. Soru-Ö$_2$]

Şekil 4. 158. *Ö$_2$'nin Açı Ölçülerine ve Niteliğine İlişkin Açıklamaları*

Buradan Ö$_2$'nin açıları kenar olarak tanımladığı, kenarları ise iki –köşe- nokta arasında yer alan doğru parçası olarak tanımladığı görülmektedir. Ek olarak, Ö$_2$'nin iç

açı ölçüleri toplamını ezbere olarak ifade ettiği ve şekil içerisindeki alanın genişliğine göre iç açı ölçüleri toplamına karar verdiği söylenebilir. Bu şekilde iç açı ölçüleri toplamının 180° olduğunu belirten $Ö_2$'ye, öncesinde söylediği ifadeler [bu çokgenin dört açısı vardır] hatırlatıldığında "*Aaa hocam, pardon 30*[^{o}]*, 30*[^{o}]*, 30*[^{o}]" demiştir. Bu şekilde de aynı çokgenin iç açı ölçüleri toplamının 90° olduğunu belirtmiştir. Böylece $Ö_2$'nin aynı soru için farklı cevaplar vermesiyle farklı anlayışlara sahip olduğu söylenebilir. Aynı sorunun ikinci kısmı olan "*Düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça dış açı ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" sorusuna $Ö_2$ dış açı olarak bir tek açı gösterebileceğini ve "*Yaa 1 tane olamaz ki... Bence 3 tane* [çokgenin kısa kenarlarına dokunuyor] *Ama*" diyerek iç açı ve dış açı sayısının eşit olması gerektiğine değinmiştir. Araştırmacının "*peki nerede diğer açılar?*" demesi üzerine çokgenin kenarlarını gösteren $Ö_2$ bu sefer de "*bence bura, bura… Bura ve bura… Ama 4 oldu*" açıklamasını yapmıştır. Böylece $Ö_2$ **iç ve dış açı sayılarının eşit olmasa da** olur düşüncesini savunmuştur. Ardından "*o* [dış açı ölçüleri toplamı] *da 90*[^{o}]*dır hocam*" diyen $Ö_2$'ye nedeni sorulduğunda "*180*[^{o}] *tamamlamak için*" cevabını vermiştir. Aşağıda bu duruma ilişkin görüntü ve açıklamalar şekil 4. 159 ile sunulmuştur.



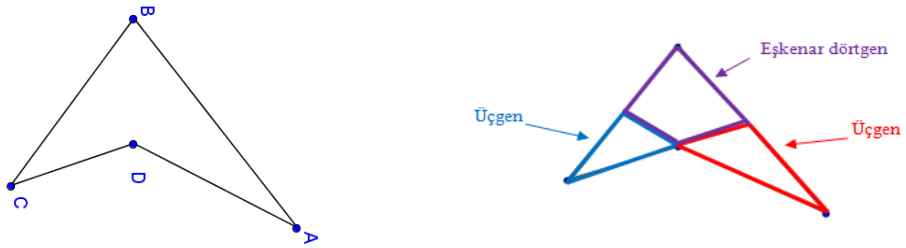
Şekil 4. 159. *$Ö_2$'nin Konveks Olmayan Çokgende Dış Açı Anlayışlarına İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Böylece $Ö_2$ kenarları hem iç açı hem de dış açı olarak tanımladığı ve iç açı ile dışa açı ölçüleri toplamını 180° olarak ezbere hesapladığı görülmüştür.

"*Peki, düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça… iç açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" problemi sorulduğunda ise $Ö_2$ "*İyide iç açı veya açı diye bir şey kalmaz ki*" demiştir. Sebep olarak ta "*Mesela yedigenin kendine özel bir şeyi var. Altıgenin kendine özel bir açısı var. Dörtgenin öyle, yani karenin...*" açıklamasını yapmıştır. Araştırmacının "*Yani birincideki açı… açı ile, ikincideki açının ölçüleri toplamını karşılaştırırsan… Nasıl değişir?*" şeklinde soruyu düzeltmesi üzerine $Ö_2$ "*artar, Mesela 360 sa 470 olur. 460 olur. Yaa bir 100 cm falan artar*" diyerek kenarları açı olarak ve

dolayısıyla açının ölçüsünü uzunluk olarak tanımladığını –derece ile cm'yi eşdeğer gördüğü- göstermiştir. Ek olarak karenin iç açı ölçüleri toplamının ise 360° olduğunu ezbere ifade ettiği ve düzgün çokgenlerde kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamının da artacağını savunduğu görülmüştür. Araştırmacının "*peki dış açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" problemine ise "*Bir fikrim yok*" cevabını vererek cevap vermek istememiştir. Buradan $Ö_2$'nin düzgün çokgenlerde dış açının varlığı hakkında bilgisi olmadığı veya var olmadığına inanmış olabileceği söylenebilir.

Yedinci soru $Ö_3$'e sorulduğunda hayali çizgilerin varlığını düşünerek çokgeni tanıdığını "*buralar da üçgen oluşuyor, burası dörtgen oluyor. Öyle bir şekil*" sözleriyle ifade etmiştir. Aşağıda bu durumu açıklayan görüntüler şekil 4. 160 ile verilmiştir.



Şekil 4. 160. *$Ö_3$'ün Yedinci Probleme Ait Raised-Line Şekle Ait Algısı*

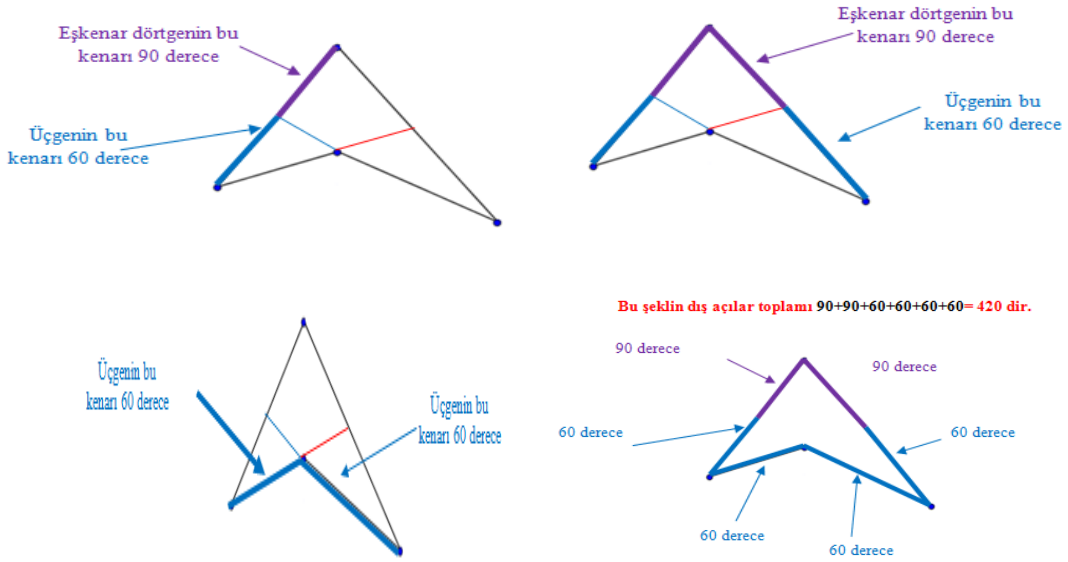
"*Bu çokgenin iç açı ölçüleri toplamı ne kadardır?*" problemi sorulduğunda $Ö_3$ aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

> *Hani şuraya bir çizgi çekersek üçgen 180° iç açıları toplamı. Burdan da aynı çizgiyi çekersek burada da üçgen oluşuyor yine 180[°]. Burada kalan yer* [hayali çizgiyi gösteriyor] *buradan çektik, bir de buradan burası dörtgeni oluşturuyor. Dörtgenin de ıı 160… 360° iç açıları toplamı...* [2. Görüşme protokolü, 7. Problem-$Ö_3$]

Buradan $Ö_3$'ün verilen –alışık olmadığı- bir çokgenin iç açılar toplamını bulmak için bildiği çokgenlere [üçgen, dörtgen] ayırma yöntemini kullandığı ve daha sonra bu çokgenlerin iç açı ölçülerini topladığı görülmüştür. Ek olarak $Ö_3$'ün iç açı kavramı için çokgenin iç bölgesinde kalan açıları göz önüne aldığı söylenebilir. Öte yandan "*bu çokgenin dış açı ölçüleri toplamı kaç derecedir?*" sorusu yönlendirildiğinde $Ö_3$ yine çokgeni bilinen çokgen parçalarına ayırarak cevap bulmak için uğraşmıştır. Ancak bu sefer bilinen çokgenler daha net hale gelmiş ve adları eşkenar üçgen ile eşkenar dörtgen olmuştur. Aşağıda $Ö_3$'ün bu ifadeleri yer almaktadır:

Dış açıları… ıı onu da şu şekilde yapabiliriz... Hani burada 2 tane üçgen bir tane de… Eşkenar dörtgen. Iıı eşkenar dörtgenin bu kenarı 90°. Üçgenin bu kenarı 60°. 90[°]' la 60[°]'ı toplayarak dış kenarı bulabiliriz [2. Görüşme protokolü 7. Problem-Ö$_3$]

Buradan Ö$_3$'ün dış açı söz konusu olduğunda kenarları açı olarak yorumladığı, kenar ölçüleri eşit olan çokgenler düşünerek her kenara ait -kendince- ölçüyü bulduğu görülmüştür. Aşağıda Ö$_3$'ün bu işlem sürecini anlatan görüntüler ve açıklamalara şekil 4. 161 ile yer verilmiştir.



Şekil 4. 161. *Ö$_3$'ün Dış Açı Ölçüleri Toplamını Bulma Süreci*

Böylece Ö$_3$'e göre; dış açı ölçüleri toplamı kenar ölçülerinin toplamıdır şeklinde bir yorum yapılabilir. Ek olarak Ö$_3$'ün iç açı sayıları ile dış açı sayılarının eşit olmayacağını da savunduğu düşünülebilir, çünkü iç açı ölçüleri toplamını bulurken 2 üçgen ve 1 dörtgenden faydalanarak aslında 10 adet iç açıyı ancak sadece 6 adet dış açıyı göz önüne aldığı gözlenmiştir.

İkinci görüşme protokolünün sekizinci sorusuna cevap olarak Ö$_3$ "*4 kenarlıyken… 360[°] oluyor iç açılarının ölçüsü. Bi kenar daha ekler bir beşgen oluştururuz. ıı beşgeninkini tam hatırlamıyorum… ıı ama ya artıyor... İç açılarının toplamı… Kenar sayısı arttıkça iç açısı da artıyor*" demiştir. Böylece Ö$_3$'ün iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade ettiği görülmüştür. Araştırmacının daha sonra "*Peki dış açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?*" sorusuna karşılık "*Dış açısı* [2 sn. sessizlik] *o da artar*" demiştir. Ö$_3$ sonrasında ise aşağıdaki açıklamayı yapmıştır:

> *Ya mesela bir dörtgen de… ee… iç açılarının toplamı 360*[o]*. Dış açısı da… Şey oluyor belli bir sayı oluyor yani tam hatırlamıyorum. Beşgende de mesela iç açılarının toplamı dörtgenden daha büyük oluyor… Dış açısı da dörtgenden daha büyük oluyor yani… Sayı arttıkça artıyor* [2. görüşme protokolü, 8. problem-$Ö_3$]

Buradan $Ö_3$'ün düzgün çokgenler –dolayısıyla konveks çokgenler- söz konusu olduğunda kenar sayısı arttıkça dış açı ölçülerinin de artacağını savunduğu anlaşılmaktadır.

İkinci görüşme protokolünün yedinci problemi sorulduğunda $Ö_4$ ilk olarak çokgeni tanımaya çalışmış ardından çokgene isim vermiştir. Ancak çokgenin kenarlarını sayarken yanlış saydığı için [beş, üç] yanlış isimlendirmeler [beşgen, üçgen] yapmıştır. Son olarak çokgene üçgen ismini verdikten sonra araştırmacının "*iç açı ölçüleri toplamı ne kadardır?*" sorusuna $Ö_4$ "*180*[o]" cevabını vermiştir. Buradan $Ö_4$'ün iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade ettiği söylenebilir. Araştırmacının "*peki, dış açı ölçüleri toplamı?*" sorusuna ise "*o da 180*[o]" cevabını vermiştir. Ancak daha sonra fikir değiştirerek "*Her şeklinnn* [3 sn. düşünüyor] *bir dış açısı 180*[o] *oluyordu yanılmıyorsam*" ifadelerini kullanmıştır. Daha sonra dış açı ölçüleri toplamını bulmak için "*3 tane dış açısı oluyoduuu… 3 kere 200… 540*[o] *oluyor galiba… Evet*" şeklinde bir işlem yapmıştır. Buradan $Ö_4$'ün çokgenlerde bir dış açının ölçüsünü 180° olarak tanımladığı görülmüştür. Ek olarak $Ö_4$'ün iç açı sayısı ile dış açı sayısının eşit olması gerektiğini savunmuş olabileceği düşünülebilir.

$Ö_4$ sekizinci problem sorulduğunda iç açı ölçüleri toplamının artacağını, hatta açı sayısının da artacağını belirtmiş ve "*Her bir açısıı* [2 sn. sessizzlik] *artar*" sözlerini eklemiştir. Dış açı ölçülerinin nasıl değişeceğini soran araştırmacıya ise "*Dış açılar… Ölçüleri toplamı… oda şeklin kenarı çoğaldığı için artar yani*" demiştir. Böylece düzgün çokgenler söz konusu iken $Ö_4$'ün de $Ö_3$ ile benzer anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca $Ö_4$'ün düzgün çokgenlerin dış açıları olduğu anlayışına sahiptir denilebilir.

Son olarak $Ö_5$ ise yedinci problem için önce çokgeni tanıma çalışmış ve "*Aslında bu üçgene de benziyor ama* [2 sn. sessizlik] *dikdörtgen gibi de çünkü 4 kenarı var öyle*" sözlerini kullanmıştır. Araştırmacının "*İç açılar ölçüleri toplamı ne kadar demiştin?*" sorusuna "*Ya eğer dörtgense 360*[o] *ama üçgense 180*[o]" şeklinde bir cevap

vermiştir. Bu ifadesiyle aslında şekli tanıyamadığı ve çelişkide kaldığı söylenebilir. Öte yandan "*dış açılarının ölçüleri toplamı ne kadardır?*" sorusuna "*Yani iç açılarının toplamı ve mesela bu üçgense (3-2), 1… 1*180*[°]" demiş ve ardından dış açıyı çok iyi hatırlamadığı belirtmiştir. Buradan Ö$_5$'in çokgenin iç açı ölçüleri toplamını $(n-2)180°$ formülü ile bulduğu görülmüştür. Ö$_5$ sekizinci problemine ise şu cevabı vermiştir:

> *Yani… Aslında şimdi… 4…4… kareyse 360*[°] [4 sn. sessizlik] *beşgense gene aynı formül… Yaparak 5-2 eşittir arttıkça onlar da artıyor ve kenar… Uzunluklarını ve açılarının aynı olmasına dikkat ediyoruz ve onlarda artıyor kenarları arttıkça* [2. Görüşme protokolü, 8. Problem-Ö$_5$]

Böylece düzgün çokgenler söz konusu olduğunda da çokgenlerin iç açı ölçüleri toplamını $(n-2)180°$ formülü ile bulunacağını ifade eden Ö$_5$ daha sonra "*Her bir açısı da aynı olacak yani… Beşgense 5 kenarının ölçüsü de aynı*" diyerek düzgün çokgen kavram tanımını kullanmıştır. Araştırmacının dış açı ölçülerinin nasıl değişeceğini sorması üzerine ise Ö$_5$ bilmediğini ifade ederek cevap vermemiştir.

4.3.3.2.1.4. GE Öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti

Bu kategoride, katılımcı GE öğrenciler çokgen kavramını açıları olan bir geometrik şekil olarak tanımlamışlar ve çokgenin açılarına ilişkin bazı özelliklere değinmişlerdir. Bu özellikler; çokgenin açı ölçüleri toplamı, açı sayıları ve çokgende bulunan açı çeşitleri olarak ele alınmıştır. Çokgende açı ölçüleri toplamından bahseden katılımcı GE öğrenciler bu toplamların çokgenden çokgene değişeceğine, *iç açı ölçüleri toplamının farklı olması* ve *dış açı ölçüleri toplamının farklı olması* üzere iki şekilde ele alınacağına değinmişlerdir. Tüm katılımcı GE öğrenciler iç açı ölçüleri toplamının farklı olacağını belirtirken çokgenlerin düzgün olması ve düzgün olmaması durumunda farklı görüşler bildirmişlerdir. Düzgün çokgen söz konusu iken iç açı ölçüleri toplamı; Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$ ezbere ifade ederken sadece Ö$_5$ iç açı ölçüleri toplamının $(n-2)180°$ formülü ile elde edileceğini belirtmiştir. İç açı ölçülerini ezbere ifade eden aynı zamanda kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamının da artacağında hem fikir olurken sadece Ö$_2$ karenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olmasından bahsetmiştir. Düzgün çokgen söz konusu olmadığında ise; iç açı ölçüleri toplamını Ö$_1$, Ö$_4$ ezbere ifade ederken, Ö$_2$

çokgenin içerisindeki alana göre, Ö$_3$ çokgeni bilinen çokgen parçalarına ayırarak ve son olarak Ö$_5$ ise yine $(n-2)180°$ formülünü kullanarak bulmuştur.

Dış açı ölçüleri toplamının çokgenden çokgene farklılık göstereceğini belirten Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$ konveks olmayan çokgenler söz konusu olduğunda dış açı ölçüleri toplamını; kenar ölçülerini toplayarak [Ö$_2$, Ö$_3$] ve dış açıların her birinin 180° olmasıyla [Ö$_4$] elde edeceklerini ifade etmişlerdir. Dış açı ölçüleri toplamının kenar ölçüleri toplamı olduğunu savunan Ö$_2$ ve Ö$_3$, bilinen çokgen parçalarına ayırarak [Ö$_3$] ve iç açı ile dış açı toplamının 180° olmasıyla [Ö$_2$] elde edebileceklerini söylemişlerdir. Konveks çokgenler söz konusu olduğunda ise sadece Ö$_3$ ve Ö$_4$, kenar sayısı arttıkça dış açı ölçüleri toplamı olacağını savunmuşlardır. Buradan tüm katılımcı GE öğrencilerin çokgenlerde dış açı ölçüleri toplamının sabit olduğunu bilmedikleri ancak Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$'ün dış açı ölçüleri toplamını bulmak için farklı stratejilere/bilgilere başvurdukları söylenebilir.

Ö$_5$ hariç tüm öğrencilerin dile getirdiği bir diğer özellik iç açı ile dış açı sayısının eşit olup olmayacağı olmuştur. Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$ çokgenlerde iç açı sayısının dış açı sayısına eşit olmayacağını savunurken; Ö$_2$ ve Ö$_4$ bu eşitliğin olacağına değinmişlerdir. Buradan Ö$_2$'nin hem eşitlikten hem de eşit olmamadan bahsetmesi onun iki farklı ve de çelişkili bir anlayışa sahip olduğunu gösterebilir.

Tüm katılımcı GE öğrencilerin ifade ettiği bir diğer özellik ise çokgenlerde farklı açı çeşitlerinin varlığı olmuştur. Tüm öğrenciler iç açının çokgenin iç bölgesinde yer alacağını -yani çokgenin içinde kalan açı- söylerken/gösterirken, Ö$_5$ hariç tüm öğrencilerin de dış açıyı çokgenin dış bölgesinde yer alan açı –yani dışarıya bakan açı- olarak belirttiği dikkati çekmiştir. Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$ ise sadece çokgende iç açıların varlığı ile ilgilenmişlerdir. Ancak sadece Ö$_1$ ve Ö$_2$ iç açıların niteliğine değinmişlerdir. Örneğin hem Ö$_1$ hem de Ö$_2$ iç açıları iki kenar arasındaki aralık [aralığı yay parçası olarak gösterme] olarak tanımlayıp ölçüsü küçük olan açıya odaklanırken Ö$_2$ aynı zamanda kenarların [köşeler arasındaki doğru parçaları] açı olduğuna değinmiştir. Buradan Ö$_2$'nin iç açı kavramının niteliği için aynı anda birbirinden farklı iki yapıyı göz önünde bulundurduğu dolayısıyla çoklu bir anlayışa sahip olduğu tespit edilmiştir.

Ö$_5$ hariç katılımcı GE öğrenciler, çokgenlerde dış açı kavramını konveks çokgen söz konusu iken [Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_4$] ve konveks çokgen söz konusu değilken [Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$] ele almışlardır. Konveks çokgen söz konusu olduğunda Ö$_4$ düzgün çokgenlerin dış

açılarının olacağını, $Ö_1$, $Ö_2$ ise düzgün çokgenlerin dış açılarının olamayacağını belirtmişlerdir. Konveks çokgen söz konusu değil iken $Ö_2$, $Ö_3$ kenarları; $Ö_1$, $Ö_2$ de iki kenar arasındaki aralığı açı olarak nitelendirmiştir. Aralığı açı olarak niteleyen $Ö_1$ ve $Ö_2$ bu aralığı yay parçası ile göstermişler ve ek olarak ölçüsü küçük olan açıya odaklanmışlardır. Sonuç olarak $Ö_2$'nin dış açıyı hem kenar olarak hem de aralık olarak tanımladığı görülmüştür. Dolayısıyla $Ö_2$'nin aynı kavram için birden fazla anlayışa sahip olduğu söylenebilir. Öte yandan dış açı kavramından tek bahsetmeyen kişi $Ö_5$ olurken, $Ö_1$ ise sadece dış açının varlığından bahsettiği görülmüştür.

Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*açıları olma durumu*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu çokgen anlayışları tablo 4. 41 ile özetlenmiştir.

Tablo 4. 41 *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Açıları Olma Durumu" Kategorisinin Özeti*

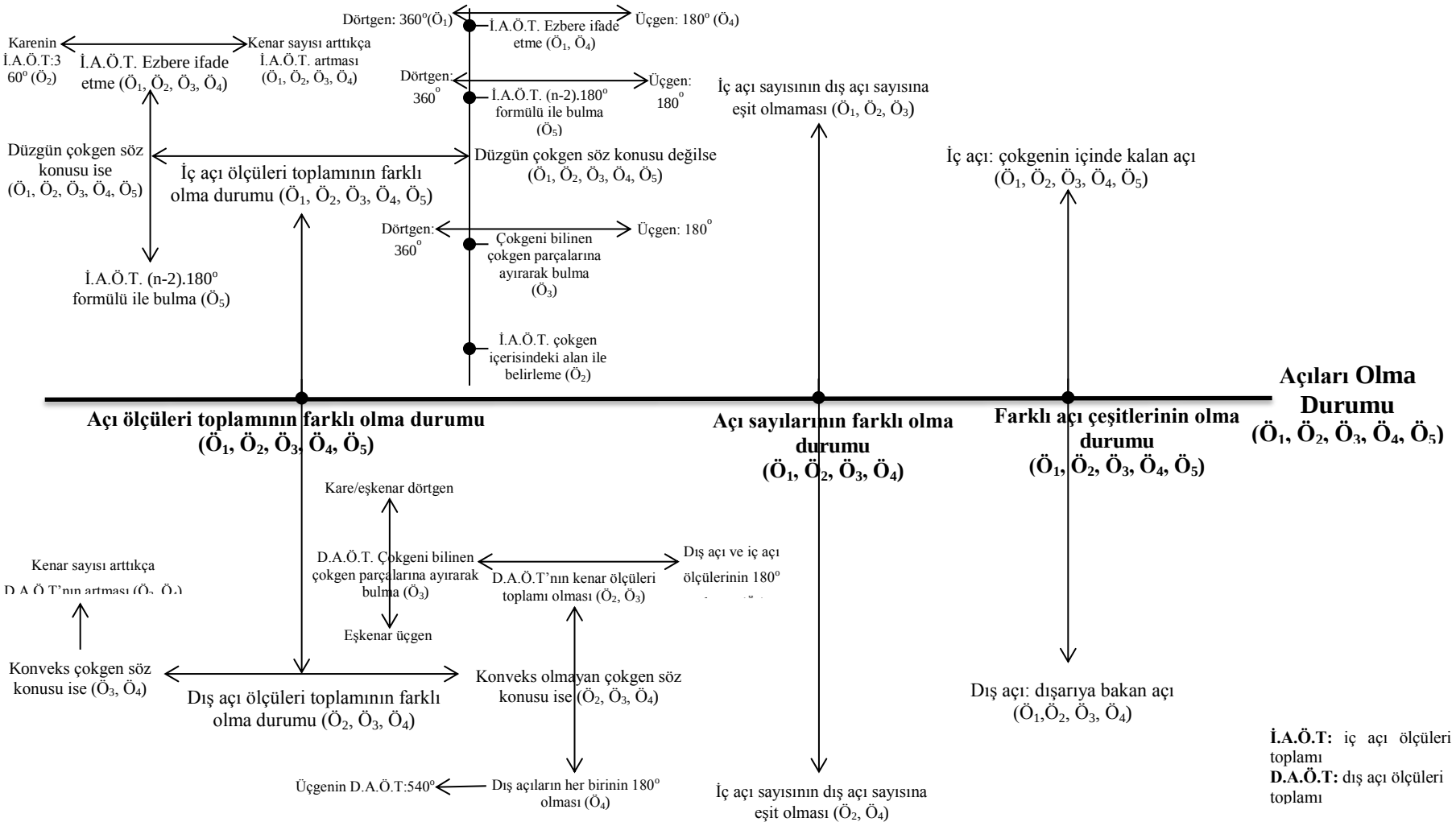
Kategori Öğrenci	**Açıları Olma Durumu**		
	Açı ölçüleri toplamının farklı olma durumu	***Açı sayılarının farklı olma durumu***	***Çokgende farklı açı çeşitlerinin olma durumu***
$Ö_1$	***İç açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Düzgün çokgen söz konusu ise (iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etme) -kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamının artması- Düzgün çokgen söz konusu değilse (iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etme) -dörtgen: 360°-	***İç açı sayısının dış açı sayısına eşit olmaması***	***İç açı: çokgenin içinde kalan açı*** Kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu (aralığı yay parçası ile gösterme) -ölçüsü küçük olan açıya odaklanma- Kenarlar arasında kalan alana göre açı çeşidini belirleme *Alan dar ise: dar açı* *$0<$dar açı$<90^0$* *Alan geniş ise: geniş açı* *Geniş açı$>90^o$* Kenarların birbirine olan konumuna göre açı çeşidini belirleme *Dik açı* ***Dış açı: dışarıya bakan açı*** Konveks çokgen söz konusu ise (düzgün çokgenlerin dış açılarının olmaması) Konveks çokgen söz konusu değilse (kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu) -aralığı yay parçası ile gösterme- Ölçüsü küçük olan açıya odaklanma *Kenarlar arasında kalan alana göre açı çeşidini belirleme: geniş açı*

$Ö_2$	***İç açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Düzgün çokgen söz konusu ise (ezbere ifade etme) -kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamının artması- -karenin iç açı ölçüleri toplamı: 360°- Düzgün çokgen söz konusu değilse (iç açı ölçüleri toplamını çokgen içerisindeki alan ile belirleme) ***Dış açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Konveks olmayan çokgen söz konusu ise (dış açı ölçüleri toplamının kenar ölçüleri toplamı olması) -dış açı ve iç açı ölçüleri toplamının 180° olması-	***İç açı sayısının dış açı sayısına eşit olması*** ***İç açı sayısının dış açı sayısına eşit olmaması***	***İç açı: şeklin içinde kalan açı*** Kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu (aralığı yay parçası ile gösterme) -ölçüsü küçük olan açıya odaklanma- Kenarlar arasında kalan alana göre açı çeşidini belirleme *Alan dar ise: dar açı* *Dar açı: 30°* Kenarların açı olma durumu (kenar: köşeler arasındaki doğru parçası) ***Dış açı: dışarıya bakan açı*** Konveks çokgen söz konusu ise (düzgün çokgenlerin dış açılarının olmaması) Konveks çokgen söz konusu değilse (kenarlar arasındaki aralığın açı olma durumu) -aralığı yay parçası ile gösterme- Ölçüsü küçük olan açıya odaklanma (Kenarların açı olma durumu)
$Ö_3$	***İç açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Düzgün çokgen söz konusu ise (iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etme) -kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamının artması- Düzgün çokgen söz konusu değilse (iç açı ölçüleri toplamını, çokgeni bilinen çokgen parçalarına ayırarak bulma) -üçgen:180°- -dörtgen: 360°- ***Dış açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Konveks olmayan çokgen söz konusu ise (dış açı ölçüleri toplamının kenar ölçüleri toplamı olması) -dış açı ölçüleri toplamının bilinen çokgen parçalarına ayırarak bulma- Eşkenar üçgen Kare/eşkenar dörtgen Konveks çokgen söz konusu ise (kenar sayısı arttıkça dış açı ölçüleri toplamının artması)	***İç açı sayısının dış açı sayısına eşit olmaması***	***İç açı: şeklin içinde kalan açı*** ***Dış açı: dışarıya bakan açı*** Konveks çokgen söz konusu değilse (Kenarların açı olma durumu)

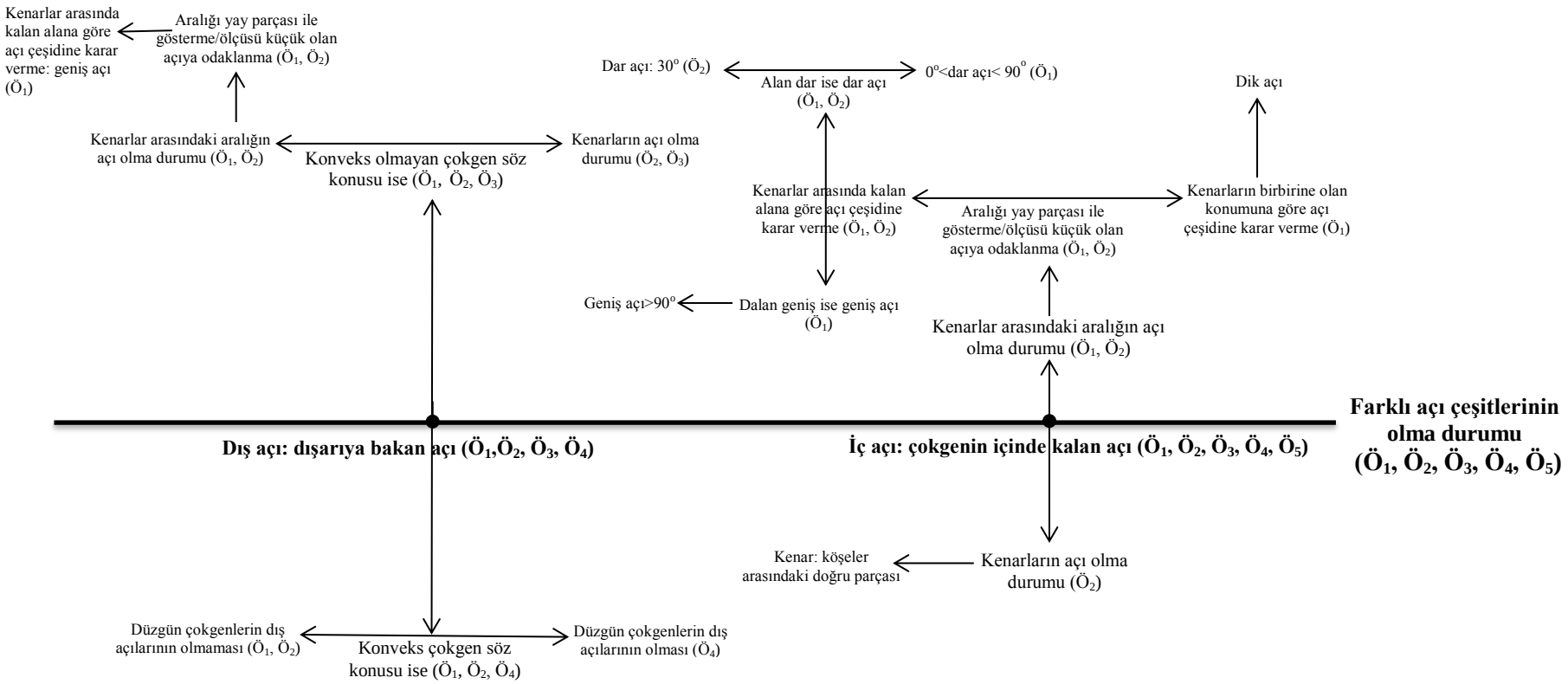
Ö$_4$	***İç açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Düzgün çokgen söz konusu ise (iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etme) -kenar sayısı arttıkça iç açı ölçüleri toplamının artması- Düzgün çokgen söz konusu değilse (iç açı ölçüleri toplamını ezbere ifade etme) -üçgen: 180°- ***Dış açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Konveks olmayan çokgen söz konusu ise (dış açıların her birinin 180° olması) -üçgenin dış açı ölçüleri toplamı: 540°- Konveks çokgen söz konusu ise (kenar sayısı arttıkça dış açı ölçüleri toplamının artması)	***İç açı sayısının dış açı sayısına eşit olması***	***İç açı: şeklin içinde kalan açı*** ***Dış açı: dışarıya bakan açı*** Konveks çokgen söz konusu ise (düzgün çokgenlerin dış açılarının olması)
Ö$_5$	***İç açı ölçüleri toplamının farklı olması*** Düzgün çokgen söz konusu ise (iç açı ölçüleri toplamını (n-2)*180° formülü ile bulma) Düzgün çokgen söz konusu değilse (iç açı ölçüleri toplamını (n-2)*180° formülü ile bulma) -üçgen:180°- -dörtgen: 360°-		***İç açı: şeklin içinde kalan açı***

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir.

Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 2. görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan "*açıları olma durumu*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 162 ve şekil 4. 163 ile sunulacaktır.



Şekil 4. 162. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-I*



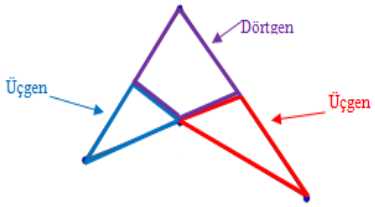
Şekil 4. 163. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kişisel* Betimlemelerinin *Eksensel Olarak Kodlanması: Açıları Olma Durumu-II*

4.3.3.2.2. GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Öğrencilerin Kavram Özellikleri (2. Görüşme)

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, 2. Görüşme protokolündeki "çokgen" ile ilgili kavram imajlarından olan kavram özellikleri *çokgenliği belirleme stratejileri* olmak üzere tek kategori olarak incelenecektir.

4.3.3.2.2.1. Çokgenliği Belirleme Stratejileri (2. Görüşme)

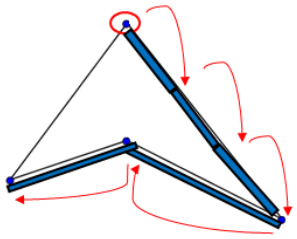
Bu kategoride ilk görüşmeden farklı olarak ortaya çıkan veya bu durumu destekleyen bazı örnekler verilecektir. Birinci görüşme protokolünde olduğu gibi ikinci görüşme protokolünde de *şekli inceleme stratejisi, şekli döndürme stratejisi, odaklanma stratejisi* ve *kenarları sayma stratejisi* ortaya çıkmıştır. İlk görüşmede olduğu gibi ikinci görüşmede de şekli tek yönde [negatif yönde] inceleme stratejisini katılımcı GE öğrenciler kullanmışlardır. Ayrıca bariz olarak fark edilen bir durum ise kenarları sayma stratejisinde hiçbir öğrencinin pozitif yönde kenarları saymamasıdır. Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleyen $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_5$'ten sadece $Ö_1$ ve $Ö_3$ tek yöne [negatif] doğru incelemeye yönelmiştir. Örneğin; ikinci görüşme protokolünün 7. probleminde kendisine verilen raised-line şekli $Ö_1$ önce pozitif yönde döndürmüş sonrasında ise şekli ortasında bir eksen varmışçasına negatif yönde inlemiş ve "*Bu… bayağı bir zor*" diyerek bu sefer de şekli negatif yönde incelemiştir. Şekli tanımakta zorluk çeken [tanıdık bir şekil olmayınca] $Ö_1$'e araştırmacı şekli tanımasında yardımcı olmuştur. Bundan sonra $Ö_1$ kenarları negatif yönde saymış ve ardından "*4 kenarlı bir üçgen gibi… Ama üçgen değil... Üçgene çok benziyor ama üçgen hiç değil*" diyerek bütüne odaklanmıştır. Aynı soruda $Ö_3$ şekli önce negatif yönde incelemiş ardından ise ortasında bir eksen varmışçasına negatif yönde incelemiştir. Araştırmacının "*nasıl bir şekil?*" şeklinde sorması üzerine şekli pozitif yönde döndürerek aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:



Iıı… Bu şekil… Şuradan bir şey… Çizgi çekersek şuralar [şekli ortasında bir eksen varmışçasına zıt yönlere doğru inceliyor] *3 tane üçgen oluşuyor Öyle bir şekil yani buralar da üçgen oluşuyor. Burası dörtgen oluyor. Öyle bir şekil* [2. görüşme protokolü, 7. problem]

Şekil 4. 164. *$Ö_3$'ün Kullandığı Parçalara Odaklanma Stratejisine İlişkin Görüntü ve Açıklamalar*

Buradan Ö$_3$'ün hayali çizgiler çizerek şekli tanımaya çalıştığı ve bu esnada şeklin içinde oluşturduğu hayali çokgenlere odaklandığı söylenebilir. Ö$_4$ ise aynı problemde kenarları sayma stratejisini kullanmıştır. Kenarları negatif yönde saymayı tercih eden Ö$_4$'ün bu duruma ilişkin görüntüsü şekil 4. 165 ile gösterilmiştir.



Şekil 4. 165. *Ö$_4$'ün Kullandığı Kenarları Sayma Stratejisine İlişkin Görüntü*

Buradan Ö$_4$'ün kenarları bu şekilde sayması ile şekli tanımakta zorluklar yaşadığını gösterebilir. Nitekim bu çokgenin dörtkenarı varken Ö$_4$ beş kenarı olduğunu belirtmiştir.

4.3.3.2.2.2. GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti

Bu kategori ilk görüşme protokolünde olduğu gibi öğrencilerin kendilerine verilen raised-line materyallerin çokgenliğini incelerken kullandıkları stratejileri ele almaktadır. Bu stratejiler; şekli inceleme stratejisi (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$, Ö$_5$), şekli döndürme stratejisi (Ö$_1$, Ö$_5$), odaklanma stratejisi (Ö$_1$, Ö$_3$, Ö$_5$) ve son olarak kenarları sayma stratejisi (Ö$_1$, Ö$_4$) olmak üzere dört başlık altında incelenmiştir. Şekli tanımak için; tüm öğrenciler şekli ortasında bir eksen varmışçasına [tek yöne doğru, zıt yönlere doğru] ve şekli tek yönde [negatif yönde, pozitif yönde] olmak üzere iki farklı yolu denemişlerdir.

Problemlerde hazırlanan şekli tanımak için Ö$_1$ ve Ö$_5$ raised-line materyali negatif yönde döndürürken, sadece Ö$_1$ pozitif yönde döndürmüştür. Ö$_1$ ve Ö$_5$ aynı zamanda şeklin tamamına [üçgen] odaklanma durumunu da göstermişlerdir. Farklı olarak Ö$_3$ ise şeklin parçalarına [üçgen, dörtgen] odaklanmıştır.

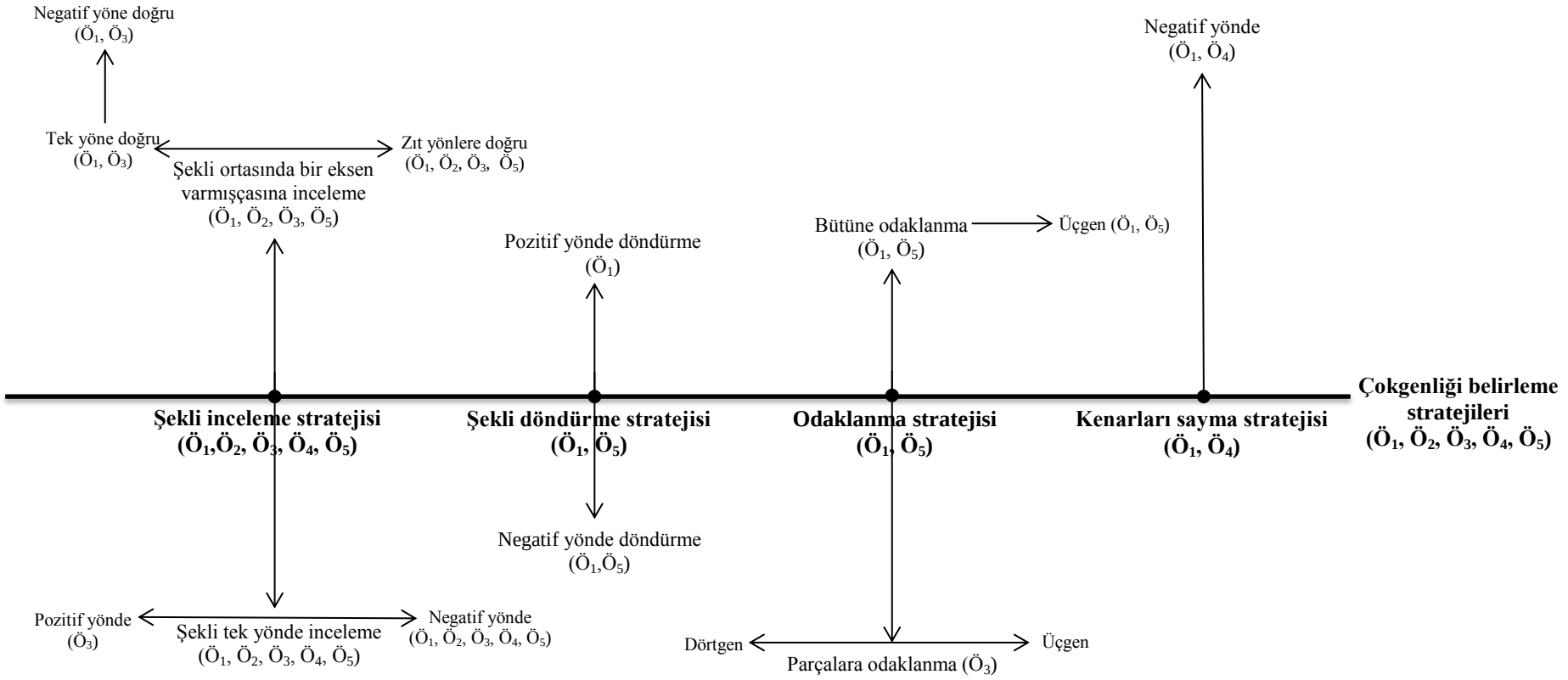
Geometrik şekilleri tanımak için kenarları sayma işlemine başvuran katılımcı GE öğrenciler ise Ö$_1$ ve Ö$_4$ [negatif yönde] olmuştur. Bu öğrenciler kenarları sadece negatif yönde saymışlardır.

Katılımcı GE öğrencilerin çokgenin "*çokgenliği belirleme stratejileri*" kategorisine ait her bir öğrencinin sahip olduğu açı anlayışları tablo 4. 42'de özetlenmiştir.

Tablo 4. 42. *GE öğrencilerin 2. Görüşme Protokolündeki Çokgen Kavramına Yönelik "Çokgenliği Belirleme Stratejileri" Kategorisinin Özeti*

Kategori Öğrenci	**Çokgenliği Belirleme Stratejileri**			
	Şekli inceleme stratejisi	***Şekli döndürme stratejisi***	***Odaklanma stratejisi***	***Kenarları sayma stratejisi***
Ö$_1$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru (Negatif yöne doğru) Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Negatif yönde	***Pozitif yönde döndürme*** ***Negatif yönde döndürme***	***Bütüne odaklanma*** Üçgen	***Negatif yönde***
Ö$_2$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Negatif yönde			
Ö$_3$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Tek yöne doğru (Negatif yöne doğru) ***Şekli tek yönde inceleme*** Pozitif yönde Negatif yönde		***Parçalara odaklanma*** Üçgen Dörtgen	
Ö$_4$	***Şekli tek yönde inceleme*** Negatif yönde			***Negatif yönde***
Ö$_5$	***Şekli ortasında bir eksen varmışçasına inceleme*** Zıt yönlere doğru ***Şekli tek yönde inceleme*** Negatif yönde	***Negatif yönde döndürme***	***Bütüne odaklanma*** Üçgen	

Not: Gri dolgular o alt kategorinin belirlenen öğrencide görülmediğini göstermektedir. Şimdi de, katılımcı GE öğrencilerin 1. görüşme protokolündeki "çokgen" kavramına yönelik ortaya çıkan, üçgenin "*çokgenliği belirleme stratejileri*" kategorisine ait eksensel olarak kodlamaları şekil 4. 166 ile verilecektir.



Şekil 4. 166. *GE Öğrencilerin 2. Görüşmedeki "Çokgen" ile İlgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Çokgenliği Belirleme Stratejileri*

V. BÖLÜM

SONUÇLAR, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmada yer verilen birinci görüşme protokolü (8 soru) ve ikinci görüşme protokolü (8 problem) dikkate alınarak; "açı", "üçgen" ve "çokgen" başlıkları altında yer alan kavram imajları incelenmiştir. Her bir kavram için birbirinden bağımsız şekilde incelenen kavram imajları yani, *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* adlı (ana) kategori eksenlerinde ortaya çıkan farklı kategoriler belirlenmiştir.

Açı kavramı ile ilgili kavram imajları; *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* adlı ana kategorileri eksenlerinde çok sayıda alt kategori belirlenmiştir. Bu kategorilerin her biri için açı kavramı ile ilgili öğrenci anlayışları esas alınarak oluşturulan başlıca alt kategoriler aşağıda listelenmiştir:

Kişisel betimlemeler:

- Doğrudan betimleme
    - Geometrik şekillerin birleşimi olma durumu
    - Dönme olma durumu
    - Ölçü olma durumu
    - Aralık olma durumu
    - Kenar olma durumu
- Dolaylı betimleme
    - Düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme
    - Diğer geometrik şekiller olma durumu
    - Açı çeşitleriyle anlatma

Kavram özellikleri:

- Açı çeşidine karar verme
- Açının düzlemde ayırdığı bölgeler

Üçgen kavramı ile ilgili kavram imajlarına ait *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* adlı ana kategori ekseninde çıkmış olan başlıca kategoriler de;

Kişisel betimlemeler:

- Kenarları olma durumu
- Açıları olma durumu
- Köşeleri olma durumu

Kavram özellikleri:

- Üçgenleri sınıflandırma
- Üçgenliği belirleme stratejileri

şeklinde sıralanabilir.

Çokgen kavramı ile ilgili kavram imajlarına ait *kişisel betimlemeler* ve *kavram özellikleri* adlı ana kategori ekseninde çıkmış olan başlıca kategoriler ise şunlardır:

Kişisel betimlemeler:

- Kenarları olma durumu
- Açıları olma durumu
- Köşe sayısının en az 3 olma durumu

Kavram özellikleri:

- Çokgenliği belirleme stratejileri
- Çokgenlerin birleşim durumu
- Çokgenin ayırdığı bölgeler.

5.1.1. Katılımcı GE Öğrenciler Görüşme Protokolleri Esnasında Davranış Profili

Hem birinci hem de ikinci görüşme protokolünde yer alan soru ve problemlerin cevaplandırılması esnasında, katılımcı GE öğrenciler dinlenme ihtiyacı duymuşlardır. Bu nedenle görüşmelere ara vermek durumunda kalınmıştır. Soruları cevaplandırma

esnasında yorulduklarını ve dinlenme ihtiyaçlarını farklı şekillerde ortaya koymuşlardır. Bu duruma birkaç örnek verilecek olursa;

- $Ö_1$, birinci görüşme protokolünde beşinci ve yedinci soruyu daha sonra çözmek istemiştir. Bu nedenle $Ö_1$'e bu sorular ek görüşmelerde sorulmuştur.
- Farklı olarak, $Ö_2$ birinci görüşme protokolünün yedinci, yani çokgen oluşturma sorusunda, ikinci çokgeni oluştururken "*Bitiyor mu ondan sonra?*" demiştir. Araştırmacının "*Hayır, bitmiyor daha sorularımız var*" demesi üzerine $Ö_2$ "*offf abla ama yapma yaa*" diyerek çalışmaya ara istemiştir. Biraz dinlendikten sonra soruları çözmeye tekrar devam eden $Ö_2$, birinci görüşme protokolünün sekizinci sorusu 7. şekilde de tekrar yorulduğunu "*Bitti mi? Çok mu?*" diyerek dile getirmiştir.
- $Ö_3$, birinci görüşme protokolünün beşinci sorusuna cevap vermek için oluşturduğu üçgenden faydalanmıştır. Ardından $Ö_3$ "*Hani bunlar çok güzel bir şey bence… Süperler yani. Bunları böyle birleştirerek gayet akılda kalıcı bir şey oluşturulabiliyor hem de kendisi yaptığı için daha da aklında kalıyor. Bu şekilde*" ifadelerini kullanarak mıknatıslı materyal hakkında konuşmak istemiştir.
- Araştırmacı birinci görüşme protokolüne başlamadan önce, her öğrenciye sorduğu gibi $Ö_4$'e de kişisel bilgilerini, matematik eğitimi geçmişini ortaya çıkaracak sorular sormuştur. Ayrıca araştırmacı $Ö_4$'ten, sorulara olabildiğince ayrıntılı cevaplar vermesini istemiştir. Ek olarak, araştırmacı görüşme protokolüne başlamadan önce mıknatıslı materyalleri tanıtmıştır. Bu esnada $Ö_4$ ile rahatlatıcı (gününün nasıl geçtiği, nasıl olduğu, vs.) sohbetler de yapılmıştır. Araştırmacının $Ö_4$'ün sorulara isteksiz cevaplar verdiğini düşünmesi üzerine; birinci görüşme protokolünün birinci sorusu tamamlandıktan sonra [öğrencinin kendi isteği ile değil] görüşmeye ara verilmiştir. Böylece $Ö_4$ ile hem görüşme ile ilişkili hem de görüşme dışı sohbetler edilerek psikolojik olarak rahatlaması amaçlanmıştır. Bu sohbet sonrasında birinci görüşme protokolünün birinci sorusu tekrar sorularak görüşmeye devam edilmiştir. Açı, üçgen ve çokgen oluşturma sorularında bariz bir şekilde zorlanan $Ö_4$, sık sık yardım alma ihtiyacı duymuştur.

- Özellikle birinci görüme protokolünün sekizinci sorusunda ve ikinci görüşme protokolünde yer alan raised-line şekilleri tanıma sürecinde ciddi zorluklar yaşaması üzerine, $Ö_4$'ün şekli kontrollü bir şekilde parmaklarıyla izlemesine yardım edilmiş ve bazen çalışmaya ara verilmiştir. Öte yandan ikinci görüşme protokolünün ikinci probleminde de açı oluşturmada zorluklar yaşayan $Ö_4$ "*Ben bu konular da çok başarısızım*" demiş ve bunun üzerine çalışmaya biraz ara verilerek ve öğrencinin dinlenmesi sağlanarak düşünmesine fırsat verilmiştir.
- $Ö_5$ ise üçüncü çokgeni oluşturması istendiğinde beşgen oluşturmak istediğini belirtmiş ancak "*Bu arada el becerimiz de gelişmiş oluyor. Şimdi de müzik dersimiz var*" diyerek başka konulardan konuşmak istemiştir. Böylece $Ö_5$'te diğer arkadaşları gibi sorular arasında dinlenmek istemiştir.

Başka bir deyişle; katılımcı GE öğrencilerin soruları cevaplama esnasında ara vermek istemeleri; onların bilişsel olarak çabuk yorulduklarını akla getirmiştir. Bu durum; bilişsel yük kuramına (*cognitive load theory*) göre, öğrencinin çalışan bellek kapasitesini zorlaması ve bunun sonucunda bilişsel açıdan öğrenci üzerinde aşırı yüke neden olması ile ilişkili olabilir (Paas ve Van Merrienboer, 1994; Sweller, Van Merrienboer ve Paas, 1998). Katılımcı GE öğrencilerin kavramlara ait anlayışlarının karmaşıklığı da göz önüne alınırsa; sunulan bilgi karmaşık olduğunda bilişsel yükte yüksek olacağı için, bu durum öğrencilerin dinlenme ihtiyaçlarını açıklayabilir. Nitekim Spindler'de (2006) analiz öğretimi deneyimlerini paylaştığı araştırmasında GE bir öğrencinin zihinsel yorgunluk yaşadığını dile getirmiştir.

5.1.2. Katılımcı GE Öğrencilerin "Açı", "Üçgen", "Çokgen" Kavramlarına Ait Görüşme Protokollerinden Elde Edilen Kavram Tanımı- Kavram İmajı İlişkileri ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Katılımcı GE öğrencilerin görüşme protokollerindeki sorulara/problemlere verdikleri cevaplar incelendiğinde formal kavram tanımı ile kavram imajlarını kullanmaları ve bu ikisi arasındaki ilişkiler, öğrenciden öğrenciye sorudan soruya-problemden probleme değişiklik göstermiştir. Ancak burada değinilmesi gereken en önemli nokta, her bir kavram için sorulan sorular/problemler bir bütün olarak yani tek bir soru/problem gibi düşünülerek kavram tanımı-kavram imajı ilişkisinin

incelenmesidir[1]. Aşağıda önce her bir kavram için önce birinci görüşme protokolü, sonra da ikinci görüşme protokolüne ait ilişkiler sunulacak, ancak tartışma tüm bu sonuçlar verildikten sonra yapılacaktır.

5.1.2.1. Katılımcı GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolü İçin Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Birinci görüşme protokolünde açı kavramına ilişkin kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi, her bir öğrenciye renk tanımlaması yapılarak EK-8 ile gösterilmiştir.

1) İlk üç soruya verdiği cevaplarla $Ö_1$'in açı kavramına ait ilk olarak formal tanımı kullandığı, ardından **kavram imajları** olan ***kişisel betimleme***ler*e* ve ***kavram özellikleri***ne başvurduğu, ayrıca gerek gördükçe de arada formal kavram tanımına dönüşler yaptığı görülmüştür. $Ö_1$'in bu sorulara cevaplar vermesi esnasında dikkati çeken nokta; ***doğrudan betimleme***lerden sadece *geometrik şekillerin birleşimi olma durumu, dönme olma durumu*, dolaylı betimlemelerden ise *düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme* ve kavram özelliklerinden *açı çeşidine karar verme*ye değinmesi olmuştur. **Böylece; $Ö_1$ önce formal kavram tanımını, sonra kavram imajlarını, daha sonra sorunun yapısına göre gerek gördükçe tekrar formal kavram tanımını-kavram imajlarını kullanmıştır.**

2) $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$'in formal kavram tanımına hiç başvurmadıkları sadece kavram imajlarını kullandıkları görülmüştür.

- **a)** $Ö_2$ sadece kavram özellikleri olan *açının düzlemde ayırdığı bölgeler* kategorisinde bulunmamış, diğer bütün kategorilerde yer almıştır.
- **b)** $Ö_3$ ise ***kişisel betimleme***lerden *kenar olma durumu*, ***dolaylı betimleme***lerden *geometrik şekil olma durumu, açı çeşitleriyle anlatma* kategorilerinde görülmemiştir.
- **c)** $Ö_4$ ***dolaylı betimleme***lerin hepsinde yer alırken ***doğrudan betimleme***lerden *dönme olma durumu*, ***kavram özellikleri***nden ise *açı çeşidine karar verme* kategorilerinde yer almamıştır.

[1] Her bir görüşme protokolünün ilk 3 sorusu/problemi açı, ikinci 3 sorusu/problemi üçgen ve son iki sorusu/problemi çokgen kavramı ile ilgilidir.

Böylece; kavram imajlarına başvuran $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ***kişisel betimlemeler***i ve ***kavram özellikleri***ni kullanmışlardır. Ayrıca bu öğrencilerin duruma göre bu ikisi arasında gidiş-gelişler yaşadıkları gözlemlenmiştir.

d) Öte yandan $Ö_5$'in ise; kavram imajı olarak sadece ***kişisel betimlemeler***e başvurduğu, yani kavram özelliklerine hiç başvurmadığı, görülmüştür. $Ö_5$ ***doğrudan betimlemeler***den sadece *geometrik şekillerin birleşimi olma durumu*nu, ***dolaylı betimlemeler***den ise sadece *geometrik şekiller olma durumu*nda yer almıştır.

5.1.2.2. Katılımcı GE Öğrencilerin "Açı" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolü için Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

İkinci görüşme protokolünde açı kavramına ilişkin kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi, her bir öğrenciye renk tanımlaması yapılarak EK-9 ile gösterilmiştir.

1) $Ö_1$'in açı kavramına ait ilk olarak **kişisel *betimlemeler***i ve **kavram özellikleri**ni kullandığı daha sonra formal kavram tanımını ifade ettiği görülmüştür. $Ö_1$'in bu sorulara cevaplar vermesi esnasında dikkati çeken nokta dolaylı betimlemeyi hiç kullanmaması fakat kavram özelliklerinden *açı çeşidine karar verme* kategorisine ve doğrudan betimlemelerden de sadece *geometrik şekillerin birleşimi olma durumu* ile *dönme olma durumuna* değinmesi olmuştur. **Böylece; $Ö_1$ önce kavram imajlarını, sonra kavram tanımını, daha sonra tekrar kavram imajlarını kullanmıştır.**

2) $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$'in formal kavram tanımına hiç başvurmadıkları ve sadece kavram imajlarını kullandıkları görülmüştür.

a) $Ö_3$ ***doğrudan betimleme***leri ve ***kavram özellikleri***ni kullanırken, $Ö_2$, $Ö_4$ ve $Ö_5$'in **kişisel betimlemeler**den olan *doğrudan betimleme*nin yanında *dolaylı betimleme*yi de kullandıkları ve duruma göre bu ikisi arasında gidiş-gelişler yaşadıkları gözlemlenmiştir.

b) Dahası $Ö_2$ ve $Ö_5$'in ise sadece kişisel betimlemeye başvurdukları, yani kavram özelliklerine hiç başvurmadıkları, tespit edilmiştir. Son olarak $Ö_2$, *açı çeşidine karar verme* hariç diğer bütün kategorilerde yer almıştır.

Bu da $Ö_2$'nin çok zengin bir kavram imajına sahip olduğunu göstermektedir.

3) Öte yandan ikinci görüşme protokolüne ait problemlerin sorulması sonucu katılımcı GE öğrencilerin tümünün "*ölçü olma durumu, açı çeşidine karar verme* ve *açının düzlemde ayırdığı bölgeler* olan ***kavram özellikleri***ne hiç başvurmadıkları görülmüştür.

5.1.2.3. Katılımcı GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişkiler ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Aşağıda birinci görüşme protokolünde üçgen kavramına ilişkin kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi, her bir katılımcı GE öğrenciye farklı renk tanımlaması yapılarak EK-10 ile gösterilmiştir.

1) Birinci görüşme protokolündeki 4, 5 ve 6. sorulara verdikleri cevaplarda $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$'ün formal kavram tanımını kullanmışlardır.

a) $Ö_2$ ve $Ö_3$'ün üçgen kavramına ait ilk olarak kavram imajlarını kullandığı, ardından **kişisel betimlemeler**e ve **kavram özellikleri**ne başvurduğu, daha sonra **–eksik te olsa-** formal kavram tanımlarını kullandıkları, ayrıca gerek gördükçe de arada formal kavram tanımına dönüşler yaptıkları görülmüştür. **Böylece; $Ö_2$ ve $Ö_3$ önce kavram imajlarını, sonra kavram tanımını, daha sonra tekrar kavram imajlarını kullanmıştır.**

b) Diğerlerinden farklı olarak $Ö_4$'ün üçgen kavramı için önce formal tanımı kullandığı, ardından kavram imajlarına başvurduğu ve arada formal kavram tanımına gidiş-gelişler yaptığı tespit edilmiştir. **Böylece; $Ö_4$ önce formal kavram tanımını, sonra kavram imajlarını, daha sonra sorunun yapısına göre gerek gördükçe tekrar formal kavram tanımını-kavram imajlarını kullanmıştır.**

2) $Ö_1$ ve $Ö_5$'in ise formal kavram tanımına hiç başvurmadıkları sadece kavram imajlarını kullandıkları görülmüştür.

a) $Ö_1$'in sadece **kişisel betimlemeler**den *köşeleri olma durumu* kategorisinde bulunmadığı dikkati çekmiştir. Ayrıca görüşmelerin hiçbir anında da $Ö_1$ üçgenin köşelerinden bahsetmemiştir.

Kısacası; **$Ö_1$ ve $Ö_5$ üçgen ile ilgili sorulara cevap vermek için sadece kavram imajlarını kullanmışlardır.**

3) Öte yandan $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ kavram imajlarına ait tüm kategorilerde yer almaları dikkati çeken başka bir durum olmuştur. Bu da katılımcı GE öğrencilerin üçgen kavramı için zengin kavram imajlarına sahip olduklarını göstermektedir.

5.1.2.4. Katılımcı GE Öğrencilerin "Üçgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişkiler ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Aşağıda ikinci görüşme protokolünde üçgen kavramına ilişkin kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi, her bir katılımcı GE öğrenciye farklı renk tanımlaması yapılarak EK-11 ile gösterilmiştir.

1) İkinci görüşme protokolündeki 4, 5 ve 6. sorulara verdikleri cevaplarda $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_5$'in üçgen kavramı için formal kavram tanımını kullandıkları görülmüştür.

a) $Ö_2$ ve $Ö_3$'ün üçgen kavramına ait ilk olarak kavram imajlarından **kişisel betimlemeler**e ve **kavram özellikleri**ne başvurduğu, daha sonra -eksik te olsa [kavram ile ilgili ifade etmediği ancak elleriyle gösterdikleri de göz önüne alınırsa]- formal kavram tanımlarını kullandıkları, ayrıca gerek gördükçe de formal kavram tanımına dönüşler yaptıkları tespit edilmiştir. **Böylece; $Ö_2$ ve $Ö_3$ önce kavram imajlarını, sonra kavram tanımını, daha sonra tekrar kavram imajlarını kullanmıştır.**

b) Diğerlerinden farklı olarak üçgen kavramı için $Ö_5$'in önce formal tanımı kullandığı ardından kavram imajlarına başvurduğu ve arada formal kavram tanımına gidiş-gelişler yaptığı görülmüştür. **Böylece; $Ö_5$ önce kavram tanımını, sonra kavram imajlarını, daha sonra sorunun yapısına göre gerek gördükçe tekrar kavram tanımını-kavram imajlarını kullanmıştır.**

2) $Ö_1$ ve $Ö_4$'ün ise formal kavram tanımına hiç başvurmadıkları sadece kavram imajlarını kullandıkları görülmüştür. Kısacası; **$Ö_1$ ve $Ö_4$ üçgen ile ilgili sorulara cevap vermek için sadece kavram imajlarını kullanmışlardır.**

3) Öte yandan ikinci görüşmelerde tüm katılımcı GE öğrencilerin kavram imajlarına ait tüm kategorilerde yer almaları dikkati çeken başka bir durum olmuştur.

5.1.2.5. Katılımcı GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait Birinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Aşağıda birinci görüşme protokolünde çokgen kavramına ilişkin kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi, her bir katılımcı GE öğrenciye farklı renk tanımlaması yapılarak EK-12 ile gösterilmiştir.

1) Birinci görüşme protokolündeki 7 ve 8. sorulara verdikleri cevaplarla sadece $Ö_2$'nin formal kavram tanımını kullandığı görülmüştür. $Ö_2$ ilk olarak çokgen kavramına ait kavram imajlarının ardından formal kavram tanımına ve sonra tekrar kavram imajlarına yönelmiştir. $Ö_2$'nin kavram imajlarından **kişisel betimlemeler**e ve **kavram özellikleri**ne başvurduğu daha sonra –**eksik te olsa-** formal kavram tanımlarını kullandığı, ayrıca gerek gördükçe de arada formal kavram tanımına dönüşler yaptığı görülmüştür. **Böylece; $Ö_2$ önce kavram imajlarını, sonra kavram tanımını, daha sonra tekrar kavram imajlarını kullanmıştır.**

2) Diğer taraftan ise $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$'in ise formal kavram tanımını kullanmadıkları ve sadece kavram imajları arasında gidiş gelişler yaşadıkları görülmüştür.

- **a)** **Kişisel betimlemeler**den *köşe sayısının en az 3 olması durumu* kategorisinde sadece $Ö_2$ ve $Ö_4$'ün yer alması, ayrıca **kavram özellikleri**nden *çokgenin ayırdığı bölgeler* kategorisinde ise sadece $Ö_4$ ve $Ö_5$'in yer alması dikkati çekmiştir.
- **b)** Bu haliyle $Ö_4$ kavram imajlarına ait tüm kategorilerde bulunması dikkati çeken başka bir noktadır.

Kısacası; **$Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ çokgen ile ilgili sorulara cevap vermek için sadece kavram imajlarını kullanarak cevap vermişlerdir.**

5.1.2.6. Katılımcı GE Öğrencilerin "Çokgen" Kavramına Ait İkinci Görüşme Protokolünde Kullandıkları Formal Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişki ile İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Aşağıda ikinci görüşme protokolünde çokgen-düzgün çokgen kavramına ilişkin kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi, her bir katılımcı GE öğrenciye farklı renk tanımlaması yapılarak EK- 13 ile gösterilmiştir.

1) İkinci görüşme protokolündeki 7 ve 8. problemlere verdikleri cevaplarla $Ö_4$ ve $Ö_5$'in düzgün çokgen kavramı için formal kavram tanımını kullandıkları görülmüştür.

a) $Ö_4$ ve $Ö_5$'in –düzgün- çokgen kavramı için ilk olarak kavram imajlarından **kişisel betimlemeler**e ve **kavram özellikleri**ne başvurduğu görülmüştür. Ardından $Ö_4$ ve $Ö_5$ formal kavram tanıma daha sonra da tekrar kavram imajına yönelmiştir.

b) $Ö_4$'ten farklı olarak $Ö_5$'in gerek gördükçe arada formal kavram tanımına dönüşler yaptığı da tespit edilmiştir.

c) $Ö_2$, önce kavram imajlarını, ardından kavram tanımlarını sonrasında tekrar kavram imajlarını kullandığı tespit edilmiştir. Farklı olarak $Ö_2$ ise düzgün çokgen kavramı hakkında bilgileri sorulmasına rağmen, çokgen kavramı için formal kavram tanımını **–eksikte olsa-** kullanmıştır. Sonuç olarak; **katılımcı GE öğrencilerin, problemleri çözüm sürecinde; bahsedilen kavramın illaki çağrıştırılacağı anlamına gelmemektedir.**

Kısacası; **$Ö_2$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ önce kavram imajlarını, sonra kavram tanımını, daha sonra tekrar kavram imajlarını kullanmıştır.**

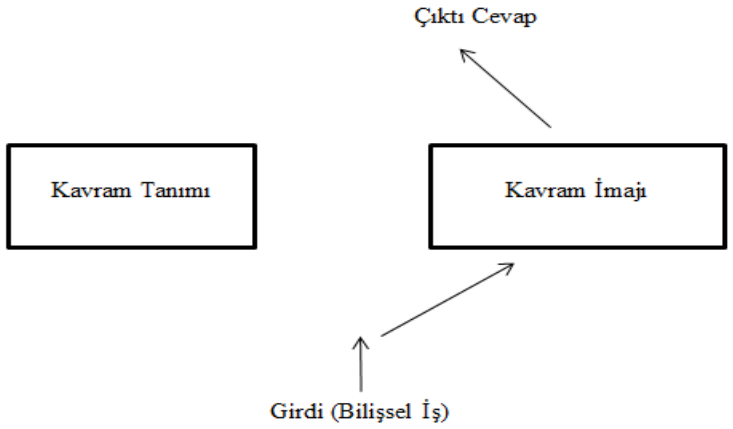
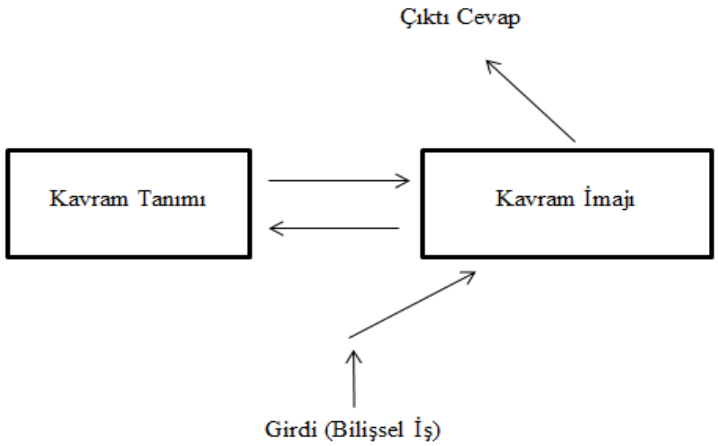
2) Diğer taraftan $Ö_2$ hariç katılımcı GE öğrenciler çokgen kavramı için, formal kavram tanımını kullanmamışlar ve sadece kavram imajlarını -yani **kişisel betimlemeler**i ve **kavram özellikleri**ni- kullanmışlardır.

3) $Ö_1$'in ve $Ö_3$'ün ise formal kavram tanımına hiç başvurmadıkları sadece kavram imajlarını kullandıkları görülmüştür. Kısacası; **$Ö_1$ ve $Ö_3$ çokgen ile ilgili sorulara cevap vermek için sadece kavram imajlarını kullanmışlardır.**

4) Öte yandan ikinci görüşmelerde tüm katılımcı GE öğrencilerin tüm kategorilerde yer almaları dikkati çeken başka bir durum olmuştur.

Sonuç olarak; her üç kavram için de GE öğrenciler, formal kavram tanımının yanı sıra; kavram imajı içerisinde kişisel betimlemeleri ve kavram özelliklerini kullanmışlardır. Öğrencilerin kendilerine sorulan sorulara/problemlere cevap verirken çoğunlukla *–zengin olan*-kavram imajlarına yönlendikleri tespit edilmiştir. Ek olarak katılımcı GE öğrencilerin kavram tanımları ve kavram imajları arasında da bazı ilişkiler saptanmıştır ve bu ilişkileri göz önüne seren 2 yapı elde edilmiştir (Tablo 5. 1). Tablonun ardından aşağıda bu üç yapı ile ilgili açıklamalara yer verilecektir.

Tablo 5. 1. *Kavram Tanımları ve Kavram İmajları Arasındaki İlişkiler*

1.Yapı **Sezgisel Yaklaşım** (Vinner, 1991)	
2. yapı **Formal-Sezgisel Yaklaşım** (Araştırmacı tarafından isimlendirilmiştir)	

Tablo 5. 1'deki ilk yapıda görüldüğü gibi; öğrenciler kendilerine verilen bir görev için kavram tanımına hiç uğramadan kavram imajına yönleniyor ve kavram imajını takip ederek görevi tamamlıyor ise; bu durumda öğrencilerin kullandığı bu yaklaşım **sezgisel yaklaşım**dır (Vinner, 1991). Sezgisel yaklaşım; *-birinci görüşme protokolü-* açı kavramında $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$'te, üçgen kavramında $Ö_1$, $Ö_5$'te, çokgen kavramında $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$'te, *-ikinci görüşme protokolü-* açı kavramında $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$'te, üçgen kavramında $Ö_1$ ve $Ö_4$'te, çokgen kavramında $Ö_1$ ve $Ö_3$'te görülmüştür. **Yani tüm katılımcı GE öğrencilerde belirlenen kavramlar için kavram tanımı-kavram imajı ilişkisi sezgisel yaklaşım olmuştur.** Elde edilen bu sonuçlar; Vinner'a (1983, 1991) göre öğrencilerin sezgisel bir anlayışa sahip olduklarını, yani önceden öğrendikleri kavram tanımlarının etkinleştirilmediği veya kavram tanımının unutmuş olabileceklerini gösterebilir. Ayrıca bu sonuç; *-katılımcı öğrencilerin görme durumları ve incelenen matematiksel kavramlar farklı olsa da-* Heinze ve Ossietzky (2002) tarafından gerçekleştirilmiş araştırmadan çıkan "kavrama dair akademik tanımın

unutulması ve kişisel olarak oluşan kavram imajlarının öne çıkması" sonucu ile; Vinner'ın (1991) "öğrencilerin problemleri ve soruları cevaplarken kavram tanımlarını temel almadıkları" ifadesini destekler niteliktedir. GE öğrencilerin bu şekilde tamamıyla sezgisel yaklaşım sergilemeleri; geometri kavramlarını dokunma duyusu ve uzamsal ipuçlarını kullanarak öğrenmelerinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir.

Tablo 5. 1'deki ikinci yapıda ise; GE öğrenciler kendilerine verilen bir görev için hem kavram tanımını hem de kavram imajını kullanıyor ve öğrencinin en son uğradığı hücre kavram imajı oluyor ise bu durumda öğrencilerin kullandığı yaklaşım **formal-sezgisel yaklaşım**dır. Burada GE öğrenciler; iki farklı davranış sergilemişlerdir. Yani, GE öğrenciler kendilerine verilen bilişsel bir görevi çözme esnasında formal-sezgisel yaklaşımı sadece bir kez kullanabiliyor iken, birden fazla da kullanabildikleri durumlar da ortaya çıkmıştır. Örneğin; GE öğrenciler önce kavram imajına sonra kavram tanımına yönleniyor, sonrasında kavram tanımı-kavram imajı arasında gidiş gelişler yapıyor, son olarak ta kavram imajını takip ederek görevi tamamlayabilirler. Bu durum -*birinci görüşme protokolü*- üçgen kavramında $Ö_2$ ve $Ö_3$'te, çokgen kavramında $Ö_2$'de, -*ikinci görüşme protokolü*- açı kavramında $Ö_1$'de, üçgen kavramında $Ö_2$ ve $Ö_3$'te, çokgen kavramında $Ö_2$, $Ö_4$ ve $Ö_5$'te görülmüştür. Öte yandan; GE öğrenciler önce kavram tanımına sonra kavram imajına yönleniyor, sonrasında kavram tanımı-kavram imajı arasında gidiş gelişler yapıyor, son olarak ta kavram imajını takip ederek görevi tamamlayabilirler yani bu haliyle **birden fazla formal sezgisel yaklaşım** kullanılmış olmaktadır. Takip edilen bu yol; -*birinci görüşme protokolü*- açı kavramında sadece $Ö_1$'de, üçgen kavramında sadece $Ö_4$'te, -*ikinci görüşme protokolü*- üçgen kavramında sadece $Ö_5$'te görülmüştür. Sonuç olarak tüm katılımcı GE öğrencilerin kavram tanımları ve kavram imajları arasındaki izlediği yol formal sezgisel yaklaşım olup, **Vinner'ın (1991) kavram tanımı-kavram imajı arasındaki ilişkilerden hiçbirine benzememektedir.**

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, görüşme protokollerinde yer alan soruların/problemlerin sorulması sonucu ortaya çıkan kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki ilişkiler ile ilgili çıkan başlıca sonuçlar özetlenecek olursa;

- Katılımcı öğrencilerin ilk olarak formal kavram tanımını veya kavram imajını kullanma durumları *–yaptıkları açıklamalar dikkate alındığında-* sorudan soruya/problemden probleme değişiklik göstermiştir.
- Katılımcı GE öğrencilerin *-yaptıkları açıklamalar dikkate alındığında-* kavram imajlarının bireyden bireye değişiklik gösterdiği ortaya çıkmıştır.
- Katılımcı GE öğrenciler, problem çözme sürecinde genel olarak kavram tanımlarını temel almamışlardır.
- Katılımcı GE öğrenciler hem problemleri hem de soruları cevaplarken tamamıyla sezgisel bir yaklaşım kullanmışlardır.
- Belirli bir kavram ile ilgili problem çözüm sürecinde direkt o kavram ile ilişkili bilgiler çağrıştırılabileceği gibi, direkt o kavram ile ilişkili olmayan kavramlara ait bilgilerin de çağrıştırılabileceği ortaya çıkmıştır.

5.1.3. Görüşme Protokollerinin Birleşiminden "Açı", "Üçgen", "Çokgen" Kavram İmajları Kategorileri Arasındaki İlişkilere Ait Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde birinci ve ikinci görüşme protokollerinden ortaya çıkan kavram imajı kategorilerinin birleşimi gerçekleştirilmiştir. Açı, üçgen ve çokgen kavramları için ayrı ayrı ele alınan bu birleşimlere ait ilişkili eksensel kodlamalar ve bu kategoriler arasında tespit edilen ilişkilere yer verilecektir. Tespit edilen ilişkiler eksensel kodlamalarda bazı şekiller ile gösterilmiştir. Bu şekillerin anlamları EK-14'da sunulmuştur. EK-14 ile verilen "**eksensel kodlama kullanım klavuzu**" içerisinde yedi tane ilişki, kendilerini temsil eden şekillerle verilmiştir. Bunlar sırasıyla; çelişkili kavram imajı, çoklu kavram imajı, tutarlı kavram imajı, ilişkili kavram imajı, kullanılan temsiller, benzer ilişkiler, kavramlar arası geçiştir. EK-15,16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24'de açı kavramı için, EK-25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32'de üçgen kavramı için ve EK-33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41'te çokgen kavramı için eksensel ilişkiler verilmiştir. Aşağıda her bir ilişki, kavram bazında tek tek incelenecektir.

5.1.3.1. Kavram İmajlarında Ortaya Çıkan Temsiller

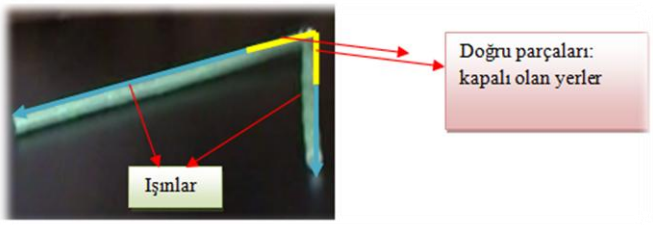
Katılımcı GE ilköğretim öğrencileri sorulara/problemlere cevap verirken, bazı matematik kavramlarına yönelik kavram imajlarını anlatmak için **kavramın resim temsilleri**ni tanımlamışlardır.

5.1.3.1.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Temsiller

Katılımcı GE öğrencilerin açı anlayışlarında bazı temsilleri kullanmışlardır. (*örneğin* $Ö_1$*-1-2,* $Ö_2$*-1-2,* $Ö_5$*-1-1*).

1) Birinci görüşme protokolündeki açı oluşturma sorusunda $Ö_1$ açıyı iki ışının ortak bir noktada birleşimi şeklinde tanımladıktan sonra dar açı oluşturmuştur. $Ö_1$ dar açı üzerinde ışınlar için aşağıdaki tanımlamayı yapmıştır:

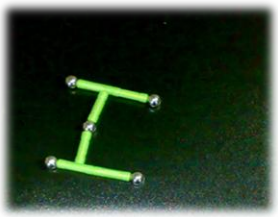
> *Bunlar* [2 sn. sessizlik] *Işın dediklerim bunlar*…[kolları gösteriyor] *Bunlar ışınlar. Buraları doğru parçaları* [birleşim noktasından başlayan ilk parçaları gösteriyor]*, bunlar kapalı olan yerler.*



Bu ifadesi ile $Ö_1$'in ışını, ışın + doğru parçası olarak tanımladığı kabul edilmiştir. Yani $Ö_1$'in aşağıdaki temsili kullandığı düşünülmüştür:



2) Birinci görüşme protokolünün ikinci sorusunda $Ö_2$ ikinci açıyı oluştururken doğru açı oluşturmak istediğini belirtmiştir. Aşağıda bu duruma ilişkin görüntü ve $Ö_2$'nin kullandığı düşünülen –*doğru parçası*- resim temsili verilmiştir.

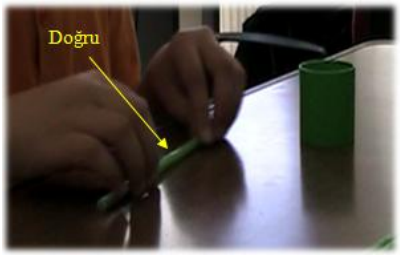




3) Birinci görüşme protokolünün birinci sorusu sorulduğunda $Ö_5$ ikiden fazla doğru parçasının [mıknatıslı materyallerin] tek bir ortak nokta olmaksızın birleşimi yardımıyla açılar oluşturarak doğru ile açıyı kıyaslama yoluna gitmiştir. Bu kıyaslamalardan biri *içerisinde nokta barındırma bakımından* kıyaslama

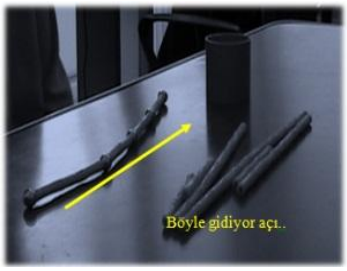
olmuştur. Araştırmacı ile $Ö_5$ arasında geçen ve bu durumu temsil eden konuşmalar aşağıdaki gibidir:

$Ö_5$: *Doğruyu anlatıyorum. Doğru bi yerde başlar bi noktada. Şu noktada ve şöyle* [şekil üzerinden sola doğru eliyle gösteriyor] *gider. Hiç sınırsızdır doğruyu istediğimiz kadar yapabiliriz. Sınırsız, sonsuzdur. İstediğimiz kadar genişletebiliriz* [2 sn. sessizlik] *öyle. Şöyle de yapabiliriz hepsini birleştirebiliriz.*
Araştırmacı: *Peki açı? Doğruyla açı arasındaki ilişki ne?*
$Ö_5$: *Doğru… sınırsız yani sonsuz giden bişey ama açı öyle değil sınırlı bence. Doğru* [3 sn. sessizlik] *sınırsız yani sonsuz giden bişey ama açı öyle değil sınırlı bence*

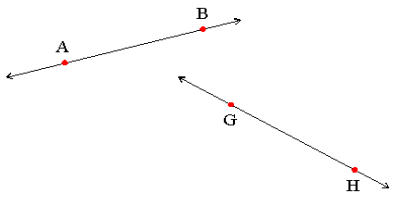


Araştırmacı: *Emm tamam şimdi doğruyu anlattın bana açıyı anlatır mısın?*
$Ö_5$: *Açıyı anlatıyım. O da* [2 sn. sessizlik] *aralarında nokta olarak yani biz sınırdan mesela 2,3 santim gitti böyle bir tane nokta, 2, 3 santim gitti böyle nokta, yani doğru gibi değil sınırlı… aralarına nokta koyarak.*





Bu ifadesiyle $Ö_5$'in doğruyu temsil eden geometrik şekil üzerinde bazı noktalar belirleyerek açıyı tanımladığı, ayrıca açı için aşağıdaki doğru temsilini kullandığı düşünülmüştür.



Kısacası bu ifadesi ile $Ö_5$'in, açı kavramı için yanlış bir kavram bilgisine sahip olduğu söylenebilir.

5.1.3.1.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Temsiller

1) Birinci görüşme protokolünün dördüncü sorusunda ikizkenar üçgen oluşturan $Ö_1$; ikizkenar üçgen için "2 *uzun, bi kısa kenarı olması… 2 eşit… Bi farklı. bu bazen 2 kısa… 2 kısa, bi uzun… 2 uzun bi kısa kenarı da olabilir yani… Önemli olan ikizkenar olması*" diyerek kenar uzunluklarının eşit ölçüde olmasına dikkat çekmiştir. Bu ifadeleriyle $Ö_1$'in aslında aşağıdaki ikizkenar üçgen temsillerini (veya konumları değiştirilmiş olanları) düşündüğü varsayılmıştır.

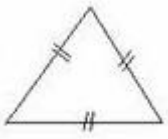


Kısacası bu durum $Ö_1$'in, eşkenar üçgenin sadece kenar özelliklerine odaklanmış olduğunu göstermektedir.

2) Ek görüşmelerde; $Ö_2$ üçgenin iç açı ölçüleri toplamının üçgenden üçgene değişeceğini ve eşkenar üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° olduğunu belirtmiştir. Daha sonrasında bu üçgenin açıları hakkında aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> "*bir tanesi 120 cm ise, diğerleri yine 120 dir eşittir açılar*"
>
> "*şimdi şöyle biri iç açı mesela şura 160 olsun, şura 100 olsun etti 260. e şurada mecburen 100 ol yani mecburen ama şuraya göre 200 verseydim. Buraya 100 verirdim yine veya şuraya 200 verip şuraya 100 verebilirim değişir*"

Bu ifadeleriyle $Ö_2$, aslında eşkenar üçgenin kenar ölçülerinin eşit olduğunu ancak açı ölçülerinin hepsi eşit olabileceği gibi, ikisinin de eşit olabileceği veya hepsinin birbirinden farklı olabileceğini söylemiştir. Böylece $Ö_2$'nin aşağıdaki eşkenar üçgenin temsilini kullandığı düşünülmüştür.

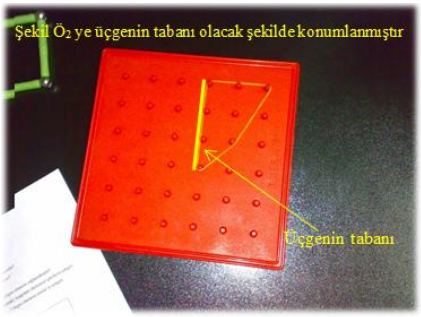


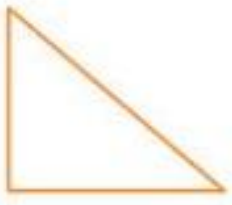
Kısacası bu durum; **katılımcı GE öğrencinin eşkenar üçgenin sadece tipik kenar özelliklerini göz önüne aldığını göstermektedir**. Bu sonuç; Hershkowitz'in (1990) bahsettiği "tipik şekilsel gösterimlerin kavramsallaştırma

noktasında tipik genelleme yapılmasına sebep olması" ve Vinner ve Hershkowitz'in (1980) belirttiği "öğrenci anlayışlarının sadece bir prototip imajla sınırlı kaldıkları ve bu anlayışa aşırı güvenmeleri" durumunu yansıtmaktadır. Ayrıca; bu sonuç *–her ne kadar ele alınan kavramlar ve katılımcı gruplar farklı olsa da-* Fischbein (1993), Fujita (2012), Fujita ve Jones'in (2006) "her zaman karşılaşılan kavram tiplerine dayanarak yapılan görsel çıkarımların, diğer durumlara (uymayan durumlara) genelleştirilmesi ve prototip şekillerin tipik özelliklerini çıkarımda bulunma da kullanıp, prototipin özelliklerini kavramın diğer tipleri için de uygulamaya kalkmaları gibi yanılgılara rastlanması" sonucuyla uyumluluk göstermektedir.

5.1.3.1.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Temsiller

1) Birinci görüşme protokolünün yedinci sorusunda; $Ö_2$ çokgenin, üç kenarlı olması ve bu üç kenarın ölçülerinin farklı olması durumunda çeşitkenar üçgen olarak adlandırılacağını belirtmiştir. Ardından üçgeni tabanı olacak şekilde konumlandırarak "*Üçgen yapmaya çalıştım şöyle tutarsanız* [üçgenin duruşuna dikkat ediyor] *eğer*" ifadelerini kullanmıştır. Aşağıda $Ö_2$'nin kendine göre konumlandırdığı çeşitkenar üçgenin görüntüsü ve kullanmış olduğu düşünülen -*resim*- temsili verilmiştir.

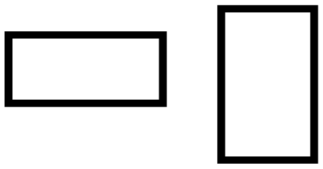




2) Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_5$ birinci görüşme protokolünün yedinci sorusunda dikdörtgen oluşturmuşlar ve dikdörtgeni şu şekilde tanımlamışlardır:

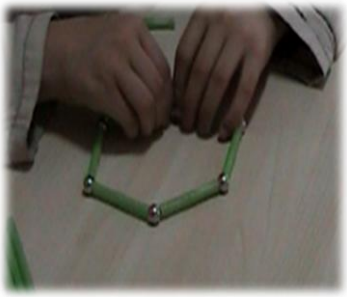
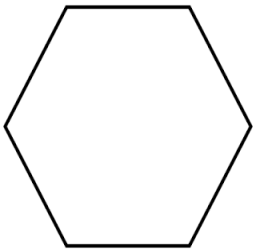
> **$Ö_1$:** *2 uzun 2 kısa kenarı olur. Kenar uzunlukları fark etmez mesela ama 2 eşit kısa, 2 eşit uzun kenarı olacak*
>
> **$Ö_3$:** *Karenin bütün açıları toplamı* [kenarları kastediyor] *birbirine eşit ama dikdörtgende 2 si uzun 2 si kısa oluyor*
>
> **$Ö_5$:** *2 kenarının uzun 2 kenarının da kısa olması gerekiyor*

Bu ifadeleriyle katılımcı GE öğrenciler dikdörtgeni iki kısa-iki uzun kenarlı dörtgen olarak tanımlamışlardır. Böylece zihinlerinde aşağıda görüntüleri (veya konumları değiştirilmiş olanları) verilen dikdörtgen temsilleri olduğu düşünülmektedir.

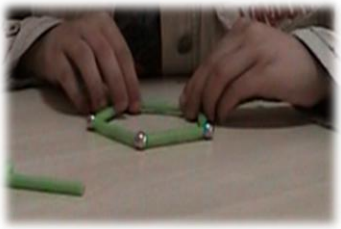


Öte yandan katılımcı GE öğrenciler, karenin de kenar özelliklerine değinerek ve bazen zihinlerindeki dikdörtgen temsili ile karşılaştırmalar yapmışlardır. Örneğin $Ö_3$ kare için "*dikdörtgenden farklı olarak bütün kenarları eşit*", $Ö_5$ ise "*Bu da dikdörtgen kareye benzer fakat kareden tek farkı kare… eem…4 kenarı da aynı yani değişik değil ama*" demişlerdir. Kısacası; **kare ve dikdörtgen için kenar özelliklerinin ön plana çıkması ve bu yüzden dikdörtgenin kareden farklı bir ailede düşünüldüğü tespit edilmiştir.** Bu sonuç; *–katılımcı grupları farklı olsa da-* Fujita (2012), Fujita ve Jones (2007), Okazaki ve Fujita (2007), Heinze ve Ossietzky'nin (2002) Türnüklü ve Berkün'ün (2013) çalışmalarında elde ettikleri "dörtgenleri sınıflandırma biçimlerinden parçalı sınıflandırmayı kullandıkları; dolayısıyla özellikler üzerine düşünmedikleri, şekilsel olarak benzemelerinden yola çıkarak kavramı inceledikleri" sonucu ile benzerlik göstermektedir. GE öğrencilerin bu şekilde bir anlayışa sahip olmaları sınırlı deneyimlerinden ve kendilerine sunulmuş belli birkaç örnekten elde ettikleri düşünülebilir.

3) Birinci görüşme protokolünün yedinci sorusunda çokgen oluşturması istenen $Ö_3$ tabanı olacak şekilde altıgen oluşturmuş ve bazı özellikleri açıkladıktan sonra "*Ya bunu böyle değiştirirsek de yine altıgen oluyor yani değişmiyor*" diyerek altıgenin konumunu değiştirmiştir. Ancak daha sonra tekrar tabanı olacak şekilde altıgeni konumlandırmıştır. Bu ifadeleri ve hareketiyle; $Ö_3$ konumun çokgenliği etkilemediğini bilmesine rağmen altıgenin konumuna dikkat etmiştir. Aşağıda $Ö_3$'ün oluşturduğu altıgen ve zihninde var olduğu düşünülen altıgen temsili verilmiştir:

Ek olarak; $Ö_3$ oluşturduğu beşgen içinde aynı hareketleri uygulamıştır. Aşağıda $Ö_3$'ün oluşturduğu beşgen ve zihninde var olduğu düşünülen beşgen temsili sunulmuştur:




$Ö_3$'ün beşgen ve altıgenin konumlarına önem vermesi ancak konumun çokgenliği değiştirmeyeceğini belirtmesi, *-ele alınan kavramlar ve katılımcı grubu farklı olsa da-* Okazaki ve Fujita'nın (2007) çalışmasında elde ettiği "tipik çizimler dışında farklı duruşlara sahip türde verilen şekilleri tanımada öğrencilerin sorunlar yaşaması" sonucu ile **çelişmektedir. Bunda GE öğrencilerin dokunma duyularını kullanmalarının ve uzamsal ipuçlarını takip etmelerinin bir rolü olabilir.** Ayrıca bu durum; *-her ne kadar öğrenci grubu benzer olmasa da-* Türnüklü ve Berkün'ün (2013) araştırmasında ortaya çıkan "öğrencilerin çokgenlerin kenar ölçülerine ve kenar duruşlarına dikkat etmeleri" sonucuyla benzerlik göstermektedir. Clements, Sarama ve Battista'nın (1998) ilköğretim öğrencileri ile yaptıkları çalışmada da öğrencilerin bir kısmı üçgenin tabanının yatay olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bunda, GE öğrencilerin çokgen kavramı öğretiminde daha çok çokgenlerin bir kenarının yatay olduğunu içeren örneklerle (ders kitabı, sınıf içi etkinlikler) karşı karşıya kalmalarının etkili olduğu düşünülebilir.

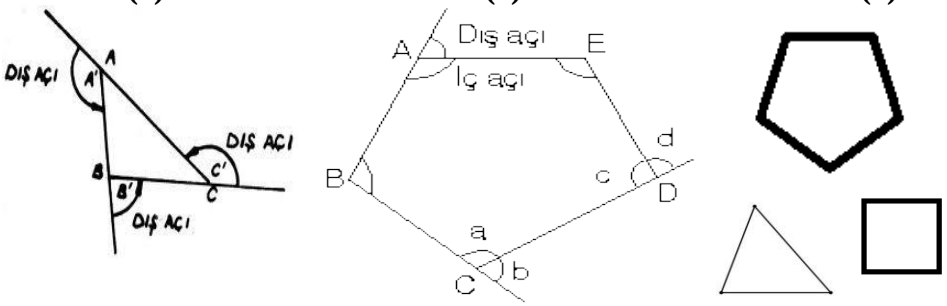
Kısacası $Ö_3$'ün "çokgenlere ait konumun çokgen olmak için gerekli bir özellik olmadığını savunması" ve "oluşturduğu şeklin konumu değiştiğinde yine aynı şekil olarak kaldığını fark etmesi" gören öğrencilere nazaran daha analitik düşündüğünü gösterebilir. Burada öğrencinin dokunma duyusunu ve uzamsal ipuçlarını kullanması bu sonuca ulaşmasında etkili olmuş olabilir.

4) Katılımcı GE öğrencilerden bazıları ikinci görüşme protokolünün sekizinci probleminde düzgün çokgenlerin dış açısı olmadığını belirtmişlerdir. Aşağıda o öğrencilere ait ifadeler verilmiştir:

> **$Ö_1$:** *Dış… Dış açısı olur mu onu bilmiyorum ama… Olamayabilir… Iı mesela karenin dış açısı yok…* [2. görüşme protokolü, 8. Problem-$Ö_1$]
>
> **$Ö_2$:** *Fikrim yok hocam* [2. görüşme protokolü, 8. Problem-$Ö_2$]

$Ö_2$'nin düzgün çokgenin dış açısı hakkında bir şey söylememesi bu dış açının varlığını düşünmediği şeklinde yorumlanmıştır. Bu nedenle katılımcı GE öğrencilerin dış açı için aşağıdaki (1) ve (2) numaralı temsilleri kullanmadıkları, (3) numaralı temsili düşündükleri düşünülmüştür:

(1) **(2)** **(3)**



Bu durum, öğrencilerin dışbükey çokgenlerde öğrencilerin ölçüsü küçük olan açıya odaklanmalarıyla açıklanabilir. Nitekim ikinci görüşme protokolünün yedinci sorusunda **katılımcı GE öğrencilerin tümü hem iç açı hem de dış açı için, ölçüsü küçük açılara** (hem içbükey hem de dış bükey çokgenlerde) **veya çokgenin iç bölgesine odaklanmışlardır.** Bu durum Keiser'ın (2000) araştırmasındaki bazı sonuçlar ile örtüşmektedir. Keiser çalışmasında, öğrencilere çokgenin açılarını bulmasını istediğinde, öğrenciler çokgenin iç bölgesine ve ölçüsü küçük olan açılara odaklanmışlardır. Bu durum GE öğrencilerin de gören öğrenciler gibi ölçüsü küçük olan açıya odaklandığını ve bunun zihnin odaklanması ile ilişkili olabileceği söylenebilir.

Sonuç olarak; **katılımcı GE öğrencilerin, belirli kavramlara ait kavram imajlarını ortaya çıkarmak için temsil türlerinden resim temsillerini kullanmışlardır. Bu temsiller bazen birer imaj iken bazen de kavramın yerini tutmuştur.** Klatzky ve Lederman'a (2003) göre bu durumun sebebi GE bir çocuğun nesneyi tanımasına yol açan bilginin türü, nesneden yapılan bir materyal olmasıdır. Bu

sonuç; Fischbein'in (1993) belirttiği "geometriksel figürün yalnızca bir görsel imaj değil aynı zamanda kavramın kendisi olması" ve Hershkowitz'in (1990) belirttiği "prototip şekillerin *–buna resim temsilleri de dahil-* kavram imajında her zaman etkisinin olması" ifadesi ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca yukarıda verilen sonuçlardan görülebileceği gibi; prototip şekilden gelen kavramsal algının yanlış algılara ve genellemelere yol açabildiği (Fujita, 2012; Fujita ve Jones, 2006; Hershkowitz, 1990); çizilen/oluşturulan geometrik şekillerin, o geometrik şekle ait özelliklerin ve tanımın önüne geçtiği ve böylece bireylerin zihninde yer ettiği (Dickson, Brown ve Gibson, 1984) tespit edilmiştir. Yani Türnüklü ve arkadaşlarının (2013) sonuçlarında belirttikleri gibi; geometrik kavramların, şekilsel gösterimlerinin kullanılması kavramsallaştırmayı olumlu yönde etkileyebileceği gibi olumsuz yönde de etkilemektedir.

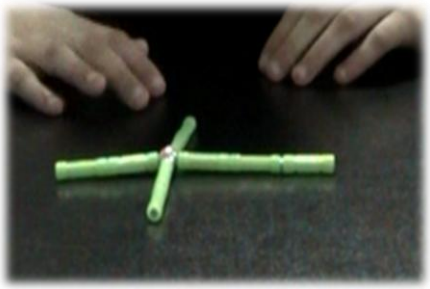
5.1.3.2. Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları

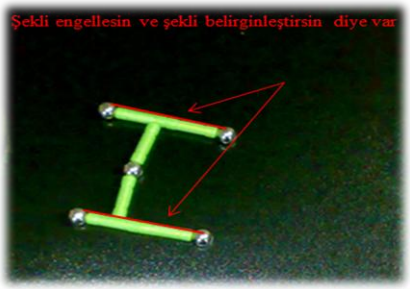
Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerin *–yaptıkları açıklamalar dikkate alındığında-* aynı kavram için birbirleriyle tamamen çelişebilen ifadeleri kullandıkları görülmüştür.

5.1.3.2.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları

Açı kavramı ile ilgili birçok çelişkili kavram imajı (*$Ö_2$-geometrik şekillerin birleşimi/aralık/kenar olma durumu-açı çeşitleriyle anlatma)* olan $Ö_2$'nin sadece ikisinden bahsedilecektir.

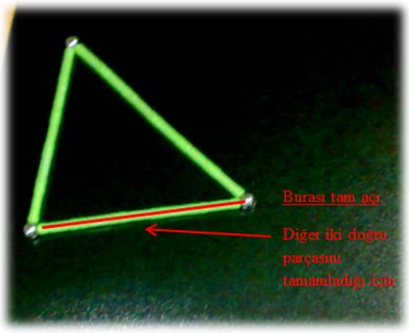
1) Açı oluşturması istenen $Ö_2$ mıknatıslı materyalleri kullanarak doğru açı oluşturmak istediğini belirtmiş ve koordinat eksenine benzer bir şekil oluşturmuştur. –x ekseni gibi görünen- doğru parçalarını doğru olarak kabul ettiğini belirten $Ö_2$ daha sonrasında ise başka bir doğru açı oluşturduğunu ve "*doğru parçası oluşturdum*" diyerek doğru açının (doğrunun) bir doğru parçası olduğunu ifade etmiştir. Aşağıda sırasıyla $Ö_2$'nin oluşturduğu birinci ve ikinci doğru açıya ait görüntüler verilmektedir.

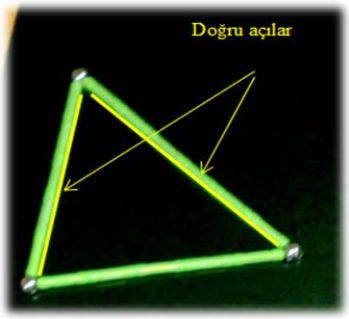




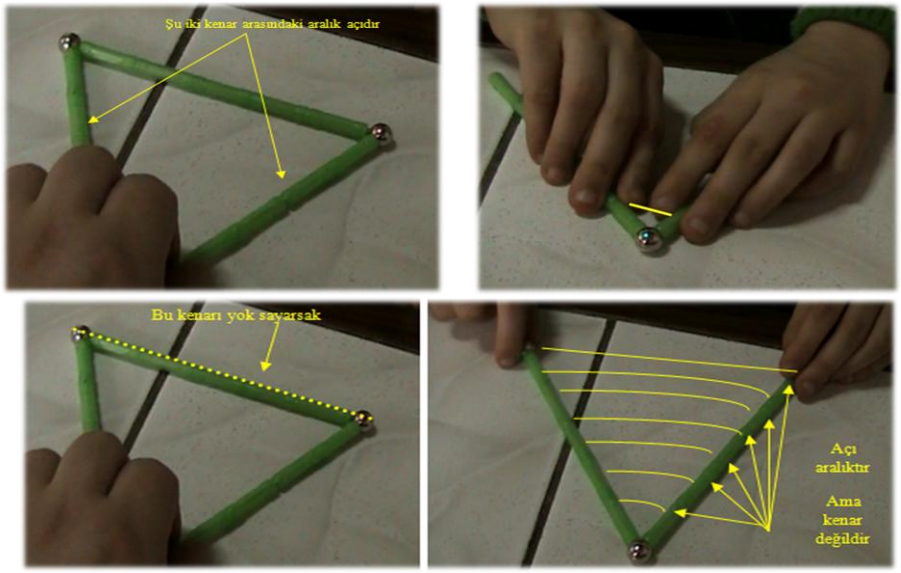
Öte yandan ek görüşmelerde bu ifadeleri hatırlatıldığında ve ne demek istemiş olabileceği sorulduğunda $Ö_2$ "*Doğru parçası zaten doğrunun bir parçasıdır adı üzerine. Doğru parçası bir doğrudur çok mantıksız*" sözlerini kullanmıştır. **$Ö_2$'nin** -ilk görüşmelerde doğrunun doğru parçası olduğunu, ek görüşmelerde ise doğru parçasının doğru olmadığını ve doğrunun bir parçası olduğunu ifade etmesiyle- **farklı zamanlarda birbiriyle çelişen anlayışlara sahip olduğu tespit edilmiştir.**

2) Birinci görüşme protokolünün ikinci sorusunda $Ö_2$ -tabanı olacak şekilde- ikizkenar üçgen oluşturarak, bu üçgenin tabanını "*diğer iki kenarı tamamladığı için*" tam açı, diğer kenarlarını ise "*doğru indiği için*" doğru açı olarak betimlemiştir. Aşağıda bu duruma ait görüntüler verilmiştir.





Öte yandan; ilk görüşmelerde *açı kenarın ölçüsüdür* ifadesini kullanan $Ö_2$'ye ek görüşmelerde bu ifadesi hatırlatıldığında; açıyı göstermek için üçgen oluşturmuş ve iki kenar arasındaki aralığın açı olma durumuna ancak -iki kenarın uç noktalarını birleştiren doğru parçalarının- kenarların açı olmadığına değinmiştir. Aşağıda $Ö_2$'nin aynı soruya verdiği cevaplar görüntülerle özetlenmiştir.



$Ö_2$'nin ilk görüşmelerde üçgenin kenarlarının açı olmasına değinmiş ancak ek görüşmelerde bu ifadesinin tersini savunmuştur. Böylece $Ö_2$'nin yine **farklı zamanlarda aynı kavram için birbiriyle çelişen anlayışlara sahip olduğu tespit edilmiştir.**

5.1.3.2.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin üçgen kavramı için de birbirleriyle tamamen çelişebilen ifadeleri kullandıkları görülmüştür (*örneğin $Ö_2$-2, $Ö_3$-1/2, $Ö_4$-2, $Ö_5$-1/2; $Ö_2$-2-4/5, $Ö_3$-2, $Ö_4$-2, $Ö_5$-2; $Ö_2$-2; $Ö_2$-2-4, $Ö_4$-2-4*).

1) Katılımcı GE öğrencilerin çelişkili ifadeler kullandığı durumlardan biri, üçgenin tabanının olması ve taban olmasa da üçgenliğin korunması durumları olmuştur. İlk görüşmelerde üçgenin bir kenarının taban olmasına değinen veya üçgen oluştururken bu şekilde konumlandırmaya –özellikle- dikkat eden öğrenciler $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ olmuştur. Öte yandan ikinci görüşmelerde problemler söz konusu iken işlemlere odaklanan tüm GE öğrenciler üçgende bir kenarın taban olması ile ilgili herhangi bir açıklama yapmamakla birlikte, raised-line materyallerin taban olacak şekilde konumlanmasına da dikkat etmemişlerdir. Kısacası; **katılımcı GE öğrenciler kavram ile ilişkili <u>işlem yapmayı gerektiren durumlarda</u>, *-kavram ile ilişkili <u>sorulardaki durumun</u> tersine-* herhangi bir kenar taban olarak konumlanmasa da üçgenliğin korunacağını savunmuşlardır.** Sorular söz konusu olduğunda bu durum; *-her ne kadar katılımcı grubu farklı olsa da-* Aspinwall, Shaw ve Presmeg'in (1997), Dickson ve arkadaşlarının (1984), Juter'in (2005), Okazaki ve Fujita'nin (2007),

araştırmalarında elde ettikleri bazı sonuçlarla ve belirttikleri bazı ifadelerle uyumluluk göstermektedir. Dickson ve arkadaşları; çizilen geometrik şeklin, o geometrik şekle ait özelliklerinin ve tanımının önüne geçmesi ve bireylerin zihninde yer ettiğini belirtmiştir. Okazaki ve Fujita; tipik çizimler dışında farklı duruşlara sahip olan şekillerin tanınmayabileceğini sonuç olarak sunmuşlardır. Juter; limit kavramını incelediği çalışmasında öğrencilerin, bir fonksiyonun limit değerinin elde edilebilirliği hakkında, problem çözme durumlarındaki anlayışlarının teorik tartışmalarda ortaya çıkan anlayışlarından farklılık arz ettiğini belirtmiştir. Aspinwall ve arkadaşları ise; türevlenebilme durumlarını araştırdıkları çalışmalarında, kontrol edilemeyen görsel imajların bir çelişki kaynağı olduğunu ileri sürmüşlerdir.

Kısacası **GE öğrencilerin materyaller ile birebir etkileşim halinde bırakıldıklarında**, bir kavram ile ilişkili zihinlerinde var olan birbirinden farklı kavram imajlarının etkinleştirilmiş olabileceği ve bu imajların çatışmış olabileceği düşünülebilir.

2) Üçgenin tabanı olmasa da üçgen olma özelliğinin kaybolmayacağına değinen $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$; üçgeni, üç kenarı da eşit ölçüde olması durumunda eşkenar üçgen olarak adlandırmışlardır. Ancak daha sonraki ifadelerinde kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olup olmaması konusunda bu öğrenciler, çelişkili ifadelerde bulunmuşlardır. Örneğin; ikinci görüşme protokolünün dördüncü sorusunda farkında olmadan eşkenar üçgeni göz önüne alan $Ö_2$ ile araştırmacı arasında şu diyalog gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Bir üçgen var elimizde. Bu üçgenin bir açısının ölçüsü 89° dir. Sadece bir açısı, 89° olan bu üçgen hakkında ne söyleyebilirsin?*
> **$Ö_2$:** [3 sn. sessizlik] *Eee…*
> **Araştırmacı:** *Nasıl bir şey canlandı?*
> **$Ö_2$:** *Bu hocam sanırım… yaa ikizkenar üçgen ya da… Dik üçgen… Aslında dik üçgenin şeyi 90^odir. Şeyi hani dik açının ölçüsü 90 dır ama… Tamam, yani full 90 a gerek yok tam 90 a bu yüzden dik üçgendir hocam*
> **Araştırmacı:** *Yani 89° dik olması için yeterli mi?*
> **$Ö_2$:** *Evet*
> **Araştırmacı:** *İkizkenar üçgen dedin bide, o nasıl oluyor?*
> **$Ö_2$:** *Hocam onu yaa sanırım yanlışlıkla düşündüm ama. Şöyle bir şey var ama hocam bir anda aklıma geldi ama sonra düşününce. Haa ıı dik üçgenin daha eee mantıklı olacağına karar verdim. Açı bakımından ölçüsü bakımından her bakımdan*
> **Araştırmacı:** *Peki kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*
> **$Ö_2$:** *Hıhh* [derin nefes alıyor] *Diktir. Aynı zaman da eşittir.*
> **Araştırmacı:** *Bütün kenarları mı?*

Ö$_2$: *Evet*

Bu ifadesiyle Ö$_2$'nin eşkenar üçgenin kenar ölçüleri eşit olmasına rağmen, bir açısının 90° olabileceğine değindiği, dolayısıyla kenar ve açı ölçüleri arasında herhangi bir ilişki olmadığını savunmuştur. Öte yandan, ikinci görüşme protokolünün beşinci sorusunda ise, **yine** farkında olmadan eşkenar üçgeni göz önüne alan Ö$_2$ ile araştırmacı arsında şu konuşma gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*
> **Ö$_2$:** *Diğer kenarları da eşittir.*
> **Araştırmacı:** *Nasıl?*
> **Ö$_2$:** *Söylediğim gibi.*
> **Araştırmacı:** *Bütün kenarları mı?*
> **Ö$_2$:** *Hıı hı*
> **Araştırmacı:** *eeem peki açılar?*
> **Ö$_2$:** *Neden biliyor musunuz?*
> **Araştırmacı:** *Neden?*
> **Ö$_2$:** *Çünkü 180 e tamamlıyor. 60, 60, 60 eşittir 180*
> **Araştırmacı:** *Dik üçgen nasıl bir üçgendi?*
> **Ö$_2$:** *Tamam 90 dı ama şimdi hocam 60, 90 koysak eşitlenmez diğer kenarı ne olacak. O yüzden veya şöyle olur. 30, 60, 90. Bu şekilde de olabilir ama ben 3 kenarının da eşit olduğunu düşünüyorum. Ama bu şekilde de olabilir.*

Ö$_2$'nin üçgenin iç açılar toplamının 180° olduğunu belirtmesine ve zihinsel olarak işlemleri hızlı bir şekilde yapmıştır ancak kendisine yöneltilen sorudaki 60° ye odaklanarak; 30°-60°-90° ölçülerine sahip açıları olan bir üçgenin, kenar ölçülerinin eşit olacağını belirtmiş dolayısıyla yanlış bir çıkarımda bulunmuştur. Bu durum Ö$_2$'nin eşkenar üçgenin kenarlarına odaklandığını göstermiştir. Buna öğrencinin matematik eğitim yaşantısındaki somut deneyim eksikliğinin sebep olabileceği düşünülmektedir.

3) Ö$_2$ yukarıdaki ifadelerinin ardından bu sefer; *–diğer kenarı ne olacak diyerek [kenarın açı olma durumu]*- hem kenar ve açı ölçüleri arasında ilişki olduğuna, -*zihnindeki eşkenar üçgenin bir açısının 90° olmasını kabullenerek*- hem de bu ilişkinin olmadığına değinmiştir. Kısacası; **katılımcı GE öğrenciler sorulan problemlerde spesifik değerlere ve spesifik üçgenlere odaklanarak çelişkili ifadeler kullanmışlardır.** Bu sonuç; prototip şekilden (eşkenar üçgen) gelen kavramsal algının, yanlış algılara ve genellemelere yol açması ile açıklanabilir

(Fujita, 2012; Fujita ve Jones, 2006; Hershkowitz, 1990). Ek olarak bu durum, Robert ve Schwarzenberber'ın (2002) araştırmasında elde ettiği bazı sonuçlarla uyumluluk göstermektedir. Vinner'a göre; öğrenciler problemler üzerinde çalışırken, kavram tanımı herhangi bir rol oynamamakta ve öğrenciler, kavram tanımına değil tamamıyla kavram imajına bağlı kalarak kararlarını vermektedir. Ayrıca Rösken ve Rolka'nın (2007) araştırmalarında elde ettikleri "problemler üzerinde çalışırken kavram yanılgılarının çok daha belirgin" sonucu da bu durumu destekler niteliktedir. **Dahası katılımcı GE öğrenciler farklı problemlere benzer şekilde cevap verebilirken, tek bir probleme aynı anda birbiriyle çelişebilecek cevaplarda vermişlerdir**. Bu durum, Viholainen'nin (2008a) "kavram imajlarının tutarlılık seviyesinin durağan olmadığı ve zaman içinde zihinsel aktivitelere göre değişebileceği" ifadesi ile uyumluluk göstermektedir.

4) Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_2$ her iki görüşme protokolünde de üçgenin 3 iç açısı olacağını belirttikten sonra; birinci ve ek görüşmelerdeki sorulara üçgenin iç açı ölçüleri toplamının üçgenden üçgene değişeceğini, ikinci görüşmelerde sorulan problemleri cevaplarken ise üçgenin iç açı ölçüsünün sabit ve sadece 180° olacağını ifade etmiştir. Ek görüşmelerde eşkenar üçgenin açılarından bahsederken "*mesela şura 160 olsun şura 100 olsun etti 260. E şurada mecburen 100 olur yani*", ikizkenar üçgenin açıları için ise "*O zaman mesela 60, 60, 60 olur*" diyerek iç açı ölçüleri toplamının değişkenliğini vurgulamıştır. Kısacası; **katılımcı GE öğrenci, kavram ile ilişkili işlem yapmayı gerektiren problemlerde, -*kavram ile ilişkili sorulardaki durumun tersine*- iç açı ölçüleri toplamının sabit ve 180° olmasını savunmuştur.** Bu sonuç; - *incelediği kavram ve katılımcı grubu farklı olsa da*- Juter'in (2005) ve Viholainen'in (2008a) sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Juter; limit kavramında öğrencilerin, bir fonksiyonun limit değerinin elde edilebilirliği hakkında, problem çözme durumlarındaki anlayışlarının teorik tartışmalarda ortaya çıkan anlayışlarından farklılık arz ettiğini belirtmiştir. Viholainen; kavram imajlarının tutarlılık seviyesinin durağan olmadığı ve zaman içinde zihinsel aktivitelere göre değişebileceğini belirtmiştir. **Dahası katılımcı GE öğrencinin eşkenar üçgenin iki açı ölçüsünün, ikizkenar üçgenin ise üç açı ölçüsünün eşit olacağını savunması, yanlış algılara ve genellemelere sahip olduğunu göstermektedir.** Dolayısıyla kavram imajları, kavram yanılgılarını da içerebilir.

5) Üçgenleri açı ölçülerinin eşitliğine göre isimlendiren ve iki açısının ölçüsü eşit iken ikizkenar üçgen adını veren öğrencilerden $Ö_2$ ve $Ö_4$; ikinci görüşme protokolünün dördüncü problemi sorulduğunda bu üçgenin bir açısının 89° olması konusunda birbiriyle taban tabana zıt ifadeler kullanmışlardır. Aşağıda $Ö_4$ ile araştırmacı arasında bu durumu gösteren diyalog sunulmuştur:

> **Araştırmacı:** *Bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne düşünürsün? Ne söyleyebilirsin?*
> **$Ö_4$:** *Düzgün üçgen olmaz bi kere. Düzgün üçgen olmaz. İkizkenar… da olamaz.*
> **Araştırmacı:** *Düzgün niye olamaz?*
> **$Ö_4$:** *Çünkü düzgün üçgenin iç açılar toplamı 180°. Düzgünse üçünün de 60 ar derece olmaları gerekiyor.*
> **Araştırmacı:** *hmm… Düzgün olmayan üçgenin iç açılar toplamı kaç derece o zaman?*
> **$Ö_4$:** *Onun da 180°* [2 sn sessizlik] *ama açıların hepsi eşit değil.*
> **Araştırmacı:** *Hmm tamam eeem düzgünse dedin 60° ar olur dedin. Peki, şey başka ne dedin bir şey daha diyordun sonra?*
> **$Ö_4$:** *… İkizkenar üçgen olabilir mi? … O da olmaz galiba.*
> **Araştırmacı:** *Niye?*
> **$Ö_4$:** [3 sn. sessizlik] *Olabilir mi bi dakika?* [10 sn sessizlik] *Belki olabilir… Çünkü 2 kere 89° u çarpınca 180° den küçük bi sayı çıkıyor. Diğer kenarı da çok küçük olursa belki olabilir.*

Bu ifadelerinden $Ö_4$'ün ilk başta bir açısı 89° olan bir üçgenin ikizkenar üçgen olamayacağını belirtmiş ancak ardından üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 180° olacağını düşünce -*pekâlâ*- bu üçgenin bir ikizkenar üçgen olacağı kanaatine varmıştır. Böylece, **katılımcı GE öğrenciler bir problem çözerken ilk önce verilen spesifik değere odaklanarak olumsuz cevap verirken, odak noktasını değiştirdiğinde tam tersi cevabı verebilmiştir.** Bu sonuç; -*incelediği kavram ve katılımcı grubu farklı olsa da*- Juter'in (2005) sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Juter; limit kavramında öğrencilerin, bir fonksiyonun limit değerinin elde edilebilirliği hakkında, problem çözme durumlarındaki anlayışlarının teorik tartışmalarda ortaya çıkan anlayışlarından farklılık arz ettiğini belirtmiştir. Ek olarak bu durum, Rösken ve Rolka'nın (2007) ve Robert ve Schwarzenberber'ın (2002) araştırmalarından elde edilen birtakım sonuçları destekler niteliktedir. Buna göre Vinner problemler üzerinde çalışırken öğrencilerin, kavram tanımını değil de kavramlarına bağlı kalarak kararlarını verdiklerini; Rösken ve Rolka ise problemleri çözme sürecinde kavram yanılgıların ön plana çıktığını belirtmişlerdir.

5.1.3.2.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Çelişkili Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin çokgen kavramı içinde de birbirleriyle tamamen çelişebilen ifadeleri kullandıkları görülmüştür (*örneğin $Ö_1$/$Ö_2$/$Ö_4$/$Ö_5$-kenarların uç noktalarda birleşme(me)si; $Ö_2$-çemberin çokgen olma(ma)sı; $Ö_5$-dairenin çokgen olma(ma)sı; $Ö_2$-iç açı sayısının dış açı sayısına eşit olma(ma)sı*)

1) Birinci görüşme protokolünde çokgen oluşturması istendiğinde $Ö_2$ çember oluşturmak istediğini belirterek çokgenler için "*çemberden başlıyor Dörtgen…ler, beşgenler, altıgenler olarak gidiyor yani*" sözlerini kullanmıştır. Öte yandan ek görüşmelerde ise $Ö_2$ çember için "*çokgen değildir*" ifadesini kullanmıştır. Kısacası; **katılımcı GE öğrenci farklı zaman dilimlerinde çemberin çokgen olup olmaması konusunda farklı ifadeler kullanmıştır.** Bu durum Viholainen'in (2008a); kavram imajlarının tutarlılık seviyesinin durağan olmadığı ve zaman içinde zihinsel aktivitelere göre değişebileceği ifadesiyle benzerlik göstermektedir. Öte yandan bu durum $Ö_2$'in çokgen kavram tanımında sorunlar yaşadığını göstermektedir.

2) Birinci görüşme protokolünde çokgen oluşturması istendiğinde $Ö_5$, "*Benim aklıma aslında daire geliyor… ama… daireyi yapamamaktan korkuyorum*" diyerek daire oluşturmak istediğini belirtmiştir. Mıknatıslı materyalleri biraz inceledikten sonra $Ö_5$, "*üçgen bence çokgen çünkü onun da 3 kenarı var fazla. Ama bir daire için aynı şeyi söyleyemeyeceğim… daire değil çünkü*" sözleriyle üçgen ile daireyi karşılaştırmıştır. $Ö_5$; ilk ifadesinde dairenin çokgen olduğunu *–büyük bir güvenle-* savunurken, **mıknatıslı materyallerle daire yapamayacağını anladıktan sonra** dairenin çokgen olamayacağına karar vermiştir. Dairenin çokgen olması ve olmaması konusunda karar vermekte zorlanması ile $Ö_5$'in; çokgen kavramında sıkıntılar yaşadığını ancak mıknatıslı materyallerin doğru karar vermesine yardım etmiş olabileceğini akla getirmiştir.

3) Çokgenlerin kenarları olması gerektiğine değinen katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$ farklı zaman dilimlerinde kenarların hem birleşmesi gerektiğine hem de birleşmese de çokgen olma özelliğini kaybetmeyeceğini belirtmişlerdir. Bu durum GE öğrencilerin çokgen kavram tanımında doğru parçalarının ardışık olarak uç noktalarında birleşmesi gerektiği bilgisini göz ardı ettiklerini ortaya koymaktadır. Bu durum GE öğrencilerin geometri kavramlarının öğretiminde

uygun modellerin, manipulatiflerin veya gerçek dünya öğelerinin kullanımında yetersiz kalınmış olabileceğini akla getirmiştir.

4) Son olarak; yine $Ö_2$ çokgenlerin açı sayısının çokgenden çokgene değişeceğini belirtmiş ve iç açı sayısı ile dış açı sayısının eşit olması hakkında çelişkiye düşmüştür. İkinci görüşme protokolünün yedinci sorusu ile verilen çokgende açıyı kenar olarak tanımladığında $Ö_2$, 4 dış açı olduğunu belirtmiş; açıyı aralık olarak tanımladığında iç açıların 3 tane, dış açının ise sadece bir tane olduğunu belirtmiştir. Daha sonra $Ö_2$ "*Yaa 1 tane olamaz ki. Bence 3 tane*" diyerek iç açı sayısı ile dış açı sayısının eşit olması gerektiğine değinmiştir. **Böylece katılımcı GE öğrenci; açıyı tanımlama şekline göre açı sayılarının değişebileceğini vurgulamıştır. Yani bireyin açı kavramı tanımlama şekli problem çözme yolunu etkilemiştir.** Bu sonuç; Rösken ve Rolka'nın (2007) yaptıkları çalışmadan elde edilen "öğrencilerin, farklı bağlamlardan gelen ve farklı kavram imajlarını ortaya çıkaran fikirlerin ilişkilendirilmesinde problemler yaşamaları" sonucu ile paralellik göstermektedir.

Kısacası; **katılımcı GE öğrenciler, açı, üçgen ve çokgen kavramları için hem farklı zaman diliminde farklı sorular sorulduğunda ve hem de aynı zaman diliminde sorulan tek soruya birbirleriyle bağlantılı ancak çelişen cevaplar vermiştir.** Elde edilen bu sonuç; Rösken ve Rolka (2007), Tall (1977), Viholainen (2008a) tarafından gerçekleştirilmiş çalışmalarda belirtilen birtakım sonuçlarla/ifadelerle paralellik göstermektedir. Viholainen'in gerçekleştirdiği araştırmada belirtilen "kavram imajlarının tutarlılık seviyesinin durağan olmadığı ve zaman içinde zihinsel aktivitelere göre değişebileceği" ifadesini destekler niteliktedir. Ayrıca bu durum Tall'un ifadesine göre öğrenci anlayışlarında bilişsel çelişkileri barındırabilir ve bu çelişkiler, bir soruyu cevaplamak için izlediği yaklaşıma bağlı olarak öğrenci, aynı soruya farklı cevaplar verecek şekilde mantık yürütebilir. Bu durum Rösken ve Rolka'nın integral kavramını ele aldığı araştırmasındaki "kavram imajının tutarlı ve içerisinde bulunulan bağlamla uyumlu olmak zorunda olmadığını hatta öğrencilerin farkında olmadıkları çelişkili yönleri de içerebileceği; ayrıca öğrencilerin, farklı bağlamlardan gelen ve farklı kavram imajlarını ortaya çıkaran fikirlerin ilişkilendirilmesinde problemler yaşamaları" sonucu ile örtüşmektedir.

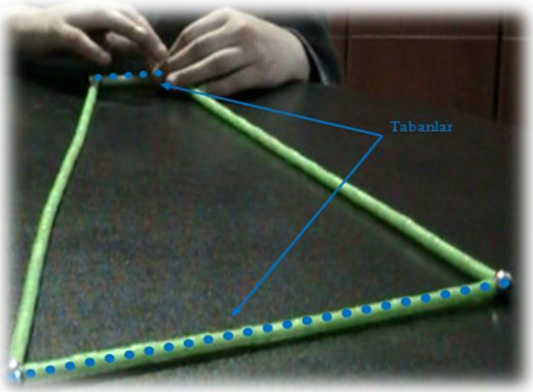
5.1.3.3. Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları

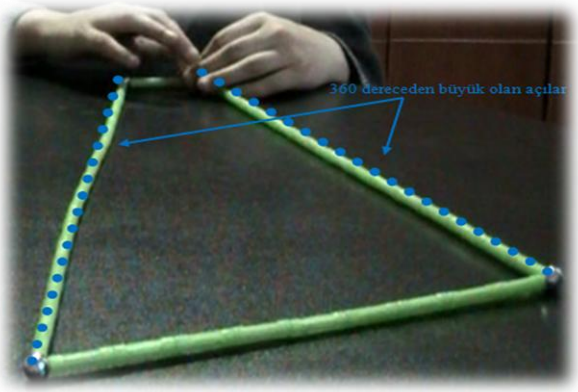
Katılımcı GE öğrencilerin *–yaptığı açıklamalar göz önüne alındığında-* aynı kategoride bulunan farklı eksenler üzerinde mantıksal olarak birbirini destekleyen **tutarlı kavram imajları**nı kullandığı görülmüştür.

5.1.3.3.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencinin açı anlayışlarında *–kendi içinde-* tutarlı bazı kavram imajları saptanmıştır (*$Ö_2$-2-2a/2c*).

İkinci görüşme protokolünde 180^oden büyük bir açı oluşturması istenen $Ö_2$ tabanı olacak şekilde üçgen oluşturarak üçgenin iki kenarının *-180° den büyük-* açı olduğunu ifade etmiştir. Taban adını verdiği üçüncü kenarın ise açı olmadığını belirtmiştir. Öte yandan 360° den daha büyük açı oluşturması istendiğinde ise $Ö_2$ yamuk oluşturmuş sonrasında tabanlar hariç kenarların açı olduğunu belirtmiştir. Aşağıda bu duruma ait görüntüler verilmiştir.





Burada öğrenci oluşturduğu çokgenlerde kenarların açı olduğunu savunarak, her ne kadar kavram yanılgısına sahip olduğunu gösterse de, farklı kavramlar da benzer ilişkiyi savunması ile *–kendi içinde-* tutarlı *-güçlü-* bir kavram imajına sahip olduğunu da göstermiştir. Kısacası; **$Ö_2$ açı kavramı için -hem üçgende hem de yamukta olmak üzere- farklı bağlamlarda yine aynı durumu savunabilmiştir.** Böylece $Ö_2$ Hähkiöniemi'ye (2006a, 2006b) göre bir temsilden (üçgen) başka bir temsile (yamuk) değişiklik yaptığında, iki temsil arasında ilişkisel bir bağlantı elde etmiş ve bu temsilleri açı kavramını açıklamak için kullandığından, iki kavram arasında yansıtıcı bir bağlantı elde etmiştir. Böylece *–her ne kadar incelenen kavramlar ve katılımcı grupları farklı olsa da-* Goldin ve Kaput'un (1996) da belirttiği gibi son derece tutarlı kavram imajı,

ilgili kavram ve temsilleri ile zayıf-güçlü bağlantıları ve Hähkiöniemi'ye (2006a, 2006b) göre *–kavramdan kavrama-* yansıtıcı olduğu kadar ilişkisel bağlantıları da mümkün kılmaktadır. Öte yandan bu sonuç; Rösken ve Rolka'nın (2007) yaptıkları çalışmadan elde edilen "öğrencilerin, farklı bağlamlardan gelen ve farklı kavram imajlarını ortaya çıkaran fikirlerin ilişkilendirilmesinde problemler yaşamaları" sonucu ile çelişmektedir.

5.1.3.3.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları

1) Üçgenin kenar sayısının 3 olduğuna değinen katılımcı GE öğrenciler üçgenin tabanı olması gerektiği yönünde fikir ayrılıklarına düşmüşlerdir. Ancak buna rağmen hem üçgenin tabanı olmasını hem de olmamasını savunan öğrenciler, üçgenleri kenar ölçülerine ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$) ve kenarların birbirine olan konumuna ($Ö_2$, $Ö_3$) göre isimlendirmişlerdir. Katılımcı GE öğrencilerin önce fikir ayrılığına düşüp sonra aynı kriterlere göre isimlendirme yapmaları bu öğrencilerin *–kendi içinde-* tutarlı kavram imajlarına sahip oldukları şeklinde yorumlanmıştır.

2) Üçgenin tabanı olmadığını belirten tüm katılımcı GE öğrenciler kenar ölçülerine göre üçgenleri eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgen olarak adlandırmışlardır. Öğrenciler, tüm bu üçgen çeşitlerinde kenar ve açı ölçüleri arasında bir ilişki olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin; $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ eşkenar üçgen için, $Ö_1$, $Ö_4$ çeşitkenar üçgen için, $Ö_5$ ise ikizkenar üçgen için bu ilişkinin varlığına dikkat çekmiştir. Bu durumlar göz önüne alındığında; $Ö_5$'in (eşkenar üçgen-ikizkenar üçgen arasında) ve $Ö_4$'ün (eşkenar üçgen-çeşitkenar üçgen arasında) tutarlı kavram imajına sahip olduğu yorumlanmıştır.

5.1.3.3.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Tutarlı Kavram İmajları

1) Çokgen oluşturması istendiğinde altıgen ve beşgen oluşturan $Ö_3$; kenar ve açı ölçüleri eşit olduğunda düzgün olmayan ve düzgün beşgen elde edeceğini belirttikten sonra, hem beşgen hem de altıgenin tabanı olması gerektiği yönünde beyanlarda/davranışlarda bulunmuştur. Bu da $Ö_3$'ün bu iki çokgenin tabanı olması yönünde tutarlı kavram imajı olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

2) Birinci görüşme protokolünün sekizinci sorusunda katılımcı GE öğrencilere raised-line şekillerin çokgen olup olmadığı sorulduğunda *-hem kompleks çokgen*

söz konusu olduğu hem de kompleks çokgen söz konusu olmadığı durumlarda- $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$ şeklin kenar sayısının, içerisinde var olduğu düşünülen çokgenlerin kenar sayısının toplamı olduğu şeklinde beyanlarda bulunmuşlardır. Bu durum öğrencilerin *kendi içinde* tutarlı bir kavram imajına sahip olduklarını şeklinde yorumlanmıştır. Öte yandan bu durum; katılımcı GE öğrencilerin çokgenliği belirlemede yanlış kararlar vermelerine de sebep olmuştur. Yani; **öğrencilerin kendi içinde tutarlı kavram imajlarına sahip olması doğru karar vermelerine yeterli olmamıştır.**

Kısacası; **aynı/farklı sorular sorulduğunda tek bir düşünceyi savunan katılımcı GE öğrenciler farklı bağlamlarda yine aynı durumu savunabilmiştir. Ancak öğrencilerin tutarlı şekilde aynı durumu savunmaları, onları doğru karar vermelerine yol açtığı gibi yanlış kararlar vermelerine de sebep olmuştur.** Elde edilen bu sonuç; Viholainen (2008a) tarafından gerçekleştirilmiş araştırmadan çıkan "kavram yanılgıları ve hatalı çıkarımlar, en azından bir ölçüde içten tutarlı ancak temelinde hatalı olan bilişsel yapılara yol açabilir" sonucunu destekler niteliktedir. Bu durum GE öğrencilerin geometrideki temel kavramlardan olan; açı, üçgen ve çokgen kavramlarına ait kavram bilgilerinde hatalı bilişsel yapılara sahip olduklarını göstermektedir. GE öğrencilerin bu kavramlar ile ilgili hatalı bilişsel yapılara sahip olmaları, kavramların somut temsilini oluşturabilecek yapılarla **gerektiğinden daha az** etkileşim halinde kalmış olduklarını akla getirmiştir.

5.1.3.4. Ortaya Çıkan Benzer İlişkiler

Farklı sorular içerisinde farklı ancak birbirine benzer anlayışlara sahip olan katılımcı GE öğrenci olduğu tespit edilmiştir

5.1.3.4.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Benzer İlişkiler

Katılımcı GE öğrencilerin açı kavram imajlarında benzer ilişkiler saptanmıştır (*$Ö_1$-1-1; $Ö_1$-1-2*).

$Ö_1$ genelde açıyı ışınların ortak bir noktada birleşimi ile oluştuğunu belirtirken; birinci görüşme protokolünün ilk sorusunda ışını bir ucu kapalı geometrik şekil olarak ikinci soruda ise ışını ışın ve doğru parçasının birleşimi olarak tanımlamıştır ve buna

göre açıyı oluşturmuştur. Kısacası; **katılımcı öğrencinin bir kavram için -benzer ilişkilerle- aynı durumu savunması ve kavram ile ilgili eksik ya da yanlış bir anlayışa sahip olması kavramı materyallerle oluşturmasına engel olmamıştır**.

5.1.3.5. Ortaya Çıkan Kavramlar Arası Geçişler

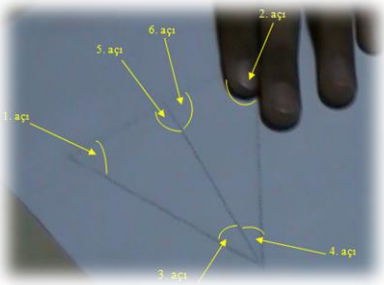
Katılımcı GE ilköğretim öğrenciler, bir kavramla ilgili açıklama yaparken -araştırmada kullanılan- diğer kavramlar ve onlara ait özellikleri de kullanmışlardır. Kavramlar arası geçiş olarak adlandırılan bu durum tüm katılımcı GE öğrencilerde gözlemlenmiştir.

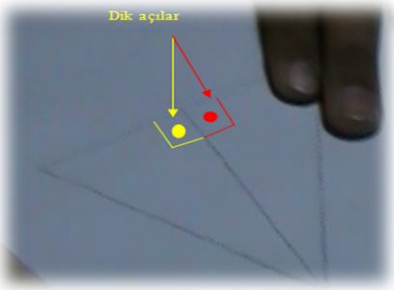
5.1.3.5.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Kavramlar Arası İlişkiler

Katılımcı GE öğrencilerin açı kavram imajlarında üçgen ve çokgen kavramına geçişler görülmüştür. (*örneğin $Ö_1$-1-3; $Ö_1$-2-1; $Ö_2$-1-2; $Ö_2$-2-2a; $Ö_2$-2-2b; $Ö_2$-2-2c; $Ö_3$-1-2; $Ö_3$-1-3; $Ö_3$-ek; $Ö_4$-1-2; $Ö_4$-1-3; $Ö_4$-ek; $Ö_5$-ek; $Ö_5$-2-2a; $Ö_5$-2-2b; $Ö_5$-2-2c*). **Aşağıda bu durumun geçerli olduğu birtakım örnekler sunulacaktır. Bu sırada, öğrenci açıklamalarından alıntılara ve araştırmacı-öğrenci konuşmalarına yer verilerek; öğrencilerin -açı- kavramına dair anlayışlarından bahsedilecektir:**

1) İkinci görüşme protokolünde raised-line materyalle verilen şekilde kaç açı olduğu ve neden birer açı oldukları sorulduğunda $Ö_1$, 6 açı olduğunu araştırmacı ile arasında geçen şu diyalogla belirtmiştir:

> **$Ö_1$:** [şekildeki kesişim noktalarını inceliyor] [şekli negatif yönde inceliyor] *Bir dakika* [2 sn. sessizlik]*… Altı ıı açı var.*
> **Araştırmacı:** *Altı… Onları gösterir misin?*
> **$Ö_1$:** *1. açı şöyle… Şuradan şöyle* [şekli negatif yönde çeviriyor]*. İkinci yine böyle, 3 şu, 4 şu, 5 ve 6 şuradan şöyle şöyle dik açılar.*





> **Araştırmacı:** *Hmm… Tamam, şimdi bunların açı olmasını sağlayan şeyler nedir? Neden açı bunlar?*

> **Ö$_1$:** *Iıı iki iki ışın bir araya gelerek açıyı oluşturuyordu* [şekli pozitif yönde inceliyor] *Öyle olduğu zaman açı… Olmasının sebebi işte… Kenarların bazılarının bir araya gelerek oluşturduğu… Şekiller.*
> **Araştırmacı:** *Hıı hı… Bu kenarların arasındaki bölgeyi mi diyorsun? Kenarların kendisini mi diyorsun?*
> **Ö$_1$:** *Bölgeyi ve kendisi* [2. Görüşme-1. Problem-Ö$_1$]

Raised-line materyal her ne kadar bir çokgen olmasa da Ö$_1$, şekildeki iki üçgenin varlığını düşünerek altı tane açı olduğunu ifade etmiştir. Bunların açı olmasına gerekçe olarak ise; normal şartlar altında "iki ışının ortak bir noktada birleşimi" ile açı oluştuğunu ancak burada kenarların ortak bir noktada birleşimi ile oluşmasını göstermiştir. Burada dikkati çeken Ö$_1$'in üçgen yani çokgen söz konusu olduğunda ışın kavramının doğru parçası olabileceğine vurgu yapması olmuştur.

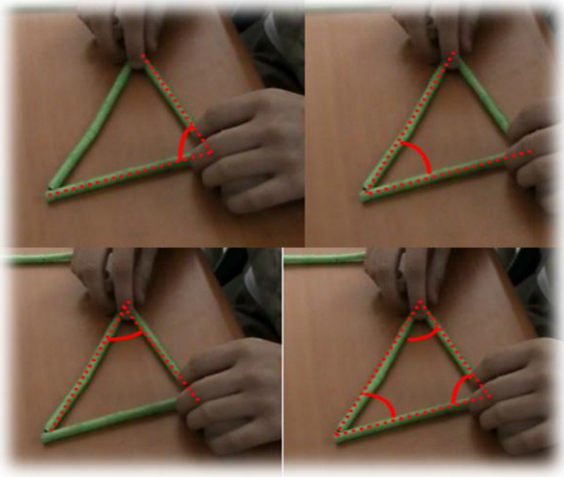
2) İkinci görüşme protokolünde yer alan ikinci soruda Ö$_2$ ölçüsü 180°den büyük açı oluşturması istendiğinde ikizkenar üçgeni; ölçüsü 360° olan açı için ise kareyi, dikdörtgeni, ikizkenar üçgeni; ölçüsü 360° den büyük açı için ise ikizkenar yamuğu, çeşitkenar üçgeni kullanmıştır. Ölçüsü 360° olan açılar için "*hocam benim bildiğim 360° olanlar zaten kare, benim bildiğime göre dikdörtgen falan oluyor"* demesiyle aslında iç açı ölçüleri toplamı ile karıştırdığı ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla Ö$_2$'nin kare ve dikdörtgenin birer açı olduğunu ifade etmesiyle kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. Yani Ö$_2$'nin açı kavramına sahip olmadığı ve açı ile çokgeni özdeşleştirdiği söylenebilir.

3) İkinci görüşme protokolünde yer alan ikinci soruda Ö$_5$ ölçüsü 180°den büyük açı oluşturması istendiğinde eşkenar üçgeni; ölçüsü 360° olan açı için ise kareyi, dikdörtgeni; ölçüsü 360° den büyük açı için ise ikizkenar yamuğu, kareyi ve dikdörtgeni kullanmıştır. Bütün bu çokgenlerde kenarları açı olarak betimleyen Ö$_5$, kenar uzunluğu ile açı ölçüsünü eş tuttuğu için kenar uzunluğu arttıkça açı ölçüsünün de artacağı düşüncesini dile getirmiştir. Böylece Ö$_5$'in açıyı yanlış tanımlaması, kavram yanılgısına sahip olmasına sebep olmuştur. Dahası Ö$_5$ bu durumu genelleyerek; eşkenar üçgen, kare ve yamuk kavramlarının da açı olması sonucuna ulaşmıştır.

4) Ö$_3$ ise; ek görüşmelerde açıyı üçgen aracılığıyla gösterebileceğini ve açının niteliğini araştırmacı ile aralarında geçen şu diyalogla belirtmiştir.

> **Ö$_3$:** *ıı Bence üçgenin kendisi bir açı oluşturuyor zaten*

Araştırmacı: *Nasıl?*
Ö$_3$: *Hani mesela şurası… böyle geldiği zaman burayı da kapattığımızda ben bir üçgen çiziyim bu böyle. Bunlar birbirleriyle birleştiğinde, bu kısımda şurası burası da, burası da* [açıları negatif yönde gösteriyor] *bir tane açı oluşturuyor 3 tane açı. Şurası dik olsa hani dik açılı üçgen felan diyoruz ya. O için onun için... Üçü farklı farklı açılar oluyor*



Yukarıdaki diyalog dikkate alındığında; Ö$_3$'ün zihninde çokgende açı kavramının doğru olarak yapılanmış olduğu görülmektedir ve ayrıca açıyı –dik- üçgen yani çokgen söz konusu olduğunda iki kenarın birleşimi ile oluştuğunu savunduğu anlaşılmaktadır.

5.1.3.5.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Kavramlar Arası İlişkiler

Katılımcı GE öğrencilerin üçgen kavram imajlarında açı ve çokgen kavramlarına geçişler görülmüştür. *(**EK-26:** Ö$_2$-açı kavramına dönüş. **EK-27:** Ö$_4$, Ö$_2$/Ö$_5$, Ö$_5$- açı kavramına dönüş. **EK-28:** Ö$_1$/Ö$_2$/Ö$_3$/Ö$_4$, Ö$_2$/Ö$_4$/Ö$_5$, Ö$_2$/Ö$_5$, Ö$_1$- açı kavramına dönüş. **EK-30:** Ö$_2$- açı kavramına dönüş. **EK-31:** Ö$_5$- açı kavramına dönüş. **EK-32:** Ö$_1$/Ö$_2$/Ö$_3$/Ö$_4$/Ö$_5$- çokgen kavramına dönüş*) **Aşağıda bu durumun geçerli olduğu birtakım örnekler sunulacaktır.**

1) Üçgen kavramı ile ilgili sorular/problemler sorulduğunda katılımcı GE öğrenciler açı kavramına da dönüşler yaşamışlardır.

- Köşe sayısının 3 olmasını savunan öğrencilerden Ö$_2$ köşenin farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmiştir. Ö$_2$ köşenin açı olmasını, oluşturduğu eşkenar üçgen için "*Ee kenarlarının eşit olması, Aynı zaman da 3 kenarının eee 3 köşesinin bulunması. Köşelerinin birbirine eşit*

olması" demesiyle savunmuştur. Böylece -ilk başta açı ile köşe aynı olarak anlaşılmasa da- $Ö_2$'nin açının köşe olmasıyla aslında üçgende açının/köşenin nokta olduğunu savunmuş olabileceği düşünülmüştür. Buradan **$Ö_2$'nin -açı kavramında açıyı nokta olarak yorumlamasa da- ilgili kavram değiştiğinde açı kavramına ait tanımlamasının da değiştiği görülmüştür.** Bu durum açıkça $Ö_2$'de kavram yanılgısına yol açmıştır.

- Üçgende açının varlığına da değinen katılımcı GE öğrenciler; üçgende açıların farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmişlerdir. Burada dikkati çeken durum; $Ö_5$'in sadece açı kavramı söz konusu olduğunda açıyı aralık olarak tanımlamazken üçgende açıyı iki kenar arasındaki aralık olarak ve aralığın nokta yani köşe olarak tanımlaması olmuştur. Buradan **$Ö_5$'in –açı kavramını aralık ve aralığın nokta olmasını yani köşe olmasını yorumlamasa da- ilgili ana kavram değiştiğinde açı kavramına ait tanımlamasının da değiştiği görülmüştür.** Bu durum açıkça $Ö_5$'te de kavram yanılgısına yol açmıştır.

2) Üçgen kavramı ile ilgili sorular/problemler sorulduğunda katılımcı GE öğrenciler çokgen kavramına da dönüşler yaşamışlardır

- $Ö_4$ birinci görüşme protokolü 6. soruda, üçgenleri kenarlarına ve açılarına göre sınıflandıracağını belirtmiştir. Bu sınıflandırmasının açıklamasını ise şu cümleleri kullanarak yapmıştır:

> *Çünkü kenar uzunluğu farklı olduğuna… yani kenar uzunluğu farklıysa… farklı. Bide açıları farklıysa yine farklı. Mesela…düzgün… çokgenlerde bi tek üçgen değil… hıh çokgenin sayısına… bölünce işte iç açıları toplamına… buluyoruz bir açısını… ama diğerlerinde öyle yapamıyoruz*

Bu ifadeleriyle $Ö_4$ üçgen kavramı ile ilgili konuşurken bir anda düzgün çokgenleri anlatmaya başlamış olması kavramlar arası geçiş yaptığı şeklinde değerlendirilmiştir.

- $Ö_5$ ise üçgen için "*Üçgen 3 kenarlı olan, 3 açısı olan bir… çokgen yani geometrik şekil*" diyerek üçgenin 3 kenarlı ve açılı bir çokgen olduğuna değinerek üçgen kavramından çokgen kavramına geçiş yapmıştır.

5.1.3.5.3. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Kavramlar Arası İlişkiler

Katılımcı GE öğrencilerin çokgen kavram imajlarında açı ve üçgen kavramlarına geçişler görülmüştür. (***EK-33:*** *$Ö_1/Ö_4$, $Ö_1/Ö_2/Ö_3/Ö_4/Ö_5$-üçgen kavramına dönüş.* ***EK-34:*** *$Ö_1/Ö_2/Ö_3/Ö_4/Ö_5$- üçgen kavramına dönüş.* ***EK-36:*** *$Ö_2$, $Ö_1/Ö_4$, $Ö_3$, $Ö_5$-üçgen kavramına dönüş.* ***EK-37****: $Ö_2/Ö_3$, $Ö_1/Ö_2/Ö_3$, $Ö_1$, $Ö_2/Ö_5$-açı kavramına dönüş.* ***EK-37****: $Ö_2$-açı kavramına dönüş.* ***EK-39:*** *$Ö_1/Ö_2/Ö_3/Ö_4/Ö_5$-üçgen kavramına dönüş*). **Aşağıda bu durumun geçerli olduğu birtakım örnekler sunulacaktır.**

1) Çokgen kavramı ile ilgili sorular/problemler sorulduğunda katılımcı GE öğrenciler üçgen kavramına dönüşler yaşamışlardır.

- Kavramlar arası olan bu geçişlerden biri, öğrencilerin çokgenliği belirleme stratejilerinde görülmüştür. Öğrenciler raised-line şekilleri tanımak için; içerisinde üçgen olup olmadığına, bir üçgenin içerisinde olup olmadığına veya şekilleri parça olarak düşündüklerinde üçgen olup oluşup oluşmadığına dikkat etmişlerdir. Buda katılımcı GE öğrencilere en tanıdık gelen geometrik şekillerden birinin üçgen olduğunu akla getirmiştir. Böylece **GE öğrenciler bildikleri çokgenler sayesinde, bilmedikleri geometrik şekilleri tanımaya/isimlendirmeye çalışmışlardır.**
- Bir diğer kavramlar arası geçiş; katılımcı GE öğrencilerin çokgenlerde kenar sayısı arttıkça, iç açı ölçüleri toplamının farklı olduğunu söylemeleriyle ortaya çıkmıştır. Öğrenciler; iç açı ölçüleri toplamını her ne kadar farklı yöntemleri kullanarak bulsalar da genel olarak üçgenin iç açı ölçülerinin 180° ($Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$) veya 360° ($Ö_2$) olduğunu söyleyerek üçgen kavramına geçiş yapmışlardır. $Ö_2$'nin üçgenin iç açı ölçüleri toplamının 360° ve diğer öğrencilerin 180° olduğunu söylemesi, üçgen kavramında da aynı öğrencilerin aynı ifadeleri kullanması dikkat çekmiştir. Buradan bütün katılımcı GE öğrencilerin ana (çokgen-üçgen) kavram değişse de bir kavrama ait anlayışların değişmediği görülmüştür.

2) Çokgen kavramı ile ilgili sorular/problemler sorulduğunda katılımcı GE öğrenciler açı kavramına da dönüşler yaşamışlardır.

- Köşe sayısının en az 3 olmasını savunan öğrencilerden $Ö_2$ köşenin farklı niteliklere sahip olduğunu belirtmiştir. $Ö_2$ köşenin açı olmasını, oluşturduğu üçgen için "*köşelerinin de aynı olması*" demesiyle

savunmuştur. Böylece $Ö_2$'nin açının köşe olmasıyla aslında açının nokta olduğunu savunmuş olabileceği düşünülmüştür. Buradan **$Ö_2$'nin -açı kavramında da açıyı nokta olarak yorumlamasa da- ilgili kavram değiştiğinde açı kavramına ait tanımlamasının da değiştiği görülmüştür.** Bu durum açıkça $Ö_2$'de kavram yanılgısına yol açmıştır. Ayrıca; $Ö_2$'nin çokgende köşeyi açı olarak yorumlaması, Keiser'ın (2000) çalışmasında elde ettiği sonuçlarla paralellik göstermektedir.

- Çokgenlerde iç açı ve dış açıların varlığına değinen katılımcı GE öğrenciler dış açının varlığında; açının kenar ($Ö_2$, $Ö_3$) veya aralık ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$) olmasına değinmişlerdir. Burada dikkati çeken durum; **–sadece açı kavramı söz konusu iken açıyı kenar olarak yorumlamazken- $Ö_3$'ün çokgenlerde dış açı söz konusu olduğunda, dış açıyı kenar olarak yorumlaması olmuştur.** Bu durum, çokgenlerde dış açı kavramının tam olarak yapılanmamış olduğunun bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Öte yandan bu durum $Ö_3$'ün alışkın olmadığı bir görev olarak karşısına çıkan soruya cevap vermek için, mevcut açı kavram bilgisini terk ederek farklı bir açı tanımlamasını kullanmış ve hatalı bir çıkarımda bulunmuştur. İç açının varlığında ise; açının aralık ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$), kenar ($Ö_2$, $Ö_5$) ve iki kenarın ortak bir noktada birleşimi ($Ö_1$) olmasına değinmişlerdir. Burada ise **$Ö_1$'in –sadece açı kavramı söz konusu iken açıyı aralık olarak yorumlamazken- çokgenlerde iç açı söz konusu olduğunda, açıyı aralık olarak yorumlaması ilginçtir.**

Kısacası; **katılımcı GE öğrencilerin bir kavramı açıklarken başka kavramları kullandıkları, bu durumun bazı öğrencilerde hatalı çıkarımlara ve kavram yanılgılarına yol açarken bazı öğrencilerde ise kavram yanılgılarına yol açmadığı tespit edilmiştir.** Ayrıca; **ana kavram değiştiğinde –yardımcı kavramlarda formal tanımı veya formal tanıma en yakın tanımı kullanmalarına rağmen- yardımcı kavramlarda katılımcı GE öğrencilerin kavram yanılgılarına düştükleri tespit edilmiştir.** Bu sonuç; Rösken ve Rolka'nın (2007) yaptıkları çalışmadan elde edilen "öğrencilerin, farklı bağlamlardan gelen ve farklı kavram imajlarını ortaya çıkaran fikirlerin ilişkilendirilmesinde problemler yaşamaları" sonucu ile paralellik göstermektedir.

5.1.3.6. Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin *–yaptığı açıklamalar göz önüne alındığında-* aynı kategoride bulunan eksenler üzerinde birden fazla anlayış olduğu ve bu anlayışların ne birbirleriyle taban tabana zıt, ne de tamamıyla tutarlı, hatta bazen bir kısmı çelişebilen ifadeleri yani **çoklu yatay kavram imajlarını** kullandıkları görülmüştür. **Aşağıda her bir kavram için bu durumun geçerli olduğu birtakım örnekler sunulacaktır. Bu çoklu yatay kavram imajları sunulurken, öğrenci açıklamalarından bazı alıntılara ve araştırmacı-öğrenci konuşmalarına yer verilerek; öğrencilerin anlayışlarından bahsedilecektir.**

5.1.3.6.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin açı kavram imajlarında çoklu yatay kavram imajlarına rastlanmıştır (*örneğin $Ö_1$-dönme olma durumu; $Ö_2$-açı çeşitleriyle anlatma $Ö_1$/$Ö_3$-açı çeşidine karar verme; $Ö_4$-ölçü olma durumu; $Ö_5$-diğer geometrik şekiller olma durumu*).

1) Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_1$ birinci görüşme protokolünde açıyı tanımlaması, açı oluşturması ve bilmeyen birine açıyı anlatması istendiğinde; ışınların düzlemde dönmesi ile açıyı tanımlarken, ikinci görüşme protokolünde ölçüsü 180^oden büyük açı oluşturması istendiğinde hem düzlemde dönme ile hem de uzayda dönme ile açı elde edilebileceğini ifade etmiştir. İkinci görüşme protokolünde ölçüsü 180^oden açı oluştururken, $Ö_1$ sandalye üzerinde oturduğu yerden sola doğru dönerek aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> *180° mesela hani ben böyleyim yaa Böyle işte döne döne döne döne böyle* [2 sn. sessizlik] *Yamula yamula böyle, şöyle döndüğüm zaman* [2 sn. sessizlik] *Arkamı döndüğüm de 180° oluyor yaa…*

$Ö_1$'in bu şekilde kendi etrafında dönerek açıyı anlatması, açıyı uzayda dönmenin göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin açıyı kendi etrafında dönerek anlatmaları; *-katılımcı grubunun görme durumu, eğitim seviyesi farklı olsa da-* Clements ve Burns'ın (2000) ve Fyhn'ın (2006) çalışmalarında da görülmüştür.

2) Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_4$ birinci görüşme protokolünde bilmeyen birine açıyı anlatması istendiğinde açıölçerden ve ardından açı çeşitlerinden

bahsederek açının tanımını ifade etmekten kaçınmıştır. Ancak daha sonra araştırmacı ile $Ö_4$ arasında şu diyalog gerçekleşmiştir:

> **Araştırmacı:** *Peki, açının tam olarak nedir?*
> **$Ö_4$:** *Iu geometrik şekillerin ölçüm birimi yani, kenarlarının… Geçen sene öğrenmiştik ama*
> .....
> **$Ö_4$:** *İşte 6* [altıncı sınıfta]*da doğruyu işledik, doğru parçası, doğrular, noktaların noktaları falan işledik… Işın falan ama doğruyla açıyı bir arada görmemiştik onu diyorum* [3 sn. sessizlik] *zihnimde pek bişey.....*
> **Araştırmacı:** *Peki, başka bir şekil üzerinden anlatabilir misin açıyı?*
> **$Ö_4$:** *Mesela açıyı ben şöyle düşünüyorum bir derece, bişeyin birimi...* [1. Görüşme]

$Ö_4$'ün açı kavramının tanımı için açıkça bir şey söyleyememesi; kavramın yapılanmamış olduğunun bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Öte yandan $Ö_4$'ün açı için "*kenarların ölçüm birimi*" ve "*derece*" olarak değerlendirmesi; açıyı sırasıyla kenarın ve açının ölçüsü olarak düşündüğü şeklinde yorumlanmıştır. 6. sınıf müfredatında açı kavramı işlenmesine rağmen [görüşme yapıldığı an] 7. sınıfta okuyan $Ö_4$'ün açı kavramını işlemediklerini iddia etmesi ilginçtir. Bu durum öğrencinin kavram tanımını bilmediği veya derslerde bu kavrama ilişkin öğretimin gerçekleşmediği şeklinde yorumlanabilir. Öte yandan; açıyı hem kenarın ölçüsü olarak hem de açının ölçüsü olarak betimlemesi ile **$Ö_4$'te çoklu yatay kavram imajına sahip olduğunu; açı kavramının tam olarak yapılanmadığını ve kavram yanılgılarına sahip olduğunu göstermektedir.**

3) İkinci görüşme protokolünde, ölçüsü 360° olan açı oluşturması istendiğinde $Ö_5$ kenar ölçülerinin eşit olmasını istediği için "*4'ten 2'yi çıkardığımızda ve 180*[^{o}]*'le çarptığımızda 360*[^{o}] *oluyor*" diyerek kare oluşturmayı tercih etmiş ve ek olarak dikdörtgenin de olabileceğine değinmiştir. Sonrasında araştırmacının "*Ölçüsü 360°'den büyük açı oluşturur musun?*" sorusuna cevap olarak "*Ama bu… Kare olmayacak galiba biraz dikdörtgen olacak çünkü kenar eşitlikleri aynı olmayacak*" diyerek dikdörtgen oluşturmayı tercih etmiştir. Böylece $Ö_5$ hem ölçüsü 360° olan ve hem de ölçüsü 360° den büyük olan açı için dikdörtgen oluşturarak, dikdörtgenin bir açı olduğunu iddia etmiştir. Sonuç olarak; **farklı sorular söz konusu olduğunda $Ö_5$'in aklına aynı kavram gelmesine rağmen; aynı kavram için birbirinden farklı ifadelerde bulunmuştur.** Bu da $Ö_5$'in

açıyı çokgenin kenarı olarak yorumlaması sonucu meydana gelmiş olabilir. Çünkü yukarıdaki ifadesinde de belirttiği gibi "*kenar eşitlikleri*" ile açıyı eşdeğer görmüştür.

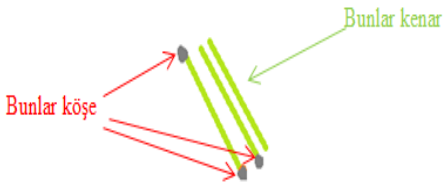
5.1.3.6.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin üçgen kavramı için çoklu yatay kavram imajları olduğu görülmüştür. (***EK-25:*** *$Ö_3$-kenarların doğru/doğru parçası olma durumu; $Ö_5$-kenar sayısının 2/3 olma durumu; $Ö_4$-kenarların uç noktalarında birleşimi/yanyana birleşimi.* ***EK-26:*** *$Ö_5$-uzun üçgenin iki kenar uzunluğunun eşit olması/üç kenar uzunluğunun farklı olması.* ***EK-28:*** *$Ö_1$-üçgende açının iki kenarın ortak bir noktada birleşimi/dönme olma durumu; $Ö_2$-üçgende açının iki kenarın ortak bir noktada birleşimi/kenar/aralık olma durumu; $Ö_4$- üçgende açının iki kenarın ortak bir noktada birleşimi/kenar olma durumu; $Ö_5$-üçgende açının kenar/aralık/üçgen olma durumu.* ***EK-29; EK-30:*** *$Ö_2$-köşenin açı/iki kenarın birleşim noktası olma durumu; $Ö_5$-köşe sayısının 2/3 olma durumu*). **Aşağıda bu kavram imajlarının geçerli olduğu birtakım örnekler sunulacaktır.**

1) Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_3$ farklı zaman dilimlerinde üçgenin kenarlarının hem doğru hem de doğru parçası olduğunu savunmuştur. Birinci görüşme protokolünün dördüncü sorusunda $Ö_3$ üçgenin kenarlarının ikişer ikişer ortak bir noktada birleşmesi gerektiğini ifade ederken "*Evet açıların birleşmesi, doğruların birleşmesi gerekiyor*" diyerek kenarların doğru olduğuna değinmiştir. Öte yandan, birinci görüşme protokolünün beşinci sorusunda ise $Ö_3$ "*Bilmeyen birine üçgen kavramını 3 tane açısının olduğunu söylerim. Doğru parçalarını ee birleştirdiğimiz de hani birinin dik.....*" diyerek doğru parçalarına dikkat çekmiştir. **Böylece $Ö_3$ üçgenin kenarları için farklı tanımlamalar yapmıştır.** Başka bir ifade ile $Ö_3$'ün doğruların birleşimi ile üçgen elde edilebileceğini belirtmesi yanlış kavram tanımına sahip olduğunu; öte yandan doğru parçalarının birleşimi ile üçgen elde edilebileceğini belirtmesi ile de üçgen anlayışının doğru olduğu söylenebilir. Bunda GE öğrencinin eğitim sürecinde doğrular ile üçgen tanımının verilmiş olabileceği veya öğrencinin yanlış hatırlıyor olabileceği düşünülebilir.
2) $Ö_5$ üçgenin kenar sayısının hem 2 hem de 3 olabileceğini savunmuştur. $Ö_5$ üçgen oluşturması istendiğinde **-ısrarla-** uzunlukları eşit iki doğru parçaları ile üçgen

oluşturmaya çalışmıştır. Ancak bütün bu uğraşları sonunda, üçgen oluşturmada ciddi zorluklarla karşılaşmış ve –doğru parçalarını orta noktalarından bükerek- her seferinde deltoid oluşturmuştur. Öte yandan üçgeni tanımlaması istendiğinde ise $Ö_5$ üçgeni "*üç kenarlı bir çokgen"* olarak tanımlamıştır. Bu duruma benzer olarak; $Ö_5$ sözel olarak üçgenin 3 köşesi olduğunu belirtirken, üçgen oluşturma sırasında 2 köşe (mıknatıslı top) kullanmıştır. **$Ö_5$'in üçgeni teorik olarak doğru tanımlamasına rağmen uygulamada -ısrarla- yanlış bilgiyi takip etmesi, zorluklarla karşılaşmasına neden olmuştur.** Bu sonuç; Rösken ve Rolka'nın (2007) belirli integral kavramına ilişkin lise öğrencilerinin kavram imajları ve kavram tanımlarını incelediği çalışmasından elde edilen "öğrenci öğrenmelerinde zorlukların meydana gelmesi ve kavram imajlarının, kavram tanımı ile karşılaştırıldığında kritik durumları da içerebileceği" sonucu ile uyumluluk göstermektedir. **Ayrıca bu durum teori ile uygulamadaki boşluğun ne kadar büyük olduğunu ortaya koymuştur.**

3) $Ö_4$ ise üçgen oluşturması istendiğinde, eş doğru parçalarını aşağıdaki gibi yan yana konumlandırarak elde ettiğini belirtmiştir.



Ancak bilmeyen birine üçgen anlatmak için gönye kullanacağını söyleyen ve gönye isteyen $Ö_4$ "*Bunun ki gibi böyle… kapalı olucak şöyle… şuraları kapalı olucak*" diyerek kenarların ikişer ikişer uç noktalarında birleşimine dikkat etmiştir**. $Ö_4$'ün ve $Ö_5$'i teorikte üçgeni kabul edilebilir tanımlamasına rağmen uygulamada yanyana birleşimi kullanması $Ö_5$ gibi zorluklar yaşamasına neden olmuştur. Bu durum ayrıca $Ö_5$'te olduğu gibi teorik bilgi ile uygulama arasındaki boşluğun ne kadar büyük olduğunu göstermektedir.** Yukarıda ikinci maddede verilen $Ö_5$'in durumunda olduğu gibi bu durum Rösken ve Rolka'nın (2007) sonucu ile uyumluluk göstermektedir.

Kısacası **hem $Ö_4$'ün hem de $Ö_5$'in teorikte ve uygulamada çelişkiye düşmeleri ve bu çelişkinin farkına varamamaları**; *-kavramlar ve katılımcı grubu farklı olsa da-* Giraldo, Tall ve Carvalho'nun (2003) araştırmasında ortaya çıkan

sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Nitekim Giraldo ve arkadaşları türev kavramı kavram imajlarını zenginleştirmek için teorik ve işlemsel çelişkileri kullandıkları çalışmada; teorik ve işlemsel çelişkilerin farklı öğrencilerde, farklı ve belirgin bir şekilde rol oynadığını ortaya çıkarmışlardır. Ek olarak bu durum Giraldo ve arkadaşlarına göre kavramın anlaşılmasında büyük bir engel oluşturmuştur. Ayrıca katılımcı GE öğrencilerin bu durumu, Tall'un (1977) matematik öğretiminde bilişsel çelişkileri ele aldığı bildirisindeki "kavrama ilişkin anlayışın yetersizliğinin bireyleri, kargaşa içerisine düşürmesi ve hatta zorluğun nereden kaynaklandığına dair bilgi sahibi olmamaları" ifadesi ile örtüşmektedir. $Ö_4$ ve $Ö_5$'in 2 ve 3 numaralı maddelerde belirtilen durumlarında, GE öğrencilerin matematik derslerinde geometrik şekilleri oluşturma etkinliklerinin yapılmamasının ve sadece kavram tanımının verilmesinin etkili olduğu düşünülebilir.

5.1.3.6.2. Çokgen Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Yatay Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin çokgen kavramı için çoklu yatay kavram imajları olduğu görülmüştür. (***EK-33:*** *$Ö_2$/$Ö_4$/$Ö_5$-kenarların eğri/doğru parçası olma durumu; $Ö_2$-en az 3 kenar olması/ en az 4 kenar olması; $Ö_3$/$Ö_4$-en az 3 kenar olması/en az 5 kenar olması.* ***EK-36:*** *$Ö_2$-dörtgenlerin İ.A.Ö.T.nın 180°/90°/45^oolması.* ***EK-37:*** *$Ö_2$/$Ö_3$-kenarların/aralığın açı olma durumu; $Ö_1$-aralığın/iki kenarın ortak bir noktada birleşiminin açı olma durumu; $Ö_2$-kenarın/aralığın açı olma durumu.* ***EK-38****: $Ö_2$-köşenin açı/iki kenarın dışa doğru birleşim noktası olma durumu*). **Aşağıda bu durumun geçerli olduğu birtakım örnekler sunulacaktır.**

1) Katılımcı GE öğrencilerden $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$ çokgenin kenarlarının hem doğru parçası olacağını hem de eğri olabileceğini belirtmişlerdir. Örneğin; $Ö_5$ birinci görüşme protokolünün yedinci sorusunda çokgen olarak, daire oluşturacağını belirtmiş ancak sonrasında üçgen ile daireyi karşılaştırarak dairenin çokgen olmadığına karar vermiştir. Bu kararını ise "*Ama şimdi mantıklı düşününce ☺. yani değil… Çünkü onun kenarları olmadığı için, daire olduğu için yuf yusyuvarlak olduğu için ona biz öyle diyemeyiz*" sözleriyle açıklamıştır. $Ö_5$'in burada kenarlar ve yuvarlaklıktan bahsetmesi, kenarların eğri olamayacağı yani doğru parçası olması gerektiği şeklinde yorumlanmıştır. Öte yandan $Ö_5$ birinci görüşme protokolünde 8. sorunun 14. raised-line şeklinin çokgen olduğunu "*Çünkü bir*

daire değil buradan çıkıyor 2 tane, 2 tane şekil gibi olmasa da 2 tane gibi gözüküyor" ifadeleriyle dile getirmiştir. $Ö_5$'in burada kenarların doğru parçası olmadığını fark etmesine rağmen bu geometrik şeklin çokgen olduğunu söylemesi kenarların eğri olabileceği şeklinde yorumlanmıştır. Bu durum diğer öğrencilerde de benzer şekillerde ortaya çıkmıştır. Kısacası; **katılımcı GE öğrenciler aynı soruya –birbiri ile tamamıyla zıt olmayan- farklı cevaplar verirken, aynı kavram için sorulan farklı sorularda da farklı durumları savunmuştur. Bu durum katılımcı GE öğrencilerin aynı anda – ne tutarlı ne de çelişkili- birden fazla bilgi birimini zihninde barındırdıkları, bunun sonucu olarak ta kavram ile ilgili yanlış anlamalara sahip oldukları görülmüştür.** Bu sonuç; Tall'un (1977) ifadesi ile örtüşmektedir. Buna göre öğrenci matematiksel şemasını yeniden yapılandırdığında bilişsel çelişkiler ortaya çıkabilir ve bu çelişkiler, bir soruyu cevaplamak için izlediği yaklaşıma bağlı olarak öğrenci, aynı soruya farklı cevaplar verecek şekilde mantık yürütebilir.

2) Katılımcı GE öğrenciler çokgenlerin kenar sayıları hakkında birden fazla ve birbirinden farklı durumları savunmuşlardır. Örneğin $Ö_2$ çokgenlerin en az 3 ve en az 4 kenarı olduğunu belirtirken; $Ö_3$ ve $Ö_4$ çokgenin en 3 ve en az 5 kenarı olduğunu belirtmişlerdir. Aşağıda öğrencilerin bu durumu ortaya çıkaran birebir ifadelerine yer verilecektir.

> *Ya çember daha doğru ben yanlış söyledim. Çemberden başlıyor. Dörtgen…ler, beşgenler, altıgenler olarak gidiyor* [Birinci Görüşme Protokolü 7. Soru-$Ö_2$]
>
> *Çokgen çünkü 2 den başlıyor. Bu defa kesin kararlıyım. 2 kenarı olan bişey yok ama 2 kenardan yükseği kesinlikle… çokgendir eminim.* [Birinci Görüşme Protokolü 7. Soru-$Ö_2$]
>
> **$Ö_3$:***Eşkenar dörtgenin… Sadece 4 kenarı var*
> **Araştırmacı:** *Peki çokgen olması için o zaman en az kaç kenarı olması gerekiyor?*
> **$Ö_3$:** *5 sanırım* [Birinci Görüşme Protokolü 7. Soru-$Ö_3$]
>
> *Üçgen çokgendir, dörtgen de çokgendir. Çünkü yani kenar… ları… Yani kenar sayısına göre çokgen olup olmadığını söylüyorduk. 2 den büyük olması gerekiyor. Çünkü 2 hani tam bir şekil oluşturmuyor açık kalıyor arası* [ek görüşmeler-$Ö_3$]
>
> *En az 3 en fazla sınırsız kenar olabilir* [Birinci Görüşme Protokolü 7. Soru-$Ö_4$]

Ö$_4$: *çokgen... kareye benziyor... Birisi şurası birisi şurası, birisi şurası biriside… şurası...* [bu arada bir sonraki raised-line şeklin çokgenliğine karar veriyor]



Ö$_4$: *Evet bu çokgen demin ki değil.* [Birinci Görüşme Protokolü 7. Soru-Ö$_4$]

Yukarıdaki konuşmalardan katılımcı GE öğrencilerin çokgenin kenar sayısı hakkında farklı söylemleri kullanmaları, bu üç öğrencinin de zihninde "çokgen" kavramının tam olarak yapılanmamış olduğunun bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin zihinlerinde yer alan birden fazla farklı yapılardan birinin doğru olması da öğrencilerin doğru kavramaların yanında yanlış kavramaları, dolayısıyla çelişen bilgilere sahip oldukları şeklinde yorumlanmıştır. Öte yandan Ö$_2$, Ö$_3$ ve Ö$_5$ üçgenin; Ö$_3$ ve Ö$_4$ ise dörtgenlerin birer çokgen olup olmamasını ifade ederken zorluklar yaşamışlardır. Bu durum GE öğrencilerin dörtgenlerden sadece dikdörtgeni, kareyi ve yamuğu bilmeleri ve bunların beşgen, altıgen vb. gibi çokgenlerde olduğu gibi *kenar sayısı+gen* şeklinde isimlendirilmemiş olmalarının birer etkisinin olabileceği düşünülebilir.

Kısacası; **katılımcı GE öğrencilerin aynı durum için tamamıyla birbiriyle çelişebilen, tutarlı olabilen veya bir kısmı çelişebilen birden fazla anlayışa sahip oldukları görülmüştür. Katılımcı GE öğrencilerin bu durumu, zengin bir anlayışa sahip olmalarının yanı sıra kavram yanılgılarına da sahip olduklarını göstermektedir.** Bu sonuç; Tall ve Vinner'ın (1981), Rösken ve Rolka (2007)'nın araştırmalarında elde ettikleri bir takım sonuçlarla paralellik göstermektedir. Tall ve Vinner, kavram imajının öğrencilerde farklılık arz eden dinamik bir varlık olduğunu ve bu kavram imajlarından bazılarının matematiksel olarak yanlış olabileceğini ifade etmiştir. Rösken ve Rolka ise kavram imajının tutarlı ve içerisinde bulunulan bağlamla uyumlu olmak zorunda olmadığını hatta öğrencilerin farkında olmadıkları çelişkili yönleri de içerebileceği sonucuna ulaşmıştır.

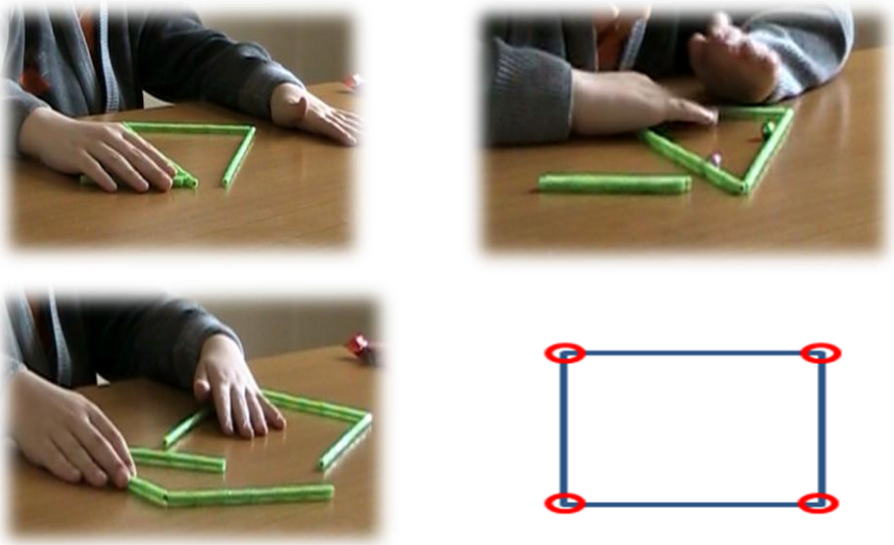
5.1.3.7. Ortaya Çıkan Çoklu Dikey Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin herhangi bir kategoride yer alan eksenler üzerinde bir anlayışın, başka bir kategori de mantıksal olarak yer bulduğunu, yani içerik değiştiğinde algılamanın tamamıyla değişmesi vesilesiyle kavram için farklı kategorinin elde edilmesini sağlayan ifadeleri kullandıkları görülmüştür. Bu durum araştırmacı tarafından çoklu dikey kavram imajı olarak adlandırılmıştır. **Aşağıda bu durumun geçerli olduğu örnekler ayrıntılı şekilde sunulacaktır. Bu esnada, öğrenci açıklamalarından alıntılara ve araştırmacı-öğrenci konuşmalarına yer verilerek; öğrencilerin anlayışlarından bahsedilecektir.**

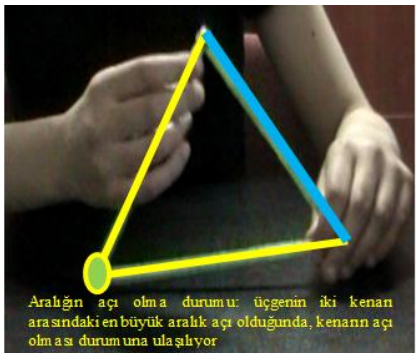
5.1.3.7.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Dikey Kavram İmajları

Açı kavramı için 3 adet çoklu dikey kavram imajı elde edilmiştir (*Ö*$_4$-*Ö*$_5$*; Ö*$_2$*; Ö*$_5$).

1) Ö$_4$ ve Ö$_5$'te görülen –ilk- **çoklu dikey kavram imajı;** öğrencilerin açıyı ikiden fazla doğru parçasının tek bir ortak nokta olmaksızın [yani, ardışık olarak ikişer ikişer ortak bir noktada birleşim] ucuca zikzak yerleşimde görülmüştür. Bu durum; dört doğru parçasının ikişer ikişer bir ortak noktada birleşimi olduğunda dikdörtgenin açı olması [bakınız: diğer geometrik şekiller olma durumu: dikdörtgen olma durumu] durumuna denk olarak değerlendirilmiştir. Bu durumu özetleyen iki görüntü [üçgen ve dörtgen için] aşağıda verilmiştir [2. Görüşme protokolü-Ö$_4$; 1.ve 2. Görüşme protokolü-Ö$_5$]:



2) İkinci **çoklu dikey kavram imajı;** $Ö_2$'de *aralık olma durumu* kategorisinde yer alan, çokgen söz konusu iken iki kenarın uç noktalarını birleştiren doğru parçasının açı olması, açının üçgenin kenarı olması durumuna denk olarak değerlendirilmiştir. Bu durumu özetleyen görüntü aşağıda sunulmuştur [1.ve 2. Görüşme protokolü-$Ö_2$]:

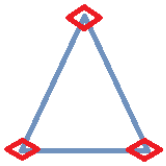


3) Üçüncü **çoklu dikey kavram imajı;** *kenar olma durumu* kategorisinde çokgen söz konusu olmadığı durumda kenarın bir nokta olduğunu belirten $Ö_5$, -her ne kadar nokta açıdır demese de- açının diğer geometrik şekillerden nokta olma durumuna değindiği görülmüştür. [2. Görüşme protokolü-$Ö_5$]

5.1.3.7.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan Çoklu Dikey Kavram İmajları

Birinci görüşme protokolünde üçgenin açıları hakkında birbirinden farklı ifadeler kullanan $Ö_5$'ten ek görüşmelerde üçgenin açılarını göstermesi istenmiştir. Ö5 iki elini de mıknatıslı materyallerle oluşturulan üçgenin üzerine koyarak "*Açı bunların hepsi yani hepsini kapsıyor. Yani kendisinin açısı… ama kenarları 3 kenar*" diyerek üçgenin bir açı olduğunu savunmuştur. Açının üçgen olması; $Ö_5$'in açıyı ikiden fazla doğru parçasının tek bir ortak nokta olmaksızın [yani, ardışık olarak ikişer ikişer ortak bir noktada birleşim] ucuca zikzak yerleşim olarak tanımlamasına denk olarak değerlendirilmiştir. Bu durumu özetleyen iki görüntü aşağıda verilmiştir:





Kısacası; **katılımcı GE öğrencilerin farklı zamanlarda farklı sorular için farklı ifadeleri kullanması, onların bu ifadelerine tamamıyla destekleyecek denk anlayışlara sahip olmasını engellememektedir. Katılımcı GE öğrencilerin bu**

durumu, kavram yanılgılarıyla dolu zengin ve karmaşık bir anlayışa sahip olduklarını göstermektedir. Bunda GE öğrencilerin geometri kavramlarını dokunma duyusu ve uzamsal ipuçlarını kullanarak öğrenmelerinin ve Hershkowitz'in (1980) de belirttiği gibi anlayışlarının sadece bir prototip imajla sınırlı kaldıkları ve bu anlayışa aşırı güvenmiş olabileceklerinin bir rolü olabilir. Dolayısıyla geometri kavramlarının öğretiminde kavrama ait sınırlı örneklerin verilmiş olabileceğini de düşünülebilir.

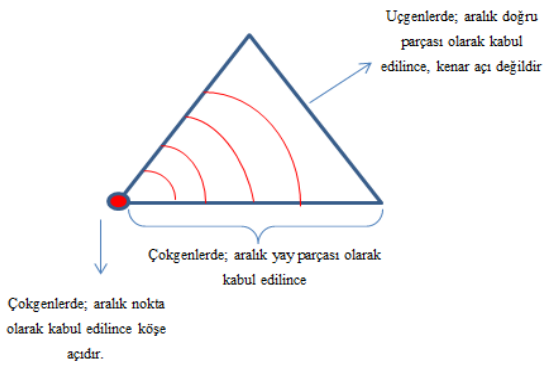
5.1.3.8. Ortaya Çıkan İlişkili Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin ifadelerinde; herhangi bir kategorideki eksenler üzerinde bulunan bir anlayışın, başka kategorilerdeki anlayışlarla arasında -doğrudan- bir ilişki içerecek şekilde geçişler saptanmıştır. Bu durum araştırmacı tarafından ilişkili kavram imajı olarak adlandırılmıştır. **Aşağıda** her bir kavram için **bu durumun geçerli olduğu bazı örnekler üzerinde durulacaktır.**

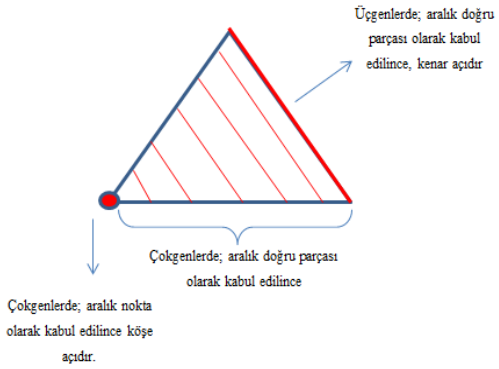
5.1.3.8.1. Açı Kavramında Ortaya Çıkan İlişkili Kavram İmajları

Katılımcı GE öğrencilerin açı kavramı için ilişkili kavram imajlarını kullandıkları tespit edilmiştir *(örneğin $Ö_2$/$Ö_4$-aralık olma durumu; $Ö_2$/$Ö_3$/$Ö_4$-aralık olma durumu; $Ö_1$/$Ö_2$/$Ö_3$/$Ö_4$/$Ö_5$-düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme*).

1) $Ö_2$, $Ö_3$ ve $Ö_4$'ün açıyı çokgenler söz konusu olduğunda kenarlar arasındaki aralık olarak tanımladıkları görülmüştür. $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ bu aralığı yay parçası olarak, $Ö_2$ ve $Ö_4$ aralığı nokta ve doğru parçası olarak tanımlamışlardır. Çokgenlerden üçgen göz önüne alındığında; aralığı yay parçası ve nokta olarak tanımlama da aşağıdaki gibi bir ilişki dikkati çekmiştir:



Öte yandan aralığı nokta ve doğru parçası olarak tanımlandığında ise şöyle bir ilişki göze çarpmaktadır:



Tüm bu ilişkiler dikkate alındığında; $Ö_2$'nin üçgende üçüncü kenarın açı olmasını ve olmamasını aynı anda savunması, belirlenen bu iki ilişki arasında tercih yapmakta kararsız kaldığı tespit edilmiştir. Aralığı yay parçası-doğru parçası- olarak tanımlamaları ile ortaya çıkan bu ilişki durum GE öğrencilerin, açı ile açının ölçüsü kavramlarını karıştırdıkları anlaşılmaktadır. Ayrıca kategoriler arası gerçekleşen bu ilişkiler sonucu GE öğrencilerin tipik genellemeler yaptıkları da anlaşılmaktadır. Bunda katılımcı GE öğrencilerin eğitim sürecinde kavram öğretimine daha az yer verilmesi ile karşı karşıya kalmış olabileceklerinin etkili olduğu düşünülebilir.

2) Tüm katılımcı GE öğrenciler açıyı düzlemsel geometrik şekiller ile göstermişlerdir. Tüm öğrenciler üçgen ve çeşitlerini kullanırken, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ dörtgen ve çeşitlerini, $Ö_3$ daireyi ve son olarak $Ö_4$ çemberi kullanmıştır. Bu geometrik şekillerin kullanımında dikkati çeken durum; öğrencilerin açının *kenar olma, aralık olma* ve *iki kenarın ortak bir noktada birleşimi* durumlarına geri dönüşler yaşamaları olmuştur. **Yani bir kategori içerisinden başka kategorilere geçişler bulunmaktadır.**

5.1.3.8.2. Üçgen Kavramında Ortaya Çıkan İlişkili Kavram İmajları

Üçgen kavramı içerisinde katılımcı GE öğrencilerde birçok ilişkili kavram imajı belirlenmiştir. (***EK-27****: $Ö_4$-iç açı ölçüleri toplamının 180° olması;* ***EK-29****: $Ö_4$, $Ö_2/Ö_4/Ö_5$, $Ö_1/Ö_4/Ö_5$, $Ö_2/Ö_4$-iç açı ölçüleri toplamının 180° olması;* ***EK-29****: $Ö_1/Ö_2/Ö_3/Ö_4/Ö_5$-üçgenleri sınıflandırma;* ***EK-31****: $Ö_1$, $Ö_4$, $Ö_4$, $Ö_4$, $Ö_1/Ö_4$- iç açı ölçüleri toplamının 180°*

olması). Aşağıda ilişkili kavram imajının geçerli olduğu bazı örnekler üzerinde durulacaktır.

1) Birinci görüşme protokolünde üçgenleri sınıflandırmaları istenen katılımcı GE öğrenciler; üçgenleri açı ölçülerinin eşitliğine göre sınıflandırmışlar ve bu üçgenlerin iç açı ölçüleri toplamı 180° olacak şekilde, her bir açıya özel değerler vermişlerdir (*örneğin*; $Ö_1$: 70°-60°-50°; $Ö_4$: 100°-60°-20°, 100°-50°-30°, 50°-50°-80°; $Ö_1$,$Ö_4$: 60°-60°-60°).

2) İkinci görüşme protokolünün dördüncü sorusunda *bir açısı 89° olan üçgen* için araştırmacı ve bazı öğrenciler arasında aşağıdaki konuşmalar gerçekleşmiştir.

$Ö_1$: *Diğer açılar biraz daha dar olur yani… Hani işte… Birisi 89 olduysa geriye zaten 180 a eşitlenmesi için 91^osi kalıyor. 91 de 2 ye böldüğümüz zaman işte… ıı 90 bölü 2 eşittir 45… birisi 46, birisi 45 olacak. Öyle.*
Araştırmacı: *Başka olamaz mı 45, 46 dan?*
$Ö_1$: *45 , 46 dan zaten 91 ediyor. 91, 89 daha 180 ediyor. Öyle… o yüzden başka olmaz.....*
$Ö_1$: [sonra fikir değiştiriyor] *olabilir 45, 46 demiştim... 44,47 olabilir… 43, 48 olabilir… 42, 49 olabilir.*

Araştırmacı: *Bir tane açısı 89° ise diğer açıları hakkında ne söyleyebilirsin?*
$Ö_2$: *Aslında eşit değildir hocam. Niye biliyor musunuz? Niye biliyor musunuz? Şundan dolayı, hocam eee üçgende mutlaka 360 a tamamlanması gerekiyor. Yok, 180 di galiba. Mutlaka tamamlanması gerekiyor.*

$Ö_4$: *Düzgün üçgen olmaz. bi kere. Düzgün üçgen olmaz. İkizkenar… da olamaz.*
Araştırmacı: *Düzgün niye olamaz?*
$Ö_4$: *Çünkü düzgün üçgenin iç açılar toplamı 180° düzgünse üçünün de 60 ar derece olmaları gerekiyor.*
Araştırmacı: *Hıı hı… Düzgün olmayan üçgenin iç açılar toplamı kaç derece o zaman?*
$Ö_4$: *Onun da 180… ama açıların hepsi eşit değil.*

$Ö_5$: *Düzgün çokgen değil bence Açıları birbirine eşitte değil düzgün olmadığı için.....*
Araştırmacı: *Peki tamam açılar hakkında söyledin… Peki, kenarları hakkında ne söyleyebilirsin?*
$Ö_5$: *İşte kenarları ve açıları aynı olmaz. ve… Kenarlarının uzunluğu da aynı olmaz aynı açılar gibi açıların nasıl ölçüleri aynı aynı olmazsa kenarları da*

aslında uzun aynısı olmaz dediğim uzunluğunun kenarları çünkü… Yani derece olarak yani açı olarak… Uzunlukları… Yani 89'sa diğeri 3 de 89 olmaz

.....

$Ö_5$: *Şimdi ikisi 89° olursa üçüncüsünü bulalım o zaman bir dakika… 89 buldum… [sessizlik] Ya bence… 3.sü 2° olur.*

Yukarıdaki konuşmalar dikkate alındığında; katılımcı GE öğrenciler bir açısı verilen üçgen ile ilgili problemde, ilk önce üçgeni isimlendirme yoluna giderken sonrasında üçgenin iç açı ölçüleri toplamına odaklanabildikleri görülmüştür. Buradan GE öğrencilerin, özellikle de problemler söz konusu iken üçgenin iç açı ölçüleri toplamına ilişkin doğru bir anlayışa sahip oldukları söylenebilir. Ayrıca birinci görüşmelerde ve ek görüşmelerde sorulara cevap verirken üçgenin iç açı ölçüleri toplamının üçgenden üçgene değişeceğini belirten $Ö_2$'nin problemlerde 180° olacağını belirtmesi dikkate değer bulunmuştur.

Kısacası; **katılımcı GE öğrencilerin bir kavram için, hem doğru hem de yanlış kavramaları aynı anda kendince uyumlu bir şekilde barındırdıklarını göstermektedir. Katılımcı GE öğrencilerin bu anlayışları –her ne kadar kavram ile ilgili anlayışlarının bu şekilde olduğunun farkındalığına sahip olmasalar da- bir ilişkiye sahip olduğu tespit edilmiştir.** Bu durum Rösken ve Rolka'nın (2007) on ikinci sınıf öğrencilerinin integral kavramına ilişkin kavram imajları ve kavram tanımlarını incelediği araştırmasındaki "kavram imajının tutarlı ve içerisinde bulunulan bağlamla uyumlu olmak zorunda olmadığını hatta öğrencilerin farkında olmadıkları çelişkili yönleri de içerebileceği" ifadesi ile örtüşmektedir. **Ek olarak; katılımcıların** [farklı kategoriler] **anlayışları arasında sıklıkla bir ilişki yumağı olduğu gözlemlenmiştir.**

Katılımcı GE ilköğretim öğrencilerinin, görüşme protokollerinin birleşimi sonucu "açı", "üçgen", "çokgen" kavram imajları arasındaki ilişkiler ile ilgili başlıca sonuçlar özetlenecek olursa;

- Katılımcı GE öğrenciler, bir kavrama ait kavram anlayışlarını ortaya çıkarmak için temsilleri (resimsel, şekilsel, sözel) kullanmışlardır. Bu temsilin, bazen bir imaj olduğu bazen de kavramın yerini tuttuğu sonucuna ulaşılmıştır.
- Katılımcı GE öğrenciler, üçgen ve çokgen (veya çeşitleri) kavramları ile ilgili tipik

kenar özelliklerini göz önüne almışlardır. Tipik şekilsel gösterimler, öğrencilerin kavramsallaştırma noktasında tipik genelleme yapmalarına neden olduğu durumlarla karşılaşılmıştır.

- Katılımcı GE öğrencilerin, kare ve dikdörtgen için kenar özelliklerinin ön plana çıktığı ve bu nedenle dikdörtgenin kareden farklı bir ailede olduğunu savundukları görülmüştür. Bu durum katılımcıların parçalı sınıflandırmayı kullandıklarını göstermiştir.
- Katılımcı GE öğrenci, çokgenlerden beşgen ve altıgenin konumlarına önem verdiği ancak bu durumun çokgenliğin bir gerekliliği olarak görmediği tespit edilmiştir.
- Katılımcı GE öğrencilerin ölçüsü küçük olan açılara ve çokgenlerin iç bölgelerine odaklandıkları belirlenmiştir.
- Katılımcı GE öğrenciler; bir kavram ile ilişkili, hem farklı zaman diliminde farklı sorular sorulduğunda hem de aynı zaman diliminde sorulan tek soruya birbirleriyle bağlantılı ancak çelişen cevaplar vermişlerdir.
- Katılımcı GE öğrenciler kavram ile ilişkili işlem yapmayı gerektiren durumlarda, -kavram ile ilişkili sorulardaki durumun tersine- herhangi bir kenar taban olarak konumlanmasa da üçgenliğin korunacağını savunmuşlardır.
- Katılımcı GE öğrenciler problemlerde spesifik değerlere ve spesifik üçgenlere odaklanarak çelişkili ifadeler kullanmışlardır.
- Katılımcı GE öğrenciler, farklı problemlere benzer şekilde cevap verebilirken, tek bir probleme aynı anda birbiriyle çelişebilecek cevaplarda vermişlerdir.
- Katılımcı GE öğrenci, kavram ile ilişkili işlem yapmayı gerektiren problemlerde, -*kavram ile ilişkili sorulardaki durumun tersine*- iç açı ölçüleri toplamının sabit ve 180° olduğunu savunmuştur.
- Katılımcı GE öğrencinin eşkenar üçgenin iki açı ölçüsünün, ikizkenar üçgenin ise üç açı ölçüsünün eşit olacağını savunduğu dolayısıyla yanlış algılara ve genellemelere sahip olduğu durumla karşılaşılmıştır.
- Araştırmada kullanılan mıknatıslı materyallerin; öğrencileri, hatalı düşüncelerini fark etmeye zorladığı ve öğrencilerin karar vermesini olumlu yönde etkilediği görülmüştür.
- Katılımcı GE öğrencilerin çokgen kenarlarının birleşimi konusunda farklı zaman dilimlerinde çelişkilere düştükleri görülmüştür.
- Katılımcı GE öğrenci açıyı tanımlama şekline göre bir çokgende açı sayılarının

değişebileceğini savunmuştur. Yani bireyin zihninde var olan açı kavram tanımının problem çözme yolunu etkilediği bir durumla karşılaşılmıştır.

- Katılımcı GE öğrenci açı kavramı için; -hem üçgende hem de yamukta olmak üzere- farklı bağlamlarda aynı tanımlamayı yaptığı görülmüştür. Benzer şekilde üçgen kavramı için GE öğrenciler üçgenin tabanı olması ve olmaması fikir ayrılıklarına düşmelerine rağmen sonrasında benzer sınıflandırmaları yapmışlardır. Yani, bir kavram ile ilgili farklı sorular sorulduğunda –aynı- tek bir düşünceyi savunan katılımcı GE öğrenciler, bir kavram için farklı bağlamlar söz konusu olsa da yine aynı durumu savundukları (kendi içinde tutarlı kavram imajları) görülmüştür. Ancak GE öğrencilerin kendi içinde tutarlı kavram imajlarına sahip olmaları; onların doğru karar vermelerine yol açmakla birlikte, bazen de doğru karar vermelerine yeterli olmayarak yanlış kararlar vermelerine de sebep olmuştur.
- Katılımcı GE öğrencinin bir kavram için -benzer ilişkilerle- aynı durumu savunması ve kavram ile ilgili eksik ya da yanlış bir anlayışa sahip olması, kavramı materyallerle oluşturmasına engel olmamıştır.
- Katılımcı GE öğrenciler, bir kavramı açıklarken başka kavramları kullandıkları ve bu durumun bazı öğrencilerde kavram yanılgılarına yol açtığı bazı öğrencilerde ise kavram yanılgılarına yol açmadığı tespit edilmiştir.
- Farklı sorular söz konusu olduğunda katılımcı GE öğrencinin aklına aynı kavram gelmesine rağmen, aynı kavram için farklı ifadeleri kullandığı durumlarla da karşılaşılmıştır.
- Katılımcı GE öğrenciler; aynı durum için tamamıyla birbiriyle çelişebilen, tutarlı olabilen veya bir kısmı çelişebilen birden fazla anlayışa sahip oldukları görülmüştür. Katılımcı GE öğrencilerin bu durumu, zengin bir anlayışa sahip olmalarının yanı sıra kavram yanılgılarına da sahip olduklarını göstermektedir.
- Katılımcı GE öğrencilerin farklı zamanlarda farklı sorulara farklı ifadelerde bulunması, onların bu ifadelerine tamamıyla destekleyecek benzer anlayışlara sahip olmasını engellememektedir. Katılımcı GE öğrencilerin bu durumu, kavram yanılgılarıyla dolu zengin ve karmaşık bir anlayışa sahip olmalarını kolaylaştırmıştır (çoklu dikey kavram imajları).
- Katılımcı GE öğrencilerin bir kavram için, hem doğru hem de yanlış kavramaları aynı anda uyumlu bir şekilde barındırdıklarını görülmüştür.
- Katılımcı GE öğrencilerin üçgeni teorikte kabul edilebilir tanımlamasına karşın,

uygulamada –ısrarla- yanlış bilgiyi takip ettikleri dolayısıyla zorluklarla karşılaştıkları tespit edilmiştir. Öte yandan, katılımcı GE öğrencilerin teorik ve uygulamada düştükleri çelişkinin farkında olmadıkları da belirlenmiştir.

5.1.4. Görüşme Protokollerinin Birleşiminden "Açı", "Üçgen", "Çokgen" Kavram İmajlarına Ait Sonuçlara Ait Genel Yorumlar ve Tartışma

Bu çalışma GE öğrencilerin problemleri ve soruları çözme sürecinde kullandıkları muhakemeler aracılığıyla ulaştıkları çıkarımlar ve kavram imajlarının yapısı arasında dikkate değer etkileşimlerin olduğunu göstermektedir. Sadece bir çıkarımın, öğrencilerin kavram imajları üzerinde geniş kapsamlı etkileri olabileceği gibi, çıkarımlar kavram imajı yapısının varlığına da dayanabilmektedir. Katılımcı GE öğrencilerin; açı, üçgen ve çokgen kavramlarına dair tanımlarında genelde kendilerince oluşturdukları betimlemelerin, algıları çerçevesinde şekil aldığı görülmektedir. Alanyazın dikkate alındığında birçok araştırmada (De Villers, 1998; Tall ve Vinner, 1981; Türnüklü vd., 2013; Türnüklü ve Berkün, 2012; Vighi, 2003) olduğu gibi burada da kişisel betimlemeler ortaya çıkmıştır. Bu araştırmada GE bireylerin oluşturduğu açılara, üçgenlere, çokgenlere dair kişisel betimlemeleri, bireylerde oluşan algıların neler olduğuna dair ipuçları sağlamıştır.

Katılımcı GE öğrencilerin açı, üçgen ve çokgen kavramları ile ilgili kavram imajları; kişisel betimlemeleri ve kavram özellikleri olmak üzere iki şekilde ortaya çıkmıştır. Öğrencilerden açı kavramına ait; ait beşi doğrudan betimleme *(geometrik şekillerin birleşimi, dönme, ölçü, aralık, kenar olma durumları)*, üçü ise dolaylı betimleme (*düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla, diğer geometrik şekiller olma, açı çeşitleriyle anlatma*) olmak üzere 8 betimleme ortaya çıkmıştır. Aşağıda GE öğrencilerin açı kavramına yönelik bu anlayışları Tablo 5. 2 ile özetlenmiştir. Bu tablodan da görülebileceği gibi GE öğrenciler açı kavramını; ikiden fazla doğru parçalarının birleşimi, doğruların birleşimi, aralık olma, ölçü olma, kenar olma, diğer geometrik şekiller (nokta, ışın, doğru, doğru parçası, çokgen) olma durumları olarak ele alan anlayışlar yanlış olarak değerlendirilmiştir. Kısmen doğru olarak kabul edilen anlayışlar ise öğrencilerin açıyı düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla göstermesi

olmuştur. Doğru olarak ele alınan anlayışlar ise; başlangıç noktası ortak olan doğru parçası/ışın birleşimi, dönme olma durumlarıdır.

Tablo 5. 2. *Açı Kavramına Dair GE Öğrencilerin Anlayışları*

Sonuç	Tanım
Yanlış $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$	İkiden fazla doğru parçasının tek bir ortak noktada birleşimi: $Ö_4$ İkiden fazla doğru parçasının ucuca doğrusal/zikzak/karma yerleşimi ile oluşan geometrik şekil: $Ö_4$, $Ö_5$ Doğruların birleşimi: $Ö_2$, $Ö_3$ Aralık olma durumu: $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ Ölçü olma durumu: $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ Kenar olma durumu: $Ö_2$, $Ö_5$ Diğer geometrik şekiller (nokta, ışın, doğru, doğru parçası, çokgen) olma durumu: $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$
Kısmen doğru	Düzlemsel geometrik şekiller aracılığıyla gösterme: $Ö_2$, $Ö_5$
Doğru $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, Ö4, $Ö_5$	Çokgen söz konusu olduğunda: başlangıç noktaları ortak olan iki doğru parçasının birleşimi: $Ö_1$ Çokgen söz konusu olmadığında: İki doğru parçasının uçlarının ortak bir noktada birleşimi: $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_5$ Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimi. $Ö_1$ Başlangıç noktaları ortak olan ışınların birinin/ikisinin dönmesi: $Ö_1$ Uçlarının ortak bir noktada birleşiminde doğru parçalarının birinin/ikisinin dönmesi: $Ö_2$, $Ö_3$ Uzayda dönme: $Ö_1$
Doğru veya yanlış olmayan	Açı çeşidine karar verme: $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ Açı çeşitleriyle anlatma: $Ö_2$, $Ö_4$ Üçgenin ayırdığı bölgeler: $Ö_3$, $Ö_4$

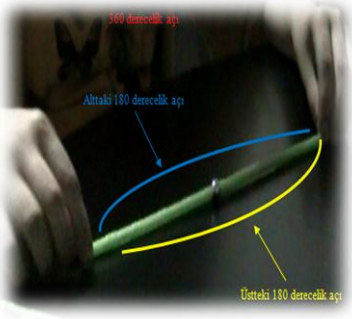
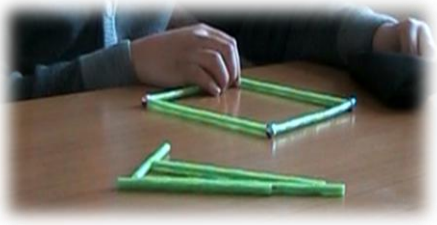
Burada $Ö_1$ hariç diğer öğrencilerin hem yanlış hem de doğru anlayışlara sahip oldukları açıkça görülmektedir. $Ö_1$ hariç diğer GE öğrencilerin de hem yanlış hem de doğru anlayışları beraberinde bulundurmaları; **açı kavramının çok yönlü olması, görme duyularının eksikliği, uygun öğrenme ortamının oluşturul(a)maması** gibi sebeplerden kaynaklanabileceği söylenebilir. Bu sebeplerden sadece bir tanesi olan **açı**

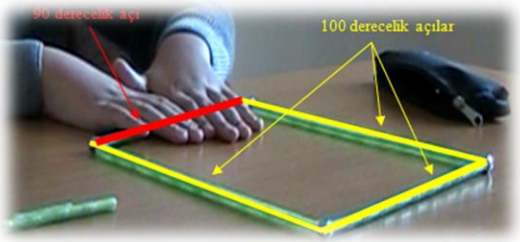
kavramının çok yönlü olması nedeniyle, alanyazında da görüldüğü gibi (Clements ve Battista, 1989; Douek, 1998; White ve Mitcelmore, 2003) **katılımcıların büyük zorluklar yaşadıkları ve bu zorlukların kavram yanılgılarını içerdiği de düşünülürse; GE öğrencilerin** Steffe ve Thompson'ın (2000) da belirttiği gibi **mevcut matematiksel bilgilerinde bazı temel hataların, eksikliklerin, yanlış kavramaların olması gayet doğaldır.** Tablo 5. 2'de belirtilen durumlara benzer durumlar alanyazında da görülmüştür (Douek, 1998; Foxman ve Ruddock, 1984; Keiser, 2000; Mitchelmore, 1997; Mitchelmore ve White, 1998; Yazgan, Argün ve Emre, 2009) ancak alanyazında ortaya çıkan öğrencilerin açı anlayışlarının bu kadar çok olmadığı da tespit edilmiştir. Örneğin Keiser (2000, 2004) araştırmalarında öğrencilerin açıyı; kenar, köşe/nokta, açının ölçüsü, aralık, bir nokta üzerinde bir pozisyondan diğerine gelecek kadar dönen bir ışının dönme miktarının ölçümü (dinamik), başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimi, iki ışın tarafından belirlenen alandır (iki statik kavram) olarak tanımladıklarını belirtmiştir.

Açı kavramı ile karşılaşılan bir diğer durum; ikinci görüşme protokolünde yer alan 3. problemde aslında eğrilerin kesişimi ile açının varlığı sorgulanmak istense de; GE öğrenciler orada verilen geometrik şekilde eğrinin varlığını anlayamamışlar ve eğriyi doğru parçası-doğru olarak algılamışlardır. **Bu durum öğrencilerin kendilerine verilen şekillerde keskin hatlara daha çok ettiği şeklinde yorumlanabilir.** Öte yandan Keiser'ın (2004) çalışmasında ölçüsü 0°, 180° 360° olan açılarda öğrencilerin zorluklarla karşılaştığı belirtilmiştir. Ancak bu çalışma da **ölçüsü 180° den büyük, 360° ve 360° den büyük olan açıların gösteriminde veya oluşturulmasında katılımcı GE öğrencilerin zorluklarla karşılaştıkları tespit edilmiştir**. Aşağıda bu durumlara örnek teşkil eden öğrenci ifadeleri ve öğrenciler tarafından oluşturulan açıların görüntülerinden örnekler verilmiştir.

Tablo 5. 3. *GE Öğrencilerin Bazı Spesifik Ölçülere Sahip Açılara İlişkin Açıklamaları*

Ölçüsü 360° olan açı		
Ö$_1$	**Araştırmacı:** *360^oden büyük olan bir açı oluştur musun?* **Ö$_1$**: *oluşmaz* ki. (gülüyor)	

	Ölçüsü 360° den büyük olan açı	**Araştırmacı:** *Niye?* **Ö$_1$**: *O zaman onun için o çok zor öğretmenim o olmaz. (gülüyor) ee içler böyle dönmüyor ki (gülüyor)*  **Araştırmacı:** *Yani 360°den büyük bir açı yok mu?* **Ö$_1$:** *Yok… O [360°] da zaten tam açı.*
Ö$_3$	Ölçüsü 360° olan açı	  *Burda şu şekilde hepsi böyle olduğunda... Kendisi oluyor… yani* [1. Görüşme protokolü]
	Ölçüsü 360° den büyük olan açı	
Ö$_5$	Ölçüsü 180° den büyük olan açı	 
	Ölçüsü 360° olan açı	

Ölçüsü 360° den büyük olan açı	

Katılımcı GE öğrenciler **üçgenin**; -*farklı zaman dilimlerinde*- **ayrı ayrı olmak üzere kenarları, açıları ve köşeleri olduğuna veya bunlardan ikisinin-üçünün bir arada olmasıyla oluştuğunu belirtmişlerdir.** Burada katılımcı GE öğrencilerin üçgenleri, "*3 kenarlı şekil*" olması dolayısıyla üçgen olarak tanımlamaları Vighi'nin (2003) çalışmasındaki öğrencilerin tanımlamaları ile örtüşmektedir. Bununla birlikte, üçgenin üç kenarlı çokgen olarak tanımlanması daha kesin bir ifade iken üç kenarlı bir şeklin üçgen olmama ihtimali her zaman vardır. Ek olarak; **katılımcı GE öğrenciler çoğu zaman, üçgenin bir çokgen olup olmaması konusunda da çelişkiye düşmüşlerdir.** Bu çelişki onları çokgenlerde kenar sayısının en az kaç olması gerektiğini düşünmeye yönlendirmiştir.

Üçgenin bir kenarının taban olmasına değinen veya üçgen oluştururken bu şekilde konumlandırmaya –özellikle- dikkat eden öğrenciler ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$) olmuştur. Bu sonuç; Clements, Sarama ve Battistta'nın (1998) araştırmasında elde edilen "üçgenlerin tabanlarının yatay olmak zorundadır" sonucu ile paralellik göstermektedir. Bunda GE öğrencilerin eğitim sürecinde daha çok tabanı yatay konumda olan üçgenleri içeren örneklerle (ders kitabı, sınıf içi etkinlikler) karşı karşıya kalmalarının etkili olduğu düşünülebilir.

Üçgenin özellikleri hakkında da bazı bilgileri dile getiren katılımcı GE öğrenciler üçgenlerin sınıflandırılmasında ilginç durumlara değinmişlerdir. Örneğin; kenarlarına göre (kenar ölçülerine ve kenarların konumuna göre), açılarına göre (açı çeşidine ve açı ölçülerinin eşitliğine göre) ve köşelerine göre sınıflandırmalar tespit edilmiştir. **Burada kenarların konumuna göre, açı ölçülerinin eşitliğine ve köşelerine göre sınıflandırma yapılması, beklenen bir durum olmamıştır**. Öğrencilerin bu şekilde sınıflandırma yapmalarının sebebi; açıları, açı kollarının konumuna göre ve açı kolları arasında kalan alana göre sınıflandırmaları ile ilişkili olduğu düşünülmüştür. **Öte yandan beklenmedik olan bir başka durum ise $Ö_4$'ün üçgen prizma, piramidin üçgen olduğunu savunması ve ayrıca $Ö_5$'in uzun, kısa ve**

dikizkenar üçgenden bahsetmesi Ö$_2$'nin köşegen üçgenden bahsetmesi olmuştur. Burada Ö$_4$'ün üçgen prizma ve piramit gibi geometrik cisimlerin üçgen olduğunu iddia etmesi öğrencinin boyut kavramında ciddi bir problem olduğunu göstermektedir. Ö$_5$'in ise uzun-kısa-dikizkenar üçgenden bahsetmesi, üçgenlerde yer alan uç örnekleri zihninde barındırdığını ve kısıtlı kavram tanımına-imajına sahip göstermektedir. Ö$_5$'in uzun üçgen ve kısa üçgenden bahsetmesi ve bu ikisine ait açıklamaları; Shaughnessy ve Burger'in (1985) çalışmasına ait "öğrencilerin eşkenar olmayan uzun ve dar üçgenleri, üç nokta ve üç kenar ile oluşan geometrik şekil olduğunu kabul etseler de, birer üçgen olarak tanımlamamaktadırlar" sonucu ile çelişmektedir. Ayrıca; Ö$_5$'in bu durumunun Hershkowitz'ın (1989, 1990) ifade ettiğine göre; bireylerin tanımlama yeteneklerini etkileyen görsel-algısal sınırlılıkların bir sonucu olduğunu ve bireylerin diğer durumlardan ortaya çıkan hükümleri ile ilişkili prototip örnekleri birer model olarak kullandıklarını göstermektedir.

Katılımcı GE öğrenciler çokgenin; üçgende olduğu gibi, -*farklı zaman dilimlerinde*- **ayrı ayrı olmak üzere kenarları, açıları ve köşeleri olduğuna veya bunlardan ikisinin-üçünün bir arada olmasıyla oluştuğunu belirtmişlerdir. Çoğu zaman, üçgenin, dikdörtgenin ve karenin birer çokgen olup olmaması konusunda da çelişkiye düşmüşlerdir.** Bu çelişki onları çokgenlerde kenar sayısının en az kaç olması gerektiğini düşünmeye yönlendirmiştir. Bu muhakeme sonrası bazı öğrenciler çokgenlerin; en az 2 (Ö$_5$), bazıları en az 3 (Ö$_1$, Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$), bazıları en az 4 (Ö$_2$) ve bazıları ise en az 5 (Ö$_3$, Ö$_4$) kenarı olması gerektiğini belirtmişlerdir. Kenar sayılarının bu şekilde olmasına; Ö$_5$ çokgen kelimesindeki ÇOK hecesine odaklanırken, Ö$_3$ düzgün çokgenlerde eşkenar üçgen ve karenin sonunda ÇOKGEN kelimesinin olmayışını, Ö$_2$ (3 çok değil), Ö$_4$ (4 çok değil) ise kendilerince ÇOK kelimesine anlam vermeyi gerekçe olarak göstermişlerdir. **Sonuç olarak burada kavramlara ilişkin kullanılan dilin önemi ortaya çıkmaktadır.**

Katılımcı GE öğrencilerin üzerinde durduğu dikkat çeken noktalardan biri de; beşgen, altıgen ve sekizgen için düzgün çokgen olup olmamalarına değinirken, üçgen ve dörtgenlerde sadece kenar ölçülerine göre isimlendirdikleri görülmüştür. Ayrıca, karenin açı ölçülerinin ve ayrıca kenar ölçülerinin eşit olmasına değinen bir tek Ö$_5$ olmuştur. Bunda her kavramın belirleyici özelliğinin olmasının ve öğrencinin eğitim yaşantısında kavram ile ilgili belirleyici özelliklerin belirleyici olmayanlardan ayırılması sağlanmamış olabileceğinin bir rolü olabilir.

İkinci görüşmede sorulan 7. problemde; katılımcı GE öğrenciler problemi çözmek için birbirinden farklı stratejiler izlemişlerdir. Bazıları çokgenin iç açı ölçüleri toplamını bulmak için; çokgeni eşkenar üçgen, kare/eşkenar dörtgen parçalarına ayırmış ($Ö_3$), bazıları $(n-2)180^\circ$ formülünü kullanmış ($Ö_5$), bazıları ise iç açı ölçüleri toplamını ezbere ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$) ifade etmişlerdir. Bu durum öğrencilerin çoğunluğunu bilinçsiz bir şekilde sezgilerine dayanarak problemlerini çözdüklerini göstermektedir. $(n-2)180^\circ$ formülünü kullanan $Ö_5$ ise formülü ezberlediğini ve formülün ne anlama geldiğini bilmediğini belirtmesine rağmen ezberlediği bu formülün iyi bir uygulayıcısı olmuştur. Bunda geometri kavramları le ilişkili formüllerin anlamlarının sınıf ortamında tartışılmamış olmasının rolü olabilir.

GE katılımcı öğrenciler verilen raised-line şekilleri -*özellikle de üçgen ve çokgen olanları*- tanımlayabilmek için; şekli döndürme, odaklanma, şekli inceleme, kenarları sayma stratejilerini sıklıkla kullanmışlardır. Burada anılan raised-line hazırlanan şekilleri/kâğıtları döndürme stratejisinin, Hasegawa'nın (1997) çalışmasında belirtilenin tersine GE öğrencilerin şekli tanımlamalarında çok büyük etkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. Bunda da GE öğrencilerin görme duyusunun eksikliğinde dolayı dünyayı diğer duyularıyla özellikle de dokunma duyusu ile tanımak zorunda kalmalarının bir etkisi olduğu düşünülebilir.

Katılımcı GE öğrenciler, Kohonová'nın (2007) ile Srichantha, Inprasitha ve Ariratana'nın (2008) da belirttiği gibi; **geometrik nesneleri, alanyazında bahsedilen gören öğrencilerden daha iyi ve daha kesin tanımlayabilmişler, temel geometrik şekilleri isimlendirebilmişler ayrıca onları ayırt edebilmişlerdir. Ancak** yukarıdaki sonuçlar düşünüldüğünde; **bu durum onların tamamıyla doğru bir kavram anlayışına sahip oldukları anlamına gelmemektedir. Aksine, uygun öğrenme ortamları hazırlanmadığında GE öğrencilerin görmemelerinin de etkisiyle – alanyazında belirtilen- gören öğrencilere göre kavram yanılgıları/kargaşaları ile dolu daha karmaşık bir anlayış geliştirmelerine sebep olmuştur denilebilir.**

5.2. ÖNERİLER

Bu bölümde; araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak ve alanyazın dikkate alınarak, GE öğrencilerin matematik öğretmenlerine, matematik kitap yazarlarına, matematik eğitimi alanında akademik çalışmalar yapan bilim insanlarına yönelik birtakım önerilere yer verilecektir.

5.2.1. Matematik Öğretmenlerine Yönelik Öneriler

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlardan biri; öğrencilerin görüşme protokollerindeki soruları/problemleri cevaplarken çoğunlukla kavram imajlarını kullandıkları, kavram tanımlarını göz önünde bulundurmadıkları, ayrıca katılımcı GE öğrencilerin kavram tanımı ve kavram imajı arasında tamamıyla sezgisel bir yaklaşım sergilemeleri araştırmanın sonuçlarındandır. Bu durum GE öğrencilerin kavramlara ilişkin sezgisel bir anlayışa sahip olduklarını, önceden öğrendikleri kavram tanımlarının etkinleştirilmediğini veya öğrencilerin kavram tanımını unutmuş olabileceklerini (Vinner, 1983, 1991); dolayısıyla öğrencilerin kavrama dair kavram imajlarının öne çıktığını (Heinze ve Ossietzky, 2002) işaret etmiştir. Sonuç olarak bu durum, GE öğrencilerin kavram ile ilişkili hatalı/eksik/çelişkili kavram imajlarına çok daha yatkın olmalarına neden olabilmektedir. Böyle durumların ortaya çıkması, GE öğrencilerin geometri kavramlarını dokunma duyusu ve uzamsal ipuçlarını kullanarak (Ballesteros, Bardisa, Millar ve Reales, 2005) öğrenmelerinden kaynaklanmış olabileceğini göstermektedir. Bu nedenle **kavramın tanımı yapılmadan önce GE öğrencilerin o kavramla karşılaşması, kavram ile ilgili yeni bir durum ile karşılaştığında yorum yapmalarını sağlayacak ortamlar hazırlanması, kavram ile ilgili bakış açılarının nedenselliğinin araştırılması, kavramı kendi cümleleri ile ifade etmeleri, uygun ve de yeni koşullarda kavram tanımının ve özelliklerinin –öğretmen gözetiminde- tartışılması** (Bybee ve Trowbridge, 1996: 151) durumunda; öğretmenlerin GE öğrencilerinin geometrik kavramları doğru bir şekilde yapılandırmalarına yardımcı

olabileceği düşünülmektedir. Nitekim Hiebert ve Wearne (1996) öğrencileri, kendilerine sunulan işlemleri anlamlandırma ve kendi işlemlerini geliştirme konusunda teşvik eden öğretimin; anlama ve beceri arasında daha yakın bağlantılar kurmayı ve daha yüksek düzeyde anlamayı kolaylaştırdığını belirtmektedirler. Öte yandan öğrencilerde var olan bu sezgisel yaklaşım, pek çok kavram kargaşasına veya kavram yanılgısına yol açabilmektedir. Örneğin; $Ö_4$ ve $Ö_5$'in ikiden fazla doğru parçasının ucuca zikzak yerleşimi sonucu dikdörtgenin, karenin birer açı olduğunu savunmaları, $Ö_2$ ve $Ö_4$'ün -*üçgen söz konusu olduğunda*- açıyı, iki kenar arasındaki üçüncü doğru parçasını olan kenar olarak betimlemeleri ve bunu diğer çokgenler için genellemeleri (dikdörtgenin yamuğun kenarlarının açı olması) gibi. **Gerek geometri kavramlarının öğretimi esnasında, gerekse sınav ve değerlendirmelerde** -*GE öğrencilerin dokunma duyularının yanı sıra*- **kavram bilgilerini sorgulayacak ve kavram tanımını kullanmalarını gerektirecek problem ve etkinliklere –<u>her zamankinden daha çok</u>- yer verilmesi** durumunda; öğrencilerin, geometri kavram bilgileri konusunda daha derin ve kesin bilgi sahibi olabilecekleri bu sayede öğretmenlerin de öğrencilerinin geometri konularındaki başarısı konusunda daha doğru değerlendirmeler yapabilecekleri düşünülmektedir. **Öğrencilerde var olan kavram tanımına ait bilgiyi su yüzüne çıkarması hedeflenen bu tür sorular/problemler ve etkinlikler ile; öğretmenlere GE öğrencilerinin eksik/yanlış/ilişkili/çelişkili kavram bilgilerini tespit etme ve bu eksik/yanlış/ilişkili/çelişkili kavram bilgilerini – ileride çok daha ciddi kavram yanılgılarına, yanlış yapılanmalara dönüşmeden- gidermeye çalışılabilir.** Kavram bilgisini, kavram tanımını sorgulayan ve çözüm sırasında kavramları kullanmayı gerektiren problemler, GE öğrencilerin kavram ile ilgili bilişsel süreçleri, bil(me)dikleri konusunda farkındalıklarını geliştirmeye yardımcı olabilir. Ek olarak **matematik öğretmenlerine; açı, üçgen ve çokgen kavramları için öğrencilerde tespit edilen bu kavram yanılgıları sınıf ortamında neden yanlış oldukları tartışılarak bu sayede öğrencilerde farkındalık oluşturulması önerilebilir.**

Katılımcı GE öğrencilerin bir kavrama ait anlayışını anlatmak için temsilleri (resim, şekil, sözel) kullandıkları ancak bu temsillerin bazen imaj olduğu bazen de kavramın yerini tuttuğu, dolayısıyla Fujita (2012), Fujita ve Jones (2006) ve Hershkowitz'in (1990) belirttiği gibi prototip şekilden gelen kavramsal algının yanlış algılama ve genellemelere yol açabildiği görülmüştür. Örneğin; $Ö_2$ eşkenar üçgenin kenarların açı olduğunu kabul ederek "*bir tanesi 120 cm ise, diğerleri yine 120 dir*

eşittir açılar" demiştir. Ek olarak $Ö_2$ aşağıdaki ifadeleri kullanarak eşkenar üçgenin kenar uzunluklarının eşit olacağına ancak açı ölçülerinin değişiklik gösterebileceğine değinmiştir:

> *Şimdi şöyle biri iç açı mesela şura 160 olsun, şura 100 olsun etti 260. e şurada mecburen 100 ol yani mecburen ama şuraya göre 200 verseydim. Buraya 100 verirdim yine veya şuraya 200 verip şuraya 100 verebilirim değişir* [$Ö_2$]

Öte yandan $Ö_5$ ise açıyı ikiden fazla doğru parçasının birleşimi şeklinde yazılabileceğini şu ifadeleriyle belirtmiştir:

> *Açıyı anlatıyım. O da* [2 sn. sessizlik] *aralarında nokta olarak yani biz sınırdan mesela 2,3 santim gitti böyle bir tane nokta, 2, 3 santim gitti böyle nokta, yani doğru gibi değil sınırlı… aralarına nokta koyarak.* [$Ö_5$]

Duruma örnek olabilecek bu konuşmalar; bazı GE öğrencilerin kavramlar ile ilgili tipik (kenar) özellikleri göz önüne aldıklarını, tipik şekilsel gösterimlerin, öğrencilerin kavramsallaştırma noktasında tipik genelleme yapmalarına neden olduğunu göstermiştir. Öğrencilerin böyle bir anlayışa sahip olmaları; geometri konularının öğretmen merkezli işlenmiş olabileceğini, öğrenme ortamında kavramın uygun temsillerinin kullanılmamış veya hep aynı kavram temsillerinin kullanılmış olabileceğini işaret edebilir. Nitekim Triadafillidis (1995) öğrencilerin sahip oldukları kavram imajlarını öğretmenlerin dersi ele alma şeklinin etkilediğini, ayrıca öğrencilerin ders esnasında kavramlara ilişkin farklı çizimler yapmalarının ve aktif bir biçimde derse katılmalarının zihinsel şemalarının gelişmesine yardımcı olacağını belirtmektedir. Bu nedenle **konular işlenirken örneklerin çeşitlendirilmesi ve bizzat öğrencilerin çizim yapması, onların zihinsel şemalarını geliştirecektir**. Geometrik çizimlerin (veya geometrik şekil oluşturma) yapılması aşamasında Frampton'nun (1940/1963: 89-92) da belirttiği gibi **çizimlerin kabartma olması, çizgilerin birbirine karışmasını önlemek için çizim alanının geniş tutulması ve her öğrenci ile ayrı ayrı ilgilenilmesi ile tipik genellemelerin önüne geçilebileceği düşünülmektedir. Hatta dönem başında öğrencileri, doğru parçası, üçgen, çokgen, çember gibi geometrik şekillerin çizimine alıştırmak, daha sonrasında ise daha karmaşık çizimlerin yaptırılması ile öğrencilerin -daha- tutarlı kavram imajları oluşturmaları sağlanabili**r. Dahası GE bir çocuğun nesneyi tanımasına yol açan bilginin türü, nesneden yapılan bir materyaldir

(Klatzky ve Lederman, 2003). Yani modellerin, manipulatiflerin ve gerçek dünya öğelerinin sınıfta ve yaşam ortamlarında kullanımı her seviyede kavramın ve matematik becerisinin gelişimine destek sağlamada önemli bir rol oynamaktadır. Bu nedenle materyaller uygun problemleri çözmek için öğrencileri motive etmenin yanında işlemsel ölçme, karşılaştırma, tümdengelim ve tümevarım için kullanılabilir (Kapperman vd., 1997). Nitekim araştırmanın sonuçlarından biri olan "mıknatıslı materyallerin, hatalı düşünceleri fark etmeye olan katkısı ve karar vermeye olan olumlu etkisi" sonucundan yola çıkarak; **geometrik kavramları tanıma ve oluşturma sürecinde (*ip gibi ince olduğu varsayılan)* mıknatıslı materyaller kullanılabilir**. Bu olumlu etki göz önüne alınırsa; **GE öğrenciler için kullanılan bu materyaller –GE öğrencilerde bulunan, geometri nesneleri daha iyi ve daha kesin tanımlama becerisini kazandırmak amacıyla- gören öğrencilerde de geometrik kavramlarının öğretiminde kullanılabilir.**

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlardan diğeri; katılımcı GE öğrencilerin üçgen çokgen ve özellikle de açı kavramına yönelik pek çok yanlış kavramalara sahip olmaları ve kavramlar ile ilgili büyük zorluklar yaşamalarıdır. Bunlardan bazıları [Bkz: EK'lerde görüşmelerin birleşim sonucu elde edilen eksensel kodlamalar]:

- Açının ölçü olması ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$)
- Açının kenar olması ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_5$)
- Açının aralık olma durumu ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$)
- Açının ikiden fazla doğru parçasının birleşimi olması ($Ö_4$, $Ö_5$)
- Açının diğer geometrik şekiller (nokta, ışın, doğru, doğru parçası, çokgen) olması ($Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$)
- Ölçüsü 180° den büyük, 360° ve 360° den büyük olan açıların gösteriminde veya oluşturulmasında katılımcı GE öğrencilerin zorluklarla karşılaşmaları
- Üçgenin 3 doğrunun birleşimi ile oluşması ($Ö_3$)
- Gören öğrencilerde de olduğu gibi ölçüsü küçük olan açıya odaklanma
- Gören öğrencilerde de olduğu gibi çokgenin iç bölgesine odaklanma
- Üçgenin, karenin ve dikdörtgenin birer çokgen olup olmaması konusunda çelişkiye düşmeleri ($Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$)
- Çokgenin en az 2 kenarının olması ($Ö_5$)

- Çokgenin kenarlarının ardışık olarak uç noktalarında birleşip birleşmediği hakkında çelişkiye düşmeleri ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$)
- Çemberin bir çokgen olup olmaması konusunda çelişkiye düşmeleri ($Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_5$)

şeklindedir.

Yukarıda belirtilen sonuçlardan biri olan; üçgenin, dörtgenin ve çemberin çokgen olup olmaması konusunda çelişkiye düşmeleri GE öğrencileri, çokgenlerde kenar sayısının en az kaç olması gerektiğini düşünmek zorunda bırakmıştır. Ancak öğrenciler bu konu hakkında muhakemeler sonucu kenar sayısının; en az 2 ($Ö_5$), en az 3 ($Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$), en az dört ($Ö_2$), en az 5 ($Ö_3$, $Ö_4$) olduğuna karar vermişlerdir. Muhakemelerinde GE öğrenciler ÇOK kelimesine -*2'nin çok olması, 3 ve 4'ün çok olmaması gibi..*- kendilerince anlam yüklemişlerdir. Dahası öğrencilerin çemberin bir çokgen olup olmadığı konusunda çelişkiye düşmeleri de kenar kavramına doğrusal olması dışında anlamlar yükledikleri şeklinde düşünülmüştür. Ancak herhangi bir geometrik şeklin kenarı doğrusal olmasının yanı sıra eğrisel de olabilir. Bu durum GE öğrencilere kavramlara ilişkin kullanılan dilin önemini ortaya çıkarmıştır. Nitekim Çalıkoğlu Bali'nin (2002) de belirttiği gibi matematik öğretiminde her yeni kavram yeni sözcükler anlamına gelmekte ve yeni düşüncelerin oluşmasını sağlamaktadır. Matematiğin kendine has dil haznesinde günlük yaşamdan sözcükler ile birlikte matematik uzmanlık alanına giren sözcükler de bulunmaktadır ve matematikte kullanılan terimlerin ve kavramların pek çoğu öğrencilere yabancı olabilir; bu kavram ve terimler doğru içerikle kullanılmadığı zaman farklı anlamlara gelebilir. Bu nedenle **matematik öğretmenlerinin kullandıkları matematiksel kavramlarının öğretiminde kullanılan dilin daha anlaşılır ve daha açıklayıcı olmasını sağlamaları ve gerekçelerini sunmaları,** kavram öğreniminde bu tarz dilden kaynaklanan hataların/kargaşaların azalmasına yardımcı olabilir.

Yukarıda belirtilen açının ölçü/aralık/kenar/ikiden fazla doğru parçasının ucuca birleşimi olması, üçgenin 3 doğrunun birleşimi ile oluşması, çokgenin en az 2 kenarının olması, GE öğrencilerin üçgenin/karenin/dikdörtgenin birer çokgen olup olmaması konusunda ve çokgenin kenarlarının ardışık olarak uç noktalarında birleşip birleşmediği hakkında çelişkiye düşmeleri sonuçları ise GE öğrencilerin kavramlar ile ilgili temel bilgi birimlerinde sıkıntı çektiklerini göstermektedir. Bunda her kavramın belirleyici özelliğinin olmasının ve öğrencinin eğitim yaşantısında kavram ile ilgili belirleyici özelliklerin belirleyici olmayanlardan ayırılması sağlanmamış olabileceğinin bir rolü olabilir. Dolayısıyla **GE öğrencilerin öğretmenleri, öğrencilerinin kavram ile ilgili**

özellikleri anlamalarını yani kavramın belirleyici özelliklerini[2] belirleyici olmayanlardan ayırmalarını sağlamalıdır (Altun, 2008: 18). Öte yandan GE öğrencilerin geometrik kavramlarda yaşadıkları bu sıkıntılar geometri kavramlarının öğretiminde uygun modellerin, manipulatiflerin veya gerçek dünya öğelerinin kullanımında yetersiz kalınmış olabileceğini akla getirmiştir. Bu nedenle **GE öğrencilerin görme duyularını kullanamamaları daha çok dokunsal bir şekilde öğrenebilmeleri nedeniyle; geometrik kavramlarının öğretiminde uygun modellerin, manipulatiflerin veya gerçek dünya öğelerinin kullanımının sağlanması** durumunda, GE öğrencilerin kavrama yönelik daha doğru anlayışlar geliştirebilecekleri düşünülmektedir.

Bazı GE öğrencilerin kavram yanılgılarına düştükleri bir diğer konu da geometrik şekillerin konumu olmuştur. Örneğin; *üçgenin tabanının yatay olmak zorunda oluşu (Ö$_2$, Ö$_3$, Ö$_4$ ve Ö$_5$) gibi*. Bunda GE öğrencilerin eğitim sürecinde daha çok tabanı yatay konumda olan üçgenleri içeren örneklerle (ders kitabı, sınıf içi etkinlikler) karşı karşıya kalmalarının etkili olduğu düşünülebilir. Katılımcı öğrencilerin bu algılarına dayalı olarak Bu noktada GE öğrencilerin **matematik öğretmenlerine; geometrik kavramların öğretiminde konumun geometrik kavramın olması gereken bir özelliği olmadığını belirtmeleri, tabanı yatay konumda olan geometrik şekillerin yanı sıra diğer örnekleri –*hatta uç örnekleri de*- içeren örnekleri kullanmaları önerilebilir.** Öte yandan Ö$_3$'ün beşgen ve altıgenin konumlarına önem vermesi ancak konumun çokgenliği değiştirmeyeceğini belirtmesinde -*dokunma duyusunu mükemmel bir şekilde derslere entegre edebilen*- GE öğrencilerin dokunma duyularını kullanmalarının ve uzamsal ipuçlarını takip etmelerinin bir rolü olabileceğini göstermektedir. Burada **matematik öğretmenlerine; "GE öğrencinin görme duyusu olmadan ve sadece uzamsal ipuçları takip ederek konumun kavram tanımında olan etkisizliğini anlaması" örnek gösterilerek, gören öğrencilerde de görme duyusu olmadan (gözleri bağlayarak) geometrik şekilleri tanıma etkinliklerini kullanmaları önerilebilir.**

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlar; GE öğrencilerin, üçgenleri sınıflandırırken *–kenarlarına (kenar ölçülerinin eşitliğine/**kenarların konumuna göre**) göre açılarına (açı çeşidine/**açı ölçülerinin eşitliğine**) göre ve **köşelerine göre** olmak üzere*- bazı farklı yöntemleri kullandıklarını göstermektedir. Ayrıca elde edilen sonuçlardan bir diğeri ise;

[2] Kavramın belirleyici özellikleri, kavramın değişik örneklerinde değişmeden kalan hususlardır (Altun, 2008: 18)

GE öğrencilerin kavram imajları içerisinde üçgenleri sınıflandırmada, açılar ile çokgenleri anlamlandırmada eksik/yanlış bilgilere sahip olmaları ve zorluklar yaşamaları hatta bazen de kavram yanılgılarına (*prizma, piramidin üçgen olması, üçgenin köşelerine göre sınıflandırılması gibi*) sahip olmalarıdır. Ek olarak bazı katılımcı GE öğrencilerin çokgenleri oluşturma/tanıma sorularında dikdörtgen ve karenin kenar uzunluklarına odaklanarak aşağıda belirtilen bazı tespitlerde bulunmuşlardır.

> **$Ö_2$:** *2 uzun 2 kısa kenarı vardır. ıı Onun iç açılarının toplamıı… onunki de* [kare ile kıyaslıyor] *360*[^{o}]*tır. O da çokgendir çünkü*
>
> **$Ö_3$:** (iki kare/dikdörtgenin iç içe olduğunu belirttikten sonra) *...4 tane kenarları var… şuralar, Böyle içtekinin de 4 tane kenarı var… 4 tane açısı var* [açıları pozitif yönde gösteriyor]*… Bunun da 4 tane…*[açıları negatif yönde gösteriyor] *Dikdörtgenden farklı olarak bütün kenarları eşit. Dikdörtgen de ikisi eşit ikisi… Yani kısa ikisi uzun oluyor. Bunda bütün kenarlar birbirine eşit, Açılar dik açı hepsi* [öğrenci dik açının 90° olduğunun farkında]
>
> **Araştırmacı:** *... Dikdörtgen oluştururken ne yapman lazım?*
> **$Ö_5$**: 2 *kenarının uzun 2 kenarının da kısa olması*

Bu ifadeler ile katılımcı GE öğrencilerin, kare ve dikdörtgen için kenar özelliklerinin ön plana çıktığı ve bu nedenle dikdörtgenin kareden farklı bir ailede olduğunu savundukları görülmüştür. Bu durum katılımcıların parçalı sınıflandırmayı kullandıklarını (Fujita, 2012; Fujita ve Jones, 2007; Heinze ve Ossietzky, 2002; Okazaki ve Fujita, 2007; Türnüklü ve Berkün, 2013) akla getirmiştir. Bilişsel yapı geliştikçe, kavram imajlarının da gelişebileceği (Gülkılık, 2008) gerçeğiyle; bu imajları oluşturmaları için **GE öğrencilere; kavram tanımlarını ezberletmek yerine, kavramı düşünmeyi ve sorgulamayı gerektirecek etkinlikler içine dâhil edilmelidir** (Tall, Thomas, Davis, Gray ve Simpson, 2000). **Öğrencilerin algoritmaları ve ezber bilgileri kullanımlarını en aza indirebilmek için** Che Ghazali ve Zakaria'nın (2011) da belirttiği gibi; **öğretimin, öğrencileri kavramsal anlamanın önemine ve gerekliliğine ikna edebilecek şekilde yeniden düzenlenmesine ihtiyaç vardır. Bu bağlamda yanlış kavramaları ve kavram yanılgılarını en aza indirgemek için açı, üçgen ve çokgen kavramlarını tartışırken, bunların aynı zamanda kavramların farklı**

algılamalarına ve (parçalı değil de hiyerarşik) sınıflandırmalara değinilmesi faydalı olabilir.

Katılımcı GE öğrencilerde; belirli bir kavram ile ilgili problem çözüm sürecinde direkt o kavram ile ilişkili bilgiler çağrıştırılabileceği gibi, direkt o kavram ile ilişkili olmayan kavramlara ait bilgilerin de çağrıştırılabileceği gözlemlenmiştir. Örneğin; $Ö_2$ ise düzgün çokgen kavramı ile ilgili problem sorulmasına rağmen, çokgen kavramını betimleme yoluna gitmiştir. Matematikte/geometride yeterlilik kazanmak; hem kavramları bilmeyi, hem sembolleri/temsilleri, hem işlemleri bilmeyi ve hem de bunlar arasındaki ilişkileri bilmeyi içerir. Kavram ile ilişkili bilgilere sahip olduğu halde, bu bilgiler arasındaki ilişkileri kuramama; öğrenmeyi zorlaştırmaktadır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Bu nedenle **GE öğrencilerin matematik öğretmenlerine; problemin yapısı, temelde yatan kavramlar, hangi kavramların çözümde kullanılacağı ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler üzerine -daha çok- durmaları önerilebilir.**

5.2.2. Matematik Kitap Yazarlarına Yönelik Öneriler

Araştırmanın sonuçlarından biri de öğrencilerin çoklu (*yatay ve dikey*) kavram imajları ve tanımları arasındaki muhtemel uyumsuzlukların ve çelişkilerin varlığıdır. Her ne kadar nitel araştırma olması dolayısıyla bu araştırmanın katılımcı sayısı az olsa da ortaya çıkan bu çoklu kavram imajlarının, çelişkili kavram imajlarının-uyumsuzlukların, ilişkili kavram imajlarının veya kendi içinde tutarlı kavram imajlarının varlığı araştırmaya katılmayan diğer GE öğrencilerde de olabileceğini göstermektedir. **Burada ortaya çıkan durumlardan faydalanarak yani kavram yanılgıları üzerinde örnek ve açıklamalar yapılarak** (Giraldo, Tall ve Carvalho, 2003; Zembat, 2008: 7) **GE öğrencilerin tutarlı kavram imajı oluşturmalarını sağlayacak öğrenme yaşantıları ve etkinlikler tasarlanabilir.** Bu tür etkinlikler öğretme için güzel fırsatlar içermektedir. Bunlar öğrencilerin tanımlar üzerinde düşünüp iyi yapılmış tanımların öz ve yeteri kadar açık olması gerektiğini görmelerini sağlayacaktır. Diğer bir fırsat, **tanım ve şekiller üzerinde tartışarak hangi prensiplerin geçerli olduğunun düşünülmesidir. Hangi özellik mutlaka olmalı, hangi özelliğe gerek olmayabilir gibi** (Arshavsky ve Goldenberg, 2005).

Araştırmada ortaya çıkan sonuçlardan bir diğeri, formal kavram tanımının öğrenciler tarafından nadiren kullanımı; her ne kadar öğrencilerin formal tanımı unutmuş olabileceklerini veya kavram imajlarını ön plana çıkabileceğini gösterse de, tutarlı kavram imajının oluşumu için formal kavram tanımı ve ona ait açıklamaların varlığına ihtiyaç vardır. Bu nedenle GE öğrencilerin matematik kitaplarında; referans alınacak kitaplarda Leff'te (2009, 2011) olduğu gibi tanım ve tanım yapma üzerinde ayrıca durulması, "iyi bir tanım nasıl olmalı, hangi özellikleri taşımalı, bir kavramı tanımlarken hangi özellikler kesinlikle belirtilmeli" gibi noktaların vurgulanması öğrencilerin kavram imajlarını gözden geçirmelerine yardımcı olacağı düşünülmektedir.

5.2.3. Matematik Eğitimi Alanında Akademik Çalışmalar Yapan Bilim İnsanlarına Yönelik Öneriler

Gerek yurt içinde gerekse yurt dışında GE öğrencilerin matematik kavramlarına yönelik anlayışlarının incelendiği kapsamlı herhangi bir araştırmaya rastlanmadığından; bu çalışmada GE öğrencilerin açı, üçgen ve çokgen kavramlarına yönelik kavram imajları ve temsilleri incelenmiştir. Bu araştırmada GE öğrencilerden; açı, üçgen ve çokgen kavramlarını tanımlama, oluşturma, kavram özelliklerine dair toplanan veriler ile katılımcı GE öğrencilerin bu kavramlara dair algılarının nasıl şekillendiği ve hangi yanılgılar ile kavramları ele aldıklarına dair bir fikir sağlamıştır. Elde edilen bulguların diğer (gören) katılımcılar ile yapılmış çalışmalar ile benzerlik göstermesi GE bireylerin bu kavramlara ilişkin algılarda rastlanan tipik durumlar ve belirli bazı yanılgılar açısından genelde rastlanan bilişsel sürece işaret eder. Bu bilişsel sürecin saptanabilmesi için daha büyük çalışma grupları ile gerçekleştirilecek bir araştırma önerilebilir.

Bu araştırmada kullanılan mıknatıslı materyallerin "*hatalı düşünceleri fark etmeye olan katkısı ve karar vermeye olan olumlu etkisi*" sonucu elde edilmesine rağmen, amacın kavram imajlarının belirlenmesi olması dolayısıyla; bu materyallerin bilişsel sürece ve kavram yanılgılarını azaltmaya ne kadar/nasıl etki ettiği incelenememiştir. Her ne kadar kullanılabilecek bu materyaller ve bu materyallere dayalı etkinlik tasarımının öğrenci bilgilerini geliştireceği, kavramsal öğrenmeye katkı sağlayacağı düşünülse de; bu durumun şu anda bir kesinliği yoktur. Bu nedenle bu araştırmada kullanılan veya yeniden oluşturulacak materyallerin ve etkinlik

tasarımlarının, kavram yanılgılarını azaltmaya etkisi, kavram öğrenimine etkisi ve bilişsel süreci nasıl etkilediği araştırılabilir.

Katılımcı GE öğrencilerin; aynı durum için birbiriyle tamamen çelişebilen, tutarlı olabilen veya bir kısmı çelişebilen birden fazla anlayışa sahip olması sebebiyle, zengin bir anlayışa sahip olmasının yanı sıra kavram yanılgısına da sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca bu öğrencinin farklı zamanlarda farklı sorulara farklı ifadelerle cevap vermesi, onun temelde benzer anlayışlara sahip olmasını engellemediği görülmüştür. Örneğin; $Ö_1$'in bir ifadesinde "*Iıı 2 tane ışının bir araya gelerek oluşturduğu şekil.. Biri ıı ok uçları değil de hani kapalı olan taraflarından birleşiyorlar*" diyerek açıyı ve "bir ucu kapalı geometrik şekil" olarak ta ışını tanımlamıştır. Bir başka ifadesinde ise "*Bunlar ışınlar… Buraları doğru parçaları* [birleşim noktasından başlayan ilk parçaları gösteriyor], *bunlar kapalı olan yerler. Buralar da ışınlar…*" diyerek ışını, doğru parçası + ışın olarak tanımlamış ve buna göre açıyı oluşturmuştur. Bu durumun öğrencinin kavram yanılgılarına düşmelerini kolaylaştırdığı şeklinde yorumlanmıştır. Ancak, bu kavram yanılgılarının oluşumunda temelde hangi etkenlerin yer aldığı araştırılamamıştır. Bu nedenle GE öğrencilerin kavram yanılgıları ile örülü zengin kavram imajlarının temelinde yatan etkenlerin araştırılması ve bu kavram yanılgıların giderilmesi üzerine çalışmalar yapılabilir.

Katılımcı GE öğrencilerin üçgeni teorikte kabul edilebilir tanımlamasına karşın, uygulamada –ısrarla- yanlış bilgiyi takip ettikleri dolayısıyla zorluklarla karşılaştıkları, ayrıca GE öğrencilerin teorik ve uygulamada düştükleri bu çelişkinin farkında olmadıkları tespit edilmiştir. Örneğin $Ö_5$ üçgeni "üç kenarlı çokgen" olarak tanımlarken 2 doğru parçası ile üçgen oluşturmaya çalışmıştır. $Ö_4$ ise üçgeni gönyeye benzeterek "*Bunun ki gibi böyle… Kapalı olucak şöyle… Şuraları kapalı olucak*" şeklinde tanımlamasına karşın, üç doğru parçasının yan yana birleşimi ile üçgen oluşabileceğini savunmuştur. Bu çalışmanın amacı sadece öğrencilerin kullandıkları kavram imajları ve temsilleri belirlemek olduğundan, teorik ve uygulama arasında ortaya çıkan bu boşluğun öğrenci anlayışların ne derece etkilediği ve materyaller aracılığıyla kavram oluşturma sürecinde yaşanan zorluklar ayrıntılı bir şekilde belirlenememiştir. Bu nedenle GE öğrencilerin kavramları oluşturma ve tanımlama sürecinde yaşadıkları zorluklar ve teorik-uygulama arasındaki boşlukların öğrenci anlayışlarına olan etkisi araştırılabilir.

Her ne kadar matematik ve geometri konularını öğrenmek çoğu bireye zor gelse de ve toplumda bu nedenle GE öğrencilerin matematiği -*özellikle de görselliği içerdiği için*- geometriyi öğrenmelerinin imkânsız olacağı düşünülse de; Pritchard ve Lamb'ın (2012) da dediği gibi düşünülenin aksine, geometri görsel bir ders olabilir ancak görselleştirme sadece bireylerin görme duyularına dayanmamaktadır. Nitekim bu çalışmada da; kavram yanılgılarının, yanlış anlamaların yanı sıra GE öğrencilerin, doğru kavram anlayışlarına da sahip oldukları görülmüştür. Bu çalışmada kullanılan ve GE öğrencilerin zihinlerinde resim birer resme karşılık geldikleri düşünülerek hazırlanan kâğıt üzerindeki toplu iğne veya raptiye aracılığıyla oluşturulan kabartmalar (Pritchard ve Lamb, 2012) ve mıknatıslı materyaller diğer araştırmalarda kolaylık sağlayabilecek nitelikte olduğu düşünülmektedir. Çünkü görüşmeler esnasında; öğrencilerin, kullanılan bu materyaller hakkında aşağıda belirtilen olumlu görüşleri sunmuşlardır:

> **$Ö_1$:** *Yani şimdi zihnimdeki yapıyı ortaya çıkarmada faydası olmasa zaten onları kullanmam yani bayaa bir güzel faydası var…*
>
> **$Ö_2$:** *Düşündüğüm şeyleri tam olarak yansıtabiliyorum*
>
> **$Ö_3$:** *Yani şekillerin anlaşılır olmasını sağlıyor o yüzden*
>
> **$Ö_4$:** *Onda bence mesela GE'lerin şekil anlaması yönünden o daha kolay olur. Mesela belirtilebilir. Mesela köşeler mıknatısla işte diğerleri boncuklar, toplarla belirtilebilir... Bide daha eğlenceli yapar bence öğrenmeyi daha zevkli yapar*
>
> **$Ö_5$:** *Şekilleri daha iyi gösterebilmek için... Zihnimdeki yapıyı daha iyi ortaya çıkarabiliyorum...*

Bu olumlu görüşler temel alınarak, bu materyaller veya benzer şekilde oluşturulabilecek manipulatifler kullanılarak farklı kavramlar ve farklı öğretim kademelerindeki (daha fazla sayıda) GE öğrencilerin anlayışlarını inceleyen benzer çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Akkoç, H. (2003). *Students' understanding of the core concept of function.* Unpublished Doctoral Thesis, University of Warwick, UK.

Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30, 1-10.

Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. (6. baskı). Bursa: Aktüel Alfa Akademi Yayın Dağıtım.

Amoah, V., and Laridon, P. (2004, February). *Using multiple representations to assess students' understanding of the derivative concept*. Paper presented at the Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 24(1), 1- 6, London, UK.

Anglin, G. J., Vaez, H. and Cunningham, K. L. (2004). Visual represantation and learning: The role of static and animated graphics. In D. H. Jonassen (Ed.), *Handbook of Research on Educational Communication and Technology* (pp. 865-916). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Arıkan, R. (2007*). Araştırma teknikleri ve rapor hazırlama*. (6. baskı). Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Arogni, M.T. (1992). Visually impaired people in Iran; cultural and environmental effect on orientation and mobility services. *Journal of Visual Impairment and Blindness,86*(3), 151-152.

Arshavsky, N. and Goldenberg, E.P. (2005). Chapter 2: Perceptions of a quadrilateral in a dynamic environment. *Journal for Research in Mathematics Education*, Monograph. Vol. 13. Published by: National Council of Teachers of Mathematics.

American Printing House for the Blind, Inc. (n. d.) Retrieved December 2, 2011 from the World Wide Web: http://www.aph.org/

Aspinwall, L., Shaw, K. L., and Presmeg, N. C. (1997). Uncontrollable mental imagery: Graphical connections between a function and its derivative. *Educational Studies in Mathematics, 33*, 301-317.

Attorps, I. (2003, February). Teachers' image of the "Equation Concept". Paper presented at the *CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bellaria, Italy.

Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. Unpublished doctoral thesis. University of Helsinki, Finland.

Attorps, L., and Tossavainen, T. (2008, 29-30 January). On the equivalence relation in students' concept image of equation. Perspectives on mathematical knowledge, *The Sixth Swedish Mathematics Education Research Seminar*, Stokholm, Sweden.

Aydeniz, F. (2011). *Öğretmen adaylarının eğim kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve matematiksel anlayışlarının incelenmesi üzerine bir durum çalışması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Aytek, M. (1978). *Türkiye'de en çok rastlanan körlük nedenleri ve önleme çareleri, körlük sorunları* (1. Baskı). Ankara: Türkiye Körler Vakfı Yayınları No: 1.

Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. Baskı). Trabzon: Derya Kitapevi.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (Genişletilmiş 4. Basım). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Baki, A. ve Bell, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi* (1. cilt). Ankara: YÖK/Dünya Bankası.

Ballesteros, S., Bardisa, D., Millar, S., and Reales, J. M. (2005). The haptic test battery: A new instrument to test tactual abilities in blind and visually impaired and sighted children. *The British Journal of Visual Impairment*, *23*(1), 11-24.

Barnard, A.D., and Tall, D.O. (1997). Cognitive units, connections, and mathematical proof. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vol.2*. (pp. 41-48). Lahti, Finland.

Başışık, H. (2010). *İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularınındaki kavram yanılgılarının belirlenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.

Bayık, F. (2010). *11. Sınıf öğrencilerinin geometrik problemlerle ilgili oluşturdukları dış temsillerle iç temsiller arasındaki etkileşimler*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Beal, C., and Shaw, E. (2008, March). Working memory and math problem solving by blind middle and high school students: Implications for universal access. *Proceedings of the 19th ınternational conference of the Society for Information Technology and Teacher Education*, Las Vegas, USA. Web: http://www.isi.edu/~shaw/publications/Beal&ShawSITEinpress.pdf adresinden 12 Kasım 2011'de alınmıştır.

Begle, E.G. (1979*). Crictical variables in mathematics education: findings from a survey of empirical literature*. Washington, DC: Mathematics Association of America and the National Council of Teachers of Mathematics.

Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Bigelow, A. (1990). Relationship between the development of language and thought in young blind children. *Journal of Visually Impairment and Blidness, 84*(8), 414-419.

Bingölbali, E., and Monaghan, J. (2008). Concept image revisited. *Educational Studies Mathematics, 68*(1), 19-35.

Blanco, L.J. (2001, May). Errors in the teaching/learning of the basic concepts of geometry [Electronic Version]. International Journal for Mathematics Teaching and Learning. Web: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/lberrgeo.pdf adresinden 17 Ağustos 2013'de alınmıştır.

Bogdan, R.C. and Biklen, S.K. (1998). *Qualitative research in education: An introduction to theory and methods* (Third edition). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Borges, J.A., Barbosa, P. M., Jansen, L. R., and Lyrio, S. B.(2008, 6-13 July). DESENVOX - Computer tools to teach basic geometry and drawing for the visually disabled in Brazil. *11th International Congress on Mathematical Education (ICME 11),* Monterrey, México. Web: http://tsg.icme11.org/document/get/717 adresinden 13 Kasım 2011'de alınmıştır.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C., Underhill, R., Jones, D., and Agard, P.C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novices and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education, 23*(3), 194-222.

Borko, H., and Putnam, R. (1996). Learning to teach. In D. Berliner, & R. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 673–708). New York: Macmillan.

Bouaziz, S., Russier, S., and Magnan, A. (2005). The copying of complex geometric drawings by sighted and visually ımpaired children. *Journal of Visual Impairment and Blindness, 99*(12), 765-774.

Bromme, R. (1995). What Exactly Is Pedagogic Content Knowledge? Critical Remarks Regarding a Fruitful Research Program. In S. Hopmann and K. Riquarts (Eds.), *Didactic and/or Curriculum* (pp. 205-216). Schriftenreihe: Kiel.

Bülbül, M.Ş., Cansu, Ü., Demirtaş, D., ve Garip, B. (2012). Görme engelliler için matematik öğretim materyali tasarımı: İğneli sayfa. *İlköğretim Online, 11*(4), 1-9.

Bybee, R.W. and Trowbridge L.W. (1996). *Teaching Secondary Scool Science: Strategies for Developing Scientific Literacy*. 6. basım. United Stated of America: Prentice- Hall.

Carreno, E., Ribeiro, C.M., and Climent, N. (2013, February). Specialized and horizon content knowledge –discussing prospectıve teachers knowledge on polygons. In D. Potari (Chair), *From a study of teaching practices to issues in teacher Education*. Symposium conducted at the meeting of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.

Cavkaytar, A. ve Diken, İ. H. (2005). *Özel eğitime giriş*. Ankara: Kök Yayıncılık.

Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Che Ghazali, N.H., and Zakaria, E. (2011). Students' procedural and conceptual understanding of mathematics. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 5*(7), 684-691.

Chin, E.T., and Tall, D.O. (2000). Making, having and compressing formal mathematical concepts. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 2, pp. 177–184) Hiroshima, Japan.

Chinnappan, M. and Lawson, M.J. (2005). A framework for analysis of teachers' geometric content knowledge and geometric knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(3), 197-221.

Cilavdaroğlu, A. K. (2012). *İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin bazı iki boyutlu geometrik kavramların tanımları ve şekillerine dair bilgilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Clements, D.H., and Battista, M.T. (1989). Learning of geometrical concepts in a logo environment. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(5), 450–467.

Clements, D. H., and Burns, B.A. (2000). Students' development of strategies for turn and angle measure. *Educational Studies in Mathematics, 41*(1), 31-45.

Clements, D. H., Sarama, J. H., and Battista, M. (1998). Development of concepts of geometric figures in especially designed logo computer environment. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20*(2-3), 47-64.

Cotrill, J. (2003). *An overview of theories of learning ın mathematics education research*. In Preparing mathematicians to educate teachers: Elementary level workshop. Lincoln, NE: MAA. Web: http://homepages.ohiodominican.edu/~cottrilj/theory-pmet.pdf adresinden 6 Mart 2011'de alınmıştır.

Cowan, H. (2011). *Knowledge and understanding of function held by students with visual impairments*. Unpublished Doctoral Thesis, The Ohio State University, USA.

Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (Second edition). London: Sage Publications.

Çalıkoğlu Bali, G. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 23*, 57-61.

Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (Genişletilmiş beşinci baskı). Trabzon.

Çıkla, O. A (2004). *The effect of multiple representations-based ınstruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and pepresentaions preference.* Unpublished Doctoral Thesis, Middle East Technical University, Ankara.

DeMarois, P. (1996). *Beginning algebra students' images of the function concept*. Paper presented at the Twenty-Second Annual Conference of the American Mathematical Association of Two-Year Colleges, Long Beach, CA. Web: http://www.amatyc.org/Proceedings/Longbeach22/DeMarois.pdf adresinden 10 Kasım 2011 tarihinde indirilmiştir.

Denzin, N. K. and Lincoln, Y.S. (1998). *The landscape of qualitative research: Theories and issues*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? In A. Oliver and K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 248-255). Stellenbosch, South Africa.

Dick, T., and Kubiak, E. (1997). Issues and aids for teaching mathematics to the blind. *Mathematics Teacher, 90*(5), 344-349.

Dickson, L., Brown, M. and Gibson, O. (1984). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. London: Cassel Pub.

Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. Great Britain: Anchor Press, Hutchinson Educational.

Dormolen, J. V., and Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. *Journal of Mathematical Behavior, 22*(1), 91-106.

Douek, N. (1998). Analysis of a long term construction of the angle concept in the field of experience of sunshadows. In A. Olivier and K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Educatio*n (Vol. 2, pp. 264–271.). Stellenbosch, South Africa.

Dönmez, G. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik kavramlarına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitiüsü, İstanbul.

Dufour-Janvier, B., Bednarz, N. and Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Dulin, D., and Serrière, C. (2009). Special needs education in the blind population: Effects of prior expertise in raised line drawings on blind people's cognition. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 1*(1), 549–553.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 3-26). Columbus, HO: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environment Education.

Edwards, A. D. N., and Stevens, R. D. (1994). A multimodal interface for blind mathematics students. *INSERM* (pp. 97-104), Paris, France.

Edwards, A. D. N., Stevens, R. D., and Pitt, I. J. (1995). *Non-visual representation of mathematical information*. Presented at Symposium of the Association Pour le Bien de Aveugles, Geneva. Proceedings to be published by Éditions Masson. Web: http://130.203.133.150/viewdoc/summary?doi=10.1.1.48.9174 adresinden 10 Kasım 2011'de alınmıştır.

Edwards, B. S., and Ward, M. B. (2004). Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions. *American Mathematical Monthly, 111* (5), 411-424.

Enç, M. (2005). *Görme özürlüler-gelişim, uyum ve eğitimleri* 2. baskı). Ankara: Gündüz Eğitim ve Yayıncılık.

Eraslan, A. (2005). *A qualitative study: Algebra honor students' cognitive obstacles as they explore concepts of quadratic functions*. Unpublished Doctoral Thesis, The Florida State University, USA.

Erbaş, A. K., and Yenmez, A. (2011). The effect of inquiry-based explorations in a dynamic geometry environment on sixth grade students' achievements in polygons. *Computers & Education, 57*(4), 2462-2475.

Erbilgin, E., and Fernandez, M. L. (2004, October). Spatial ability, achievement, and use of multiple representations in mathematics. In D.E. McDougall and J.A Ross (Eds.), *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 263-270). Toronto, Ontario, Canada. Web: http://www.allacademic.com/meta/p117 565_index.html adresinden 20 Ocak 2011'de alınmıştır.

Erden, M. ve Akman, Y. (1997). *Eğitim psikolojisi: Gelişim-öğrenme-öğretme* (4. baskı). Ankara: Arkadaş Yayınevi.

Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Escudero, I., and Sanchez, V. (2002). Integration of Domains of Knowledge in Mathematics Teachers' Practice. In Cockburn and Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 177-184). Norwich, United Kingdom.

Fernández-Balboa, J. M. andStiehl, J. (1995). The Generic Nature of Pedagogical Content Knowledge among College Professors. *Teaching and Teacher Education, 11*(3), 293-306.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24* (2), 139- 162.

Fitzpatrick, D. (2006). Mathematics: How and what to speak. In K. Miesenberger, J. Klaus, W. Zagler and A. I. Karshmer, (Eds.), *Proceeding ICCHP 2006 (10th International Conference on Computers Helping People with Special Needs*), (Vol. 4061 of LNCS, pp. 1199-1206). Linz, Austria, Springer.

Foxman, D., and Ruddock, G. (1984). Concepts and skills: Line symmetry and angle, *Mathematics in Schools, 13*(2), 9–13.

Frampton, M. E. (1963). *Körlerin eğitim öğretimi*. (Çev. E. Sağlamer, G. Yazgan). İstanbul: Milli Eğitim Basımevi (Eserin orijinali 1940'ta yayımlandı).

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior, 31*(1), 60-72.

Fujita, T. and Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. 3, pp. 129-136). Prague, Czech Republic: PME.

Fujita, T., and Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, *9*(1-2), 3-20.

Fyhn, A. (2006). A climbing girl's reflections about angles. *Journal of Mathematical Behavior,* 25, 91–102.

Garip, B., Demirtaş, D., Eryurt, K., Bülbül, M.Ş. ve Cansu Kurt, Ü. (2013). *İğneli Sayfa - Cebir Uygulamaları*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Ginsburg, P. H. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. Cambridge University Press.

Giraldo, V., Carvalho, L. M. and Tall, D. O. (2002). Theoretical-computational conflicts and the concept image of derivative. *Proceedings of the BSRLM Conference,* 22 (3), pp.

37–42). Nottingham, England. Web: http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall /pdfs/dot2002m-giraldo-carv.pdf adresinden 19 Mart 2012'de alınmıştır.

Giraldo V., Tall, D. O., and Carvalho, L. M., (2003). Using theoretical computational conflicts to enrich the concept image of derivative. *Research in Mathematics Education, 5*(1), 63–78.

Girard, N. R. (2002). *Students' representational approaches to solving calculus problems: Examining the role of graphing calculators*. Unpublished master's thesis, University of Pittsburg, Pittsburg.

Glesne, C. (1999). *Becoming qualitative researchers: An introduction* (Second edition). New York, NY: Allyn & Bacon.

Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meaning, and understanding. In L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 2, pp. 417–424). Valencia: Universidad de Valencia.

Goerdt, L. S. (2007). *The effect of emphasizing multiple representations on calculus students' understanding of the derivative concept*. Unpublished Doctoral Thesis, The Universty of Minnesota, USA.

Goldin, G. A. (1990). Epistemology, constructivism, and discovery learning mathematics. In R. B. Davis, C. A. Maher and N. Noddings (Eds.), *Constructivist Views on The Teaching and Learning of Mathematics* (p. 31- 47). Reston, VA: NCTM.

Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 137-165.

Goldin, G. A., and Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the ıdea of representation ın learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin and B. Greer (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Goldin, G., and Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco and F. R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 1–24). Reston: NCTM Publications.

Govender, R., and De Villers, M. (2004). A dynamic approach to quadrilateral definitions. *Pythagoras, 58,* 34-45.

Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher Knowledge and Teacher Education*. London: Teachers College Press.

Gutiérrez, A., and Jamie, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education, 2*(3), 253-275.

Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Haber, R.N., Haber, L.R., Levin, C.A., and Hollyfield, R. (1993). Properties of spatial representations: Data from sighted and blind subjects. *Perception and Psychophysics, 54*(1),1-13.

Hacıömeroglu, S. E. (2007). *Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus.* Unpublished Doctoral Thesis, The Florida State University, USA.

Hähkiöniemi, M. (2006a). Associative and reflective connections between the limit of the difference quotient and limiting process. *Journal of Mathematical Behavior, 25*(2), 170-184.

Hähkiöniemi, M. (2006b). Perceiving the derivative: The case of Susanna. *Nordic Studies in Mathematics Education, 11*(1), 51-73.

Harel, G. (1989). Applying the principle of multiple embodiments in teaching linear algebra: aspects of familiarity and mode of representation. *School Science and Mathematics, 89*(1), *49-57.*

Hatwell, Y. and Martinez-Sarrochi, F. (2003). The tactile reading of maps and drawings, and the access of blind people to work of art. In Y. Hatwell, A. Streri and E. Gentaz (Eds.), *Touching for Knowing* (pp. 255-274). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.

Heinze, A. and Ossietzky, C. (2002). "…Because a square is not a rectangle" students' knowledge of simple geometrical concepts when starting to learn proof. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of The 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 81-88). School of Education and Professional Development, University of East Anglia.

Heller, M. A., Brackett, D. D., Scroggs, E., Steffen, H., Heatherly, K., and Salik, S. (2002). Tangible pictures: Viewpoint effects and linear perspective in visually impaired people. *Perception, 31*(6), 747-769.

Heller, M. A., Calcaterra, J. A., Burson, L. L., and Tyler, L. A. (1996). Tactual picture identification by blind and sighted people: Effects of providing categorical information. *Perception & Psychophysics, 58*(2), 310-323.

Heller, M. A., McCarthy, M., and Clark, A. (2005). Pattern perception and pictures for the blind. *Psicológica, 26*, 161-171.

Henningsen, M., and Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*, 524–549.

Herbst, P., Gonzalez, G., & Macke, M. (2005). How can geometry students understand what it means to define in mathematics? *The Mathematics Educator, 15*(2), 17-24.

Hershkowitz, R. (1989). Visualisation in geometry-two sides of the coins. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *11*(1-2), 61-76.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition* (pp. 70-95). Cambridge: CUP.

Hilbert, J. and Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan Publishing Company.

Hiebert, J. and Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J., and Wearne, D. (1996). Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction. *Cognition and Instruction, 14*(3), 251–283.

Gibson, W.E. and Darron, C. (1999). Teaching statistics to a student who is blind. *Teaching of Psychology, 26*. 130-131. Web: http://top.sagepub.com/content/26/2/130.full.pdf+html adresinden 13 Nisan 2012'de alınmıştır.

Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Gönül Turgut Özel Eğitim Kurumları (t.y.). 2 Kasım 2011'de http://www.gonulturgut.com /gorme_engelliler.php adresinden elde edilmiştir.

Hwang, W.Y., Chen, N. S., Dung, J.J. and Yang, Y.L. (2007). Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Educational Technology and Society, 10* (2), 191-212.

Jones, K., Mooney, C., and Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 22*(1-2), 95-100.

Juter, K. (2005). Limits of functions: Traces of students' concept images. *Nordic Studies in Mathematics Education, 10*(3-4), 65-82.

Kanık L. (1994). *Görme engellilere yönelik kütüphane hizmetleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Kaplan, A., and Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramıile ilgili bilgi düzeyleri. *Atatürk Üniversitesi Kâzım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*, 472-478. Web: http://e-dergi.atauni.edu.tr/index.php/kkefd/article/viewFile/4006/3830 adresinden 10 Kasım 2012'de alınmıştır.

Kapperman, G., Heinze, T., and Sticken, J. (1997). *Strategies for developing mathematics skills in students who use braille*. Sycamore, IL: Research and Development Institute.

Kapperman, G., and Sticken, J. (2002). A software tutorial for learning the Nemeth code of Braille mathematics. *Journal of Visual Impairment and Blindness*, *96*(12), 855-857.

Kapperman, G., and Sticken, J. (2003). A case for increased training in the Nemeth code of Braille mathematics for teachers of students who are visually impaired. *Journal of Visual Impairment and Blindness*, *97*(2), 110–112.

Kapperman, G., Sticken, J., and Smith, T. J. (2011). The effectiveness of the Nemeth code tutorial for the Braillenote. *Insight: Research and Practice in Visual Impairment and Blindness,4*(1), 22-28.

Kaput, J. (1989). *Linking representations in the symbol systems of algebra*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (1994). The representational roles of technology ın connecting mathematics with authentic experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser and B. Winkelman (Eds.), *Didactics in Mathematics as a Scientific Discipline* (p. 379–397). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kaya, M. (2003). *13-15 yaş grubu spor yapan görme engellilerin statik ve dinamik denge etkinliklerinin karşılaştırılması*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kayıhan, H. (1989). *Görme özürlülerin rehabilitasyonu* (1. Baskı). Ankara: Hacettepe Üniversitesi Fizik Tedavi ve Rehabilitasyon Yayınları.

Keiser, J. M. (1997). The development of students' understanding of angle in a non-directive learning environment. (Doctoral dissertation, Indiana University, Bloomington, IN, 1997). *Dissertation Abstracts International*, 58(08), 3053.

Keiser, J. M. (2000). The role of definition. *Mathematics Teaching in the Middle School, 5*(8), 506-511. http://www.aug.edu/~lcrawford/Readings/Role_of_Definition.pdf adresinden 14 Nisan 2013 tarihinde indirilmiştir.

Keiser, J. M. (2004). Struggles with developing the angle concept: Comparing sixth-grade students'discourse to the history of angle concept. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(3), 285-306.

Kellogg, M.S. (2010). *Preservice elementary teachers' pedagogical content knowledge related to area and perimeter: A teacher development experiment investigating anchored instruction with web-based microworlds*. Unpublished Doctoral thesis, University of South Florida, USA.

Kendal, M. (2002). *Teaching and learning ıntroductory differential calculus*. Unpublished Doctoral Dissertation, The University of Melbourne, Australia. Available: http://thesis.lib.unimelb.edu.au/.

Kennedy, J. M. (1993). *Drawing and the blind*. New Haven, CT: Yale Press.

Kılcan, S., (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kavramsal bilgileri: Kesirlerle bölm*e. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

Kılıç Çakmak, E. (2007). Çoklu ortamlarda dar boğaz: Aşırı bilişsel yüklenme. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(2), 1-24.

Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Kinach, B.M. (2002a). A cognitive strategy for developing prospective teachers' pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education, 18*(1), 51–71.

Kinach, B. M. (2002b). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the Secondary mathematics "methods" course. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(2), 153–186.

Klatzky, R. and Lederman, S. (2003). The haptic identification of everyday life objects. In Y. Hatwell, A. Streri and E. Gentaz (Eds.), *Touching for Knowing* (pp. 105-121). Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.

Klingenberg, O. G., (2007). Geometry: Educational implications for children with visual impairment. *Philosophy of Mathematics Education (Special Issue on Social Justice,*

Part 1), 20, 1-15. Web: http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome20/index.htm adresinden 10 Kasım 2011'de alınmıştır.

Kohonová, I. (2007, 22-26 February). Comparison of observation of new space and ıts objects by sighted and non-sighted pupils. In D. Pitta-Pantazi and G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5),* (pp. 982-991). Larnaca, Cyprus.

Krebs, C.S. (2001). Learning to solve word problems in a middle school vision class, *Journal of Visual Impairment and Blindness, 95*(12), 757-760.

Landau B., Gleitman, H., and Spelke, E. (1981, September). Spatial knowledge and geometric representation in a child blind from birth. *Science, New Series, 213*(4513), 1275-1278.

Landau,B., Spelke, E., and Gleitman, H. (1984). Spatial knowledge in a young blind child. *Cognition, 16*(3), 225–260.

Leff, L. S. (2009). *Baron's E-Z geometry* (Fourth edition). New York: Barron's Educational Series, Inc.

Leff, L. S. (2011). *Barron's regents exams and answers*. NY: Barron's Educational Series, Inc.

Lenhart, S.T. (2010). *The effect of teacher pedagogical content knowledge and the instruction of middle school geometry*. Unpublished Doctoral thesis, Liberty University, USA.

Lesh, R., Landau, M., and Hamilton, E. (1983). Conceptual models ın applied mathematical problem solving. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 263-343). New York: Academic Press.

Lesh, R., Post, T. and Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Lincoln, Y. S. and Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.

Lodico, M. G., Spaulding, D. T. and Voegtle, K. H. (2006). *Methods in educational research from theory to practice*. San Francisco: Jossey-Bass.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah: NJ: Laerence Erlbaum Associates.

Magnusson, S., Krajcik, J., and Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In J. Gess-Newsome and N. G. Lederman (Eds.*), Examining Pedagogical Content Knowledge* (pp. 95-144). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Mamona-Downs, J. and Downs, M. (2002). Advanced mathematical thinking with a special reference to reflection on mathematical structure. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 165-195). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

McDiarmid, G. W., Ball, D. L., and Anderson, C. (1989). Why Staying One Chapter Ahead Doesn't Really Work: Subject-Specific Pedagogy. In M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the Beginning Teacher* (pp. 193-205). Elmsford: NY: Pergamon Press.

Manizade, A. (2006). *Designing measures for assessing teachers' pedagogical content knowledge of geometry and measurement at the middle school level*. Unpublished Doctoral Thesis, Virginia University, USA.

Mariotti, M. A., and Fischbein, E. (1997). Defining in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics, 34*, 219-248.

Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of TeacherEducation, 41*(3), 3-11.

Marson, S., Harrington, C. and Wall, A. (2011, April 25). Teaching statistics to blind students. Presented at the *28th Annual Baccalaureate Program Directors Conference*, Cincinati, Ohio. Web: http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-9639.2012.00510.x/pdf adresinden 14 Nisan 2012'de alınmıştır.

Maxedon, S.J. (2003). *Early childhood teacher's content and pedagogical knowledge of geometry*. Unpublished Doctoral Thesis, Arizona University, USA.

McKendree, J., Small, C. Stenning, K., and Conlon, T. (2002). The role of representation in teaching and learning critical thinking. *Educational Review, 54*(1),1–10.

Meehan, M. (2002). Students' meeting advanced mathematics for the first time: Can mathematics education research help? *Irish Mathematics Society Bulletin, 49*, 71-82. Web: http://www.maths.tcd.ie/ pub/ims/bull49/M4901.pdf adresinden 5 Mart 2011'de alınmıştır.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass Publishers.

Millar, S. (1985). Movement cues and body orientation in recall of locations by blind and sighted children. *Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A: Human Experimental Psychology, 37*(2), 257–279.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2010). Ortaöğretim geometri dersi 9. ve 10. sınıf öğretim programı. Ankara: M.E.B. Web: http://ttkb.meb.gov.tr/ program2.aspx/program2.aspx?islem=1&kno=71 adresinden 10 Nisan 2013'de alınmıştır.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2009*). İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: M.E.B. Web: http://ttkb.meb.gov.tr/ program2.aspx/program2.aspx?islem=1&kno=32 adresinden 10 Nisan 2013'te alınmıştır.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2009*). İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: M.E.B. Web: http://ttkb.meb.gov.tr/ program2.aspx/program2.aspx?islem=1&kno=33 adresinden 10 Nisan 2013'de alınmıştır.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2013). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik uygulamaları dersi 5, 6, 7 ve 8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: M.E.B. Web: http://ttkb.meb.gov.tr/Dosyalar/programlar/ilkogretim/matematikuygulamalari_ortaokul.pdf adresinden 10 Nisan 2013'de alınmıştır.

Mitchelmore, M.C. (1997). Children's informal knowledge of physical angle situations, *Learning and Instruction, 7*(1), 1-19.

Mitchelmore, M. C. (1998). Young students' concepts of turning and angle. *Cognition and Instruction, 16*(3), 265–284.

Mitchelmore, M.C., and White, P. (1998). Development of angle concepts: A framework for research. *Mathematics Education Research Journal, 10*(3), 4–27.

Mitchelmore, M.C., and White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics, 41*(3), 209-238.

Morgan, C. (2005). Words, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. *Language and Education*, *19*(2), 103-117.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM Publications.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten Through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence*. Reston, VA: Author.

Nemeth, A. (1972). *The Nemeth Braille code for mathematics and science notation 1972 revision*. http://www.brailleauthority.org/mathscience/nemeth1972.pdf adresinden 10 Kasım 2011 tarihinde indirilmiştir.

Okazaki, M., and Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in japan and scotland. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park and D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of The 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 41-48). Seoul: PME.

Özçelik, İ. (1985). *Görme özürlülerin rehabilitasyonu*. Malatya: Gayret Matbaası.

Özgün-Koca, S. A. (1998, October 31- November 2). Students' use of representations in mathematics education. Paper presented at the *Annual Meeting of the North American*

Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, NC: Raleigh, North Carolina.

Özkan, F. (2010). *Ortaöğretim geometri ders kitabı 9*. İstanbul: FCM.

Özmantar, M. F. ve Bingölbali, E. (2010). Sınıf Öğretmenleri ve Matematiksel Zorlukları. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 8*(2), 401-427.

Özyürek, M. (1998). Görme engelliler (Ünite 9). Eripek, S. (Ed.), *Özel eğitim* (Ünite 1-12, ss. 128-152) içinde. T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 1018, Açık öğretim Fakültesi Yayınları No: 561. http://w2.anadolu.edu.tr/aos/kitap/IOLTP/1267/ unite09. pdf adresinden 15. 05. 2013 tarihinde indirilmiştir.

Paas, F. G.W.C., and Van Merrienboer, J.J.G. (1994). Instructional control of cognitive load in the training of complex cognitive tasks. *Educational Psychology Review, 6*(4), 51-71.

Palazesi, M. A. (1986). The need for Motor devolopment programs for visually impaired preschoolers. *Journal of Visual Impairment and Blindness, 80*, 573-576.

Pape, S. J., and Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice, 40*(2), 118-127.

Paterson, M. (2006). Seeing with the hands: Blindness, touch and the enlightment spatial imagery. *The British Journal of Visual Impairment, 24*(2), 52-59.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Patton, M. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (Third edition). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Pimm, D. (1993). Just a matter of definition. [Review of the Book Learning Mathematics Through Inquiry]. *Educational Studies in Mathematics, 25*(3), 261-277.

Pinto, M. (1998). *Students' understanding of real analysis.* Unpublished Doctoral Thesis, University of Warwick, UK: Warwick.

Pinto, M. M. F., and Tall, D. O. (1999). Student constructions of formal theory: Giving and extracting meaning. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 65-73). Haifa, Israel: Technion-Israel Inst. of Tech.

Pinto, M., and Tall, D. O. (2002). Building formal mathematics on visual ımagery: A case study and a Theory. *For the Learning of Mathematics, 22*(1), 2-10.

Prawat, R. S., (1992). Teachers' beliefs about teaching and learning: A constructivist perspective. *American Journal of Education, 100*(3), 354–395.

Pritchard, C.K., and Lamb, J.H. (2012, August). Teaching geometry to visually impaired students. *Mathematics Teachers, 106*(1), 22-27.

Poincaré, Henri. (1914). *Science and method*. (Çev. F. Maitland). London, Edinburgh, Dublin, and New York: Thomas Nelson and Sons. Web: http://www.archive.org/details/cu 31924012248179 adresinden 2 Kasım 2011'de alınmıştır.

Porzio, D. T. (1994). *The effects of differing technological approaches to calculus on students' use and understanding of multiple representations when solving problems*. Unpublished Doctoral Thesis, The Ohio State University, USA.

Porzio, D. T. (1999). Effects of differing emphases on the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(3), 1-29.

Przenioslo, M. (2004). Images of the limit of function formed in the course of mathematical studies at the university. *Educational Studies in Mathematics, 55*, 103–132.

Punch, K.F. (2005). Sosyal araştırmalara giriş, nicel ve nitel yaklaşımlar (çev. D. Bayrak, H. B. Arslan ve Z. Akyüz). Ankara: Siyasal Kitabevi. (Eserin orijinali 2005'te yayımlandı).

Quek, F., and McNeill, D. (2006). Embodiment awareness, mathematics discourse, and the blind. *Annals of the New York Academy of Sciences, 1093*(1), 266-279.

Rasslan, S. and Tall, D. O. (2002). Definitions and ımages for the definite integral concept. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the*

International Group for the Psychology of Mathematics Education, (Vol. 4, pp. 89-96). Norwich, UK. Web: http://www.davidtall.com/ adresinden 23 Aralık 2011'de alınmıştır.

Rasslan, S., and Vinner, S. (1997). Images and definitions for the concept of even/odd function. In E. K. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 41-48). University of Helsinki. Lahti, Finland.

Rich, B. and Schmidt, P. A. (1989). *Schaum's outline of problems of geometry: Includes plane, analytic, transformational, and solid geometries-Schaum's Outlines.* (Second edition). New York: McGraw-Hill.

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula (Ed.), *Handbook of Research on Teacher Education* (pp. 102–119). New York: Macmillan.

Rittle-Johnson, B., and Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology, 91*(1), 175-189.

Robert, A. and Schwarzenberber, R. (2002). Research in teaching and learning mathematics at an advanced level. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 127-139). USA: Kluwer Academic Publishers.

Roh, K. H. (2008). Students' images and their understanding of definitions of the limit of a sequence. *Educational Studies in Mathematics, 69*, 217-233.

Rosenblum L. P., and Amato S. (2004). Preparation in and use of the Nemeth Braille code for mathematics by teachers of students with visual impairments. *Journal of Visual Impairment and Blindness, 98*(8), 484-95.

Roth, P., Petrucci, L., and Pun, T. (2000, July 17-21). From dots to shapes: An auditory haptic game platform for teaching geometry to blind pupils. In Proceedings of the 7th *International Conference on Computers Helping People with special Needs* (ICCHP 2000, pp. 603-610). Karlsruhe, Germany.

Rösken, B., and Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast, 3,* 181-204.

Sánchez, J., and Sáenz, M. (2006). 3D sound interactive environments for blind children problem solving skills. *Behaviour and Information Technology, 25,* 367–378.

Santos-Trigo, M., and Barrera-Mora, F. (2007). Contrasting and looking into some mathematics education frameworks, *The Mathematics Educator, 10*(1), 81–06.

Schneekloth, L.H. (1989). Play environments for visually impaired children. *Journal of Visual Impairment and Blindness. 83*(4), 196-201.

Schweikhardt, W. (2000). Requirements on a mathematical notation for the blind. In R. Vollmar, R. Wagner (eds), *Compurters Helping Peoples with Special Needs ICCHP* 2000, 663-670. Web: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.33.7614&rep=rep1&type=pdf adresinden 10 Kasım 2011'de alınmıştır.

Shaughnessy, J.M., and Burger, W.F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *Mathematics Teacher, 78*(6), 419-428.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Smith, D. C. and Neale, D. C. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education, 5*(1), 1-20.

Spindler, R. (2006). Teaching mathematics to a student who is blind. *Teaching Mathematics and Its Applications, 25*(3), 120-126.

Srichantha, S., Inprasitha, M., and Ariratana, W. (2008). Concept formation in geometry of visual impaired students. *International Conference of Educational Research, (ICER 2008*, pp. 574-580). Hoam Convention Center, Seoul National University, Seoul, Korea.

Steffe, L. P., and Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stenhouse, L. (1988). Case study methods. In J. P. Keeves (Ed.), *Educational Research, Methodology and Measurement: An International Handbook* (pp. 49-53). Oxford: Pregamon Press.

Strauss, A. L. (1987). *Qualitative analysis for social scientists*. Cambridge, UK: University Press.

Strauss, A. and Corbin, J. (1998*). Basics of qualitative research techniques and procedures for developing grounded theory* (Second edition). Thousand Oaks, CA: Sage.

Supalo, C. (2005). Techniques to enhance instructors' teaching effectiveness with chemistry students who are blind or visually impaired. *Journal of Chemical Education, 82*(10), 1513-1518.

Şahin, R. (2004). *Lise Geometri 1*. İstanbul: Zambak.

Sweller, J., Van Merrienboer, J. J. G., and Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psyhology Review, 10*(3), 251-296.

Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Öğretmenler Portalı. "İlköğretim Matematik Dersi (6-8. Sınıflar) Öğretim Programı (2009 yılı)", "Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Uygulamaları Dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı (2012)". Web: <http://ttkb.meb.gov.tr/> adresinden 10 Nisan 2013'de alınmıştır.

Tall, D.O. (1977). Cognitive conflict in the learning of Mathematics. Paper presented at the First Conference of *The International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht, Holland. Web: http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1977a-cog-confl-pme.pdf adresinden 23 Kasım 2011'de alınmıştır.

Tall, D.O. (1980). Mathematical intuition, with special reference to limiting processes. Proceedings of *The Fourth International Congress on Mathematical Education*, (pp. 170-181.). Berkeley.

Tall, D. O. (1987). Constructing the concept image of a tangent. *Proceedings of the 11th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 69-75). Montreal, Canada.

Tall, D. (1988). Concept image and concept definition. In J. de Lange and M. Doorman (Eds.), *Senior secondary mathematics education* (pp. 37- 41). OW & OC Utrecht. Web: http://www.davidtall.com/ adresinden 16 Kasım 2012'de alınmıştır.

Tall, D. (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp. 3-21). Dordrecht: Kluwer.

Tall, D. O. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 495-511). New York, NY: Macmillan Publishing Company.

Tall, D. O. (2000). Biological brain, mathematical mind and computational computers (How the computer can support mathematical thinking and learning). In Wei-Chi Yang, Sung-Chi Chu, Jen-Chung Chuan (Eds.), *Proceedings of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics*, (pp.3–20). Chiang Mai, Thailand.

Tall, D.O. (2005, 5-7 July). A theory of mathematical growth through embodiment, symbolism and proof. Paper presented at *International Colloquium on Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Belgium. Web: http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2005e-crem-child-adult.pdf adresinden 6 Mart 2011'de alınmıştır.

Tall, D.O., and Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*(2), 151-169.

Tall, D.O., Thomas, M.O.J., Davis, G., Gray, E.M., and Simpson, A.P. (2000). What is the object of encapsulation of a process? *Journal of Mathematical Behaviour, 18*(2), 1-19.

Tanton, J. S. (2005). *Encyclopedia of mathematics.* New York: Facts On File.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). New York: Macmillan.

Thompson, L., and Chronicle, E. (2006). Beyound visual conventions: rethinking the design of tactile diagrams. *The British Journal of Visual Impairment, 24*(2), 76-82.

Tirosh, D., Even, R., and Robinson, N. (1998). Simplifying Algebraic Expressions: Teacher Awareness and Teaching Approaches. *Educational Studies in Mathematics, 35*(1), 51-64.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *The Mathematics Teacher, 88*(2), 98-100.

Triadafilliadis, T.A. (1995). Circumventing visual limitations in teaching the geometry of shapes. *Educational Studies in Mathematics, 29*(3), 225-235.

Tsamir. P., and Ovodenko, R. (2004). Prospective teachers' images and definitions: The case of inflection points. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematical Education,* (Vol. 4, pp. 337–344). Bergen, Norway: PME.

Tuan, H. L. (1996). Investigating the nature and development of pre-service chemistry teachers' content knowledge, pedagogical knowledge and pedagogical content knowledge. *Proceeding of the National Science Council Part D: Mathematics, Science and Technology education, 6* (2), 101-112.

Tuncer, T. (2009). *Özel gereksinimli çocuklar ve özel eğitime giriş*. Ankara: Gündüz Eğitim ve Yayıncılık.

Turgut, Y. (2009). Verilerin kaydedilmesi, analizi, yorumlanması: Nicel ve nitel., A. Tanrıöğen (Editör). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Birinci Baskı. Ankara. Anı Yayıncılık.

Türk Dil Kurumu [TDK]. (t.y.). Erişim: 14 Nisan 2013, http://www.tdk.gov.tr.

Türnüklü, E., ve Berkün, M. (2013). İlköğretim 5 ve 7. öğrencilerinin çokgenleri sınıflandırma stratejileri. *Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(1), 337-356.

Türnüklü, E., Alaylı, F.G., ve Akkaş, E.N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(2), 1213-1232.

Ungar, S. (2000). Cognitive mapping without visual experience. In R. Kitchin and S. Freundschuh (Eds.), *Cognitive Mapping: Past Present and Future* (pp. 221-248). London: Routledge. Web: http://richarddagan.com/cogmap/cogvis.pdf adresinden 14 Nisan 2012'de alınmıştır.

Vighi, P. (2003, 28 February-3 March). The triangle as a mathematical object. *Proceeding CERME 3* (pp. 1-10), Bellaria, Italy. Web: http://www.dm.unipi.it/~didattica/ CERME3/proceedings/Groups/TG7/TG7_Vighi_cerme3.pdf adresinden 10 Kasım 2012'de alınmıştır.

Viholainen, A. (2008a). Incoherence of a concept image and erroneous conclusions in the case of differentiability. *The Montana Mathematics Enthusiast, 5*(2-3), 231-248.

Viholainen, A. (2008b). *Prospective mathematics teachers' informal and formal reasoning about the concepts of derivative and differentiability*. Unpublished Doctoral Thesis, University of Jyväskylä, Finland.

Vinner, S. (1976). The naive concept of definition in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 7*(4), 413-429.

Vinner, S. (1977). The concept of exponentiation at the undergraduate level and the definitional approach. *Educational Studies in Mathematics, 8*(1), 17-26.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293–305.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Kluwer, The Netherlands: Dordrecht.

Vinner, S., and Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concepts of functions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 356-366.

Vinner, S., and Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. *Proceedings of the 4th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177–184). Berkeley CA, USA.

Ward, R.A. (2004). An investigation of K-8 preservice teacher's concept images and mathematical definition of polygons. *Issues in Teacher Education, 13*(2), 39-56.

White, P., and Mitchelmore, M. (2003). Teaching angles by abstraction from physical activities with concrete materials. In N. Pateman, B.J. Dougherty and J. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, 403-410). Honolulu, Hawai'i – USA.

Wilson, S. M., Shulman, L. S., and Richert, A. E. (1987). '150 Different Ways' of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring Teachers' Thinking* (pp. 104-124). London: Cassel Education Ltd.

Winicki-Landman, G., and Leikin, R. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 1. *For the Learning of Mathematics, 20*(1), 17-21.

Wolffe, K. E., Sacks, S. Z., Corn, A. L., Erin, J. N., Huebner, K. M., and Lewis, S. (2002). Teachers of students with visual impairments: What are they teaching? *Journal of Visual Impairment and Blindness, 96*(5), 293-304.

Wood, K. (2006). *The effect of using multiple representations on student success in solving rational, radical, and absolute value equations and inequalities.* Unpublished master's thesis, University of Victoria, Canada.

Yazgan, G., Argün, Z., and Emre, E. (2009). Teacher sceneries to "Angle concept": Turkey case. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 1*(1), 285-290.

Yerushalmy, M. (1991). Student perceptions of aspects of algebraic function using multiple representation software. *Journal of Computer Assisted Learning, 7*(1), 42-57.

Yeo, K.K.J. (2008). Teaching Area and Perimeter: Mathematics-Pedagogical-Content Knowledge-in-Action. In M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the*

31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 621-627).

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29*(1), 125-149.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). Sosyal bilimlerde n*itel araştırma yöntemleri* (6. baskı) Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zazkis, R., and Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, *69*(2), 131-148. Web: http://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10649-008-9131-7.pdf adresinden 12 Kasım 2011'de alınmıştır.

Zembat, İ.Ö. (2008). Ölçme, temel bileşenleri ve sık karşılaşılan kavram yanılgıları, M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler). *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. İkinci Baskı. Ankara: Pegem A Yayıncılık, ss. 127-154.

EK-1. Araştırma İzni

T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Bölüm : İstatistik Bölümü
Sayı : B.08.4.MEM.0.06.20.01-60599/ 11 305 09/02/2012
Konu : Araştırma İzni
Tuğba HORZUM

GAZİ ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü)

İlgi : a) MEB Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma ve Araştırma Desteğine Yönelik İzin ve Uygulama Yönergesi.
b) Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsünün 25/01/2012 tarih ve 727 sayılı yazısı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü doktora öğrencisi Tuğba HORZUM' un **"Görme engelli öğrencilerin bazı matematiksel kavramlardaki kavram imajları ve temsilleri"** konulu tezi ile ilgili çalışma yapma isteği Müdürlüğümüzce uygun görülmüş ve araştırmanın yapılacağı İlçe Milli Eğitim Müdürlüğüne bilgi verilmiştir.

Mühürlü anketler (6 sayfadan oluşan) ekte gönderilmiş olup, uygulama yapılacak sayıda çoğaltılması ve çalışmanın bitiminde iki örneğinin (CD/disket) Müdürlüğümüz İstatistik Bölümüne gönderilmesini rica ederim.

Gülçin UYSAL
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

EKLER :
Anket (6 sayfa)

İl Milli Eğitim Müdürlüğü-Beşevler
İstatistik Bölümü
Bilgi İçin:Nermin ÇELENK
Tel : 223 75 22
Fax: 223 75 22
istatistik06@meb.gov.tr

Tablo EK-2. Görüşleri Alınan Uzmanların, Mezun Oldukları Lisans/Yüksek Lisans/Doktora Programları ve Mesleki Tecrübeleri ile ilgili Bilgiler

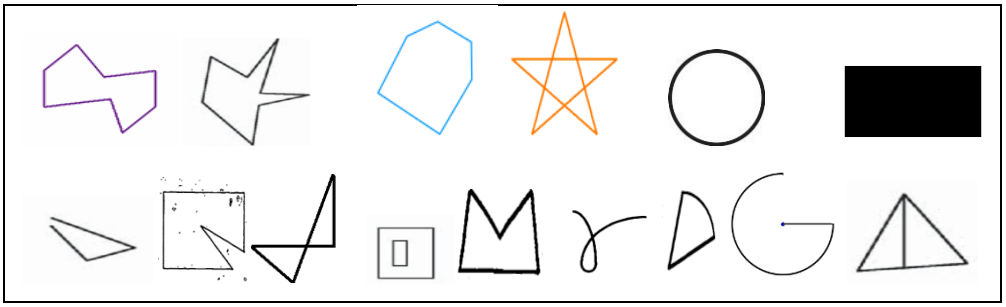
UZMAN NO	MEZUN OLDUĞU LİSANS PROGRAMI	YÜKSEK LİSANS PROGRAMI	DOKTORA PROGRAMI	MESLEKİ TECRÜBESİ
1*+	Eğitim Fakültesi OFMA Eğitimi Matematik Öğretmenliği Eğitimi	Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Eğitim bilimleri enstitüsü OFMA Eğitimi Matematik Öğretmenliği	13 yıl üniversite- yardımcı doçent (halen çalışmakta idi)
2*+	Eğitim Fakültesi OFMA Eğitimi Matematik Öğretmenliği Eğitimi	Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı	Eğitim bilimleri enstitüsü OFMA Eğitimi Matematik Öğretmenliği	2 yıl devlet okulu 14 yıl üniversite- yardımcı doçent (halen çalışmakta idi)
3*+	Eğitim Fakültesi OFMA Eğitimi Matematik Öğretmenliği Eğitimi	Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı (Topoloji)	Sosyal bilimler enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği	10 yıl devlet okulu (5 yıl ilköğretim, 5 yıl ortaöğretim) 3 yıl üniversite-yardımcı doçent (halen çalışmakta idi)
4*	Fen Fakültesi Matematik Bölümü	Fen Bilimleri Enstitüsü Geometri Anabilim Dalı (Diferansiyel Geometri)	Fen bilimleri enstitüsü Geometri anabilim dalı (diferansiyel geometri)	15 yıl devlet okulu (12 yılı fen lisesi, 3 yıl düz lise) 1 yıl özel okul (fen lisesi yılları ile eşzamanlı olarak) 2 yıl üniversite- yardımcı doçent (halen çalışmakta idi)
5*	Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Eğitim bilimleri enstitüsü İlköğretim Matematik Öğretmenliği (devam ediyordu)	3 yıl devlet okulu 2 yıl üniversite- araştırma görevlisi (halen çalışmakta idi)
6+	Eğitim Fakültesi OFMA Eğitimi Matematik Öğretmenliği Eğitimi (Devam Ediyordu)			6 yıl özel eğitim kurumlarında GE öğrencilere matematik dersi eğitmenliği (halen çalışmakta idi)
7+	Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği			4 yıl devlet okulu 2 yıl GE ilköğretim okulu *Sonrasında tayini çıktı*

EK-3. Öğrenci özelliklerini belirlemek için hazırlanan sorular

1. Kendinizi kısaca tanıtır mısınız?
2. Matematik dersi hakkında ne düşünüyorsunuz?
3. Matematik dersinde size zor gelen konular nelerdir? Neden?
4. Matematik dersine yönelik özel ders aldınız mı? Bu derslerin içeriği nasıldı?
5. Braille cetvel ve Braille iletki kullandınız mı? Kullandıysanız deneyimlerinizi anlatır mısınız?
6. Görme engeliniz doğuştan mı yoksa sonradan mı oldu?
7. Görme engeliniz nasıl meydana geldi?
8. Şu an görme durumunuz nedir?
9. Mıknatıslı materyalleri (çalışmada kullanılacak materyaller verilerek) kullandınız mı?

EK-4. Birinci Görüşme Protokolü Soruları

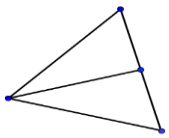
1. Bilmeyen birine açıyı anlatmak için nasıl bir yol izlerdiniz?
2. 3 tane açı oluşturunuz. Bu oluşturduklarınız neden birer açıdır?
3. Açı kavramına günlük hayattan örnekler veriniz?
4. 3 adet üçgen oluşturunuz. Bu şekilleri üçgen yapan hangi özellikleridir?
5. Bilmeyen birine üçgen kavramını ve özelliklerini nasıl anlatırsınız?
6. Üçgenler hangi kriterlere göre sınıflandırılabilir? Neden?
7. 3 tane çokgen oluşturunuz. Bu şekillerin hangi özellikleri onların çokgen olmasını sağlamaktadır?
8. Aşağıdaki düzlemsel şekillerin çokgen olup olmadıklarını verilen her bir örneğe göre belirleyiniz. Çokgen olanların ismini ve çokgen olmayanların da neden olmadıklarını ifade ediniz.



Not: Sekizinci soruda yer alan geometrik şekiller öğrencilere, tek tek olmak şartıyla A5 kâğıtta raised-line (Bkz: Bölüm 3.3.6) olarak verilmiştir.

EK-5. İkinci Görüşme Protokolü Problemleri

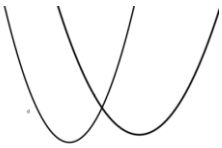
1) Aşağıdaki şekilde kaç açı vardır belirleyiniz ve neden birer açı olduklarını ifade ediniz.



2) Ölçüsü

- 180° den büyük olan
- 360° olan;
- 360° den büyük olan açıları oluşturunuz.

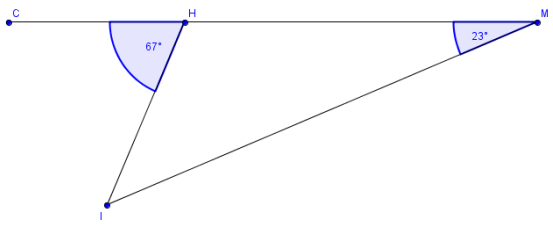
3) Aşağıdaki şekilde açı kavramından söz edilebilir mi? Neden?



4) Bir açısının ölçüsü 89° olan üçgen hakkında ne söylenebilir?

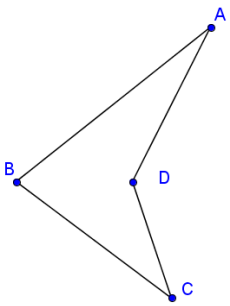
5) Bir açısı 60° olan bir dik üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?[*iki dar açısının ölçüsü toplamı 90° olan bir üçgenin kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?*]

6) Bir nehir kenarında H ve M olarak adlandırılan iki ev vardır. Bu evler aşağıdaki şekilde konumlandırılmıştır. Buna göre I açısının ölçüsünü bulunuz.



7) Aşağıdaki geometrik şeklin

- İç açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?
- Dış açılarının ölçüleri toplamı kaç derecedir?



8) Düzgün bir çokgenin kenar sayısı arttıkça;

- İç açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?
- Dış açıları ölçüleri toplamı nasıl değişir?

Not: 1, 3, 6 ve 7. sorularda verilen geometrik şekiller öğrencilere, A5 kâğıtta raised-line materyallerle veya mıknatıslı materyallerle (raised-line materyallerin tanımakta öğrenciler zorlandıklarında) oluşturularak olarak verilmiştir (Bkz: Bölüm 3.3.6).

EK-6. Öğrenci Tanışma Protokolü

Sevgili Öğrenci;

Ben Tuğba, Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalında araştırma görevlisi olarak çalışmaktayım. Aynı zamanda Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı doktora öğrencisiyim. Prof. Dr. Ahmet Arıkan danışmanlığında tamamlamaya çalıştığım doktora tezimin uygulaması için sizlerle çalışma yapmam gerekmektedir. Çalışmanın amacı; GE öğrencilerin bazı matematiksel kavramlara ait nasıl bir kavram imajına sahip oldukları, ne tür temsiller kullandıkları ve kavram imajları ile temsiller arasında ne tür bir ilişkiye sahip olduğu sorularına yanıt aramaktır. Çalışma 2011-2012 bahar döneminde Mayıs ayında başlayacaktır. Sizlerle ders içi veya ders dışı saatlerde görüşme yapmayı planlamış bulunmaktayım. Görüşmeler video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt edilecektir. Yapılan kayıtlar araştırmanın veri analizi aşamasında başka araştırmacılar tarafından da izlenecektir.

Yapılacak olan bu çalışma ile matematik derslerinde çoğu zaman GE öğrenciler için sorun olarak karşımıza çıkan problem çözme ile ilgili hem öğretmenlere, hem de öğrencilere bir takım bilgiler sunabileceğiz. Yapacağım bu çalışmada sizin isminizi izniniz olmadan kullanmayacağım. İsterseniz isminizi değiştirerek kullanabilirim.

Sonuç olarak, bu mektubu okuduğunuz ve araştırmaya katıldığınız için tekrar teşekkür ederim. Çalışma hakkında başka sorularınız varsa, yanıtlamaktan memnun olurum. Dersleriniz dışında ihtiyacınız olduğunda size yardım etmeye hazırım.

Sevgiler
Araştırma Görevlisi
Tuğba HORZUM

Yukarıdaki açıklamaları okudum ve anladım. Bu çalışmaya gönüllü olarak katılıyorum. Çalışmaya düzenli olarak devam edeceğim.

Tarih: Adı- Soyadı

EK-7. Veli İzin Belgesi

Velisi bulunduğum ..... adlı öğrencinin plânlanan "*GE Öğrencilerin Bazı Matematiksel Kavramlara Ait Kavram İmajları ve Temsilleri*" konulu çalışmaya katılmasında herhangi bir sakınca görmediğimi bildiririm.

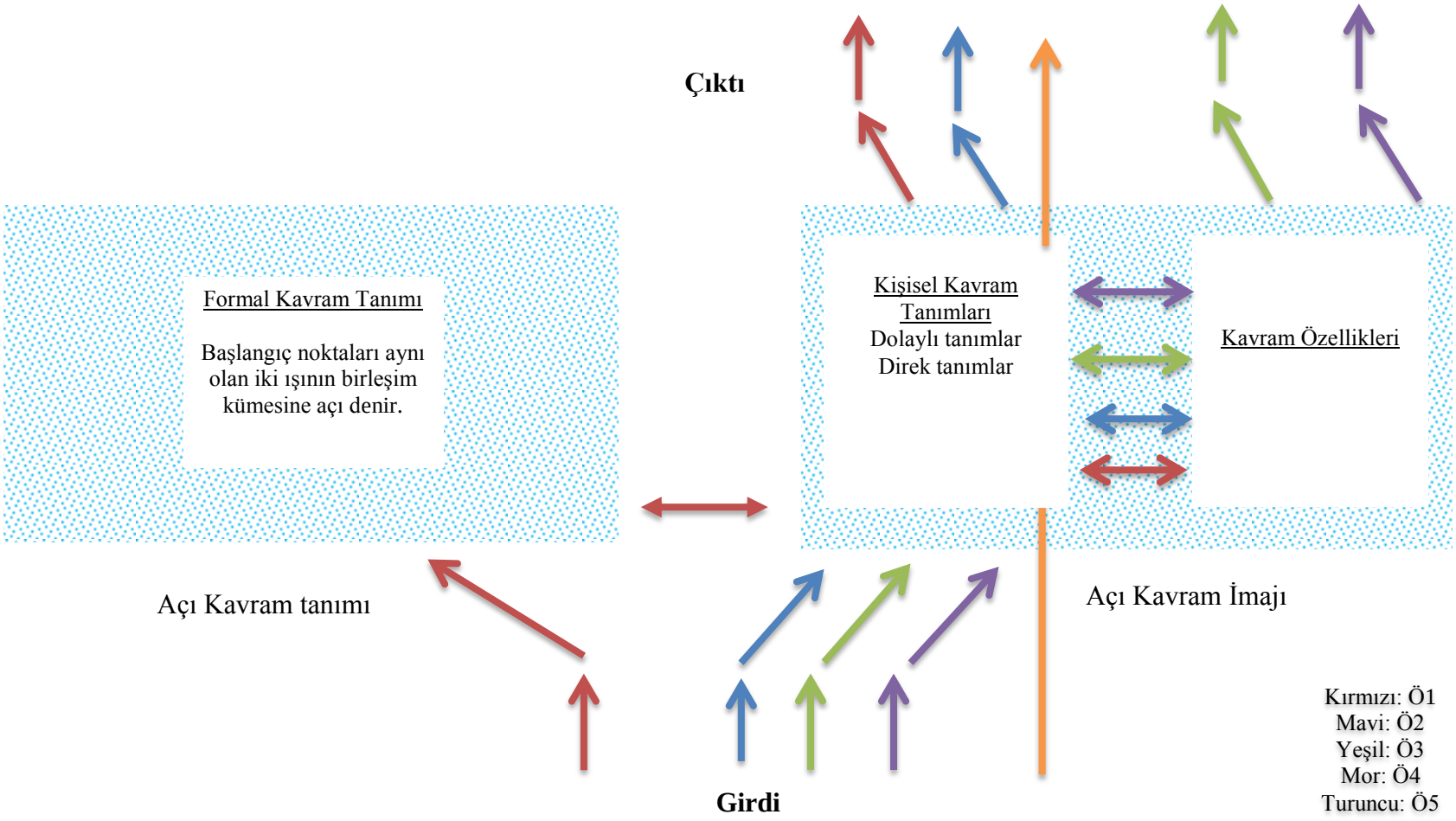
Veli

Adı Soyadı

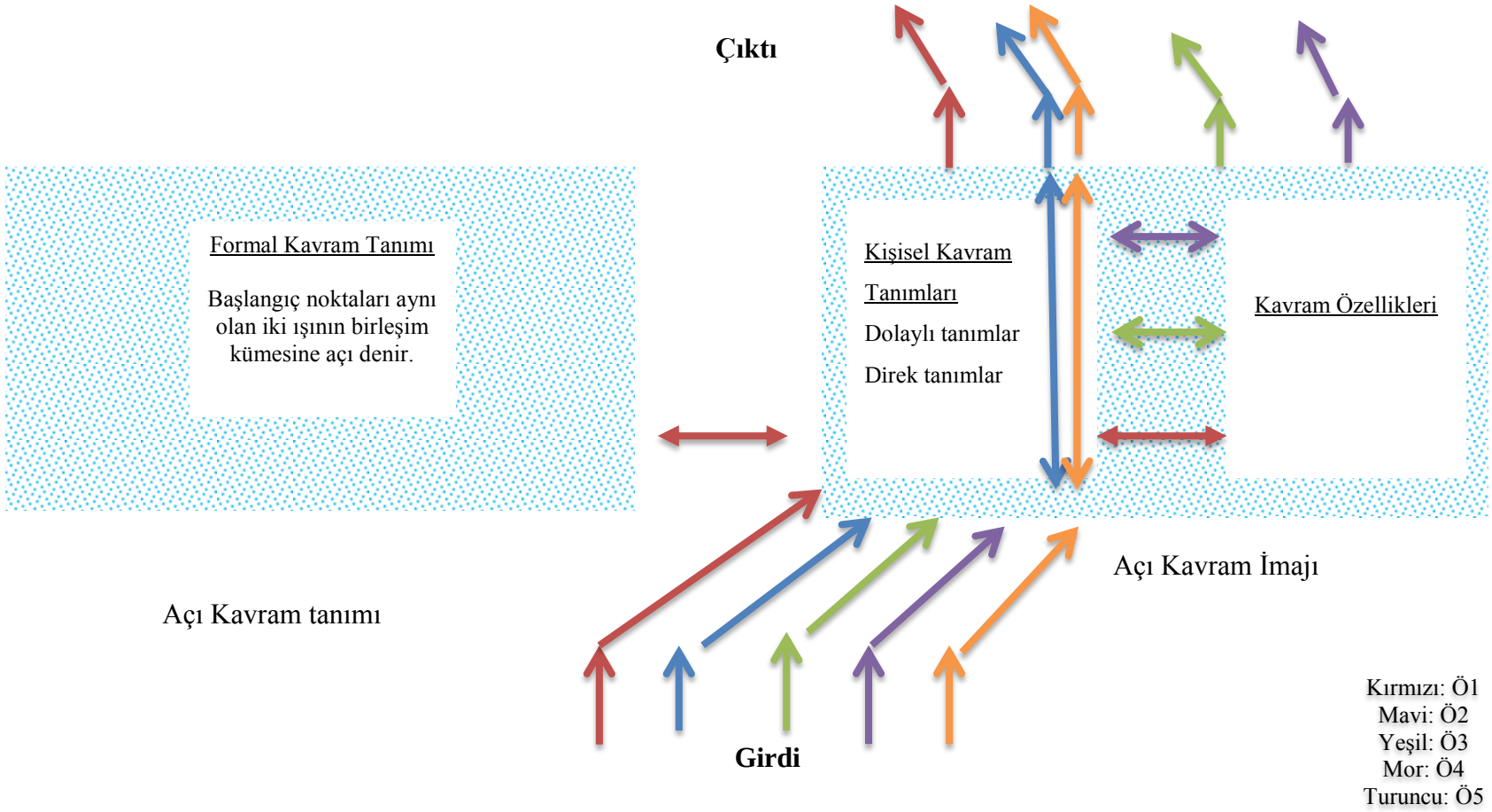
Adres :

Tel :

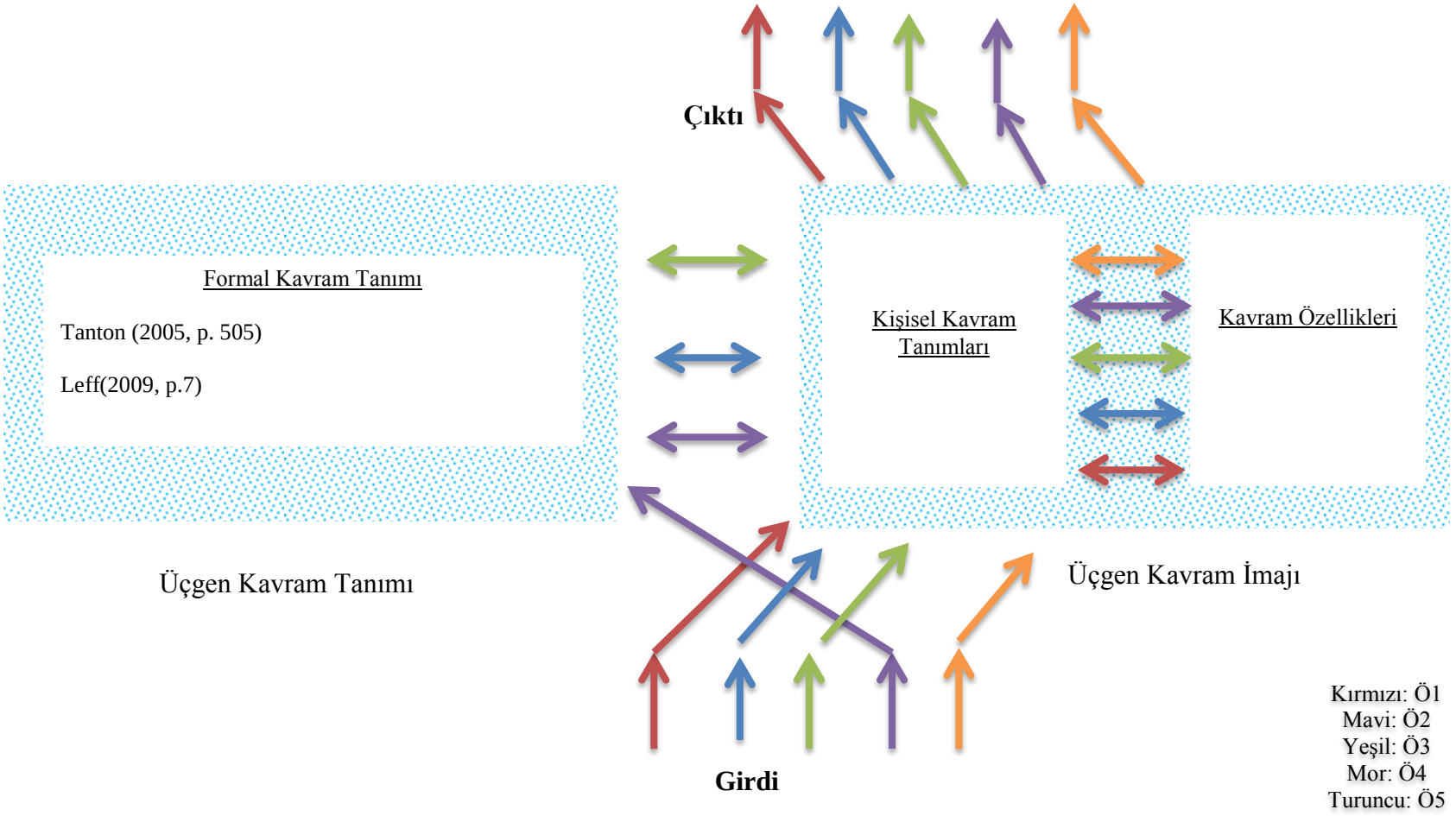
EK-8. Birinci Görüşme Protokolündeki "Açı" Kavramına Ait Sorulardan Elde Edilen Kavram Tanımı-Kavram İmajı İlişkisi



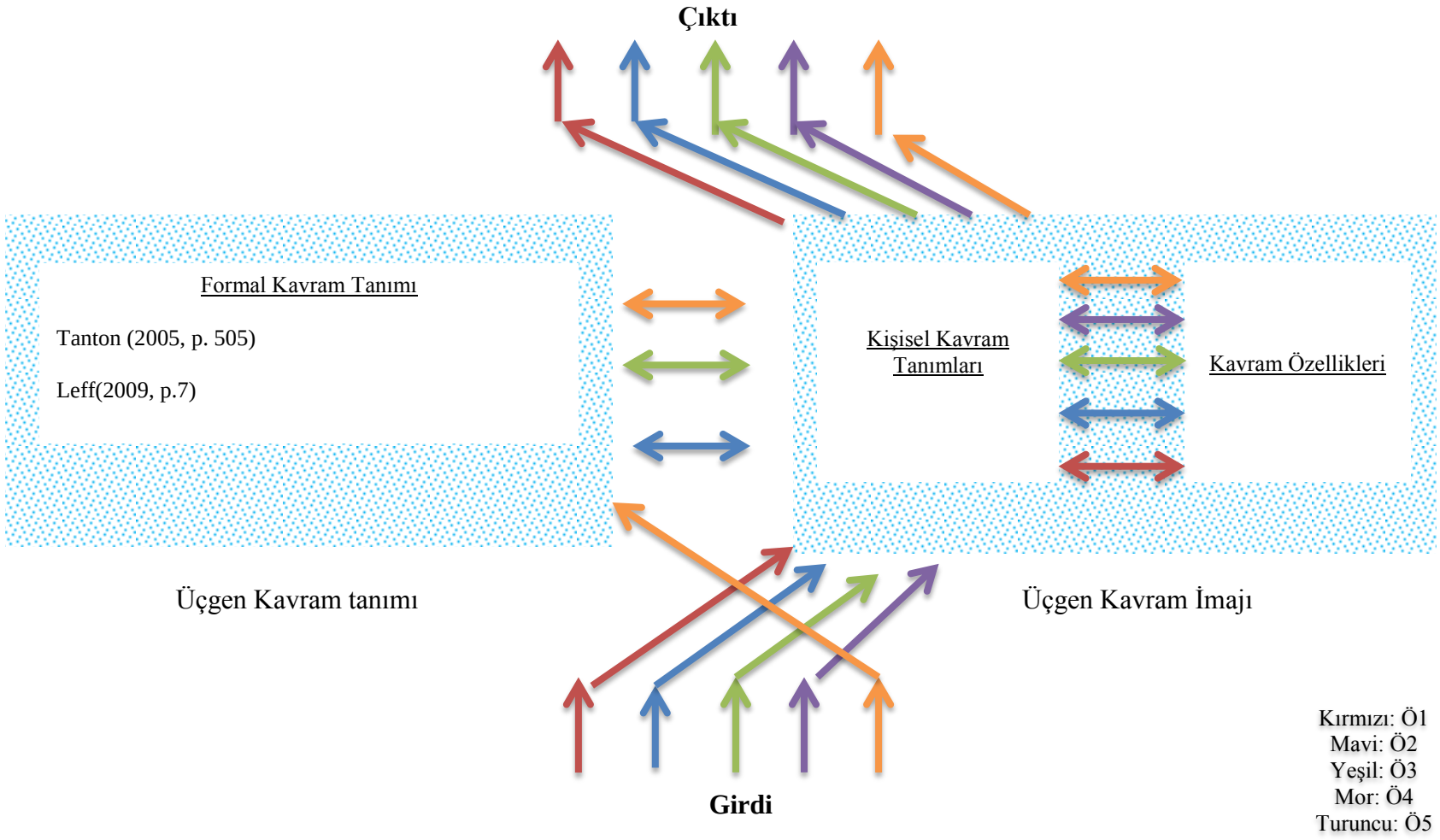
EK-9. İkinci Görüşme Protokolündeki "Açı" Kavramına Ait Sorulardan Elde Edilen Kavram Tanımı-Kavram İmajı İlişkisi



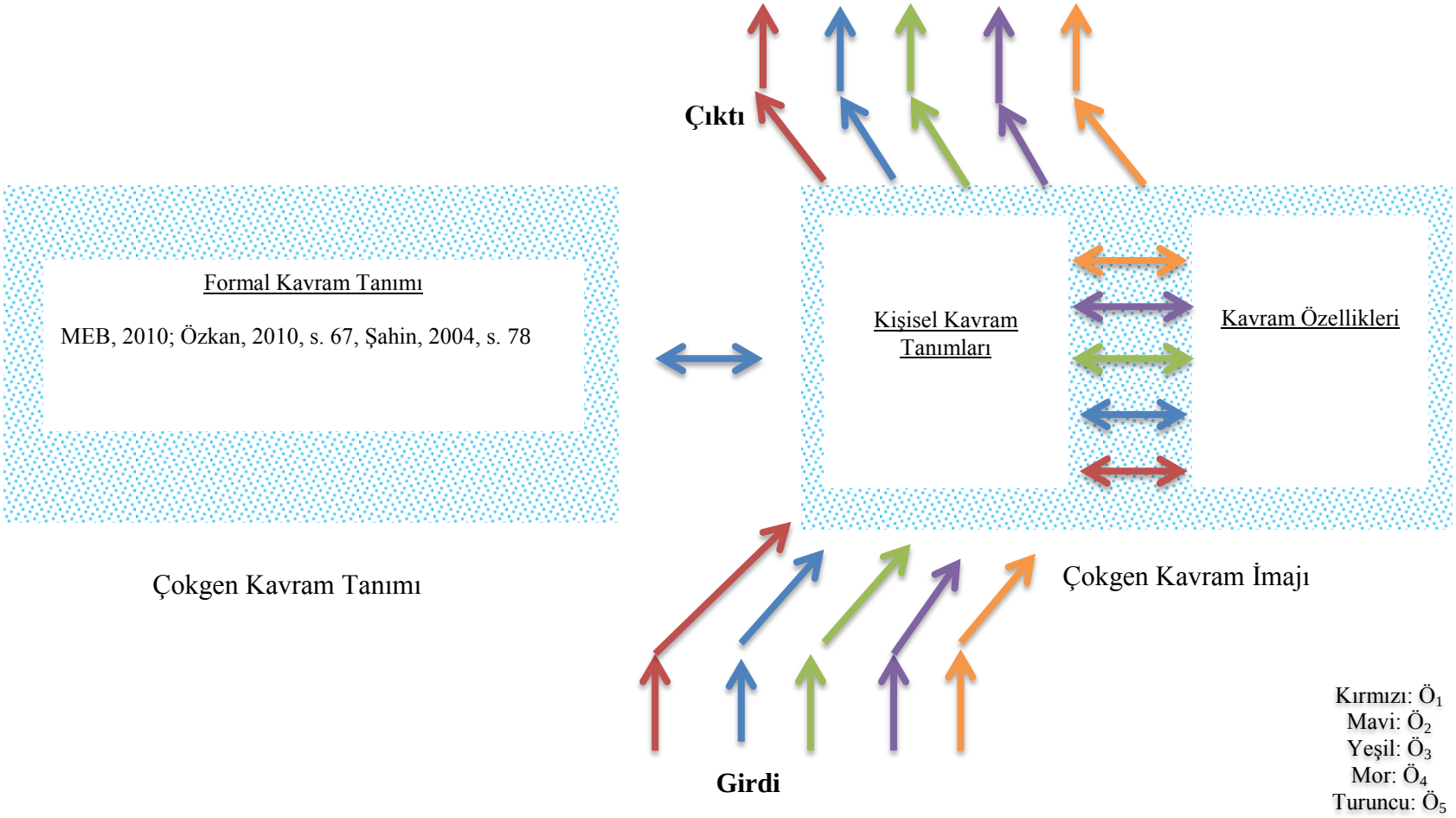
EK-10 Birinci Görüşme Protokolündeki "Üçgen" Kavramına Ait Sorulardan Elde Edilen Kavram Tanımı-Kavram İmajı İlişkisi



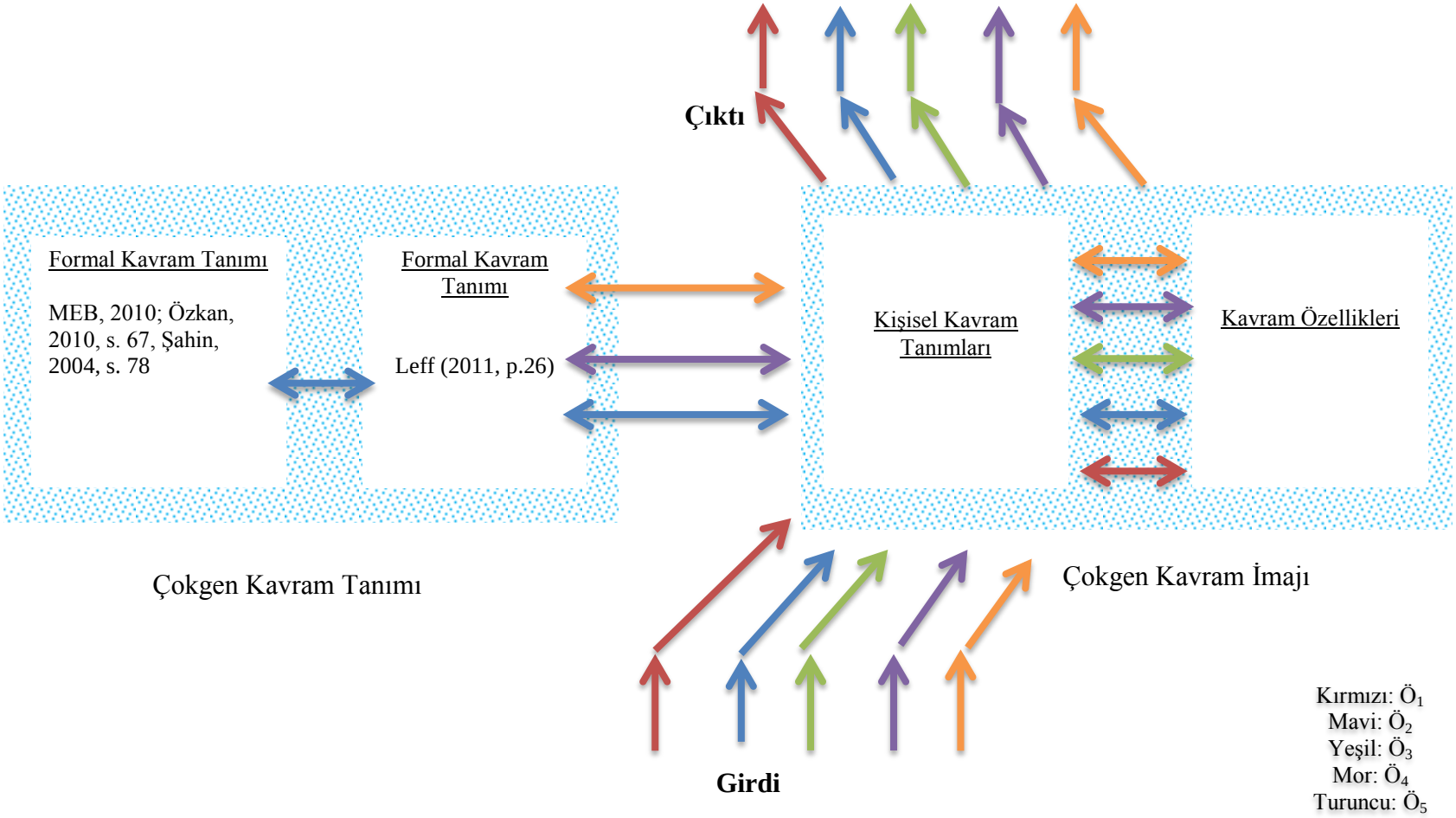
EK-11. İkinci Görüşme Protokolündeki "Üçgen" Kavramına Ait Sorulardan Elde Edilen Kavram Tanımı-Kavram İmajı İlişkisi



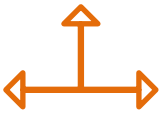
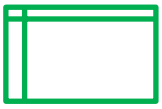
EK-12. Birinci Görüşme Protokolündeki "Çokgen" Kavramına Ait Sorulardan Elde Edilen Kavram Tanımı-Kavram İmajı İlişkisi



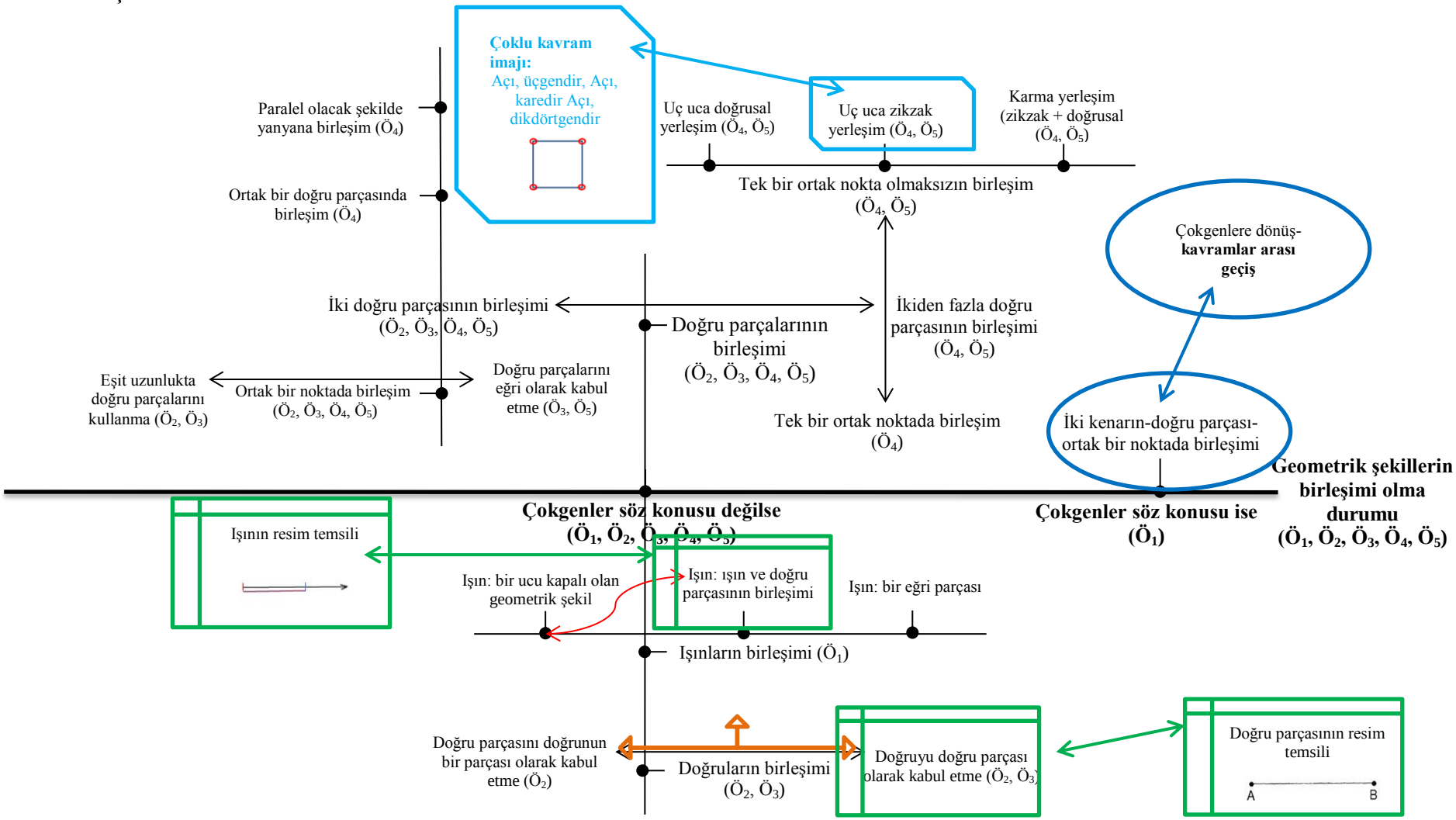
EK-13. İkinci Görüşme Protokolündeki "Çokgen" Kavramına Ait Sorulardan Elde Edilen Kavram Tanımı-Kavram İmajı İlişkisi



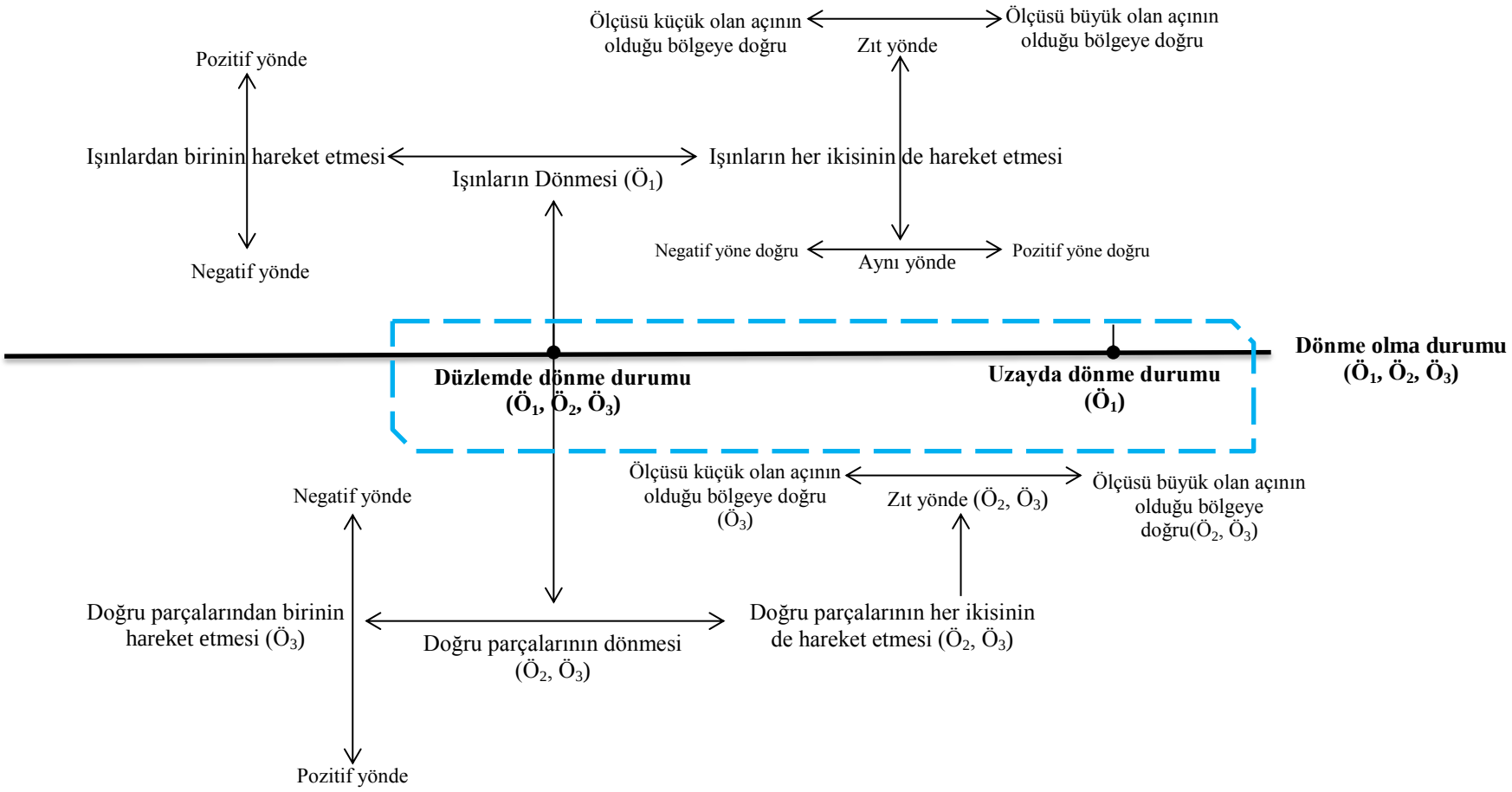
EK-14. Kavram İmajı Eksensel Kodlama Kullanım Kılavuzu

	**Çelişkili Kavram İmajı** Farklı algılamalar söz konusu ve bunlardan biri doğru diğeri yanlış ise. Taban tabana zıt ifadeler söz konusudur.
	**Çoklu Yatay Kavram İmajı (aynı kategori üzerinde birden fazla imaj)** Farklı algılamalar söz konusu ve içerik değiştiğinde algılamalar da değişiyorsa. Birden fazla imaj vardır. Bu imajlar ne taban tabana zıt, ne de tamamıyla tutarlı ifadelerdir. İmajların bir parçası çelişebilir.
	**Çoklu Dikey Kavram İmajı (Kategoriler Arası İlişkiler)** Farklı algılamalar söz konusu ve içerik değiştiğinde algılamalar da değişiyorsa. Tek bir imaj söz konusudur.
	**Tutarlı Kavram İmajı** Aynı kategorinin farklı eksenlerinde mantıksal tutarlılıklar söz konusu ise
	**İlişkili Kavram İmajı** Bir kavramın farlı kategorileri arasındaki ilişki geçişleri
	**Kullanılan Temsiller**
	**Benzer İlişkiler**
	**Kavramlar arası geçiş** Örneğin, açı kavramına ait alt kategorilerde çokgen veya üçgen kavramına dönüş varsa

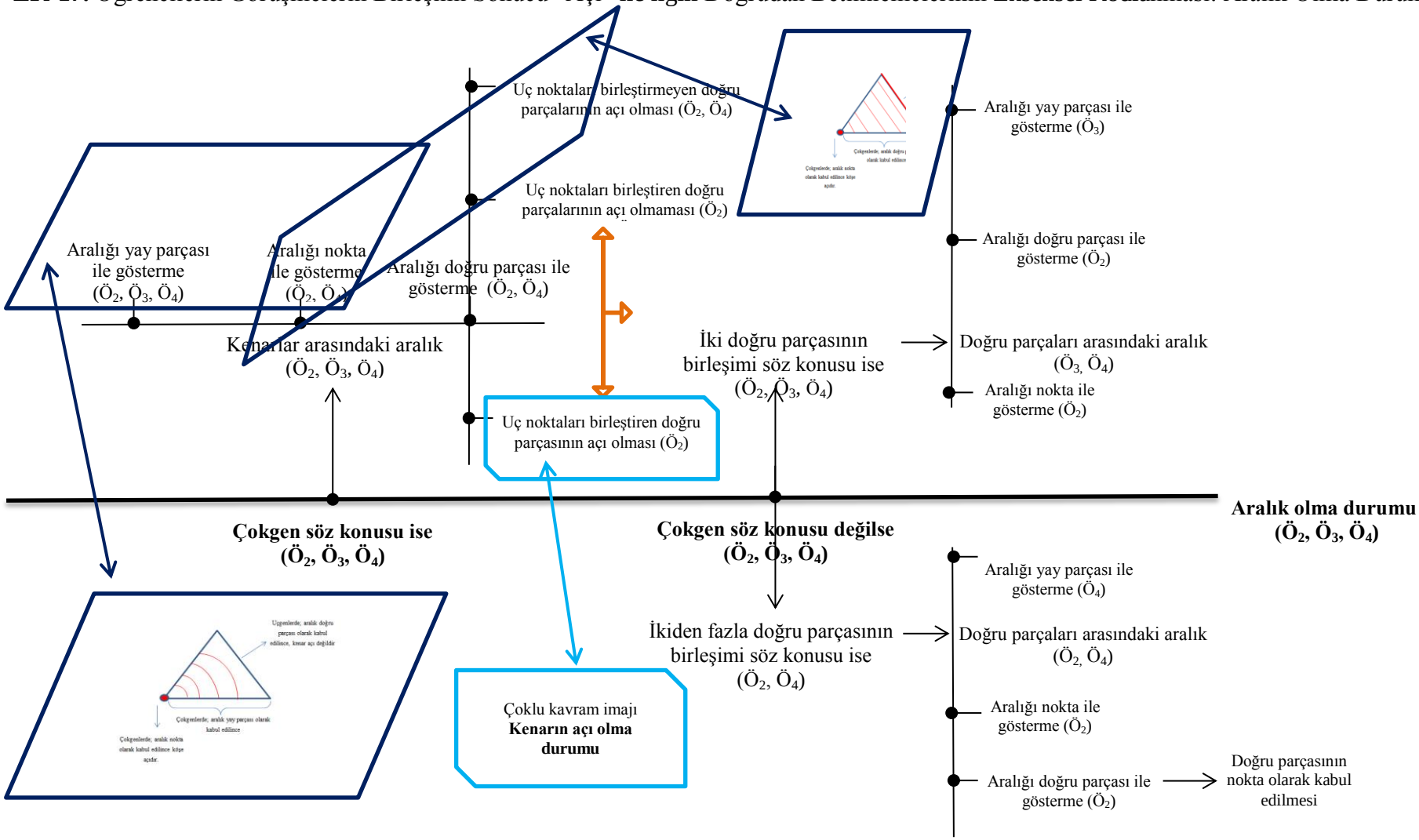
EK-15. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Geometrik Şekillerin Birleşimi



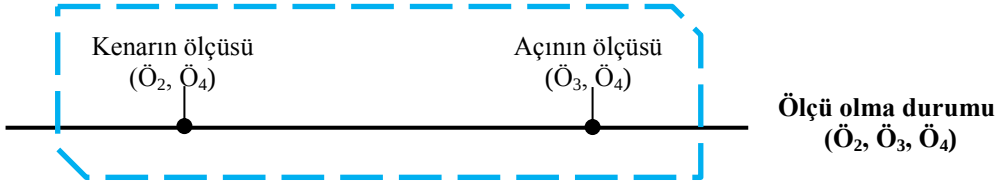
EK-16. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Kodlaması: Dönme Olma Durumu



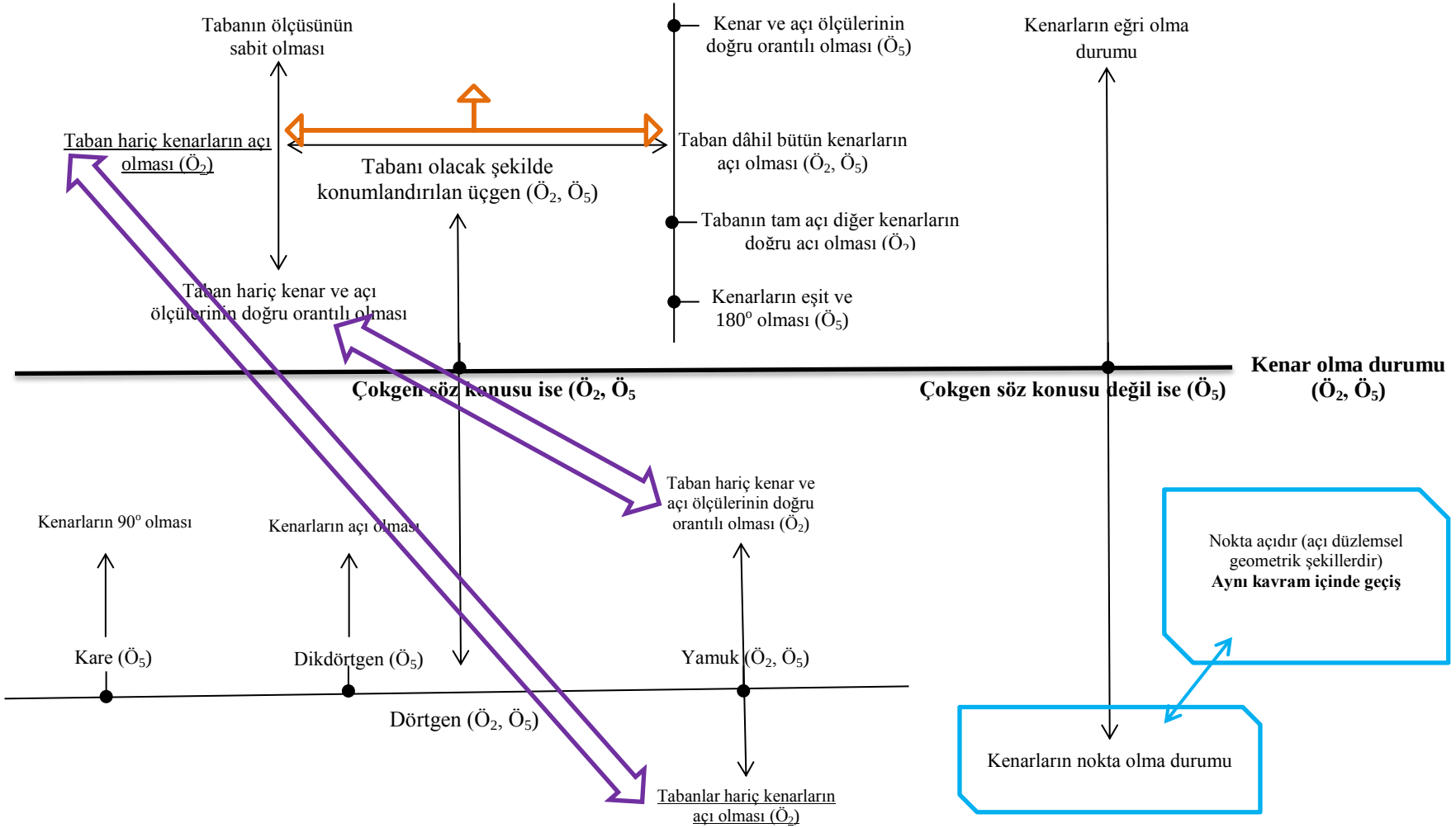
EK-17. Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Aralık Olma Durumu



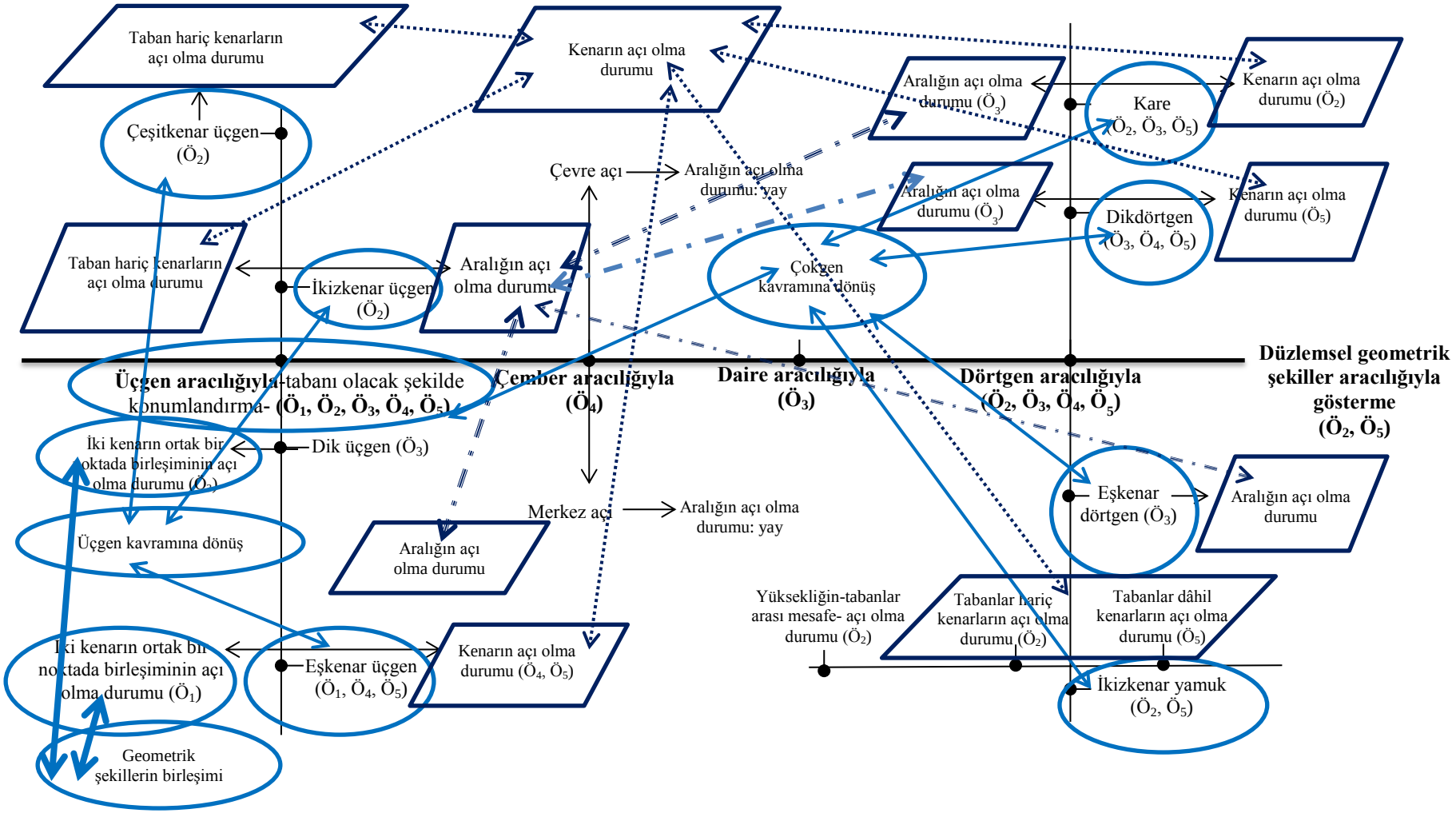
EK-18. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu “Açı” ile ilgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Ölçü Olma Durumu



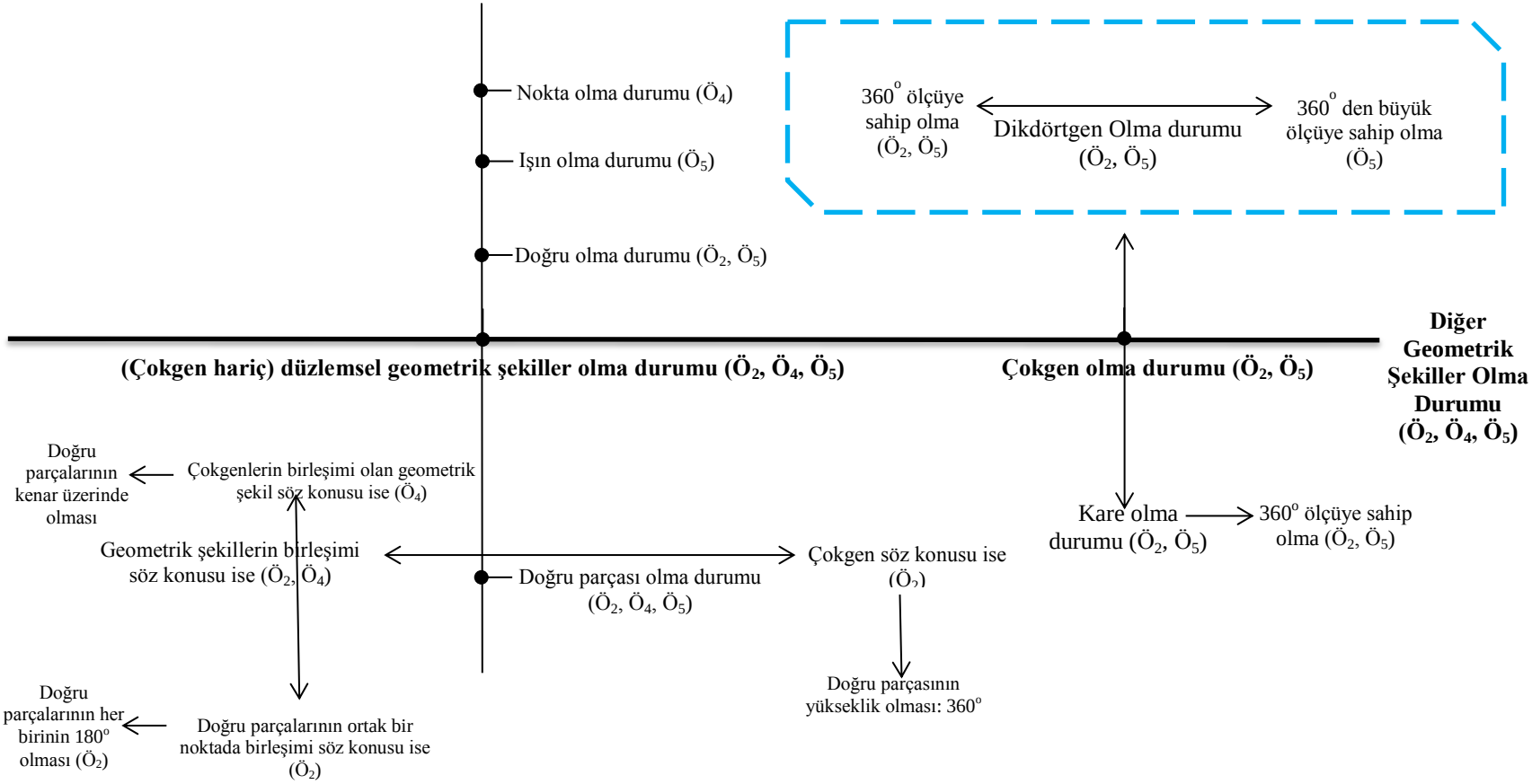
EK-19. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile İlgili Doğrudan Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Kenar Olma Durumu



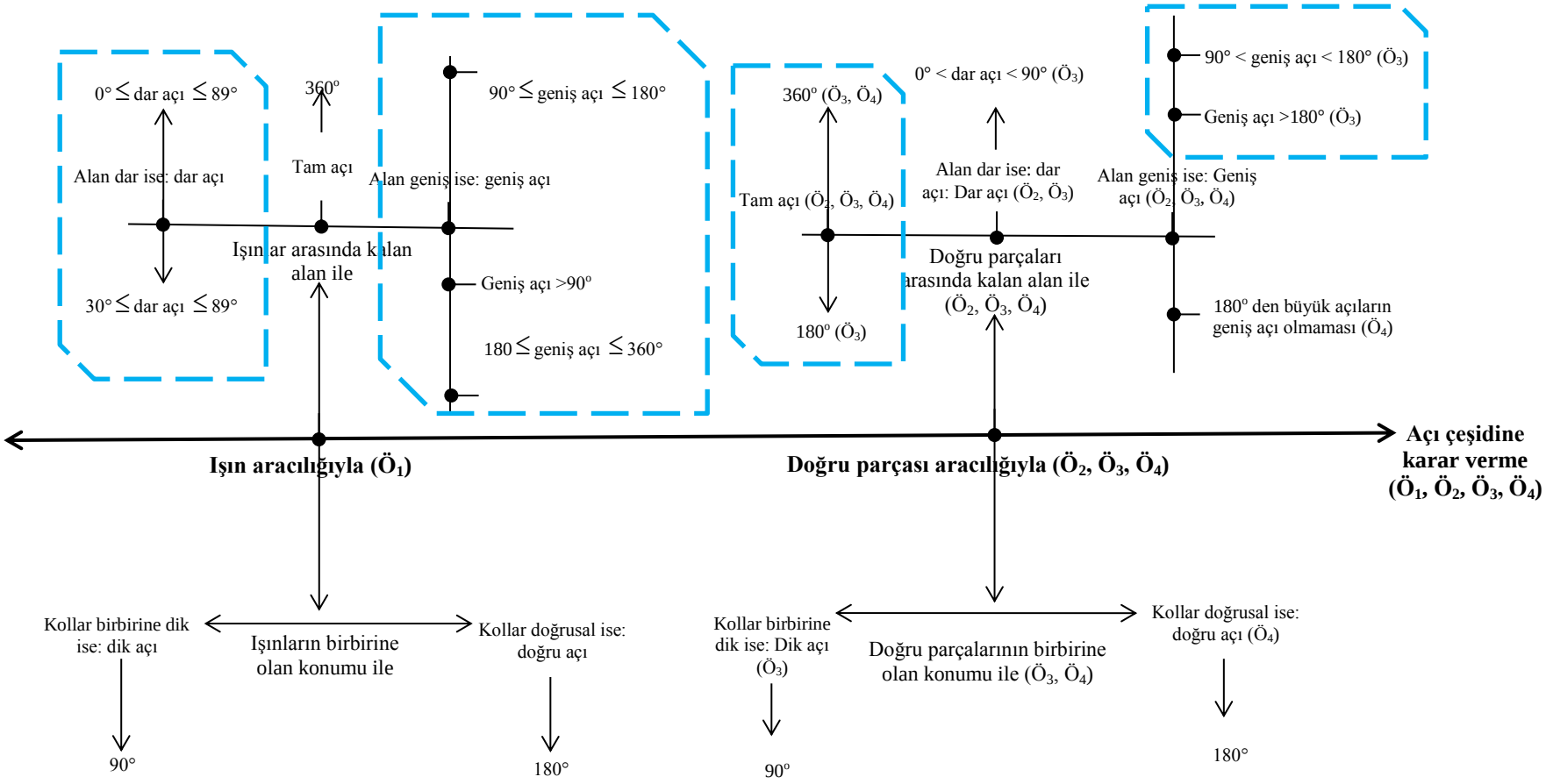
EK-20. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Düzlemsel Geometrik Şekiller Aracılığıyla Gösterme



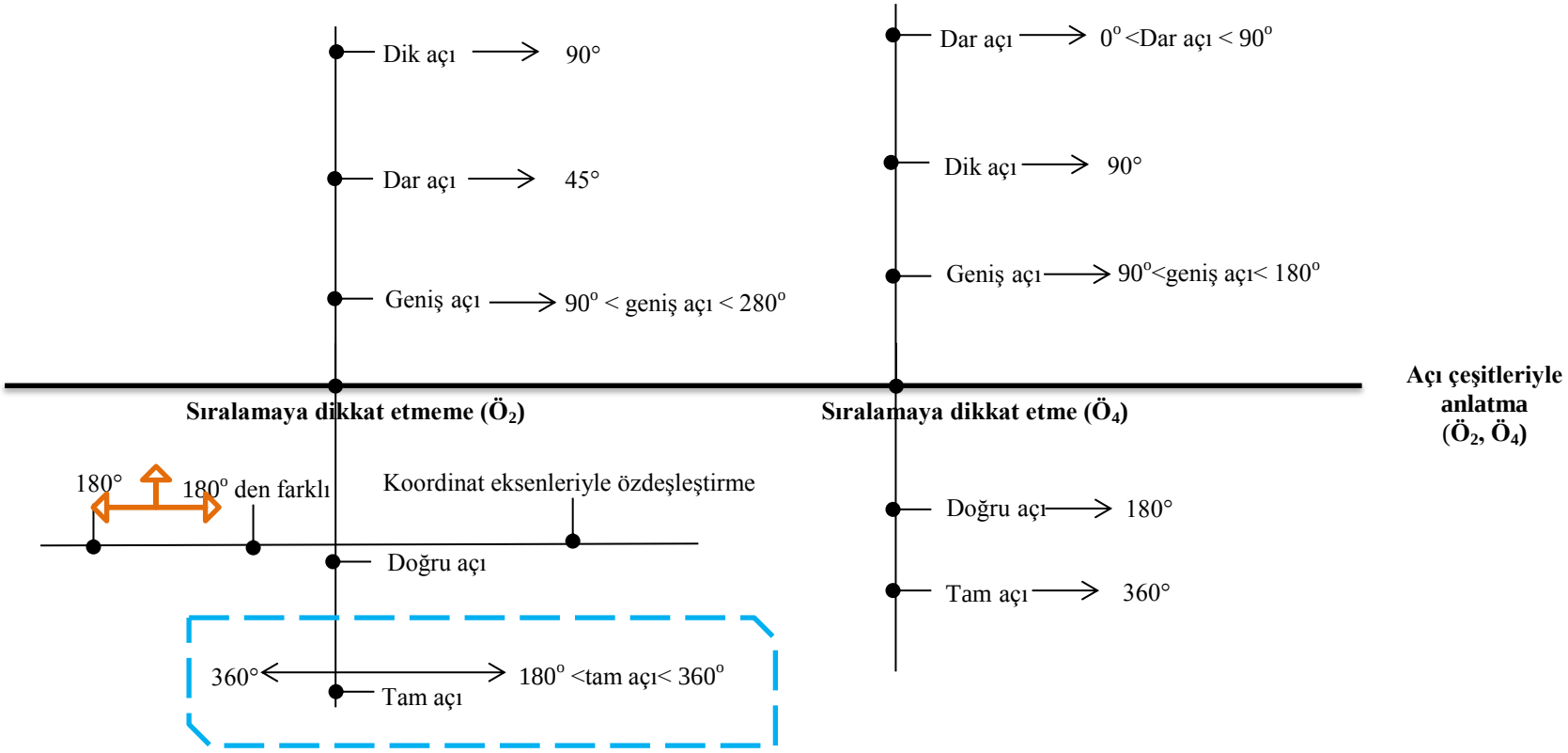
EK-21. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Diğer Geometrik Şekiller Olma



EK-22. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Kodlanması: Açı Çeşidine Karar Verme



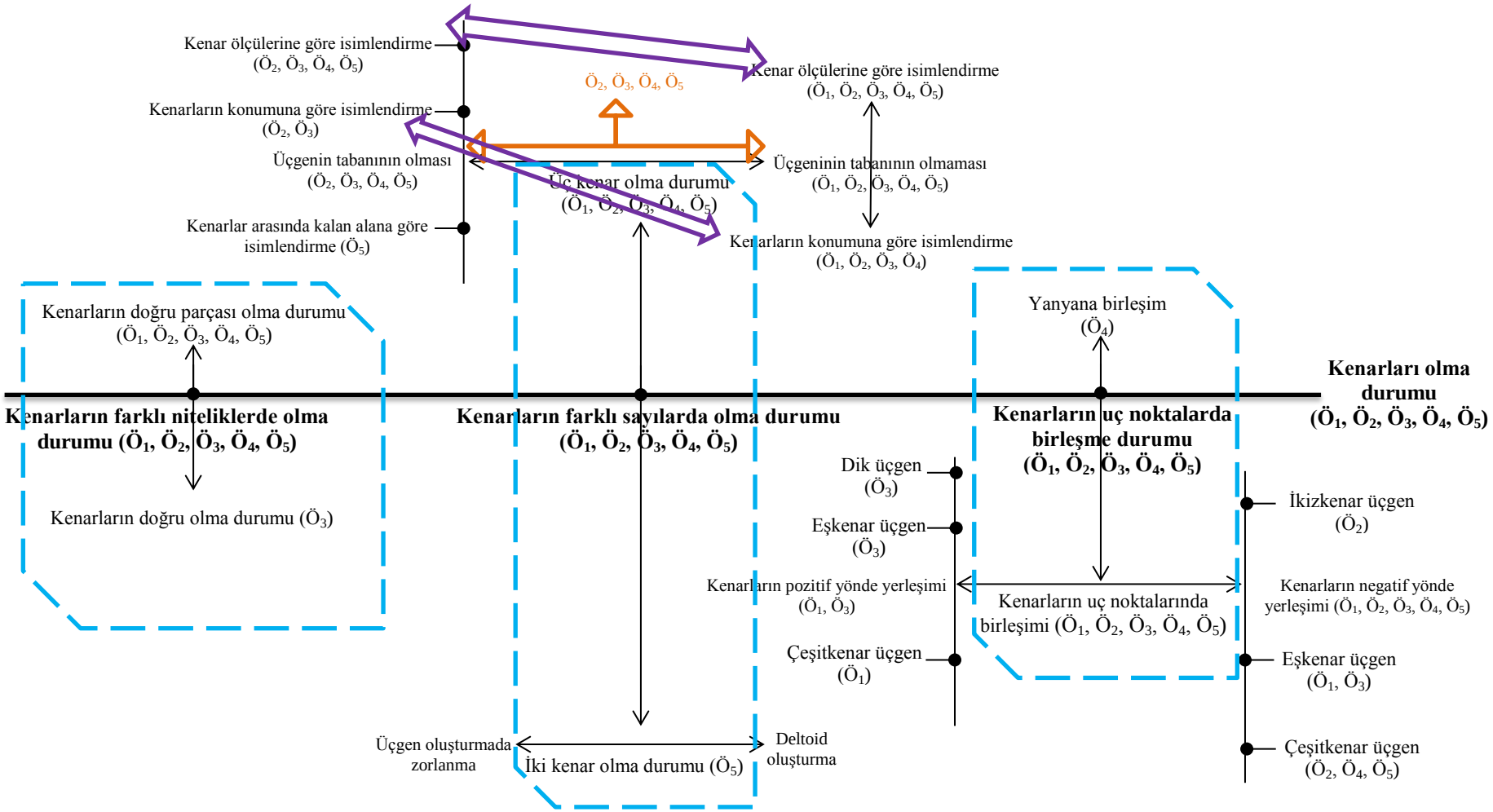
EK-23. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Açı" ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açı Çeşitleriyle Anlatma



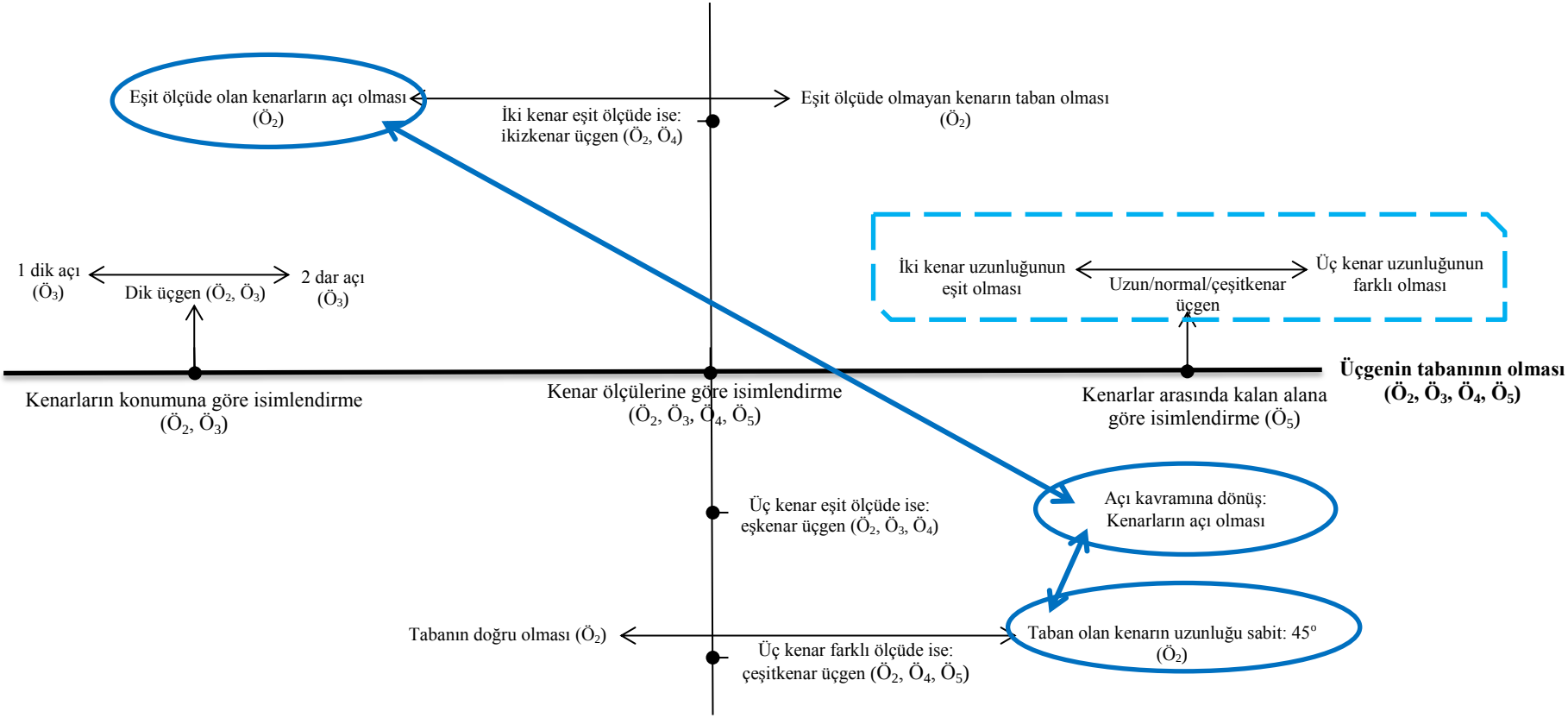
EK-24. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu “Açı” ile ilgili Dolaylı Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açının Düzlemde Ayırdığı Bölgeler



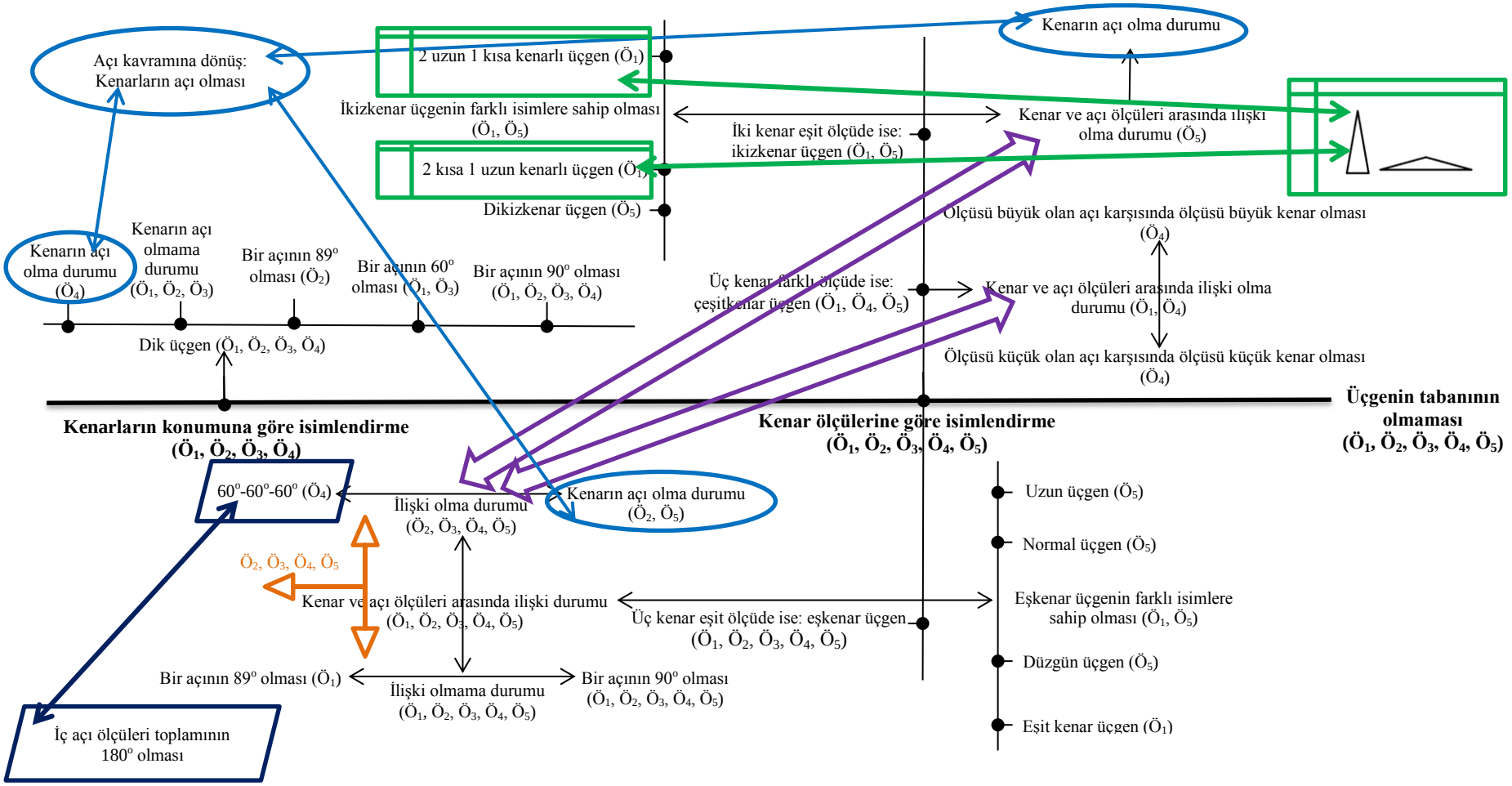
EK-25. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-I



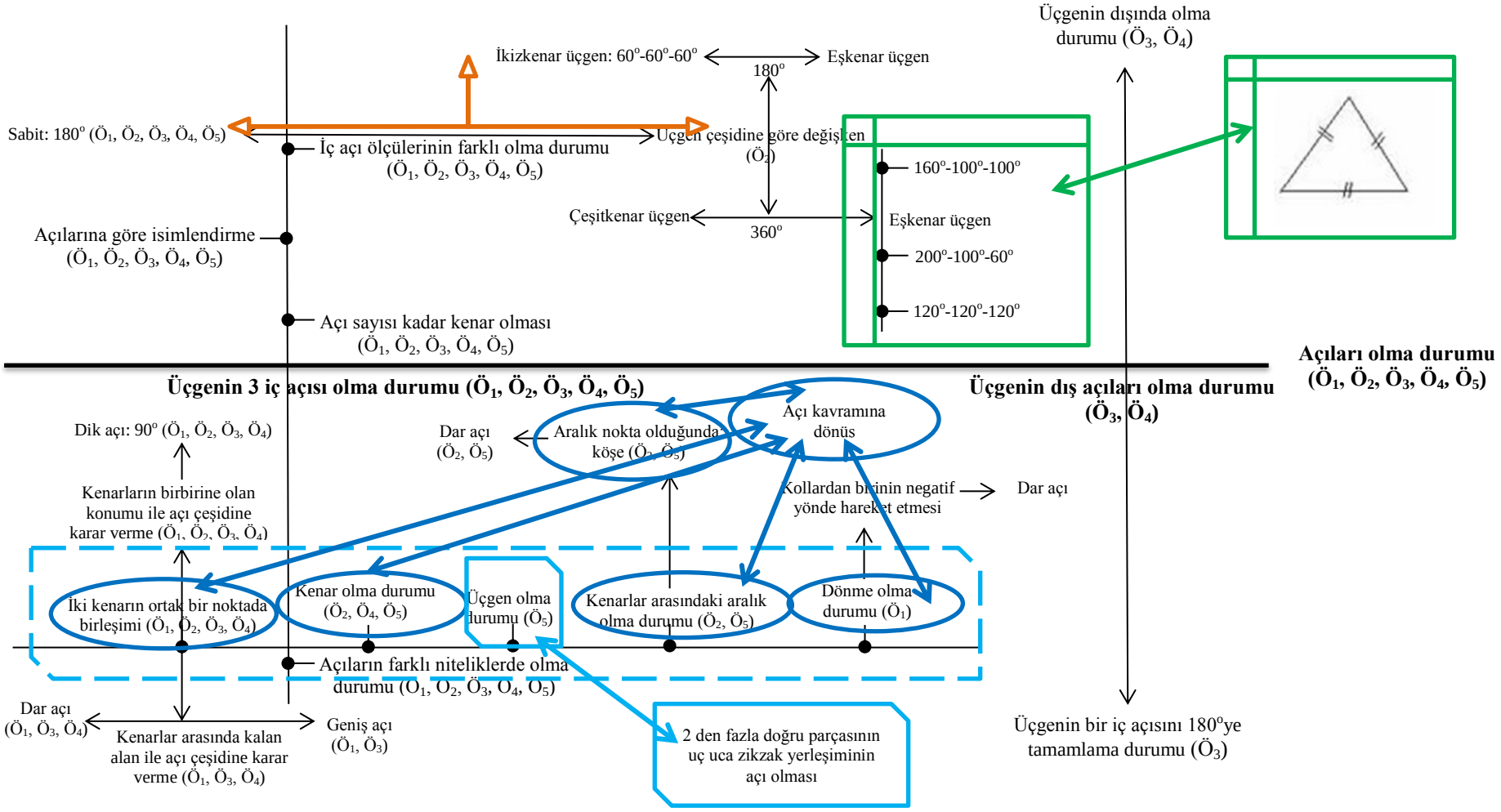
EK-26. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-II



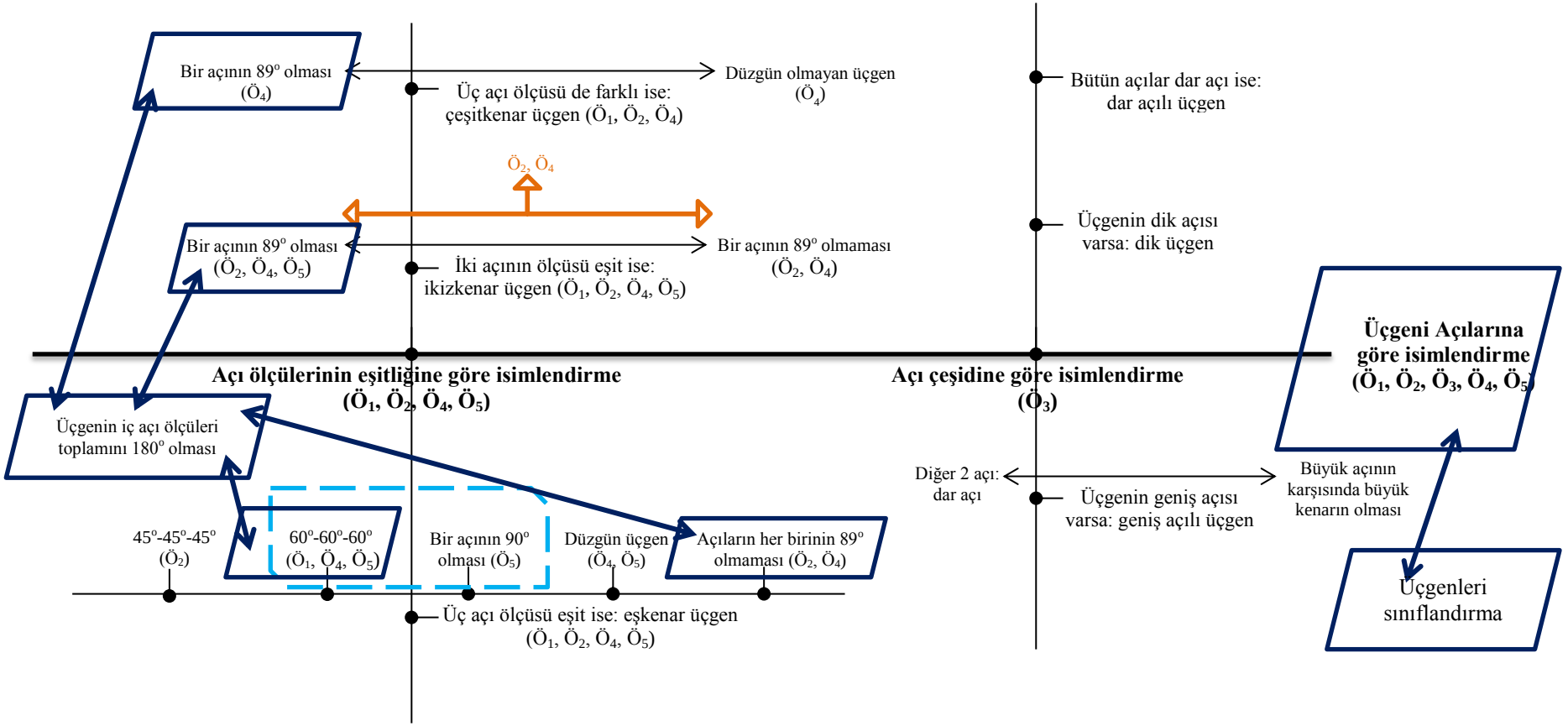
EK-27. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-III



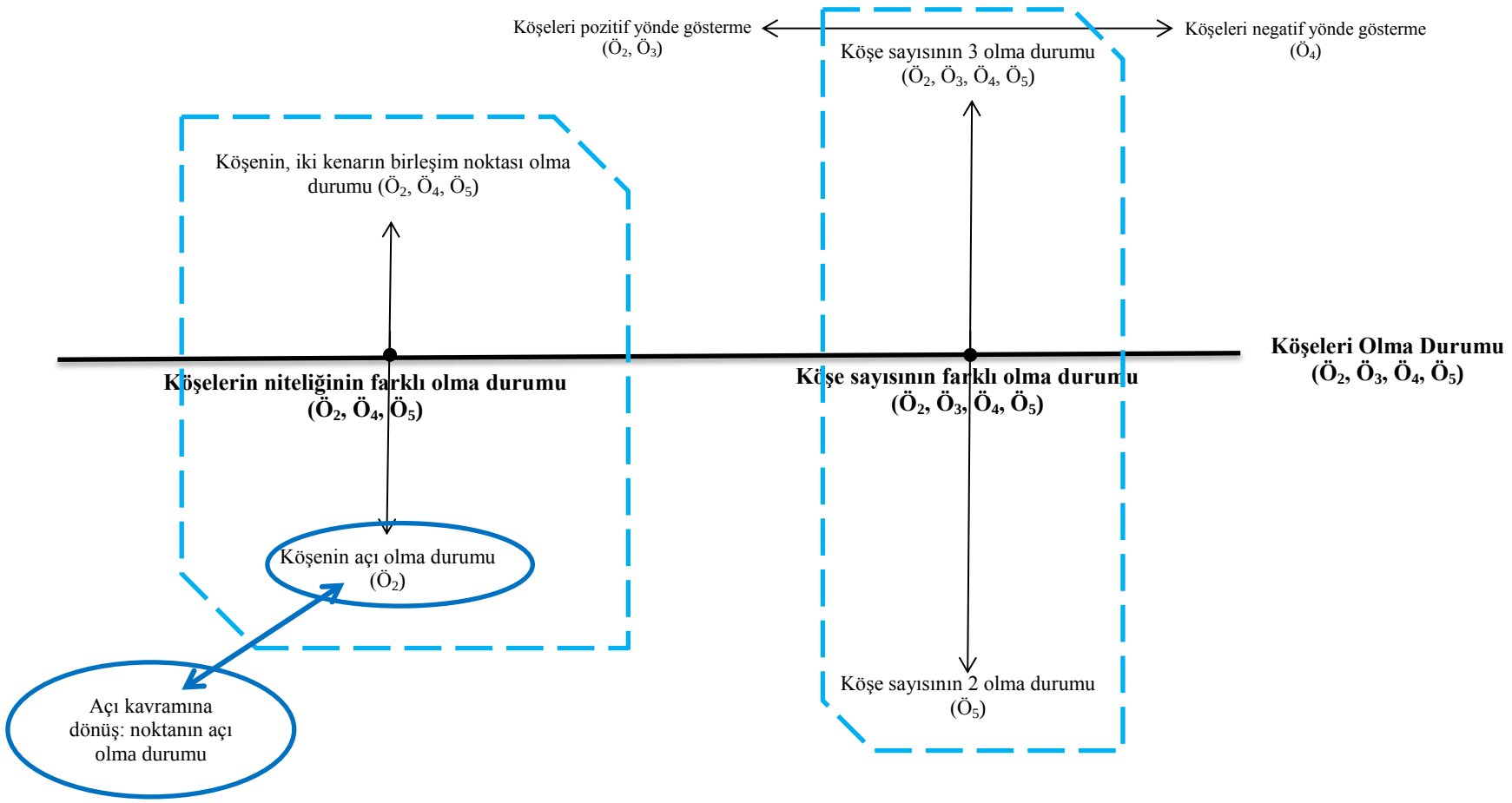
EK-28. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açıları Olma Durumu-I



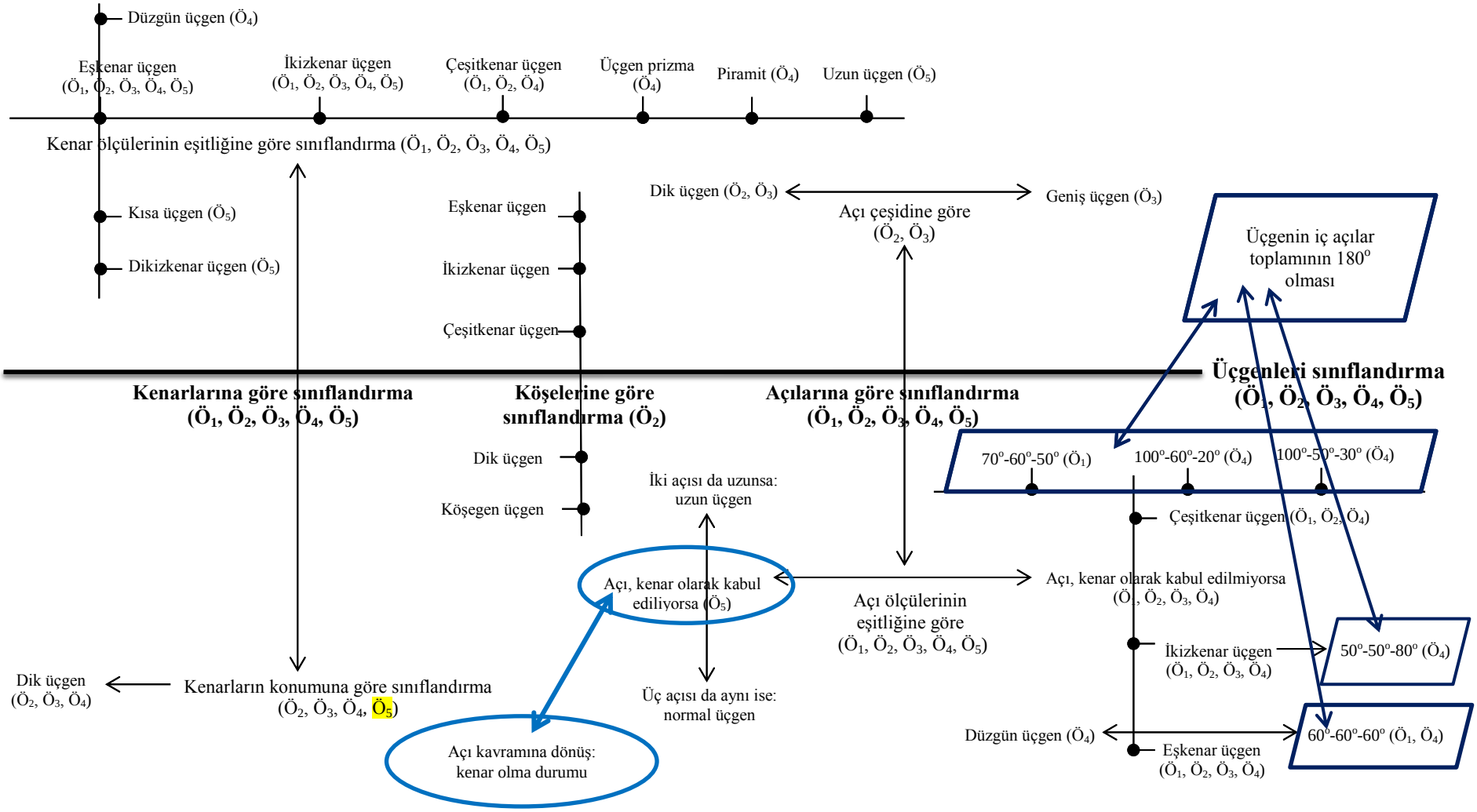
EK-29. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açıları Olma Durumu-II



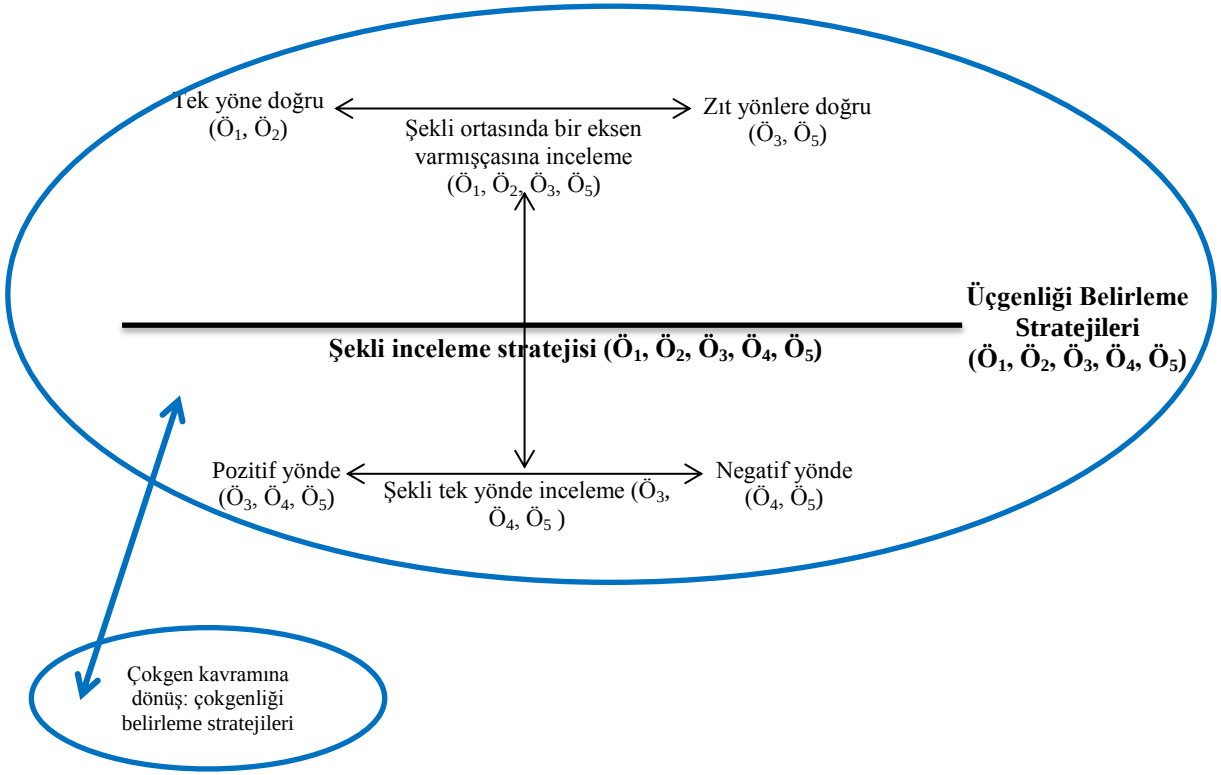
EK-30. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Köşeleri Olma Durumu



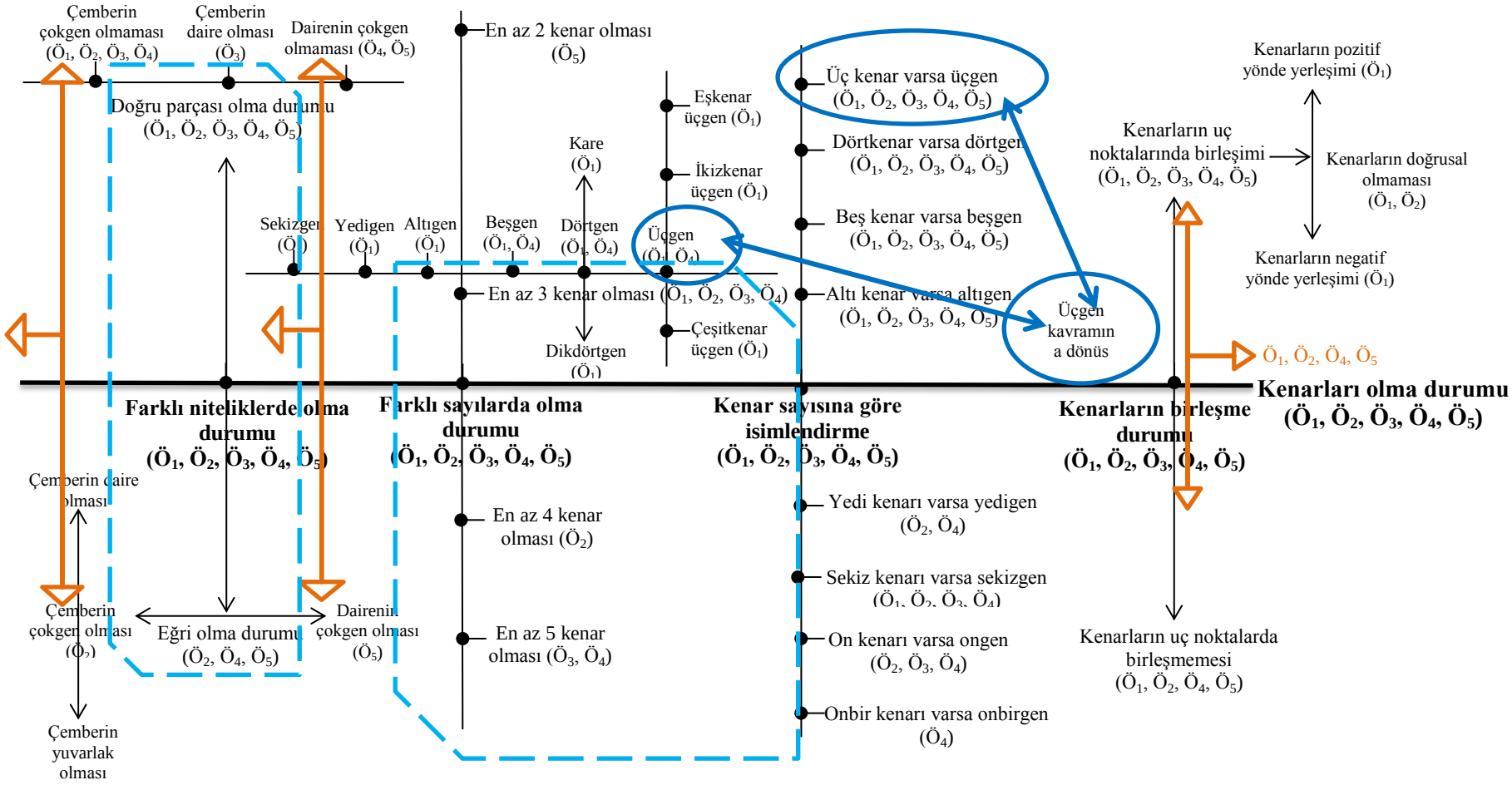
EK-31. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Olarak Kodlanması: Üçgenleri Sınıflandırma



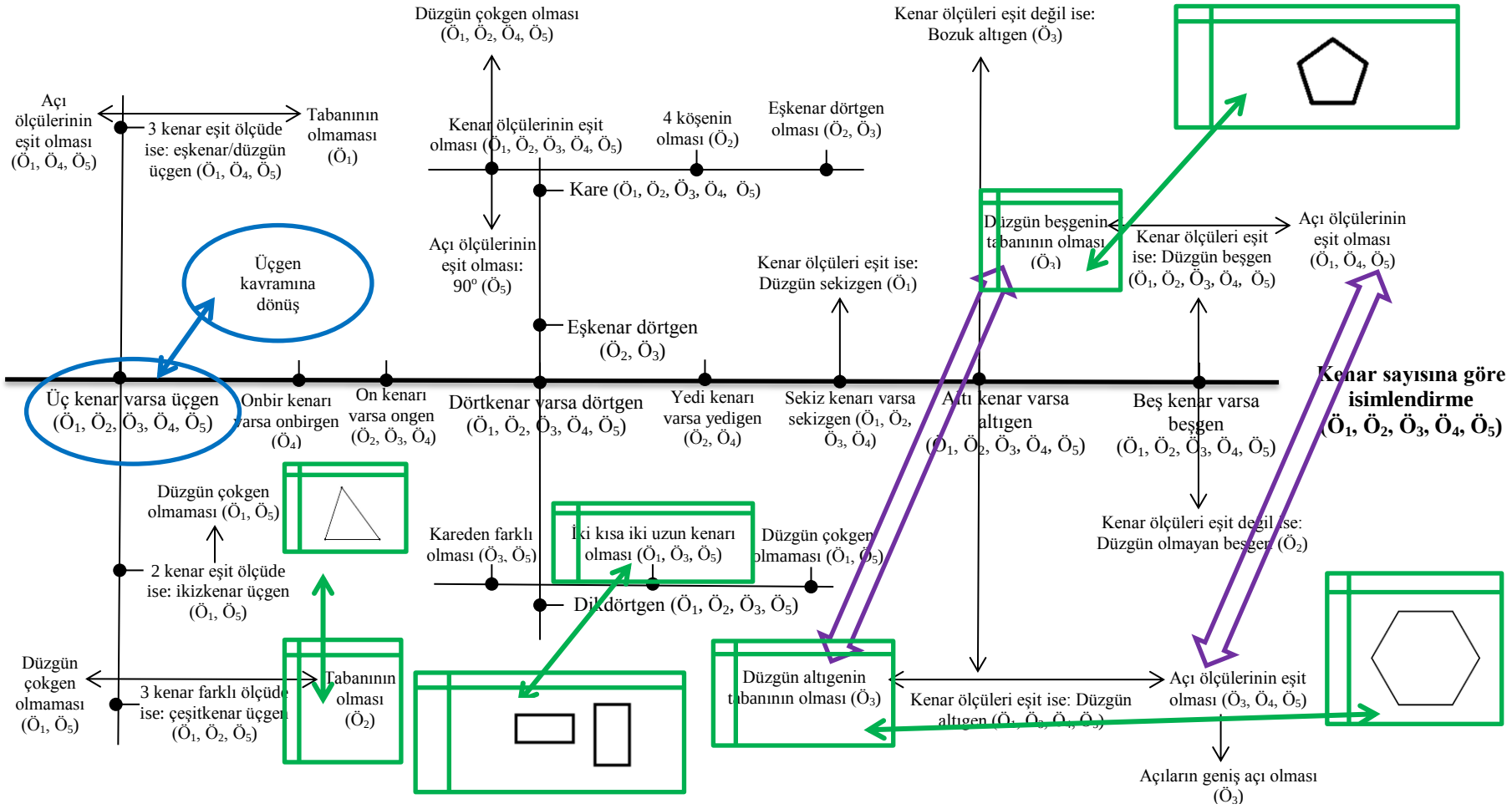
EK-32. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Üçgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Kodlanması: Üçgenliği Belirleme Stratejileri



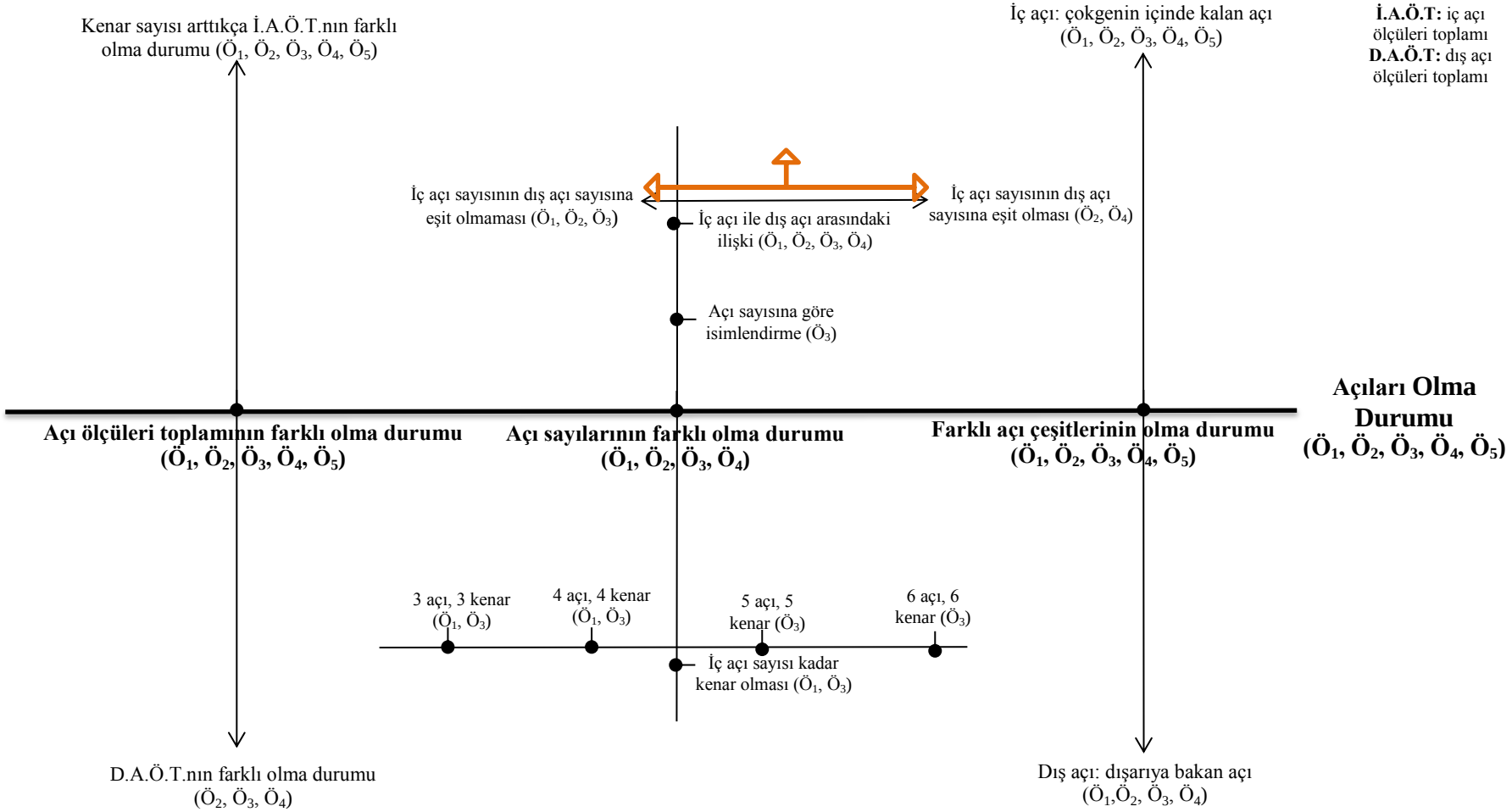
EK-33. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-I



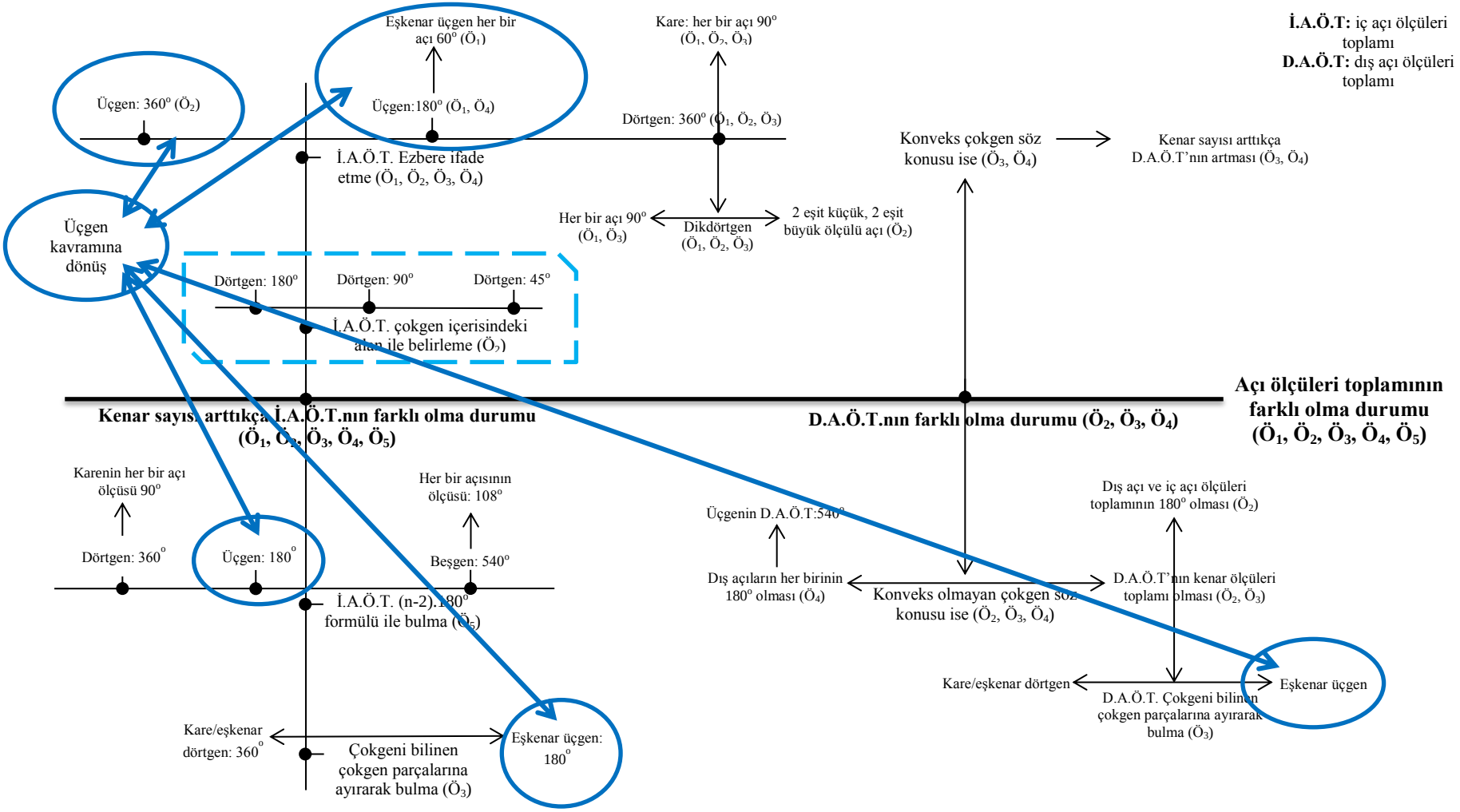
EK-34. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Kenarları Olma Durumu-II



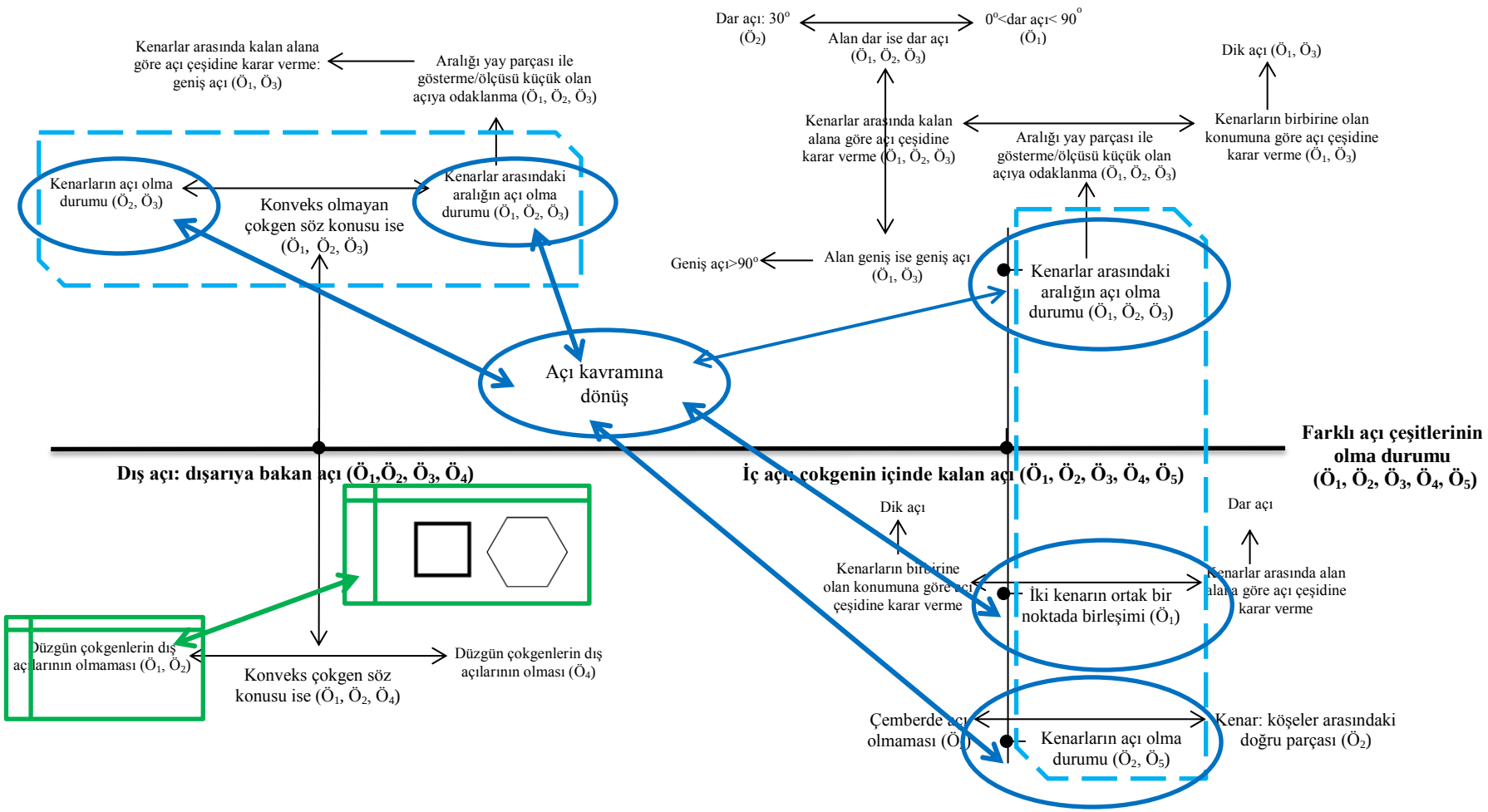
EK-35. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açıları Olma Durumu-I



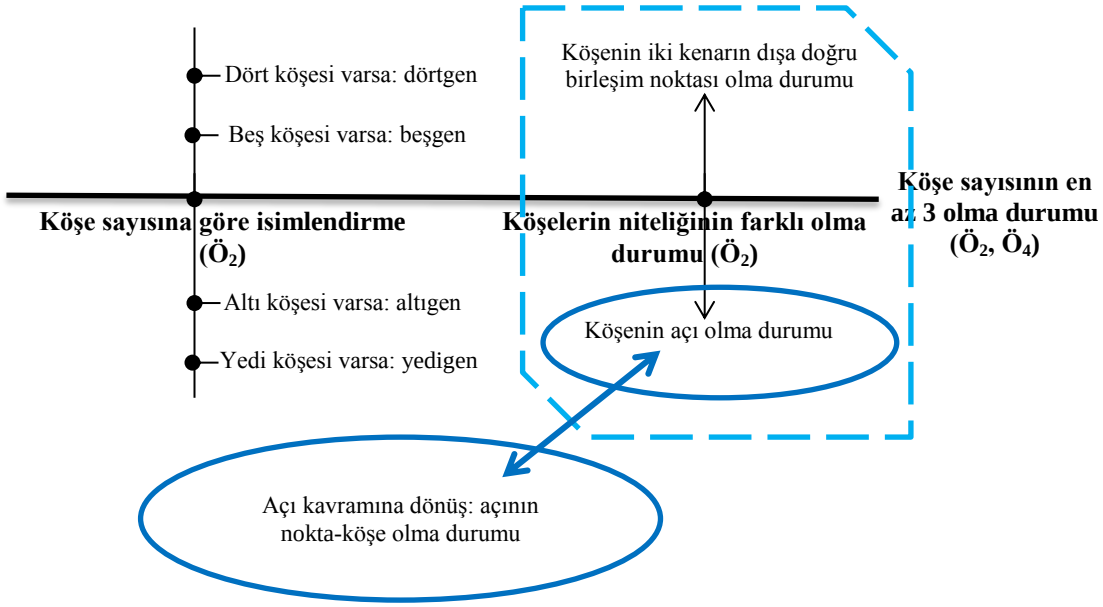
EK-36. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açıları Olma Durumu-II



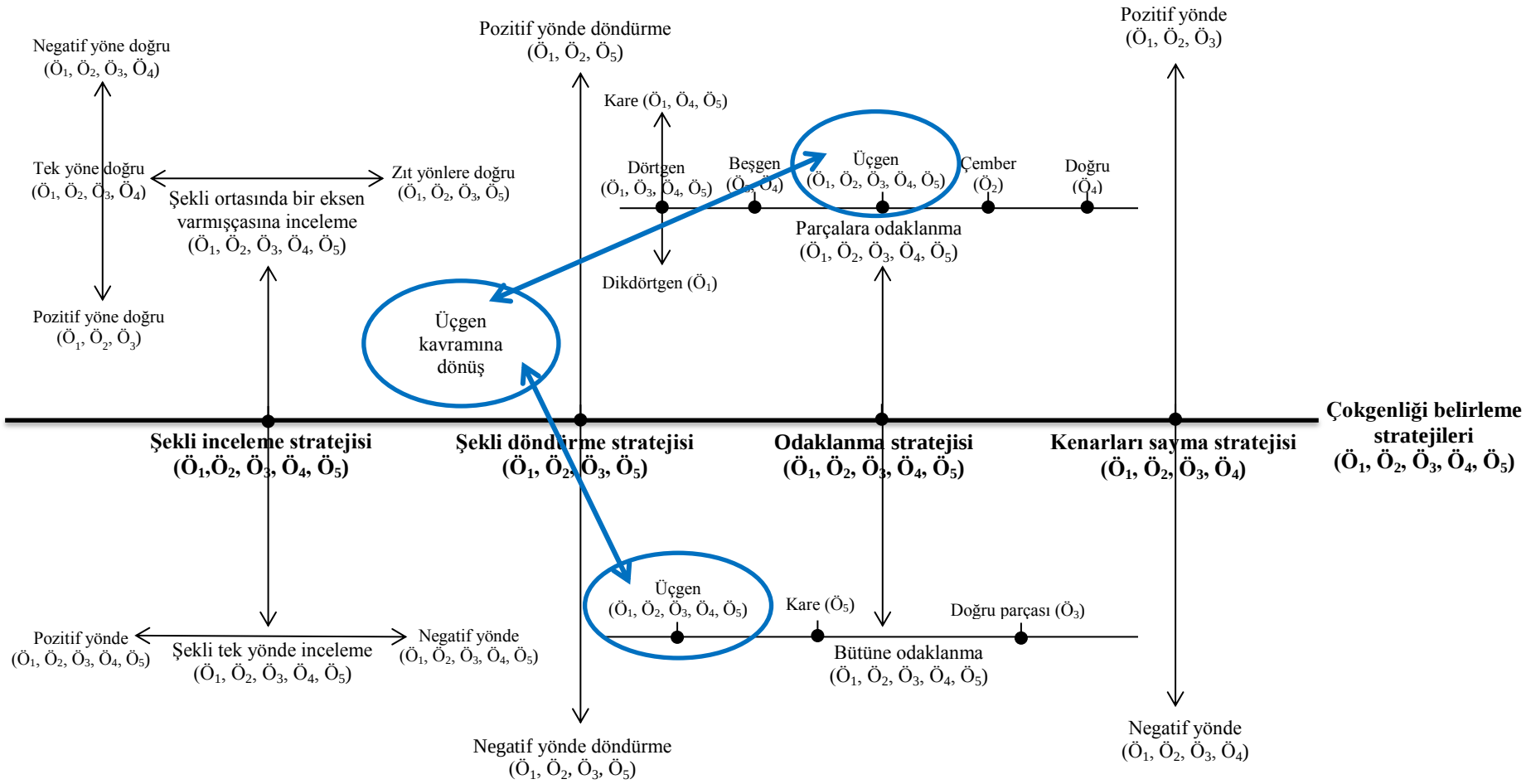
EK-37. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Açıları Olma Durumu-III



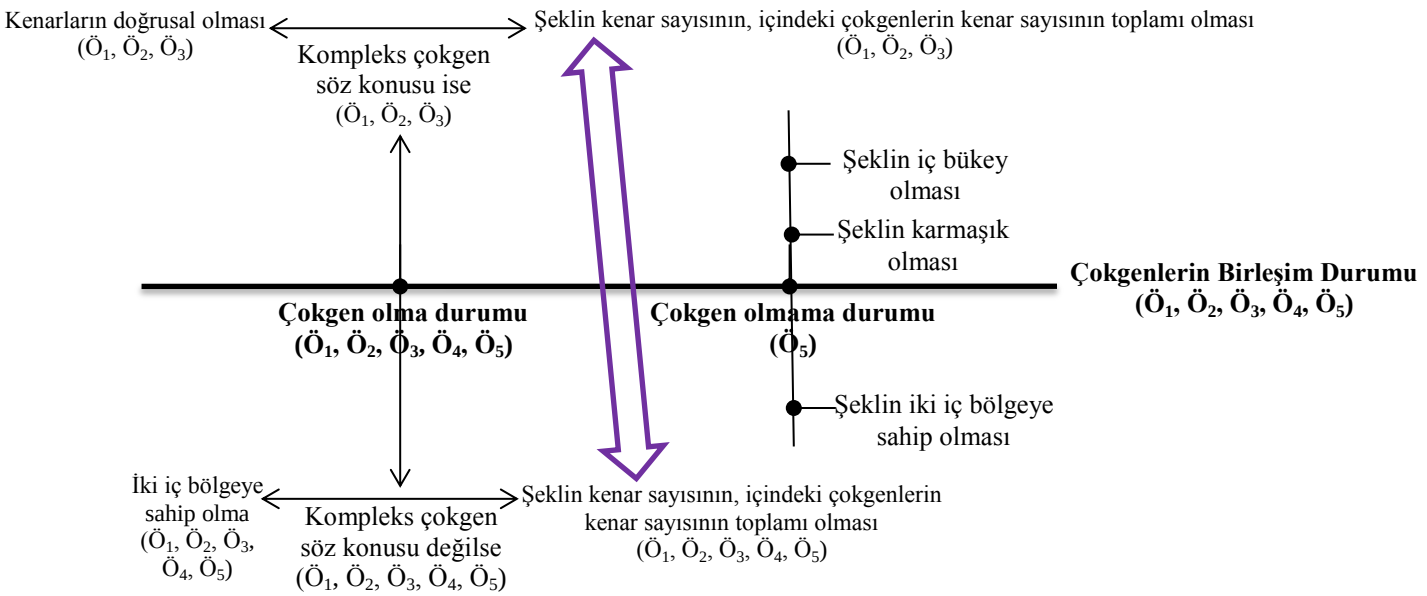
EK-38. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kişisel Betimlemelerinin Eksensel Kodlanması: Köşe Sayısının En Az 3 Olma Durumu



EK-39. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Kodlanması: Çokgenliği Belirleme Stratejileri



EK-40. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Kodlanması: Çokgenlerin Birleşim Durumu



EK-41. GE Öğrencilerin Görüşmelerin Birleşimi Sonucu "Çokgen" ile ilgili Kavram Özelliklerinin Eksensel Kodlanması: Çokgenin Ayırdığı Bölgeler

