

**DEĞİŞİM KATSAYILARININ EŞİTLİĞİNE İLİŞKİN BAZI TESTLER
VE KARŞILAŞTIRMALARI**

Nihan POTAS

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

OCAK 2009

ANKARA

Nihan POTAS tarafından hazırlanan DEĞİŞİM KATSAYILARININ EŞİTLİĞİNE İLİŞKİN BAZI TESTLER VE KARŞILAŞTIRMALARI adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof.Dr. Hamza GAMGAM

.....

Tez Danışmanı, İstatistik A.B.D

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Semra ERBAŞ

.....

İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Prof. Dr. Hamza GAMGAM

.....

İstatistik Anabilim Dalı, G.Ü.

Yrd. Doç. Dr. Cemal ATAKAN

.....

İstatistik Anabilim Dalı, A.Ü.

Tarih: 21/01/2009

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nail ÜNSAL

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Nihan POTAS



DEĞİŞİM KATSAYILARININ EŞİTLİĞİNE İLİŞKİN BAZI TESTLER VE KARŞILAŞTIRMALARI

(Yüksek Lisans Tezi)

Nihan POTAS

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

OCAK 2009

ÖZET

Bu tez çalışmasında değişim katsayılarının eşitliğine ilişkin hipotezlerin test edilmesinde kullanılan bazı test istatistikleri tanıtılmış ve bunlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar için bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması farklı yığın sayıları ($k = 2, 3, 4, 5$ ve 6), farklı örnek çapları ($n=10, 15, 20, 30, 40, 50$ ve 100) ve farklı birinci tip hata düzeyleri ($\alpha=0,01, 0,05$ ve $0,10$) için tasarlanmıştır. Amaç değişim katsayılarının eşitliği hipotezini test etmede kullanılan test istatistiklerinin I. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırmasını yapmaktır. Birinci tip hataya ilişkin karşılaştırmalarda, iki değişim katsayısının eşitliğine ilişkin hipotezin test edilmesinde özellikle örnek çapının 10 gibi küçük bir değer olduğu durumda iyi test yönteminin Karesel Rank Testi (KRT) olduğu görülmektedir. Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM), Nairy ve Rao'nun Olabilirlik Oran Testi (ONR) ve Skor Testi (SNR) ise diğer testlere göre oldukça kötü sonuçlar vermektedir. Yine küçük örnek çapı durumunda Merkezi Olmayan t Testinde (MOT) k değeri arttıkça deneysel I. tip hata sonuçları nominal α değerlerine yakınsamakta ve istikrarlı bir duruma gelmektedir. Tüm k durumlarında tüm testler için örnek çapı arttıkça deneysel I. tip hata değeri nominal α değerine yakınsamaktadır. Ancak $k = 2$ durumunda örnek çapı 100 olduğunda bile KRT ve SGM testinden elde edilen deneysel I. tip hata değerleri nominal α değerinin

uzağında kalmaya devam etmektedir. k değeri arttıkça Wald Testi (WT)'ne ait sonuçlardaki kötüleşme çok belirgindir. Örnek çapının 30'dan küçük olduğu durumlarda tüm k değerlerinde Nairy ve Rao'nun Olabilirlik Oran Testi (ONR) ve Gupta ve Ma'nın Olabilirlik Oran Testine (OGM) ait sonuçlarda iyileşme gözükmemektedir. α ve k değeri arttıkça WTT ve MOT testleri iyi sonuçlar vermeye devam ederken MT testinin sonuçlarında da bir iyileşme görülmektedir. Tüm testlerde örnek çapı arttıkça sonuçlarda bir iyileşme gözlenmektedir. Tüm k durumlarında örnek çapının artmasına göre en az iyileşmeyi gösteren testler SGM, SNR ve KRT testleridir. Testin gücüne ilişkin olarak yapılan karşılaştırmalarda SGM, SNR ve KRT testleri en kötü sonuçları vermiştir. Dolayısıyla bu testlerin yerine alternatifi olan başka testleri kullanmak daha uygun olacaktır. Örneğin k tane değişim katsayısının birbirinden farklı olduğu durumlarda OGM ve ONR testleri oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Ancak k tane değişim katsayısından bazıları birbirine eşit olduğunda görülmüştür ki WT testinde testin gücü daha yüksektir. Buradan şu şekilde bir sonuca varılabilir. k tane değişim katsayısından sadece birkaç tane değişim katsayısı farklılık gösteriyorsa WT testinin kullanılması önerilebilir. Örnek çapının büyük olduğu durumlarda bile KRT'nin sonuçlarının diğer testlere göre daha kötü olduğu görülmüştür. Bu çalışmada testin gücüne ilişkin olarak yapılan karşılaştırmalarda elde edilen sonuçlar istatistik teorisiyle de birebir örtüşmektedir.

Bilim Kodu	: 205.1.066
Anahtar Kelimeler	: Değişim katsayısı, Ters değişim katsayısı, Bennett Testi, Olabilirlik Oran Testi, Skor Testi, Wald Testi, Miller Testi, Karesel Rank Testi, Merkezi Olmayan t Testi
Sayfa Adedi	: 85
Tez Yöneticisi	: Prof. Dr. Hamza GAMGAM

TESTING THE EQUALITY OF COEFFICIENTS OF VARIATION AND COMPARISONS

(M.Sc. Thesis)

Nihan POTAS

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
JANUARY 2009**

ABSTRACT

In this graduate dissertation, the test statistics that are used to test hypotheses, which are about the equality of the coefficients of variation, have been introduced and compared. A simulation has been prepared for the comparative study. The simulation has been designed for a different numbers of population ($k=2, 3, 4, 5$ and 6), a different sample sizes ($n=10, 15, 20, 30, 40, 50$ and 100) and a different levels of I. type error ($\alpha=0,01, 0,05$ and $0,10$). The purpose of the study is to compare the test statistics that are used to test the equality of coefficient of variation in terms of I. type error and the power of the test. The results of the comparisons regarding the I. type error suggest that in testing the hypothesis about the equality of two coefficient variation, the good test method when the sample size is taken a number particularly as 10 can be suggested as Square Rank Test (SRT). The Score Test of Gupta and Ma, Likelihood Ratio Test of Nair and Rao, and the Score Test have given much worse results compared to others tests. In a relatively small sample size, Non-Central t Test (MOT) as k increases; the test results get closer to nominal α values and become consistent. In all k cases, as the sample size for all tests, experimental I. type error value get closer to α value. Whereas in the case of $k=2$, even when the sample size is 100, the value elicited from KRT and SGM tests keep being distant from α value. As the k value increases, it is apparent to observe the bad

results in Wald Test. In the cases where sample size is less than 30, it is not likely to observe any betterment in results of Likelihood Ratio Test of Nairy and Rao, Likelihood Ratio Test of Gupta and Ma, in all values of k . As α and k values increase, WTT and MAO continue to produce good results; the betterment in the results of MT can be clearly seen. It can be observed that when the sample size increases, there is betterment in the results. In all cases of k , the tests whose results are not getting any better despite the increase in k are SGM, SNR, and KRT tests. The research conducted in terms of comparing the power of the test, SGM, SNR, and KRT have revealed the worst scores. Hence, it would be more suitable to use alternative tests instead of these ones. For instance, in the event that the k number of coefficient variables is different from each other, OGM and ONM give quite good results. When some of the k number of coefficient variables is equal to each other, in WT test the power of the test is higher. The results that can be reached is that if few of the k number of coefficient variables is different, the use of the test WT can be suggested. Even when the sample size is big enough ($n=50$ and 100) it has been observed that the results of KRT are worse than those of the other tests. The results elicited from the comparisons used in this research concerning the power of the test overlap with the statistical theory.

Science Code : 205.1.066

Key Words : Coefficient of variation, Inverse coefficient of variation, Bennett Test, Likelihood Ratio Test, Score Test, Wald Test, Miller Test, Squared-Ranks Test, Noncentral t Test

Page Number : 85

Adviser : Prof. Dr. Hamza GAMGAM

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada bana sonsuz sabır gösteren, yoğun çalışmalarının arasında zaman ayırarak her konuda yardımını esirgemeyen, her zaman anlayışlı davranarak yönetsel ve bilimsel destek veren Sayın Prof.Dr. Hamza GAMGAM'a, başarılı olmamla ilgili ısrarlı ve güdüleyici tutumuyla Sayın Yrd.Doç.Dr. Bülent ALTUNKAYNAK'a ve sevgisine dayanarak verdiği emek, gönüllüğü için sevgili annem Prof.Dr. Ş.Şule ERÇETİN'e, şuan hayatta olmasa da verdiği büyük sevgi ve emekle sağlıklı hayatta olmama sebep olan sevgili anneannem Mübeccel ERÇETİN'e teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xv
1. GİRİŞ	1
2. DEĞİŞİM KATSAYILARININ EŞİTLİĞİNE İLİŞKİN BAZI TESTLER	5
2.1. Değişim Katsayılarının Eşitliğine İlişkin Bazı Testler.....	5
2.1.1. Bennett Testi.....	6
2.1.2. Düzeltilmiş Bennett Testi	8
2.1.3. Wald Testi.....	9
2.1.4. Olabilirlik Oran Testi.....	12
2.1.5. Skor Testi.....	18
2.1.6. Miller Testi	21
2.1.7. Karesel Rank Testi.....	26
2.2. Ters Değişim Katsayılarının Eşitliğine İlişkin Bazı Testler.....	30
2.2.1. Merkezi Olmayan t Testi	31
2.2.2. Wald Testi.....	33
3. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	36
3.1. I. Tip Hata Bakımından Karşılaştırmalar	37

Sayfa

3.2. Güç Karşılaştırmaları	45
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	79
KAYNAKLAR	82
ÖZGEÇMİŞ	84



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Çizelge ve şekillerde kullanılan kısaltmalar	36
Çizelge 3.2. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,01$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata sonuçları	38
Çizelge 3.3. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,05$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata sonuçları	40
Çizelge 3.4. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,10$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata sonuçları	42
Çizelge 3.5. $k = 2$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	46
Çizelge 3.6. $k = 3$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	51
Çizelge 3.7. $k = 3$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	53
Çizelge 3.8. $k = 4$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	55
Çizelge 3.9. $k = 4$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	57
Çizelge 3.10. $k = 4$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	59
Çizelge 3.11. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	61
Çizelge 3.12. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	63
Çizelge 3.13. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$, $R_5 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	65
Çizelge 3.14. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	67

Çizelge**Sayfa**

Çizelge 3.15. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,35$ iken testin gücüne ilişkin sonuçları.....	69
Çizelge 3.16. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	71
Çizelge 3.17. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,25$, $R_6 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	73
Çizelge 3.18. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$, $R_5 = 0,20$, $R_6 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	75
Çizelge 3.19. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$, $R_6 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar	77

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 3.1. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,01$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 1, \dots, k$) için deneysel I. tip hata sonuçlarına ilişkin grafikler	39
Şekil 3.2. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,05$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 1, \dots, k$) için deneysel I. tip hata sonuçlarına ilişkin grafikler	41
Şekil 3.3. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,10$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 1, \dots, k$) için deneysel I. tip hata sonuçlarına ilişkin grafikler	43
Şekil 3.4. $k = 2$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	47
Şekil 3.5. $k = 3$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	52
Şekil 3.6. $k = 3$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	54
Şekil 3.7. $k = 4$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	56
Şekil 3.8. $k = 4$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	58
Şekil 3.9. $k = 4$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	60
Şekil 3.10. $k = 5$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	62
Şekil 3.11. $k = 5$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	64
Şekil 3.12. $k = 5$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$, $R_5 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler	66

Şekil**Sayfa**

- Şekil 3.14. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$,
 $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,35$ iken testin gücüne ilişkin grafikler 70
- Şekil 3.15. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$,
 $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin grafikler 72
- Şekil 3.16. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$,
 $R_5 = 0,25$, $R_6 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin grafikler 74
- Şekil 3.17. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$,
 $R_5 = 0,20$, $R_6 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler 76
- Şekil 3.18. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$,
 $R_6 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler 78

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
k	Yığın sayısı
n	Örnek hacmi
R	Yığına ait değişim katsayısı
r	Örneğe ait değişim katsayısı
S^2	Örnek varyansı
S	Örnek standart sapması
$\bar{X}$	Örnek ortalaması
μ	Yığın ortalaması
σ^2	Yığın varyansı
σ	Yığın standart sapması
Σ	Varyans-kovaryans matrisi
$\hat{\Sigma}$	Varyans-kovaryans matrisinin tahmini

Kısaltmalar	Açıklama
BT	Bennett Testi
DBT	Düzeltilmiş Bennett Testi
WT	Wald Testi
OGM	Olabilirlik Oran Testi (Gupta ve Ma)
ONR	Olabilirlik Oran Testi (Nairy ve Rao)
SGM	Skor Testi (Gupta ve Ma)
SNR	Skor Testi (Nairy ve Rao)
MT	Miller Testi

KRT

Karesel Rank Testi

MOTMerkezi Olmayan t Testi**WTT**

Wald Testi (Ters değişim katsayısı için)



1. GİRİŞ

Birim ortalama başına düşen standart sapmaya değişim katsayısı denir. Bir başka deyişle değişim katsayısı standart sapmanın ortalamaya göre ne kadar değişim gösterdiğini belirtir, bu nedenle görelî değişkenliğin bir ölçüsüdür. İncelenen grupların ortalamaları ve varyansları farklı olsalar bile aynı görelî değişkenliğe sahip olabilirler.

Değişim katsayısı klimatoloji, mühendislik, psikiyatri, biyoloji, fizik, finans, sağlık gibi birçok alanda önemli bir parametredir. Örneğin, finans alanında değişim katsayıları görelî riski hesaplamada kolaylık sağlamaktadır. İki hisse senedinin değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi ile bu hisse senetlerinin aynı riske sahip olup olmadığı çok rahat belirlenebilir [Miller, 1991].

Değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için bir başka örnek psikiyatri alanından verilebilir. Paranoit sizofrenler, Paranoit olamayan sizofrenler ve bir de kontrol grubu olacak şekilde üç grup olduğunu varsayalım. Hastaların verilen görevlere karşı gösterdikleri tepki zamanlarıyla ilgili grup ortalamaları ve varyanslarının oldukça farklı, fakat görelî değişkenliklerinin aynı olduğunu düşünelim. Böyle bir durumda bağımlı değişkene uygulanacak bir dönüşüm ile grupların varyanslarının homojenliği sağlanıp ortalamaların eşitliği hipotezi test edilebilir. Ancak bazen uygulanacak dönüşüm ile varyanslar homojen hale getirilemeyebilir. İşte bu durumlarda görelî değişkenliğin karşılaştırılması önemlidir ve değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testini kullanmak doğru bir yaklaşımdır [Shafer ve Sullivan, 1986].

Bennett (1976), k sayıda normal dağılımlı yığınların değişim katsayılarının eşitliği hipotezi için Bennett Testini geliştirmiştir. Bennett (1976) bu çalışmasında, McKay (1932) tarafından geliştirilen örnek değişim katsayısının dağılımı yaklaşımını kullanmıştır. Ancak, Bennett (1976) kendi geliştirdiği bu testi simülasyon sonuçlarıyla destekleyememiştir [Shafer ve Sullivan, 1986]. Bunun üzerine Shafer ve Sullivan (1986), Iglewicz ve Myers (1970)'ın çalışmalarından etkilenecek

Düzeltilmiş Bennett Testini geliştirmişlerdir. Iglewicz ve Myers (1970) örnek değişim katsayısının dağılımıyla ilgili farklı yaklaşımları kıyaslamış ve McKay (1932)'in önermiş olduğu yaklaşımının diğer yaklaşımlara göre daha iyi olduğunu saptamışlardır [Iglewicz ve Myers, 1970].

Bir başka çalışmada Miller ve Karson (1977) iki değişim katsayısının eşitliği hipotezinin testi için bir test istatistiği önermişlerdir. Ancak k sayıda eşit hacimli olmayan örnekleri göz ardı etmişlerdir. Buna karşılık Bennett (1977) k sayıda normal dağılımlı yığınlar için Olabilirlik Oran Testini önermiştir. Bu test istatistiği Miller ve Karson (1977) tarafından önerilen Olabilirlik Oran Test istatistiğinin benzeridir [Shafer ve Sullivan, 1986].

Normal dağılımlarda değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için Doornbos ve Dijkstra (1983), Bennett (1977) tarafından önerilen Olabilirlik Oran Testi ve Merkezi Olmayan t Testini simülasyon yöntemi kullanarak karşılaştırmıştır. Ancak Olabilirlik Oran Testi $k > 2$ için cebirsel olarak çözümü olmayan denklemler içermektedir. Gupta ve Ma (1996) çözümü olmayan denklemler için bir yöntem önermiştir. Daha sonra da Nairy ve Rao (2003), Lehmann (1983)'in önerdiği ikinci derece tahmin edicileri kullanarak bu denklemlerin çözümleri için önerilerde bulunmuşlardır.

Genelde örneklerin geldikleri yığınların dağılımlarının normal olduğuna dayanan değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için test istatistikleri önerilmiştir. Ancak Conover ve Iman (1978)'in geliştirmiş olduğu Karesel Rank Testini Miller (1991)'de ham veri kümesine uygulanan basit bir dönüşüm ile k sayıda normal dağılım göstermeyen yığınların değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için kullanmıştır. Miller (1991)'deki çalışmalarında hem Karesel Rank Testi hem de yeni bir test istatistiği olan Miller Testini önermiştir.

Normal dağılımlı iki yığının değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için Rao ve Vidya (1992) Wald Testini geliştirmişlerdir.

Ters değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için test istatistikleri de önerilmiştir. Bu konudaki ilk çalışmayı Bowman ve Shanton (1981) yapmıştır. Daha sonra benzer bir çalışmayı da Singh (1993) yapmıştır. Sharma ve Krishnan (1994) ise ters değişim katsayılarını kullanarak yığın değişim katsayıları ile ilgili çıkarsamalar yapmışlardır [Nairy ve Rao, 2003].

Singh (1993) k sayıda normal dağılımlı yığınlarda ters değişim katsayılarının eşitliğinin testinin, değişim katsayılarının eşitliğinin testine göre daha az sayısal terim yani tahmin edici içerdiği için kolay ve anlaşılabilir olduğunu belirlemiştir. Nairy ve Rao (2003) ters değişim katsayılarıyla ilgili üç yeni test önermiştir. Önerilen bu testler değişim katsayılarının eşitliğini test eden diğer testlere eş değerdir.

Değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için Gupta ve Ma (1996) Skor Testini geliştirmişlerdir. Daha sonra Nairy ve Rao (2003) Olabilirlik Oran Testindeki ikinci derece tahmin edicileri kullanarak farklı bir Skor Testi önermişlerdir.

Bu çalışmada normal dağılımlarda değişim katsayılarının eşitliği ve ters değişim katsayılarının eşitliği hipotezlerinin testi ile ilgili test istatistiklerinin incelenmesi ve karşılaştırılmaları amaçlanmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için Bennett Testi, Düzeltilmiş Bennett Testi, Wald Testi, Olabilirlik Oran Testi, Skor Testi, Miller Testi ve Karesel Rank Testi daha sonra da; ters değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi içinde Merkezi Olmayan t Testi ve Wald Testi tanıtılmıştır.

Üçüncü bölümde çalışmada yer alan testlerin karşılaştırılması için simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasında I. tip hata ve testin gücüne yönelik karşılaştırmalar yer almaktadır. Bu karşılaştırmalar örnek çapının, I. tip hatanın ve

yığın sayısının farklı değerleri için yapılarak sonuçlar çizelge ve grafiklerle verilmiştir. Böylece çalışmada yer alan testlerin birçok yönden geniş bir karşılaştırması yapılmıştır. Son bölümde ise, çalışmada elde edilen sonuçların değerlendirilmesi yapılmıştır ve elde edilen sonuçlardan yola çıkarak önerilerde bulunulmuştur.



2. DEĞİŞİM KATSAYILARININ EŞİTLİĞİNE İLİŞKİN BAZI TESTLER

Bu bölümde değişim katsayılarının eşitliği hipotezini test etmede kullanılan bazı test istatistikleri verilmiştir. Bu test yöntemleri, Bennett Testi, Düzeltilmiş Bennett Testi, Wald Testi, Olabilirlik Oran Testi, Skor Testi, Miller Testi, Karesel Rank Testi, Merkezi Olmayan t Testi ve Wald Testi'dir. Her bir test yöntemi için test istatistikleri ve hipotezleri test etmede kullanılacak olan karar kuralları verilmiştir.

2.1. Değişim Katsayılarının Eşitliğine İlişkin Bazı Testler

Her biri n_i , $i = 1, 2, \dots, k$, hacimli k sayıda bağımsız rasgele örnekler $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$ olsun. Bu örneklerin μ_i ortalamalı ve σ_i^2 varyanslı normal dağılımlardan geldiklerini varsayalım. $E(X_{ij}) = \mu_i$ ve $Var(X_{ij}) = \sigma_i^2$ $i = 1, 2, \dots, k$ ve $j = 1, 2, \dots, n_i$ biçiminde gösterelim.

Yığın için değişim katsayısı

$$R_i = \frac{\sigma_i}{\mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.1)$$

ve örnek için değişim katsayısı

$$r_i = \frac{S_i}{\bar{X}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.2)$$

olarak tanımlanır. Burada S_i ve $\bar{X}_i$ sırasıyla örnek standart sapması ve örnek ortalamasıdır.

$$H_0 : R_i = R, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (2.3)$$

hipotezi

$$H_1 : R_i \neq R_{j^*}, i \neq j^* \text{ en az bir } (i, j^*) \text{ çifti için } i, j^* = 1, 2, \dots, k, \quad (2.4)$$

hipotezine karşı test edilmektedir. İzleyen bölümde değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için önerilen test istatistiklerinden bazıları verilmiştir.

2.1.1. Bennett Testi

Bennett (1976), Pitmann (1939)'ın çalışmasındaki hipotez testi yöntemine McKay'ın yaklaşımını uygulayarak Bennett Testi'ni önermiştir. McKay (1932)'ın yaklaşımı örnek varyansının serbestlik derecesinin n olarak alınmasına yöneliktir [Bennett, 1976].

Bennett Testi için $i = 1, 2, \dots, k$ olmak üzere, örnek ortalaması

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}}{n_i} \quad (2.5)$$

ve örnek varyansı da

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i} \quad (2.6)$$

olmak üzere, örnek için değişim katsayısı,

$$r_i = \frac{S_i}{\bar{X}_i} \quad (2.7)$$

biçimindedir. McKay (1932)

$$d_i = \frac{n_i r_i^2}{(r_i^2 + 1)} \quad (2.8)$$

olmak üzere $B_i = D_i d_i$ istatistiğinin $n_i - 1$ serbestlik dereceli χ^2 dağıldığını göstermiştir. Burada,

$$D_i = \frac{(R_i^2 + 1)}{R_i^2} \quad (2.9)$$

olarak tanımlanır. Bennett (1976) $H_0 : D_1 = D_2 = \dots = D_k$ hipotezini test etmenin Eş.2.3’de verilen hipotezi test etmeye eşit olduğunu göstermiştir. Bu hipotezin testi için Bennett (1976)’ın önerdiği Olabilirlik Oran Test istatistiği olan λ istatistiği, $n = \sum_{i=1}^k n_i$ olmak üzere,

$$-2 \ln \lambda = (n - k) \ln \sum_{i=1}^k \left(\frac{d_i}{(n - k)} \right) - \sum_{i=1}^k \left((n_i - 1) \ln \frac{d_i}{(n_i - 1)} \right) \quad (2.10)$$

olarak tanımlanmıştır. McKay (1932)’ın B_i istatistiğinin dağılımından yola çıkarak Bennett bu test istatistiğinin $k - 1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahip olduğu gösterilmiştir. Örneğin, $k = 2$ için Bennett test istatistiği,

$$-2 \ln \lambda = (n - 2) \ln \left(\frac{d_1}{(n - 2)} + \frac{d_2}{(n - 2)} \right) - \left((n_1 - 1) \ln \frac{d_1}{(n_1 - 1)} + (n_2 - 1) \ln \frac{d_2}{(n_2 - 1)} \right) \quad (2.11)$$

şeklindedir [Bennett, 1976]. Bu $-2 \ln \lambda$ istatistiği 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımlıdır. Shafer ve Sullivan (1986) Bennett Test istatistiği üzerine çalışmalar yapmış ve Düzeltilmiş Bennett Testini önermişlerdir.

2.1.2. Düzeltilmiş Bennett Testi

Shafer ve Sullivan (1986) Bennett Test istatistiğine Iglewicz ve Myers (1970)'ın yaklaşımını uygulayarak Düzeltilmiş Bennett Testini önermişlerdir. Iglewicz ve Myers (1970) yaklaşımı ise örnek varyansının serbestlik derecesinin " $n-1$ " olarak alınmasına yöneliktir.

$i = 1, 2, \dots, k$ olmak üzere, Düzeltilmiş Bennett Testi için örnek ortalaması

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}}{n_i} \quad (2.12)$$

ve örnek varyansı

$$S_{(i)}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1} \quad (2.13)$$

olarak tanımlanır. Bu durumda örnek değişim katsayısı

$$r_{(i)} = \frac{S_{(i)}}{\bar{X}_i} \quad (2.14)$$

olur. Bennett testinde olduğu gibi,

$$D_i = \frac{(R_i^2 + 1)}{R_i^2} \quad (2.15)$$

olarak tanımlanmıştır. $d_{(i)}$ istatistiği de

$$d_{(i)} = \frac{n_i r_{(i)}^2}{(r_{(i)}^2 + 1)} \quad (2.16)$$

şeklinde verilmiştir. Her bir yığın için $R_i \geq 0$ ve $\mu_i > 0$ koşulu olduğunda Eş.2.3'de verilen yokluk hipotezi $H_0 : D_1 = D_2 = \dots = D_k$ hipoteziyle aynıdır. λ olabilirlik oran istatistiği, $n = \sum_{i=1}^k n_i$ olmak üzere,

$$-2 \ln \lambda = (n - k) \ln \sum_{i=1}^k \left(\frac{d_{(i)}}{(n - k)} \right) - \sum_{i=1}^k \left((n_i - 1) \ln \frac{d_{(i)}}{(n_i - 1)} \right) \quad (2.17)$$

olarak önerilmiştir [Shafer ve Sullivan, 1986]. Bu test istatistiği yaklaşık olarak $k - 1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılır. $-2 \ln \lambda > \chi_{k-1, \alpha}^2$ ise α anlamlılık düzeyinde yokluk hipotezi reddedilir. Bennett testi ile Shafer ve Sullivan (1986)'ın Düzeltilmiş Bennett Test istatistiklerindeki fark örnek varyansının serbestlik derecesidir. Aralarındaki bu fark $r_i^2 = \frac{(n_i - 1)}{n_i} r_{(i)}^2 \Rightarrow r_i^2 = \theta r_{(i)}^2$ şeklinde gösterilebilir. Eğer örnek hacmi büyük olursa bu fark önemli olmaz.

2.1.3. Wald Testi

$R = [R_1, R_2, \dots, R_k]'$ k tane kitlenin değişim katsayılarına ilişkin bilinmeyen parametreler vektörü ve $r = [r_1, r_2, \dots, r_k]'$ vektörü de bu parametrelerin kısıtsız en çok olabilirlik tahmin edicisi olsun.

Yokluk hipotezi

$$H_0 : h(R) = [h_1(R), h_2(R), \dots, h_{k-1}(R)]' = 0 \quad (2.18)$$

ya da bir başka gösteriş şekliyle

$$H_o : h(R) = [R_1 - R_2, R_2 - R_3, \dots, R_{k-1} - R_k]' = 0 \quad (2.19)$$

olsun. $h(R)$ 'nin kısıtsız en çok olabilirlik tahmin edicisi $h(r)$ ile gösterilsin. Elemanları

$$H(R) = \frac{\partial h_i(R)}{\partial R_{j^{**}}} \quad i = 1, 2, \dots, k-1, \quad j^{**} = 1, 2, \dots, k \quad (2.20)$$

olan $(k-1) \times (k)$ boyutlu $H(R)$ matrisi

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots \end{bmatrix}_{(k-1) \times (k)} \quad (2.21)$$

olarak tanımlansın. $H(R)$ 'nin tahmin edicisi $H(r)$ ile gösterilsin. Kısıtsız en çok olabilirlik tahmin edicisi olan r_i 'nin varyansı

$$Var(r_i) = n_i^{-1} (r_i^4 + \frac{1}{2} r_i^2) \quad (2.22)$$

dir [Kendall ve Stuart, 1977]. Burada

$$Var(r) = diag[Var(r_1), \dots, Var(r_k)]_{(k \times k)} \quad (2.23)$$

r 'nin kovaryans matrisi olur. Buna göre Wald Test istatistiği

$$W = h'(r)[H(r)Var(r)H'(r)]^{-1} h(r) \quad (2.24)$$

olarak tanımlanır [Rao ve Vidya, 1992]. W test istatistiği asimptotik olarak $k-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılıma sahiptir. Rao ve Vidya (1992) Wald test istatistiğini eşit örnek hacimleri için önermiştir. Ancak Gupta ve Ma (1996) bu test istatistiğini genelleştirerek, eşit olmayan örnek hacimleri için öneride bulunmuşlardır.

$k = 2$ iken Wald Test istatistiği için r_1 ve r_2 istatistiklerinin varyansları

$$Var(r_1) = \frac{1}{n_1} \left(r_1^4 + \frac{1}{2} r_1^2 \right) \quad (2.25)$$

ve

$$Var(r_2) = \frac{1}{n_2} \left(r_2^4 + \frac{1}{2} r_2^2 \right) \quad (2.26)$$

olmak üzere,

$$Var(r) = \begin{bmatrix} \frac{r_1^4}{n_1} + \frac{r_1^2}{2n_1} & 0 \\ 0 & \frac{r_2^4}{n_2} + \frac{r_2^2}{2n_2} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad (2.27)$$

olur.

$$h'(r) = h(r) = [r_1 - r_2]_{1 \times 1} \quad (2.28)$$

ve $h'(r)$, $h(r)$ vektörlerinin r_i , $i = 1, 2$ için türevleri alınırsa

$$H(r) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}_{1 \times 2} H'(r) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}_{2 \times 1} \quad (2.29)$$

olarak bulunur. Buradan Wald Test istatistiği,

$$W_2 = [r_1 - r_2] \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_1^4}{n_1} + \frac{r_1^2}{2n_1} & 0 \\ 0 & \frac{r_2^4}{n_2} + \frac{r_2^2}{2n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} [r_1 - r_2] \quad (2.30)$$

olur. Gerekli kısaltmalar yapılırsa $k = 2$ iken

$$W_2 = \frac{(r_1 - r_2)^2}{\frac{r_1^2}{2n_1} + \frac{r_1^4}{n_1} + \frac{r_2^2}{2n_2} + \frac{r_2^4}{n_2}} \quad (2.31)$$

olarak basit gösterim biçimiyle ifade edilebilir [Gupta ve Ma, 1996]. Bu istatistik 1 serbestlik derecesi ile χ^2 dağılır.

2.1.4. Olabilirlik Oran Testi

H_0 hipotezinin doğruluğu varsayımı altında, L_0 olabilirlik fonksiyonu

$$L_0 = \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\mu_i R}} \right)^{n_i} \exp \left[- \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(x_{ij} - \mu_i)^2}{2\mu_i^2 R^2} \right] \quad (2.32)$$

biçiminde elde edilir. Buna göre Doornbos ve Dijkstra (1983) önerdiği L_0 olabilirlik fonksiyonu için aşağıdaki eşitlikleri

$$\frac{\partial}{\partial R} \ln L_0 = -\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{R} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{x_{ij} - \mu_i}{\mu_i^2 R^3} \right)^2 = 0 \quad (2.33)$$

ve

$$\frac{\partial}{\partial \mu_i} \ln L_0 = -\frac{n_i}{\mu_i} + \sum_{j=1}^{n_i} \frac{x_{ij}(x_{ij} - \mu_i)}{\mu_i^3 R^2} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.34)$$

vermişlerdir.

Eş.2.33 ve Eş.2.34 eşitlikleri için Doornbos ve Dijkstra (1983) kompleks çözümler önermişlerdir. Bu eşitliklerin $k > 2$ için cebirsel çözümü mümkün olmadığından, Doornbos ve Dijkstra (1983)'da Miller ve Karson (1977)'nin önerdikleri test istatistiğine benzer bir test istatistiği geliştirmişlerdir. Gupta ve Ma (1996) $k > 2$ için cebirsel çözümü olmayan bu eşitlikleri basitleştirerek Eş.2.35 ve Eş.2.36 eşitliklerini elde etmiştir.

Gupta ve Ma (1996) tarafından önerilen yöntem H_0 hipotezinin doğruluğu varsayımı altında;

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i(1 + \sqrt{1 + 4(1 + r_i^2)R^2})}{2(1 + r_i^2)} - \sum_{i=1}^k n_i = 0 \quad (2.35)$$

ve

$$\mu_i = \left[\frac{(1 + \sqrt{1 + 4(1 + r_i^2)R^2})}{2(1 + r_i^2)\bar{x}_i} \right]^{-1} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.36)$$

eşitliklerin kullanımına dayanır.

H_0 hipotezinin doğruluğu altında Eş.2.35 ve Eş.2.36 eşitlikleri μ_i ve R parametrelerinin kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri olan $\hat{\mu}_i$ ve $\hat{R}$ istatistikleri için öneride bulunmuştur. $k > 2$ iken cebirsel çözümü olmayan bu denklemler için Gupta ve Ma (1996) $H_0 : R_1 = R_2 = \dots = R_k$ hipotezinin doğruluğu altında aşağıdaki öneriyi yapmışlardır.

$M = \max\{r_i, i = 1, \dots, k\}$ ve $m = \min\{r_i, i = 1, \dots, k\}$ olarak tanımlansın H_0 hipotezi doğruluğu altında $m \leq \hat{R} \leq M$ olur. Eş. 2.35 denkleminin sol kısmına $G(R)$ yerleştirilsin.

$$G(R) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i(1 + \sqrt{1 + 4(1 + r_i^2)R^2})}{2(1 + r_i^2)} - \sum_{i=1}^k n_i \quad (2.37)$$

$G(R)$ eşitliğinde R yerine ilk olarak M ve daha sonra da m alınsın. Bu durumda $G(M) \geq 0$ ve $G(m) \leq 0$ olduğu kolayca görülür. Buna göre eşitliğin çözümü $[m, M]$ aralığına düşer. Bu aralık iki eşit parçaya bölünür ve çözümün düştüğü aralık tekrar tanımlanır. Bu durumda çözümün düştüğü aralığın sol uç noktası m_1 sağ uç noktası M_1 olarak yeni aralık tanımlanır. Burada m_1 ve M_1 , $G(m_1) \leq 0$ ve $G(M_1) \geq 0$ olacak şekilde bulunur. $[m_1, M_1]$ aralığı tekrar iki eşit parçaya bölünür. Çözümün düştüğü aralığın sol uç noktası m_2 , sağ uç noktası M_2 olarak gösterilsin. $G(R)$ eşitliğinde R yerine m_2 ve M_2 yerleştirilir ve $G(m_2) \leq 0$, $G(M_2) \geq 0$ koşulları sağlanır. Bu işlemleri yaparak $[m_n, M_n]$ aralığına kadar gelinir. Bu aralığın orta noktası, $\frac{m_n + M_n}{2}$

olduğu bilindiğine göre ve $G\left(\frac{m_n + M_n}{2}\right)$ 'nin mutlak değerinin keyfi seçilen küçük bir pozitif sayıdan daha küçük olma durumu sağlanana kadar bölme işlemine devam edilir. Eş. 2.35 eşitliğinin çözümü de bu durumda $\hat{R}_{(n)} = \frac{m_n + M_n}{2}$ olur. $\hat{R}$ 'yı Eş.

2.36 eşitliğinde yerine konulursa $\hat{\mu}_i$, $i = 1, 2, \dots, k$

$$\hat{\mu}_i = \left[\frac{(1 + \sqrt{1 + 4(1 + r_i^2)\tilde{R}^2})}{2(1 + r_i^2)\bar{x}_i} \right]^{-1} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.38)$$

biçiminde elde edilir [Gupta ve Ma, 1996]. Olabilirlik oran istatistiği olarak bilinen λ için,

$$-2 \ln \lambda = \sum_{i=1}^k n_i \ln \left(\frac{\hat{\mu}_i^2 \hat{R}^2}{S_i^2} \right) \quad (2.39)$$

test istatistiği elde edilebilir. Bu test istatistiği asimptotik olarak $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı göstermektedir. Gupta ve Ma (1996)'nın R ve μ_i için önerdikleri tahmin ediciler, Nairy ve Rao (2003) $k > 2$ için cebirsel çözümü olmayan Eş. 2.35 ve Eş. 2.36 yararlanarak alternatif bir çözüm yolu önermişlerdir. Eş. 2.35 çözümü için Lehmann (1983) teoreminden faydalanmışlardır. Bu teorem aşağıda verilmiştir.

Teorem 1. [Lehmann ve Casella, 1998:454]

θ bir parametre olsun ve $\hat{\theta}_n$ istatistiği, θ 'nın $\sqrt{n}$ tutarlı kestiricisi olsun. Buna göre en az $n^{-1/2}$ oranında $\hat{\theta}_n$ istatistiği, θ parametresine yaklaşıırken, $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta)$ olasılıkla sınırlanır. O zaman,

$$\delta_n = \hat{\theta}_n - \frac{L''(\hat{\theta}_n)}{L'''(\hat{\theta}_n)} \quad (2.40)$$

tahmin edicisi asimptotik olarak etkindir. Burada $L(.)$ en çok olabilirlik fonksiyonudur.

Eş. 2.35 ve Eş. 2.36 birinci dereceden tahmin edicidir. Bu tahmin ediciler tıpkı birinci dereceden tahmin ediciler gibi ikinci sıralı etkinliğe sahiptir. Lehmann teoremindeki eşitlikte sağ taraftaki δ_n ile $\hat{\theta}_n$ yer değiştirmesiyle sağlanır.

Bu bilgilere göre Nairy ve Rao (2003) tarafından önerilen yöntem şu şekilde ifade edilebilir. Her bir yığından alınan örnek hacimleri n_i ve toplamaları $n = \sum n_i$ olsun.

Örnek için değişim katsayısı $r_i = \frac{S_i}{\bar{X}_i}$, $i = 1, \dots, k$, olup

r_i 'nin asimptotik normalliğinde, $\tilde{R}_n = \frac{\sum n_i r_i}{\sum n_i}$ istatistiği R 'nin $\sqrt{n}$ tutarlı tahmin edicisidir. Eş. 2.35'de R 'nin birinci dereceden tahmin edicisi $\hat{R}$ olarak gösterilmiştir.

$$G(\tilde{R}_n) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i (1 + \sqrt{1 + 4(1 + r_i^2) \tilde{R}_n^2})}{2(1 + r_i^2)} - \sum_{i=1}^k n_i \quad (2.41)$$

ve

$$G'(\tilde{R}_n) = \sum_{i=1}^k \frac{2n_i \tilde{R}_n (1 + 4(1 + r_i^2) \tilde{R}_n^2)^{\frac{1}{2}} (1 + r_i^2)}{(1 + r_i^2)} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.42)$$

olmak üzere, R parametresinin ikinci dereceden tahmin edicisi

$$\hat{R} = \tilde{R}_n - \frac{G(\tilde{R}_n)}{G'(\tilde{R}_n)} \quad (2.43)$$

olur [Nairy ve Rao, 2003].

Lehmann ve Casella (1998)'ın teoreminden faydalanarak, Eş. 2.35 bulunan birinci dereceden tahmin edici $\tilde{R}$ yerine artık ikinci dereceden tahmin edici $\hat{\hat{R}}$ kullanılmaktadır. $\hat{\hat{R}}$ 'yı Eş. 2.36'da R 'nin yerine koyarak μ_i parametresinin ikinci dereceden tahmin edicisi olan

$$\hat{\hat{\mu}}_i = \left[\frac{(1 + \sqrt{1 + 4(1 + r_i^2)\hat{\hat{R}}^2})}{2(1 + r_i^2)\bar{x}_i} \right]^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.44)$$

bulunur. Bu durumda λ olabilirlik oran istatistiği,

$$-2\ln\lambda = \sum_{i=1}^k n_i \ln \left(\frac{\hat{\hat{\mu}}_i^2 \hat{\hat{R}}^2}{S_i^2} \right) \quad (2.45)$$

B biçiminde elde edilir. $-2\ln\lambda$ istatistiği asimptotik olarak $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılır [Cox ve Hinkley, 1974; Silvey, 1975].

Olabilirlik Oran Testi ile ilgili birçok öneri vardır. Miller ve Karson (1977) ve Bhoj ve Ahsanullah (1993) örnek hacimleri eşit olması durumuna göre, Lohrding (1975), Bennett (1977) ve Doornbos ve Dijkstra (1983) genel bir yaklaşımla örnek hacimleri eşit olmayan durumlarla ilgilenmişlerdir. Ancak Gerig ve Sen (1980) Olabilirlik Oran Testi için μ_1, μ_2, R 'nin tahmin edicilerini aşağıdaki gibi önermiştir.

$n_1 \neq n_2$ için ;

$$\hat{\hat{\mu}}_1 = \frac{n_1 \bar{X}_1 \hat{\mu}_2}{(n_1 + n_2) \hat{\mu}_2 - n_2 \bar{X}_2} \quad (2.46)$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{-(2n_2r_1^2 + 2n_2 - n_1)\bar{X}_2}{2((n_1 + n_2)r_1^2 + n_2)} + \sqrt{\frac{\left(-\left(2n_2r_1^2 + 2n_2 - n_1\right)\bar{X}_2\right)^2}{4\left((n_1 + n_2)r_1^2 + n_2\right)^2} - \frac{\left(\left(n_2^2(r_1^2 + 1) - n_1^2(r_2^2 + 1)\right)\bar{X}_2^2\right)^2}{(n_1 + n_2)\left((n_1 + n_2)r_1^2 + n_2\right)}} \quad (2.47)$$

$$\hat{R} = \sqrt{\frac{1}{\hat{\mu}_2}\left(r_2^2\bar{X}_2^2 + \bar{X}_2^2 - \bar{X}_2\hat{\mu}_2\right)} \quad (2.48)$$

Şeklindeir [Gerig ve Sen, 1980]. Olabilirlik Oran Test istatistiği;

$$-2\ln \lambda = n_1 \ln \left(\frac{\hat{\mu}_1^2 \hat{R}^2}{r_1^2 \bar{X}_1^2} \right) + n_2 \ln \left(\frac{\hat{\mu}_2^2 \hat{R}^2}{r_2^2 \bar{X}_2^2} \right) \quad (2.49)$$

olarak tanımlanır ve H_0 hipotezinin doğruluğu altında bu istatistik 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılır.

2.1.5. Skor Testi

R_i ve μ_i , $i = 1, 2, \dots, k$, parametrelerinden yararlanarak

$$\theta = (R_1, R_2, \dots, R_k, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)' \quad (2.50)$$

vektörü tanımlansın. $u(\theta)$ vektörü L_0 olabilirlik fonksiyonundan yararlanarak

$$u(\theta) = \left(\frac{\partial}{\partial R_1} \ln L_0, \dots, \frac{\partial}{\partial R_k} \ln L_0, \frac{\partial}{\partial \mu_1} \ln L_0, \dots, \frac{\partial}{\partial \mu_k} \ln L_0 \right)_{1 \times 2k} \quad (2.51)$$

şeklinde gösterilsin. $H_0 : R_1 = R_2 = \dots = R_k$ hipotezinin doğruluğu varsayımı altında

θ 'nın kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri Eş. 2.35 ve Eş. 2.36 ile verilen eşitliklerinin çözümünden elde edilir. Bu tahmin edicileri içeren vektör $\hat{\theta} = (\hat{R}_1, \hat{R}_2, \dots, \hat{R}_k, \hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \dots, \hat{\mu}_k)'$ ile gösterilsin.

$$\frac{\partial}{\partial R} \ln L_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \mu_i)^2}{\mu_i^2 R^3} - \frac{n_i}{R} \quad (2.52)$$

ve

$$\frac{\partial}{\partial \mu_i} \ln L_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} (X_{ij} - \mu_i)}{\mu_i^3 R^2} - \frac{n_i}{\mu_i} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.53)$$

olarak gösterilsin. Bu eşitliklerden faydalanarak a_i ve b_i istatistikleri aşağıdaki gibi tanımlansın

$$a_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \hat{\mu}_i)^2}{\hat{\mu}_i^2 \hat{R}^3} - \frac{n_i}{\hat{R}} \quad (2.54)$$

ve

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} (X_{ij} - \hat{\mu}_i)}{\hat{\mu}_i^3 \hat{R}^2} - \frac{n_i}{\hat{\mu}_i} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.55)$$

Buna göre a_i ve b_i istatistiklerinin vektörel gösterimi $\hat{\theta} = (a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_k)'$ olsun. Elemanları,

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \ln L_0 \right) \quad (2.56)$$

olan $2k \times 2k$ boyutlu matris $B(\theta)$ ve $E(B(\theta)) = I(\theta)$ olsun. $I(\hat{\theta})$ ise

$$\begin{bmatrix} \frac{2n_1}{\hat{R}^2} & 0 & \dots & 0 & \frac{2n_1}{\hat{R}\hat{\mu}_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{2n_2}{\hat{R}^2} & \dots & 0 & 0 & \frac{2n_2}{\hat{R}\hat{\mu}_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{2n_k}{\hat{R}^2} & 0 & 0 & \dots & \frac{2n_k}{\hat{R}\hat{\mu}_k} \\ \frac{2n_1}{\hat{R}\hat{\mu}_1} & 0 & \dots & 0 & \frac{n_1(2\hat{R}^2+1)}{\hat{R}^2\hat{\mu}_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{2n_2}{\hat{R}\hat{\mu}_2} & \dots & 0 & 0 & \frac{n_2(2\hat{R}^2+1)}{\hat{R}^2\hat{\mu}_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{2n_k}{\hat{R}\hat{\mu}_k} & 0 & 0 & \dots & \frac{n_k(2\hat{R}^2+1)}{\hat{R}^2\hat{\mu}_k^2} \end{bmatrix}$$

olsun. Buna göre Skor test istatistiği

$$ST = u(\hat{\theta})' I^{-1}(\hat{\theta}) u(\hat{\theta}) \quad (2.57)$$

olarak tanımlanır [Gupta ve Ma, 1996]. Matris gösterimi düzenlenirse

$$ST = \frac{\hat{R}^2(2\hat{R}^2+1)}{2} \sum_{i=1}^k \frac{a_i^2}{n_i} \quad (2.58)$$

olarak elde edilir. Bu test istatistiği $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı göstermektedir. Buradaki $\hat{R}, \hat{\mu}_i$ için Gupta ve Ma (1996)'nın, $\hat{\hat{R}}, \hat{\hat{\mu}}_i$ için de Nairy ve

Rao (2003)'nın Olabilirlik Oran Testindeki yöntem kullanılmaktadır. İkinci dereceden tahmin edicileri kullanarak

$$a_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \hat{\mu}_i)^2}{\hat{\mu}_i^2 \hat{R}^3} - \frac{n_i}{\hat{R}} \quad i = 1, \dots, k \quad (2.59)$$

ve

Skor test istatistiği

$$ST = \frac{\hat{R}^2 (2\hat{R}^2 + 1)}{2} \sum_{i=1}^k \frac{a_i^2}{n_i} \quad (2.60)$$

olarak elde edilir. Skor test istatistiği $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı göstermektedir.

Gerig ve Sen (1980) Olabilirlik Oran Testi için önerdiği Eş. 2.46, Eş. 2.47 ve Eş. 2.48 'deki $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{R}$ tahmin edicilerinden yararlanarak Skor istatistiği $k = 2$ için;

$$a_i = \hat{\mu}_i^{-2} \hat{R}^{-3} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \hat{\mu}_i)^2 - n_i \hat{R}^{-1} \quad i = 1, 2 \quad (2.61)$$

ve

$$ST = \left(\frac{1}{2} \hat{R}^2 + \hat{R}^4 \right) \left(\frac{a_1^2}{n_1} + \frac{a_2^2}{n_2} \right) \quad (2.62)$$

olur [Gerig ve Sen, 1980]. Bu test istatistiği 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir.

2.1.6. Miller Testi

Örnek için

$$r_i = \frac{S_i}{\bar{X}}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.63)$$

istatistikleri ile

$$D = (r_1, r_2, \dots, r_k)' \quad (2.63)$$

ve yığın için

$$R_i = \frac{\sigma_i}{\mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.64)$$

parametreleri ile de

$$d = (R_1, R_2, \dots, R_k)' \quad (2.65)$$

vektörleri tanımlansın [Miller, 1991]. $m = n - 1$ olmak üzere $m = \sum_{i=1}^k m_i$ olarak gösterilsin. R parametresi bilinmediğinden tahmin edicisi

$$\hat{R} = \frac{\left(\sum_{i=1}^k m_i r_i \right)}{m} \quad (2.66)$$

olarak tanımlanmıştır.

$$H_0 : R_1 = R_2 = \dots = R_k \quad (2.67)$$

şeklinde tanımlanan yokluk hipotezi doğruluğu altında k sayıda yığın için varyanslar

$$Var(\hat{R}) = diag_k \left(\frac{(\hat{R}_i)^2 [0,5 + (\hat{R}_i)^2]}{m_i} \right) \quad (2.68)$$

şeklinde elde edilir ve $Var(\hat{R})$ düzenlenirse

$$Var(\hat{R}) = \left((\hat{R})^2 [0,5 + (\hat{R})^2] \right) \begin{bmatrix} m_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_k^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

olur.

Teorem 2. [Graybill,1976:135]

X , ortalaması μ varyans-kovarys matrisi Σ olan çok değişkenli normal dağılım gösteren $k \times 1$ boyutlu rasgele vektör olsun. $rank(\Sigma) = k$ olduğu bilinsin. Ancak ve ancak $A\Sigma$ rankı p olan idempotent matris olmak şartıyla $X'AX$ karesel formu, serbestlik derecesi p , merkezi olmama parametresi $\frac{1}{2}\mu' A \mu$ olan χ^2 dağılımına uyar.

A istatistiğinin,

$$A = Var(\hat{R})^{-1} - \frac{(V\hat{a}r(\hat{R})^{-1} J V\hat{a}r(\hat{R})^{-1})}{(\mathbf{1}' V\hat{a}r(\hat{R})^{-1} \mathbf{1})} \quad (2.70)$$

olduğunu Feltz ve Miller (1996), Garybill (1976) önerdiği teoremden yararlanarak Miller test istatistiğini sunmuşlardır. J burada $k \times k$ boyutlu 1'lerden oluşan bir matristir. $\mathbf{1}$ 'de $k \times 1$ boyutlu 1'lerden oluşan bir vektördür.

Bu durumda Miller test istatistiği;

$$M_k = D'AD \quad (2.71)$$

ya da

$$M_k = (\hat{R})^{-2} \left[0,5 + (\hat{R})^2 \right]^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^k m_i \left(r_i - \frac{\sum_{i=1}^k m_i r_i}{m} \right)^2 \right\} \quad (2.72)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu test istatistiği $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı göstermektedir [Feltz ve Miller, 1996].

Matris gösteriminden yararlanarak $k=2$ için varyansların tahmin edicisi

$$Var(\hat{R}) = \left((\hat{R})^2 \left[0,5 + (\hat{R})^2 \right] \right) \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

ve

$$Var(\hat{R})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{m_1}{\left((\hat{R})^2 \left[0,5 + (\hat{R})^2 \right] \right)} & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{\left((\hat{R})^2 \left[0,5 + (\hat{R})^2 \right] \right)} \end{bmatrix}_{k \times k} \quad (2.74)$$

şeklindedir. A istatistiğini için $Var(\hat{R})$ matrisi, J ve 1 vektörlerinden yararlanarak

$$Var(\hat{R})^{-1} J\hat{V}\hat{a}r(\hat{R})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{m_1^2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)^2} & \frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)^2} \\ \frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)^2} & \frac{m_2^2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)^2} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

ve

$$\mathbf{1}'Var(\hat{R})^{-1}\mathbf{1} = \left[\frac{m_1 + m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)} \right] \quad (2.76)$$

olur. Böylece, A istatistiği

$$A = \begin{bmatrix} \frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} & -\frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} \\ -\frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} & \frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} \end{bmatrix}_{k \times k} \quad (2.77)$$

olarak tanımlanır. $D'AD$ istatistiğinin matris gösterimi

$$D'AD = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} & -\frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} \\ -\frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} & \frac{m_1 m_2}{\left(\left(\hat{R}\right)^2 \left[0,5 + \left(\hat{R}\right)^2\right]\right)(m_1 + m_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

şeklindedir. Matris çarpımları üzerinde düzenleme yapılırsa $k = 2$ için Miller test istatistiği

$$M_2 = D'AD_2 = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{\hat{R}^2 \left(0,5 + (\hat{R})^2\right) \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)}} \quad (2.79)$$

olarak elde edilir. Bu istatistik standart normal dağılım göstermektedir [Miller, 1991].

2.1.7. Karesel Rank Testi

Bu kısma kadar incelenen bütün testler örneklerin geldikleri yığınların dağılımlarının normal olduğu durumda önerilen test istatistikleridir. Ancak Karesel Rank Testi parametrik olmayan bir test olup örneklerin geldikleri yığınların dağılımlarının normal olma koşulunun sağlanmasını gerektirmez.

Her biri n_i hacimli k sayıda bağımsız örnekler $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots, k$, olarak gösterilsin.

Bu örnekler için

$$Y_{ij} = \frac{X_{ij}}{\mu_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \text{ ve } j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2.80)$$

olarak tanımlasın. Bütün i, j için

$$E(Y_{ij}) = 1 \quad (2.81)$$

ve

$$Var(Y_{ij}) = \left(\frac{\sigma_i}{\mu_i}\right)^2 = R_i^2 \quad (2.82)$$

olur [Miller, 1991].

Varyansların eşitliği hipotezinin testi için Conover (1980)'ın Karesel Rank Testini değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testinde kullanabilmek için $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots, k$ ham veri kümesi olduğunu varsayarak, Eş. 2.80'deki dönüşümü uygulamış ve $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in_i}$, $i = 1, 2, \dots, k$ verisini kullanmıştır [Miller, 1991]. Bu dönüşümde elde edilen yeni veri kümesi, ham veri kümesiyle eşit performansa sahiptir.

Miller (1991) Karesel Rank istatistiğini, $H_0 : R_1 = R_2 = \dots = R_k$ hipotezinin test edilmesi için önermiştir. Conover (1980), $i = 1, 2, \dots, k$, $j = 1, 2, \dots, n_i$ olmak üzere, U_{ij} değişkenini

$$U_{ij} = \begin{cases} |X_{ij} - \mu_i|, & \mu_i \text{ biliniyorsa} \\ |X_{ij} - \bar{X}_i|, & \mu_i \text{ bilinmiyorsa} \end{cases} \quad (2.83)$$

biçiminde tanımlamıştır. Burada μ_i parametresinin tahmin edicisi $\bar{X}_i$ ile gösterilmiştir. Bu tahmin edici, i . örneğin hacmi n_i olmak üzere,

$$\bar{X}_i = \frac{\sum X_{ij}}{n_i} \quad (2.84)$$

dir. U_{ij} 'lere büyüklük sıra sayıları verilerek; $R(U_{ij})$ ile gösterilmiştir. Miller (1991) U_{ij} değişkenini

$$U_{ij} = |Y_{ij} - 1|, \quad i = 1, 2, \dots, k \text{ ve } j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2.85)$$

olarak tanımlamıştır ve Conover (1980)'ın yaptığı gibi bu U_{ij} 'lere büyüklük sıra sayıları atayarak bunları $R(U_{ij})$ ile göstermiştir. i . örnek için bu sıra sayılarının karelerinin toplamı için

$$T_i = \sum_{j=1}^{n_i} [R(U_{ij})]^2 \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.86)$$

eşitliği yazılabilir. $n = \sum_{i=1}^k n_i$ olmak üzere, sıra sayılarının karelerinin ortalaması

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^k T_i}{n} \quad (2.87)$$

olarak bulunur. Bu sıra sayılarının karelerinin varyansı,

$$D^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} [R(U_{ij})]^4 - n(\bar{T})^2 \right]}{n-1} \quad (2.88)$$

olarak bulunmuştur [Miller, 1991]. $H_0 : R_1 = R_2 = \dots = R_k$ hipotezinin testi için önerilen Karesel Rank Test istatistiği;

$$KRT = \frac{\left[\sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - n\bar{T}^2 \right]}{D^2} \quad (2.89)$$

olarak tanımlanmıştır [Conover ve Iman, 1978]. Bu istatistik $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir.

Ancak KRT istatistiği $k > 2$ için önerilen bir test istatistiğidir. Karesel Rank Testinde $k = 2$ için test istatistiği $k > 2$ için önerilen test istatistiğine göre farklılık

göstermektedir. Buna göre her biri n_i hacimli 2 bağımsız örnek X_{ij} , $i=1,2$ ve $j=1,2,\dots,n_i$ olsun. Her bir örneğin içinde aynı X_{ij} değerleri varsa Karesel Rank istatistiği

$$T_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n_1} [R(U_{1j})]^2 - n_1 \bar{T}}{\left[\frac{n_1 n_2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} [R(U_{ij})]^4 - \frac{n_1 n_2}{(n-1)} n (\bar{T})^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.90)$$

dir [Conover, 1980]. Bu test istatistiğinin dağılımı standart normal dağılım gösterir. Eğer her bir örneğin içinde aynı X_{ij} değerleri yok ise Karesel Rank Testi'nde test istatistiği olarak

$$T_2 = \sum_{j=1}^{n_1} [R(U_{ij})]^2 \quad (2.91)$$

kullanılır. Buradaki karar kuralı

$$T_2 \leq d_1$$

veya

$$T_2 \geq d_2 \quad \text{ise } H_0 \text{ red edilir}$$

şeklindedir. Burada,

$$d_1 = \frac{n_1(n+1)(2n+1)}{6} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)(2n+1)(8n+11)}{180}} \quad (2.92)$$

ve

$$d_2 = \frac{n_1(n+1)(2n+1)}{6} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)(2n+1)(8n+11)}{180}} \quad (2.93)$$

olarak tanımlanır [Conover ve Iman, 1978]. $Z_{\alpha/2}$ değeri $\alpha/2$ anlamlılık düzeyinde standart normal dağılım tablosundan kritik değeri ifade etmektedir.

2.2. Ters Değişim Katsayılarının Eşitliğine İlişkin Bazı Testler

Her biri n_i , $i = 1, 2, \dots, k$, hacimli bağımsız örnekler $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$ olsun. Bu örneklerin μ_i ortalamalı ve σ_i^2 varyanslı normal dağılımlardan geldiklerini varsayalım. $E(X_{ij}) = \mu_i$ ve $Var(X_{ij}) = \sigma_i^2$ $i = 1, 2, \dots, k$ ve $j = 1, 2, \dots, n_i$, biçiminde gösterelim.

Yığın için ters değişim katsayısı

$$B_i = \frac{1}{R_i} = \frac{\mu_i}{\sigma_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.94)$$

ve örnek için ters değişim katsayısı

$$b_i = \frac{1}{r_i} = \frac{\bar{X}_i}{S_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.95)$$

olarak tanımlanır.

$$H_0 : B_i = B, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (2.96)$$

hipotezi

$$H_1 : B_i \neq B_{j^*}, \quad i \neq j^* \text{ en az bir } (i, j^*) \text{ çifti için } i, j^* = 1, 2, \dots, k, \quad (2.97)$$

hipotezine karşı test edilmek istenmektedir. İzleyen bölümde ters değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için önerilen test istatistiklerinden bazıları tanıtılmıştır.

2.2.1. Merkezi Olmayan t Testi

Doornbos ve Dijkstra (1983) ters örnek değişim katsayısının dağılımından yararlanarak Merkezi Olmayan t testini geliştirmişlerdir.

Örnek ters değişim katsayısı

$$b_i = \frac{1}{r_i} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.98)$$

olarak tanımlansın ve $n = \sum_{i=1}^k n_i$ olsun. Ters değişim katsayısının ağırlıklandırılmış ortalaması olan $\bar{b}$ istatistiği

$$\bar{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i b_i \quad (2.99)$$

olsun ve

$$T = \sum_{i=1}^k n_i (b_i - \bar{b})^2 \quad (2.100)$$

olarak tanımlansın. b_i istatistiğinin beklenen değeri;

$$E(b_i) = \left(\frac{n_i - 1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left[\frac{1}{2}(n_i - 2)\right]}{\Gamma\left[\frac{1}{2}(n_i - 1)\right]} R \quad (2.101)$$

olmak üzere Stirling'in formülünü Eş. 2.101 yararlanarak Doornbos ve Dijkstra (1983) b_i istatistiğinin varyansının

$$Var(b_i) = \frac{1}{n_i} \left(1 + \frac{1}{2R^2}\right) \quad (2.102)$$

olduğunu göstermiştir. Eş.2.96'da verilen hipotezdeki B parametresinin B^2 durumu için yansız tahmin edicisi

$$\hat{B}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i b_i^2 - \sum_{i=1}^k \frac{n_i - 1}{n_i - 3}}{\sum_{i=1}^k \frac{n_i (n_i - 1)}{(n_i - 3)}} \quad (2.103)$$

olarak bulunmuştur [Doornbos ve Dijkstra, 1983]. T istatistiğinin beklenen değeri

$$\begin{aligned} E(T) &= E\left[\sum_{i=1}^k n_i b_i^2 - N\bar{b}^2\right] \\ &= \sum_{i=1}^k \frac{(N - n_i)(n_i - 1)}{N(n_i - 3)} + B^2 \left\{ \sum_{i=1}^k \frac{n_i (N - n_i)(n_i - 1)}{N(n_i - 3)} + \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^k n_i^2 e_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k n_i e_i \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.104)$$

olarak elde edilmiştir [Doornbos ve Dijkstra, 1983]. Burada

$$e_i = \left(\frac{n_i - 1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left[\frac{1}{2}(n_i - 2)\right]}{\Gamma\left[\frac{1}{2}(n_i - 1)\right]} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.105)$$

dir. B^2 yerine $\hat{B}^2$ konulduğunda $E(T)$, $\hat{E}(T)$ olur. Ancak örnek hacmi büyük olduğunda T istatistiğinin beklenen değeri

$$\hat{E}(T) \approx \left(1 + \frac{1}{2} B^2\right)(k-1) \quad (2.106)$$

olur.

Buna göre Merkezi Olmayan t Test istatistiği;

$$D = (k-1) \frac{T}{\hat{E}(T)} \quad (2.107)$$

şeklinde önermiştir [Doornbos ve Dijkstra,1983]. Bu D istatistiği asimptotik olarak $k-1$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı göstermektedir.

2.2.2. Wald Testi

Değişim katsayılarının eşitliği hipotezinin testi için Wald Testi daha önce verilmişti. Ters değişim katsayıları için de Wald Testi benzer yöntemlerle çözülmektedir. r_i istatistiği yerine b_i , $i=1,2,...,k$ istatistiği kullanılmaktadır. Burada yokluk hipotezi

$$H_o : h_1 = [B_1 - B_2, B_2 - B_3, ..., B_{k-1} - B_k]' = 0 \quad (2.108)$$

olur. h_1 'nin tahmin edicisi

$$\hat{h}_1 = [b_1 - b_2, b_2 - b_3, ..., b_{k-1} - b_k]' \quad (2.109)$$

ve H matrisi de

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}_{(k-1) \times (k)} \quad (2.110)$$

olarak tanımlansın. B parametresinin tahmin edicisi b 'nin varyansı

$$\hat{V}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\left(1 + \frac{b_1^2}{2}\right)}{n_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\left(1 + \frac{b_2^2}{2}\right)}{n_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\left(1 + \frac{b_k^2}{2}\right)}{n_k} \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

olmak üzere, Wald Test istatistiği

$$WT = \hat{h}_1' \left[H \hat{V}_1 H' \right]^{-1} \hat{h}_1 \quad (2.112)$$

olur [Nairy ve Rao, 2003]. Ters değişim katsayıları için Wald Test istatistiği $k-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılıma sahiptir. $k = 2$ için WT istatistiği,

$$WT = [b_1 - b_2] \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\left(1 + \frac{b_1^2}{2}\right)}{n_1} & 0 \\ 0 & \frac{\left(1 + \frac{b_2^2}{2}\right)}{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} [b_1 - b_2] \quad (2.113)$$

olarak ifade edilebilir. Bu matris formu düzenlenirse,

$$WT = \frac{(b_1 - b_2)^2}{\frac{\left(1 + \frac{b_1^2}{2}\right)}{n_1} + \frac{\left(1 + \frac{b_2^2}{2}\right)}{n_2}} \quad (2.114)$$

olur. Bu test istatistiği 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılır.



3. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, önceki bölümde tanıtılmış olan testlerin karşılaştırılması için simülasyon çalışmasına yer verilmiştir. Bu simülasyon çalışması iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda çalışmada yer alan 11 tane test istatistiğinin birinci tip hata bakımından karşılaştırılması yapılmıştır. İkinci kısımda ise güç karşılaştırmalarına yer verilmiştir. Simülasyon çalışmasında her bir durum için iterasyon (tekrar) sayısı 10000 olarak alınmıştır ve her bir test yöntemi için bir MATLAB program kodu hazırlanmıştır. Elde edilen sonuçlar çizelge ve şekillerle verilmiştir. Çizelge ve şekillerin düzenli olması için test yöntemleri kısaltmalarla gösterilmiştir. Bu kısaltmalar Çizelge 3.1.'de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Çizelge ve şekillerde kullanılan kısaltmalar

Kısaltmalar	Açıklama
BT	Bennett Testi
DBT	Düzeltilmiş Bennett Testi
WT	Wald Testi
OGM	Olabilirlik Oran Testi (Gupta ve Ma)
ONR	Olabilirlik Oran Testi (Nairy ve Rao)
SGM	Skor Testi (Gupta ve Ma)
SNR	Skor Testi (Nairy ve Rao)
MT	Miller Testi
KRT	Karesel Rank Testi
MOT	Merkezi Olmayan t Testi
WTT	Wald Testi (Ters değişim katsayısı için)

Gerek I. tip hataların karşılaştırılmasında gerekse testin gücüne ilişkin karşılaştırmalarda normal dağılıma sahip, yığın sayısı (k) 2, 3, 4, 5 ve 6, örnek hacimleride 10, 15, 20, 30, 40, 50 ve 100 olarak alınmıştır. Karşılaştırmalar I. tip hatanın 0,01, 0,05 ve 0,10 olmak üzere üç farklı düzeyi için yapılmıştır.

3.1. I. Tip hata bakımından karşılaştırmalar

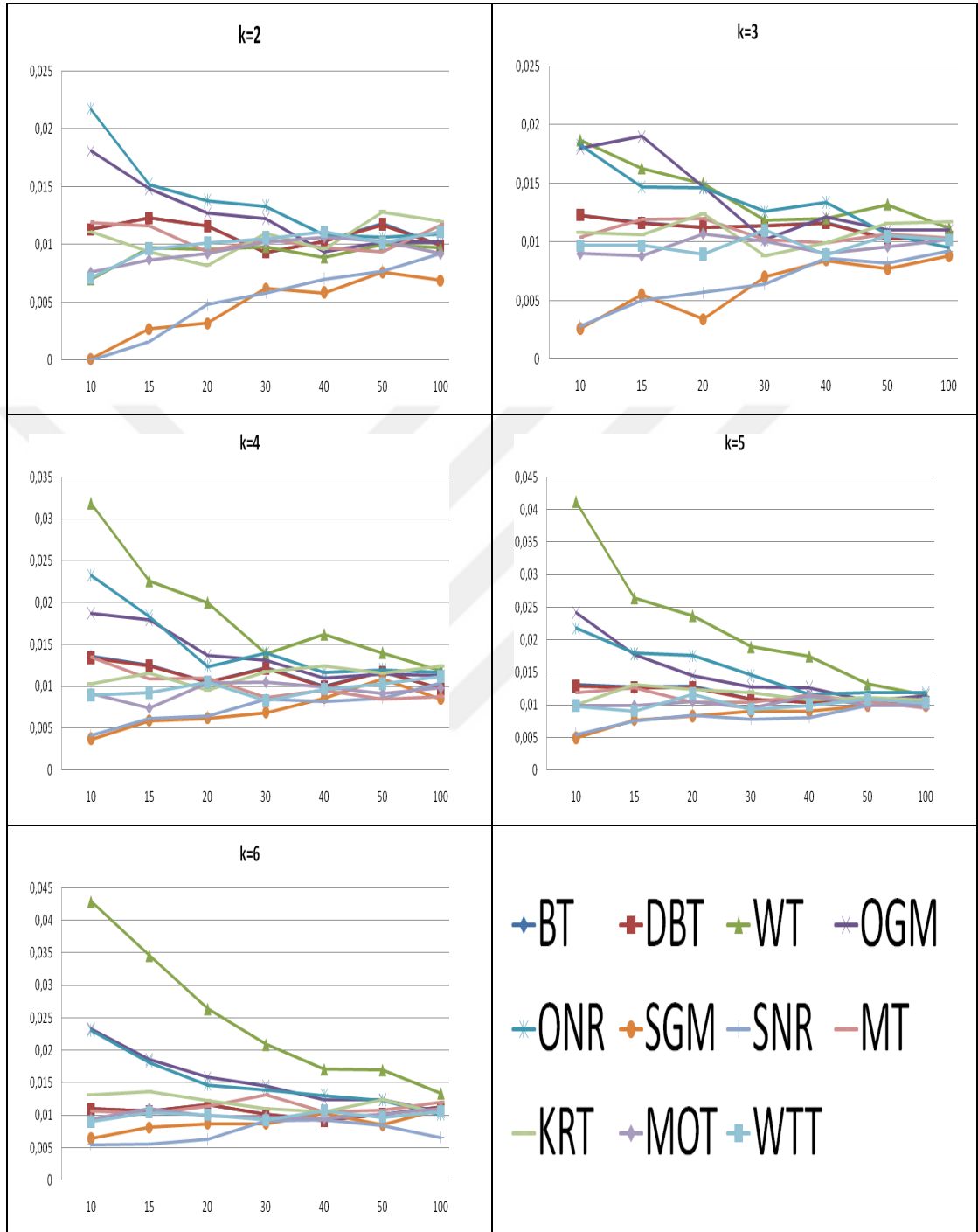
Bu kısımda, I. tip hataya ilişkin karşılaştırmalarda farklı k , n ve α değerleri için deneysel I. tip hata değerleri elde edilmiştir. Bu değerler, nominal I. tip hata değerleri olan 0,01, 0,05 ve 0,10 ile karşılaştırılmıştır. Her bir test yöntemi için deneysel I. tip hata değerinin nominal I. tip hata değerine yakınsama durumu incelenmiştir.

Bu inceleme için değişim katsayısı %10 (0,10) olan ortalaması ve varyansı farklı normal dağılımlı yığınlardan 10000 defa rassal örnekler türetilmiş ve değişim katsayılarının birbirine eşit olduğu şeklindeki yokluk hipotezi test edilmiştir. Bu şekilde yokluk hipotezinin reddedilme oranı hesaplanmıştır. Bu oran deneysel I. tip hatayı vermektedir.

Sonuçlar I. tip hatanın 0,01, 0,05 ve 0,10 düzeyleri için sırasıyla Çizelge 3.2., Çizelge 3.3. ve Çizelge 3.4.'de verilmiştir. Ayrıca testlerin birbirleriyle karşılaştırmasını kolaylaştırılmak için sonuçlara ilişkin grafikler elde edilmiş ve bu grafikler farklı k ve n değerleri için Şekil 3.1., Şekil 3.2. ve Şekil 3.3.'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha=0,01$ ve $R_i=0,1$ ($i=2,\dots,6$) için deneysel I. tip hata sonuçları

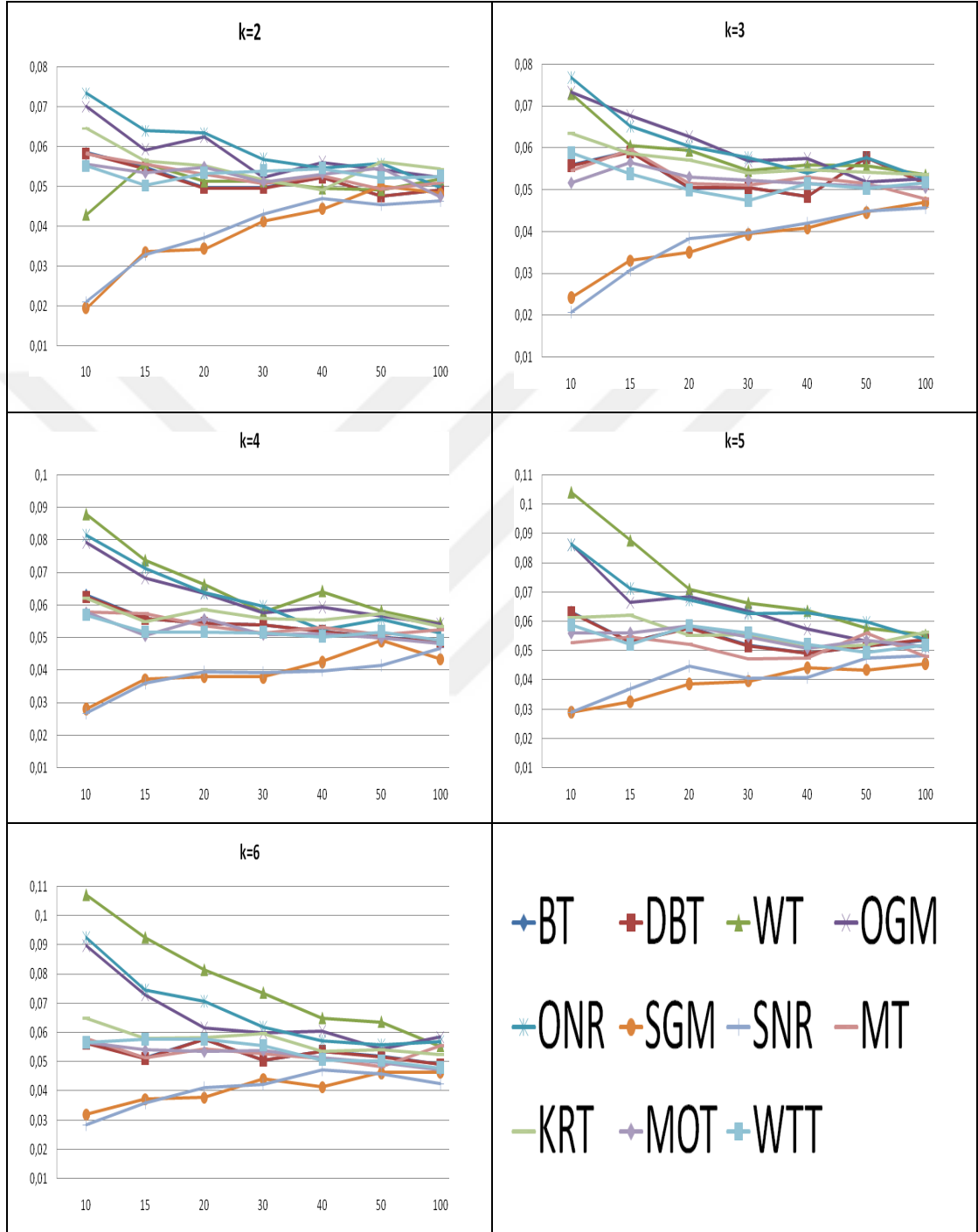
k	n	BT	DBT	WT	OGM	ONR	SGM	SNR	MT	KRT	MOT	WTT
2	10	0,0113	0,0113	0,0070	0,0181	0,0217	0,0001	0,0000	0,0119	0,0111	0,0076	0,0071
	15	0,0123	0,0123	0,0097	0,0148	0,0152	0,0027	0,0016	0,0116	0,0094	0,0087	0,0096
	20	0,0116	0,0116	0,0096	0,0127	0,0138	0,0032	0,0048	0,0094	0,0082	0,0092	0,0101
	30	0,0093	0,0093	0,0098	0,0122	0,0133	0,0062	0,0058	0,0105	0,0110	0,0102	0,0105
	40	0,0103	0,0103	0,0089	0,0094	0,0108	0,0058	0,0070	0,0097	0,0096	0,0106	0,0111
	50	0,0118	0,0117	0,0100	0,0102	0,0106	0,0076	0,0077	0,0094	0,0128	0,0103	0,0101
	100	0,0099	0,0099	0,0097	0,0102	0,0109	0,0069	0,0092	0,0117	0,0120	0,0092	0,0111
3	10	0,0123	0,0123	0,0187	0,0180	0,0183	0,0026	0,0028	0,0104	0,0108	0,0090	0,0097
	15	0,0117	0,0116	0,0163	0,0190	0,0147	0,0055	0,0050	0,0119	0,0106	0,0088	0,0097
	20	0,0113	0,0113	0,0150	0,0147	0,0146	0,0034	0,0057	0,0120	0,0124	0,0107	0,0090
	30	0,0114	0,0114	0,0119	0,0102	0,0126	0,0070	0,0064	0,0102	0,0088	0,0101	0,0110
	40	0,0117	0,0116	0,0120	0,0121	0,0134	0,0084	0,0086	0,0099	0,0099	0,0090	0,0089
	50	0,0103	0,0103	0,0132	0,0110	0,0107	0,0077	0,0082	0,0107	0,0116	0,0096	0,0105
	100	0,0104	0,0104	0,0112	0,0110	0,0095	0,0088	0,0092	0,0103	0,0117	0,0102	0,0102
4	10	0,0136	0,0134	0,0319	0,0187	0,0233	0,0037	0,0041	0,0135	0,0103	0,0091	0,0090
	15	0,0125	0,0124	0,0226	0,0179	0,0184	0,0059	0,0061	0,0109	0,0115	0,0074	0,0093
	20	0,0105	0,0105	0,0200	0,0137	0,0124	0,0062	0,0064	0,0110	0,0095	0,0104	0,0105
	30	0,0122	0,0121	0,0139	0,0131	0,0140	0,0069	0,0085	0,0087	0,0117	0,0105	0,0083
	40	0,0100	0,0099	0,0162	0,0110	0,0117	0,0086	0,0082	0,0096	0,0124	0,0099	0,0097
	50	0,0117	0,0117	0,0140	0,0115	0,0120	0,0109	0,0086	0,0085	0,0115	0,0091	0,0103
	100	0,0097	0,0097	0,0119	0,0113	0,0117	0,0085	0,0104	0,0088	0,0124	0,0098	0,0112
5	10	0,0131	0,0129	0,0412	0,0242	0,0218	0,0049	0,0055	0,0119	0,0101	0,0099	0,0099
	15	0,0127	0,0127	0,0264	0,0178	0,0179	0,0077	0,0076	0,0127	0,0132	0,0099	0,0091
	20	0,0129	0,0127	0,0237	0,0145	0,0176	0,0083	0,0085	0,0104	0,0125	0,0105	0,0117
	30	0,0109	0,0109	0,0189	0,0128	0,0146	0,0090	0,0079	0,0104	0,0120	0,0096	0,0093
	40	0,0104	0,0104	0,0175	0,0127	0,0116	0,0090	0,0081	0,0116	0,0109	0,0114	0,0100
	50	0,0107	0,0107	0,0132	0,0107	0,0119	0,0099	0,0099	0,0105	0,0112	0,0100	0,0109
	100	0,0104	0,0104	0,0115	0,0115	0,0119	0,0099	0,0103	0,0095	0,0109	0,0099	0,0103
6	10	0,0110	0,0110	0,0429	0,0233	0,0231	0,0064	0,0055	0,0107	0,0132	0,0094	0,0090
	15	0,0106	0,0106	0,0346	0,0186	0,0182	0,0081	0,0056	0,0103	0,0137	0,0110	0,0105
	20	0,0116	0,0116	0,0264	0,0158	0,0147	0,0087	0,0063	0,0114	0,0123	0,0099	0,0101
	30	0,0102	0,0102	0,0209	0,0145	0,0140	0,0087	0,0092	0,0132	0,0111	0,0097	0,0092
	40	0,0093	0,0092	0,0171	0,0124	0,0131	0,0103	0,0093	0,0106	0,0106	0,0095	0,0107
	50	0,0102	0,0102	0,0170	0,0124	0,0123	0,0085	0,0084	0,0108	0,0124	0,0101	0,0097
	100	0,0112	0,0112	0,0134	0,0105	0,0101	0,0109	0,0066	0,0121	0,0103	0,0110	0,0106



Şekil 3.1. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha=0,01$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata değerlerine ilişkin grafikler

Çizelge 3.3. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,05$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata sonuçları

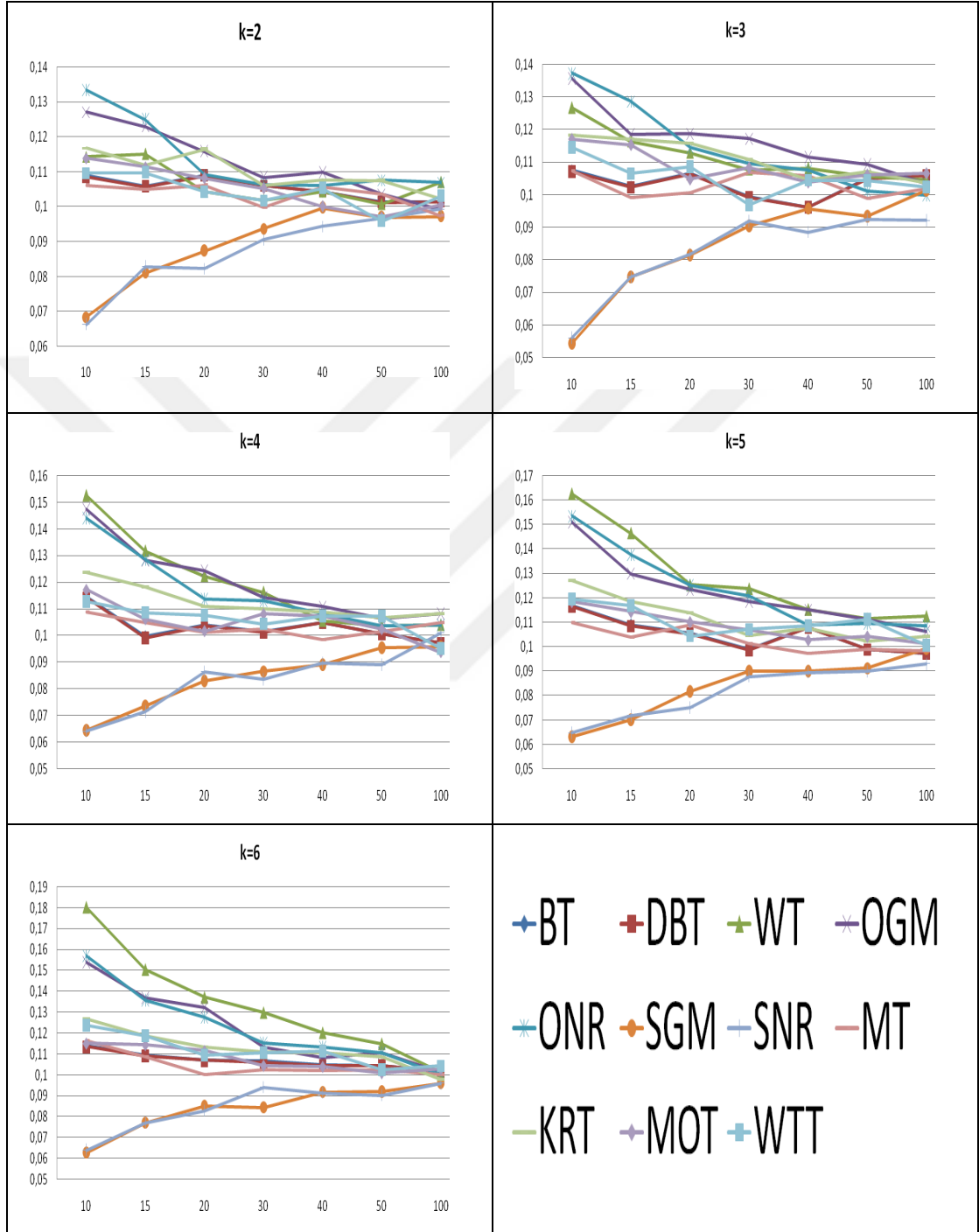
k	n	BT	DBT	WT	OGM	ONR	SGM	SNR	MT	KRT	MOT	WTT
2	10	0,0585	0,0583	0,0429	0,0701	0,0734	0,0194	0,0211	0,0582	0,0646	0,0556	0,0552
	15	0,0548	0,0545	0,0558	0,0592	0,0640	0,0336	0,0328	0,0556	0,0565	0,0534	0,0503
	20	0,0497	0,0496	0,0513	0,0624	0,0634	0,0343	0,0372	0,0530	0,0552	0,0549	0,0533
	30	0,0497	0,0496	0,0513	0,0522	0,0568	0,0413	0,0430	0,0507	0,0517	0,0512	0,0539
	40	0,0523	0,0522	0,0495	0,0561	0,0547	0,0443	0,0470	0,0527	0,0491	0,0531	0,0545
	50	0,0475	0,0475	0,0491	0,0542	0,0558	0,0502	0,0454	0,0494	0,0562	0,0546	0,0521
	100	0,0492	0,0491	0,0518	0,0522	0,0497	0,0483	0,0464	0,0510	0,0544	0,0474	0,0525
3	10	0,0560	0,0558	0,0730	0,0734	0,0769	0,0242	0,0207	0,0547	0,0634	0,0517	0,0588
	15	0,0592	0,0591	0,0606	0,0678	0,0652	0,0331	0,0308	0,0597	0,0586	0,0566	0,0538
	20	0,0505	0,0505	0,0594	0,0627	0,0605	0,0351	0,0385	0,0516	0,0571	0,0531	0,0500
	30	0,0506	0,0506	0,0546	0,0569	0,0578	0,0394	0,0398	0,0512	0,0541	0,0523	0,0475
	40	0,0485	0,0484	0,0559	0,0575	0,0541	0,0408	0,0421	0,0530	0,0549	0,0514	0,0516
	50	0,0577	0,0577	0,0558	0,0519	0,0577	0,0446	0,0451	0,0515	0,0543	0,0508	0,0504
	100	0,0516	0,0515	0,0536	0,0526	0,0527	0,0470	0,0458	0,0478	0,0537	0,0505	0,0518
4	10	0,0631	0,0625	0,0880	0,0793	0,0815	0,0281	0,0269	0,0578	0,0622	0,0578	0,0570
	15	0,0560	0,0559	0,0738	0,0683	0,0714	0,0372	0,0361	0,0574	0,0550	0,0506	0,0518
	20	0,0545	0,0545	0,0663	0,0635	0,0638	0,0381	0,0397	0,0535	0,0587	0,0558	0,0518
	30	0,0541	0,0539	0,0580	0,0576	0,0597	0,0379	0,0393	0,0515	0,0561	0,0510	0,0516
	40	0,0519	0,0519	0,0643	0,0594	0,0523	0,0426	0,0399	0,0532	0,0554	0,0512	0,0504
	50	0,0504	0,0501	0,0582	0,0566	0,0556	0,0491	0,0416	0,0509	0,0574	0,0498	0,0519
	100	0,0488	0,0488	0,0545	0,0541	0,0514	0,0435	0,0468	0,0524	0,0535	0,0482	0,0493
5	10	0,0632	0,0630	0,1041	0,0863	0,0863	0,0289	0,0289	0,0528	0,0612	0,0560	0,0589
	15	0,0531	0,0530	0,0877	0,0665	0,0712	0,0325	0,0370	0,0546	0,0620	0,0562	0,0522
	20	0,0579	0,0576	0,0711	0,0685	0,0672	0,0385	0,0447	0,0521	0,0553	0,0586	0,0586
	30	0,0520	0,0517	0,0664	0,0633	0,0626	0,0395	0,0405	0,0471	0,0556	0,0548	0,0562
	40	0,0492	0,0491	0,0637	0,0573	0,0628	0,0441	0,0408	0,0475	0,0512	0,0508	0,0523
	50	0,0517	0,0515	0,0577	0,0531	0,0598	0,0434	0,0474	0,0561	0,0519	0,0535	0,0494
	100	0,0537	0,0537	0,0555	0,0513	0,0537	0,0455	0,0483	0,0479	0,0564	0,0514	0,0519
6	10	0,0567	0,0562	0,1071	0,0898	0,0926	0,0319	0,0285	0,0580	0,0648	0,0565	0,0566
	15	0,0513	0,0511	0,0925	0,0729	0,0747	0,0371	0,0358	0,0513	0,0579	0,0541	0,0576
	20	0,0578	0,0576	0,0814	0,0616	0,0707	0,0377	0,0411	0,0545	0,0582	0,0535	0,0577
	30	0,0505	0,0505	0,0736	0,0600	0,0620	0,0441	0,0423	0,0527	0,0596	0,0539	0,0556
	40	0,0536	0,0536	0,0649	0,0605	0,0573	0,0414	0,0472	0,0511	0,0534	0,0514	0,0507
	50	0,0519	0,0516	0,0636	0,0544	0,0558	0,0462	0,0459	0,0484	0,0540	0,0496	0,0503
	100	0,0491	0,0491	0,0553	0,0585	0,0570	0,0463	0,0424	0,0555	0,0524	0,0472	0,0479



Şekil 3.2. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,05$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata değerlerine ilişkin grafikler

Çizelge 3.4. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha=0,10$ ve $R_i=0,1$ ($i=2,...,6$) için deneysel I. tip hata sonuçları

k	n	BT	DBT	WT	OGM	ONR	SGM	SNR	MT	KRT	MOT	WTT
2	10	0,1089	0,1085	0,1143	0,1271	0,1333	0,0684	0,0663	0,1062	0,1168	0,1139	0,1096
	15	0,1058	0,1057	0,1151	0,1229	0,1250	0,0811	0,0829	0,1049	0,1119	0,1114	0,1097
	20	0,1089	0,1088	0,1044	0,1158	0,1092	0,0873	0,0823	0,1061	0,1165	0,1082	0,1042
	30	0,1060	0,1060	0,1019	0,1084	0,1064	0,0937	0,0906	0,0998	0,1060	0,1052	0,1018
	40	0,1044	0,1043	0,1044	0,1098	0,1061	0,0996	0,0944	0,1057	0,1076	0,1001	0,1052
	50	0,1013	0,1012	0,1008	0,1036	0,1076	0,0970	0,0966	0,1036	0,1075	0,0971	0,0959
	100	0,1014	0,1014	0,1070	0,0992	0,1069	0,0972	0,0993	0,0974	0,1022	0,1005	0,1030
3	10	0,1075	0,1072	0,1268	0,1356	0,1373	0,0545	0,0562	0,1074	0,1183	0,1170	0,1146
	15	0,1025	0,1023	0,1164	0,1184	0,1286	0,0748	0,0748	0,0991	0,1170	0,1153	0,1065
	20	0,1065	0,1064	0,1129	0,1186	0,1144	0,0815	0,0818	0,1006	0,1158	0,1048	0,1086
	30	0,0994	0,0991	0,1078	0,1171	0,1095	0,0905	0,0918	0,1069	0,1108	0,1083	0,0968
	40	0,0962	0,0961	0,1082	0,1115	0,1074	0,0958	0,0885	0,1058	0,1047	0,1039	0,1044
	50	0,1050	0,1050	0,1057	0,1093	0,1010	0,0934	0,0924	0,0989	0,1071	0,1062	0,1043
	100	0,1060	0,1060	0,1047	0,1033	0,0998	0,1014	0,0921	0,1018	0,1037	0,1066	0,1024
4	10	0,1145	0,1142	0,1526	0,1475	0,1442	0,0644	0,0641	0,1089	0,1238	0,1172	0,1129
	15	0,0997	0,0991	0,1318	0,1283	0,1285	0,0736	0,0715	0,1049	0,1184	0,1062	0,1087
	20	0,1038	0,1037	0,1224	0,1244	0,1137	0,0831	0,0865	0,1011	0,1109	0,1017	0,1076
	30	0,1015	0,1011	0,1163	0,1145	0,1131	0,0866	0,0837	0,1025	0,1100	0,1081	0,1044
	40	0,1048	0,1047	0,1055	0,1110	0,1081	0,0892	0,0898	0,0985	0,1089	0,1074	0,1073
	50	0,1005	0,1005	0,1038	0,1065	0,1036	0,0956	0,0891	0,1015	0,1068	0,1024	0,1074
	100	0,0972	0,0972	0,1040	0,1084	0,1040	0,0959	0,1011	0,1048	0,1084	0,0938	0,0951
5	10	0,1170	0,1166	0,1627	0,1510	0,1535	0,0632	0,0648	0,1099	0,1272	0,1184	0,1195
	15	0,1091	0,1085	0,1466	0,1299	0,1376	0,0702	0,0719	0,1039	0,1186	0,1143	0,1167
	20	0,1055	0,1053	0,1254	0,1233	0,1251	0,0817	0,0751	0,1088	0,1138	0,1101	0,1044
	30	0,0990	0,0987	0,1239	0,1186	0,1209	0,0901	0,0878	0,1014	0,1045	0,1068	0,1071
	40	0,1080	0,1078	0,1154	0,1150	0,1087	0,0901	0,0895	0,0974	0,1075	0,1027	0,1085
	50	0,0990	0,0989	0,1116	0,1112	0,1094	0,0912	0,0899	0,0989	0,1022	0,1042	0,1111
	100	0,0973	0,0973	0,1126	0,1062	0,1085	0,0993	0,0930	0,0985	0,1043	0,1012	0,1006
6	10	0,1139	0,1135	0,1801	0,1538	0,1571	0,0628	0,0640	0,1164	0,1269	0,1151	0,1238
	15	0,1094	0,1091	0,1504	0,1368	0,1357	0,0772	0,0771	0,1088	0,1190	0,1144	0,1188
	20	0,1072	0,1069	0,1371	0,1321	0,1276	0,0853	0,0829	0,1004	0,1134	0,1115	0,1096
	30	0,1065	0,1057	0,1298	0,1133	0,1154	0,0846	0,0941	0,1025	0,1111	0,1044	0,1106
	40	0,1046	0,1045	0,1202	0,1085	0,1134	0,0920	0,0914	0,1022	0,1109	0,1039	0,1113
	50	0,1045	0,1044	0,1150	0,1106	0,1108	0,0921	0,0904	0,1027	0,1086	0,1008	0,1025
	100	0,1017	0,1017	0,1014	0,1014	0,1002	0,0961	0,0960	0,1003	0,0980	0,1028	0,1043



Şekil 3.3. Farklı k ve n değerleri durumunda $\alpha = 0,10$ ve $R_i = 0,1$ ($i = 2, \dots, 6$) için deneysel I. tip hata değerlerine ilişkin grafikler

$\alpha=0,01$ için iki yığının ($k=2$) olduğu durum incelendiğinde $n=10$ olduğunda en iyi test yönteminin KRT olduğu görülmektedir. $n=10$ durumunda Karesel rank testinden elde edilen deneysel birinci tip hata değeri 0,0111'dir. Bu değer nominal birinci tip hata değeri olan 0,01'e oldukça yakındır. $n=10$ durumunda SGM, ONR ve SNR ise nominal birinci tip hata değeri olan 0,01'e en uzak değerleri vermiştir. $n=10$ durumunda yığın sayısına göre incelemeler yapıldığında $k=6$ durumu hariç diğer durumlarda yine karesel rank testinin oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Ayrıca MOT $k=2$ durumu için elde edilen sonuç nominal değer olan 0,01'den uzak iken k değeri arttıkça sonuçlar 0,01'e yakınsamakta ve istikrarlı bir duruma gelmektedir. Tüm k durumlarında örnek çapı arttıkça deneysel I. tip hata değeri nominal değer olan 0,01'e yakınsamaktadır. Ancak $k=2$ durumunda örnek çapı 100 olduğunda bile SGM testinden elde edilen değer 0,01 değerinin uzağında kalmaya devam etmektedir ve KRT testinin sonuçlarında da bir kötüleşme vardır. k değeri arttıkça WT'ye ait sonuçlardaki kötüleşme de çok belirgindir. $\alpha=0,01$ durumundaki dikkat çeken sonuçlardan birisi de k , yani yığın sayısı, arttıkça 0,01 etrafındaki en istikrarlı sonuçlar ters değişim katsayılarının WTT elde edilmiştir. Özellikle örnek çapının 30'dan küçük olduğu durumlarda tüm k değerlerinde ONR ve OGM ait sonuçlarda iyileşme gözükmemektedir.

$\alpha=0,05$ durumu için elde edilen sonuçlar incelendiğinde $n=10$ durumunda $k=2$ için en iyi sonuç WTT ve MOT testinde elde edilmiştir. k değeri arttıkça WTT ve MOT testleri yine iyi sonuçlar vermeye devam ederken MT testinin sonuçlarında da bir iyileşme görülmektedir. Ayrıca yine $n=10$ durumunda OGM, ONR, SGM ve SNR testleri iyi olmayan sonuçlar verirken WT testi k arttıkça kötüleşen sonuçlar vermektedir. Tüm testlerde örnek çapı arttıkça sonuçlarda bir iyileşme gözlenmektedir. Tüm k durumlarında örnek çapının artmasına göre en az iyileşmeyi gösteren testler SGM ve SNR testleridir.

$\alpha=0,10$ durumuna ait sonuçlar incelendiğinde ise örnek çapı ve k değeri büyük iken tüm test sonuçlarının birbirine hızla yakınsadığı görülmektedir. Örneğin $k=6$ ve

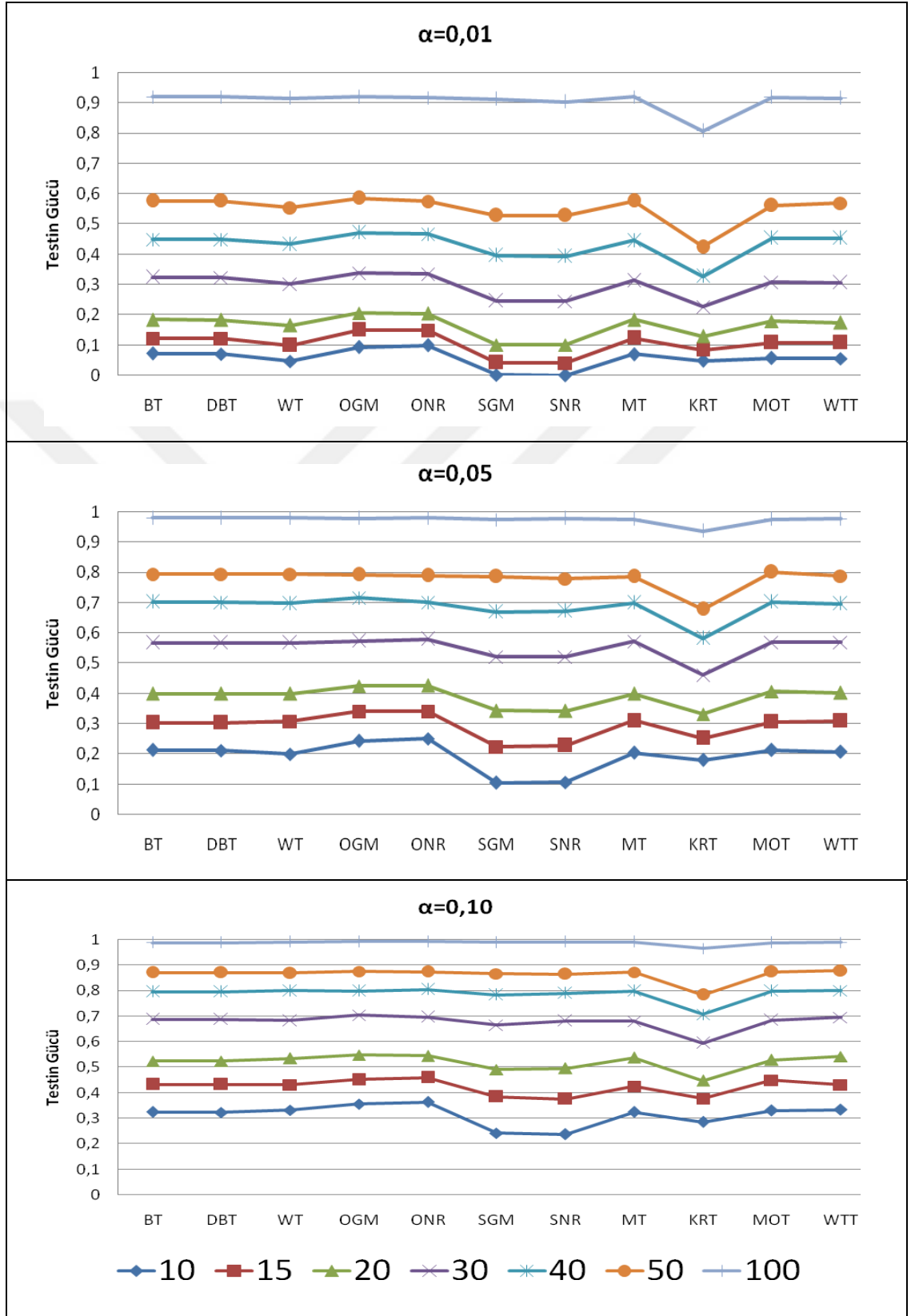
$n=100$ durumu incelendiğinde elde edilen değerlerin 0,10 etrafında birbirine oldukça yakın olduğu açıkça görülmektedir. Yine bu α düzeyinde de en kötü sonuçlar OGM, ONR, SGM ve SNR testlerinden elde edilirken, WT testi yine k arttıkça hızla kötüleşmektedir. $k=6$ için en kötü sonuçlar WT testinden elde edilmiştir. Daha önceki α düzeylerinden farklı olarak burada en istikrarlı sonuçları veren testlerden birisi de MT testi olarak görülmektedir. Yani α arttıkça MT testinde de bir iyileşme olduğu görülmektedir.

3.2. Güç Karşılaştırmaları

Güç karşılaştırmalarında farklı k , n ve α değerleri için testin gücüne ilişkin sonuçlar verilmiştir. Bu inceleme için değişim katsayısı farklı olan k tane yığından rassal örnekler seçilmiş ve değişim katsayılarının birbirine eşit olduğu şeklindeki yokluk hipotezi 10000 defa test edilmiştir. k tane değişim katsayısının birbirinden farklı olmadığını ifade eden yokluk hipotezinin reddedilme sayısı toplam iterasyon sayısına bölünerek testin gücü hesaplanmıştır. k tane yığının olduğu durumda değişim katsayısı farklı olan 1, 2, ..., $k-1$ yığın için tüm durumlar incelenmiştir. Örneğin $k=3$ olduğunda değişim katsayısı farklı olan 1 yığın ve değişim katsayısı farklı olan 2 yığın olmak üzere durumlar incelenmiştir. k tane yığının olduğu bir durumda değişim katsayıları birbirinden farklı olan yığın sayısı arttıkça dağılımdaki farklılaşmayı yakalamak daha kolay olacağından testin gücünün artması beklenir. Böylece birbirinden farklı olan yığın sayılarına göre de testlerin karşılaştırılması mümkün olmaktadır. Bir test istatistiği için testin gücünün yüksek olması arzulanan bir durumdur. Bilindiği gibi testin gücü, dağılımdaki farklılaşma miktarı, örnek çapı ve I. tip hatanın bir fonksiyonudur. İstatistik teorisinden şu üç sonuç iyi bilinmektedir; i) dağılımdaki farklılaşma miktarı ve örnek çapı sabit olmak üzere birinci tip hata arttıkça testin gücünün artması beklenir, ii) dağılımdaki farklılaşma miktarı ve I. tip hata sabit olmak üzere örnek çapı arttıkça testin gücünün artması beklenir, iii) örnek çapı ve I. tip hata sabit olmak üzere dağılımdaki farklılaşma miktarı arttıkça testin gücünün artması beklenir. I. tip hatanın karşılaştırılmasında olduğu gibi elde edilen sonuçlar çizelge ve şekillerle verilerek yorumlanmıştır.

Çizelge 3.5. $k = 2$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,0721	0,1222	0,1843	0,3242	0,4492	0,5769	0,9199
	DBT	0,0715	0,1216	0,1841	0,3236	0,4491	0,5765	0,9197
	WT	0,0469	0,0988	0,1648	0,3017	0,4333	0,5546	0,9150
	OGM	0,0937	0,1501	0,2057	0,3383	0,4709	0,5846	0,9191
	ONR	0,0991	0,1490	0,2041	0,3354	0,4668	0,5750	0,9169
	SGM	0,0018	0,0420	0,1013	0,2465	0,3963	0,5284	0,9118
	SNR	0,0013	0,0416	0,1007	0,2457	0,3927	0,5290	0,9035
	MT	0,0703	0,1235	0,1844	0,3133	0,4452	0,5759	0,9198
	KRT	0,0480	0,0849	0,1294	0,2268	0,3279	0,4242	0,8075
	MOT	0,0575	0,1082	0,1794	0,3076	0,4527	0,5607	0,9184
	WTT	0,0567	0,1080	0,1738	0,3066	0,4535	0,5686	0,9153
0,05	BT	0,2128	0,3041	0,3994	0,5678	0,7020	0,7941	0,9791
	DBT	0,2117	0,3036	0,3990	0,5677	0,7014	0,7940	0,9791
	WT	0,2002	0,3080	0,3996	0,5672	0,6973	0,7935	0,9797
	OGM	0,2441	0,3416	0,4246	0,5736	0,7157	0,7917	0,9788
	ONR	0,2507	0,3413	0,4257	0,5801	0,7004	0,7899	0,9796
	SGM	0,1051	0,2244	0,3433	0,5206	0,6686	0,7859	0,9735
	SNR	0,1077	0,2283	0,3421	0,5209	0,6725	0,7791	0,9776
	MT	0,2048	0,3104	0,3997	0,5726	0,7000	0,7856	0,9752
	KRT	0,1811	0,2530	0,3315	0,4615	0,5822	0,6776	0,9357
	MOT	0,2137	0,3068	0,4069	0,5690	0,7021	0,8012	0,9748
	WTT	0,2080	0,3097	0,4022	0,5687	0,6968	0,7880	0,9762
0,10	BT	0,3242	0,4328	0,5245	0,6871	0,7952	0,8698	0,9873
	DBT	0,3232	0,4322	0,5237	0,6870	0,7949	0,8695	0,9873
	WT	0,3317	0,4305	0,5339	0,6821	0,7992	0,8680	0,9904
	OGM	0,3563	0,4512	0,5485	0,7042	0,7981	0,8748	0,9910
	ONR	0,3636	0,4597	0,5443	0,6970	0,8046	0,8734	0,9911
	SGM	0,2416	0,3837	0,4911	0,6653	0,7829	0,8654	0,9882
	SNR	0,2371	0,3759	0,4958	0,6818	0,7900	0,8644	0,9903
	MT	0,3244	0,4249	0,5379	0,6799	0,7976	0,8724	0,9905
	KRT	0,2857	0,3770	0,4476	0,5940	0,7070	0,7839	0,9644
	MOT	0,3308	0,4491	0,5282	0,6841	0,7982	0,8731	0,9865
	WTT	0,3339	0,4305	0,5418	0,6951	0,7996	0,8771	0,9894



Şekil 3.4. $k = 2$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

$k = 2$ durumu için testin gücüne ilişkin değerler incelendiğinde $\alpha = 0,01$ durumunda özellikle $n = 10, 15, 20, 30, 40$ ve 50 durumlarında SGM ve SNR testlerinden elde edilen sonuçlar diğer testlere göre oldukça düşüktür. $\alpha = 0,01$ için $n = 10, 15, 20, 30$ ve 40 değerleri için OGM ve ONR testleri en iyi sonuçları vermiştir. $n = 50$ durumunda OGM, ONR, BT, DBT ve MT testleri en iyi sonucu vermektedir. MT testi örnek çapı arttıkça daha iyi sonuçlar verirken KRT testinde tersi bir durum söz konusudur. Örnek çapı arttıkça KRT testindeki kötüleşme daha net bir şekilde görülmektedir. $\alpha = 0,05$ durumunda özellikle $n = 10$ ve 15 durumlarında SGM ve SNR testlerinden elde edilen değerler diğer testlere göre oldukça düşüktür. $n = 20$ ve daha büyük iken KRT testinden elde edilen değerler diğer testlerinden elde edilen değerlerden daha düşüktür. $n = 50$ ve 100 değerleri için KRT testi hariç diğer tüm testlerde sonuçlar birbirine çok yakındır. $\alpha = 0,10$ için de benzer durumlar görülmektedir. Bu üç grafikten de görüldüğü gibi birinci tip hata arttıkça tüm testlerde testin gücü artmaktadır. Ayrıca birinci tip hata arttıkça KRT testinin diğer testlere göre daha düşük değerler verme durumu daha küçük örnek çaplarında ortaya çıkmaktadır. Örneğin, $\alpha = 0,01$ durumunda $n = 30$ iken KRT testi en düşük değeri verirken, $\alpha = 0,10$ durumunda $n = 15$ iken en düşük değeri vermektedir.

$k = 3$ iken testin gücüne ilişkin çizelge ve şekiller incelendiğinde, $\alpha = 0,01$ için 3 değişim katsayısının da birbirinden farklı olduğu durumunda (Çizelge 3.6 ve Şekil 3.5) Nairy ve Rao'nun Skor Testi (SNR) ve Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM) $n = 10, 15$ ve 20 iken en kötü sonuçlar vermektedir. $n = 30, 40$ ve 50 değerleri için ise en kötü sonuçlar Karesel Rank Testinden (KRT) elde edilmiştir. $n = 100$ olduğunda ise tüm test istatistikleri birbirine yakın sonuçlar vermektedir. $\alpha = 0,01$ için 3 değişim katsayısından iki tanesinin farklı olduğu durumunda ise (Çizelge 3.7 ve Şekil 3.6) Nairy ve Rao'nun Skor Testi (SNR) ve Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM) $n = 10, 15, 20, 30, 40$ iken en kötü sonuçlar vermeye devam ederken, $n = 50$ durumunda Nairy ve Rao'nun Skor Testi (SNR), Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM) ve Karesel Rank Testi (KRT) en kötü sonuçları vermektedir. $n = 100$ durumunda

Karesel Rank Testi (KRT) diğer test yöntemlerine göre oldukça düşük değerler vermektedir.

3 değişim katsayısının da birbirinden farklı olduğu durum ile 3 değişim katsayısından iki tanesinin farklı olduğu duruma ilişkin sonuçlar en iyi test istatistikleri bakımından karşılaştırıldığında ise dikkat çekici bazı durumlar görülmektedir. 3 değişim katsayısı da birbirinden farklı olduğunda (Çizelge 3.6 ve Şekil 3.5) örnek çapının 30 ve daha küçük olduğu durum için en iyi sonuçları OGM ve ONR testleri verirken daha büyük örnek çaplarında bu test istatistiklerine SGM, SNR ve KRT test istatistiklerinin dışındaki diğer test istatistikleri de katılmaktadır. Diğer yandan 3 değişim katsayısından iki tanesinin farklı olduğu durum incelendiğinde örnek çapı 50 ve daha küçük iken en iyi test istatistiğinin Wald Testi (WT) olduğu görülmektedir. $\alpha = 0,05$ ve $\alpha = 0,10$ için de sonuçlar değişmemektedir ve aynı yorumları yapmak mümkündür. Ayrıca şekillerden görüldüğü gibi birbirinden farklı olan yığınların sayısı azaldıkça farklılaşmayı tespit etmek zorlaşmakta ve testin gücü düşmektedir. Yine grafiklerden görüldüğü gibi I.tip hata arttıkça testin gücü artmaktadır. Son olarak örnek çapı arttıkça testin gücünün arttığı açık bir şekilde görülmektedir.

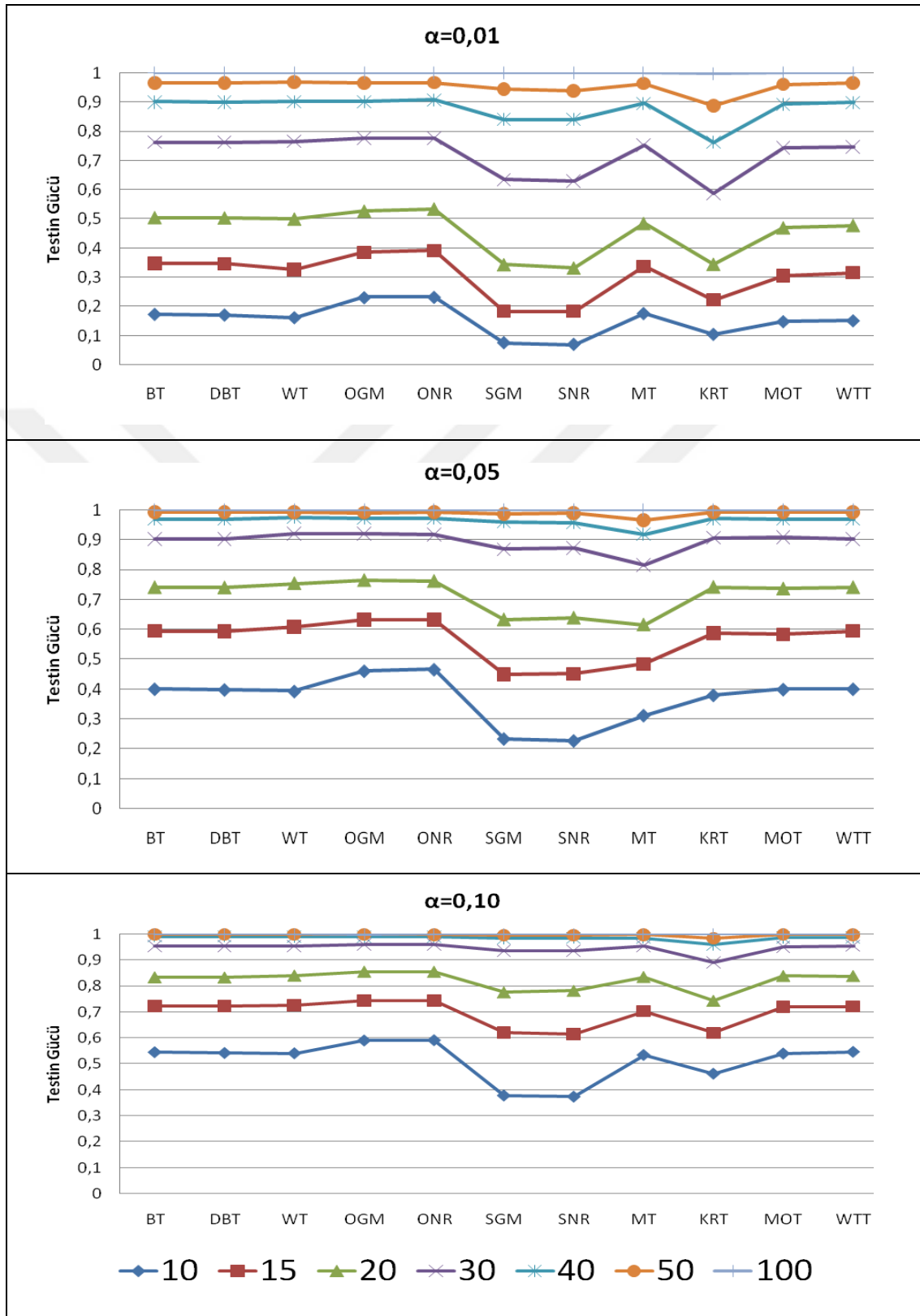
$k = 4$ iken testin gücüne ilişkin çizelge ve şekiller incelendiğinde, $\alpha = 0,01$ için 4 değişim katsayısının da birbirinden farklı olduğu durumunda (Çizelge 3.8 ve Şekil 3.7) Nairy ve Rao'nun Skor Testi (SNR) ve Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM) $n = 10$ ve 15 iken en kötü sonuçlar vermektedir. $n = 30$ değeri için ise en kötü sonuç Karesel Rank Testinden (KRT) ile elde edilmiştir. $n > 30$ olduğunda ise tüm test istatistikleri birbirine yakın sonuçlar vermektedir. Görüldüğü gibi $k = 3$ durumundan farklı olarak test istatistiklerinin birbirine yakınsaması daha küçük örnek çapında ($n > 30$) nominalleşmiştir. Yığın sayısı arttığında testin gücünün artması beklenir dolayısıyla bu sonuç beklenen bir sonuçtur. Yine $k = 3$ durumunda olduğu gibi birbirinden farklı yığın sayısı arttıkça MT testinin çok daha iyi sonuçlar verdiği şekillerden görülmektedir. Yine $k = 4$ için şekiller incelendiğinde dikkat çekici sonuçlardan birisi de birbirinden farklı yığın sayıları azaldıkça farklı örnek çaplarından elde edilen sonuçların birbirine yakınsamaya başlamasıdır.

$\alpha = 0,01$ için 4 değişim katsayısından üç tanesinin farklı olduğu durumda ise (Çizelge 3.9 ve Şekil 3.8) Nairy ve Rao'nun Skor Testi (SNR) ve Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM) $n = 10, 15, 20, 30$ iken en kötü sonuçlar vermeye devam ederken, $n = 40$ ve 50 durumunda Nairy ve Rao'nun Skor Testi (SNR), Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM) ve Karesel Rank Testi (KRT) en kötü sonuçları vermektedir. $n = 100$ durumunda Karesel Rank Testi (KRT) diğer test yöntemlerine göre oldukça düşük değerler vermektedir. $\alpha = 0,05$ ve $\alpha = 0,10$ için de benzer yorumları yapmak mümkündür.

$k = 5$ ve $k = 6$ durumlarında da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu durumlarda yığın sayısına göre test istatistiklerinin davranışları daha belirgin olarak görülmektedir. Yığın sayısı arttıkça testin gücündeki artış ve birbirinden farklı yığınların sayısı azaldıkça testin gücündeki azalış bu grafiklerde (Şekil 3.10 ve Şekil 3.18) daha belirgin bir şekilde görülmektedir.

Çizelge 3.6. $k = 3$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

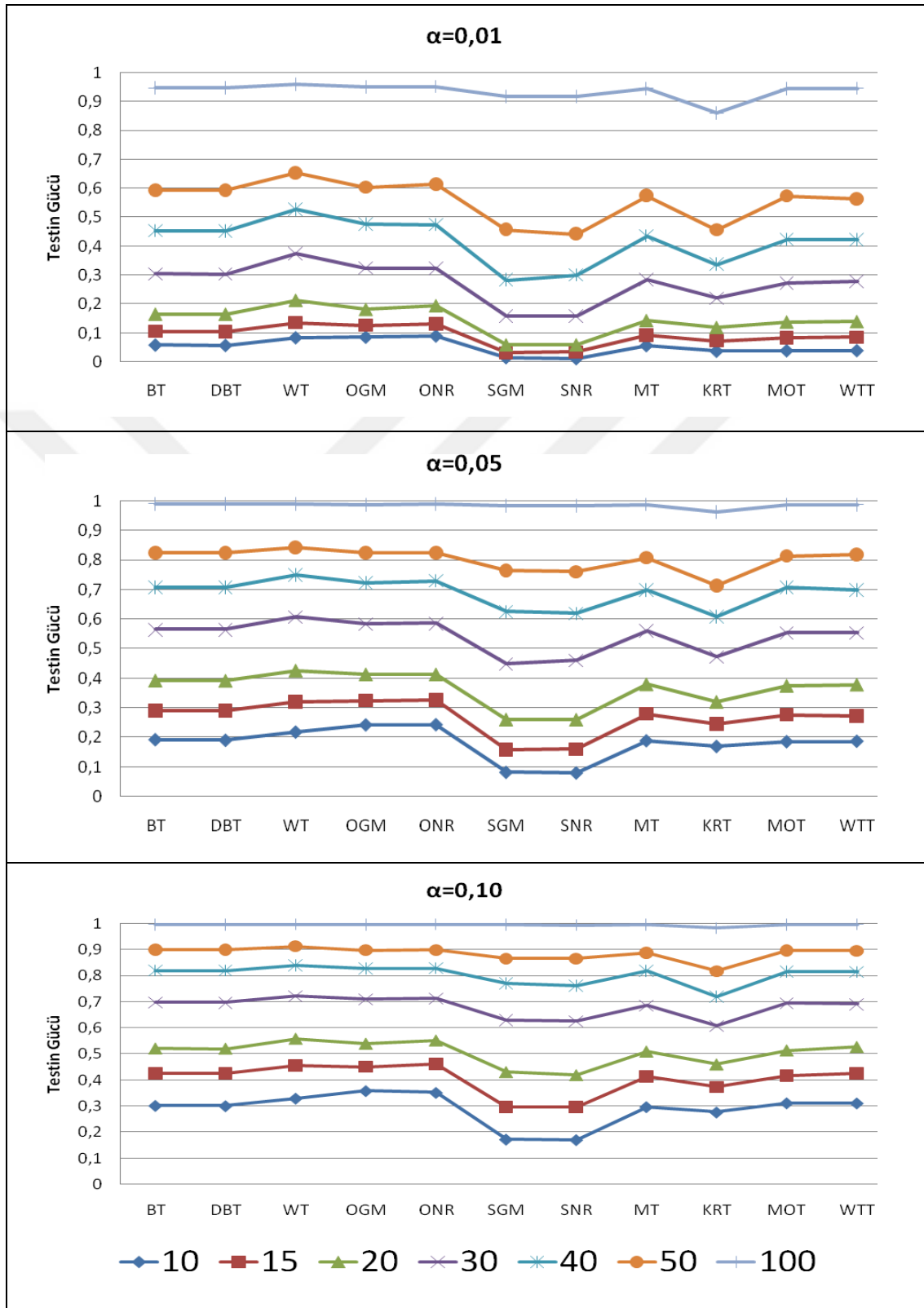
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,1738	0,3486	0,5053	0,7633	0,8998	0,9661	0,9998
	DBT	0,1716	0,3468	0,5043	0,7627	0,8997	0,9661	0,9998
	WT	0,1622	0,3268	0,5004	0,7655	0,9018	0,9690	1,0000
	OGM	0,2315	0,3854	0,5277	0,7768	0,9011	0,9655	1,0000
	ONR	0,2328	0,3917	0,5351	0,7769	0,9071	0,9671	1,0000
	SGM	0,0756	0,1838	0,3432	0,6346	0,8406	0,9436	0,9999
	SNR	0,0699	0,1837	0,3318	0,6301	0,8406	0,9382	1,0000
	MT	0,1767	0,3369	0,4852	0,7529	0,8956	0,9642	1,0000
	KRT	0,1045	0,2217	0,3446	0,5870	0,7626	0,8866	0,9980
	MOT	0,1484	0,3057	0,4702	0,7430	0,8924	0,9603	0,9998
	WTT	0,1515	0,3159	0,4786	0,7463	0,8981	0,9645	0,9998
0,05	BT	0,4012	0,5948	0,7416	0,9025	0,9700	0,9930	1,0000
	DBT	0,3989	0,5931	0,7408	0,9019	0,9699	0,9929	1,0000
	WT	0,3936	0,6086	0,7549	0,9199	0,9750	0,9939	1,0000
	OGM	0,4615	0,6315	0,7654	0,9207	0,9732	0,9917	1,0000
	ONR	0,4666	0,6329	0,7627	0,9179	0,9720	0,9928	1,0000
	SGM	0,2347	0,4482	0,6333	0,8678	0,9610	0,9878	1,0000
	SNR	0,2281	0,4498	0,6390	0,8718	0,9579	0,9898	1,0000
	MT	0,3130	0,4837	0,6160	0,8145	0,9184	0,9657	1,0000
	KRT	0,3807	0,5872	0,7426	0,9061	0,9706	0,9934	1,0000
	MOT	0,3999	0,5830	0,7371	0,9081	0,9702	0,9925	1,0000
	WTT	0,4012	0,5948	0,7416	0,9025	0,9700	0,9930	1,0000
0,10	BT	0,5454	0,7227	0,8334	0,9533	0,9899	0,9969	1,0000
	DBT	0,5423	0,7221	0,8326	0,9532	0,9899	0,9969	1,0000
	WT	0,5411	0,7264	0,8402	0,9526	0,9885	0,9980	1,0000
	OGM	0,5904	0,7439	0,8552	0,9590	0,9885	0,9971	0,9999
	ONR	0,5913	0,7434	0,8550	0,9585	0,9895	0,9966	1,0000
	SGM	0,3788	0,6218	0,7750	0,9346	0,9822	0,9958	1,0000
	SNR	0,3744	0,6147	0,7811	0,9346	0,9838	0,9959	1,0000
	MT	0,5346	0,7027	0,8348	0,9527	0,9850	0,9968	1,0000
	KRT	0,4626	0,6199	0,7425	0,8894	0,9580	0,9838	1,0000
	MOT	0,5401	0,7194	0,8386	0,9503	0,9865	0,9976	1,0000
	WTT	0,5467	0,7207	0,8383	0,9543	0,9855	0,9966	1,0000



Şekil 3.5. $k = 3$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.7. $k = 3$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

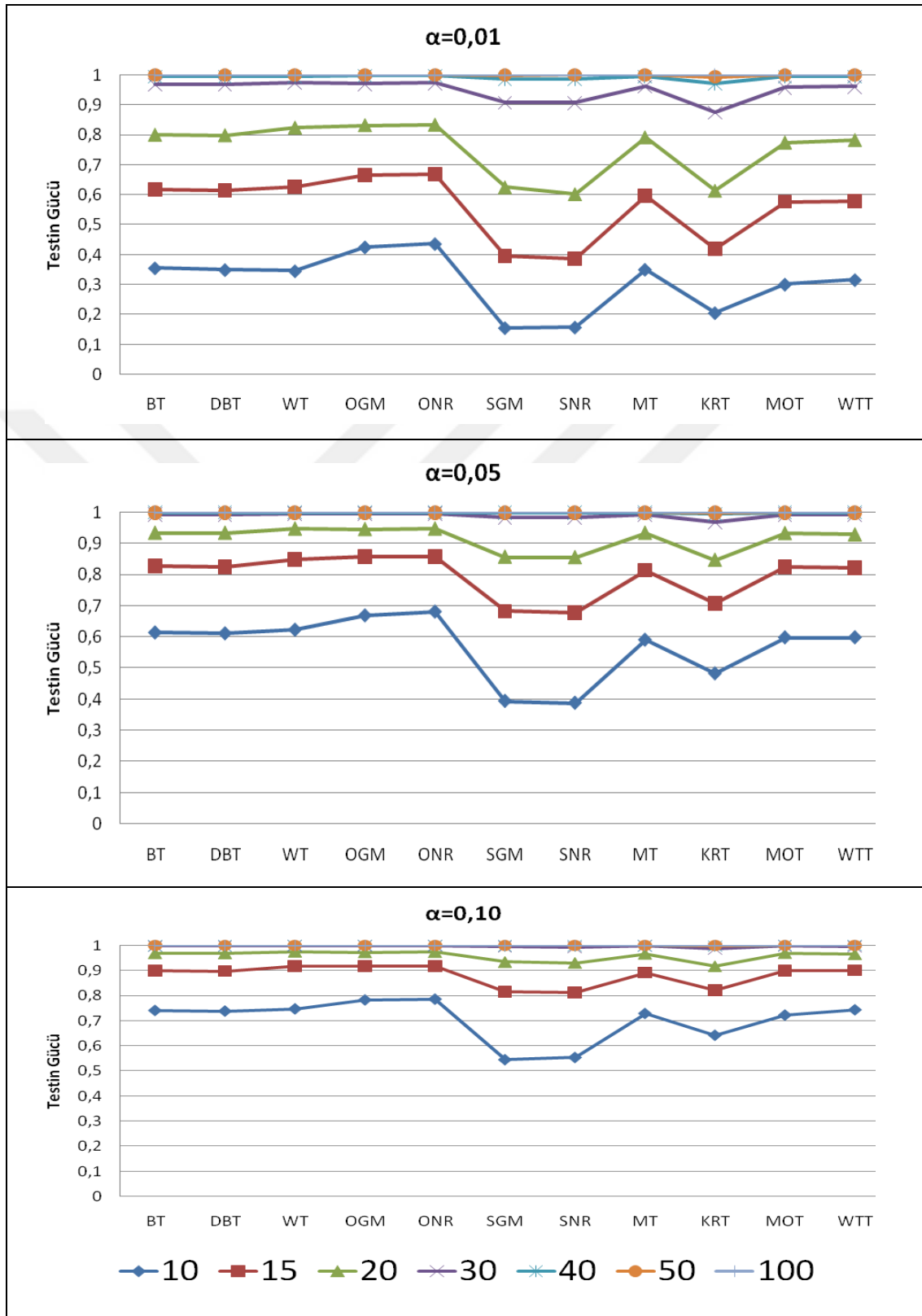
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,0581	0,1054	0,1653	0,3048	0,4536	0,5936	0,9472
	DBT	0,0569	0,1050	0,1649	0,3039	0,4531	0,5930	0,9471
	WT	0,0829	0,1356	0,2126	0,3754	0,5287	0,6540	0,9594
	OGM	0,0848	0,1273	0,1816	0,3250	0,4763	0,6035	0,9510
	ONR	0,0890	0,1319	0,1943	0,3232	0,4747	0,6144	0,9515
	SGM	0,0155	0,0313	0,0595	0,1587	0,2831	0,4571	0,9177
	SNR	0,0120	0,0332	0,0596	0,1601	0,3007	0,4420	0,9171
	MT	0,0562	0,0931	0,1432	0,2853	0,4362	0,5744	0,9454
	KRT	0,0372	0,0722	0,1192	0,2207	0,3377	0,4560	0,8612
	MOT	0,0390	0,0829	0,1381	0,2736	0,4234	0,5732	0,9438
	WTT	0,0393	0,0855	0,1396	0,2784	0,4229	0,5632	0,9456
0,05	BT	0,1922	0,2901	0,3916	0,5647	0,7076	0,8252	0,9903
	DBT	0,1902	0,2887	0,3909	0,5641	0,7074	0,8250	0,9903
	WT	0,2180	0,3195	0,4252	0,6076	0,7500	0,8430	0,9891
	OGM	0,2424	0,3236	0,4127	0,5846	0,7224	0,8246	0,9872
	ONR	0,2430	0,3259	0,4126	0,5857	0,7303	0,8248	0,9894
	SGM	0,0817	0,1578	0,2603	0,4485	0,6256	0,7646	0,9842
	SNR	0,0797	0,1600	0,2596	0,4604	0,6188	0,7605	0,9840
	MT	0,1887	0,2788	0,3792	0,5607	0,6981	0,8079	0,9880
	KRT	0,1694	0,2452	0,3198	0,4728	0,6079	0,7129	0,9624
	MOT	0,1856	0,2758	0,3738	0,5532	0,7066	0,8140	0,9878
	WTT	0,1870	0,2714	0,3778	0,5532	0,6980	0,8177	0,9875
0,10	BT	0,3016	0,4258	0,5214	0,6973	0,8203	0,8998	0,9958
	DBT	0,3006	0,4249	0,5206	0,6968	0,8202	0,8998	0,9958
	WT	0,3298	0,4563	0,5591	0,7215	0,8402	0,9125	0,9965
	OGM	0,3588	0,4511	0,5401	0,7107	0,8274	0,8985	0,9960
	ONR	0,3520	0,4622	0,5526	0,7124	0,8295	0,8988	0,9962
	SGM	0,1713	0,2968	0,4303	0,6288	0,7708	0,8649	0,9952
	SNR	0,1695	0,2971	0,4186	0,6241	0,7619	0,8649	0,9942
	MT	0,2970	0,4131	0,5099	0,6864	0,8188	0,8879	0,9956
	KRT	0,2762	0,3735	0,4601	0,6071	0,7196	0,8172	0,9824
	MOT	0,3116	0,4176	0,5139	0,6938	0,8163	0,8967	0,9952
	WTT	0,3112	0,4266	0,5274	0,6903	0,8148	0,8957	0,9962



Şekil 3.6. $k = 3$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.8. $k = 4$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

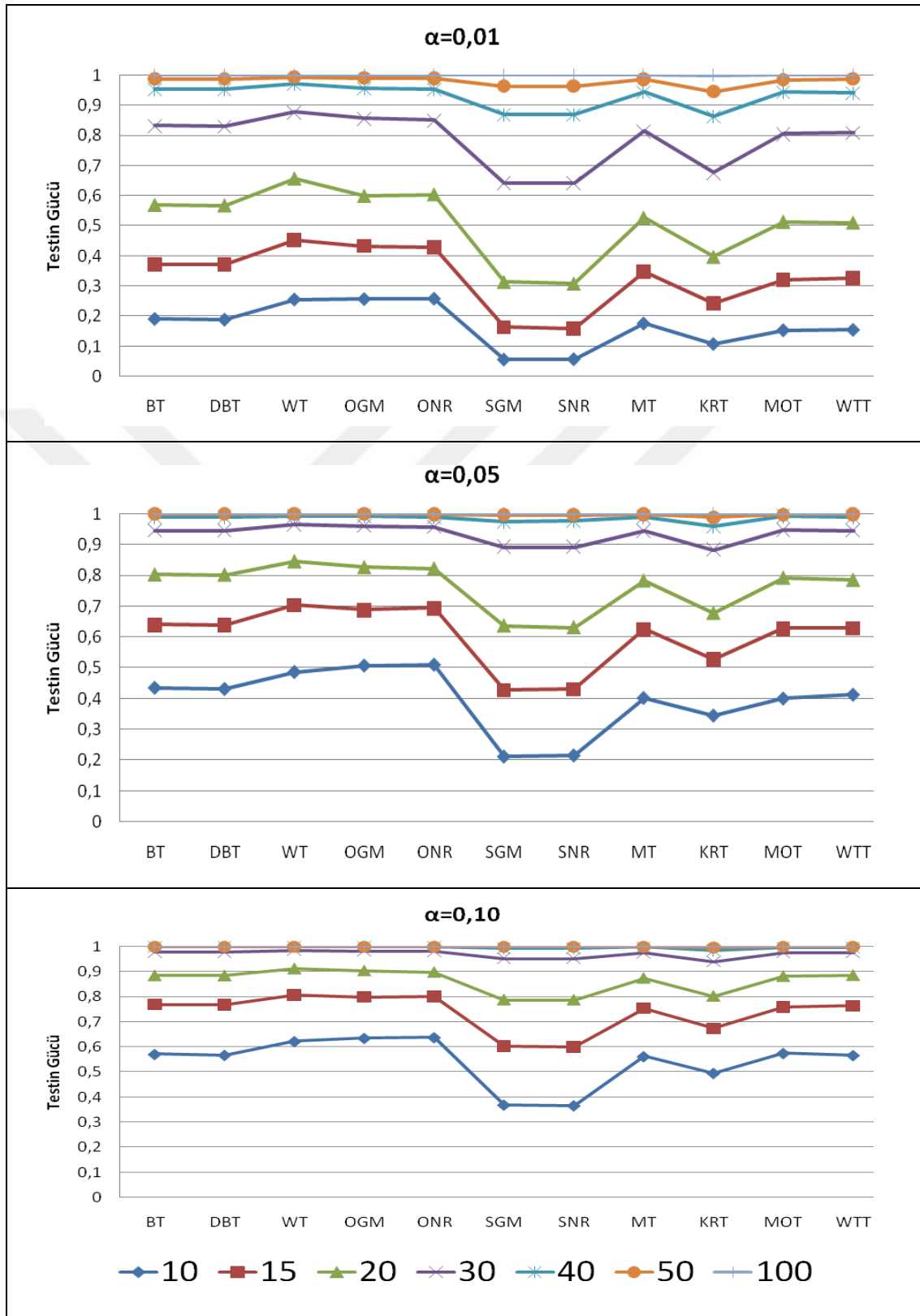
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,3552	0,6166	0,7997	0,9684	0,9954	0,9995	1,0000
	DBT	0,3493	0,6142	0,7981	0,9683	0,9952	0,9995	1,0000
	WT	0,3454	0,6264	0,8234	0,9734	0,9957	1,0000	1,0000
	OGM	0,4253	0,6653	0,8313	0,9694	0,9975	0,9996	1,0000
	ONR	0,4362	0,6687	0,8328	0,9724	0,9973	0,9999	1,0000
	SGM	0,1551	0,3956	0,6249	0,9073	0,9856	0,9989	1,0000
	SNR	0,1571	0,3863	0,6022	0,9066	0,9867	0,9991	1,0000
	MT	0,3505	0,5968	0,7910	0,9613	0,9956	0,9995	1,0000
	KRT	0,2052	0,4197	0,6136	0,8751	0,9705	0,9934	1,0000
	MOT	0,3006	0,5763	0,7735	0,9577	0,9953	0,9994	1,0000
	WTT	0,3157	0,5786	0,7820	0,9606	0,9956	0,9995	1,0000
0,05	BT	0,6143	0,8257	0,9342	0,9932	0,9991	1,0000	1,0000
	DBT	0,6114	0,8240	0,9342	0,9931	0,9991	1,0000	1,0000
	WT	0,6231	0,8466	0,9476	0,9947	0,9997	1,0000	1,0000
	OGM	0,6692	0,8567	0,9459	0,9945	0,9998	1,0000	1,0000
	ONR	0,6813	0,8565	0,9477	0,9950	0,9997	1,0000	1,0000
	SGM	0,3939	0,6821	0,8571	0,9830	0,9985	1,0000	1,0000
	SNR	0,3878	0,6771	0,8555	0,9823	0,9987	0,9999	1,0000
	MT	0,5910	0,8127	0,9342	0,9922	0,9993	1,0000	1,0000
	KRT	0,4825	0,7078	0,8469	0,9683	0,9941	0,9989	1,0000
	MOT	0,5984	0,8229	0,9328	0,9914	0,9995	1,0000	1,0000
	WTT	0,5987	0,8215	0,9288	0,9930	0,9996	1,0000	1,0000
0,10	BT	0,7402	0,8986	0,9689	0,9969	0,9997	1,0000	1,0000
	DBT	0,7378	0,8974	0,9685	0,9969	0,9997	1,0000	1,0000
	WT	0,7465	0,9165	0,9752	0,9970	0,9999	1,0000	1,0000
	OGM	0,7820	0,9162	0,9727	0,9984	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,7850	0,9172	0,9737	0,9981	0,9999	1,0000	1,0000
	SGM	0,5446	0,8152	0,9342	0,9940	0,9995	1,0000	1,0000
	SNR	0,5535	0,8112	0,9306	0,9934	0,9995	1,0000	1,0000
	MT	0,7283	0,8910	0,9671	0,9970	0,9997	1,0000	1,0000
	KRT	0,6418	0,8202	0,9170	0,9863	0,9983	0,9999	1,0000
	MOT	0,7217	0,8994	0,9698	0,9975	0,9999	1,0000	1,0000
	WTT	0,7428	0,9005	0,9650	0,9962	0,9999	1,0000	1,0000



Şekil 3.7. $k = 4$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.9. $k = 4$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

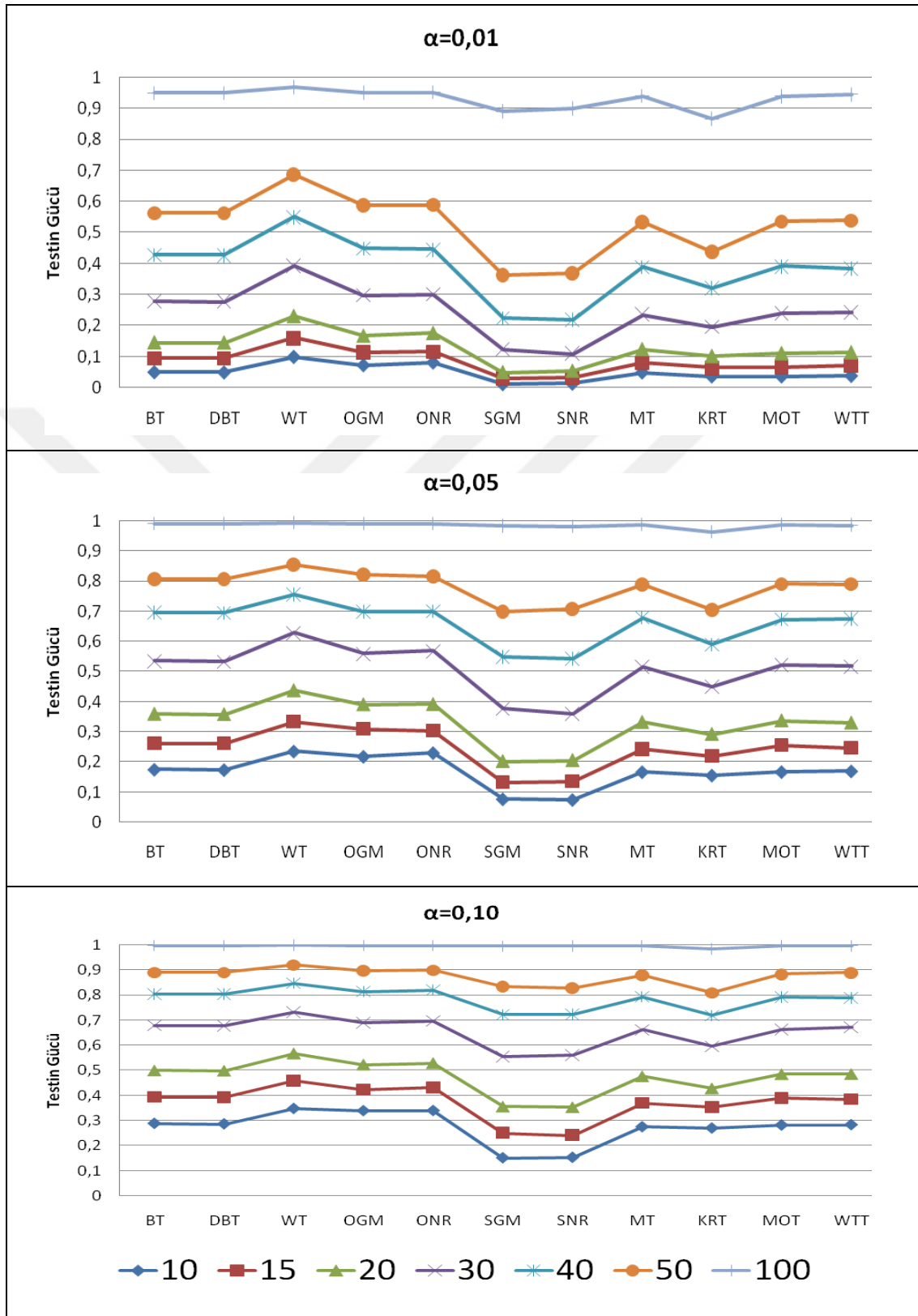
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,1908	0,3729	0,5695	0,8312	0,9534	0,9885	1,0000
	DBT	0,1883	0,3715	0,5682	0,8302	0,9530	0,9884	1,0000
	WT	0,2550	0,4540	0,6569	0,8770	0,9704	0,9934	1,0000
	OGM	0,2563	0,4342	0,5991	0,8549	0,9550	0,9901	1,0000
	ONR	0,2574	0,4290	0,6042	0,8498	0,9526	0,9895	1,0000
	SGM	0,0568	0,1637	0,3139	0,6407	0,8677	0,9634	1,0000
	SNR	0,0581	0,1586	0,3086	0,6414	0,8672	0,9644	1,0000
	MT	0,1757	0,3490	0,5275	0,8128	0,9442	0,9866	1,0000
	KRT	0,1082	0,2431	0,3972	0,6752	0,8621	0,9456	0,9998
	MOT	0,1534	0,3205	0,5135	0,8044	0,9445	0,9855	1,0000
	WTT	0,1548	0,3281	0,5107	0,8083	0,9404	0,9884	1,0000
0,05	BT	0,4359	0,6397	0,8026	0,9454	0,9888	0,9988	1,0000
	DBT	0,4322	0,6388	0,8017	0,9452	0,9888	0,9988	1,0000
	WT	0,4871	0,7036	0,8452	0,9654	0,9926	0,9994	1,0000
	OGM	0,5078	0,6875	0,8259	0,9608	0,9917	0,9992	1,0000
	ONR	0,5106	0,6939	0,8218	0,9566	0,9909	0,9984	1,0000
	SGM	0,2132	0,4274	0,6365	0,8924	0,9754	0,9959	1,0000
	SNR	0,2168	0,4300	0,6307	0,8917	0,9786	0,9968	1,0000
	MT	0,4030	0,6248	0,7824	0,9438	0,9890	0,9979	1,0000
	KRT	0,3459	0,5276	0,6777	0,8827	0,9603	0,9880	1,0000
	MOT	0,4011	0,6279	0,7915	0,9468	0,9913	0,9977	1,0000
	WTT	0,4135	0,6282	0,7850	0,9450	0,9887	0,9980	1,0000
0,10	BT	0,5708	0,7688	0,8840	0,9780	0,9967	0,9995	1,0000
	DBT	0,5671	0,7668	0,8835	0,9780	0,9967	0,9995	1,0000
	WT	0,6218	0,8070	0,9116	0,9847	0,9971	0,9995	1,0000
	OGM	0,6348	0,7983	0,9036	0,9820	0,9977	0,9994	1,0000
	ONR	0,6375	0,8012	0,8975	0,9810	0,9969	0,9995	1,0000
	SGM	0,3688	0,6021	0,7875	0,9533	0,9910	0,9989	1,0000
	SNR	0,3659	0,5989	0,7868	0,9528	0,9916	0,9983	1,0000
	MT	0,5619	0,7534	0,8736	0,9744	0,9962	0,9992	1,0000
	KRT	0,4950	0,6728	0,8020	0,9399	0,9823	0,9953	1,0000
	MOT	0,5747	0,7580	0,8814	0,9769	0,9959	0,9995	1,0000
	WTT	0,5663	0,7634	0,8852	0,9767	0,9955	0,9996	1,0000



Şekil 3.8. $k = 4$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.10. $k = 4$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

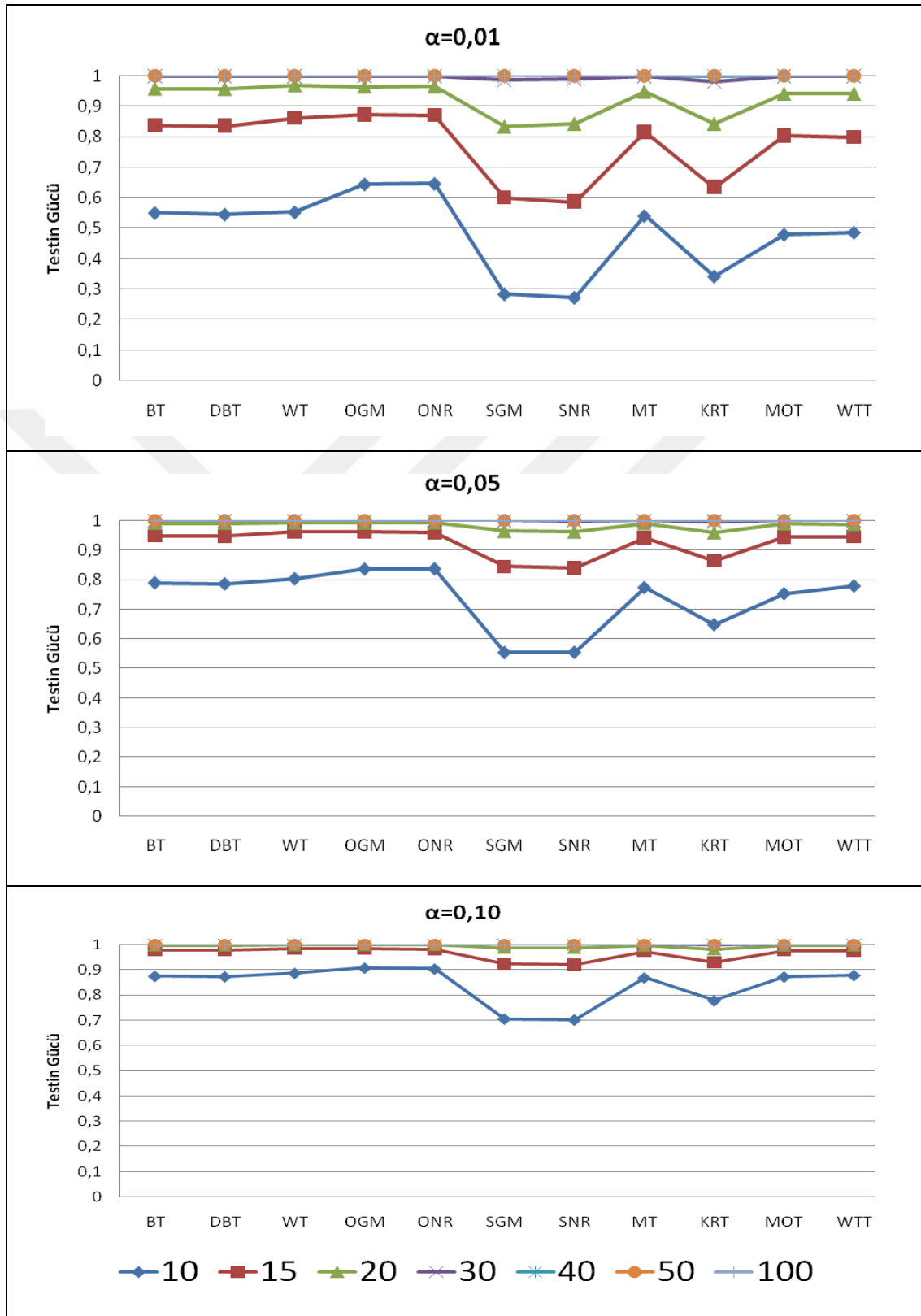
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,0509	0,0955	0,1454	0,2783	0,4279	0,5625	0,9502
	DBT	0,0501	0,0948	0,1446	0,2775	0,4273	0,5623	0,9502
	WT	0,0996	0,1604	0,2303	0,3932	0,5504	0,6864	0,9699
	OGM	0,0730	0,1138	0,1668	0,2974	0,4489	0,5880	0,9517
	ONR	0,0818	0,1161	0,1753	0,3003	0,4457	0,5889	0,9519
	SGM	0,0126	0,0295	0,0488	0,1228	0,2238	0,3634	0,8903
	SNR	0,0143	0,0318	0,0533	0,1088	0,2193	0,3695	0,9003
	MT	0,0500	0,0804	0,1234	0,2357	0,3892	0,5340	0,9407
	KRT	0,0375	0,0639	0,1012	0,1955	0,3214	0,4381	0,8659
	MOT	0,0377	0,0664	0,1102	0,2395	0,3911	0,5354	0,9394
	WTT	0,0393	0,0724	0,1132	0,2422	0,3841	0,5384	0,9457
0,05	BT	0,1746	0,2622	0,3598	0,5341	0,6946	0,8069	0,9905
	DBT	0,1734	0,2612	0,3585	0,5334	0,6942	0,8066	0,9905
	WT	0,2355	0,3333	0,4378	0,6284	0,7562	0,8553	0,9934
	OGM	0,2181	0,3096	0,3910	0,5585	0,6986	0,8208	0,9907
	ONR	0,2304	0,3033	0,3917	0,5679	0,6995	0,8154	0,9918
	SGM	0,0757	0,1327	0,2021	0,3760	0,5485	0,6979	0,9835
	SNR	0,0736	0,1352	0,2058	0,3589	0,5414	0,7073	0,9808
	MT	0,1665	0,2421	0,3325	0,5155	0,6788	0,7882	0,9868
	KRT	0,1552	0,2190	0,2926	0,4493	0,5889	0,7048	0,9636
	MOT	0,1668	0,2556	0,3378	0,5217	0,6728	0,7905	0,9871
	WTT	0,1691	0,2462	0,3303	0,5169	0,6742	0,7897	0,9859
0,10	BT	0,2889	0,3936	0,5001	0,6784	0,8043	0,8897	0,9962
	DBT	0,2870	0,3920	0,4993	0,6777	0,8038	0,8895	0,9962
	WT	0,3486	0,4593	0,5681	0,7317	0,8470	0,9193	0,9983
	OGM	0,3399	0,4232	0,5238	0,6899	0,8147	0,8968	0,9959
	ONR	0,3404	0,4315	0,5297	0,6965	0,8205	0,8988	0,9965
	SGM	0,1511	0,2509	0,3561	0,5538	0,7208	0,8341	0,9938
	SNR	0,1530	0,2408	0,3535	0,5595	0,7228	0,8277	0,9941
	MT	0,2755	0,3694	0,4771	0,6609	0,7931	0,8790	0,9956
	KRT	0,2702	0,3532	0,4285	0,5950	0,7188	0,8090	0,9822
	MOT	0,2824	0,3898	0,4851	0,6616	0,7922	0,8826	0,9958
	WTT	0,2839	0,3853	0,4862	0,6717	0,7883	0,8885	0,9956



Şekil 3.9. $k = 4$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.11. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

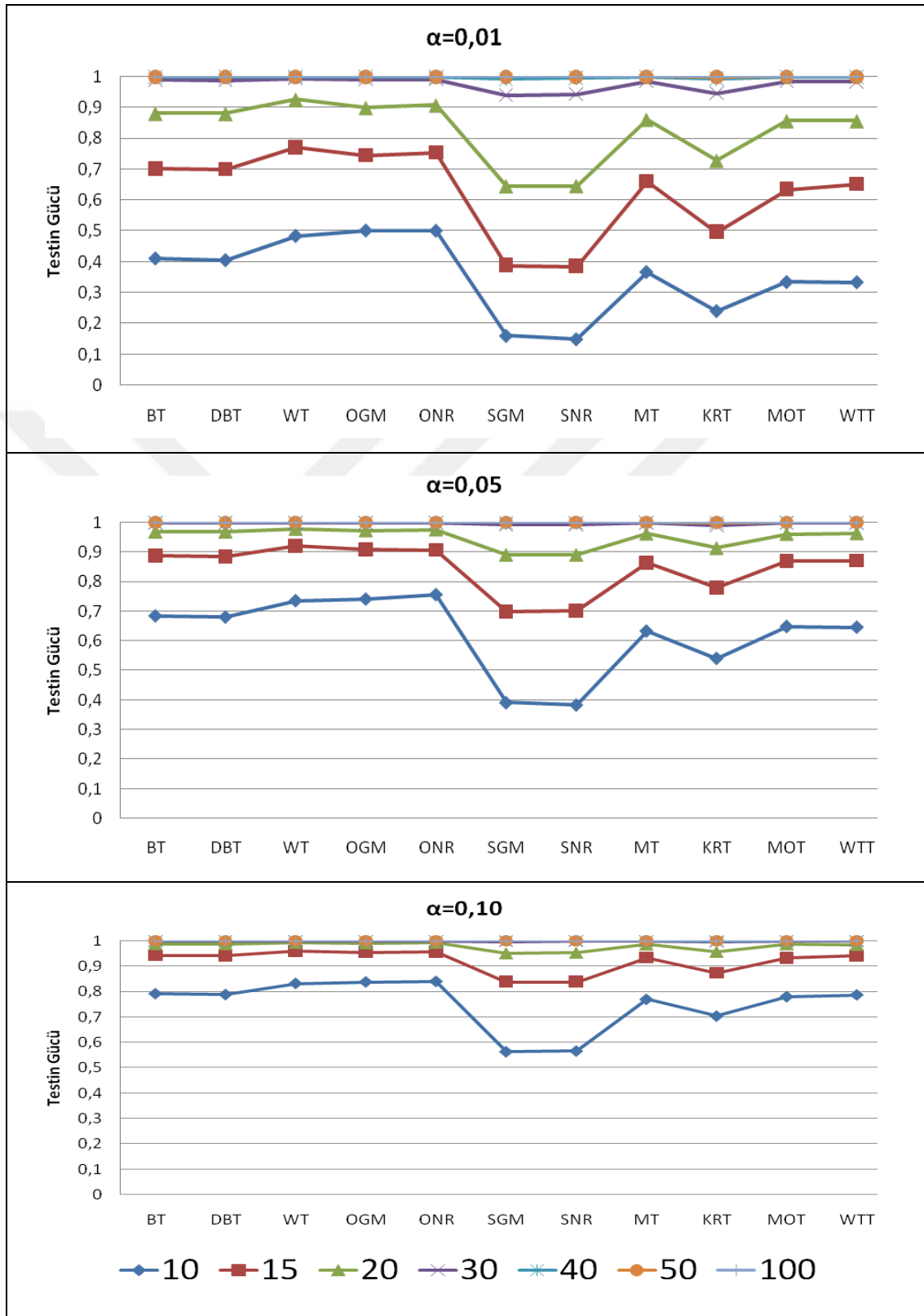
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,5506	0,8388	0,9574	0,9976	0,9999	1,0000	1,0000
	DBT	0,5455	0,8362	0,9565	0,9976	0,9999	1,0000	1,0000
	WT	0,5527	0,8629	0,9683	0,9988	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,6448	0,8737	0,9636	0,9990	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,6466	0,8720	0,9642	0,9983	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,2831	0,5994	0,8328	0,9867	0,9998	1,0000	1,0000
	SNR	0,2718	0,5857	0,8425	0,9886	0,9996	1,0000	1,0000
	MT	0,5407	0,8155	0,9473	0,9974	0,9998	1,0000	1,0000
	KRT	0,3415	0,6343	0,8423	0,9796	0,9989	1,0000	1,0000
	MOT	0,4792	0,8034	0,9406	0,9983	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,4860	0,7988	0,9409	0,9983	1,0000	1,0000	1,0000
0,05	BT	0,7888	0,9487	0,9913	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,7853	0,9481	0,9912	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,8025	0,9629	0,9928	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,8351	0,9627	0,9919	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,8360	0,9587	0,9933	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,5541	0,8444	0,9639	0,9993	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,5548	0,8387	0,9615	0,9988	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,7730	0,9414	0,9904	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,6479	0,8642	0,9588	0,9962	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,7524	0,9448	0,9900	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,7783	0,9461	0,9881	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000
0,10	BT	0,8743	0,9768	0,9959	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,8726	0,9768	0,9959	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,8862	0,9834	0,9970	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,9071	0,9834	0,9976	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,9034	0,9803	0,9978	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,7046	0,9250	0,9873	0,9996	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,7009	0,9211	0,9865	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,8683	0,9727	0,9944	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,7774	0,9309	0,9804	0,9989	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,8718	0,9758	0,9963	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,8775	0,9745	0,9960	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



Şekil 3.10. $k=5$ durumunda $R_1=0,10$, $R_2=0,15$, $R_3=0,20$, $R_4=0,25$, $R_5=0,30$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.12. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

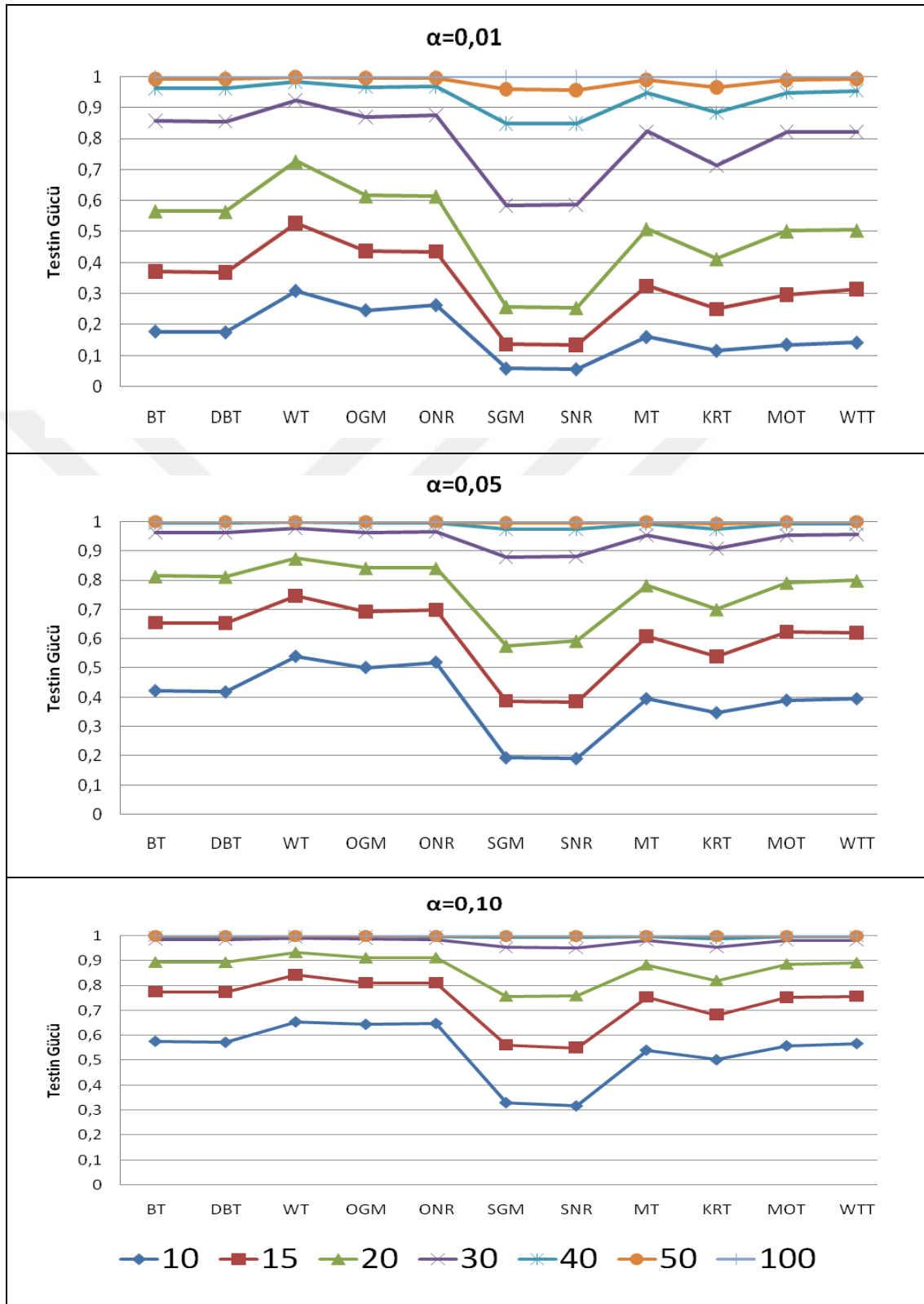
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,4101	0,7019	0,8802	0,9892	0,9995	1,0000	1,0000
	DBT	0,4046	0,6996	0,8793	0,9887	0,9995	1,0000	1,0000
	WT	0,4829	0,7715	0,9254	0,9935	0,9997	1,0000	1,0000
	OGM	0,5003	0,7446	0,8988	0,9913	0,9997	1,0000	1,0000
	ONR	0,4997	0,7546	0,9069	0,9920	0,9994	1,0000	1,0000
	SGM	0,1594	0,3881	0,6440	0,9396	0,9920	0,9997	1,0000
	SNR	0,1486	0,3848	0,6454	0,9412	0,9961	0,9998	1,0000
	MT	0,3661	0,6610	0,8600	0,9855	0,9986	1,0000	1,0000
	KRT	0,2400	0,4965	0,7270	0,9445	0,9927	0,9992	1,0000
	MOT	0,3337	0,6349	0,8561	0,9860	0,9993	0,9999	1,0000
	WTT	0,3332	0,6521	0,8557	0,9838	0,9992	1,0000	1,0000
0,05	BT	0,6837	0,8873	0,9686	0,9983	0,9999	1,0000	1,0000
	DBT	0,6797	0,8852	0,9683	0,9983	0,9999	1,0000	1,0000
	WT	0,7349	0,9218	0,9780	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,7401	0,9098	0,9733	0,9989	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,7551	0,9072	0,9762	0,9986	0,9999	1,0000	1,0000
	SGM	0,3916	0,6980	0,8912	0,9937	0,9998	1,0000	1,0000
	SNR	0,3840	0,7012	0,8911	0,9930	0,9997	1,0000	1,0000
	MT	0,6328	0,8643	0,9618	0,9983	0,9999	1,0000	1,0000
	KRT	0,5409	0,7796	0,9140	0,9898	0,9988	0,9998	1,0000
	MOT	0,6481	0,8703	0,9609	0,9981	0,9998	1,0000	1,0000
	WTT	0,6458	0,8712	0,9637	0,9990	1,0000	1,0000	1,0000
0,10	BT	0,7914	0,9420	0,9866	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,7882	0,9407	0,9864	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,8320	0,9594	0,9919	0,9996	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,8378	0,9543	0,9902	0,9996	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,8399	0,9550	0,9916	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,5626	0,8375	0,9512	0,9976	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,5654	0,8377	0,9534	0,9988	0,9999	1,0000	1,0000
	MT	0,7691	0,9326	0,9850	0,9992	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,7033	0,8723	0,9571	0,9955	0,9997	1,0000	1,0000
	MOT	0,7797	0,9315	0,9858	0,9992	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,7867	0,9401	0,9839	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000



Şekil 3.11. $k=5$ durumunda $R_1=0,10$, $R_2=0,15$, $R_3=0,20$, $R_4=0,25$, $R_5=0,25$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.13. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$, $R_5 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

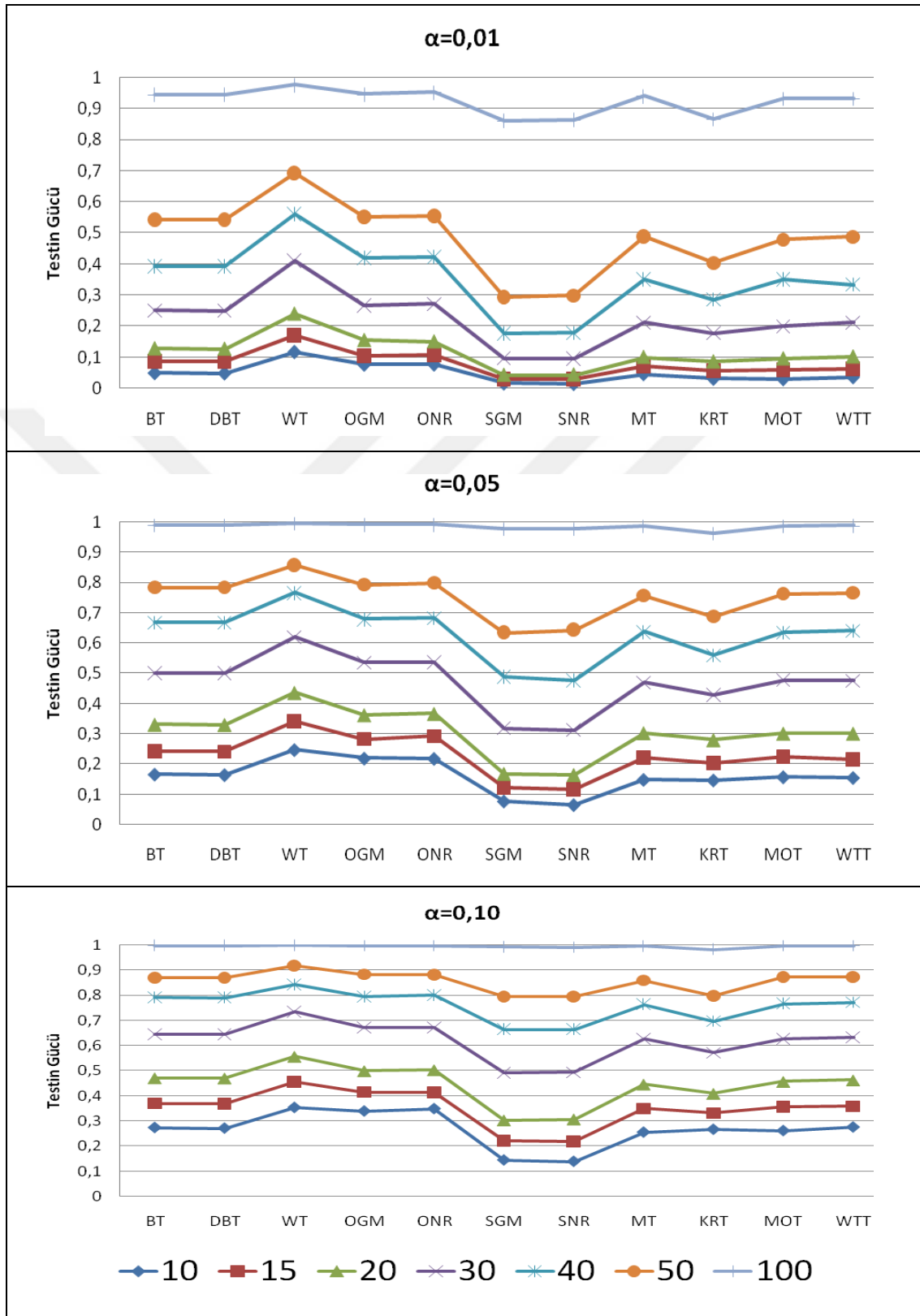
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,1788	0,3718	0,5668	0,8559	0,9626	0,9922	1,0000
	DBT	0,1762	0,3690	0,5647	0,8550	0,9625	0,9922	1,0000
	WT	0,3092	0,5279	0,7272	0,9231	0,9837	0,9977	1,0000
	OGM	0,2469	0,4380	0,6155	0,8689	0,9669	0,9939	1,0000
	ONR	0,2634	0,4362	0,6145	0,8737	0,9684	0,9939	1,0000
	SGM	0,0600	0,1372	0,2583	0,5831	0,8480	0,9591	1,0000
	SNR	0,0576	0,1346	0,2547	0,5851	0,8476	0,9567	1,0000
	MT	0,1612	0,3257	0,5094	0,8224	0,9481	0,9887	1,0000
	KRT	0,1169	0,2508	0,4123	0,7115	0,8828	0,9649	1,0000
	MOT	0,1368	0,2972	0,5022	0,8203	0,9488	0,9903	1,0000
	WTT	0,1432	0,3157	0,5048	0,8204	0,9541	0,9906	1,0000
0,05	BT	0,4226	0,6545	0,8136	0,9621	0,9936	0,9993	1,0000
	DBT	0,4184	0,6524	0,8120	0,9617	0,9934	0,9993	1,0000
	WT	0,5399	0,7463	0,8746	0,9776	0,9975	0,9994	1,0000
	OGM	0,5018	0,6922	0,8420	0,9639	0,9944	0,9996	1,0000
	ONR	0,5199	0,6984	0,8419	0,9658	0,9938	0,9996	1,0000
	SGM	0,1930	0,3868	0,5763	0,8791	0,9737	0,9962	1,0000
	SNR	0,1904	0,3848	0,5931	0,8808	0,9739	0,9970	1,0000
	MT	0,3952	0,6077	0,7832	0,9543	0,9912	0,9989	1,0000
	KRT	0,3472	0,5387	0,7009	0,9080	0,9730	0,9936	1,0000
	MOT	0,3900	0,6232	0,7919	0,9535	0,9914	0,9991	1,0000
	WTT	0,3950	0,6201	0,7996	0,9559	0,9921	0,9994	1,0000
0,10	BT	0,5759	0,7750	0,8928	0,9839	0,9965	0,9994	1,0000
	DBT	0,5722	0,7730	0,8920	0,9839	0,9965	0,9994	1,0000
	WT	0,6534	0,8433	0,9317	0,9905	0,9991	0,9998	1,0000
	OGM	0,6438	0,8115	0,9099	0,9867	0,9987	0,9997	1,0000
	ONR	0,6472	0,8109	0,9105	0,9847	0,9977	0,9996	1,0000
	SGM	0,3314	0,5610	0,7565	0,9511	0,9925	0,9993	1,0000
	SNR	0,3183	0,5501	0,7580	0,9492	0,9936	0,9994	1,0000
	MT	0,5406	0,7543	0,8822	0,9795	0,9970	0,9998	1,0000
	KRT	0,5024	0,6828	0,8194	0,9519	0,9879	0,9985	1,0000
	MOT	0,5579	0,7523	0,8848	0,9809	0,9967	0,9997	1,0000
	WTT	0,5670	0,7568	0,8906	0,9796	0,9973	0,9998	1,0000



Şekil 3.12. $k=5$ durumunda $R_1=0,10$, $R_2=0,15$, $R_3=0,20$, $R_4=0,20$, $R_5=0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.14. $k = 5$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

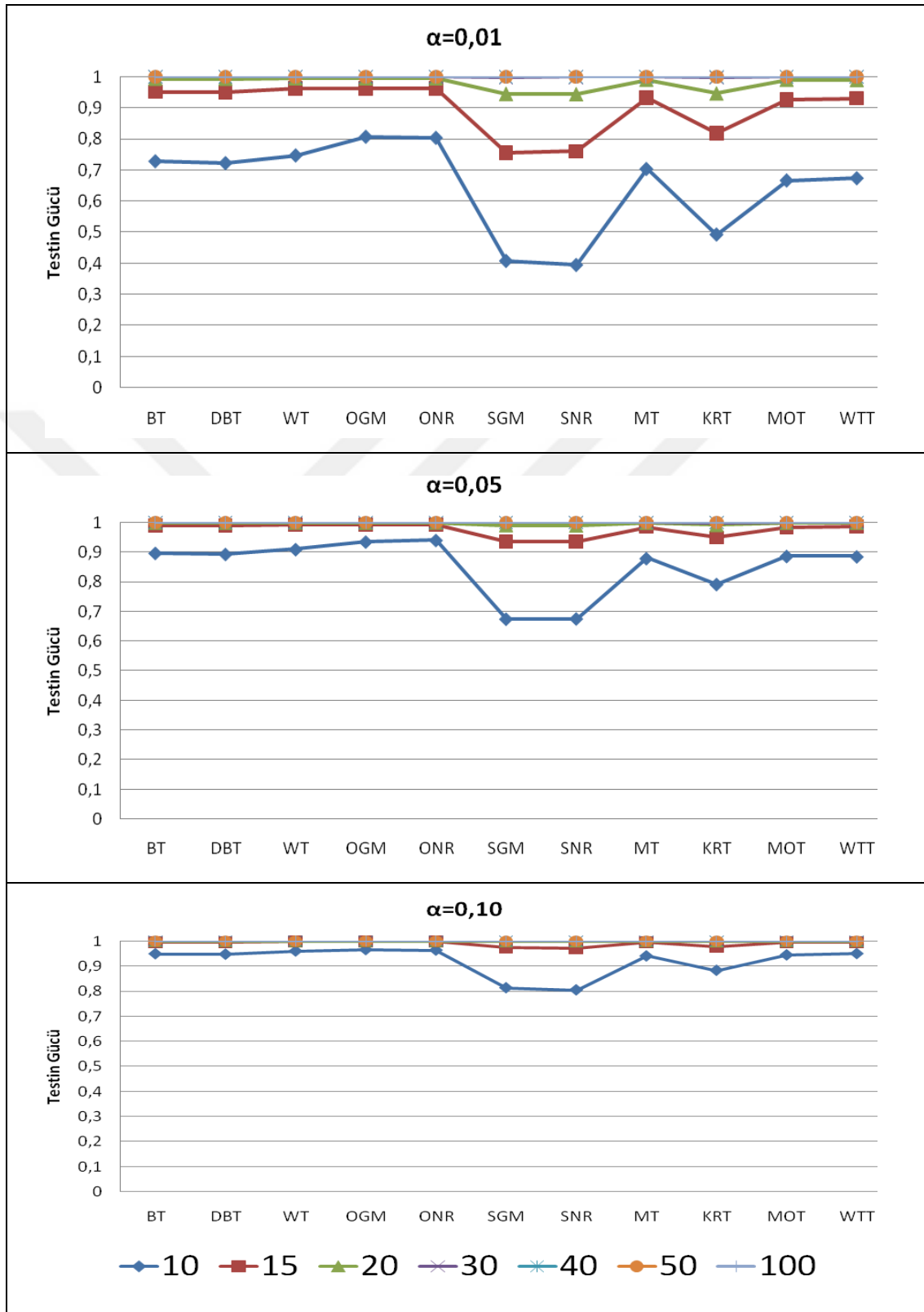
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,0491	0,0852	0,1287	0,2511	0,3925	0,5426	0,9448
	DBT	0,0484	0,0844	0,1275	0,2505	0,3916	0,5423	0,9447
	WT	0,1159	0,1703	0,2410	0,4113	0,5600	0,6938	0,9762
	OGM	0,0759	0,1040	0,1555	0,2674	0,4178	0,5521	0,9452
	ONR	0,0766	0,1071	0,1511	0,2720	0,4211	0,5558	0,9515
	SGM	0,0164	0,0290	0,0427	0,0973	0,1755	0,2932	0,8601
	SNR	0,0147	0,0285	0,0439	0,0958	0,1780	0,2983	0,8637
	MT	0,0459	0,0712	0,1010	0,2116	0,3491	0,4885	0,9394
	KRT	0,0313	0,0563	0,0865	0,1783	0,2849	0,4033	0,8656
	MOT	0,0302	0,0589	0,0958	0,1999	0,3495	0,4788	0,9315
	WTT	0,0363	0,0617	0,1024	0,2120	0,3330	0,4879	0,9316
0,05	BT	0,1661	0,2428	0,3314	0,5012	0,6679	0,7839	0,9881
	DBT	0,1644	0,2416	0,3306	0,5006	0,6670	0,7836	0,9881
	WT	0,2475	0,3419	0,4364	0,6192	0,7662	0,8578	0,9943
	OGM	0,2193	0,2832	0,3626	0,5358	0,6787	0,7918	0,9901
	ONR	0,2184	0,2925	0,3672	0,5369	0,6831	0,7986	0,9900
	SGM	0,0768	0,1239	0,1691	0,3179	0,4892	0,6338	0,9761
	SNR	0,0648	0,1167	0,1653	0,3128	0,4758	0,6439	0,9752
	MT	0,1484	0,2226	0,3036	0,4693	0,6365	0,7564	0,9853
	KRT	0,1467	0,2030	0,2807	0,4285	0,5596	0,6865	0,9614
	MOT	0,1574	0,2244	0,3018	0,4777	0,6344	0,7618	0,9859
	WTT	0,1549	0,2168	0,3019	0,4755	0,6412	0,7648	0,9869
0,10	BT	0,2734	0,3691	0,4712	0,6454	0,7904	0,8703	0,9967
	DBT	0,2711	0,3673	0,4705	0,6450	0,7899	0,8703	0,9967
	WT	0,3534	0,4551	0,5567	0,7353	0,8425	0,9185	0,9981
	OGM	0,3390	0,4139	0,4995	0,6716	0,7935	0,8827	0,9958
	ONR	0,3486	0,4133	0,5033	0,6726	0,7995	0,8822	0,9957
	SGM	0,1443	0,2207	0,3031	0,4918	0,6637	0,7941	0,9917
	SNR	0,1389	0,2177	0,3075	0,4941	0,6638	0,7951	0,9906
	MT	0,2550	0,3488	0,4461	0,6265	0,7631	0,8592	0,9953
	KRT	0,2664	0,3309	0,4092	0,5719	0,6959	0,7977	0,9819
	MOT	0,2612	0,3559	0,4568	0,6266	0,7665	0,8735	0,9955
	WTT	0,2754	0,3576	0,4628	0,6329	0,7712	0,8728	0,9955



Şekil 3.13. $k = 5$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.15. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,35$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

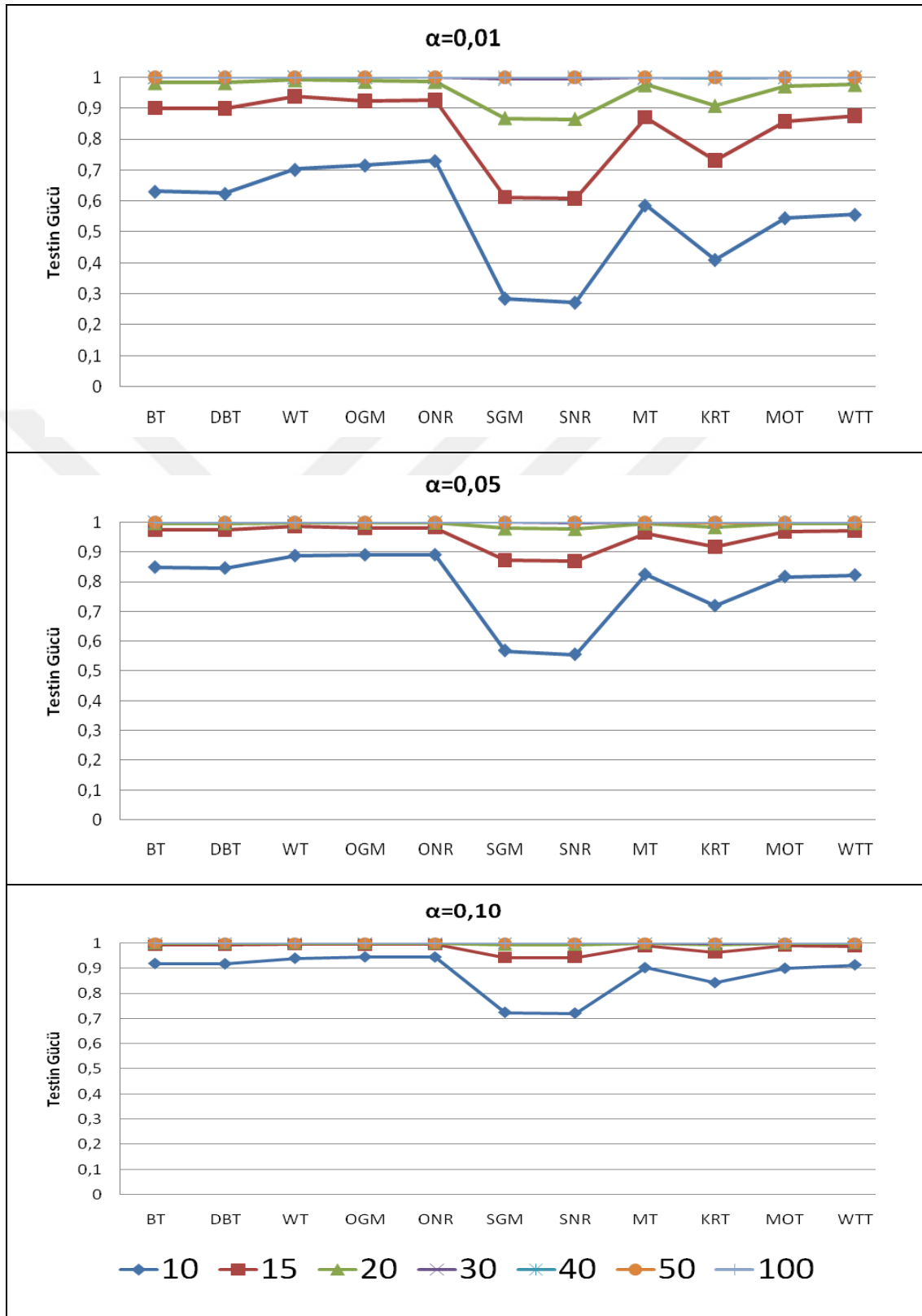
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,7278	0,9505	0,9941	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,7217	0,9493	0,9940	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,7465	0,9616	0,9954	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,8062	0,9612	0,9957	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,8029	0,9612	0,9953	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,4081	0,7561	0,9455	0,9989	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,3950	0,7606	0,9446	0,9993	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,7030	0,9311	0,9910	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,4925	0,8197	0,9469	0,9979	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,6662	0,9266	0,9906	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,6732	0,9299	0,9900	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
0,05	BT	0,8970	0,9900	0,9991	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,8934	0,9898	0,9991	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,9097	0,9936	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,9352	0,9932	0,9989	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,9405	0,9922	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,6746	0,9363	0,9911	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,6756	0,9358	0,9897	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,8793	0,9858	0,9988	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,7919	0,9498	0,9919	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,8866	0,9846	0,9988	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,8854	0,9865	0,9987	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
0,10	BT	0,9491	0,9960	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,9475	0,9960	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,9602	0,9978	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,9656	0,9968	0,9996	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,9637	0,9976	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,8130	0,9752	0,9987	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,8045	0,9720	0,9982	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,9404	0,9947	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,8830	0,9779	0,9977	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,9446	0,9960	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,9499	0,9960	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



Şekil 3.14. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$,
 $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,35$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.16. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

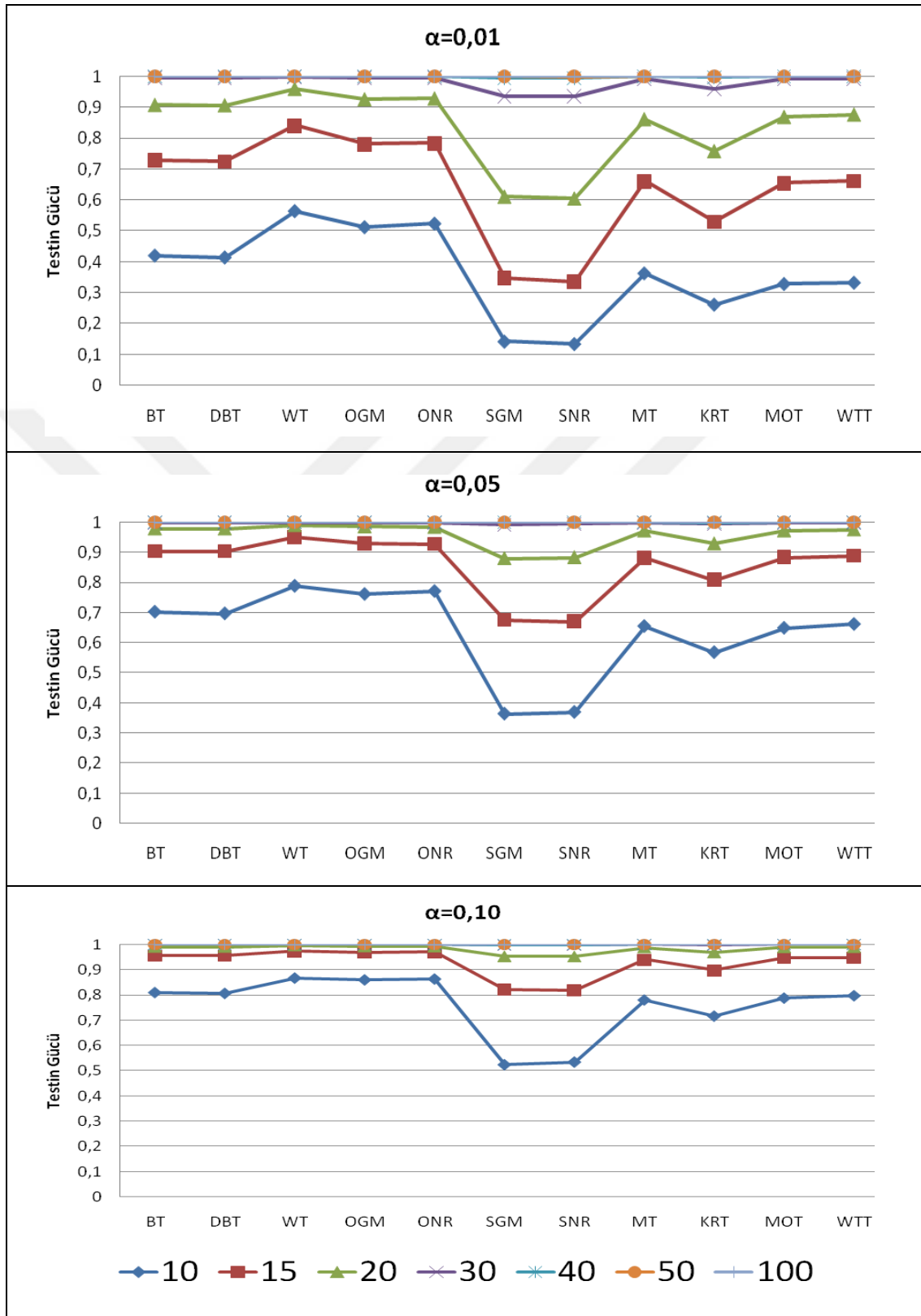
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,6311	0,9006	0,9821	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,6242	0,8990	0,9819	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,7023	0,9389	0,9912	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,7161	0,9235	0,9868	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,7305	0,9259	0,9861	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,2849	0,6129	0,8677	0,9953	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,2716	0,6084	0,8650	0,9949	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,5864	0,8708	0,9753	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,4101	0,7326	0,9078	0,9962	0,9999	1,0000	1,0000
	MOT	0,5453	0,8577	0,9715	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,5564	0,8752	0,9762	0,9996	1,0000	1,0000	1,0000
0,05	BT	0,8491	0,9747	0,9966	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,8461	0,9738	0,9966	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,8878	0,9862	0,9990	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,8905	0,9802	0,9977	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,8908	0,9814	0,9975	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,5685	0,8740	0,9783	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,5556	0,8697	0,9763	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,8249	0,9637	0,9953	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,7194	0,9172	0,9827	0,9995	1,0000	0,9999	1,0000
	MOT	0,8174	0,9690	0,9969	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,8227	0,9700	0,9965	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,10	BT	0,9190	0,9905	0,9987	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,9177	0,9905	0,9987	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,9398	0,9941	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,9452	0,9930	0,9990	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,9447	0,9943	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,7240	0,9424	0,9924	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	SNR	0,7208	0,9436	0,9923	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	MT	0,9023	0,9871	0,9990	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,8423	0,9619	0,9941	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,8999	0,9894	0,9981	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,9135	0,9862	0,9992	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



Şekil 3.15. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,30$, $R_6 = 0,30$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.17. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,25$, $R_5 = 0,25$, $R_6 = 0,25$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

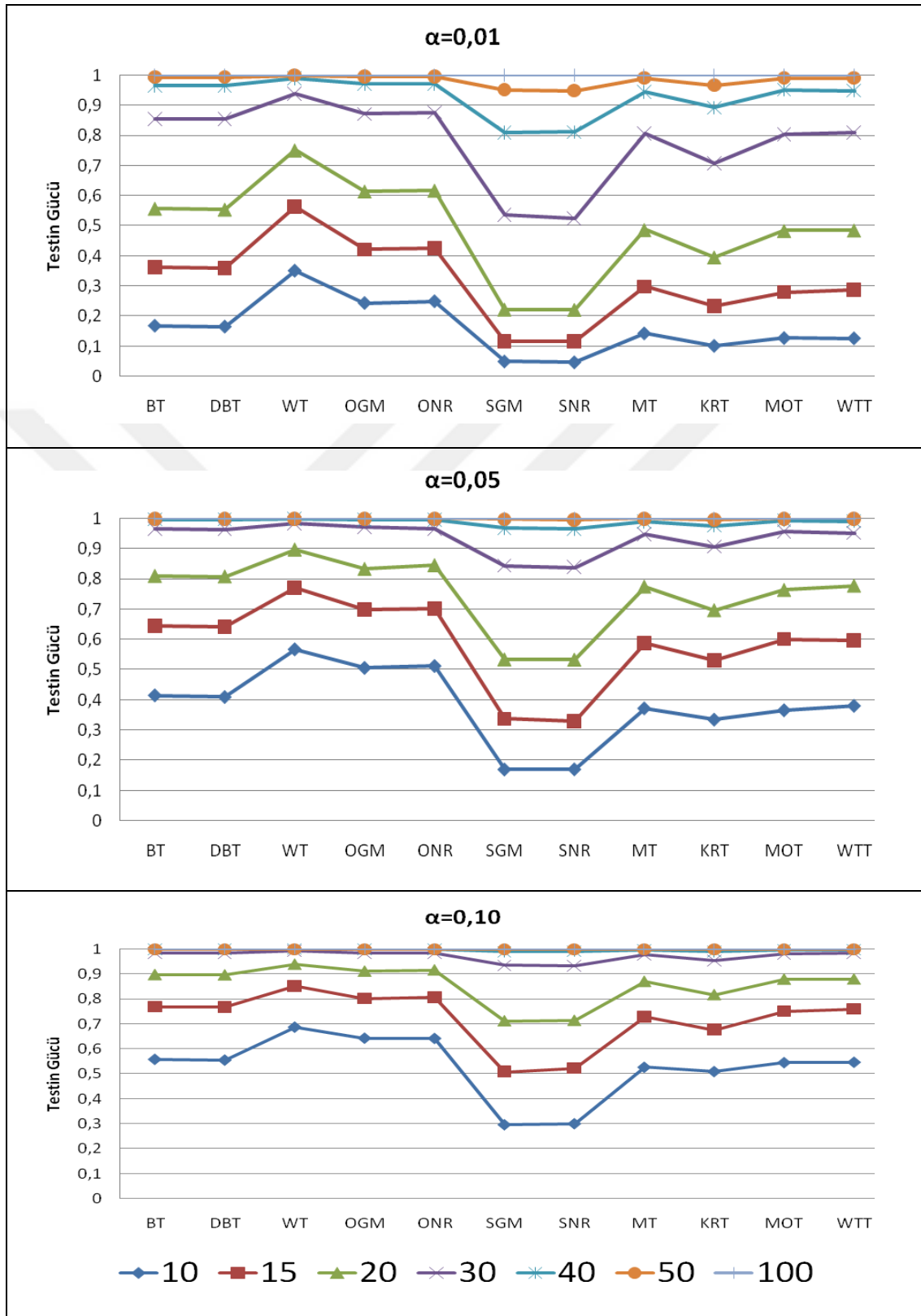
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,4202	0,7290	0,9083	0,9951	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,4141	0,7256	0,9071	0,9950	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,5637	0,8416	0,9605	0,9981	0,9999	1,0000	1,0000
	OGM	0,5119	0,7815	0,9266	0,9945	0,9996	1,0000	1,0000
	ONR	0,5232	0,7835	0,9293	0,9950	0,9998	1,0000	1,0000
	SGM	0,1423	0,3474	0,6119	0,9348	0,9951	0,9999	1,0000
	SNR	0,1345	0,3352	0,6060	0,9359	0,9948	0,9997	1,0000
	MT	0,3629	0,6608	0,8622	0,9906	0,9995	1,0000	1,0000
	KRT	0,2616	0,5296	0,7593	0,9589	0,9967	0,9999	1,0000
	MOT	0,3284	0,6551	0,8694	0,9906	0,9996	1,0000	1,0000
	WTT	0,3326	0,6624	0,8773	0,9922	1,0000	1,0000	1,0000
0,05	BT	0,7029	0,9042	0,9788	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,6974	0,9034	0,9785	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,7891	0,9515	0,9898	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,7620	0,9294	0,9860	0,9991	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,7716	0,9286	0,9841	0,9995	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,3640	0,6746	0,8797	0,9920	0,9999	1,0000	1,0000
	SNR	0,3696	0,6695	0,8833	0,9941	0,9999	1,0000	1,0000
	MT	0,6553	0,8814	0,9718	0,9992	0,9999	1,0000	1,0000
	KRT	0,5685	0,8086	0,9291	0,9953	0,9994	1,0000	1,0000
	MOT	0,6494	0,8838	0,9723	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,6622	0,8884	0,9756	0,9990	1,0000	1,0000	1,0000
0,10	BT	0,8103	0,9560	0,9914	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	DBT	0,8069	0,9556	0,9912	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	WT	0,8676	0,9731	0,9968	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	OGM	0,8605	0,9677	0,9935	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	ONR	0,8638	0,9687	0,9924	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	SGM	0,5244	0,8212	0,9535	0,9982	0,9999	1,0000	1,0000
	SNR	0,5349	0,8183	0,9529	0,9979	0,9999	1,0000	1,0000
	MT	0,7806	0,9397	0,9886	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	KRT	0,7169	0,8979	0,9692	0,9977	1,0000	1,0000	1,0000
	MOT	0,7882	0,9476	0,9893	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	WTT	0,7977	0,9477	0,9900	0,9996	1,0000	1,0000	1,0000



Şekil 3.16. $k=6$ durumunda $R_1=0,10$, $R_2=0,15$, $R_3=0,20$, $R_4=0,25$, $R_5=0,25$, $R_6=0,25$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.18. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,20$, $R_4 = 0,20$, $R_5 = 0,20$, $R_6 = 0,20$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

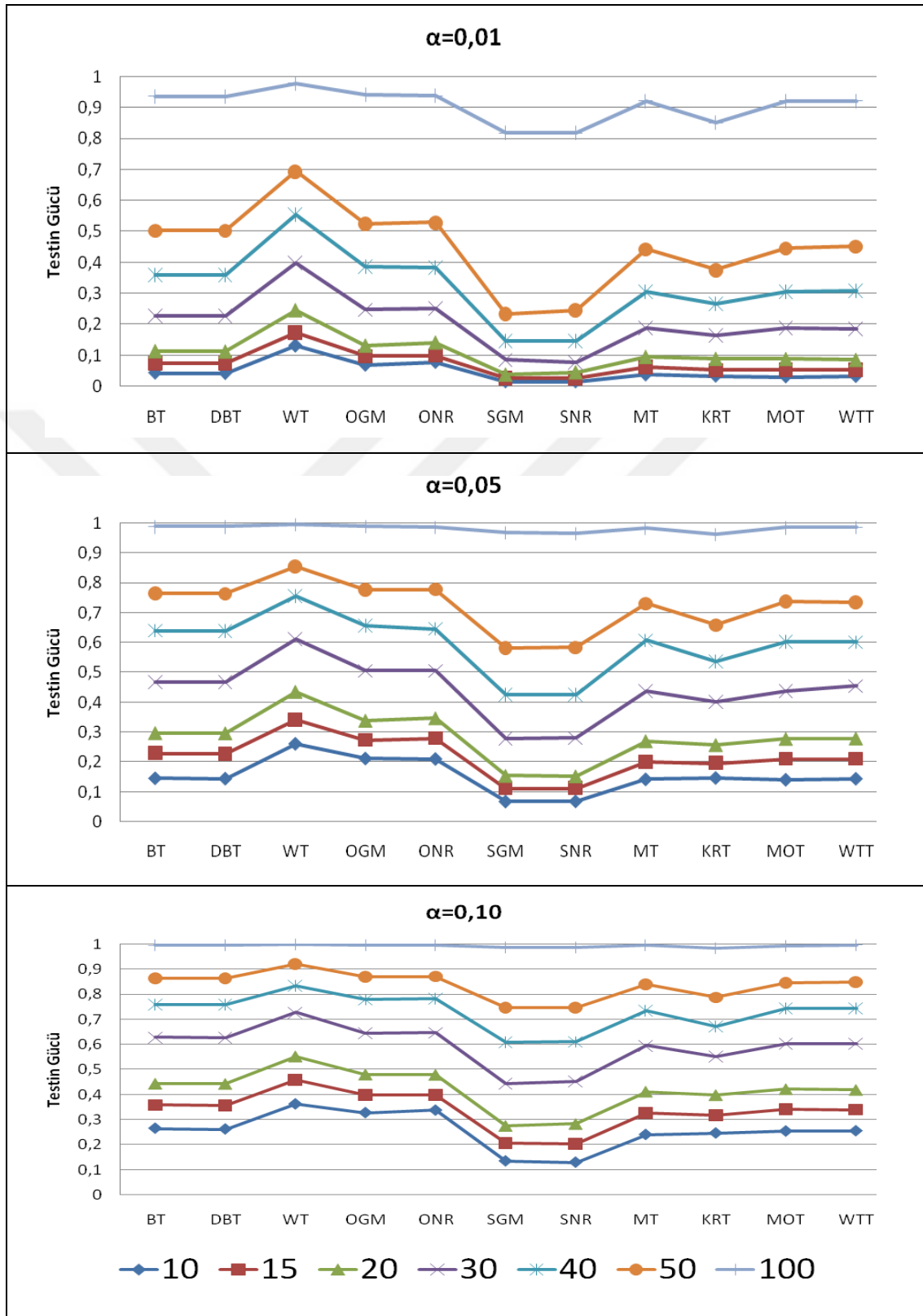
α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,1694	0,3623	0,5573	0,8540	0,9653	0,9929	1,0000
	DBT	0,1666	0,3587	0,5544	0,8531	0,9652	0,9929	1,0000
	WT	0,3516	0,5642	0,7516	0,9377	0,9901	0,9987	1,0000
	OGM	0,2446	0,4213	0,6148	0,8704	0,9712	0,9954	1,0000
	ONR	0,2503	0,4259	0,6176	0,8760	0,9722	0,9946	1,0000
	SGM	0,0509	0,1158	0,2216	0,5362	0,8093	0,9501	1,0000
	SNR	0,0482	0,1166	0,2205	0,5246	0,8110	0,9484	1,0000
	MT	0,1441	0,2983	0,4866	0,8059	0,9454	0,9907	1,0000
	KRT	0,1027	0,2342	0,3951	0,7082	0,8923	0,9659	1,0000
	MOT	0,1286	0,2797	0,4831	0,8027	0,9522	0,9910	1,0000
	WTT	0,1277	0,2879	0,4849	0,8094	0,9486	0,9903	1,0000
0,05	BT	0,4159	0,6442	0,8102	0,9639	0,9962	0,9997	1,0000
	DBT	0,4104	0,6414	0,8085	0,9634	0,9961	0,9997	1,0000
	WT	0,5677	0,7700	0,8977	0,9829	0,9983	1,0000	1,0000
	OGM	0,5066	0,6974	0,8336	0,9701	0,9953	0,9995	1,0000
	ONR	0,5127	0,6998	0,8459	0,9640	0,9954	0,9995	1,0000
	SGM	0,1713	0,3362	0,5333	0,8428	0,9667	0,9972	1,0000
	SNR	0,1718	0,3285	0,5325	0,8375	0,9648	0,9956	1,0000
	MT	0,3730	0,5867	0,7747	0,9468	0,9896	0,9990	1,0000
	KRT	0,3358	0,5291	0,6967	0,9053	0,9752	0,9961	1,0000
	MOT	0,3667	0,5999	0,7638	0,9560	0,9936	0,9992	1,0000
	WTT	0,3813	0,5964	0,7780	0,9502	0,9903	0,9992	1,0000
0,10	BT	0,5572	0,7682	0,8979	0,9837	0,9983	0,9998	1,0000
	DBT	0,5542	0,7666	0,8968	0,9832	0,9983	0,9998	1,0000
	WT	0,6857	0,8513	0,9397	0,9939	0,9997	0,9998	1,0000
	OGM	0,6416	0,8016	0,9117	0,9836	0,9987	0,9998	1,0000
	ONR	0,6406	0,8060	0,9167	0,9841	0,9989	0,9993	1,0000
	SGM	0,2961	0,5076	0,7116	0,9342	0,9889	0,9996	1,0000
	SNR	0,3003	0,5217	0,7133	0,9325	0,9905	0,9988	1,0000
	MT	0,5256	0,7282	0,8709	0,9773	0,9979	0,9999	1,0000
	KRT	0,5083	0,6763	0,8170	0,9542	0,9903	0,9985	1,0000
	MOT	0,5441	0,7503	0,8794	0,9807	0,9969	0,9999	1,0000
	WTT	0,5456	0,7591	0,8801	0,9838	0,9978	0,9998	1,0000



Şekil 3.17. $k=6$ durumunda $R_1=0,10$, $R_2=0,15$, $R_3=0,20$, $R_4=0,20$, $R_5=0,20$, $R_6=0,20$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

Çizelge 3.19. $k = 6$ için $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$, $R_6 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin sonuçlar

α	Test	n						
		10	15	20	30	40	50	100
0,01	BT	0,0438	0,0749	0,1138	0,2268	0,3587	0,5033	0,9362
	DBT	0,0428	0,0744	0,1127	0,2262	0,3585	0,5026	0,9361
	WT	0,1317	0,1735	0,2453	0,3979	0,5543	0,6946	0,9788
	OGM	0,0695	0,0975	0,1315	0,2463	0,3862	0,5250	0,9428
	ONR	0,0785	0,1000	0,1412	0,2505	0,3828	0,5283	0,9389
	SGM	0,0158	0,0270	0,0380	0,0842	0,1460	0,2330	0,8180
	SNR	0,0159	0,0278	0,0455	0,0764	0,1472	0,2450	0,8180
	MT	0,0381	0,0631	0,0953	0,1872	0,3045	0,4434	0,9215
	KRT	0,0342	0,0526	0,0890	0,1637	0,2671	0,3756	0,8517
	MOT	0,0320	0,0550	0,0882	0,1872	0,3049	0,4460	0,9215
	WTT	0,0330	0,0544	0,0855	0,1846	0,3083	0,4512	0,9214
0,05	BT	0,1467	0,2297	0,2976	0,4684	0,6401	0,7639	0,9874
	DBT	0,1455	0,2278	0,2968	0,4671	0,6393	0,7634	0,9874
	WT	0,2617	0,3423	0,4349	0,6124	0,7562	0,8554	0,9944
	OGM	0,2127	0,2744	0,3389	0,5056	0,6562	0,7761	0,9885
	ONR	0,2111	0,2793	0,3466	0,5054	0,6461	0,7778	0,9862
	SGM	0,0691	0,1119	0,1549	0,2778	0,4264	0,5802	0,9665
	SNR	0,0695	0,1129	0,1534	0,2796	0,4265	0,5828	0,9641
	MT	0,1430	0,2006	0,2706	0,4370	0,6079	0,7301	0,9833
	KRT	0,1477	0,1971	0,2576	0,4021	0,5369	0,6574	0,9614
	MOT	0,1418	0,2103	0,2783	0,4372	0,6032	0,7367	0,9842
	WTT	0,1451	0,2112	0,2795	0,4542	0,6021	0,7348	0,9845
0,10	BT	0,2656	0,3582	0,4442	0,6282	0,7585	0,8636	0,9950
	DBT	0,2625	0,3562	0,4433	0,6270	0,7579	0,8634	0,9950
	WT	0,3626	0,4595	0,5528	0,7274	0,8343	0,9200	0,9988
	OGM	0,3277	0,3981	0,4811	0,6450	0,7784	0,8687	0,9960
	ONR	0,3377	0,3983	0,4797	0,6470	0,7829	0,8707	0,9952
	SGM	0,1350	0,2056	0,2765	0,4440	0,6073	0,7481	0,9866
	SNR	0,1300	0,2023	0,2843	0,4533	0,6097	0,7468	0,9856
	MT	0,2406	0,3266	0,4127	0,5947	0,7349	0,8401	0,9950
	KRT	0,2464	0,3176	0,3991	0,5523	0,6718	0,7877	0,9832
	MOT	0,2543	0,3417	0,4225	0,6033	0,7428	0,8447	0,9934
	WTT	0,2554	0,3396	0,4194	0,6033	0,7428	0,8491	0,9955



Şekil 3.18. $k = 6$ durumunda $R_1 = 0,10$, $R_2 = 0,15$, $R_3 = 0,15$, $R_4 = 0,15$, $R_5 = 0,15$, $R_6 = 0,15$ iken testin gücüne ilişkin grafikler

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında değişim katsayılarının eşitliğine ilişkin hipotezlerin test edilmesinde kullanılan test istatistikleri tanıtılmış ve bu istatistiklerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırmalarda kullanılan test istatistikleri Bennett Testi, Düzeltilmiş Bennett Testi, Wald Testi, Olabilirlik Oran Testi (Gupta ve Ma), Olabilirlik Oran Testi (Nairy ve Rao), Skor Testi (Gupta ve Ma), Skor Testi (Nairy ve Rao), Miller Testi, Karesel Rank Testi, Merkezi Olmayan t Testi ve Ters Değişim Katsayıları için Wald Testi'dir.

Yukarıda sözü edilen testlerin karşılaştırılması için bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması herbiri normal dağılıma sahip, farklı yığın sayıları ($k = 2, 3, 4, 5$ ve 6), farklı örnek çapları ($n = 10, 15, 20, 30, 40, 50$ ve 100) ve farklı birinci tip hata düzeyleri ($\alpha = 0,01, 0,05$ ve $0,10$) için tasarlanmıştır. Simülasyon çalışmasında tekrar sayısı 10000 olarak alınmıştır. Çalışmadaki her bir test yöntemi için bir MATLAB kodu hazırlanmıştır.

Simülasyon karşılaştırmaları iki bölüm halinde yapılmıştır. Birinci bölümde k tane yığının değişim katsayıları birbirine eşit iken yokluk hipotezinin test edilmesine yöneliktir. Bu amaçla değişim katsayıları %10 olan k tane yığından rassal olarak örnekler seçilmiş ve her bir test istatistiğinin yokluk hipotezini reddetme oranı hesaplanmıştır. Böylece birinci tip hataya ilişkin deneysel değerler hesaplanmış ve bu değerler nominal $\alpha = 0,01, 0,05$ ve $0,10$ ile karşılaştırılmıştır. İkinci bölümde ise testin gücüne ilişkin simülasyonlar yer almaktadır. Burada en az bir değişim katsayısı diğerlerinden farklı olacak şekilde k tane yığından rassal örnekler seçilmiş ve değişim katsayılarının birbirine eşit olduğunu ifade eden yokluk hipotezinin reddedilme oranı hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar çizelge ve grafikler şeklinde sunulmuştur.

Birinci tip hataya ilişkin karşılaştırmalardan şu sonuçlara ulaşılmıştır. İki değişim katsayısının eşitliğine ilişkin hipotezin test edilmesinde özellikle örnek çapının 10

gibi küçük bir değer aldığı durumda iyi test yönteminin Karesel Rank Testi (KRT) olduğu görülmektedir ve bu özellik $k < 6$ için devam etmektedir. Bu örnek çapında Gupta ve Ma'nın Skor Testi (SGM), Nairy ve Rao'nun Olabilirlik Oran Testi (ONR) ve Skor Testi (SNR) testi ise diğer testlere göre oldukça kötü sonuçlar vermektedir. Yine küçük örnek çapı durumunda Merkezi Olmayan t Testinde (MOT) $k = 2$ durumu için elde edilen sonuç nominal değer olan 0,01'den uzak iken k değeri arttıkça test sonuçları 0,01'e yakınsamakta ve istikrarlı bir duruma gelmektedir. Tüm k durumlarında örnek çapı arttıkça deneysel I. tip hata değeri nominal α değerine yakınsamaktadır. Ancak $k = 2$ durumunda örnek çapı 100 olduğunda bile SGM testinden elde edilen değer α değerinin uzağında kalmaya devam etmektedir. k değeri arttıkça Wald Testi (WT)'ne ait sonuçlardaki kötüleşme çok belirgindir. Örnek çapının 30'dan küçük olduğu durumlarda tüm k değerlerinde Nairy ve Rao'nun Olabilirlik Oran Testi (ONR) ve Gupta ve Ma'nın Olabilirlik Oran Testine (OGM) ait sonuçlarda iyileşme gözükmemektedir. α ve k değeri arttıkça WTT ve MOT testleri iyi sonuçlar vermeye devam ederken MT testinin sonuçlarında da bir iyileşme görülmektedir. KRT testi hariç diğer tüm testlerde örnek çapı arttıkça sonuçlarda bir iyileşme gözlenmektedir. Tüm k durumlarında örnek çapının artmasına göre en az iyileşmeyi gösteren testler KRT, SGM ve SNR testleridir.

Testin gücüne ilişkin olarak yapılan tüm karşılaştırmalarda SGM, SNR ve KRT testleri en kötü sonuçları vermiştir. Dolayısıyla bu testlerin yerine alternatifi olan başka testleri kullanmak daha uygun olacaktır. Örneğin k tane değişim katsayısının birbirinden farklı olduğu durumlarda OGM ve ONR testleri oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Ancak k tane değişim katsayısından bazıları birbirine eşit olduğunda görülmüştür ki WT testinde testin gücü daha yüksektir. Buradan şu şekilde bir sonuca varılabilir. k tane değişim katsayısından sadece birkaç tane değişim katsayısı farklılık gösteriyorsa WT testinin kullanılması önerilebilir. Örnek çapının büyük olduğu durumlarda ($n=50$ ve 100) bile KRT'nin sonuçlarının diğer testlere göre daha kötü olduğu görülmüştür. Bu durum KRT'nin parametrik olmayan bir yöntem olmasının bir sonucu olabilir. İstatistik teorisinden şu üç sonuç iyi bilinmektedir; i) dağılımdaki farklılaşma miktarı ve örnek çapı sabit olmak üzere birinci tip hata arttıkça testin gücünün artması beklenir, ii) dağılımdaki farklılaşma miktarı ve I. tip

hata sabit olmak üzere örnek çapı arttıkça testin gücünün artması beklenir, iii) örnek çapı ve I. tip hata sabit olmak üzere dağılımdaki farklılaşma miktarı arttıkça testin gücünün artması beklenir. Bu çalışmada testin gücüne ilişkin olarak yapılan karşılaştırmalarda elde edilen sonuçlar istatistik teorisiyle de birebir örtüşmektedir.



KAYNAKLAR

- Bennett, B.M., "On an Approximate Test for Homogeneity of Coefficients of Variation", *Contributions to Applied Statistics*, 169-171 (1976).
- Conover, W.J. ve Iman, R.L., "Some Exact Tables for the Squared Ranks Test", *Commun.Statist-Simula.Computa.*, 7(5):491-513 (1978).
- Conover, W.J., " Practical Nonparametric Statistics 2ed.", *John Wiley and Sons*, New York, 239-250 (1980).
- Cox, D.R. ve Hinkley, D.V., "Theoretical Statistics", *Chapman and Hall*, London, 111-119 (1974)
- Doornbos, R. ve Dijkstra, J.B., "A Multi Sample Test for The Equality of Coefficients of Variation in Normal Population", *Commun.Statist-Simula.Computa.*, 12 (2): 147-158 (1983).
- Feltz, C.J. ve Miller, G.E., "An Asymptotic Test for the Coefficients of Variation from k population", *Statistics in Medicine.*, 15: 647-658 (1996)
- Gerig, T.M. ve Sen, A.R., "MLE in Two Normal Samples with Equal but Unknown Population Coefficients of Variation", *Journal of american Statistical Association*, 75(371): 704-712 (1980).
- Graybill, F.A., "Theory and Application of the Linear Model", *Duxbury*, North Scituate, MA, 135-138 (1976).
- Gupta, R.C ve Ma, S., "Testing the Equality of Coefficients of Variation in K Normal Population", *Commun.Statist-Theory Meth.*, 25 (1): 115-132 (1996).
- Iglewicz, B. ve Myers, R.H., "Comparisons of Approximations to the Percentage Points of Sample Coefficients of Variation", *Technometrics*, 12(1): 166-169 (1970).
- Kendall, M. ve Stuart, A., "The Advanced Theory of Statistics", *Charles Griffin and Co*, London, 205-210 (1977).
- Lehmann, E.L. ve Casella, G., "Theory of Point Estimation 2ed", *Springer-Verlag*, New York, 454-457 (1998).
- Miller, G.E., "Asymptotic Test Statistics for Coefficients of Variation", *Commun.Statist-Theory Meth.*, 20(10): 3351-3363 (1991).
- Miller, G.E., "Use of the Squared Ranks Test to Test for the Equality of the Coefficients of Variation", *Commun.Statist-Simula.Computa.*, 20: 743-750 (1991).

Nairy, K.S. ve Rao, K.A., "Test of Coefficients of Variation of Normal Population", *Commun.Statist-Simula.Computa.*, 32(3): 641-661 (2003).

Rao, K.A. ve Vidya, R., "On Performance of a Test for Coefficients of Variation", *Calcutta Statistical Association Bulletin*, 42: 87-95 (1992).

Shafer, N.J. ve Sullivan, J.A., "A Simulation Study of A Test for The Equality of the Coefficients of Variation", *Commun.Statist-Simula.Computa.*, 15(3): 681-695 (1986).

Silvey, S.D., "Statistical Inference", *Chapmann & Hall*, London 130-135 (1975)



ÖZGEÇMİŞ**Kişisel Bilgiler**

Soyadı, adı : POTAS, Nihan

Uyruğu: T.C.

Doğum tarihi ve yeri :

Medeni hali :

Telefon :

e-mail :

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik Böl	-
Lisans	Başkent Üniversitesi / İst. ve Bilg. Böl.	2005
Lise	Özel Arı Koleji	1999
İş Deneyimi		
Yıl	Yer	Görev
2006-	Gazi Üniversitesi	Araş. Gör.

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

POTAS, N., 2006 “Güvenlik Birimlerine Gelen veya Getirilen Çocuk İstatistiklerine Uygunluk Analizinin Uygulanması (1997-2003)” , Çocuk ve Suç kitabı, Ankara, Hegem yayınları, pp: 203-218

ERÇETİN, Ş.Ş. ÇETİN, B. POTAS, N. (2007) “ Multi-Dimensional Organizational Intelligence Scale (Muldimorins)” World Applied Sciences 2,3: 151-157