
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Gazi
1926

SOMUT-YARI SOMUT (TEMSİLİ)- SOYUT YAKLAŞIMLI MATEMATİK PROGRAMININ ÇOCUKLARIN MATEMATİK BECERİLERİ İLE ÖĞRETMEN BİLGİ VE UYGULAMALARINA ETKİSİ

Feyza Aydın Bölükbaş

DOKTORA TEZİ

TEMEL EĞİTİM ANABİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ARALIK, 2023

TELİF HAKKI VE TEZ İÇİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren 3 (ay) sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : Feyza

Soyadı : Aydın Bölükbaş

Bölümü : Okul Öncesi Eğitimi

İmza :

Teslim tarihi :

TEZİN

Türkçe Adı: Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Matematik Becerileri ile Öğretmen Bilgi ve Uygulamalarına Etkisi

İngilizce Adı: The Effect of Concrete-Representational-Abstract (CRA) Approach on Children's Mathematical Skills and Teachers' Knowledge and Practices

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Feyza Aydın Bölükbaş

İmza:

JÜRİ ONAY SAYFASI

Feyza Aydın Bölükbaş tarafından hazırlanan "Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Matematik Becerileri ile Öğretmen Bilgi ve Uygulamalarına Etkisi" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı Okul Öncesi Eğitimi Bilim Dalı'nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ

(Okul Öncesi Eğitimi, Gazi Üniversitesi) .....

Başkan: Prof. Dr. Berrin AKMAN

(Okul Öncesi Eğitimi, Hacettepe Üniversitesi) .....

Üye: Prof. Dr. Adalet KANDIR

(Okul Öncesi Eğitimi, Gazi Üniversitesi) .....

Üye: Prof. Dr. Fatma TEZEL ŞAHİN

(Okul Öncesi Eğitimi, Gazi Üniversitesi) .....

Üye: Prof. Dr. Tülin GÜLER YILDIZ

(Okul Öncesi Eğitimi, Hacettepe Üniversitesi) .....

Tez Savunma Tarihi 13/12/2023

Bu tezin Temel Eğitim Anabilim Dalı Okul Öncesi Eğitimi Bilim Dalı'nda Doktora tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Şaban ÇETİN
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü .....

Annem, Babam, Kardeşim ve Canım Eşime,

TEŞEKKÜR

Akademik hayatım boyunca her daim yanımda olan, bu süreçte kendimi geliştirmem için manevi ve akademik anlamda desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, öğrencisi olduğum için kendimi şanslı hissettiğim değerli danışmanım Prof. Dr. İlkay Ulutaş'a teşekkürlerimi ve en içten saygılarımı sunuyorum.

Araştırmamı yürüttüğüm okulda beni görünce ‘’Matematik günü’’ diye sevinen, merakı ve enerjileriyle çalışmamı daha anlamlı hale getiren çocuklara, çalışmama destek veren öğretmenlere ve tüm personele ilgileri ve samimiyetleri için içten teşekkür ediyorum.

Doktora sürecinde değerli katkılar ve önerilerde bulunan, tez izleme komitesi üyeleri Prof. Dr. Fatma Tezel Şahin ve Prof. Dr. Tülin Güler Yıldız’a; kıymetli katılımları ve akademik bilgi ve tecrübeleriyle tezime katkı sunan Prof. Dr. Berrin Akman ve Prof. Dr. Adalet Kandır hocalarıma;

Akademik çalışmalarımda desteklerini esirgemeyen, aynı alanda birlikte araştırmalar yapmaktan mutluluk duyduğum, motivasyon kaynaklarım değerli meslektaşlarım ve arkadaşlarım Arş. Gör. Kübra ENGİN, Arş. Gör. Dr. Emine BOZKURT POLAT ve Öğr. Gör. Kadriye Selin BUDAK’a, bu süreçte uzakta da olsa desteğini hep hissettiğim canım arkadaşım Belkıs AKGÜL ŞAN’a, Ankara günlerine değer katan, hep yanımda olan canım kuzenim Perihan Tusem ADITEK’e

Aksaray Üniversitesinde birlikte çalıştığım hocalarım Prof. Dr. Yunus GÜNİNDİ ve Doç. Dr. Ayşegül AKINCI COŞGUN’a değerli rehberlikleri ve samimi destekleri için çok teşekkür ediyorum.

Desteklerini ve sevgilerini her zaman yanımda hissettiğim, tüm okul hayatımda ve doktora sürecinde bana başarma gücü veren, annem Cennet AYDIN, babam Rifat AYDIN ve kardeşim Mustafa Musab AYDIN’a; bu süreçteki her anı paylaşan, beni motive ederek bu yolculuğu daha da anlamlı kılan eşim Yusuf BÖLÜKBAŞ’a destekleri, anlayışı ve sabrı için sonsuz teşekkür ediyorum.

SOMUT-YARI SOMUT(TEMSİLİ)- SOYUT YAKLAŞIMLI MATEMATİK PROGRAMININ ÇOCUKLARIN MATEMATİK BECERİLERİ İLE ÖĞRETMEN BİLGİ VE UYGULAMALARINA ETKİSİ

(Doktora Tezi)

Feyza Aydın Bölükbaş
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Aralık, 2023

ÖZ

Okul öncesi dönem çocukları için *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın* çocukların matematik becerileri ile öğretmen bilgi ve uygulamalarına etkisini incelemek amacıyla gerçekleştirilen bu çalışma nicel ve nitel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma modelde tasarlanmıştır. Araştırmanın nicel boyutu yarı deneysel desen, nitel boyutu durum çalışması olarak planlanmıştır. Çalışma grubunu 2022-2023 öğretim yılında Aksaray il merkezindeki okul öncesi eğitim kurumlarına devam eden 32 çocuk (deney=16; kontrol=16) ve öğretmenleri oluşturmuştur. Çalışma grubunu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Çocukların aritmetik becerilerine ilişkin veriler "Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi'', ileri matematik becerilerine ilişkin veriler "Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi'' ile toplanmıştır. Öğretmenlerin verileri ise ''Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği'' ile elde edilmiştir. Ayrıca nitel verileri elde etmek için "Öğretmen Görüşme Formu'' ve "Araştırmacı Günlükleri'' kullanılmıştır. Araştırma kapsamında öncelikle "Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi'' geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır. Testi geliştirdikten sonra *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'*nın kuramsal temelleri oluşturulmuş ve 24 etkinlik hazırlanarak pilot uygulama ile etkinliklerin uygulanabilirliği test edilmiştir. Program uygulanmadan önce deney grubu öğretmenine eğitim verilmiş, araştırmacı rehberliğinde 12 hafta süresince haftada iki gün sınıfındaki çocuklara etkinlikleri uygulaması sağlanmıştır. Programın etkilerini incelemek amacıyla uygulama öncesi ve sonrasında çocukların matematik becerileri ve öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ile ilgili veriler toplanmıştır. Program süresince öğretmene rehberlik yapılmış, uygulamalar gözlenerek kayıtlar alınmış, uygulama

sonrası değerlendirmeleri yapılmıştır. Araştırma sonucunda *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* alan çocukların erken matematik becerileri ve ileri matematik becerilerinde anlamlı düzeyde artış olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca deney grubu öğretmeninin pedagojik alan bilgisinin program sonrasında artış gösterdiği belirlenmiştir. Araştırma kapsamında öğretmenle yapılan görüşmeden ve araştırmacı günlüğünden elde edilen nitel bulguların nicel bulguları desteklediği görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Erken Çocukluk Eğitimi, Erken Çocuklukta Matematik, Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut, Temsiller

Sayfa adedi: x+ 176

Danışman: Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ

THE EFFECT OF CONCRETE- REPRESENTATIONAL- ABSTRACT (CRA) APPROACH ON CHILDREN'S MATHEMATICS SKILLS AND TEACHERS' KNOWLEDGE AND PRACTICES

(Ph.D. Thesis)

Feyza Aydın Bölükbaş

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE OF EDUCATIONAL SCIENCES

December 2023

ABSTRACT

This study, which was conducted to examine the effects of the Concrete-Representational-Abstract (CRA) Approach on children's mathematical skills and teachers' knowledge and practices, was designed in a mixed model in which quantitative and qualitative methods were used together. The quantitative dimension of the research was planned as a quasi-experimental design, and the qualitative dimension was planned as a case study. The study group consisted of 32 children (experiment = 16; control = 16) and their teachers attending pre-school education institutions in Aksaray city center in the 2022-2023 academic year. The study group was determined by criterion sampling, one of the purposeful sampling methods. Data on children's arithmetic skills were collected with the "Updated Early Arithmetic Test", and data on advanced mathematics skills were collected with the "Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children". Teachers' data were obtained with the "Pedagogical Content Knowledge Scale on Mathematics". Additionally, "Teacher Interview Form" and "Researcher Diaries" were used to obtain qualitative data. Within the scope of the research, firstly, validity and reliability studies of the "Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children" were conducted. After developing the test, the theoretical foundations of the Concrete- Representational-Abstract Approach Mathematics Program were created and 24 activities were prepared, and the applicability of the activities was tested with a pilot application. Before the program was implemented, the experimental group teacher was given training, and under the guidance of the researcher, she was allowed to apply the activities to the children in her class two days a week for 12 weeks. In order to examine the effects of the program, data on children's mathematical skills and teachers' pedagogical content knowledge were collected before and after the application. During the program, the teacher was guided, the practices were observed, and records were taken, and post-application evaluations were made. As a result of the research, it was determined that there was a significant increase in

the early mathematics skills and advanced mathematics skills of children who received the Concrete- Representational-Abstract Approach Mathematics Program. It was also determined that the pedagogical content knowledge of the experimental group teacher increased after the program. The qualitative findings obtained from the interview with the teacher and the researcher's diary supported the quantitative findings.

Keywords: Early Childhood Education, Mathematics in Early Childhood, Concrete-Representational-Abstract (CRA), Representations

Number of Pages: x+ 176

Supervisor: Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER x

TABLOLAR LİSTESİ xiv

ŞEKİLLER LİSTESİ xvii

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ xix

BÖLÜM 1 1

GİRİŞ 1

1.1. Problem Durumu 1

1.2. Araştırmanın Amacı 4

1.3. Araştırmanın Önemi 4

1.4. Varsayımlar 7

1.5. Sınırlılıklar 7

BÖLÜM 2 8

KAVRAMSAL ÇERÇEVE 8

2.1. Erken Çocuklukta Matematik Eğitimi 8

2.2. Erken Matematik Eğitiminde Temsiller 10

2.3. Erken Matematik Eğitiminde Temsillerin Kuramsal Temelleri 12

2.3.1. Erken Matematik Eğitiminde Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşım 15

2.4. Erken Matematik Eğitiminde Öğretmen 21

2.5. Erken Matematik Becerilerinin Desteklenmesi 23

2.6. İlgili Araştırmalar 26

2.6.1. Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar 26

2.6.1.1. Matematikte Temsil ve CRA ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar 26

2.6.1.2. Erken Matematikte Öğretmenlerin Pedagojik Alan Bilgileri ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar 29

2.6.2. Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar 30

2.6.2.1. Matematikte Temsil ve CRA ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar 30

2.6.2.2. Erken Matematikte Öğretmenlerin Pedagojik Alan Bilgileri ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar 35

BÖLÜM 3 38

YÖNTEM 38

3.1. Araştırmanın Modeli 38

3.1.1. Araştırmanın Nicel Boyutu 39

3.1.2. Araştırmanın Nitel Boyutu 40

3.2. Çalışma Grubu 41

3.3. Veri Toplama Araçları 43

3.3.1. Çocuklar İçin Demografik Bilgi Formu 44

3.3.2. Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT) 44

3.3.3. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi 45

3.3.3.1. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Kapsam Geçerliliği 45

3.3.4. Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB) 63

3.3.5. Öğretmen Görüşme Formu 64

3.3.6. Araştırmacı Günlüğü 65

3.4. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı 65
3.4.1. Programının Kuramsal Temelleri 66
3.4.2. Programın Temel İlkeleri 69
3.4.3. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Program Geliştirme Basamakları 70
3.5. Veri Toplama Süreci 78
3.6. Verilerin Analizi 79
3.6.1. Nicel Verilerinin Analizi 79
3.6.2. Araştırmanın Nitel Verilerini Analiz Edilmesi 82
3.6.3. Araştırmanın Geçerliği 83
3.6.3.1. Nicel Boyut İçin Geçerlilik 83
3.6.3.2. İç Geçerliliğin Sağlanması 83
3.6.3.3. Dış Geçerliliğin Sağlanması 85
3.6.3.4. Nitel Boyut İçin Geçerlik ve Güvenirlik 87
3.6.3.5. Verileri Birleştirirken Veri Analizine İlişkin Geçerlik Ölçütleri 87
BÖLÜM 4 89
BULGULAR 89
4.1. Araştırmanın Nicel Boyutuna İlişkin Bulgular 91
4.1.1. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın Çocukların Matematik Becerilerine Etkisine İlişkin Nicel Bulgular 91
4.1.2. Öğretmenlerin Pedagojik Alan Bilgisine İlişkin Nicel Bulgular 105
4.2. Araştırmanın Nitel Boyutuna İlişkin Bulgular 106
4.2.1. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programına İlişkin Öğretmen Görüşleri 106
4.2.2. Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Gelişimine Katkılarına İlişkin Öğretmen Görüşleri 107
BÖLÜM 5 120
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 120

5.1. Çocukların Erken Matematik Becerilerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma 120

5.2. Öğretmen Pedagojik Bilgi ve Uygulamalarına İlişkin Sonuçlar ve Tartışma. 127

5.3. Öneriler 130

5.3.1. Araştırmacılara Yönelik Öneriler 130

5.3.2. Uygulamaya Yönelik Öneriler 132

KAYNAKLAR 133

EKLER 154

EK 1. Çocuklar İçin Demografik Bilgi Formu 155

EK 2. Öğretmenler İçin Demografik Bilgi Formu 156

EK 3. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzman Görüşü Formu 157

EK 4. Öğretmen Görüşme Formu 159

EK 5. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nda Kullanılan Kazanım Göstergeler 160

EK 6. Araştırmacı Günlüğü Örneği 162

EK 7. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı Etkinlik Örneği 163

EK 8. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı Uzman Değerlendirme Formu 168

EK 9. Etik Kurul İzni 170

EK 10. MEB İzni 171

EK 11. Gönüllü Olur Formu 172

EK 12. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı Etkinlik Görselleri 174

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. *Matematiksel Çizimlerin Gelişimsel Sırası*.....20
Tablo 2. *Ön Test-Son Test-Kontrol Gruplu Seçkisiz Desende Deneysel Müdahalenin Gruplara Uygulanması*.....40
Tablo 3. *Deney ve Kontrol Grubundaki Çocukların ve Ebeveynlerin Demografik Özellikleri*.....42
Tablo 4. *Erken Matematikle İlgili Yapılan Çalışmalar*.....46
Tablo 5. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri*.....51
Tablo 6. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri*.....52
Tablo 7. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri*.....53
Tablo 8. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri*.....54
Tablo 9. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri*.....54
Tablo 10. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri*.....55
Tablo 11. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri*.....56
Tablo 12. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri*.....57
Tablo 13. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin sonuçlar*.....58
Tablo 14. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi boyutları arasındaki ilişkiler*.....58

Tablo 15. *Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları* 60
Tablo 16. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin sonuçlar* 63
Tablo 17. *Somut-Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı ve Matematiksel Temsili Temel Alan Çalışmalar* 72
Tablo 18. *Eşleştirme ile ilgili ''Araba Plakalarını Eşleştirelim'' etkinlik örneği* 74
Tablo 19. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının İçeriği ve Uygulama Süreci* 76
Tablo 20. *Deney Grubu Öğretmenine Yapılan Bilgilendirme Oturumları* 77
Tablo 21. *Güncellenmiş Erken Aritmetik Testine İlişkin Normallik Analizi Sonuçları* 80
Tablo 22.*Güncellenmiş Erken Aritmetik Testine İlişkin Betimsel İstatistikler* 80
Tablo 23. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine İlişkin Normallik Analizi Sonuçları* 81
Tablo 24. *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine İlişkin Betimsel İstatistikler* 81
Tablo 25. *Deney ve Kontrol Grubundaki Çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları* 92
Tablo 26. *Deney ve Kontrol Grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Sontest Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları* 93
Tablo 27. *Deney ve Kontrol Grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi İzleme Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları* 94
Tablo 28. *Deney ve Kontrol Grubundaki Çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları* 97
Tablo 29. *Deney ve Kontrol Grubunun Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Son Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları* 97
Tablo 30. *Deney ve Kontrol Grubunun İleri Matematik Becerileri Testi İzleme Ortalamalarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları* 98
Tablo 31. *Deney Grubundaki Çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Ön test-Son test -İzleme Testi Puanlarına Göre Friedman F testi Sonuçları* 100
Tablo 32. *Kontrol Grubundaki Çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Ön test-Son test-İzleme Testi Puanlarına Göre Friedman F testi Sonuçları* 102

Tablo 33. *Deney Grubundaki Çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Ön Test-Son Test -İzleme Testi Puanlarına Göre Friedman F testi Sonuçları* 103
Tablo 34. *Kontrol Grubundaki Çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Ön test-Son test -İzleme Testi Friedman F testi Sonuçları* 105
Tablo 35. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programını Uygulama Sürecinde Araştırmacı Günlüğüne Göre Çocukların Matematik Sürecindeki Kazanımları* 113

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. NCTM İçerik ve Süreç Standartları. 9
Şekil 2. Lesh (1981) ve Lesh vd. (1987) Lesh, R. (1981) temsil çeşitleri..... 14
Şekil 3. Lesh 1981'den uyarlanan temsil modelleri 16
Şekil 4. CRA yaklaşımı aşamaları..... 17
Şekil 5. Matematiksel çizim seviyelerini örnekleri 20
Şekil 6. Araştırmanın yöntemi..... 39
Şekil 7. Ölçek geliştirme ilkeleri 45
Şekil 8. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri TestiTemel Beceriler Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği 52
Şekil 9. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlemler Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği..... 53
Şekil 10. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği..... 55
Şekil 11. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği 57
Şekil 12. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi ölçme modeli 61
*Şekil 13.*İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi ölçme modeli..... 62
*Şekil 14.*Taba-Tyler Program Geliştirme Modeli..... 70
*Şekil 15.*Somut-Yarı Somut-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı İçeriği..... 73
*Şekil 16.*Somut-Yarı Somut-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı'nın çocukların matematik becerilerine ve öğretmenlerinin bilgi ve uygulamalarına etkisine yönelik bulgular 90
Şekil 17. Deney ve kontrol grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ve toplamına ait puan ortalamalarının dağılımları..... 96
Şekil 18. Deney ve kontrol grubundaki çocukların İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ve toplamına ait grafikler..... 99

Şekil 19. Deney grubu Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ve geneli için ön-son-izleme testi sıra ortalamaları 101
Şekil 20. Deney grubu "Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi" alt boyutları ve geneli için ön-son-izleme testi sıra ortalamaları 104
Şekil 21. Öğretmenlerin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği sonuçları 106
Şekil 22. Somut-Yarı Somut - Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Gelişimine Katkılarına İlişkin Öğretmen Görüşleri..... 108
Şekil 23. Somut-Yarı Somut-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Mesleki Gelişime Katkılarına İlişkin Öğretmen Görüşleri 110
Şekil 24. Çocukların eğitim programında yaptıkları matematiksel çizimler..... 118

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
DFA	Doğrulayıcı Faktör Analizi
AFA	Açımlayıcı Faktör Analizi
CRA	Concrete- Representational- Abstract

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematik; problem çözmek, dünyayı anlamak ve analiz etmek için önemli bir araçtır. Miktarları, şekilleri, alanı ve örüntüleri tanımlama ve temsil etme yolları fikirleri ve düşünmeyi düzenlemeye yardımcı olmaktadır (Huan, Chew & Suseelan, 2022; NMAP, 2008). Erken yıllarda çocukların düşünme becerileri üzerine yapılan çalışmalar matematiğin temellerinin bu dönemde atıldığını, ilerdeki öğrenme performansının belirleyicisi olduğunu vurgulamakta, matematik eğitimine olan öneme dikkat çekmektedir (Bekman, Aksu-Koç & Erguvanlı-Taylan, 2012; Benz, 2016; Clements & Sarama, 2014; Hsieh & McCollum, 2018; National Research Council, 2009). Çocukların matematiği etkili öğrenmeleri için de bireysel öğrenme yollarının kullanılması, yeterli zaman ve materyal sağlanması, matematiğin iletişim diline yansıtılması ve değerlendirme araçları ile çocukların gelişim ve öğrenme ihtiyaçlarına göre yapılandırılması gerektiği belirtilmektedir. Matematik eğitimi bağlamının çocukların ihtiyacına göre belirlenmesi, problemleri keşfederek, yaratarak ve oynayarak çözmeleri etkin öğrenmenin yapı taşları olarak görülmektedir (National Research Council, 2009). Böylelikle bireysel ihtiyaçlarına duyarlı ve nitelikli öğrenme fırsatları sağlanarak düşünme gücünün artırılmasına ve bireysel farkların azaltılmasına çalışılmaktadır (Clements vd., 2020; Guss, Clements & Sarama, 2022).

Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından gerçekleştirilen lise düzeyinde bilgi ve becerilerin değerlendirildiği PISA araştırmalarında matematik sıralamalarına bakıldığında Türkiye'nin OECD ortalamalarının altında kaldığı dikkati çekmektedir (OECD, 2022). Erken çocuklukta yaşam boyu matematik performansının ve matematiksel düşünmenin temellerinin atıldığı düşünüldüğünde okul öncesi dönemden itibaren matematiği etkin öğrenmeyi sağlayacak düzenlemelere ihtiyaç olduğu görülmektedir.

Matematiği öğrenmede etkin yaklaşımların, yöntemlerin göz ardı edilmesi, bireysel farklara erken müdahale edilmemesi sonraki öğrenmelerin anlamlandırılmasını güçleştirmektedir (Duncan vd., 2007; Reikerås & Salomonsen, 2019). Litkowski, Duncan, Logan ve Purpura, (2021) erken matematik içeriklerinin çocukların bilişsel potansiyellerini karşılayacak şekilde yeniden incelenmesi ve düzenlenmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Björklund ve Palmér, (2022) ise çocukların matematik becerilerinin nasıl desteklendiğinin önemli olduğunu belirtmektedir. Nguyen vd. (2016) sayma, örüntü (modelleme) ölçme ve geometri alanlarında yeterliklerin daha sonraki matematik öğrenmesini etkilediğine, çocukların kavramları derin ve anlamlı öğrendiklerinin ilerleyen yıllarda daha soyut matematikle karşılaştıklarında onları daha avantajlı hale getirdiğine dikkat çekmektedir. Engel, Claessenes ve Finch (2013) çocukların temel matematik becerilerinin ileri düzey matematik becerileriyle entegre edildiğinde daha güçlü kazanımlar elde edeceklerini belirtmektedir. Claessens, Engel ve Curran (2014) da benzer şekilde erken matematikle ilgili ileri düzey içeriklerin, temel içeriklerle hazırlanmış eğitim programına göre daha etkili olduğunu belirtmektedir. Dolayısıyla çocukların matematik becerilerinin erken yıllardan itibaren ileriki kademelerde karşılaşacağı soyut matematiği anlaması bakımından somuttan soyuta öğrenmeyi destekleyecek şekilde yapılandırılması önemli olmaktadır.

Okul öncesinde çocuklar somut deneyimlerle matematiği öğrenmeye, anlamlandırmaya çalışırlar. Öğrendiklerini yaşamla ilişkilendirdiklerinde matematik daha anlamlı hale gelir (Poland & van Oers, 2007). Bu nedenle matematik eğitimi çocukların gelişimsel ihtiyaçlarından ve ilgilerinden yola çıkarak kademeli olarak somuttan soyuta doğru ilerler (Duval, 2006; Jones & Tiller, 2017). Çocuklara matematiksel fikirlerini temsil etmeleri için öncelikle gerçek dünyadan ve somut materyallerden yola çıkılarak, daha sonra sayılar ve sembollerin kullanılarak öğrenme süreci düzenlenir (Bruner, 1966; Huan vd., 2022; Piaget, 1952). Witzel, Mercer ve Miller (2003)'ün somut, yarı somut (temsili) ve soyut yaklaşımı olarak belirttiği temsillerle öğrenme (Bruner, 1966; Lesh, 1981) olarak da bilinen bu yaklaşım matematiksel düşünmenin desteklenmesinde önemli bir yöntemdir. Bu yaklaşımda matematik içeriğinde öncelikle nesnelerle öğrenme sağlanmakta, zamanla çocuğun öğrenmede aldığı ilerlemeye göre daha az somut temsillere doğru gidilmektedir (Björklund & Palmér, 2022; Sterner, Wolff & Helenius, 2020; Witzel vd., 2003).

Bireyin matematiği yaşamında karşılaştığı karmaşık durumları anlamlandırmak ve temsil etmek için kullandığı düşünüldüğünde (Goldin & Kaput, 2013), temsillerin gerçek dünya ile

matematiksel dünya arasındaki bağlantıları sağlayan kolaylaştırıcılar olduğu düşünülebilir (Post & Cramer, 1989). Temsil ile ilgili farklı bakış açıları olmakla birlikte (Behr, Post & Lesh, 1981; Duval, 1999; Goldin & Kaput, 2013), bir temsil, bir bütün olarak veya parça parça, başka bir şeye karşılık gelen, ilişkilendirilen, onu temsil eden, sembolize eden, temsil ettiğiyle etkileşime giren veya başka bir şekilde onu temsil eden yapılardır (Palmer, 1977). Çocuklarla yapılan matematik çalışmalarında somuttan soyuta giden temsil türlerinin kullanılması matematiksel fikirleri ve ilişkileri daha anlamlı hale getirmektedir (Björklund & Palmér, 2022, Lesh, Post & Behr, 1987; Mainali, 2021; NCTM, 2000; Sterner vd., 2020).

Bilgi ve teknoloji toplumunda profesyonel iş gücünde giderek artan şekilde daha yüksek matematik yeterliliklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Matematik eğitim, bilim, teknoloji, mühendislik, sanat gibi birçok alan için temel oluşturan bir disiplindir (NMAP, 2008; Huan vd., 2022). Günümüz dünyası bilim ve teknolojideki hızlı gelişmeler bu gelişmelere ayak uydurabilecek, daha iyisini yaratabilecek, hızlı düşünen ve üreten bireylerin yetiştirilmesini gerektirmektedir. Eğitim programlarına temsilleri veya soyut düşünmeyi içeren kodlama eğitimlerinin alındığı düşünüldüğünde çocukların somuttan soyuta doğru matematiği öğrenmelerinin toplumun ihtiyacına temel oluşturduğu söylenebilir.

Temsil ile ilgili araştırmalarda matematik öğreniminde temsil seçimleri ile ilgili az sayıda çalışma bulunmakla birlikte (Mainali, 2021), erken matematik becerilerinde son yıllarda çocukların matematiği hangi temsillerle nasıl öğrendikleri ile ilgili çalışmaların (Björklund & Palmér, 2022; Sterner, Wolff & Helenius, 2020) nitelikli erken matematik ortamları ile ilgili önemli sonuçlar ortaya koyduğu görülmektedir. Erken matematikte temsillerin nasıl seçileceği, etkinliklerde temsile nasıl yer verileceği ve bunların çocukların matematik becerilerinde nasıl etkileri olacağı ile ilgili çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır (Björklund & Palmér, 2022; Mainali, 2021).

Çocukların matematik öğrenme süreçlerinin somut, yarı somut (temsili) ve soyut temsillerle düzenlenmesi gelişim düzeylerine uygun daha anlamlı öğrenmeler sağlarken aynı zamanda daha sonraki dönemlerde karşılaşacakları karmaşık matematiksel düşünme süreçlerinde de temel oluşturduğu görülmektedir (Li vd., 2018; Scalise & Ramani 2021). Bu doğrultuda çalışmada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* okul öncesi çocuklarının matematik becerilerine ve öğretmenlerin bilgi, tutum ve uygulamalarına etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma erken matematik eğitiminde temsile yönelik farkındalıkların artırılmasına ve bununla birlikte öğretmenlerin matematikle ilgili bilgi ve

becerilerinin desteklenmesine ve nitelikli erken matematik ortamlarının oluşturulmasına imkân verecektir. Araştırmada gerçekleştirilecek olan *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programında* çocuklar farklı temsillerle öğrenme sağlarken uygulamayı gerçekleştiren öğretmenlerin de daha derin matematiksel süreçler düzenlemeleri, çocukların matematiği nasıl öğrendikleri ile ilgili bilgileri ve matematiksel temsilleri etkili kullanmaları desteklenecektir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırma *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'*nın çocukların matematik becerilerine ve öğretmenlerin bilgi ve uygulamalarına etkisinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın temel amacı doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi geçerli ve güvenilir bir yapıya sahip midir?
2. "Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı" na katılan ve katılmayan çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ile Okul Öncesi Dönem Çocukları için İleri Matematik Becerileri Testine ait ön test, son test, izleme testi puanları anlamlı düzeyde fark göstermekte midir?
3. Öğretmenlerin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeğine ait ön test, son test ve izleme testi puanları fark göstermekte midir?
4. Öğretmen ve araştırmacı gözlemine göre "Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı"nın çocuklar üzerindeki etkisi nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Çocuklar günlük hayatlarında çevrelerindeki matematiksel durumlara ilgi duymaktadır. Aileler, erken çocukluk programları ve öğretmenler bu ilgilerini desteklemede önemli bir rol oynamaktadır. Matematikle ilgili olumlu deneyimleri olan çocuklar güçlü bir temel ile eğitime başlamaktadır (NAEYC & NCTM, 2009). Deneyimlerine, yetişkinlerle ve diğer çocuklarla etkileşimlerine ve günlük gözlemlerine dayanarak matematiksel fikirlerini

oluşturmaktadır. Bu fikirler çocuğa özgüdür ve aynı yaştaki çocuklar arasında farklılıklar gösterebilmektedir. Matematik konusunda yaşıtlarından geri kalmış olan çocukların çevrelerinden yeterli girdiyi sağlayamadıkları görülmektedir (Copley, 2004). Bu nedenle eğitim ortamlarında tüm çocukların matematiği öğrenmesi için fırsat sağlanmalıdır (Sterner vd., 2020). Erken çocukluk matematik programları, çocukların güçlü bir matematiksel temel oluşturmaları, okulda ve günlük hayatta başarılı olmaları için gerekli olan kavram ve becerileri edinmelerini amaçlamaktadır (Onoshakpokaiye, 2023). Bu nedenle çalışmada çocukların bireysel farkları, ilgi ve ihtiyaçlarına odaklanarak çocuk merkezli yaklaşımlarla *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* tasarlanmıştır. Programda somuttan soyuta doğru ilerleyen adımlarla her çocuğun potansiyelini en üst seviyede geliştirilmesi hedeflenmiştir (Bruner, 1996; Vygotsky, 1978). Çocuk merkezli olarak tasarlanan *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programında* farklı temsil çeşitleriyle matematik becerilerinin desteklenmesi sınıftaki bütün çocuklara ulaşmayı öngörmekte ve okul öncesi yıllar gelişimin hızlı olduğu yıllar olduğu için uygulanacak olan program aynı zamanda bir erken müdahale programı olarak önem taşımaktadır.

Matematikte temsillerin temel noktalarından biri de çocukların matematiksel içeriği nasıl yapılandırdıklarını anlamayı sağlamasıdır. Bu yapılandırmada somut pratik düşünme ile soyut mantıksal düşünme arasındaki boşluğun kapatılması konusunda zorluklar yaşanabilmektedir (Dijk, van Oers & Terwel, 2004; van Oers & Poland, 2012). Örneğin, sayı doğruları gibi görsel temsiller, çocuklarda sayıların sırası ve büyüklüğünün zihinsel bir temsilini oluşturmalarına hizmet etmektedir (Woods, Ketterlin Geller & Basaraba, 2018). *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* ile matematiksel süreçlerin tasarlanmasında döngüsel ve sarmal bir yaklaşım benimsenerek, çocukların öğrendiklerini önceki bilgilerle ilişkilendirmeleri ve farklı bağlamlarda kullanmaları teşvik edilmiş, bu sayede matematiksel içeriği ve süreçleri etkili bir şekilde geliştirmeleri hedeflenmiştir (Sterner, Helenius & Wallby, 2014; Sterner vd., 2020).

Temsil ve görselleştirme matematiksel anlamın temel noktalarıdır. Nesneleri ifade etme veya gösterme yollarında, bilginin nasıl kodlandığını anlamlandırmak için temsiller kullanılır (Duval, 1999). Farklı temsil çeşitlerinin bir arada kullanılmasının en önemli gerekçelerinden biri informal ve formal matematik arasındaki bağlantı kurulmasıdır. Çocukların bu bağlantıyı kurmalarında açık ve sistematik öğretimin, temsiller ve bunlar arasındaki ilişkileri

içeren yapılandırılmış etkinliklerin etkili olacağı belirtilmektedir (Sterner vd., 2020). Çocuklar önce matematik kavramı veya becerisiyle ilgili somut materyallerle karşılaştıklarında duyuları ile etkileşime ihtiyaç duyarlar. Bu etkileşim onların soyut düzeye hazırlanmalarını sağlar (Jones & Tiller, 2017). *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* çocukların matematik kavramlarını kapsamlı bir şekilde anlamalarını sağlamak amacıyla somut temsillerden başlayarak görsel ve soyut farklı temsil çeşitleri ve temsiller arasında bağlantı kurmalarını sağlayan etkinlikler içerir ve böylelikle ileri matematiğe geçiş süreçlerini destekler.

Eğitimin temel amaçlarından biri çocukları çevrelerinde meydana gelen çeşitli karmaşık görevlerle başa çıkmaya hazırlamaktır. Karmaşıklık genellikle kafa karıştırıcı ve ele alınması zor olarak kabul edilir. Bu tür durumlarla başarılı bir şekilde müdahale edebilme yaşla birlikte yavaş yavaş gelişen bir süreç olarak görülmektedir. Özellikle okul öncesi dönemde çocuklar matematikte tanıma ve bilgi seviyesinde kalabilmekte ve daha derin düşünme süreçleri göz ardı edilebilmektedir (Engel vd., 2013; van Oers & Poland, 2012). Son yıllarda erken matematikle ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde ise ileri matematik (sembolik gelişim, temsil becerileri, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme, problem çözme, uzamsal düşünme vb.) ile ilgili içerik ve becerilerin arttığı görülmüştür (Björklund, van den Heuvel-Panhuizen & Kullberg, 2020; Donlan, 2020; Gilmore, Gilmore, Göbel & Inglis, 2018; McCluskey, Kilderry, Mulligan & Kinnear, 2023; Sterner vd., 2020; van Oers & Poland, 2012; Worthington, Dobber & van Oers, 2019). Literatürde çocukların temel matematik performanslarını ölçme araçları olmakla birlikte ileri matematik becerilerini değerlendirmek için de ölçme araçlarına ihtiyaç olabilmektedir. Nguyen vd. (2016) yapmış oldukları çalışmada temel becerilere ek olarak ileri sayma becerilerini değerlendirdikleri bir ölçme aracı kullanmışlar ve daha sonraki matematik performanslarında ileri sayma becerilerinin daha etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. İleri matematik sayma becerilerine ek olarak diğer alanlarda da önemli olarak görülmekte ve incelenmesi gerekmektedir (Engel vd., 2013). Bu bağlamda çalışmada temel beceriler, sayma ve işlem, uzamsal algı ve problem çözme alt boyutlarını içeren *"Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi"* geliştirilmiştir. Çocukların tanıma seviyesinde bilginin ötesine geçerek daha anlamlı öğrenmeler sağlayacakları ileri düzey matematik becerilerinin değerlendirilmesi için geliştirilen ölçme aracının alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Okul öncesi dönemde çocukları matematiksel içeriğe ve bağlantılara yönlendirmek için ne tür yöntemlerin kullanılacağına ilişkin bazı çalışmaların olduğu görülmektedir (Björklund, 2014; Björklund & Palmér, 2022; Ekdahl, 2021; Van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2013). Matematik öğretimi ve öğreniminde somut, sözel ve yazılı semboller dahil olmak üzere çoklu temsillerin kullanımının gerekli olduğu vurgulanmaktadır (Bakar & Karim, 2019). *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* eğitimcilerin matematikle ilgili öğrenme süreçlerini derinlemesine keşfetmelerine ve farklı temsil düzeyindeki materyalleri ve içerikleri deneyimlemelerine ve eğitim süreçlerine aktarmalarına rehber olacaktır.

Araştırmanın erken matematik eğitimini temsil becerileri, ileri matematik becerileri, sembolik ve soyut matematik gibi farklı bağlamlarda ele alarak eğitimcilere ve akademisyenlere bu alanla ilgili çalışma alternatifleri sunacağı düşünülmektedir. Ayrıca Türkiye'deki literatürde okul öncesinde yapılmış temsil becerileri ve somut-yarı somut (temsili)-soyut (Concrete, Representational-Abstract /CRA) yaklaşımı ve ileri matematikle ilgili kanıt temelli benzer çalışmaların bulunmaması ve bu bağlamda gerçekleştirilen ilk çalışması olması nedeniyle, araştırmanın alan yazında önemli bir boşluğu dolduracağı öngörülmektedir.

1.4. Varsayımlar

Katılımcıların veri toplama araçlarında yer alan soruları cevaplarken; içten ve objektif olacakları ve gerçek durumu yansıtacakları varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

1. Araştırma tipik gelişim gösteren çocuklar,

2. Daha önce özel olarak hazırlanmış ve okul öncesi dönem matematik eğitimine yönelik planlı bir "Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitimi" almamış çocuklar ve öğretmenleri,

3. Aksaray il merkezinde bulunan okul öncesi eğitim kurumlarına devam eden çocuklar ve öğretmenleri ile sınırlandırılmıştır.

BÖLÜM 2

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

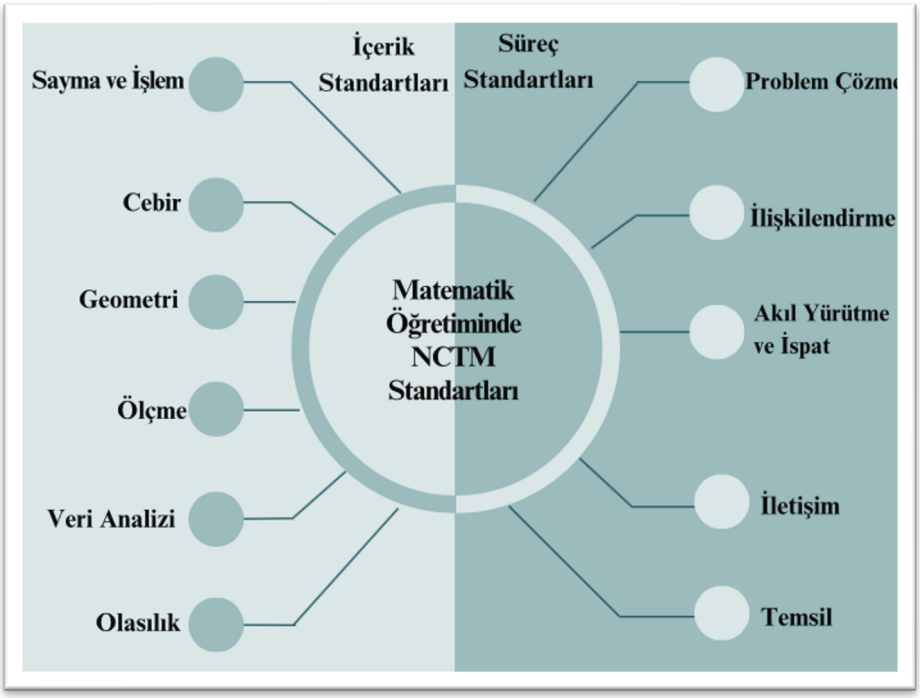
2.1. Erken Çocuklukta Matematik Eğitimi

Yaşamın ilk yıllarında, çocuklar çevrelerindeki matematiği fark etmeye ve keşfetmeye başlamaktadır. Yemeğini arkadaşıyla eşit bir şekilde paylaşmak veya bloklarla yaptığı binayı dengede tutmaya çalışmak gibi problemlerle uğraşır, miktarları karşılaştırır ve çevrelerindeki desenleri ve şekilleri bulmaya çalışırlar (NAEYC & NCTM, 2010). Çocuklar içten motivasyonlu öğrenenlerdir, destekleyici fiziksel ve sosyal bir ortamda matematiği etkin öğrenebilir ve yaşamla ilişkilendirebilirler (National Research Council, 2009). Karşılaştıkları durum ve olaylara merak ve deneme isteği ile yaklaşır, oyun oynarken çeşitli matematiksel fikir ve süreçleri içeren problemleri ortaya çıkarır ve çözerler (Perry & Dockett, 2002). Bununla birlikte kendiliğinden veya çevreleriyle etkileşim kurarak sürekli matematiksel fikirler oluştursalar da (Copley, 2004), kendi stratejileriyle problem çözme eğiliminde ve girişiminde olsalar da (Siegler, 2003), informal yollarla öğrendikleri okula başladıklarında öğrenmeleri gerekenler ile akıl yürütme biçimleri arasındaki farkı kapatacak düzeyde değildir (Hughes, 1986). Nörobilimsel çalışmalarda vurguladığı gibi erken yıllarda çocukların bilişsel gelişimleri çok hızlıdır (Blakemore & Frith 2005; Catherwood 2000), öğrenme süreci ve uyaranlar kritik öneme sahiptir (Atherton & Nutbrown, 2016). Dolayısıyla çocukların okul öncesi eğitim almaları ve matematiğin nitelikli olarak planlanması ve uygulanması ilkokula hazırlanmalarında kaçınılmaz olmaktadır.

Küçük Çocukların Eğitimi Ulusal Birliği (National Association for the Education of Young Children/NAEYC) ve Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics/NCTM) 3-6 yaş arası çocuklar için yüksek kaliteli, zorlayıcı ve erişilebilir matematiksel eğitimin ileri kademelerdeki matematik öğrenimi için anahtar görevi gördüğünden erken çocukluk ortamlarında etkili ve araştırmaya dayalı deneyimlerin,

eğitim ortamlarının, politikaların ve öğretmenlerin artırılması gerektiğini vurgulamaktadır (NAEYC & NCTM, 2010).

NCTM (2000)'ye göre nitelikli matematik eğitimi içerik ve süreç standartlarının etkileşimini içermektedir. İçerik standartlarında sayılar, işlemler, geometri, ölçme; süreç standartlarında ise problem çözme, akıl yürütme, ispat, ilişkilendirme, iletişim ve sembolleştirme gibi süreçler yer almaktadır. İçerik standartları, çocukların öğrenmesi gereken matematik kavram ve içerikleri tanımlarken; süreç standartları, bu kavramları öğrenme ve kullanma yollarını içermektedir. Dolayısıyla bu yaklaşımla matematik sadece içerikten ibaret değil, düşünme süreçlerinin de görünür kılındığı bir eğitim sürecine dönüşmektedir.



Şekil 1. NCTM İçerik ve Süreç Standartları. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National. kaynağından uyarlanmıştır.

Erken çocuklukta araştırmaya dayalı matematik eğitiminin önemini vurgulayan Clements, Sarama & DiBiase, (2003) aşağıdaki üç nokta ile matematik eğitiminde farklılıklara ve tüm çocukları dahil etmeye vurgu yapmışlardır:

1. Matematik, gelişimi ne olursa olsun her çocuk içindir. Erken çocukluk ve ilköğretim düzeyinde matematik etkili bir şekilde öğretilirse, tüm çocuklar bu alanda yeterlilik

geliştirebilirler. Matematikte öğrenme güçlüğü gibi görünen olaylara genellikle bilişsel yetersizlikten ziyade uygunsuz öğretim neden olmaktadır.

2. Çocukların matematik öğrenme becerilerindeki farklılıklar cinsiyet veya sosyo-ekonomik durumla ilgili olabilmektedir. Matematik kapsayıcı olmalıdır, eşit öğrenme fırsatları sağlandığında bu farklar azaltılacaktır.
3. Çocuklar matematiksel durumları farklı şekillerde anlarlar. Bir gruptaki tüm çocuklar sorunları aynı şekilde temsil etmeyebilir veya çözmeyebilir, aynı spesifik gelişimsel sırayı takip etmeyebilir (Clements vd., 2003). Matematik eğitiminde bireysel ihtiyaçlardan yola çıkmak, çocuğu kendi sürecinde değerlendirmek, büyük grup çalışması yerine çocuğa bizzat ulaşacak yolları kullanmak matematiğe olan ilgiyi artıracaktır.

Okul öncesi matematik eğitimi bir ekip çalışmasını da içermelidir. Eğitimciler, yöneticiler ve aileler birlikte çalışarak çocukların kazanımları güçlendirebilir, artırılabilir, çevrelerini matematiksel öğretme ve öğrenmeye yönelik uygulamalar hakkında bilgilendirebilir ve tüm çocuklar için yüksek kaliteli, eşit matematik deneyimlerini destekleyen kaynaklar geliştirebilir (NAEYC & NCTM, 2009).

Bu araştırmada geliştirilen Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı literatürde temsillerle öğrenme olarak da karşılık bulduğundan aşağıda erken matematik eğitiminde temsiller ve kuramsal temelleri açıklanmış, ardından Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşıma yönelik bilgilere yer verilmiştir.

2.2. Erken Matematik Eğitiminde Temsiller

Matematiksel bilgileri çeşitli yollarla öğrenen çocuklar eğitim sürecinde ilerledikçe yeni ve giderek daha karmaşık matematiksel fikirler ve süreçlerle karşılaşırlar. Örneğin, rasyonel sayılar çocukların sayma becerilerini genişletmelerini, kesir bilgilerini ve bir bütünün parçalarını temsil etme becerilerini gerektirmektedir. Temsiller çocukların daha önce edindikleri matematiksel bilgileri ve düşünceleri bir sonraki noktaya taşımaları ve ilerletmeleri için kolaylaştırıcılar veya bağlantı araçları olarak çalışırlar (Gilmore vd., 2018; Uttal vd., 2009).

Matematik içeriklerinin ve matematiksel düşünme sisteminin temel unsurlarından biri olarak kabul edilen temsiller (Kaput, 1987), kişisel veya kültürel yapıların parçası olup sistemli ama

karmaşık bir yapıya sahiptir (Goldin & Kaput, 2013). Temsiller; gerçek dünya ve matematiksel dünya arasındaki bağlantıyı formüller, tablolar, grafikler, sayılar, denklemler veya materyaller aracılığıyla soyut düşünmeyi artıran matematiksel nesneler olarak bir diğer anlamla somuttan soyuta geçişi sağlayan aracılar olarak görülmektedir (Post & Cramer, 1989). Matematik öğretme ve öğrenmede matematiksel kavramların anlaşılmasında farklı temsil biçimleri kullanılmakta, temsil biçimleri arasındaki geçiş, temsili tanımak ve ondan faydalanmak kadar önemli olmaktadır (Duval, 2006; Mainali, 2021; Otsuka & Jay, 2017; Post & Cramer, 1989).

Matematik eğitiminde temsiller, temsilleri süreç standartlarından biri olarak belirten NCTM (2000) tarafından da vurgulanmaktadır. NCTM (2000), temsillerin çocukların matematiksel kavramları ve ilişkileri anlamalarını desteklemede temel faktörler olduğunu, çocukların matematiksel bakış açıları ve matematiksel düşüncelerini geliştirmek için gerekli olduğunu belirtmektedir (Mainali, 2021). Çocukların matematiksel kavramları ve ilişkileri anlamalarında, problem çözme ve akıl yürütme becerilerinin desteklenmesinde temsillerin kullanıldığı eğitim süreçlerinin düzenlenmesi gerektiği görülmektedir. Çünkü çocuklar matematik içerikleri ile ilgili farklı temsil biçimleriyle karşılaştıkça daha anlamlı ve kalıcı öğrenmeler gerçekleşmektedir (Mainali, 2021; NAEYC & NCTM, 2010).

Matematik, gerçek dünyayı kavramsallaştırma ve yapılar arasındaki ilişkileri anlama konusunda güçlü bir araçtır (Mainali, 2021). Özellikle okul öncesinde veya matematik eğitiminin başlangıcında somut materyallerin kullanılması öğrenmenin etkililiği açısından ön koşul olarak kabul edilmektedir (Ball, 1992). Çünkü çocuklar somut materyaller ile çalışırken yaptıkları hataları, hataların nedenlerinin farkına varabilir, hatalarını düzeltmeye çalışabilirler (Bradley, Notar, Herring & Eady, 2008). 2008; Caine, Caine, McClintic & Klimek, 2005). İlk yıllarda somut materyaller fikirlerin görsel temsilciliğini yapan araçlar olarak işlev görürler (Battle, 2007). Gelişimleri gereği öğrenmeler arttıkça çocukların materyallere olan ihtiyacı azalır, sembollere ilgi göstermeye başlarlar. Bu süreçte sadece somut materyal sunulması ilerleme ihtiyacına karşılık gelmeyebilir, bu ihtiyacı sunulan somut materyaller ile işlem yapmaya değil, özelliklerine odaklanmaya yönelerek gidermeye çalışabilir, somut ve sembolik temsil arasındaki bağlantıyı kurmaları gecikebilir. Çocukların somut matematik materyallerinden temsillere doğru geçme ihtiyacı sembolik temsilleri anlamalarında kritik dönem özelliği oluşturur. Bu süreç zamanında karşılanmadığında ilerleyen kademelerdeki matematiği anlamlandırmada zorluk görülebilir (Uttal vd., 2009).

Matematiksel temsiller, çocukların kavramları daha iyi anlamalarına ve soyut düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur (Mainali, 2021). Herhangi bir resme veya objeye bakmanın çocukların birçok ayrıntıyı fark etmelerini sağladığı göz önüne alındığında, kavramsal amaçla hazırlanmış temsiller ile kavramı algılama, yorumlama, karşılaştırma, iletişim gibi birçok kazanım elde edilebilecektir (Battle, 2007). Fakat bu kazanımlar matematik içeriği ve süreçlerindeki planlama ve uygulamaların somut, yarı somut ve soyut geçişleri sağlayacak şekilde yapılmasını gerektirir. Sadece somut materyallerle çalışmak çocukların matematik kavramlarını anlamalarını desteklemekle birlikte, ilerde karşılaşacağı soyut içerik için yeterli olmayabilmektedir. Matematik sistemler, düzen ve mantık içerdiğinden günlük matematiğin formal matematiğe doğru ilerlemesi öğrenim kademeleri arasında köprü kurulması bakımından da somuttan soyuta geçiş gereklidir. Günümüz dünyasının teknoloji ile görsel uyaran bakımından zengin olduğu düşünüldüğünde çocukların matematiğe ait birçok sembolle doğal olarak karşılaştıkları görülebilir. Şekiller, örüntüler, sayılar birçok dijital araçta veya uygulamada karşılarına çıkmakta, bilgisayar ortamında sembollerle kodlama yapmaktadırlar. Somut, yarı somut (temsili) ve soyut matematik yaklaşımı çocukların sistemli olarak matematiği somuttan soyuta doğru özümlemelerine imkân vermektedir.

2.3. Erken Matematik Eğitiminde Temsillerin Kuramsal Temelleri

Matematik eğitiminde temsillerin kuramsal temellerine bakıldığında Bruner'in (1966) bilişsel yaklaşımında ve Lesh (1981) ve Lesh vd. (1987) çalışmalarında daha çok yer verildiği görülmektedir.

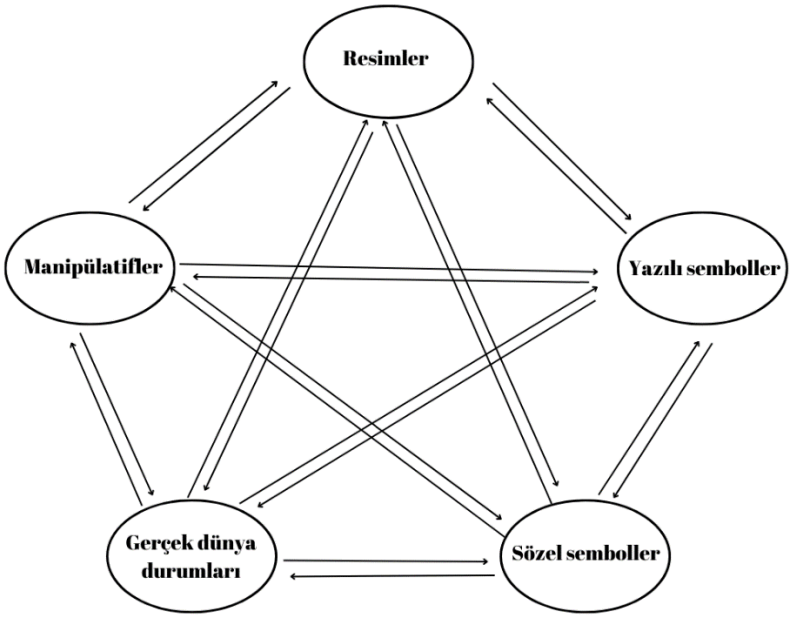
Bruner (1966) çocuklar için matematiksel fikirlerin oluşumunda "eylemsel", "imgesel", "sembolik" olmak üzere üç temsil biçimi olduğunu belirtmiş, bu sürecin ilk olarak, eylemsel; ikinci olarak, imgesel (resimler) ve son olarak, semboller olacak şekilde temsil biçimleri arasında doğrusal bir geçişin olması gerektiğini ifade etmiştir. *Eylemsel temsillerde* çocuklar somut nesnelerle etkileşimde bulunarak ve deneyimleyerek aktif olarak bilgileri edinirler. *İmgesel temsillerde* çocuklar görseller aracılığıyla matematiksel kavramları anlamaya başlarlar. *Sembolik temsilde* ise semboller ve matematiksel dili kullanarak kavramları daha soyut ve genellenebilir hale getirirler ve matematiksel düşünme becerilerini üst düzeye çıkarırlar (Mainali, 2021).

Lesh (1979), Bruner (1966)'in temsil biçimlerini yeniden kavramsallaştırarak imgesel (resimsel) boyutu manipülatif materyaller ve resimler olarak; sembolik boyutu konuşma dili ve yazılı semboller olarak ele almıştır (Behr vd., 1981). Lesh (1979) temsil çeşitleri arasında doğrusal olmayan etkileşimli bir geçiş olması gerektiğini, çocuklar temsillerle matematiksel problemleri çözerken iletişimin önemli olduğunu ve aynı anda kullanılabileceğini belirtmiştir (Behr vd., 1981; Post & Cramer, 1989).

Lesh (1981) matematik eğitiminde matematiksel kavramların temsil gruplarını oluşturarak, matematikte temsillerin nasıl yapılabileceğine ilişkin de bir model oluşturmuştur. Bu modelde beş temsil türü bulunmaktadır:

1. Gerçek dünya durumları (çocuğun hayatındaki olaylar, durumlar ve nesnelerle bağlantı kurma)
2. Manipülatifler (çocukların manipüle etmesiyle matematiksel bir kavramı göstermek için tasarlanmış nesneler)
3. Resimler (fiziksel nesnelerin çizimleri veya fotoğrafları veya diyagramlar)
4. Sözel semboller (sayıları veya sayısal kavramları temsil eden konuşma dili)
5. Yazılı semboller (harfler, rakamlar ve diğer grafiksel semboller)

Lesh vd. (1987)'ye göre bu temsiller algısal olarak benzer ancak matematiksel olarak farklı (iki ve üç rakamlarını temsil eden oyuncak bloklar) ya da algısal olarak farklı ancak matematiksel olarak benzer (iki rakamını temsil eden iki blok ve iki blok görseli gibi) olabilir. Ayrıca tüm temsil grupları birbiri ile bağlantılıdır (Şekil 2), matematik öğrenme, bu temsil biçimleri arasında (ötelemeler) ve içinde (dönüşümler) bağlantı kurma becerisi ile değerlendirilir.



Şekil 2. Lesh (1981) ve Lesh vd. (1987) Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics,12*(2), 235–264. ve Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier, (Ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. kaynaklarının temsil çeşitlerinden uyarlanmıştır.

Duval (2006) temsilleri farklı semiyotik (göstergebilimsel) temsil sistemleri (örneğin ikonik, görsel) ve sözlü temsil sistemleri olarak sınıflandırır. Lesh (1987)'ye benzer şekilde temsil sistemleri arasındaki geçişi vurgular (Björklund & Palmér, 2022).

Matematik eğitiminde temsiller iç ve dış temsil sistemleri olarak ayırım göstermektedir (Goldin & Kaput, 2013). İçsel temsiller matematik öğrenme sürecindeki gözlenemeyen, zihinsel durumları ifade etmek için kullanılmaktadır. Matematik sürecinde öğrenenlerin sözel ifadeleri veya uygulama sürecindeki yaptıklarından iç temsillerle ilgili çıkarımlar yapılabilmektedir. Dışsal temsiller ise matematikle ilgili kullanılan sözcükler, resimler, grafikler, manipülatifler gibi fiziksel olarak gözlemlenebilir somut yapılar için kullanılmaktadır. Dışsal temsillerle ilgili durumlar herkes tarafından gözlenebilir olmasına rağmen yorumlamayı yapan bireylerin içsel temsilleri ile bağlantılıdır (Goldin & Kaput, 2013**;** Mainali, 2021). Yani dışsal ve içsel temsiller birbiriyle iç içe geçmiştir çünkü dışsal temsil, bireylerin içsel algısının veya yapısının somutlaşmış halidir (Lesh vd., 1987).

Goldin ve Shteingold (2001)'e göre çocukların önceki deneyimlerine ve matematiksel anlama şekillerine göre iç temsilleri, çevresindeki yetişkinlerin kazandırmaya çalıştıkları erken matematik içeriklerini anlamalarını kolaylaştırabilir veya zorlaştırabilir. Bu nedenle

çocukların kendilerinin oluşturdukları içsel temsillerle ilgili bilgilerin sadece dışsal temsiller aracılığı ile çıkarımı yapılabilir. Somut, yarı somut (temsili) veya soyut olarak oluşturulan eğitim sürecinde dışsal temsiller, değerlendirme aracı gibi çocukların matematiksel düşüncelerini daha iyi anlamayı da sağlamaktadır. Burada önemli olan nokta çocukların temsiller ile deneyimlerinde konuşmalarını ve matematiksel fikir üretmelerini sağlamaktır. Erken matematik eğitiminde temsillerin rolüne ilişkin araştırmaların sınırlı ve karmaşık olduğu belirtilmektedir (Bobis & Way, 2018). Erken matematikte farklı temsillerin sunulması çocukların matematiksel öğrenmelerini bireysel olarak destekleme ve matematiksel düşünme yapılarını anlama bakımından da katkılar sağlamaktadır.

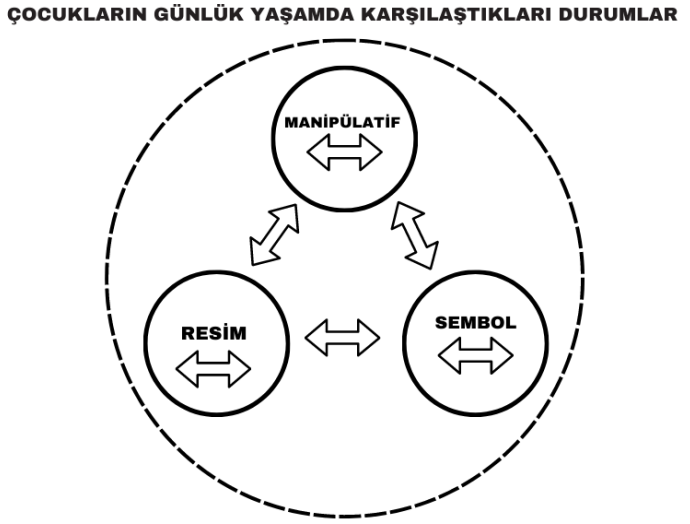
Somuttan soyuta matematiğin öğrenilmesinin temelleri Jean Piaget (1952)'nin yapılandırmacı yaklaşımına dayanırken, temsillerin arasındaki bağlantıların ve geçişlerin de önemli olduğu ve çocukların da matematiksel düşüncelerinin gelişmesinde farklı temsillerin kullanılması gerektiği sonraki araştırmalarla ortaya çıkmıştır (Behr, Post & Lesh, 1981; Post & Cramer, 1989). Bu durum somuttan soyuta matematik öğretimi ile ilgili yapılan araştırmaların artmasını sağlamıştır (Huan vd., 2022; Ayyıldız & Aktaş, 2022). Son yıllarda erken yaşlardan itibaren temsil ile ilgili çalışmalar yapılmakta, çocukların matematiği somuttan soyuta doğru nasıl öğrendiklerine dikkat çekilmektedir (Björklund & Palmér, 2022; Sterner vd., 2020).

2.3.1. Erken Matematik Eğitiminde Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşım

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut (Concrete-Representational-Abstract /CRA) yaklaşımı, soyut matematiksel kavramların etkili bir şekilde anlaşılmasını sağlamak için farklı temsil türlerinin kullanıldığı bir yaklaşımdır. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut (Concrete, Representational- Abstract/CRA) yaklaşımı, matematiksel kavramları öğretmek ve öğrenmek için bir süreçtir. Materyalin manipülasyonuyla başlayarak malzemeler (sayaçlar, fasulyeler, Unifix küpleri) ve süreç çocukları temsil düzeyine taşır (toplu sayılar, noktalar, pullar) ve sayıların ve sembollerin kullanıldığı soyut düzeydeki matematiğe ulaştırır (Witzel, 2005). CRA yaklaşımı, bir temsilden diğerine ilişkilendirmeler ve geçişler yaparak ilerlemeyi içermektedir. Çocuklar önce matematik kavramı veya becerisiyle ilgili somut

materyallerle karşılaşır, temel matematik deneyimi elde eder ve matematik kavramlarını soyut düzeyde anlamaya doğru yol alırlar (Jones & Tiller, 2017).

Lesh (1981) ve Duval (2006), temsil modellerinin uyarlamasıyla oluşturulan CRA yaklaşımı çerçevesinde çocukların çevrelerinde meydana gelen gerçek durumlar ve olaylar başlangıç noktası olarak kabul edilmektedir. Lesh'in modelinde yazılı ve sözlü semboller iki ayrı kategoride alınmıştır fakat erken matematik eğitiminde sembolleri sınırlandırmamak için bütün sembol kullanımlarına sembol olarak belirtmişlerdir. Şekil 3'te Uyarlanan modelde görseller ve manipülatifler Lesh (1981)'in modelindekiyle aynıdır ve doğrusal olmayan bir yapı mevcuttur (Björklund & Palmér, 2022).



Şekil 3. Lesh 1981'den uyarlanan temsil modelleri. Björklund, C., & Palmér, H. (2022). Teaching toddlers the meaning of numbers connecting modes of mathematical representations in book reading. Educational Studies in Mathematics, 110(3), 525-544.

Somuttan soyuta temsillerle öğrenmeye Somuttan Resme, Somuttan Soyuta yaklaşımı veya Somuttan Temsile ve Soyuta stratejisi de denir (Witzel, 2005; Witzel, Riccomini & Schneider, 2008). Yaklaşım çocukların kendi bağlantılarını kurmalarına ve öğrenilmekte olan kavram hakkında genellemeler yapmalarını ve anlamlı öğrenmeler gerçekleştirilmesini desteklemektedir (Hazelton & Brearley, 2008).

CRA, öğrencilerin aynı yapının farklı temsillerini deneyimlemelerine ve bunlar arasındaki benzerlikleri bulmalarını (Clements, 1999; Schwarz, Dreyfus & Bruckheimer, 1990) ve matematiksel kavramlarla ilgili kendi matematiksel düşüncelerini oluşturmalarını (Witzel vd., 2008) sağlar. Nesnelerden resimlere ve sembollere kademeli olarak inşa ederek, temel

kavramları öğrenmek için çok sayıda ve çeşitli fırsatlar sunar ve potansiyel olarak matematik güçlüğü çeken çocukları bireysel olarak destekleme imkânı verir (Jordan, Miller & Mercer, 1999; Jaciw vd., 2016).

CRA yaklaşımının somut, yarı somut (temsili) ve soyut aşamalarında matematikte farklı temsillerin kullanımı ile ilgili üç aşaması aşağıda açıklanmıştır (Şekil 4).



Şekil 4. CRA yaklaşımı aşamaları

Somut aşama: Erken matematikte kavramlar ve beceriler öncelikle somut materyallerle, somut deneyimlerle ve çevrelerinde daha önce karşılaştıkları durumlarla temsil edilir (Toong, Futalan & Chona, 2015). Problemleri keşfetmek ve çözmek için para, sayaçlar, küpler, onluk bloklar ve zarlar gibi manipülatifleri kullanan somut ve eyleme dayalı bu temsil *''yapma''* aşaması olarak tanımlanmaktadır. Örneğin yiyeceklerini veya oyuncaklarını arkadaşları arasında eşit olarak dağıttıklarında parça-bütün ilişkini somut olarak deneyimlemiş olurlar. Bu somut deneyimler sayesinde sembolik ve soyut matematik bilgisinin temellerini oluştururlar. Böylelikle sembolik temsiller henüz oluşmasa da bazılarını temel matematiksel görevleri yerine getirmek için kullanabilirler (Bobis & Way, 2018). Bu nedenle çocuklara somut materyallerle matematiği keşfetmeleri, problem çözmeleri ve kendi matematiksel fikirlerini oluşturmaları için yeterli zaman ve fırsatlar sağlanmalıdır (Toong vd., 2015).

Erken matematikte kullanılan somut materyaller veya manipülatiflerde çocukların nesnelerin özelliklerinden çok kazanması beklenen matematiksel içeriğe odaklanmasını sağlamak gerekmektedir. Erken matematik kavramlarının çoğunu aslında çocuklar somut materyallerle öğrenseler de bu yöntem yeterli değildir (Jones & Tiller, 2017; Uttal vd., 2009). Smith'in (2009)'e göre çocuğun gelişimine uygun somut materyal çocukların doğal süreçlerinde kullandıkları matematik ile sembolik matematik arasındaki boşluğun azaltılmasını sağlamaktadır (Jones & Tiller, 2017). Çocukların gelişim ve öğrenmeleri ilerledikçe sembolik temsilleri anlamaları ve temsiller arasındaki bağlantıları anlamaları için

matematik öğrenme yollarına göre farklı temsilleri sunmaya geçiş yapılabilir (Jones & Tiller, 2017; Uttal vd., 2009).

Yarı somut (temsili): Çubuk modeller gibi somut nesnelerin yarı somut temsilleri, problemleri modellemek için kullanıldığı *''görme''* aşamasıdır. Janvier (1987), matematiksel düşünmede temsillerin kullanımının temel olduğunu ve özellikle kitapların çocuklarda matematiksel düşünceyi geliştirmek için zengin görseller ve grafikler sunduğunu belirtmektedir (Mainali, 2021).

Kavramların temsili ve görselleştirme matematikte anlamanın önemli parçalarından biridir (Duval, 1999). Matematik kavramlarını ve süreçlerini örneklemek için kullanılan kare, sayı, çizgiler ve sembolik notasyon gibi temsiller çocukların temel yapıları görmelerine ve anlamalarına imkân sağlar. Bu görseller sayesinde çocuklar aslında somut olarak deneyimledikleri matematiksel içerikleri farklı bir temsil şekliyle arasındaki bağlantıyı sağlamış olurlar (Obersteiner, Reiss, Ufer, Luwel & Verschaffel, 2014; Bobis & Way, 2018).

Erken matematikte görselleri kullanırken belirli bir bağlam verildiğinde çocuklar mantıksal bağlantıları daha rahat kurarlar. Örneğin matematik içerikli resimli öykü kitaplarında kullanılan görseller ve anlatılan hikâyede bir bağlantı olması anlamayı kolaylaştırmaktadır. Bununla birlikte, çocukların bu bağlantıları çözmesini engelleyebilecek bazı durumlar da olabilir. Görseldeki matematik içeriği hikâye metniyle bütünleştiğinde temsil işlevi sayesinde, çocukların matematiksel bağlantıları daha iyi anlamalarına olanak tanır. Ancak görsellerin bilgi işlevi, hikâye metninde bulunmayan içerikleri de içerebilmektedir. Bu da çocukların, dikkatini dağıtabilir, kavramları anlamalarını engelleyebilir (Björklund & Palmér, 2020). Sunulan görsel temsillerin desteklemek istediği matematik içeriği veya becerisi ile ilgili işlevine uygun olarak tasarlanması amacına ulaşmasını sağlayacaktır.

Soyut: Matematiksel sembolleri kullanan soyut notasyonlar *''sembolik''* aşama olarak tanımlanmaktadır. Matematik için soyut düşünme, çocukların önceden belirlenen matematiksel sembolleri ve yapıları yeniden organize ettikleri bir süreç olarak kabul edilmektedir (Tzekaki & Papadopoulou, 2017).

Soyut düşünceyi, Poland ve van Oers (2007), *''somut olarak verilen nesneler ile onların soyut temsilleri arasındaki diyalektik bir süreç''* olarak açıklamıştır. Soyut düşüncenin gelişiminin somut dünyadan bağımsız oluşturulan matematiksel düşüncelerle bağlantılı olduğu ve temsiller aracılığıyla bağını sürdürdüğü ifade edilmektedir (Otsuka & Jay, 2017).

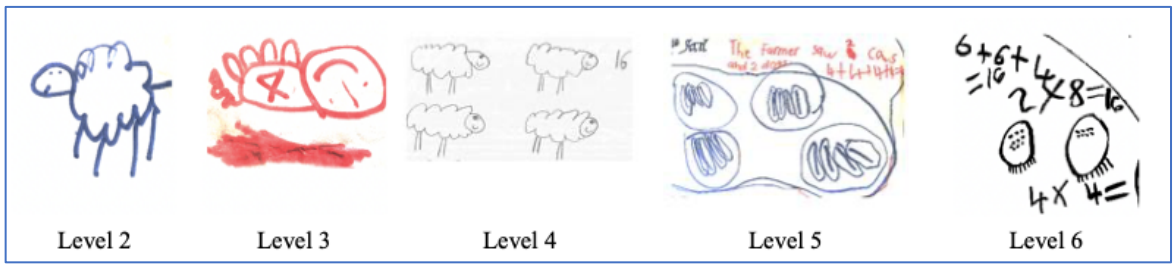
Erken matematik içerikleri soyut düzeyde sayılar, matematiksel semboller ve çocukların kendi çizimleri ile temsil edilmektedir. Çocuklara diğer aşamalarda olduğu gibi soyut düzeyde de deneyim kazanmaları için matematiği keşfetmelerini sağlayacak materyaller, ortamlar, sorular, stratejiler bu ortamın bileşenleri olarak görülebilir (Otsuka & Jay, 2017; Toong vd., 2015).

Çocukların sembollerle ilgili yaptıkları çizimler de matematiksel öğrenme ve düşünme yapılarını anlamak için kullanılabilecek soyut temsil araçlarıdır. Çocukların erken dönem matematiksel çizimlerinde ikonik sembollerden soyut sembollere doğru gösterdikleri gelişim aslında onların daha önceden edindikleri ve yeni bilgileriyle bağlantı kurduklarını göstermektedir. Matematikte çizimlerinde anlamlı ve özgün başlangıçları matematiğin sembolik dilinin ortaya çıkışına işaret etmektedir (Worthington vd., 2019). Çocukların matematiksel düşüncelerini dışarıya aktarırken kullandıkları çizimleri (Cartwright, 2023), matematiksel süreçlerini anlamak için tek başına yeterli olmamakla birlikte çizimler ve matematiksel semboller arasında bağlantı kurabilen çocukların daha yüksek matematiksel akıcılık gösterdiği araştırma sonuçları mevcuttur. Özellikle ikonik (simgesel) temsiller çocukların matematiksel problem durumuna çözüm bulmalarında iskele görevi gördüğü belirtilmektedir (Cartwright, Bobis & Way, 2021). Çocukların matematiksel çizimlerinin aşamaları Cartwright vd., (2021)'in Way (2018)'den uyarladığı gelişimsel sıralama kategorileri Tablo 1'de açıklanmış ve Şekil 5'te kategorilerin görsel örneklerine yer verilmiştir.

Tablo 1
Matematiksel Çizimlerin Gelişimsel Sırası

Kategori	Kategori açıklaması
1. Karalama	Tutarsız çizimlerin olduğu kategoridir. Karalama içerir, matematiksel öyküyü içermez.
2. Resim	Hikâye probleminden çizimler ortaya çıkar. Ancak sayısal etiketler veya sembolik gösterimler gözlenmez.
3. Ortaya Çıkan Hikâye - yanlış süreç/çözüm	Hikâyenin resimleri veya ikonik temsiller ortaya çıkar ve sayısal değerler gözlenir. Matematiksel sürecin doğruluğu veya problem durumunun çözümüne rastlanmaz.
4. Kısmi Hikâye - süreç veya çözümle ilgili hatalar	Problemi çözme sürecini göstermek için resimlerin veya ikonik temsillerin ve sayısal değerlerin kullanıldığı görülür. Problem çözme açısından çizimlerde; doğru süreç ancak yanlış/eksik çözüm veya eksik/yanlış süreç ile doğru çözüm özellikleri görülebilir.
5. Bölünme ve Çözüm	Resimler veya ikonik temsiller ve sayısal değerler kullanılır. Problem durumuna doğru bir çözüm görülür.
6. Gelişmiş Bölme ve Çözüm	Resimler veya ikonik temsiller ve sayısal değerler kullanılır ve problem durumuna yönelik çoklu çözümler veya kalıplar görülür.

Cartwright, K., Bobis, J., & Way, J. (2021). Investigating Students' Drawings as a Representational Mode of Mathematical Fluency. *Mathematics Education Research Group of Australasia* kaynağından uyarlanmıştır.



Şekil 5. Matematiksel çizim seviyelerini örnekleri. Cartwright, K., Bobis, J., & Way, J. (2021). Investigating Students' Drawings as a Representational Mode of Mathematical Fluency. *Mathematics Education Research Group of Australasia* kaynağından alınmıştır.

Yetişkinler için farklı temsil türleri arasındaki geçiş doğal bir süreçtir. Örneğin, bir yetişkin matematik problemini çözerken, rakamları ve diğer sembolleri veya problem çözümü için temelde gerekli olan temsil biçimlerini kullanır. Çocuklarda ise bu süreç daha farklıdır. Çocuklar matematikle ilgili bir materyal, görsel veya sembolle karşılaştıklarında farklı

temsil çeşitleri arasında bağlantı kurmaları için gelişim ve deneyimlerine uygun bağlam ve ortamın düzenlenmesi gerekmektedir (Uttal vd., 2009). Ayyıldız ve Aktaş (2022) çocukların temsiller arası geçiş yapma becerilerinin düşük olduğunu ve temsillerle ilgili süreçlerde zorlandıklarını belirtmektedir. Bu durum matematik eğitiminin çocukların gelişimsel ihtiyaçları doğrultusunda planlanıp planlanmadığını, öğretim, değerlendirme yöntem ve yaklaşımlarının nasıl olduğunu gündeme getirmektedir.

2.4. Erken Matematik Eğitiminde Öğretmen

Erken matematik eğitiminde öğretmen planlayıcı, uygulayıcı ve değerlendirici olarak diğer alanlarda olduğu gibi temel role sahiptir. Öğretmenin mesleki yeterlikleri, matematik inançları, öğretim uygulamaları, beklentileri ve çocuklarla ilişkisi sürecin niteliğini ortaya koyar (Björklund vd., 2020; Boyd vd., 2014). Benz (2016) çocukların erken matematiksel düşüncelerini desteklemek için gerekli mesleki yeterlilikleri üç kategoriye ayırmıştır:

1. İçerik bilgisi (pedagojik içerik bilgisi ve çocukların gelişimi hakkında bilgi)
2. Tutum ve inançlar
3. Uygulama yeterlikleri

Bir öğretmenin nitelikli eğitim planlayıcısı ve uygulayıcısı olması için içerik bilgisi, tutum ve uygulama olmak üzere çok yönlü desteklenmesi bütüncül olarak güçlendirilmesi gerekmektedir (Chen & Chang 2006; Chen & McCray, 2012; McCray, 2008).

İçerik bilgisi (Pedagojik içerik bilgisi ve çocukların gelişimi hakkında bilgi): Öğretmenlerin düşünce süreçlerinin çalışmasına nasıl entegre edilebildiği ile ilgili çalışmalar yürüten Shulman (1986) tarafından oluşturulan "içerik bilgisi" kavramı (Peterson, Fennema, Carpenter & Loef, 1989), daha sonra matematik öğretimi için pedagojik içerik bilgilerinin değerlendirilmesinin önemini belirten Ball (1988) tarafından vurgulanmıştır. Öğretmenler hizmet öncesi öğretmen eğitimi sırasında matematik pedagojisini öğrenirler. Bununla birlikte, öğretmenlerin bu tür bilgileri öğrenmesinin en önemli kısmı öğretmenlik sırasında, hizmet öncesi veya öğretmenlik yaparken, uygulamalı eğitim deneyimine dayalı olarak gerçekleşir (Ball, Thames & Phelps, 2008). Öğretmenlerin matematik ile ilgili bilgileri (hem pedagojik hem de müfredat) sınıftaki matematik uygulamalarına yansımaktadır (Ernest, 1989). Matematiksel kavramlar ve pedagojik alan bilgisi ile ilgili yeterli bilgiye sahip öğretmenlerin çocukların erken matematik becerilerini desteklemede daha etkili olduğu

belirtilmektedir (Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva & Hedges, 2006; Purpura & Logan, 2015**;** Zhang, 2015).

İçerik bilgisi, pedagojik içerik bilgisi ve çocukların gelişimi hakkında bilgi, öğretmenlerin çocukların faaliyetlerinde matematiksel yeterliliklerini fark etmelerini destekleyen bilgilerin edinimini içerir. Matematik içeriği çok sık güncellenmese de öğretmenlerin zaman zaman matematik ile ilgili kaynaklara yönelmeleri ve içeriğe hâkim olmaları gerekir.

Tutum ve inançlar: Matematik öğretmenleri arasındaki farklılıkları açıklamak için pedagojik alan bilgisine ek olarak tutum ve inançları da dikkate almak önemli bir konudur. Öğretmenler çok benzer bilgiye sahip olabilirler ancak biri matematik öğretmek için problem çözme yönelimli iken diğeri daha didaktik bir yaklaşım kullanma eğiliminde olabilir. Tutum ve inançların güçlü olması farklı öğretim yöntemleri uygulamayı ve öğrenmede farklılıklara ulaşmayı engelleyebilir (Ernest, 1989; Zhang, 2015).

Okul öncesi öğretmenlerinin tutumları matematiğe karşı hoşlanma, hoşlanmama veya matematik fobisini içerebilir. Matematikteki ilgi ve becerileri düşük olan öğretmenler, matematikten uzak durabilir, programda daha az yer verebilirler (Ernest, 1989; Oppermann, Anders & Hachfeld, 2016). Öğretmenler matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmek için çabaladıklarında öğrenme ve keşfetme isteklerini artırabilmektedir. Bu nedenle öncelikle öğretmenlerin matematiğe yönelik olumlu tutumlarını teşvik etmek gerekmektedir (Chen & McCray, 2012).

Öğretmenlerin beklentileri çocukların erken dönem matematik gelişimini de etkilemektedir. Baker, Tichovolsky, Kupersmidt, Voegler-Lee ve Arnold (2015) okul öncesi çocukların akademik becerilerine ve öğretmen algılarına ilişkin yaptıkları boylamsal çalışma, öğretmen algılarının, çocuğun dil, okuma yazmaya hazırlık ve matematikteki akademik sonuçlarıyla önemli ölçüde ilişkili olduğunu göstermektedir. Öğretmenlerin çocukların matematiksel yeteneklerine yönelik beklentileri yüksek olduğunda, çocukların matematikte başarılı performans gösterme olasılıklarının daha yüksek olduğu görülmektedir (House, 2005; Purpura & Logan, 2015). Tersine, düşük beklentiler çocukların ilerlemesini engelleyebilir ve potansiyellerini sınırlayabilir. Bu nedenle, öğretmenlerin, çocukların matematiksel yeteneklerine yönelik olumlu ve gerçekçi beklentilere sahip olmaları ve çocukların tam potansiyellerine ulaşmalarına yardımcı olmak için uygun destek ve iskele sağlamaları önemlidir.

Öğretmen-çocuk ilişkisi, erken matematik gelişiminde bir başka kritik faktördür. Öğretmenler ve çocuklar arasındaki olumlu ve destekleyici bir ilişki, çocukların risk almak ve soru sormak konusunda kendilerini güvende hissettikleri elverişli bir öğrenme ortamını teşvik eder. Çocuklar ile güçlü ilişkiler kuran öğretmenler, onların bireysel ihtiyaçlarını daha iyi anlayabilir ve öğretimi buna göre şekillendirebilir. Ek olarak, olumlu öğretmen-çocuk ilişkisi, çocukların matematikte motivasyonunu artırır (Shanley, Clarke, Doabler, Kurtz-Nelson & Fien, 2017). Öğretmenin çocuklarla iletişim kurması, matematik sohbetleri yapması, çocukların matematik becerilerinin artmasını sağlar (Klibanoff vd., 2006).

Uygulama yeterlikleri: Uygulama yeterlikleri; eğitim ortamı düzenleme, materyal hazırlama, etkinlikleri uygulama, çocukla iletişim ve değerlendirme gibi uygulama süreci deneyimlerini içerir. Eğitimciler çocukların matematiksel düşünme becerilerini destekleyecek sorular sorarak, gelişimlerine uygun materyaller seçerek ve değerlendirmeleri düzenli, sürekli ve farklı araçlarla yaparak pedagojik alan bilgilerini uygulamalarına yansıtmış olurlar (Gasteiger & Benz, 2018).

2.5. Erken Matematik Becerilerinin Desteklenmesi

Okul öncesi öğretmenleri ve eğitim kurumları çocukların matematik öğrenimi üzerinde oldukça büyük etkiye ve sorumluluğa sahiptir. Özellikle aileleri matematik deneyimleri sağlayamayan çocuklar sadece erken çocukluk programlarında bu deneyimlere daha çok ihtiyaç duyabilmektedir (Clements & Sarama, 2014). Küçük Çocukların Eğitimi Ulusal Birliği (NAEYC-National Association for the Education of Young Children) ve Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM-National Council for Teachers of Mathematics) erken çocukluk öğretmenlerinin çocuklara matematik eğitiminde etkili olması gereken beş kritik nokta belirlemiştir (NAEYC & NCTM, 2002).

1. *Matematiksel içerik bilgisi:* Erken matematikte çocuklarda desteklenmesi planlanan matematiksel içerik konusunda derin bir bilgiye sahip olunmalıdır. Çocukların matematik becerilerini desteklerken içerikler belirlenmeli, konular arasında bağlantıları kurarak çocukların konuları bütünsel bir şekilde anlamalarını sağlamalıdır.
2. *Çocukların öğrenme ve gelişme bilgisi:* Matematikle ilgili eğitim programları ve müfredatlar çocukların bilişsel, duygusal, sosyal ve fiziksel gelişimiyle ilgili bilgilere

de dayandırılmalıdır. Öğretmenler gelişim alanlarıyla ilgili bilgileriyle, çocukların gelişimsel ihtiyaçlarına uygun şekilde eğitim sürecini düzenlemelidir.

3. *Etkili matematik pedagojisi bilgisi:* Çocukların informal yollarla edindikleri bilgileri temsil etme, organize etme ve yeniden düzenlemeleri için eğitimcilerin matematikle ilgili pedagoji bilgilerine sahip olmasıi uygun yöntem, teknik ve strretejileri belirlemesi gerekmektedir.
4. *Çocukların gelişimini ve öğrenmesini değerlendirmek için etkili materyaller bilgisi:* Çocukların matematiksel bilgilerini, gelişimlerini ve stratejilerini dikkatli ve sürekli olarak değerlendirilmesi gerekmektedir. Değerlendirmeler çocukların matematiksel gelişimleri hakkında fikir sahibi olunmasını sağlarken ileride düzenlenecek olan eğitim sürecine de yön vermektedir. Çocuklara özel olarak tasarlanan değerlendirme materyalleri çocuğun güçlü ve zayıf yönlerini görmesini ve kendi öğrenmesini izlemesini sağlar.
5. *Erken çocukluk matematik öğretimi için mevcut olan kaynak ve materyaller hakkında bilgi:* Çocukların matematiksel bilgileri ilgiyle keşfetmeleri için materyallerin matematiksel içerik bilgisine ve gelişimlerine uygun olarak seçilmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin kaynak ve materyal zenginliği ve bilgisi matematik eğitimi sürecinde çocuğa deneyim zenginliği sağlar.

Okul öncesi eğitim ortamlarında çocukların farklı matematiksel deneyimler kazanmasını desteklemek amacıyla teknolojiden de yararlanılarak alternatif yöntemler geliştirebilir, çocukların bireysel öğrenme özelliklerine göre küçük grup veya büyük grup olarak çalışmalar yapılabilir (Clements vd., 2003).

Öğrenme fırsatları planlarken matematiksel tabanlı öğrenme süreçlerinin kendiliğinden oluşması için de gerekli koşullar sağlanabilmelidir (Gasteiger & Benz, 2018). Örneğin; çocuklar tarafından ifade edilen fikirleri sık sık dinleyen bir okul öncesi öğretmeni, çocukların matematik hakkında nasıl bilgi sahibi olduklarını ve bu süreci nasıl daha etkili bir şekilde destekleyeceğini görür (Rittle-Johnson, 2017). Bu etkileşimlerden elde ettiği bilgilere göre matematiksel kavramların geliştirilmesine elverişli materyaller ve ortam sağlayabilir. Daha da önemlisi, çocukları gözlemleyerek, yeni keşifler yapmalarını ve kendi sorularını oluşturmaları için rehber olabilir (Copley, 2004).

Okul öncesi dönemde nitelikli matematik eğitimi için önemli olan bazı özellikler arasında; öğretmenlerin ve çevresindeki yetişkinlerin çocukların doğal matematik ilgilerini anlamaları

ve desteklemeleri, çocukların deneyim ve bilgi birikimlerini dikkate almaları, matematik müfredatı, öğretim uygulamaları ve çocukların gelişimleri hakkında bilgi sahibi olmaları yer almaktadır. Ayrıca, öğretmenler ve çocuğun çevresindeki yetişkinlerin çocukların problem çözme becerilerini destekleyen uygulamaları benimsemeleri, matematiksel kavramları doğru, aşamalı ve uygun yöntemlerle öğretmeleri ve çocuklarla derin ve sürekli etkileşimde bulunmaları önemlidir. Matematiği oyun temelli planlayarak, diğer etkinliklerle bütünleştirmeli, etkileşimi artıracak stratejiler kullanmalı ve çocukların matematiksel kazanımlarını düzenli aralıklarla değerlendirilerek öğrenmelerini desteklemelidir (NAEYC & NCTM, 2010).

Öğretmenlerin sınıfta ve sınıf dışında çocukların matematik becerileri konusunda ebeveynlere güven, bilgi ve beceri desteği sunmaları eğitimin sürekliliğini sağlayacaktır. Bu, çocukların bireysel ihtiyaçlarının karşılanması ve öğrenme farklarının kapatılması açısından da önemlidir (Wylie, Thompson & Lythe, 2001). Ev ortamında matematik uyaranlarının artırılması erken matematik becerilerinin şekillenmesini, ileriki kademelerde matematik başarısının artmasını sağlamaktadır (Evans & Field, 2020; Zhang, Hu, Zou & Ren, 2020). Evde ve okulda eğitim faaliyetlerine daha fazla katılım, motivasyonu, eğitime katılımı ve hatta akademik başarıyı artırmaktadır. Ebeveynlerle iş birliği içinde ev ortamında matematiği zenginleştiren düzenlemeler yapılabilir. Evde çocuklarıyla oynayabilecekleri matematik oyunları önerilerek çocuklarına matematik için daha fazla fırsat sağlamalarına destek olunabilir.

Kaliteli bir matematik eğitimini süreci oluşturmak ve sürdürebilmek için eğitim programı geliştiricilerin, politika yapıcıların nitelikli öğretmen yetiştirmesi ve mesleki gelişim sistemi oluşturması, kalite standartlarına, müfredata ve değerlendirmeye önem vermesi, erken matematiği destekleyen politikalar geliştirmesi, çocukların sınıf, toplum, kurum ve sistem genelinde matematik yeterliliklerinin önündeki engelleri aşmaları için gerekli kaynakları sağlamaları gerekmektedir (Gasteiger & Benz, 2018).

Öğretmenler temelde eğitim müfredatının planlayıcısı ve uygulayıcısıdırlar. Bu nedenle, onların yeterliklerinin, endişelerinin, en iyi nasıl öğrendiklerinin, çocukların matematik yeterlikleri hakkında nasıl bilgi sahibi olacaklarının ve matematik eğitim sürecini nasıl daha etkili bir şekilde destekleyebileceklerinin ele alması nitelikli eğitim sürecine ulaşmayı sağlayacaktır (Clements vd., 2003; Rittle-Johnson, 2017).

2.6. İlgili Araştırmalar

Araştırmanın amacı doğrultusunda çocukların temsil becerilerini, öğretmenlerin bilgi, tutum ve uygulamalarını incelemeye yönelik yapılan çalışmalar, öğretmenlerin matematik becerileri ve sınıfta yapılan uygulamalar konusunda çocukların üzerindeki etkilerini inceleyen yurt içinde ve yurt dışında yapılan çalışmalara aşağıda yer verilmiştir.

2.6.1. Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

2.6.1.1. Matematikte Temsil ve CRA ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

Çelik ve Kandır (2013) araştırmalarında, "Küçük Çocuklar için Büyük Matematik" programının, 61-72 aylık çocukların matematik gelişimine olan etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın çalışma grubunu, anasınıfına devam eden toplam 42 çocuk oluşturmuştur. Deneysel modelde yürütülen çalışmada, veri toplama aracı olarak "Genel Bilgi Formu" ve "Matematik Gelişimi 6" testi kullanılmıştır. Küçük Çocuklar İçin Büyük Matematik eğitim programı, deney grubundaki çocuklara uygulanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, deney grubundaki çocukların matematik becerilerinin kontrol grubundaki çocuklara göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir.

Ergül ve Artan (2015) çalışmalarını çocukların ölçme ve veri analizi-olasılık alanlarındaki matematiksel akıl yürütme becerilerini incelemek amacıyla gerçekleştirmiştir. Çalışma grubunu 60-74 aylık, tipik gelişim gösteren 204 çocuk oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak, çocuğun cinsiyeti, yaşı, devam ettiği kurum türü ve kuruma yarım/tam gün devam etme durumu, toplam okul öncesi eğitim alma süresi ile ebeveyn öğrenim durumu ile ilgili bilgileri içeren Çocuk Bilgi Formu ve araştırmacı tarafından geliştirilen Erken Matematiksel Akıl Yürütme Becerileri Değerlendirme Aracı kullanılmıştır. Araştırma sonucunda erkek ve kız çocukların puanları arasında akıl yürütme alan ve türleri bakımından anlamlı bir farklılık olmadığı belirlenmiştir.

Karademir (2017) çalışmasında sorgulama temelli matematik etkinliklerinin çocukların matematiksel becerilerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma grubuna, deney grubunda 19, kontrol grubunda 19 ve plasebo grubunda 19 olmak üzere 60-72 aylık 57 çocuk alınmıştır. Çocukların matematik becerilerini incelemek için veri toplama aracı olarak "Erken Matematik Yeteneği Testi-3 (TEMA-3) kullanılmıştır. Toplam 30 etkinlikten oluşan Sorgulama Temelli Matematik Etkinlikleri Modülü 10 hafta, haftada üç gün uygulanmış,

deney grubundaki öğretmen ve 12 ebeveynle görüşmeler yaparak sorgulamaya dayalı öğrenme uygulamaları ile ilgili görüşleri alınmıştır. Araştırmanın sonucunda sorgulama temelli matematik etkinliklerinin çocukların matematiksel becerilerini desteklediği ve öğretmen ile ebeveynlerin sorgulamaya dayalı öğrenme uygulamalarına olumlu bir bakış açısına sahip oldukları tespit edilmiştir.

Nisan ve İnal-Kızıltepe (2019) yapmış oldukları çalışmada, Erken Aritmetik Programı'nın çocukların sayı kavramı gelişimine olan etkisini incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın çalışma grubu 40'ı deney ve 38'i kontrol grubunda olmak üzere toplam 78 çocuktan (48-60 aylık), oluşmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak "Erken Sayı Değerlendirme Ölçeği" ve "Sayı Gelişimi Değerlendirme Ölçeği" kullanılmıştır. Erken Aritmetik Programı, 12 hafta boyunca haftada iki gün çocuklara uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda deney grubundaki çocukların kontrol grubundaki çocuklara göre anlamlı derecede yüksek puanlar elde ettiği, deney ve kontrol grupları arasında ön test-son test puan ortalamalarında anlamlı farklılıklar olduğu ve programın etkisinin kalıcı olduğu belirlenmiştir.

Karakuş (2020) çalışmasında Okul Öncesi Matematik (Pre-K Mathematics) Programının çocukların matematik becerilerine ve ebeveynlerin matematik etkinliklerine katılımlarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 58 çocuk (48-66 aylık), 56 ebeveyn ve altı öğretmen oluşturmaktadır. Pre- K Matematik Programı 11 hafta süresince ve haftada üç gün olarak uygulanmıştır. Araştırma sonucunda Pre-K Matematik Programının çocukların matematik becerilerini ve ebeveynlerin matematik etkinliklerine katılımını geliştirmede etkili olduğu tespit edilmiştir.

Gök-Çolak ve Kandır (2020) yapmış oldukları çalışma Örüntü Temelli Matematik Eğitim Programı'nın (ÖTEMP), 61-72 aylık çocukların akıl yürütme becerilerine etkisini incelemiştir. Çalışma grubunu, 20 deney ve 20 kontrol grubundan oluşan toplam 40 çocuk (61-72 aylık) oluşturmuştur. Veriler, Bilişsel Yetenekler Testi Form-6 (CogAT-6), Öğretmen Gözlem Formu, Öğretmen Görüşme Formu ve Aile Katılımı Değerlendirme Formu ile toplanmıştır. Örüntü Temelli Matematik Eğitim Programı, deney grubuna sekiz hafta boyunca haftada beş gün uygulanmıştır. Sonuçlar, deney grubunun Sözel, Sayısal ve Sözel Olmayan Boyut ön-test ve son-test puanlarında anlamlı bir artış gösterdiğini ortaya koymuştur. Nitel bulgular da öğretmenlerin programın başarılı olduğunu ve öğrencilerin örüntü kavramını daha derinlemesine anladıklarını göstermiştir.

Ayyıldız ve Aktaş (2022) çalışmalarında Türkiye'de 2002-2020 yılları arasında temsil ile ilgili çalışmaları incelemişlerdir. YÖK Ulusal Tez Merkezi, Google Akademik arama motoru, YÖK Akademik, TÜBİTAK-ULAKBİM DergiPark ve EBSCOhost-ERIC veri tabanlarında yer alan erişime açık ve tam metinlerine ulaşılabilen temsil ile ilgili 41 makale ve 53 lisansüstü tez araştırmaya dahil edilmiştir. Araştırmalar yayım yıllarına, türlerine, kullanılan araştırma yöntemlerine, örneklem/çalışma gruplarına, amaçlarına ve sonuçlarına göre incelenmiş, ve tematik içerik analizi ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda temsillerle ilgili çalışmaların Türkiye'de son yıllarda arttığı ve çoğu çalışmanın temsilleri bir konu veya öğrenme alanı bağlamında incelemeyi amaçladığı belirlenmiştir. İncelenen araştırmaların sonuçlarında ise öğretmen adaylarının ve öğrencilerin farklı temsiller arasında geçiş becerilerinin düşük olduğu ve eğitim sürecinde temsillerle ilgili zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Çakır ve Ergül (2022) farklı seviyelerde erken matematik başarısına sahip çocukların çalışma belleği düzeylerini incelemişlerdir. Araştırmaya okul öncesi eğitime devam eden ortalama ve ortalamanın üzerinde gelişim gösteren 100 çocuk dahil edilmiştir. Çocukların sözel olmayan zekâ düzeylerini belirlemek için Renkli Progresif Matrisleri Testi (RPM), matematik becerilerini Erken Matematik Yeteneği Testi (TEMA-3) ve çalışma belleği performanslarını belirlemek amacıyla da Çalışma Belleği Ölçeği (ÇBÖ) kullanılmıştır. Çocuklar TEMA-3 testi ile erken matematik başarılarına göre düşük, orta ve yüksek başarı olarak üç gruba ayrılmıştır. Araştırma sonucunda düşük, orta ve yüksek matematik performansı gösteren çocukların çalışma belliği performanslarının da farklılaştığı ve düşük matematik performansı gösteren çocukların orta ve yüksek performans gösteren çocuklara göre anlamlı olarak daha düşük olduğu belirtilmiştir.

Çalamak vd. (2022), araştırma ve geliştirme projesine (GÖÇ-MAT) katılmış, sınıflarında mülteci çocukları olan okul öncesi ve sınıf öğretmenlerinin çocukların matematik eğitimi uygulama süreçleri incelenmiştir. Proje kapsamında öğretmenlerin matematik eğitim süreçlerinin olduğu videolar araştırma verisi olarak kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin çoklu temsillerin kullanımı, iş birlikli öğrenme, oyun ve kültürel ögelerin matematik ile bütünleştirilmesi konularında farkındalık sahibi oldukları görülmüştür. Eğitim videolarındaki temsil kullanımları incelendiğinde çocukların matematiksel içeriklerle ilgili desteklenirken gerçek yaşam durumları, somut nesneler, resimler, soyut materyaller, sözel semboller ve beden dili gibi farklı temsillerin kullanıldığı tespit edilmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde yurt içinde okul öncesi dönem çocukların temsil becerilerine ve matematiksel düşünme süreçlerine yönelik son yıllarda az sayda çalışma yapıldığı görülmüştür. Temsil ile ilgili çalışmaların daha çok ilkokul matematik eğitimine yönelik yapıldığı dikkat çekmiştir.

2.6.1.2. Erken Matematikte Öğretmenlerin Pedagojik Alan Bilgileri ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

Parpucu ve Erdoğan (2017) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, okul öncesi öğretmenlerinin pedagojik matematik içerik bilgisi ile matematik dilini kullanımları arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak "Okul Öncesi Matematiksel Pedagojik İçerik Bilgisi (OMPİB) Ölçme Aracı" kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemi, iki bağımsız anaokulundaki toplam 21 öğretmenden oluşmuş, öğretmenlerin sınıfta kullandıkları matematik dilini incelemek için Klibanoff vd. (2006) geliştirdiği kategoriler kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin genellikle sayma ve sayı sembollerine odaklanan matematik dili kullanmayı tercih ettiği, hesaplama odaklı matematiksel dilin ise kullanılmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin deneyim yıllarına bağlı olarak matematik dilini ilk yıllarda daha az, 6-10 yıl arasında daha fazla kullandığı ve daha ileriki yıllarda tekrar azalttığı gözlemlenmiştir.

Fırat ve Dinçer (2018) çalışmasında okul öncesi öğretmenlerinin etkinliklerini ve doğal matematiksel dili incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırma, bağımsız bir anaokulunda çalışan iki öğretmen ile ilkokul içerisinde yer alan anasınıfında çalışan bir öğretmenin sınıflarında yapılan gözlemler üzerinden gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin sınıfında haftada iki kez gözlem yapılmış ve içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğretmenlerin daha çok doğal matematik dili ve sınıf düzenini sağlamayla ilgili ifadeler tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerin matematik dilini en çok okuma yazmaya hazırlık etkinliklerinde, Türkçe ve Oyun etkinliklerinde kullandıkları ve içeriğinde en sık sayma, sayı ve rakam kavramlarının yer aldığı tespit edilmiştir.

Işıtan (2020)'nin çalışması okul öncesi öğretmenlerinin matematiksel pedagojik alan bilgileri ve matematik eğitimine yönelik inanç düzeyinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Genel tarama modellerinden ilişkisel tarama modeli kullanılan araştırmaya 2017-2018 eğitim-öğretin yılında Milli Eğitim Bakanlığı'nda bağlı görev

yapmakta olan toplam 120 okul öncesi öğretmeni dahil edilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak "Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematiksel Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği" ile "Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematik Eğitimine Yönelik İnançları Ölçeği" ve "Kişisel Bilgi Formu" kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin matematiksel pedagojik alan bilgileri ile matematik eğitimi ile ilgili hizmet içi eğitim almış olmalarını etkilediği ancak öğretmenlerin matematik eğitimine yönelik inançları lisans eğitiminde okul öncesinde matematik eğitimi alıp almama durumları ve matematik eğitimi ile ilgili hizmet içi eğitim almış olma durumları arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde yurt içinde okul öncesi öğretmenlerinin erken matematikle ilgili pedagojik alan bilgisi, matematik konuşmaları ve inançları ile ilgili çalışmalar yapıldığı görülmüştür.

2.6.2. Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar

Yurt dışında yapılan araştırmalar matematikte temsil ve somut-yarı somut (temsili)-soyut yaklaşım ile ilgili yurt dışında yapılan araştırmalar ve erken matematikte öğretmenler ile ilgili yapılan araştırmalar olarak iki ayrı başlık altında açıklanmıştır.

2.6.2.1. Matematikte Temsil ve CRA ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar

Witzel vd. (2003) öğrenme güçlüğü çeken 40 ortaokul öğrencisine 12 haftalık bir müdahale programı uygulamışlardır. Çalışmada kullanılan CRA (somut-temsili-soyut) yaklaşım cebirsel kavramların açık ve yapılandırılmış açıklamalarını, problem çözme stratejilerinin modellenmesini ve rehberli uygulama fırsatlarının sağlanmasını içermektedir. Eğitim bireyselleştirilmiş destek ve geribildirime olanak tanıyan dört-altı çocuktan oluşan küçük gruplar halinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar ayrıca çocukların motivasyonunu ve katılımını artırmak için gerçek dünyadan örnekler kullanmak ve uygulamalı aktiviteler için fırsatlar sunmak gibi stratejiler de kullanmışlardır. Araştırma sonucunda CRA yaklaşımının çocukların cebirdeki anlayış ve performanslarını geliştirmede etkili olduğu ve cebirsel denklemleri çözme ve cebirsel kavramları gerçek dünya problemlerine uygulama becerilerinde önemli kazanımlar elde ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Araştırmacılar ayrıca,

müdahalenin çocukların öz yeterlilikleri ve cebire yönelik tutumları üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu ifade etmişlerdir.

Claessens ve Engel (2013) çocukların erken matematik becerilerinin sonraki dönemlerde okul başarısını ne şekilde etkilediğini araştırmayı amaçlamıştır. Araştırma, 1998-1999 yıllarında okul öncesi dönemde olan ve sekizinci sınıfa kadar takip edilen çocuklardan elde edilen verilerle yapılan ikincil analizlerden oluşmaktadır. Bulgularda erken dönem matematik becerilerinin, okuma, matematik ve fen başarısının yanı sıra sınıf tekrarı üzerinde etkili olduğu ve erken matematik becerileri, örüntü tanıma, ölçme ve ileri sayılar gibi içeriklerdeki başarılanın önemli yordayıcısı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Boylamsal çalışma sonuçlarına göre okul öncesi dönemde matematik eğitimine daha fazla vurgu yapılması gerektiği ve matematik öğretiminin diğer içerik alanlarındaki başarı ve sınıf tekrarı üzerinde de olumlu etkileri olabileceğini önerilmiştir.

Jung, Hartman, Smith ve Wallece (2013) tarafından gerçekleştirilen araştırma, sayı ve miktar becerilerini incelemek amacıyla anaokuluna devam eden 73 çocuk ve dört öğretmen üzerinde yapılmıştır. Deney grubu, iki öğretmen ve 37 çocuktan oluşurken, kontrol grubu 36 çocuktan oluşmaktadır. Deney grubuna sayılarla ilgili çalışmalar uygulanmış, kontrol grubuna ise herhangi bir müdahale yapılmamıştır. Uygulamanın çocuklar üzerindeki etkilerini incelemek için TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability- 3) kullanılarak ön test ve son test gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, çocuklara sayı ve miktar kavramlarına odaklanarak verilen eğitimlerin, çocukların bu kavramların kazanımını desteklediği belirlenmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin, kontrol grubundakilere göre daha fazla gelişme gösterdiği ve matematikle ilgili becerilerini daha iyi şekilde geliştirdiği tespit edilmiştir.

MacDonald (2013) çalışmasında dört-altı yaş çocuklarının matematikte anlam oluşturmalarını araştırmak amacıyla çocukların çizimlerini incelemiştir. Çocuklara altı çizim görevi (kendinizi ölçerken çizin, uzun ve kısa bir şey çizin, ağır ve hafif bir şey çizin, sıcak ve soğuk bir şey çizin, bir cetvel çizin, bir saat çizin) verilerek temsiller oluşturmaları istenmiştir. Araştırma sonucunda çocuklardan temsil oluşturmaları istendiğinde matematiği inşa etme yollarının ve matematiği nasıl anlamlandırdıklarının ortaya çıktığı vurgulanmıştır.

Jaciw vd. (2016) Singapur matematik yaklaşımı somut-yarı somut-soyut temelli *''Math in Focus''* programının etkililiğini incelemişlerdir. Çalışma grubuna 106 okul ve 10.000'den

fazla ilköğretim öğrencisi alınmıştır. Çalışma, Math in Focus programını kullanarak eğitim alan öğrencilerin, kontrol grubundaki öğrencilere kıyasla matematik değerlendirmelerinde daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Program özellikle düşük gelirli ve İngilizce öğrenen öğrenciler için etkili olmuştur. Araştırmanın sonucunda Math in Focus programının ilkokullarda matematik başarısını artırmak için kullanılabileceği belirtilmiştir.

Lira, Carver, Douglas ve LeFevre (2017) okul öncesi çocukların sembolik ve sembolik olmayan miktar temsillerini anlamaları ile matematiksel yetenekleri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmaya anaokulu, birinci ve ikinci sınıftan 146 çocuk dahil etmiştir. Çalışmanın sonucunda, çocukların matematik becerilerinin evde sayısal deneyimlerin sıklığı ile olumlu yönde ilişki olduğu ortaya çıkmış, sayısal, dilsel ve uzamsal dikkat şeklinde üç temel yol bir model önerisinde bulunmuşlardır. Bu modelin matematik becerilerini desteklediği ve iki yıl sonraki matematik performansları ile ilişkili olduğu belirtilmiştir.

Otsuka ve Jay (2017) blok oyun etkinlikleri yoluyla üç-dört yaş çocuklarında soyut düşüncenin gelişimini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırmada sosyal etki yaklaşımı benimsenmiş ve çocukların çeşitli temsillerle ifade ettikleri fikirlerini incelemek için blok oyun oynarken gözlem yapılmıştır. Bulgulara göre, blok oyunu sırasında soyut düşüncenin gelişimiyle ilişkili üç baskın özellik tespit edilmiştir. İlk özellik, çocuklar arasında ve yetişkinlerle çocuklar arasında düşünce paylaşımıdır. Bu etkileşim fikir alışverişine ve soyut düşüncenin gelişmesine olanak sağlamıştır. İkinci özellik, çocukların oyunlarına devam etmeden önce düşünmek ve fikirlerini işlemek için zaman ayırdıkları düşünme duraklamasıdır. Bu duraklama daha derin bir etkileşime ve soyut düşüncenin gelişmesine olanak sağlamıştır. Üçüncü özellik ise çocukların kendi kendilerine oynadıkları oyun sonucunda yaşadıkları memnuniyettir. Bu memnuniyetin, bir başarı duygusuna ve soyut düşüncenin gelişimine işaret ettiği sonucuna ulaşmışlardır.

Ching ve Wu (2019) çalışmasında çocukların toplama ve çıkarmada ters çevirme kavramını anlamalarını teşvik etmede somutluğu azaltmanın etkililiğini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada Hong Kong'daki iki ilkokuldan 120 üçüncü sınıf öğrencisini ile çalışılarak öğrencilerin somutluğu azaltma eğitimi verilmiş, eğitim alan öğrencilerin son testte kontrol grubuna göre önemli ölçüde daha yüksek performans gösterdiği ortaya konmuştur. Deney grubunun hem hesaplamalı hem de kelime problemlerinde ters çevirme kavramını daha iyi anladığı belirlenmiştir.

Worthington vd. (2019) üç-dört yaş çocukların matematiksel düşüncelerini temsil etmek için kullandıkları işaret türlerinin incelenmesi ve kullanıma dayalı dil ediniminin özelliklerinin çocukların matematiksel bağlamlarda kurdukları erken dönem grafiksel iletişimlerinde ne ölçüde belirgin olduğunun belirlenmesi amacıyla çalışma yapmışlardır. Ayrıca çocukların zaman zaman soyut yazı ve matematik işaretleri arasında yaşayabileceği kafa karışıklığı da incelenmiştir. Araştırma sonucunda, çocukların matematiksel semboller arasında ayrım yapmayı öğrendikçe, matematiksel anlayışlarının yavaş yavaş ortaya çıktığı ve matematiğin soyut grafik dilini edinmede sembolik sayı bilgisinin önemli olduğu belirlenmiştir.

Barrocas, Roesch, Dresen, Moeller ve Pixner (2020) çocukluk döneminde matematiksel işlemler için kullanılan parmak kullanımına dayalı stratejileri temel alarak 19-46 yaş arasındaki yetişkinlerde somutlaştırılmış sayısal temsiller ile çok basamaklı aritmetik performans arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla çalışma yapmışlardır. Çalışmada sayısal büyüklük temsillerinin kalitesinin aritmetik bilgisiyle ilişkili olduğu ve aritmetik problemleri öğrenmeyi etkilediği bulunmuştur.

Björklund ve Palmér (2020) okul öncesi çocukların resimli kitaplarda sayılarla ilgili akıl yürütmelerini incelemiş, resimli kitaplardaki içeriğin çocukların dikkatini sayılara nasıl yönlendirdiğini ve kitap okumada ne tür sayısal akıl yürütmelerin yer aldığını araştırmayı amaçlamışlardır. Çalışmada özel olarak tasarlanmış bir resimli kitap ve iki okuma yönteminden oluşan iki döngüden oluşan (biri okuma öğretmeninden herhangi bir yönlendirme olmadan ve diğeri öğretmen-çocuk etkileşimi ile) eğitim tasarımı kullanılmıştır. Üç-beş yaşlarında 19 çocuk ve üç öğretmen ile video kaydı alınan bireysel okuma oturumları düzenlenmiş, okuma oturumları sırasında sayılarla ilgili ifadeler veya jestler içeren bölümler yer almıştır. Çalışma sonuçları, okul öncesi çocukların kendiliğinden sayılara odaklanma becerilerinin, resimli kitap okuma sırasında bulunan sayılarla ilgili ifadelerin miktarları arasında anlamlı bir ilişki olmadığını ortaya koymuştur. Çalışma ayrıca esnek ve başarılı aritmetik becerilerin geliştirilmesinde kavramsal anlayışın önemini de vurgulamıştır. Okul öncesi dönemdeki çocuklar başlangıçta aritmetik görevleri tek tek birimleri sayarak ve toplayarak çözebilirken, matematiksel içeriğe dair kavramsal bir anlayışa sahip olmaları halinde daha esnek stratejiler kullanmışlardır. Araştırmacılar, matematiksel becerilerin günlük durumlarda sayılara odaklanmayı yönlendirmek için gerekli olduğunu ve çocukların sayılara ve sayı ilişkilerine yöneliminin matematiksel gelişimde önemli bir rol oynadığını belirtmişlerdir.

Sterner vd. (2020) altı yaş çocukları ile çalışarak sayılara ve temsiller hakkında akıl yürütmeye odaklanmak amacıyla on hafta süresince Somut-Temsili-Soyut (CRA) yaklaşımlı program uygulamışlardır. Eğitim programı okul öncesi öğretmenleri tarafından gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol gruplu desen ile yürütülen çalışmada matematik müdahalesini alan çocukların sayı duyusu gelişimi açısından kontrol grubundan daha iyi performans gösterdiği, müdahalenin etkilerinin dokuz ay sonra devam ettiği, ve matematik müdahalesinin çocukların temsiller hakkındaki akıl yürütmelerini geliştirmede etkili olduğunu sonucu elde edilmiştir.

Mainali (2021) çalışmasında matematik eğitimi alanında temsilin önemini incelemiştir. Çalışmada, çoklu temsil biçimlerinin kullanılmasının matematik öğretimi ve öğrenimini geliştirdiği, temsilin içeriği, temsil türleri, (sözel, grafik, cebirsel ve sayısal), temsil kullanımın özellikleri açıklanmış ve vurgulanmıştır.

Scalise ve Ramani (2021) okul öncesi dönemdeki çocukların sembolik büyüklük anlayışlarının, özellikle de sayısal sembolleri karşılaştırma ve tanımlama becerilerinin daha sonraki toplama becerilerini etkileyip etkilemediğini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemini dört-beş yaşlarında okul öncesi dönem çocuklar oluşturmaktadır. Çocuklar, sayısal büyüklük karşılaştırması, sayı doğrusu tahmini, sayma ve rakam tanımlama dahil olmak üzere çeşitli sayısal görevlerdeki yeterlilikleri açısından değerlendirilmiştir. Araştırmacılar ayrıca çocukların evde sayı oyunları oynama deneyimleri hakkında da veri toplamıştır. Çalışmanın sonucunda, okul öncesi çocukların sayısal görevlerdeki performanslarıyla ölçülen sembolik büyüklük anlayışındaki yeterliliklerinin daha sonraki toplama becerilerini etkilediği belirlenmiştir. Ayrıca ilk değerlendirmede sembolik büyüklük anlayışında daha yüksek düzeyde yeterlilik gösteren çocukların, daha sonraki dönemde toplama becerilerinde daha iyi performans gösterdiği ifade edilmiştir.

Björklund ve Palmér (2022) etkileşimli kitap okuma sürecinde 1-3 yaş çocuklarının sayıları anlama ve sayıların temel yönlerini ayırt etme durumlarını incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, etkileşimli kitap okumanın sayıların öğretimde önemli olduğu ifade edilerek görseller yapılan etkileşimlerde hangi temsilin vurgulanacağını ve temsiller arasında nasıl bağlantı kurulacağını belirlemede çocuğun bakış açısının önemli olduğu vurgulanmış; sözel sayı konuşmasının sadece bir temsil şekli olduğu ve birçok durumda örtük veya açık olarak kullanılan en az iki temsil olduğu belirtilmiştir. Bu temsiller arasında gerçek dünya durumları, resimler, sözel semboller, yazılı semboller ve manipülatifler yer almaktadır.

Cartwright (2023) aşları beş ile sekiz arasında değişen 72 çocuğun çarpma işlemi stratejilerini çizimleri yoluyla incelemişlerdir. Çocukların, çarpmaya odaklı problem çözme görevlerini içeren çizimler yapmışlardır. Çizimler analiz edildiğinde problemdeki "hikâyeyi" ve görevleri çözmek için, resimsel ve ikonik çizim türlerini kullandıkları, yapısal unsurların ikonik temsillerde daha kolay görüldüğü, piktografik ve ikonik çizimlerin sayma, toplama ve çarpma stratejilerini gözlemlemek için yararlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte çalışma, bazı çocukların matematikteki çizimlerinin problemin hikaye bağlamını resmetmekten matematiksel fikirleri ve süreçleri temsil etmeye nasıl geçmesi gerektiğini henüz fark etmemiş olabileceğini düşündürmüştür. Bu durum, matematiksel bağlamlar için çizimlerin amacının kasıtlı olarak öğretilmesi ihtiyacını göstermiştir.

Matematikte temsil ve somut-yarı somut (temsili)-soyut yaklaşımı ile ilgili yurt dışında yapılan araştırmalar incelendiğinde son yıllarda sembolik matematik, soyut matematiksel düşünme, akıl yürütme ve çocukların matematiksel çizimleri daha derin matematiksel süreçlerle ilgili yapıldığı görülmektedir. Ayrıca çalışmalarda somut materyaller, görseller ve semboller ile ilgili çocukların matematiği nasıl öğrendiği ile ilgili süreçler ayrıntılı olarak incelendiği görülmektedir.

2.6.2.2. Erken Matematikte Öğretmenlerin Pedagojik Alan Bilgileri ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar

Smith (2000) okul öncesi öğretmenlerinin matematik alanındaki pedagojik içerik bilgisi, tutumları, eğitim geçmişi ve deneyimleri arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla iki günlük bir eğitime katılan öğretmenlere yönelik "Erken Çocukluk Döneminde Matematik Alanında Pedagojik İçerik Bilgisi Ölçeği" ve "Matematik Eğitimine Yönelik Tutum Ölçeği" uygulamıştır. Araştırmada ölçeklerin geçerlilik ve güvenirlik çalışmaları için 400 öğretmenle ön çalışma yapılmış, daha sonra esas çalışma için 802 öğretmenle çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırma kapsamında geliştirilen ölçeklerin geçerli ve güvenilir olduğu, öğretmenlerin matematikle ilgili pedagojik içerik bilgileri ile tutumları arasında anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Eğitime katılan ve katılmayan öğretmenler arasında erken çocukluk döneminde matematikte pedagojik içerik bilgisinde farklılıklar olduğu belirlenmiştir. Ancak, mesleki deneyimin erken çocukluk döneminde matematikte pedagojik içerik bilgisini etkilemediği sonucuna ulaşılmıştır.

McCray (2008) okul öncesi öğretmenlerinin matematikle ilgili pedagojik içerik bilgileri ile tercih ettikleri matematiksel dilin çocukların matematik becerileri ile olan ilişkisini incelediği bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmada, 26 Head Start öğretmeni ve 141 çocuk üzerinde araştırma yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacının geliştirmiş olduğu ''Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Görüşme Formu'', ''TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability-3)'' ve ‘'Öğretmen ve Sınıf Özelliklerinin Değerlendirilmesi Anketi'' bulunmaktadır. Ayrıca, öğretmenlerin matematikle ilgili dil kullanımını değerlendirmek amacıyla notlar alınmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre, öğretmenlerin matematikle ilgili içerik bilgisi ile tercih ettikleri matematiksel dil arasında ve bu faktörlerle çocukların matematik kazanımları arasında olumlu yönde bir ilişki tespit edilmiştir.

Cox (2011) okul öncesi öğretmenlerinin matematik bilgisi, matematikle ilgili kaygıları ve inançları arasındaki ilişkiyi incelediği bir araştırma yapmıştır. Çalışmaya 207 kişi katılmış ve veri toplama araçları olarak ‘'Matematik Kaygı Ölçeği'', ''Matematik Gelişimi Bilgi Ölçeği'' ve ''Okul Öncesi Matematik Eğitimi İnanç Ölçeği'' kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin matematiksel kaygılarının, matematik bilgi ve inançlarıyla ilişkili olduğu belirlenmiştir. Buna ek olarak, çocuk bakım merkezlerinde çalışan öğretmenlerin farklı kaygı düzeylerine sahip olduğu ve matematik bilgisi konusunda bazı eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin matematik bilgisi ile inançları arasında bir ilişkinin olduğu da vurgulanmıştır.

Oppermann vd. (2016) okul öncesi öğretmenlerinin çocukların oyunlarındaki matematiğe duyarlılıklarına matematiksel içerik bilgisi ve öz yeterlik inançlarının etkisini incelemişlerdir. 221 okul öncesi öğretmeninden McCray (2008)’in ‘’Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Görüşme Formu’’ndan uyarlanan senaryoları içeren yarı yapılandırılmış görüşme formu ile veri toplanmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel içerik bilgisinin ve öz yeterlik inançlarının öğretmenlerin matematiksel içeriğe duyarlılığını etkilediği belirtilmiştir.

Lee (2017) çalışmasında Kuzey Kore'deki okul öncesi öğretmenlerinin matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisini incelemiştir. Araştırmanın örneklemini 30 okul öncesi öğretmeni oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak McCray ve Chen (2012) tarafından geliştirilen ‘’Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Görüşme Formu’’ kullanılmıştır. Öğretmenler, verilen oyun senaryosundaki matematiksel durumları yorumlamış ve çocukların matematiksel düşüncelerini senaryolarda nasıl geliştirebileceğini tanımlamışlardır.

Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin örüntü, işlem, şekil ve mekânsal ilişkilerden daha fazla sayı duyusu, ölçüm ve sınıflama konusunda daha yüksek pedagojik alan bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir. Bunlara ek olarak, deneyimi fazla olan öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

Dawkins (2020) okul öncesi öğretmenlerinin matematik öğretimi kararları ile matematik içerik bilgisinin ilişkisini araştırmışlardır. Veriler iki öğretmen ile yapılan görüşmeler, gözlemler, anketler ile elde edilmiştir. Araştırma sonucunda, öğretim kararlarının öğretmen inançları, mevcut kaynaklara erişim, sayı duyusuna öncelik verme ve matematik öğretiminin öğrenme merkezinde serbest oyunda gerçekleşmesi temaları ile ilişkili olduğu görülmüştür.

Sheridan ve Wen (2021) çalışmasında erken çocukluk öğretmenleri için çevrimiçi erken matematik mesleki gelişim programının etkililiğini incelemişlerdir. Program Evde Matematik: Erken Matematik Konuları (Math at Home) web sitesinde yer alan okul öncesi çocuklar için matematik okuryazarlığı, sayı algılaması, örüntüler, geometri, ölçüm, veri toplama ve matematik süreçleri gibi matematiksel kavramları içermektedir. Online olarak verilen kursa 9.711'den fazla okul öncesi öğretmeni katılmıştır ve 2.332 katılımcıya kurs süresince sınavlar yapılmış ve nitel geri bildirimlerden de veriler toplanmıştır. Ayrıca 95 katılımcıdan oluşan bir alt örnek, erken matematik öğretimindeki tutumları, güvenleri, inançları ve bilgileri hakkında kurstan önce ve sonra veriler toplanmıştır. Araştırma sonucunda çevrimiçi kursa katılan öğretmenlerin olumlu deneyimler yaşadıkları ve eğitimin erken matematik öğretimindeki tutumlarını, güvenlerini, inançlarını ve bilgilerini olumlu yönde etkilemede etkili olduğu tespit edilmiştir.

Sumpter (2020) çalışmasında İsveçli okul öncesi öğretmenlerinin matematiğe yönelik duygusal yönelimlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmaya 157 okul öncesi öğretmeni dahil edilmiştir. Öğretmenlerinin çoğunluğunun matematiğe karşı olumlu tutuma sahip oldukları ve bazılarının matematiğe yönelik duygularını zaman, deneyim, eğitim veya yeni bir müfredat gibi yeni ortamla değiştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Matematiğe olumsuz tutumların deneyimlerle birlikte değişim gösterebileceğini zamanla çok daha olumlu tutumlara sahip olduklarını belirtmişlerdir.

Yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde uluslararası literatürde erken matematik eğitiminde öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi, matematikle ilgili inançları, yeterlikleri ve duygusal yönelimlerinin incelendiği, eğitim verildiğinde bilgi ve tutumlarının değiştiği görülmektedir.

BÖLÜM 3

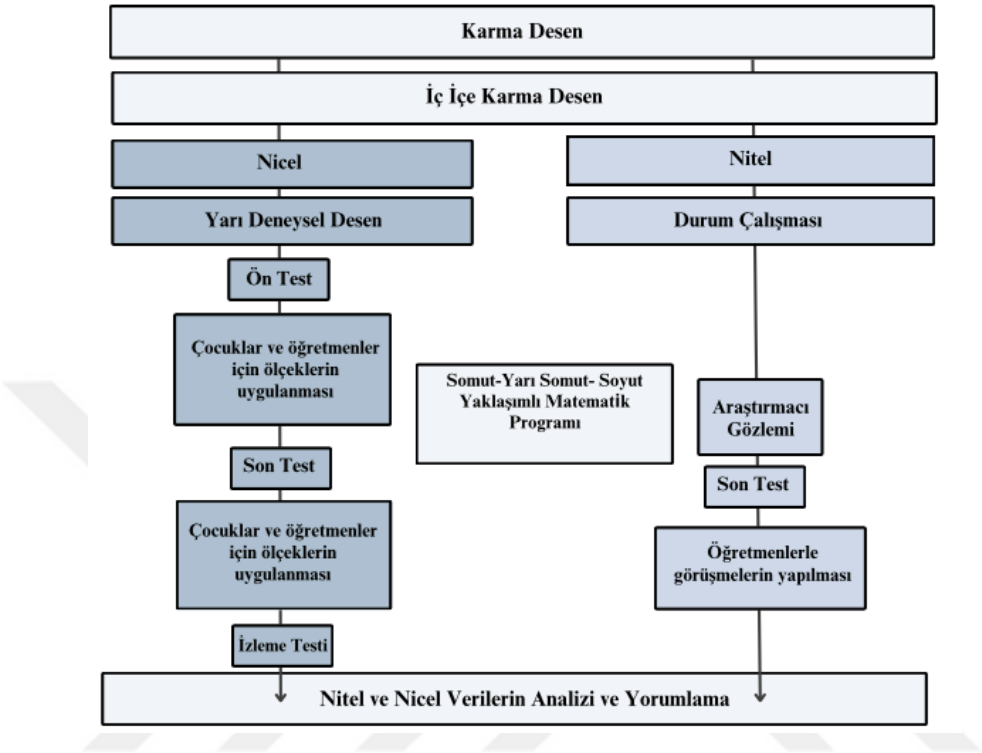
YÖNTEM

Araştırmada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* çocukların matematik becerileri ile öğretmen bilgi ve uygulamalarına etkisinin incelenmesi amaçlandığından bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanması, eğitim programının hazırlanması ve uygulanması, ölçeklerin uygulanması ve verilerin analizi ile ilgili bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın* çocukların matematik becerilerine ile öğretmenlerin bilgi ve uygulamalarına etkisini incelemek amacıyla karma modelde yürütülmüştür (Creswell & Plano Clark, 2020). Karma model araştırma soruları temel alınarak nicel ve nitel verilerin toplanması, analiz edilmesi ve bütünleştirilmesi olarak tanımlanmaktadır. Karma modelde nicel ve nitel veriler araştırmanın temel amacı doğrultusunda biri diğerinin içine yerleştirilerek, inşa edilerek veya birleştirilerek harmanlanır. Bu etkileşim veya birleştirmenin araştırma sorularını en iyi açıklayacak şekilde yapılması gerekir (Cohen, Manion & Morrison, 2017; Creswell & Plano Clark, 2020). Bu noktada mevcut çalışmada ''İç İçe Karma Desen'' kullanılmıştır. İç içe karma desende bazı durumlarda nicel ve nitel veri kümelerinden biri daha büyük olanı desteklemek veya artırmak için kullanılabilmektedir. Örneğin deneysel deseni desteklemek için nitel veriler nicel bir deneyin içine yerleştirilebilmektedir (Creswell & Creswell, 2018; Creswell & Plano Clark, 2020). Bu araştırmada da müdahale programının etkisi incelendiğinden iç içe karma desen ile nitel bulgulardan deneysel deseni destekleyici olarak yararlanılmıştır.

Bu doğrultuda nicel araştırma boyutunda deneysel desen (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2017), nitel boyutunda durum çalışması (Merriam, 2015) kullanılmıştır (Şekil 6).



Şekil 6. Araştırmanın yöntemi

3.1.1. Araştırmanın Nicel Boyutu

Araştırmanın nicel boyutunda "Ön Test-Son Test-Kontrol Gruplu Seçkisiz Desen" tercih edilmiştir. Ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel modelde, yansız atama ile oluşturulmuş iki grup vardır. Bunlardan biri deney diğeri kontrol grubu olarak kullanılır. Her iki grupta yer alan deneklerin uygulama öncesinde bağımlı değişkenle ilgili ölçümleri alınır. Uygulama sürecinde ise etkisi test edilen deneysel işlem deney grubuna uygulanırken kontrol grubuna uygulanmaz. Son olarak gruplardaki deneklerin bağımlı değişkene ait ölçümleri aynı ölçme aracıyla tekrar edilir (Büyüköztürk vd., 2017).

Yarı deneysel modelde neden sonuç ilişkisi test edilirken sürece dahil edilen değişkenler bağımlı ve bağımsız değişkenler olarak adlandırılmaktadır (Büyüköztürk vd., 2017). Araştırmada, bağımlı değişkenleri; çocukların erken matematik becerileri, okul öncesi öğretmenlerinin erken matematik becerileri ile ilgili bilgi ve uygulamaları; bağımsız

değişkeni ise *''Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı''* oluşturulmuştur. Ön test-son test ve kontrol gruplu deneysel araştırma deseninin görünümü Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2
Ön Test-Son Test-Kontrol Gruplu Seçkisiz Desende Deneysel Müdahalenin Gruplara Uygulanması

Grup	Ön-test	İşlem	Son-test
DG R	O_1	X	O_3
16 Çocuk	Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi	Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı	Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi
1 Öğretmen	Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği	Araştırmacı Gözlemi	Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği
			Öğretmen Görüşme Formu
KG R	O_2		O_4
16 Çocuk	Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi		Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi
	Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi	-	Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi
1 Öğretmen	Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği		Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği

DG: Eğitim programı uygulanan deney grubu
KG: Kontrol grubu
R: Deneklerin gruba yansız atandığı
O1 ve O3: Deney grubunun ön test-son test ölçümleri
O2 ve O4: Kontrol grubunun ön test-son test ölçümleri
O5: Deney grubu kalıcılık testi ölçümleri
X: Deney grubuna uygulanan Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı

3.1.2. Araştırmanın Nitel Boyutu

Araştırmanın nitel boyutunda durum çalışması kullanılmıştır. Creswell (2023)'e göre durum çalışması, gerçek yaşamda, sınırlandırılmış zamanda veya durumlarda çoklu kaynaklar (gözlem, mülakat, görsel-işitsel materyaller, dökümanlar) aracılığıyla detaylı ve derinlemesine bilgi toplanan nitel bir araştırma yaklaşımıdır

Araştırmada durum; programa katılan öğretmenin erken matematiğe ilişkin algıları, *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programını* uygulama sürecinde yaşadığı

deneyimler ve etkileri ile ilgili görüşlerinin incelenmesini sağlamıştır. Araştırmacı günlüğünde ise araştırmacı eğitim programı uygulama süreci boyunca yaşadıkları deneyimlerini ve gözlemleri ile ilgili aldığı notlar yer almaktadır. Görüşmeden ve araştırmacı günlüğünden elde edilen veriler nicel boyutu iyileştirmek için kullanılmıştır (Creswell & Plano Clark, 2020).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 öğretim yılında Aksaray il merkezinde okul öncesi eğitim kurumlarında eğitim almakta olan 32 çocuk (Deney=16, Kontrol=16) ve öğretmenleri (Deney=1, Kontrol=1) oluşturulmuştur. Çalışma grubundaki anaokulları belirlemek için öncelikle amaçlı örnekleme yönteminin bir türü olan ölçüt örnekleme tekniği ile çalışma grubunda yer alacak okullar belirlenmiştir. Ölçüt örnekleme yönteminde belirli ölçütleri karşılayan katılımcılar çalışmaya dahil edilirler (Büyüköztürk vd., 2017). Çalışma grubuna dahil edilmesinde, deney ve kontrol grubunda yer alacak anaokullarını belirlerken;

- Çocukların ve öğretmenin daha önce erken matematikle ilgili eğitime/seminere/projeye katılmamış olmaları,
- Sosyo-ekonomik düzeylerinin benzer olması,
- Sınıflardaki çocuk sayılarının birbirine yakın olması,
- Eğitim programı uygulama sürecinde başka bir araştırmada yer almamaları,
- Okulların ve sınıfın fiziki şartlarının birbirine yakın olması ölçütleri dikkate alınmıştır.

Ayrıca deney ve kontrol grupları oluşturulurken de çocukların ve öğretmenlerin birbirinden etkilenmemeleri amacıyla iki farklı anaokulu seçilmiş ve bu anaokulları tesadüfi örnekleme yöntemiyle deney ve kontrol gruplarına ayrılmıştır. Çalışmada deney grubunda 16 çocuk ve bu çocukların öğretmeni, kontrol grubunda ise yine 16 çocuk ve bu çocukların öğretmeni ile çalışılmıştır.

Araştırmada yer alan çocukların demografik özellikleri ile ilgili bilgiler Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3
Deney ve Kontrol Grubundaki Çocukların ve Ebeveynlerin Demografik Özellikleri

		Deney		Kontrol	
		n	%	n	%
Çocuğun cinsiyeti	Erkek	9	56,25	10	62,50
	Kız	7	43,75	6	37,50
Çocuğun daha önce okul öncesi eğitim alma durumu	Evet	6	37,50	4	25,00
	Hayır	10	62,50	12	75,00
Çocuğun doğum sırası	İlk çocuk	5	31,25	7	43,75
	Ortanca veya ortancalardan biri	5	31,25	2	12,50
	Son çocuk	6	37,50	7	43,75
Kardeş sayısı	Kardeşi yok	5	31,25	2	12,50
	1 kardeş	1	6,25	8	50,00
	2 kardeş	5	31,25	4	25,00
	3 ve üzeri kardeş	5	31,25	2	12,50
Anne yaşı	20-24 yaş	1	6,25	0	0,00
	25-29 yaş	3	18,75	5	31,25
	30-34 yaş	4	25,00	6	37,50
	35-39 yaş	7	43,75	0	0,00
	40 ve üstü yaş	1	6,25	5	31,25
Baba yaşı	25-29 yaş	2	12,50	2	12,50
	30-34 yaş	3	18,75	7	43,75
	35-39 yaş	7	43,75	2	12,50
	40 ve üstü yaş	4	25,00	5	31,25
Anne öğrenim durumu	İlkokul	2	12,50	4	25,00
	Ortaokul	1	6,25	4	25,00
	Lise	2	12,50	6	37,50
	Ön lisans	3	18,75	0	0,00
	Lisans	3	18,75	2	12,50
	Lisans üstü	3	18,75	0	0,00
	Diğer	2	12,50	0	0,00
Baba öğrenim durumu	İlkokul	3	18,75	2	12,50
	Ortaokul	0	0,00	2	12,50
	Lise	5	31,25	7	43,75
	Ön lisans	2	12,50	0	0,00
	Lisans	3	18,75	4	25,00
	Lisans üstü	2	12,50	1	6,25
	Diğer	1	6,25	0	0,00

Tablo 3 incelendiğinde deney grubundaki çocukların 7'sinin kız, 9'unun erkek ve kontrol grubundaki öğrencilerin 6'sının kız ve 10'unun erkek olduğu görülmektedir. Deney grubundaki çocukların 6'sı ve kontrol grubundaki çocukların 4'ü daha önce okul öncesi eğitim almıştır. Deney grubundaki çocuklardan 5'i ilk çocuk, 5'i ortan veya ortanca çocuklardan biri ve 6'sı son çocuk; kontrol grubundaki çocuklardan 7'si ilk çocuk, 2'si ortanca veya ortanca çocuklardan biri ve 7'si son çocuktur. Deney grubundaki çocukların 5'inin kardeşi yoktur, 1'inin bir kardeşi, 5'inin iki kardeş, 5'inin 3 kardeş ve üzeri kardeşi vardır. Kontrol grubundaki çocukların 2'sinin kardeşi yoktur, 8'inin bir kardeşi, 4'ünün iki kardeşi, 2'sinin üç kardeş ve üzeri kardeşi vardır. Deney grubundaki çocukların 1'inin annesi

20-24 yaş, 3'ünün annesi 25-29 yaş, 4'ünün annesi 30-34 yaş, 7'sinin annesi 35-39 yaş, 1'inin annesi 40 yaş üstüdür. Kontrol grubundaki çocukların ise 5'inin annesi 25-29 yaş, 6'sının annesi 20-24 yaş, 5'inin annesi 40 yaş ve üstüdür. Deney grubundaki çocukların 2'sinin babası 25-29 yaş, 3'ünün babası 303-34 yaş, 7'sinin babası 35-39 yaş, 4'ünün babası 40 yaş ve üstüdür. Kontrol grubundaki çocukların 2'sinin babası 25-29 yaş, 7'sinin babası 30-34 yaş, 2'sinin babası 35-39 yaş, 5'inin babası 40 yaş ve üstüdür. Anne öğrenim durumu açısından incelendiğinde ise deney grubundaki çocukların 2'sinin annesi ilkokul, 1'inin annesi ortaokul, 2'sinin annesi lise, 3'ünün annesi ön lisans, 3'ünün annesi lisans ve 3'ünün annesi lisansüstü öğretim programı mezunudur. Kontrol grubunda ise çocukların 4'ünün annesi ilkokul, 4'ünün annesi ortaokul, 6'sının annesi lise ve 2'sinin annesi lisans programı mezunudur. Baba öğrenim durumu açısından incelendiğinde deney grubundaki çocukların 3'ünün babası ilkokul, 5'inin babası lise, 2'sinin babası ön lisans, 3'ünün babası lisans ve 2'sinin babası lisansüstü öğretim mezunudur. Kontrol grubundaki çocukların 2'sinin babası ilkokul, 2'sinin babası ortaokul mezunu, 7'sinin babası lise, 4'ünün babası lisans ve 1'inin babası lisansüstü öğretim programı mezunudur.

Araştırmada deney grubu öğretmeni de katılımcı olarak yer almıştır. Deney grubu öğretmeninin demografik özellikleri incelendiğinde 40 yaşında olduğu, lisans programından mezun olduğu, 18 yıl deneyiminin olduğu görülmüştür. Kontrol grubunda yer alan öğretmen ise 35 yaşında, lisans programı mezunu, 12 yıl deneyime sahiptir.

Araştırmada ayrıca ''Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi''nin geçerlik ve güvenirliğini gerçekleştirmek amacıyla da çalışma grubu oluşturulmuş, veri toplama araçları altında testin kapsam geçerliliği sürecinde bu çalışma grubunun özellikleri açıklanmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada çocukların ve öğretmenlerin demografik bilgilerine yönelik veri toplamak için ''Demografik Bilgi Formları'', çocukların matematik becerilerini ölçmek için ''Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)'' ile ''Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi'' kullanılmıştır. Öğretmenlerin erken matematikle ilgili bilgilerini değerlendirmek amacıyla ''Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği

(OMİPAB)'' kullanılmıştır. Nitel verileri elde etmek için ise ''Öğretmen Görüşme Formu'' ve ''Araştırmacı Günlükleri'' kullanılmıştır.

3.3.1. Çocuklar İçin Demografik Bilgi Formu

Çocuklar İçin Demografik Bilgi Formu, çalışma grubuna alınan çocukların demografik özellikleri hakkında bilgi edinmek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanmıştır (EK 1). Formda çocukların cinsiyeti, yaşı, daha önce okul öncesi eğitim alma durumu, doğum sırası, kardeş sayısı, anne öğrenim durumu ve baba öğrenim durumu gibi bilgiler yer almıştır.

3.2.2. Öğretmenler İçin Demografik Bilgi Formu

Öğretmenler için Demografik Bilgi Formu, çalışma grubuna alınan öğretmenlerin demografik özellikleri hakkında bilgi edinmek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanmıştır (EK 2). Formda öğretmenin cinsiyeti, yaşı, mezun olduğu program ve mesleki deneyimleri gibi sorular yer almıştır.

3.3.2. Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)

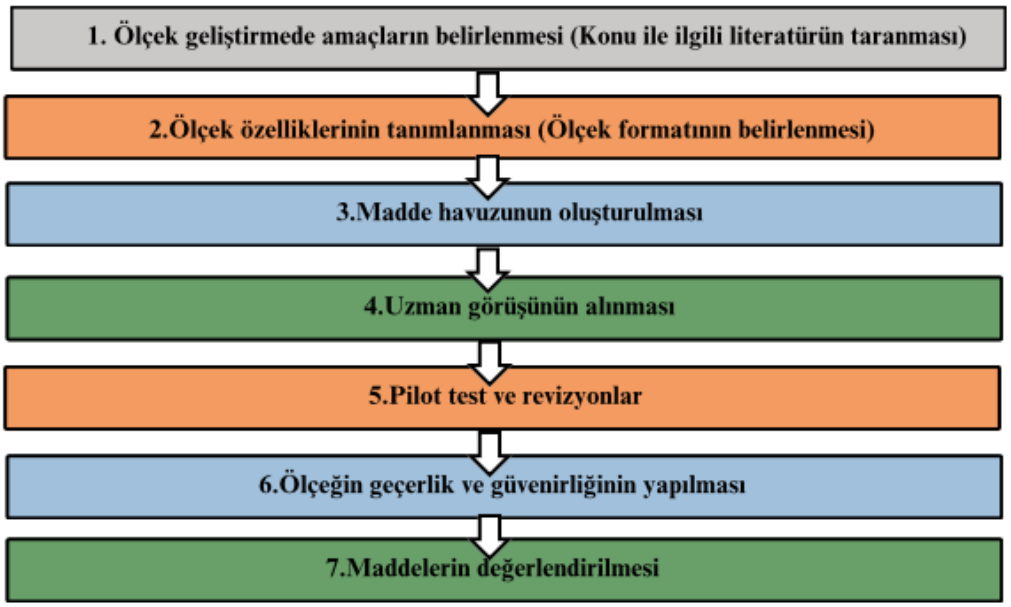
Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT), Van Luit ve Van Rijt (2009) tarafından, üç ile sekiz yaş on bir ay aralığında olan çocukların matematik yeteneklerini belirlemek üzere geliştirilmiş bir testtir. Paralel iki formu (Form A ve B) olup bireysel olarak uygulanan bir testtir. Paralel iki form yapısı, bir formun uygulaması sonucu elde edilen puanın doğrulanması için kullanılmaktadır. Bir çocuğun test sonucu uygulamanın yapıldığı şartlara göre değişebilir, beklenmedik bir şekilde yüksek ya da düşük puanlar elde edilebilir. Her bir formunda kırk beş madde bulunan test, her biri beşer maddeden oluşmak üzere dokuz alt boyuttan (karşılaştırma, sınıflama, birebir eşleme, sıralama, sayıları kullanma, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma, sonuçsal sayma, sayı bilgilerini uygulama) oluşmaktadır. Güncellenmiş Erken Aritmetik Testinin Türkçe uyarlaması, geçerlilik ve güvenirlik çalışmaları Kaçıra ve Dağlıoğlu (2019) tarafından resmi anaokulları ile ilköğretim birinci sınıfta öğrenim gören toplam 251 çocuğun katılımıyla gerçekleşmiştir. A Formu için KR-20 değeri .810, B Formu için .749 olarak hesaplanmıştır. Testin geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olduğu bulgusu elde edilmiştir.

3.3.3. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi, 60-72 aylık çocukların ileri düzey; temel beceriler (eşleştirme, karşılaştırma, sıralama, örüntü, sınıflama), sayma ve işlem ve uzamsal algı ve problem çözme ile muhakeme becerilerinin öğretmen gözlemleri ile belirlenmesi amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanıp, geçerlik güvenirlik çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

3.3.3.1. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Kapsam Geçerliliği

‘’Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’’nin kapsam geçerliliği çalışmasında Şekil 7’deki ölçek geliştirme ilkeleri temel alınmıştır. Bu ilkeler, ölçek geliştirmeye yönelik sistematik bir yaklaşım sunarak ölçüm araçlarının geçerli ve güvenilir olmasını sağlamaktadır (DeVellis, 2016).



Şekil 7. Ölçek geliştirme ilkeleri

- *1. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin amaçların belirlenmesi (Konu ile ilgili literatürün taranması):* Ölçek geliştirmede ölçülmek istenen yapının net bir şekilde kavramsallaştırılması gerekmektedir. Ölçeği oluşturmadan önce ölçülmek istenen yapı ile ilgili kuramsal çerçevenin ve boyutlarını tanımlamak ve anlamak için bu yapı ile ilgili literatürün ve teorik çerçevelerin kapsamlı bir şekilde incelenmesi gerekmektedir. Bu amaçla Okul

Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin kuramsal çerçevesinde yapılandırmacı yaklaşımdan yola çıkılmıştır. Çocuğun somut deneyimleri ile duyusal veya algısal geri bildirim arasındaki ilişkiyi anlaması, yapılandırmacı yaklaşımın temelinde yer almaktadır. Yapılandırmacı yaklaşıma göre gelişim düzeylerine uygun öğrenme fırsatları çocukların yeni kavramlar edinmelerini sağlayarak çevrenin karmaşık ve sembolik yönlerini daha anlamlı hale getirebilir (Athey, 2007). Ayrıca erken matematik ile ilgili yapılan çalışmalar incelenerek vurgulanan matematik becerileri listelenmeye çalışılmıştır (Tablo 4). Bu araştırmalar incelendiğinde sembolik gelişim, temsil becerileri, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme, problem çözme, uzamsal düşünme vb. ileri erken matematik becerileri ile ilgili kavramların arttığı görülmüştür.

Tablo 4
Erken Matematikle İlgili Yapılan Çalışmalar

Matematik Becerileri	Araştırmalar	Björklund ve Palmér (2022)	Worthington vd. (2019)	Sterner vd. (2020)	Nguyen vd. (2016)	Ginsburg, Cannon, Eisenband ve Pappas (2005)	Lira vd. (2017)	DePascale, Prather ve Ramani, (2021)	De Smedt, Noël, Gilmore ve Ansari (2013)	Gilmore vd. (2018)	Geary ve Vanmarle (2016)	Rittle-Johnson, Fyfe, Loehr ve Miller (2015)	Leong, Ho ve Cheng (2015)	Mix, Prather, Smith ve Stockton (2014)	Hawes, Moss, Caswell, Naqvi ve MacKinnon (2017)	Hurst, Anderson ve Cordes (2017)	Tobia, Bonifacci ve Marzocchi (2021)	McCluskey vd. (2023)	Çakır ve Ergül (2022)	Çalamak vd. (2022)	Ergül ve Artan (2015)	Gök-Çolak Kandır (2020)	Yıldız (2022)
Temel Beceriler		√	√	√	√	√	√			√	√	√				√			√			√	√
Sayma ve İşlem		√	√	√	√	√	√	√	√	√				√	√	√	√		√				
Sembolik Gelişim		√	√	√			√		√	√	√		√	√		√	√						
Temsil Becerileri		√	√	√			√		√	√			√	√		√	√	√	√	√		√	√
Matematiksel Soyutlama			√																			√	
Matematiksel Düşünme (Akıl Yürütme)			√	√	√	√				√					√			√			√	√	√
Problem Çözme										√												√	
Uzamsal Algı						√									√			√					
Matematiksel Dil Kullanımı			√				√	√			√							√	√				

- Tablo 4'te araştırmalarda yer alan matematik becerileri incelendiğinde temel beceriler, sayma ve işlem, sembolik gelişim, temsil becerileri, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme (akıl yürütme), problem çözme, uzamsal algı, matematiksel dil kullanımı gibi beceriler elde edilmiştir. Türkiye'de erken matematikle ilgili geliştirilen veya uyarlanan ölçekler incelendiğinde Erken Matematik Yeteneği Testi-3 (Erdoğan, 2006), Matematik Gelişimi 6 Testi (Çelik & Kandır, 2011), Erken Sayı Testi Önkol (2012), Sayma İlkeleri Testi (Pekince, 2015), Erken Matematiksel Akıl Yürütme Becerileri Değerlendirme Aracı (Ergül, 2014), Erken Matematik Ölçeği (Karakuş, 2022) şeklinde araçlara ulaşılmış ve bu araçlarda matematik becerilerinin çocuk performansına göre değerlendirildiği görülmüş, ileri matematik becerilerini içeren ölçme araçlarına rastlanmamıştır. Bu doğrultuda ve NCTM (2000) matematik etkinliklerinin sayılar, işlemler, geometri, ölçme gibi matematik içeriklerinin; problem çözme, akıl yürütme, ispat, ilişkilendirme, iletişim ve sembolleştirme gibi süreç standartları ile bütünleştirebilmesi ile ölçeceği beceriler de dikkate alınarak *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin* amacı ileri matematik becerilerini içeren *temel beceriler, sayma ve işlemler, uzamsal algı* ve *problem çözme* becerilerinin değerlendirilmesi olarak belirlenmiştir.
- *2. Ölçme aracı özelliklerinin tanımlanması (ölçek formatının belirlenmesi):* Ölçme aracının formatı, ölçülmesi amaçlanan yapının doğası ve araştırma hedefleriyle uyumlu olmalıdır. Araçta okul öncesi çocukların ileri matematik becerileri hedeflenmesi ve ileri matematik becerilerinin somut ve dikkat çekici olması göz önünde bulundurularak gözlem ile değerlendirmeye dayalı bir aracın hem araştırmacılar hem de öğretmenler için daha işlevsel olacağına karar verilmiştir. Öğretmenlerin çocuklara ilişkin ileri matematik becerilerini gözlemleyerek değerlendirecekleri bu form beşli Likert şeklinde ("Hiçbir Zaman=1, Bazen=2, Sık Sık=3, Çoğu Zaman=4, Her Zaman=5") hazırlanmıştır.
- *3. Madde havuzunun oluşturulması:* Maddelerin kapsamlı olması ve yapının farklı yönlerini temsil etmesi için ilgili alan literatürü detaylı olarak taranmıştır. İleri matematik becerileri listelenmiş, erken matematikle ilgili geliştirilmiş olan ölçekler gözden geçirilmiştir. Çocukların matematiksel gelişimleri ile ilgili çalışmalarda daha çok sayı ve işlemlere odaklanılmış fakat diğer matematiksel boyutlarla ilgili az çalışma bulunmaktadır (Milburn, Lonigan, DeFlorio & Klein, 2019). Devlin, Moeller

ve Sella (2022) erken matematiksel gelişimi değerlendirmek için kullanılan ölçme araçlarının alt boyutlarını inceledikleri çalışmada, ölçme araçlarının alt boyutlarında amaç ve yöntemlerden kaynaklanan önemli ölçüde farklılık olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Milburn vd. (2019) sayı, aritmetik işlemler, geometri ve uzay, ölçüm ve modellemeyi içeren matematiksel kavram ve becerileri değerlendirmek için tasarlanan Child Math Assessment (CMA) ile 1630 çocuktan veri toplanmış ve sayı ve işlemler, ölçme, geometri ve örüntü olarak en iyi uyum modelinin dört faktörden oluştuğu sonucuna ulaşmışlardır. Literatürde sayma ve işlemler, ölçme, geometri, örüntü gibi ayrı başlıklar altında alındığı ve deneysel sonuçlarla da kanıtlandığı için çalışmada ayrı ayrı başlıklar altında maddeler düzenlenmiştir. Maddeler *temel beceriler, sayma ve işlemler, uzamsal algı* ve *problem çözme* alt boyutlarının altında hazırlanarak sunulmuştur. Temel beceriler alt becerisi ile ilgili 18 madde, sayma ve işlemler ile ilgili 24 madde, uzamsal algı ile ilgili 11 madde ve problem çözme ile ilgili 7 maddeden oluşan, öğretmenlerin anlayabilecekleri ve gözlemleyebilecekleri ifadelerden oluşan 60 maddelik bir havuz oluşturulmuştur.

- *4. Uzman görüşünün alınması:* Madde havuzu oluşturulduktan sonra ortaya çıkan 60 maddelik yapı Okul Öncesi Eğitimi alanından beş, Ölçme ve Değerlendirme alanından bir, Sınıf Eğitimi alanından bir ve Matematik alanından bir uzmanın görüşüne sunulmuştur (EK 3). Uzman görüşleri sonrasında anlaşılmayan maddeler yeniden düzenlenmiş, gerektiğinde örnek ifadeler eklenmiş, bazı maddeler ayrı iki ayrı maddeye dönüştürülmüş, bazı maddeler birleştirilmiş ve aynı içerikte olan maddeler silinerek toplamda 45 maddelik bir yapıya ulaşılmıştır.
- *5. Pilot Test ve Revizyonlar:* Ölçme aracına son halini vermeden önce, hedef kitleye benzer bir örneklem ile pilot test yapılması önerilmektedir. Pilot çalışma maddelerin hedef kitle tarafından anlaşılırlığını kontrol etmek için yapılmaktadır. 44 maddeden oluşan ölçme aracı pilot çalışma yapmak üzere hedef kitleyi temsil eden 10 öğretmene iletilmiş, sınıfındaki çocuklar için doldurmaları sağlanmıştır. Pilot çalışma sonrasında ölçme aracının esas uygulamaya hazır olduğu görülmüştür.
- *6. Ölçeğin geçerlik-güvenirliğinin yapılması*: Ölçme aracı geliştirme, aracın geçerlilik ve güvenilirliğinin belirlenmesini gerektirir. Geçerlilik, aracın ölçmeyi amaçladığı şeyi ne ölçüde ölçtüğünü, güvenilirlik ise geliştirilen araçla yapılan ölçümlerinin tutarlılığını ve istikrarını ifade eder. Aracın farklı geçerlilik (örn. içerik

geçerliliği, kriter geçerliliği) ve güvenilirlik (örn. test-tekrar test güvenilirliği, iç tutarlılık) testleri ile değerlendirilmesi gerekir. Bu araştırmada da Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin yapı geçerliği sürecinde açımlayıcı ve doğrulayıcı faktör analizi yapılmış, ardından güvenirliği değerlendirilmiştir.

Yapı geçerliği sonuçları

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin Yapı geçerliğinin belirlenmesinde açımlayıcı ve doğrulayıcı faktör analizinden yararlanılmıştır. Açımlayıcı ve doğrulayıcı faktör yapılarının belirlenmesinde de ayrı ayrı çalışma grupları oluşturulmuştur. Alan yazında faktör analizi için yeterli örneklem büyüklüğü hakkında farklı görüşler bulunmaktadır. Bu görüşlerden bir tanesi, faktör analizinin yapılabilmesi için örneklem büyüklüğünün madde sayısının en az iki katı kadar olmasıdır (Çokluk, Şekercioğlu & Büyüköztürk, 2012, s.206). Bir başka görüş ise örneklem büyüklüğü ne kadar fazla ise o kadar iyi olacağı, 100 kişilik bir örneklemde genellikle güvenilir sonuçlar elde edilerek analiz edilebileceğidir (Kline, 1994, s.73). Bu açıklamalardan yola çıkılarak Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin açımlayıcı faktör analizini yapmak amacıyla 66 okul öncesi öğretmeninden toplamda 180 çocuk için veri toplanmıştır. Bir öğretmen 1-5 çocuk için form doldurmuştur. Değerlendirilen çocukların %15'inin (n =27) dört yaşında, %59,44'ünün (n = 107) beş yaşında ve %25,56'sının (n = 46) altı yaşında olduğu belirlenmiştir. Çocukların %48,33'ü (n = 87) erkek, %51,67'si (n= 93) ise kızdır.

Açımlayıcı faktör analizi yapılmadan önce örneklem büyüklüğünün yeterliği Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) testi ve verilerin faktör analizine uygunluğu Bartlett küresellik testi ile incelenmiştir. KMO değerinin 0,60'dan daha büyük olması ve Bartlett testi sonuçlarının istatistiksel olarak anlamlı fark göstermesi verinin faktör analizi için uygun olduğu anlamına gelmektedir (Tabachnick & Fidell, 2007). Bu araştırmada da KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) ve Bartlett testi değerleri (KMO=0,918; Bartlett's statistic=2062,629/sd=105/p<0,001) örneklem büyüklüğünün faktörleştirmeye uygun olduğunu göstermiştir.

Açımlayıcı faktör analizine geçildiğinde öncelikle faktör yükü 0,30'dan düşük olan maddeler ve aynı anda birden fazla faktörde birbirine yakın faktör yükü veren maddeler (binişik maddeler) analiz dışında bırakılmış ve analiz tekrarlanmıştır. Ayrıca oluşturulan boyutlarda yer alacak maddelere karar verilirken kavramsal olarak uygunluğu ve aynı

anlama gelen maddeler de değerlendirilmiştir. Bu kapsamda beş maddenin analiz dışı bırakılmasına karar verilmiştir.

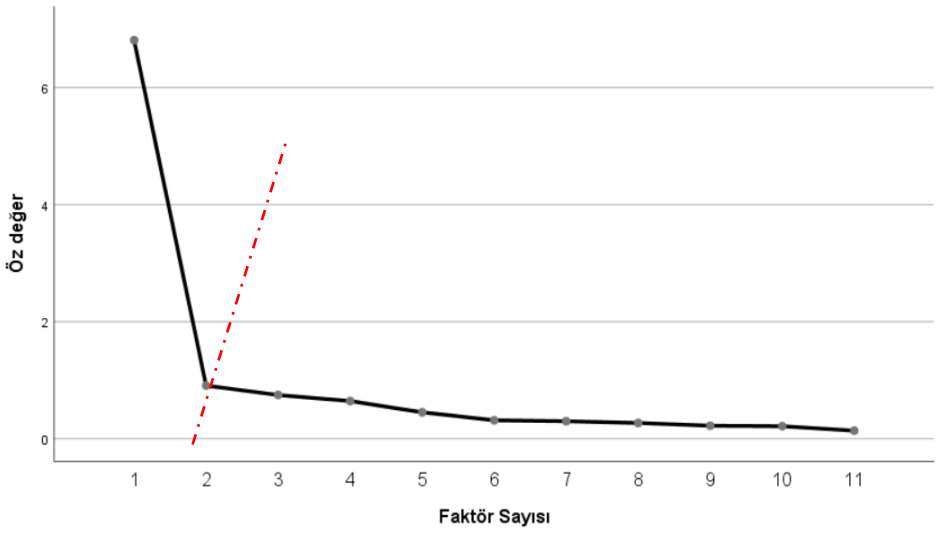
Erken matematiğin alt boyutlarında yer alması gereken becerilere modelleme, ölçme, geometri, veri analizi gibi farklı boyutların da dahil edilmesi ve ileri matematik becerilerini nasıl yordadığı ile ilgili daha kapsamlı çalışmalar yapılması önerilmektedir (Aunio & Räsänen, 2016; Devlin vd., 2022; Purpura & Lonigan, 2013). Örneğin, Aunio ve Räsänen (2016) matematiksel becerilerle ilgili ölçme araçlarının incelediği çalışmada sembolik ve sembolik olmayan sayı duyusu, matematiksel ilişkiler, temel aritmetik ve sayma becerilerini içeren dört bileşenden oluşması gerektiğini ve bu becerilerin risk altındaki çocukların belirlenmesi için önemli olduğunu vurgulamaktadır. Purpura ve Lonigan (2013), matematiksel becerileri arasındaki ilişkilerin sayma, sayısal ilişkiler ve matematiksel akıl yürütme olarak üç faktörlü modelle açıklandığına dikkat çekmektedir. Başka bir araştırma sonucunda ise erken matematiksel becerilerin sayı ve işlemler, ölçme, geometri ve örüntü olarak dört faktörden oluştuğu belirtilmektedir (Milburn vd., 2019). Matematiksel becerileri incelemek için kullanılan ölçme araçlarında ortak alt boyutlar olsa da amaç ve yöntemlerden kaynaklanan önemli ölçüde farklılık olduğu belirtilmektedir (Devlin vd., 2022). Bu doğrultuda Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi; *temel beceriler, sayma ve işlemler, uzamsal algı* ve *problem çözme* alt boyutları olarak maddeler oluşturulduğundan, dolayısıyla her bir boyut ayrı beceri alanını temsil ettiğinden madde analizleri bu boyutlara ayrılarak yapılmıştır.

İleri Matematik Becerileri Testi *Temel Beceriler* Boyutu için 11 madde faktör analizine alınmıştır. Tablo 5'te İleri Matematik Becerileri Testi *Temel Beceriler* Boyutuna ait açımlayıcı faktör analizi sonuçları verilmiştir.

Tablo 5
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	6,809	61,898	61,898	6,809	61,898	61,898
2	,906	8,236	70,134			
3	,745	6,775	76,909			
4	,643	5,845	82,754			
5	,449	4,086	86,840			
6	,313	2,847	89,687			
7	,298	2,705	92,393			
8	,268	2,435	94,828			
9	,220	2,004	96,832			
10	,213	1,933	98,765			
11	,136	1,235	100,000			

Tablo 5'e göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Temel Beceriler* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde olan bir madde olduğu görülmektedir. Şekil 8'de verilen yamaç-birikinti grafiği (scree plot) incelendiğinde dördüncü faktörden sonra grafiğin düzleşmeye başladığı görülmektedir. Buna göre, Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler boyutu tek faktörlü bir yapı göstermektedir. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler boyutu için belirlenen tek boyutlu yapının açıkladığı toplam varyans oranı ise %61,90 olarak tespit edilmiştir. Diğer bir deyişle 11 madde tek faktörlü yapıdaki varyansın %61,90'ını açıklamaktadır. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler boyutunda yer alan maddelerin faktör yük değerleri Tablo 6'da sunulmuştur.



Şekil 8. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 6
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	0,736
2	0,824
3	0,778
4	0,746
5	0,840
6	0,808
7	0,824
8	0,802
9	0,822
10	0,795
11	0,663

Tablo 6 incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin değerlerinin 0,663 ile 0,840 arasında değiştiği görülmektedir. Her bir madde için faktör yük değeri 0,30'dan yüksek olduğu için maddelerin bulundukları boyutta amacına hizmet ettikleri söylenebilir.

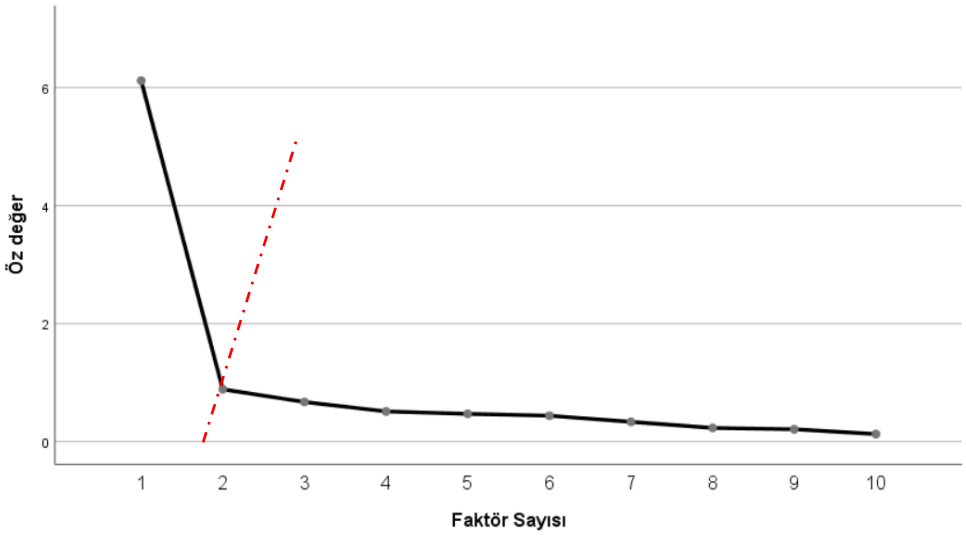
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Sayma ve İşlem* boyutunda 10 madde faktör analizine alınmıştır. Açımlayıcı faktör analizinden elde edilen öz değerler ve açıklanan varyans oranları Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	6,118	61,184	61,184	6,118	61,184	61,184
2	,886	8,863	70,048			
3	,672	6,717	76,765			
4	,511	5,110	81,875			
5	,471	4,706	86,581			
6	,439	4,390	90,971			
7	,335	3,351	94,322			
8	,231	2,314	96,636			
9	,209	2,090	98,726			
10	,127	1,274	100,000			

Tablo 7'ye göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Sayma ve İşlem* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde olan bir madde olduğu görülmektedir. Ayrıca Şekil 9'da verilen yamaç-birikinti grafiği (scree plot) incelendiğinde dördüncü faktörden sonra grafiğin düzleşmeye başladığı söylenebilir. Buna göre, Sayma ve İşlem boyutu tek faktörlü bir yapı göstermektedir. Sayma ve İşlem boyutu için belirlenen tek boyutlu yapının açıkladığı toplam varyans oranı ise %61,18 olarak tespit edilmiştir. Diğer bir deyişle 10 madde tek faktörlü yapıdaki varyansın %61,18'ini açıklamaktadır. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem boyutunda yer alan maddelerin faktör yük değerleri Tablo 9'da sunulmuştur.



Şekil 9. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 8
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	,818
2	,865
3	,811
4	,823
5	,720
6	,780
7	,803
8	,721
9	,752
10	,713

Tablo 8'de Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Sayma ve İşlem* boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin değerlerinin 0,713 ile 0,865 arasında değiştiği görülmektedir. Her bir madde için faktör yük değeri 0,30'dan yüksek olduğu için maddelerin bulundukları boyutta amacına hizmet ettikleri söylenebilir.

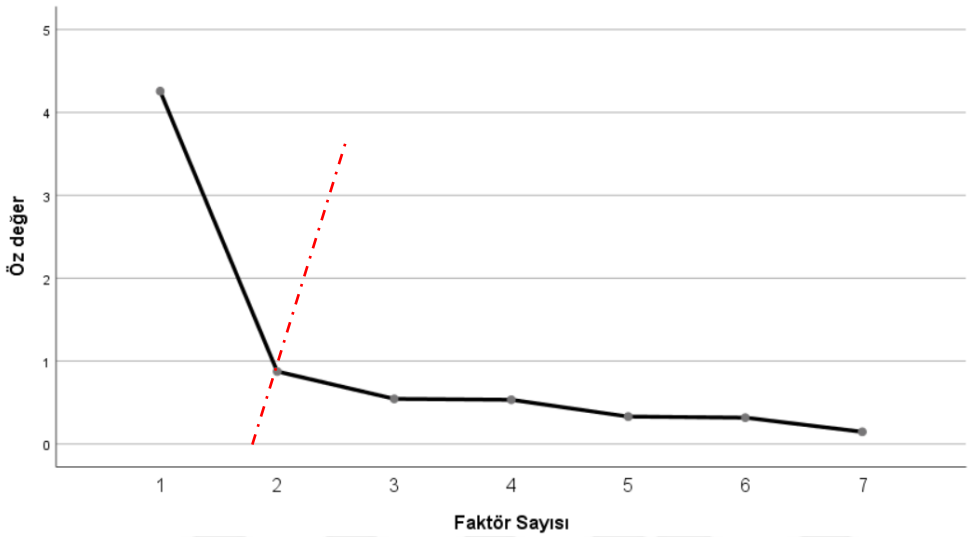
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Uzamsal Algı* boyutunda 11 madde faktör analizine alınmış, yapılan analiz sonucunda 4 madde test dışında bırakılmıştır. Açımlayıcı faktör analizi sonucunda elde edilen öz değerler ve açıklanan varyans oranları Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	4,256	60,800	60,800	4,256	60,800	60,800
2	,874	12,482	73,282			
3	,544	7,770	81,051			
4	,533	7,612	88,663			
5	,330	4,716	93,380			
6	,317	4,532	97,912			
7	,146	2,088	100,000			

Tablo 9'a göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Uzamsal Algı* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde olan bir madde olduğu görülmektedir. Şekil 9'da verilen yamaç-birikinti grafiğinde (scree plot) dördüncü faktörden sonra grafiğin düzleşmeye başladığı söylenebilir. Buna göre Uzamsal Algı boyutu tek faktörlü bir yapı göstermektedir. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi

Uzamsal Algı boyutu için belirlenen tek boyutlu yapının açıkladığı toplam varyans oranı ise %60,80 olarak tespit edilmiştir. Diğer bir deyişle 7 madde tek faktörlü yapıdaki varyansın %60,80'ni açıklamaktadır. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı boyutunda yer alan maddelerin faktör yük değerleri Tablo 10'da sunulmuştur.



Şekil 10. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 10
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	,686
2	,697
3	,743
4	,801
5	,834
6	,830
7	,849

Tablo 10 incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Uzamsal Algı* boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin değerlerinin 0,686 ile 0,849 arasında değiştiği görülmektedir. Her bir madde için faktör yük değeri 0,30'dan yüksek olduğu için maddelerin bulundukları boyutta amacına hizmet ettikleri söylenebilir.

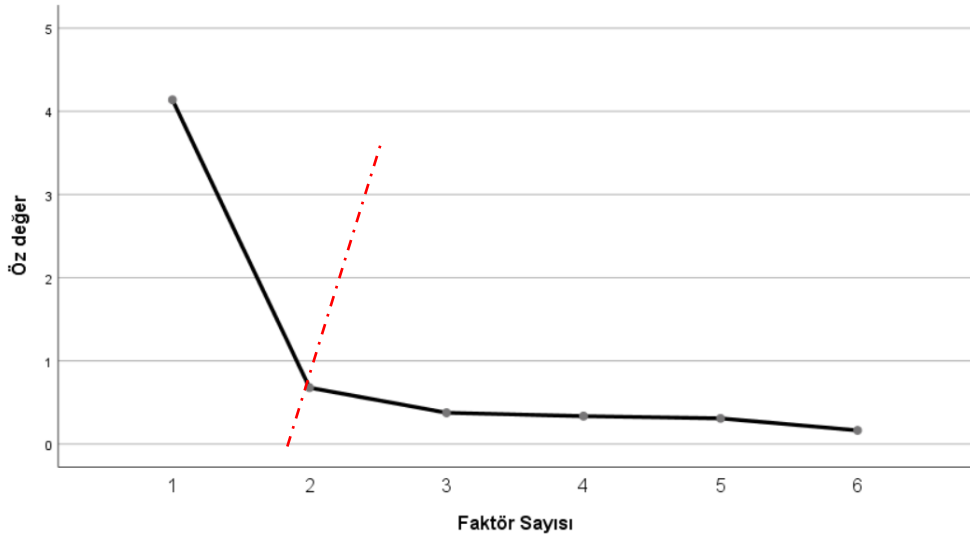
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem çözme* boyutu için 7 madde faktör analizine alınmış, yapılan analiz sonucunda 1 madde test dışında

bırakılmıştır. Açımlayıcı faktör analizi sonucunda elde edilen öz değerler ve açıklanan varyans oranları Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	4,139	68,976	68,976	4,139	68,976	68,976
2	,678	11,294	80,271			
3	,376	6,259	86,529			
4	,335	5,591	92,121			
5	,308	5,137	97,258			
6	,165	2,742	100,000			

Tablo 11'e göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde olan bir madde olduğu görülmektedir. Ayrıca Şekil 11'de verilen yamaç-birikinti grafiği (scree plot) incelendiğinde dördüncü faktörden sonra grafiğin düzleşmeye başladığı söylenebilir. Buna göre, Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* boyutunun tek faktörlü bir yapı göstermektedir. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme boyutu için belirlenen tek boyutlu yapının açıkladığı toplam varyans oranı ise %68,98 olarak tespit edilmiştir. Diğer bir deyişle 6 madde tek faktörlü yapıdaki varyansın %68,98'ini açıklamaktadır. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem çözme boyutunda yer alan maddelerin faktör yük değerleri Tablo 12'de sunulmuştur.



Şekil 11. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 12
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	,791
2	,882
3	,900
4	,831
5	,808
6	,763

Tablo 12 incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin değerlerinin 0,763 ile 0,900 arasında değiştiği görülmektedir. Her bir madde için faktör yük değeri 0,30'dan yüksek olduğu için maddelerin bulundukları boyutta amacına hizmet ettikleri söylenebilir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin olarak Cronbach alfa ve McDonald's omega katsayısı hesaplanmıştır. Sonuçlar Tablo 13 'de sunulmuştur.

Tablo 13
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin sonuçlar

Boyutlar	Madde Sayısı	Cronbach alfa değeri	McDonald's ω
Temel Beceriler	11	0,94	0,94
Sayma ve İşlem	10	0,93	0,93
Uzamsal Algı	7	0,89	0,89
Problem Çözme	6	0,91	0,91

Tablo 13'de Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerleri Temel Beceriler boyutu için 0,94; Sayma ve İşlem boyutu için 0,93; Uzamsal Algı boyutu için 0,89 ve Problem Çözme boyutu için 0,91 olarak hesaplanmıştır. Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerlerinin 0,70'den yüksek olduğu için Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenilir olduğu söylenebilir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi boyutları arasındaki ilişkiler Pearson korelasyon katsayısı ile hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 14'de verilmiştir.

Tablo 14
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi boyutları arasındaki ilişkiler

		Temel Beceriler	Sayma ve İşlem	Uzamsal Algı	Problem Çözme
Temel Beceriler	r	1			
	p	-			
Sayma ve İşlem	r	,695**	1		
	p	,000	-		
Uzamsal Algı	r	,820**	,577**	1	
	p	,000	,000	-	
Problem Çözme	r	,894**	,737**	,748**	1
	p	,000	,000	,000	-

**p<0,01

Tablo 14' de Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler, Sayma ve İşlem, Uzamsal Algı ve Problem Çözme boyutları arasında pozitif yönlü yüksek düzeyde istatistiksel olarak anlamlı (p<0,01) ve yüksek ilişkiler olduğu görülmektedir. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi boyutları arasında pozitif yönlü ve yüksek ilişkiler olması boyutların birbirini desteklediğine ve testten toplam puan alınabileceğine de işaret etmektedir (Büyüköztürk, 2017). Bu durumda, doğrulayıcı faktör analizi yapılırken ikinci düzey doğrulayıcı faktör analizi yapılarak okul

öncesi dönem çocukların ileri matematik becerilerine ilişkin toplam puan alınabilirliği incelenmiştir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin açımlayıcı faktör analizi sonucunda 34 maddeden ve dört boyuttan oluştuğu tespit edilmiştir. Temel beceriler boyutunda 11 madde, sayma ve işlem boyutunda 10 madde, uzamsal algı boyutunda yedi madde ve problem çözme boyutunda altı madde vardır. Ortaya çıkan bu yapının doğrulanması için de doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır.

Doğrulayıcı faktör analizi yapılırken çoklu normal dağılım göstermediği için robust maksimum olabilirlik kestirim yöntemi kullanılmıştır. Doğrulayıcı faktör sonucunda model uyumu değerlendirilirken χ^2/sd, CFI, NFI, NNFI ve RMSEA uyum iyiliği indeksleri değerlendirilmiştir. Test puanlarının güvenirliğini belirlemek amacı ile Cronbach alfa ve McDonald's omega güvenirlik katsayıları hesaplanmıştır. Doğrulayıcı faktör analizi yapmak amacıyla analizini yapmak amacıyla 89 okul öncesi öğretmeninden toplamda 243 çocuk için veri toplanmıştır. Bir öğretmen 1-5 çocuk için form doldurmuştur. Değerlendirilen çocukların %16,46'sı (n = 40) dört yaşında, %65,02'si (n = 158) beş yaşında ve %18,52'sı (n = 45) altı yaşındadır. Çocukların %47,33'ü (n = 115) erkek ve %52,67'si (n = 128) kızdır.

Belirlenen yapının farklı bir çalışma grubunda yapısının doğrulanması amacı ile doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır. İlk olarak ölçeğin boyutları arasında ilişkilerin kurulduğu birinci düzey doğrulayıcı faktör analizinin yapıldığı model 1 incelenmiştir. Daha sonra boyutlar arasındaki korelasyonların yüksek olduğu dikkate alınarak tüm ölçekten toplam puan alınabileceğini ortaya koymak amacı ile ikinci düzey doğrulayıcı analizinin yapıldığı model 2 incelenmiştir. Hem birinci hem de ikinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucu uyum indeksi değerleri, faktör yük değerleri (max-min) ve hata varyansı (max-min) değerleri Tablo 15'de sunulmuştur. Ayrıca birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda elde edilen ölçme modeli Şekil 12'de ve ikinci düzey doğrulayıcı faktör analiz sonucunda elde edilen ölçme modeli Şekil 13'de sunulmuştur.

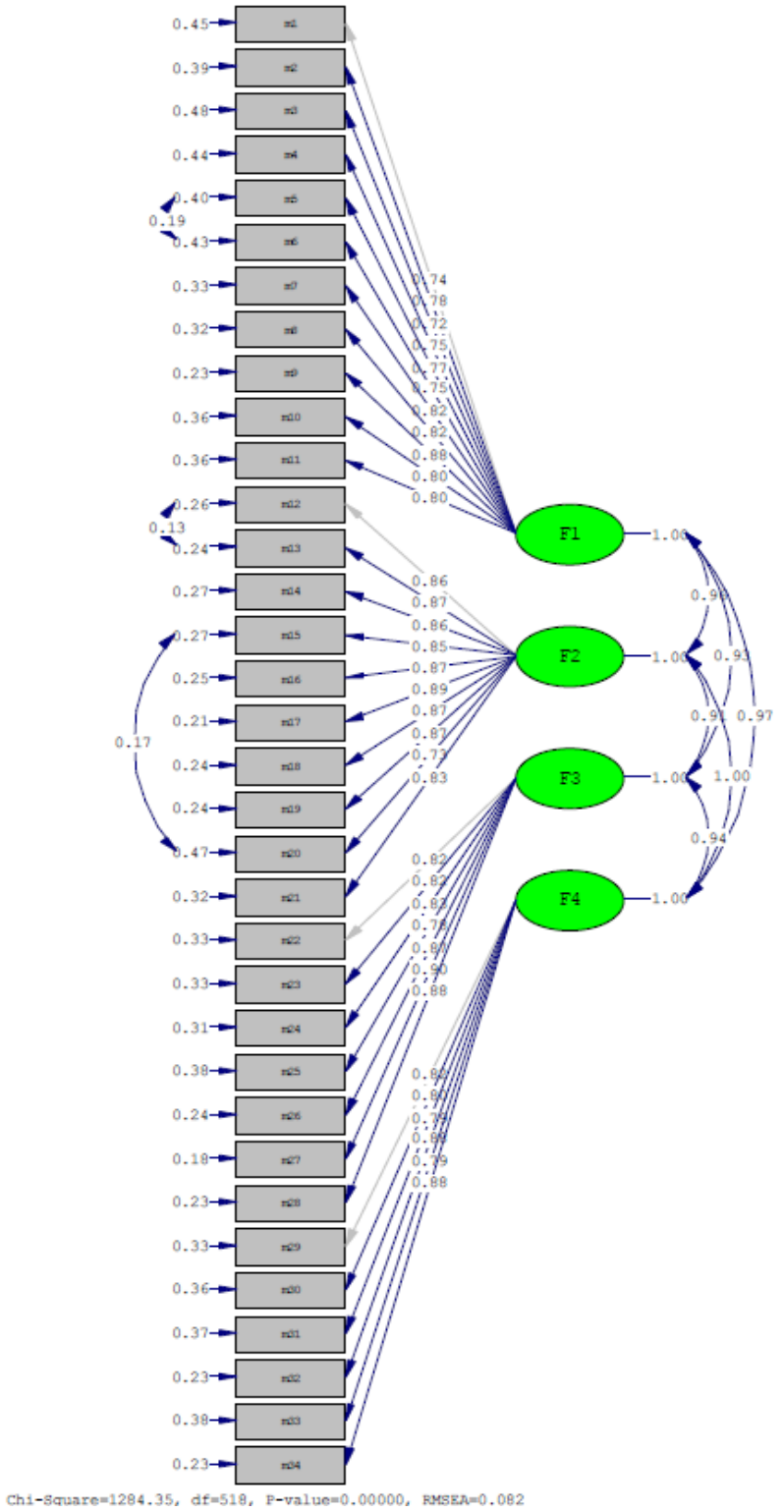
Tablo 15
Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları

								Faktör Yük Değerleri		Hata Varyansları	
	χ^2	χ^2/sd	p	CFI	NFI	NNFI	RMSEA	max	min	max	min
Model 1	1284,35	2,48	0,000	0,99	0,98	0,98	0,082	0,89	0,72	0,48	0,21
Model 2	1305,10	2,51	0,000	0,99	0,98	0,98	0,082	0,89	0,72	0,49	0,21
Önerilen		χ^2/sd≤3		≥90	≥90	≥90	≤0,080	≥0,30		≤0,90	

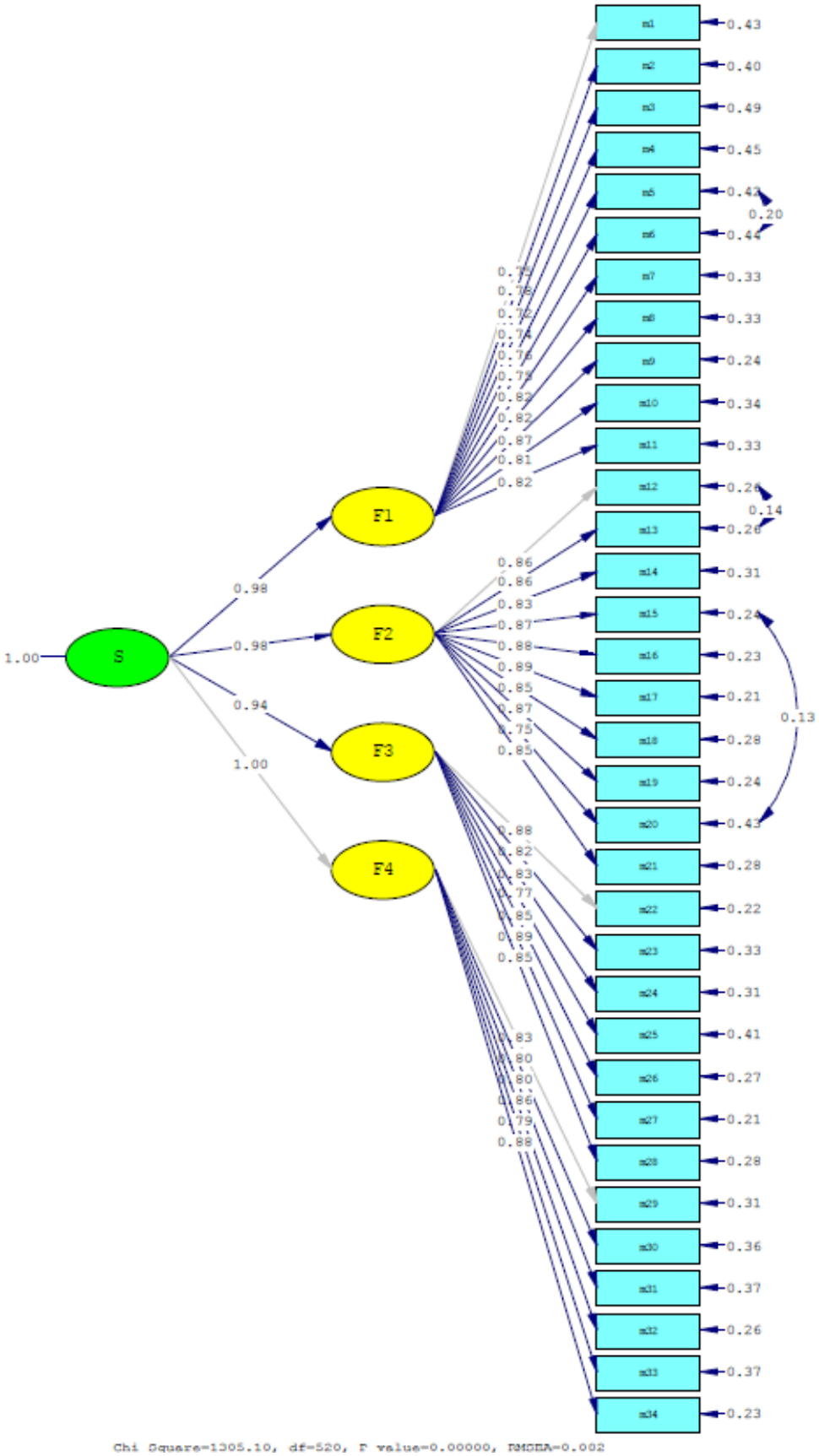
Model 1: Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi
Model 2: İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi

Tablo 15'de birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda χ^2/sd değerinin 2,48 olduğu görülmektedir ve bu değer üçten küçük olduğu için modelin veriye çok iyi uyum gösterdiği söylenebilir. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda CFI değeri 0,99; NFI değeri 0,98 ve NNFI değeri 0,98 olarak tespit edilmiştir. Bu değerlerin 0,90'nın üzerinde olması modelin veriye çok iyi uyum gösterdiği anlamına gelmektedir. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda RMSEA indeksi açısından değerlendirildiğinde ise bu indeksin model için 0,082 olduğu saptanmıştır ve bu değer 0,080 değerine çok yakın olduğunda görülmektedir ve buna göre model veri uyumu gösterdiği söylenebilir. Uyum indeksleri genel olarak değerlendirildiğinde birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda dört boyutlu modelin veriye uyum sağladığı görülmektedir. Ayrıca Şekil de sunulan ölçme modelinde boyutlar arasındaki korelasyonların çok yüksek olduğu ($r_{\text{temel beceriler, sayma ve işlem}}$= 0,96; $r_{\text{temel beceriler, uzamsal algı}}$=0,93; $r_{\text{temel beceriler, problem çözme}}$=0,97; $r_{\text{sayma ve işlem, uzamsal algı}}$=0,91; $r_{\text{sayma ve işlem, problem çözme}}$ =1,00; $r_{\text{uzamsal algı, problem çözme}}$ =0,94) görülmektedir. İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda χ^2/sd değerinin 2,51 olduğu görülmektedir ve bu değer üçten küçük olduğu için modelin veriye çok iyi uyum gösterdiği söylenebilir. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda CFI değeri 0,99; NFI değeri 0,98 ve NNFI değeri 0,98 olarak tespit edilmiştir. Bu değerlerin 0,90'nın üzerinde olması modelin veriye çok iyi uyum gösterdiği anlamına gelmektedir. İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda RMSEA indeksi açısından değerlendirildiğinde ise bu indeksin model için 0,082 olduğu saptanmıştır ve bu değer 0,080 değerine çok yakın olduğunda görülmektedir ve buna göre model veri uyumu gösterdiği söylenebilir. Uyum indeksleri genel olarak değerlendirildiğinde ikinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda dört boyutlu modelin veriye uyum sağladığı görülmektedir. Ölçekteki tüm maddelerin faktör yük değerleri 0,40'dan yüksektir. Buna göre, tüm maddelerin bulunduğu boyuttaki yapıyı ölçmede geçerli olduğu yorumu

yapılabilir. Sonuç olarak, Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin dört boyutu için ayrı ayrı toplam puan alınabileceği ve ölçeğin genelinden toplam puan alınabileceği söylenebilir.



Şekil 12. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi ölçme modeli



Şekil 13. İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi ölçme modeli

Güvenirlik Sonuçları

Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin olarak Cronbach alfa ve McDonald's omega katsayısı hesaplanmıştır. Sonuçlar Tablo 16'de sunulmuştur.

Tablo 16
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin sonuçlar

	Madde Sayısı	Cronbach alfa değeri	McDonald's ω
Temel Beceriler	11	0,95	0,95
Sayma ve İşlem	10	0,96	0,96
Uzamsal Algı	7	0,94	0,94
Problem Çözme	6	0,93	0,93
İleri Matematik Becerisi (Toplam puan)	34	0,98	0,98

Tablo 16 incelendiğinde Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerleri Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testinin Temel Beceriler boyutu puanları için 0,95; Sayma ve İşlem boyutu puanları için 0,96; Uzamsal Algı boyutu puanları için 0,94; Problem Çözme boyutu için 0,93 ve test toplamı için 0,98 olarak hesaplanmıştır. Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerlerinin 0,70'den yüksek olduğu için Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenilir olduğu söylenebilir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testi açımlayıcı, doğrulayıcı faktör analizi sonuçları ve güvenirlik testi sonuçları testin Temel Beceriler boyutuna 11 madde, Sayma ve İşlem boyutunda 10 madde, Uzamsal Algı boyutunda 7 madde, Problem Çözme boyutunda 6 madde İleri Matematik Becerisi Toplamda 34 madde ile uygulama hazır olduğunu ortaya koymuştur.

3.3.4. Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB)

Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB), Dağlı, Dağlıoğlu ve Atalmış (2019) tarafından öğretmenlerin okul öncesi çocukların matematiksel içerik ve süreçler ile ilgili farkındalıklarını değerlendirmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu ölçme aracı, farklı matematik içerik ve süreçlerini içeren beş vaka çalışmasına dayanmaktadır. Bu vaka çalışmaları, çocuklar arasındaki matematiksel diyalogları içermekte ve öğretmenlerin bu diyaloglar üzerinden matematiksel farkındalıklarını değerlendirmelerine olanak

tanımaktadır. Platas (2008) tarafından öğretmenlerin çocuklarda matematiksel kavramların gelişimine ilişkin bilgilerini ölçmek amacıyla geliştirilen "Matematiksel Gelişim Bilgisi Ölçeği (Knowledge of Mathematical Development)" ölçeğin başlangıç noktası olmuş daha sonra gerekli izinlerin alınmasıyla birlikte McCray ve Chen (2012) tarafından geliştirilen Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematiğe İlişkin İçerik Bilgisi Görüşme Formundan yararlanılmıştır. Ölçeğin geçerliliği için kapsam ve yapı geçerliliği incelenmiş, uzman görüşleri alınarak kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Ölçeğin iç tutarlılık katsayısı yüksek (Cronbach Alpha: .96) bulunmuştur. Açımlayıcı Faktör Analizi, ölçeğin iki faktörlü yapısını doğrulamış ve bu faktörlerin toplam varyansın %78,41'ini açıkladığını göstermiştir. Doğrulayıcı Faktör Analizi sonuçları, ölçeğin kabul edilebilir düzeyde bir model uyumu gösterdiğini ortaya koymuştur. Ölçekte her madde 1 puan olarak değerlendirilmiş olup, her bir örnek olay 7 maddeden oluştuğu için bir örnek olayın toplam değeri 7 puandır. Bu bağlamda, ölçeğin tamamı 35 puandan oluşmaktadır. Yüksek puana sahip olan öğretmenin, pedagojik alan bilgisinin yüksek olduğunu göstermektedir.

3.3.5. Öğretmen Görüşme Formu

Öğretmen görüşme formu öğretmenin görüşlerine göre *Somut-Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programını* değerlendirmek amacıyla yarı yapılandırılmış olarak hazırlanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde açık uçlu sorularla katılımcıların deneyimlerini kendi düşünceleriyle anlatmalarına olanak tanımaktadır. Açık uçlu sorular katılımcının konu ile ilgili düşüncelerini kapsamlı olarak ifade etmesini sağlamakla birlikte yeni fikirlere ulaşılmasına da destek olmaktadır (Merriam, 2015). Öğretmen görüşme formunda deney grubu öğretmeninin Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programının uygulama sürecinde ve sonrasında çocuklarla ilgili gözlemlerini içeren açık uçlu sorular yer almış, bu sorular için beş okul öncesi eğitimi alanından ve iki sınıf eğitimi alanından uzmandan görüş alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda görüşme formunda düzenlemeler yapılmış ve son hali oluşturulmuştur (EK 4). Formda öğretmenin çocuklarla ilgili gözlemlerine ilişkin *‘’Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı uygulama sürecinde çocuklarda neler gözlemlediniz?’’ ‘’Somut- Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı sonrasında çocukların matematiğe bakış açılarında ne gibi değişiklikler gözlemlediniz?‘’ vb. sorulara yer verilirken,* matematik eğitim sürecinden farklılıkları ile

ilgili *''Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı sınıfınızdaki matematik eğitim sürecinizle farklılıkları nelerdi?''* gibi sorulara yer verilmiştir. Eğitim programının yaklaşımıyla ilgili ise ''*Somut- Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programında üç aşamalı olarak düzenlenen etkinliklerde, Somut aşama ile ilgili çocuklarda neler gözlemlediniz?''* gibi sorular forma dahil edilmiştir. Öğretmenin eğitim programıyla ilgili değerlendirmesi ve önerileri ile ilgili *''Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programını kendi matematik eğitim sürecinize entegre etmeye devam eder misiniz?'' Somut- Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı ile ilgili önerileriniz nelerdir?''* sorularına yer verilmiştir.

3.3.6. Araştırmacı Günlüğü

Araştırmacı günlükleri, *Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* uygulanırken araştırmacının gözlemlerini kayıt altına alması ve bu doğrultuda programı uygulayan öğretmene rehberlik sağlaması amacıyla tutulmuştur (EK5). Araştırmacı günlüğünde araştırmacının etkinlik uygulama süreci deneyimlerine ilişkin aldığı gözlem notları, çocukların ve öğretmenin eğitim süreci içerisindeki konuşmalarına ilişkin örnek kayıtlar ve çocukların yaptıkları matematiksel çizimleri gibi kayıtlar yer almıştır.

3.4. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı çocukların somuttan soyuta doğru matematiği öğrenmelerini sağlayan somut-yarı somut-soyut yaklaşım (Concrete, Representational- Abstract /CRA) temel alarak hazırlanmıştır. Somut-yarı somut-soyut yaklaşım çocukların matematiksel fikirleri somut ve sembolik seviyelerde keşfetmelerine, problem çözme becerilerini geliştirmelerine ve sembolik matematik kavramlarını anlamalarına olanak tanır. Aynı zamanda matematiksel düşünceyi geliştirmelerine ve matematiksel kavramları somut deneyimlerle ve temsilin diğer aşamalarıyla ilişkilendirerek anlamalarına yardımcı olur, öğrenme sürecinde çocukların etkin katılımını vurgulayan ve matematiksel düşünceyi somut deneyimlerle birleştiren bir bakış açısı sağlar (Behr vd., 1981; Björklund & Palmér, 2022; Bruner, 1966; Duval, 2006; Lesh, 1979).

Matematikte temsiller gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki bağlantıları kolaylaştırmaktadır (Post & Cramer, 1989). Erken matematik eğitimiyle ilgili birçok program ve çalışma olmasına rağmen az sayıda çalışma çocukların matematiği *nasıl* öğrendikleri ile ilgilidir. Çocukların matematiği nasıl daha anlamlı öğrenecekleri yöntemlere odaklanmak gerekmektedir (Björklund & Palmér, 2022).

Somut-yarı somut- soyut yaklaşımla uygulanan matematik programlarında farklı yaş gruplarında uygulamalar yapıldığı görülmektedir. Bu uygulamalarda çocukların sayılar, geometri, ölçme, toplama, çıkarma, akıl yürütme, miktar ve sembol ve temsil gibi becerilerini destekledikleri ve öğrenme yollarıyla ilgili olumlu sonuçlar elde edilmiştir (Björklund & Palmér, 2022; Clarke vd., 2011; Sterner vd., 2020; Witzel vd., 2003).
Araştırmada geliştirilmiş olan *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* erken matematik eğitiminde temsil çeşitlerinin etkili kullanımını ve çocukların matematik becerilerinde nitelikli öğrenmeler sağlanmasını amaçlamıştır. Program okul öncesi çocukların matematikle ilgili farklı temsil çeşitlerini deneyimlemelerine imkan tanır. Öğretmen eğitim ortamında gerekli düzenlemeleri yaparak çocukları gözlemler ve çocukların temsiller arasında bağlantı kurmalarını kolaylaştırır. Bu noktada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programını* uygulayan öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi, tutum ve inançlar ve uygulama yeterliliklerine de katkı sağlayarak bütüncül olarak desteklenmektedir. Program birden fazla temsil çeşidiyle erken okuryazarlığı artırır ve çocukların sonraki öğrenme kademesine hazır olmalarını sağlar.

3.4.1. Programın Kuramsal Temelleri

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı tasarlanırken çocukların kendi matematiksel düşünme yapılarını oluşturmaya ve matematiksel ilişkileri keşfederek çözüm yollarını bulmaya teşvik etmek dolayısıyla matematiği daha derinlemesine anlamalarını sağlamak amacıyla Bruner (1966)'in geliştirdiği aktif öğrenme ve yapısalcılık kavramlarını içeren öğrenme teorisinden yararlanılmıştır. Programın önemli bileşenlerinden olan temsillerin yapılandırılmasında ise Bruner'in öğrenme teorisini yeniden kavramsallaştıran Lesh (1979)'in matematiksel kavramların temsili ile ilgili geliştirdiği modelin erken çocukluk dönemine uyarlanması çerçeve oluşturmuştur (Björklund & Palmér, 2022; Lesh, 1981; Lesh 1987).

Bruner (1969)'un *eylemsel, imgesel ve sembolik* temsil biçimlerini Lesh (1979) matematiksel kavramların temsilleri olarak *gerçek dünya durumları, manipülatifler, resimler, sözel semboller, yazılı semboller* olarak yeniden kavramsallaştırmıştır (Björklund & Palmér, 2022; Lesh, 1981; Lesh, 1987). Lesh (1979) matematiksel problemleri çözerken temsillerin arasındaki etkileşimin önemli olduğunu ve temsil çeşitleri arasında doğrusal olmayan etkileşimli bir geçiş olması gerektiğini belirtmiştir (Behr vd., 1981; Post & Cramer, 1989). Program erken çocukluk döneminde matematiksel gelişime yönelik hazırlandığından öğrenme süreçlerinde çocuk merkezli ve esnek planlanmıştır. Programda temel alınan farklı temsillerle matematik öğrenme süreçlerinin oluşturulduğu yapıda temsiller arası geçişler matematiksel öğrenmede önemli olmakla birlikte somut materyallerle karşılaştıklarında matematik becerisini geliştirmeleri ve matematik kavramlarını soyut düzeyde gerçekten anlamalarının olasılığı arttığı dikkate alınmıştır (Björklund & Palmér, 2022; Jones & Tiller, 2017; Witzel, 2005).

Programda matematiksel temsil modelleri oluşturulurken çocukların çevrelerinde meydana gelen gerçek durumlar ve olaylar başlangıç noktası olarak kabul edilmiştir. Uygulama süreci somut deneyimler ve materyalleri ile yapılan çalışmaların ardından yarı somut temsillere ve daha sonra matematiksel sembollerin kullanıldığı soyut düzeydeki matematiğe doğru ilerleyen süreç olarak yapılandırılmıştır (Björklund & Palmér, 2022; Witzel, 2005).

Programın temellerinde ayrıca gelişime uygunluk ve somuttan soyuta doğru ilerleme gibi özellikler açısından Piaget'in bilişsel gelişim yaklaşımından ve Montessori yaklaşımından rehberlik sağlanmıştır. Temsiller, çocukların matematiksel anlam oluşturmasının ayrılmaz bir parçası olmakla birlikte kullanımlarında somuttan soyut düşünceye doğru bir gelişim ile desteklenmesi, tekrarlanması ve ilişkilendirilmesi gerekir (Piaget, 1952). Montessori yaklaşımı da matematiksel kavram gelişimi desteklenmesi için manipülatiflerin ve uygulamalı materyallerin kullanımını vurgulamakla birlikte somut temsillerle başlanması gerektiğini ve zamanla daha soyut temsillere geçilmesi gerektiğini vurgulamaktadır (Laski, Jor'dan, Daoust & Murray, 2015). Etkinlikleri oluştururken matematik kavramları ve temsilleri önceki öğrenme deneyimleri tekrar edilmiş ve yeni deneyimlerle ilişkilendirilmesi sağlanmıştır. Böylelikle çocukların matematiksel kavramları ve temsilleri farklı durum ve problemlerle ilişkilendirmelerine ve genellemelerine yardımcı olunmuştur (Sterner vd., 2014; Sterner vd., 2020).

NCTM (2000), *içerik standartları* (sayma ve işlem, cebir, geometri, ölçme, veri analizi, olasılık) ve *süreç standartları* (problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme, temsilleştirme) da dikkate alınmıştır. Bu kapsamda matematik içeriklerinin; süreç standartları ile bütünleştirebilmesine özen gösterilmiştir. Program hazırlanırken dikkat edilen noktalardan biri de bütün çocuklar için uygun matematik eğitim ortamları hazırlamaktır. Bu noktada Küçük Çocukların Eğitimi Ulusal Birliği (NAEYC-National Association for the Education of Young Children) ve Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM-National Council for Teachers of Mathematics) yüksek kaliteli, zorlayıcı ve erişilebilir matematik ortamı sunulması ile ilgili görüşlerine dikkat edilmiştir (NAEYC & NCTM, 2010).

Erken dönemde matematikle ilgili bireysel farkların daha sonraki eğitim kademelerinde giderilmesi daha zor olduğundan dolayı (Reikerås & Salomonsen, 2019; Duncan vd., 2007) *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* hazırlanırken tüm çocukların gelişimini potansiyellerinin en süt seviyesine çıkartmak amacıyla bireysel farklar ve çocuk merkezli olmasına da dikkat edilmiştir. Çocuk merkezli yaklaşımlarda çocukların ilgi ve ihtiyaçları, çocukların öğrenmeye etkin katılımı, iş birlikli öğrenme ve bireysel farklar öğrenme sürecinin önemli bileşenleridir (Bruner, 1996; Vygotsky, 1978). Programın öğrenme süreçlerinin düzenlenmesinde Vygotsky (1978)'nin öğrenmenin akranlarla veya yetişkinlerle etkileşim yoluyla meydana gelen bir süreç olması görüşü rehberlik sağlamıştır (Otsuka & Jay, 2017). Vygotsky (2004)'e göre öğretmenler, çocukların temsillerle ilgili deneyimlerini çeşitlendirip derinleştirebilir ve buna ek olarak başka bir çocuğun bakış açısından doğrudan deneyimlemediği veya fark etmediği bir şeyi kavramsallaştırabilirler (Sterner vd., 2020).

Erken çocukluk döneminde öğretmenlerin mesleki gelişimlerinin sosyal, duygusal, bilişsel ve davranışsal yönlerini birlikte ele alan ''Bütüncül Öğretmen Modeline'' uygun olarak pedagojik alan bilgisi, tutum ve inançlar ve uygulama yeterlilikleri olarak üç alt boyutta okul öncesi dönem matematik eğitimi ile ilgili mesleki gelişimlerini desteklemede önemli rol oynamaktadır (Chen & McCray, 2012). Program, öğretmenlere erken matematik ile ilgili güncel bilgileri, etkili öğretim stratejilerini ve çocukların öğrenme özelliklerini anlamalarını sağlayacak şekilde ve matematikle ilgili olumlu tutum ve inançları geliştirmeleri için destek sunmayı hedeflemiştir. Öğretmenlerin matematik eğitimini etkili bir şekilde tasarlamaları ve uygulamaları için gereken beceri ve yeteneklerle ilgili erken çocukluk döneminde matematik

öğretimi için etkili stratejileri anlama ve çocuklarla uygulama konusunda destek sağlamayı amaçlamıştır (Chen & Chang 2006; Chen & McCray, 2012; McCray, 2008).

3.4.2. Programın Temel İlkeleri

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın felsefesi doğrultusunda ilkeler belirlenmiştir. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın* ilkeleri aşağıda sıralanmıştır;

- *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın* etkinlikleri somuttan soyuta kademeli geçişi gerektirir. Çocukların matematiği etkin öğrenmelerini sağlamak için kavramlar öncelikle somut materyallerle gösterilir ve kademeli olarak sembollere ve temsillere geçiş sağlanması programın temelini oluşturmuştur.
- *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* bütüncüldür. Okul öncesi öğretmenleri sadece tek bir yönden değil çocuklarla ilgili matematik becerilerinin kazandırılmasında pedagojik alan bilgisi ve uygulama konusunda desteklemektedir. Bu amaçla eğitim programı sırasında aynı matematik kavramının üç farklı temsilini materyal, somut deneyim, temsili, görseller, grafikler ve sembolik matematiğe geçiş gibi farklı yöntemler kullanmak amaçlanmıştır.
- Temsilleri kullanma, analiz etme, tahmin etme, problem çözme becerilerini, veri analizi, iletişim destekleme *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* sürecinin temel bileşenleridir. Programda matematik içeriği kadar öğrenme süreçleri de desteklenir, içerik ve sürecin birlikte ilerlemesi önemlidir.
- *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* yaşamla ilişkilendirilmiştir. Bir durum ya da olay onlara mantıklı geliyorsa, çocuklar motive ve ilgili olurlar ve bu nedenle yeteneklerini göstermeye isteklidirler (Hughes, 1986). Bir problem durumu gerçek yaşam bağlamından ortaya çıkması çocuklar için daha anlamlı öğrenmeler sağlamaktadır (Poland, 2007). Bu açıdan çocukların günlük yaşamda karşılaştıkları temsillere öncelik verilmiş, öğrendikleri temsilleri günlük hayatta sorgulamaları temel alınmıştır.

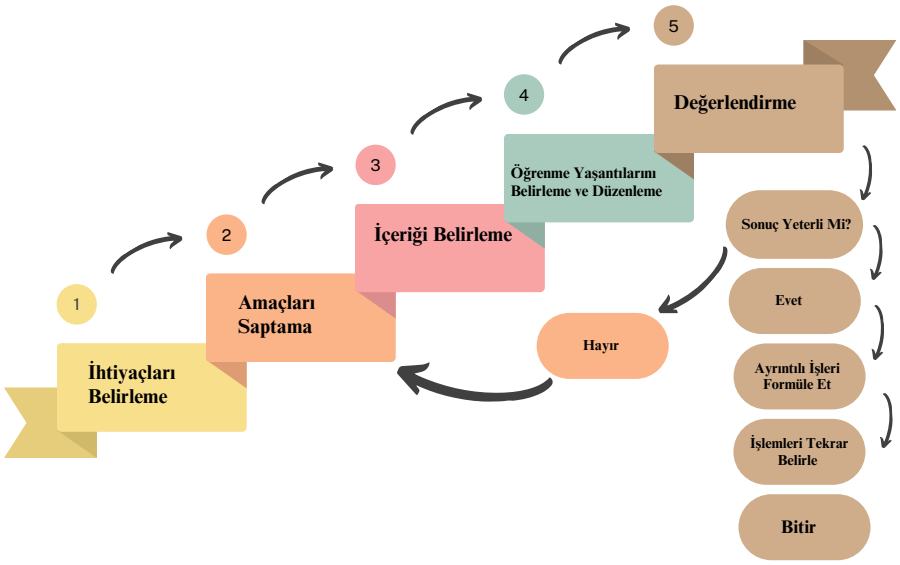
- *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* çocukların Okul Öncesi Eğitim Programında da belirtilen sayma, geometri, uzamsal algı (mekânda konum), parça-bütün, eşleştirme, sınıflandırma/gruplama, karşılaştırma, sıralama, ölçme, işlem, örüntü ve grafik gibi bilişsel kazanımlarını özel materyaller ile destekler. Materyaller çocukların öğrenme araçlarıdır. Programda somuttan soyuta giden materyaller ile soyut düşünmeye geçişin kolaylaştırılması hedeflenmektedir.

Programın ilkeleri doğrultusunda çocukların matematik öğrenmelerini destekleyen etkinlikler ve öğrenme süreçleri oluşturulmuştur.

3.4.3. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Program Geliştirme Basamakları

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı Taba-Tyler modeli rehber alınarak hazırlanmıştır (White, 1988).

Taba Tyler Modeli



Şekil 14. Taba-Tyler Program Geliştirme Modeli. White,R.V., 1988, The ELT Curriculum: Designing: Innovation and management. New York: Basil Balcwell Inc. Kaynağından esinlenilerek oluşturulmuştur.

Şekil 14'de verildiği üzere Taba-Tyler modeli ihtiyaçları belirleme, genel amaçları belirleme, amaçları saptama, içeriği belirleme, öğrenme yaşantılarını belirleme ve düzenleme, değerlendirme basamaklarından oluşmaktadır.

- *İhtiyaçların Belirlenmesi*

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nda çocukların ve öğretmenin erken matematikle ilgili ihtiyaçları belirlenirken farklar yaklaşımı temel alınmıştır. Farklar yaklaşımında çocukların belirlenen başarı düzeyine ulaşmaları için gereken desteği sağlamayı amaçlamaktadır. Çocukların mevcut başarı düzeyleri değerlendirilir ve beklenen başarı düzeyine ulaşmaları için öğrenme hedefleri belirlenir (Demirel 2020). İhtiyaçlar belirlenirken öncelikle çocuklarda matematik gelişimi, çocuklarda temsil becerileri, bütüncül öğretmen modeli, öğretmenlerin matematikle ilgili pedagojik alan bilgileri, öğretmen yeterlilikleri ile ilgili çalışmalar incelenmiştir.

Öğretmenlerin ve çocukların erken matematikle ilgili ihtiyaçlarını belirlemek amacıyla ''*Okul Öncesi Dönem Matematik Eğitimiyle İlgili İhtiyaçları Belirleme Formu''* hazırlanmış ve 14 öğretmenden kendilerinin ve çocukların ihtiyaçlarıyla ilgili görüşler alınmıştır. Analizler sonunda öğretmenlerin çoğunluğu (*f=11)* erken matematikte sayılar ve temel beceriler üzerinde durduklarını belirtmişlerdir. Öğretmenler çocukların zorlandıkları durumlarda somut kavramlar üzerinden gittiklerinde daha verimli olduğunu, çocukların toplama-çıkarma, mekânda konum ve parça bütün kavramlarında zorlandıklarını, hatta bazı çocukların eşleştirme ve sıralama gibi temel becerilerde dahi zorlandıklarını belirtmişlerdir. Elde edilen bulgulara göre öğretmenlerin daha destekledikleri matematik becerileri, çocukların matematiksel düşünmeleri destekleyecek içerikler ve çocukların bireysel farklarını dikkate alacak şekilde *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın* içeriği oluşturulmuştur.

- *Genel Amaçları Belirleme ve Amaçları Saptama*

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın kazanımlarının belirlenmesinde MEB (2013) Okul Öncesi Eğitimi Programı'nda yer alan kazanım ve göstergelerden yararlanılmıştır. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nda* kullanılan kazanım göstergeler EK 5'te belirtilmiştir.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programına MEB (2013) Okul Öncesi Eğitimi Programı'ndan 24 kazanım dahil edilmiştir. Bunların 20 tanesinin bilişsel gelişim, iki kazanımın dil gelişimi, bir kazanımın sosyal duygusal gelişim ve iki kazanım da motor gelişimdir.

- *Programın İçeriğinin Seçilmesi ve Düzenlenmesi*

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı içeriği yapılan ihtiyaç analizi ile ölçme, uzamsal algı, akıl yürütme, problem çözme ve ilişkilendirme olarak belirlenmiştir. Bununla birlikte program geliştirilirken alan literatüründe matematiksel temsili ve somut-somut-yarı somut (temsili)-soyut yaklaşımı temel alan programlar ve matematiksel içerikler taranmış ve Tablo 17'de yer alan matris oluşturulmuştur.

Tablo 17
Somut-Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı ve Matematiksel Temsili Temel Alan Çalışmalar

Matematik Becerileri	Araştırmalar	Björklund ve Palmér (2022)	Sterner vd. (2020)	Witzel vd. (2003)	Lira vd. (2017)	De Smedt vd. (2013)	Leong vd. (2015)	Mix vd. (2014)	Hurst vd. (2017)	Tobia vd. (2021)	McCluskey vd. (2023)
Temel Beceriler		√		√	√				√		
Sayma ve İşlem		√	√	√	√	√		√	√	√	
Ölçme				√							
Sembolik Gelişim		√	√	√	√	√	√	√	√	√	
Temsil Becerileri		√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
Matematiksel Soyutlama				√							
Matematiksel Düşünme (Akıl Yürütme)				√							√
Problem Çözme			√	√							
Uzamsal Algı											√
Matematiksel Dil Kullanımı					√						√

Tablo 17'de yer alan çalışmalar incelendiğinde çocukların temsil becerilerini geliştirmenin yanı sıra temel beceriler, sayma ve işlem, ölçme, sembolik gelişim, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme (akıl yürütme), problem çözme, uzamsal algı, matematiksel dil

kullanımı becerilerinin de desteklendiği görülmektedir. Bu içerik ve beceriler ihtiyaç analizi ile de örtüşmektedir.

Programda içeriğin düzenlenmesinde doğrusal programlama yaklaşımı kullanılmıştır. Doğrusal programlama yaklaşımı özellikle aşamalılık gerektiren, ardışık sıralı, yakın ilişkili



veya ön koşul öğrenmelerin olduğu içeriklerin düzenlenmesinde kullanılmaktadır (Demirel, 2020). Eğitim programındaki matematik içeriklerinin Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı ile verilmesi için aşağıda Şekil 15 oluşturulmuştur.

*Şekil 15.*Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı İçeriği

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı, temel beceriler (eşleştirme, karşılaştırma, sıralama, gruplama, sınıflama, örüntü), sayma ve işlemler, problem çözme ve uzamsal algı içeriklerinden oluşmakta, her bir beceri de kendi içinde Şekil 12'deki aşamaları izlemektedir.

- *Öğrenme Yaşantılarını Belirleme ve Düzenleme*

Öğrenme yaşantıları eğitim durumlarının çocuk merkezli düzenlenmesi, desteklenmesi planlanan becerilerin giriş, gelişme ve sonuç gibi bir düzende sıralanmasıdır (Demirel, 2020). Bu bölümler bir etkinlik planında hazırlık, öğrenme süreci ve değerlendirme olarak yapılandırılmıştır.

Her bir etkinlik planın hazırlık bölümünde; matematik öğrenme merkezine eklenen veya güncellenen materyaller, matematik panosuna yerleştirilecek görseller ve etkinlik için ortamın ve çocukların düzeni açıklanmıştır. Etkinlik planlarında temel etkinlik türü matematik olmakla birlikte, Oyun, Türkçe, Drama gibi etkinliklerle bütünleştirme

yapılmıştır. Öğrenme sürecine çocukların merakını artıracak sorular, görseller, materyaller ve deneyimler ile başlanmış, çocukların ilgili matematik içeriği ile ilgili yaşantılarını aktarmasına imkân verilmiş, somut, yarı somut (temsili) ve soyut aşamalarla küçük grup ve büyük grup etkinlikleri ile gerçekleştirilmiştir. Değerlendirme kısmında ise çocukların öğrenmelerini gözden geçirecek sorulara, yaşamla ilişkilendirecekleri deneyimlere yer verilmiştir. Aşağıda ‘’eşleştirme’’ amaçlı ‘’Araba Plakalarını Eşleştirelim’’ etkinliğinde bir öğrenme süreci detaylı olarak açıklanmıştır.

Tablo 18

Eşleştirme ile ilgili ‘’Araba Plakalarını Eşleştirelim’’ etkinlik örneği

<table>
<tr><td colspan="2">Etkinlik Adı: Araba Plakalarını Eşleştirelim
Etkinlik Türü: Matematik -Türkçe-Oyun (Bütünleştirilmiş Büyük-Küçük Grup Etkinliği)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kazanım Göstergeler
Bilişsel Gelişim
Kazanım 6. Nesne veya varlıkları özelliklerine göre eşleştirir.
Göstergeleri: Nesne/varlıkları bire bir eşleştirir. Nesne/varlıkları şekline göre ayırt eder, eşleştirir.
Kazanım 10. Mekânda konumla ilgili yönergeleri uygular.
(Göstergeleri: Yönergeye uygun olarak nesneyi doğru yere yerleştirir.)

Matematik Becerisi
✎ Eşleştirme
✎ Uzamsal Algı
Sözcük Kavramlar
✎ Plaka
✎ Ön-Arka
✎ İleri-Geri, Hızlı-Yavaş.
Materyaller
✎ Plaka görseli
✎ Renkli karton
✎ Renkli bant
✎ Kalın karton</td></tr>
<tr><td colspan="2">Eğitim Ortamının Düzenlenmesi</td></tr>
<tr><td colspan="2">✎ Matematik öğrenme merkezine plakaların olduğu kartlar yerleştirilir.
✎ Sınıftaki panoya farklı araç görselleri (plakalarının belirgin olmasına dikkat edilir) ve plakalarının resimleri asılır.
✎ Eğitimci, çocuklar sınıfa gelmeden önce sınıfa girdiklerinde üzerinden gidebilecekleri renkli bantlardan yol ve hız göstergeleri, gösterge koyulabilir, hızlı veya yavaş işaretleri yapılır.
✎ Kartondan arabaların ön veya arka tarafına ekte yer alan plakalardan yapıştırır ve çocukların görebileceği bir yere kartondan yaptığı otoparkın üzerine yerleştirir.
✎ Renkli bantlarla ekteki belirtilen yoldan yapılır.
✎ Çocuklarla arabaları eşleştirmek için renkli kartonlar kesenin içine yerleştirilir.
✎ Ekteki sembolik araba park yeri hazırlanır.
✎ Küçük gruplara ayırmak için renkli kartonlar keseye yerleştirilir.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Öğrenme Süreci</td></tr>
<tr><td>SOMUT</td><td>Eğitimci çocuklar geldiğinde onlara bir sayı söylemesini ister ve önlerine isimlerinin ilk harfini bu sayıyı içeren plaka temsili görseller yapıp yapıştırır. ‘’Araba yolculuğa çıkabilir.’’ der ve çocuklar arabalar gibi hareket ederler. Eğitimci ‘’Farklı ülkelerden gelen arabaların otoparkına hoş geldiniz, buyurun kendi plakalarınız (sadece bir plaka seçerler kutudan) önünüzde plaka var ama arkanızda yok hadi arka plakalarınızı da bulalım.’’ der ve yerdeki renkli bantlı yollardan oturacakları alana geçerler. Plakalarını takanlar yerde zikzaklı yolda yürürler. Sandalyeler otopark alanı olarak belirlenir. Yerdeki bantlardan oluşan belirli bir yol onları otoparka (oturacakları sandalyeye) götürür.
Bütün çocuklar oturacakları yere geçince kartondan yapılan arabalar ve plakalar verilir, çocukların incelemesine fırsat verilir.
Plakalarınızı nasıl buldunuz? Sizin arabanızın plakasını biliyor musunuz? Diye sorar ve plakanın arabanın kimlik numarası olduğunu, her arabanın kendine özel plakası olduğunu böylece arabaları karıştırmadıklarını söyler. Şehir kodu, harf ve sayı şeklinde sıra izlediği gösterilir. 06 nın Ankara’yı temsil ettiği vurgulanır. Aynı renk ve modelde araba resimleri dağıtır. Bu resimlerde farklı olanı bulmalarını ister. Resimlerdeki arabaların harfleri ve sayıları birbirine benzerdir. Harfleri ve sayıları aynı olanlar eşleştirilir. Bahçeye çıkıp arabaların plaka özellikleri karşılaştırılır.</td></tr>
</table>

Sonra çocukları maketin etrafına gelinir ve buradaki oyuncak arabalar ile yolda serbestçe oynarlar. Eğitimci:*''Çocuklar sizlere bu arabalarla bir ilgili bir hikâye anlatacağım, bakalım Ankara'ya gelince başlarına neler gelmiş?'' diyerek öyküye geçer. Öyküye göre arabaları maket üzerinde hareketlendirir.*

''Arabalar Ankara'nın nasıl bir yer olduğunu çok merak etmişler ve şehri gezmeye çıkmışlar, yokuş yukarı gitmişler, yokuş aşağı inmişler, düz yoldan gitmişler, eğri yoldan gitmişler, ileri gitmişler geri gitmişler, hızlı gitmişler yavaş gitmişler ama yaya görünce hemen durup yol vermişler. Tümsek yolda girmişler hop hop hoplamışlar, çukur yolda gitmişler hop hop hoplamışlar, her yeri iyice gezmişler. Geri geldiklerinde birbirlerine gülmüşler. Aa senin plakan yok demiş sarı araba kırmızıya, kırmızı da siyaha demiş senin de yok sonra bir baksınlar ki hiçbirinin yok. Gezdikleri yola yerleri dönüp aramışlar: yokuş yukarı gitmişler, yokuş aşağı inmişler, düz yoldan gitmişler, eğri yoldan gitmişler, ileri gitmişler geri gitmişler, hızlı gitmişler yavaş gitmişler ama yaya görünce hemen durup yol vermişler. Tümsek yolda girmişler hop hop hoplamışlar, çukur yolda gitmişler hop hop hoplamışlar yolda buldukları tüm plakaları toplamışlar, ama kendi plakaları ve diğer arabaların plakalarını karıştırmışlar. ''Burada hem sayılar var hem harfler var kafam çok karıştı'' demiş arabalardan biri. Başka araba da eklemiş ''Üzerindeki rakamlar ve harfler birbirinden farklı aynısını nasıl bulacağız?''

Eğitimci *''Çocuklar hadi arabalara bir sürpriz yapalım ve plakalarını bulalım. Şimdi sırayla keseden kartonu seçelim, arabanın birini alalım ve farklı yollardan giderek arka plakayı bulmaya çalışalım. (Ek1) Hadi başlayalım.''*

Bütün çocuklar tamamladıktan sonra masalara geçilir *''Evet çocuklar herkes plakaları bulduğuna göre arabaların arkasına yapıştıralım.''* Arabaların plakaları yapıştırıldıktan sonra hepsinin doğru eşleşip eşleşmediği kontrol edilir ve farklı olanlar varsa *''Neden böyle oldu sizce benziyor?''* gibi sorularla sohbet edilerek doğru plakayla eşleştirilmesine rehberlik edilir. Tamamlandıktan sonra: *''Arabalar sizlere çok teşekkür ediyor çocuklar.''* denir ve çocuklara direksiyon temsili dağıtılarak hikaye çocuklarla dramatize edilir.

YARI SOMUT

Eğitimci *''Hadi otaparka gidelim''* diyerek çocukları sandalyelerine yönlendirir. *''Arabaların otoparktaki gibi (eğitimci Ek2'deki kartlardan örnek göstererek) belirli bir sıraya göre dizilmeleri gerekiyormuş. Bakalım mesela burada sarı nokta var üzerinde kırmızı yanında yeşil, elimdeki karta uygun olarak yukardaki otoparktaki arabaları düzenleyelim.''* Bir örnek uygulama çocuklara gösterilir.

''Aaaaa çocuklar bu otopark 4 katlıymış (elindeki düzenekleri üst üste 4 katlı yapar ve çocuklara gösterir). Elimdeki her kart bir katı gösteriyor (eğitimci kartları üst üste koyarak 4 kat olduğunu gösterir). Arabaların da dinlenmeye ihtiyacı var bir an önce otoparktaki yerlerine geçmeleri gerekiyor. Çocuklar otoparkın kartlarını oluşturmak için gruplara ayrılalım. Otoparkın her katını bir grup oluştursun.'' Çocuklar keseden seçtikleri 1-2-3-4 (otoparkın katlarını temsil ediyor) yazan kartonlarla 4 küçük gruba ayrılır. Ek.2'deki önceden hazırlanan düzenek gruplara dağıtılır. *''Çocuklar elinizdeki kartonlarda arabaların dizilmesi için gereken düzen var. (Ek2) Her bir bölüme o düzeneklere uygun olarak sırayla aynı renkteki yerine yapıştıralım. Hadi başlayalım arabaların otoparktaki yerleri nasılmış? Arabaları otoparktaki yerlerine yerleştirelim.''* Renklerin farklı diziliminin olduğu yuvarlak kâğıtları yapıştırmaları için bölümlere ayrılmış büyük beyaz kartonlar ve otoparkların düzeninin olduğu küçük kartlar gruplara dağıtılır. Arabalarla otoparktaki yerlerin eşleştirmeleri tamamlanır. Daha sonra gruplardaki çocuklar sırayla kendi çalışmalarını sınıfa sunarlar.

SOYUT

Eğitimci A4 kâğıtlarını ve keçeli kalemleri çocuklara dağıtır. Kâğıtlarda arabanın önden ve arkadan görünümü vardır. Bu arabanın kendisinin yeni aldıklarını ama plakasının olmadığını, buna nasıl bir plaka yapılabilir? Açıklamasını yapar. Çocuklar kendi plakalarını oluştururlar. Oluştururken şehir kodu, harf ve sayı şeklinde sıra izleyecekleri hatırlatılır.

Ön plakalar tamamlandıktan sonra çocuklar kutuya yerleştirirler ''Çocuklar şimdi kutuya koyduğumuz plakalardan, sırayla gelip seçeceksiniz bakalım hangi plakaları seçeceksiniz?'' Çocuklar plakaları seçtikten sonra *''Ama unutmayın aynı plakadan 2 tane olmalı çünkü arabanın hem önünde hem arkasında plaka vardır.'' ''Eveeet şimdi de hangi plakaları seçtiysek onun arka plakalarını da yapıp kimin plakasıysa ona hediye edelim.''* der. Çocukların arka plakaları yapmaları için zaman verilir. Etkinlik tamamlandıktan sonra değerlendirmeye geçilir.

Değerlendirme

Masada değerlendirmeye devam edilir.

- Arabalar gezerken nasıl yollardan geçtiler?
- Arabaların plakalarını nelere göre eşleştirdin?
- Plakaları nasıl tasarladın? Kaç tane yaptın? Neden?

Etkinlik planlarının başında "Etkinlik Numarası" ve "Etkinliğin Adı" belirtilmiştir. Daha sonra program için oluşturulan kazanım ve göstergelerden seçilenler uygun gelişim alanlarına açık olarak yazılmıştır. Materyaller bölümüne ise öğrenme süreci sırasında kullanılacak olan materyaller; kavramlara ise öğrenme sürecinde ele alınacak kavramlar belirtilmiştir. Program toplamda 24 etkinlik planı yer almıştır. Bir örnek etkinlik EK 7'de verilmiştir.

Tablo 19
Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının İçeriği ve Uygulama Süreci

Oturumlar	Etkinlik Adı
1. Oturum	Araba Plakalarını Eşleştirelim
2. Oturum	Farklı Desenleri Gruplandıralım
3. Oturum	Köpekler Karşılaştırıyor
4. Oturum	Örüntülerle Doğum Günü Partisi
5. Oturum	Kavanozlarda Su Miktarlarını Sıralayalım
6. Oturum	Hadi Birlikte Yıldızları Sayalım
7. Oturum	Adadaki Kaşifler Sayıyor
8. Oturum	Sayılar Apartmanı
9. Oturum	Bay Titi Toplamayı- Çıkarmayı Öğreniyor
10. Oturum	Domino Taşlarıyla Toplama Yapıyoruz
11. Oturum	Lobutlarla Çıkarma İşlemi Yapıyorum
12. Oturum	Otobüste Toplama- Çıkarma
13. Oturum	Hayvanlar Yiyeceklerine Ne Kadar Uzakta?
14. Oturum	Köprünün Uzunluğunu Ölçüyorum
15. Oturum	Gezgin Kartalın Örüntüleri
16. Oturum	Şekil Halısı
17. Oturum	Şekil ve Şukul'la Şekilleri Öğreniyorum
18. Oturum	Meraklı Tavşan Prizmaları Keşfediyor
19. Oturum	Şekil Şapkası Festivali
20. Oturum	Ayı Ailesinin Armut Parçaları
21. Oturum	Parçalar Hangi Bütünün Olabilir?
22. Oturum	Civcivin Kesirlerle Diyet Programı
23. Oturum	Hikayelerdeki Konumlar
24. Oturum	Markette Yönleri Buluyoruz

- *Değerlendirme*

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı hazırlandıktan sonra programın hedefleri doğrultusunda her etkinlik planı için Ek 8'de yer alan *Uzman Değerlendirme Formu* hazırlanmıştır. Okul Öncesi Eğitimi Alanından dört ve Sınıf Eğitimi alanından bir uzmana gönderilmiş ve uzman görüşleri doğrultusunda programda gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

Uzman görüşlerine ek olarak eğitim programının hedefleri doğrultusunda okul öncesi eğitim sınıfında uygulama noktasında değerlendirmek için iki öğretmenden etkinlikler ile ilgili görüş alınmıştır. Görüşü alınan öğretmenlerden biri sınıfında programdan iki etkinliği uygulamış ve uygulamaya yansıyan noktalarda görüşlerini bildirmiştir. Uzmanlardan ve öğretmenlerden gelen dönütlerle birlikte eğitim programında gerekli düzenlemeler yapılmış ve son hali verilmiştir.

- *Öğretmen Eğitimi ve Uygulama*

Program uygulanmaya başlamadan önce Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının uygulamasını gerçekleştirecek olan deney grubu öğretmenine bilgilendirme oturumları yapılmıştır. Oturumların içeriği Tablo 20'de açıklanmıştır.

Tablo 20
Deney Grubu Öğretmenine Yapılan Bilgilendirme Oturumları

	Oturum İçeriği
1. Oturum	Okul Öncesi Eğitimde Matematiğin Önemi ve Matematik Yaklaşımları
2. Oturum	Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Nedir?
3. Oturum	Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının İçeriği ve Özellikleri
4. Oturum	Uygulama Sürecinde Tutumlar, Gözlem ve Kayıt Alma

Öğretmenle yapılan ilk oturumda okul öncesi eğitimde matematiğin önemi, çocuk merkezli yaklaşımlar ve programlarla ilgili bilgiler verilmiştir. İkinci oturumda Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşım tanıtılmış, aşamaların nasıl ilerlediği açıklanmıştır. Üçüncü oturumda *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* tanıtılmış, etkinlikler incelenmiş, birlikte uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Son oturumda ise *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programını* uygularken izleyeceği tutumlar, dikkat edeceği noktalar, gözlem yapma ve kayıt almanın önemi üzerinde durulmuştur. Öğretmen ile haftada iki gün bu etkinlikleri uygulayacağı üzerinde ve uygulama sürecinde araştırmacı tarafından rehberlik sağlanacağı bildirilmiş ve onam formu alınmıştır.

Program uygulama süreci belirlenen takvim akışına uygun ilerlemiştir. Her oturum araştırmacı rehberliğinde gerçekleştirilmiş, oturum sonrası öğretmenle değerlendirmeler

yapılmış ve diğer etkinliğe yönelik hazırlıklar yapılmıştır. Uygulamalarda zaman zaman öğretmenin bilgi ve deneyimini programla ilişkilendirmesine de imkan verilmiştir.

3.5. Veri Toplama Süreci

Çalışmada verileri toplama için öncelikle Gazi Üniversitesi Senatosu Etik Komisyonu tarafından verilen "Etik Kurul Onayı" belgesi (EK 9) alınmış ve daha sonra Milli Eğitim Bakanlığına bağlı kurumlarda çalışma yapmak için gerekli yazışmalar yapılarak Aksaray İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden izinler (EK 10) alınmıştır. İl merkezindeki anaokulu yöneticileri ile görüşülerek daha önce erken matematik ile ilgili eğitime katılmayan öğretmenlere ulaşılmış ve çalışma hakkında bilgi verilmiştir. Çalışmaya katılmaya gönüllü iki öğretmen belirlenerek, bu öğretmenlerden biri deney, diğeri de kontrol grubuna dahil edilmiştir.

Öğretmenlerden çalışmaya gönüllü katıldıklarını beyan eden bilgilendirilmiş onay formları alınmıştır. Ebeveynlerden de öğretmen aracılığı ile çocuklarının çalışmaya katılmaya gönüllü olduklarına dair ''Gönülü Olur Formu (Ebeveyn İzin Belgesi)'' alınmıştır (EK 11). Deney grubuna *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programını* uygulanırken Kontrol grubuna hiçbir müdahale yapılmamış, Milli Eğitim Bakanlığı 2013 Okul Öncesi Eğitim Programı uygulanmaya devam edilmiş ve bu süreçte öğretmene çocukların başka herhangi eğitime dahil edilmemesi hakkında mutabık kalınmıştır. Deneysel uygulama tamamlandığında kontrol grubu öğretmeni ile de program paylaşılarak sınıfta uygulamasına rehberlik edilmiştir.

Ön Testlerin Uygulanması

Araştırmada demografik bilgi formları, ''Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)'', *''*Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi'' *ve* ''Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB)'' kullanılarak 1-5 Kasım 2022 tarihleri arasında çocuk ve öğretmenlerden ön test verileri toplanmıştır.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın Uygulanması

Araştırmacı uygulamalarda çocuklardan önce öğretmenle bir araya gelerek, o gün ele alınacak kazanımları ve öğrenme sürecini gözden geçirmiş, eğitim ortamında matematik

panosu ve matematik merkezi için gerekli düzenlemeleri birlikte yapmıştır. Etkinliklerin uygulanması 7 Kasım 2022- 24 Ocak 2023 tarihlerinde gerçekleştirilmiştir.

Öğretmenin haftada iki gün 12 hafta boyunca (bir oturum ortalama 50 dakika) şeklinde programı uygulaması sağlanmıştır. Uygulama sırasında araştırmacı gözlem yapmış, çocukların tepkilerini araştırmacı günlüğüne kaydetmiş, oturum sonunda öğretmenle oturumu değerlendirmiş ve bir sonraki oturumun hazırlıklarını gözden geçirmiştir.

Son Testlerin Uygulanması

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının etkisini değerlendirmek için ‘’Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)’’, *‘’Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’’,* ‘’Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB)’’ tekrar uygulanarak 25-26 Ocak 2023 tarihleri arasında son test verileri toplanmıştır. Ayrıca deney grubu öğretmeni ile görüşme yapılarak *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* ile ilgili görüşleri alınmıştır.

İzleme Testlerinin Uygulanması

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının etkisinin kalıcılığını değerlendirmek için son test verileri topladıktan dört hafta sonra ‘’Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)’’, ‘’Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’’, ‘’Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB)’’ 27-28 Şubat 2023 tarihleri arasında uygulanarak izleme testi verileri toplanmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Bu çalışmada, araştırmanın problemine ve alt problemlerine yanıt bulabilmek için hem nicel hem de nitel veriler elde edilmiştir.

3.6.1. Nicel Verilerinin Analizi

Araştırmada ‘’Çocuklar ve Öğretmenler İçin Demografik Bilgi Formları’’, ‘’Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)’’, ‘’Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’’, ‘‘Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB)’’inden

nicel veriler elde edilmiştir. Ön test, son test ve izleme testi olarak gruplanan bu veriler bilgisayar ortamına aktarılmış ve istatistik programı ile analiz edilmiştir. Çalışma grubundaki çocuk sayısının 30'un altında (deney, kontrol) olması nedeni ile normallik analizleri Shapiro-Wilk testi ile değerlendirilmiştir (Shopiro & Wilk, 1965). Sonuçlar Tablo 21'de gösterilmiştir.

Tablo 21
Güncellenmiş Erken Aritmetik Testine İlişkin Normallik Analizi Sonuçları

		Ön test		Son Test		İzleme	
	Grup	S-W	p	S-W	p	S-W	p
Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi	Deney	0,913	0,131	0,821	0,005*	0,885	0,046*
	Kontrol	0,931	0,256	0,967	0,788	0,962	0,699

*p<0,05

Tablo 21' deki Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ön, son ve izleme testi Shapiro-Wilk istatistiği sonuçları incelendiğinde deney grubunda ön test, kontrol grubunda ise ön test, son test ve izleme testinde verilerin normal dağılmadığı görülmüştür (p <0.05). Güncellenmiş Erken Aritmetik Testine ilişkin betimsel istatistiklere Tablo 22' te yer verilmiştir.

Tablo 22
Güncellenmiş Erken Aritmetik Testine İlişkin Betimsel İstatistikler

	Ölçüm	Grup	n	$\bar{X}$	ss	Çarpıklık	Basıklık
Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi	Ön Test	Deney	16	19,06	8,07	0,62	-0,69
		Kontrol	16	23,19	10,74	-0,29	-1,20
	Son Test	Deney	16	35,13	8,85	-1,33	1,06
		Kontrol	16	19,31	8,74	0,14	-0,95
	İzleme Testi	Deney	16	34,56	9,76	-0,95	-0,07
		Kontrol	16	20,63	8,45	-0,20	-0,71

Tablo 22'de Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ile ilgili çarpıklık ve basıklık değerlerine bakıldığında ön test deney grubunun çarpıklık değerinin 0,62, basıklık değerinin -0,69 olduğu ve ön test kontrol grubunun çarpıklık değerinin -0,29 basıklık değerinin -1,20 olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Son test çarpıklık ve basıklık değerlerine bakıldığında deney grubunun çarpıklık değerinin -1,33 basıklık değerinin ise 1,06 olduğu, kontrol grubunun çarpıklık değerinin 0,14 basıklık değerinin -0,95 olduğu görülmüştür. İzleme testlerinde de deney grubunun çarpıklık değerinin -0,95 basıklık değerinin -0,07 olduğu ve kontrol grubunun çarpıklık değerinin -0,20. Basıklık değerinin -0,71olduğu tespit edilmiştir. Güncellenmiş Erken Aritmetik Testine İlişkin betimsel istatistiklerde çarpıklık basıklık değerleri incelendiğinde bazı değerlerin normal dağılmadığı (-1 ve +1 aralığı) görülmektedir (Büyüköztürk, 2016).

Çalışma grubundaki çocuk sayısı 30'nin altında (deney, kontrol) olması nedeni ile Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine için normallik analiz edilirken Shapiro-Wilk testi ile değerlendirilmiştir (Shopiro & Wilk, 1965). Sonuçlar Tablo 23'te gösterilmiştir.

Tablo 23
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine İlişkin Normallik Analizi Sonuçları

		Ön test		Son Test		İzleme	
	Grup	S-W	p	S-W	p	S-W	p
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi	Deney	0,864	0,022*	0,887	0,050	0,647	0,000*
	Kontrol	0,946	0,431	0,889	0,054	0,983	0,984

*p<0,05

Tablo 23' teki Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine ön, son ve izleme testi Shapiro-Wilk istatistiği sonuçları incelendiğinde deney grubunda son test, kontrol grubunda ise ön test, son test ve izleme testinde verilerin normal dağılmadığı görülmüştür (p <0.05). Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine ilişkin betimsel istatistiklere Tablo 24'de yer verilmiştir.

Tablo 24
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine İlişkin Betimsel İstatistikler

Ölçek	Ölçüm	Grup	n	$\bar{X}$	ss	Çarpıklık	Basıklık
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi	Ön Test	Deney	16	99,19	43,62	0,20	-1,71
		Kontrol	16	83,38	31,47	0,76	0,43
	Son Test	Deney	16	142,50	25,16	-0,98	0,23
		Kontrol	16	95,13	22,82	-0,62	-1,13
	İzleme Testi	Deney	16	157,31	21,52	-2,64	7,88
		Kontrol	16	88,06	21,88	-0,05	-0,28

Tablo 24'de Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi ile ilgili çarpıklık ve basıklık değerlerine bakıldığında ön test deney grubunun çarpıklık değerinin 0,20, basıklık değerinin -1,71 olduğu ve ön test kontrol grubunun çarpıklık değerinin 0,76, basıklık değerinin 0,43 olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Son test çarpıklık ve basıklık değerlerine bakıldığında deney grubunun çarpıklık değerinin -0,98 basıklık değerinin ise 0,23 olduğu, kontrol grubunun çarpıklık değerinin -0,62 basıklık değerinin -1,13 olduğu görülmüştür. İzleme testlerinde de deney grubunun çarpıklık değerinin -2,64 basıklık değerinin 7,88 olduğu ve kontrol grubunun çarpıklık değerinin -0,05, asıklık değerinin -0,28 olduğu tespit edilmiştir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testine ilişkin betimsel istatistiklerde çarpıklık basıklık değerleri incelendiğinde bazı değerlerin normal (-1 ve +1 arasında) dağılmadığı görülmektedir. Korelasyon katsayısının anlamlılık düzeyi örneklem büyüklüğünden etkilenebilmektedir ve ikili gruplarda gruplardaki kişi sayısının 30'un altında olduğu durumlarda parametrik olmayan testler tercih edilmektedir (Büyüköztürk, 2017). Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ve Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi normallik analizi sonuçları incelendiğinde parametik testler için gerekli koşulları sağlamadığından çalışmanın analizlerinde parametrik olmayan testlerin kullanılmasına karar verilmiştir.

3.6.2. Araştırmanın Nitel Verilerini Analiz Edilmesi

Araştırmada nitel verileri deney grubu öğretmeniyle ''Öğretmen Görüşme Formu'' ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşme ve araştırmacı günlüklerinden elde edilen verilerden oluşmaktadır. Araştırmada elde edilen verilerin çözümlenmesi içerik analizi ile yapılmıştır. İçerik analizinde toplanan verileri açıklayacak kavramlar ve ilişkilere ulaşmak temel amaçtır. Bu amaç doğrultusunda birbirine benzeyen veriler belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirilir, anlaşılır şekilde düzenlenir ve yorum yapılır (Creswell, 2016; Yıldırım & Şimşek, 2016). İçerik analizi yapılırken öncelikle ham veriler analiz için düzenlenip hazırlanmaktadır. Daha sonraki aşamalarda tüm veri setinin detaylı olarak okunması, verilerin belirli kategorilere göre kodlanması, temalar ve betimlemeler belirlenmesi yer almaktadır. Belirlenen temaların betimlemelerle bağlantılarının kurulmasından sonra temaların ve betimlemelerin anlamı yorumlanır (Creswell, 2016).

Araştırmada deney grubunda yer alan öğretmenle yapılan görüşme ve araştırmacı günlüğünden elde edilen veriler bilgisayar ortamına aktarılmış ve transkript edilmiştir. Transkript edilen veriler görüşmenin ve yapılan gözlemin genel yapısı ve içeriği anlaşılması için incelenmiştir. Kodlama sistemini oluşturmasında detaylı inceleme yapılmış ve verileri kategorilere ayırmak için kullanılacak kodlar oluşturulmuştur. Daha sonra, kodlama işleminde öğretmenin ifadeleri ve araştırma günlüğündeki gözlem notları belirlenen kodlarla etiketlenmiştir. Kodlama işlemi tamamlandıktan sonra, benzer kodlar birleştirilerek ortak temalar belirlenmiştir. Temaların açıklanması ve yorumlanması için veriler dikkatlice okunarak analiz edilmiş ve temaların daha iyi anlaşılması sağlanmıştır.

3.6.3. Araştırmanın Geçerliği

Geçerlilik etkili bir araştırma için kritik öneme sahiptir (Cohen vd., 2017). Karma yöntem araştırmalarında hem nicel hem de nitel aşamaları içerdiğinden dolayı her iki aşama için de geçerlilik ölçütlerini içermesi gerekmektedir. Karma yöntem araştırmalarında nicel ve nitel aşamaların birleştirmeyi ve ilişkilendirmeyi içeren ilişkin geçerlik stratejileri de bulunmaktadır (Creswell & Plano Clark, 2020; Cohen vd., 2017). Araştırmada hem nicel verilerle ilgili geçerlik ölçütleri hem de nitel verilerle ilgili geçerlik ölçütlerine yer verilmekle birlikte tutarlılık ve uyumluluk sağlanması için verileri birleştirme sürecine ilişkin geçerlik ölçütleri de dikkate alınmıştır.

3.6.3.1. Nicel Boyut İçin Geçerlilik

Nicel geçerlilik, katılımcılardan elde edilen puanların, gerçekten ölçülen yapıya anlamlı bir şekilde temsil ettiğini ve kullanılan ölçüm araçlarının, test etmek istediği kavram veya özellikleri doğru bir şekilde yansıttığını gösterir (Creswell & Plano Clark, 2020). Nicel boyutta geçerlilik sağlanmasında geçerliliğin sağlamak amacıyla oluşabilecek olası tehditler belirlenmeli ve iç ve dış geçerliliğin sağlanması için bunlara yönelik önlemler alınması gerekmektedir (Creswell & Creswell, 2018). Bu kapsamda araştırmada iç geçerliliği ve dış geçerliliğin sağlanması amacıyla, aşağıdaki başlıklar altında oluşabilecek tehditlere yönelik önlemler açıklanmıştır.

3.6.3.2. İç Geçerliliğin Sağlanması

İç geçerlilikle ilgili tehditler katılımcılarla ilgili olanlar (*katılımcıların seçimi, olgunlaşma, regrasyon, seçim yöntemi, katılımcı kaybı,* deneysel uygulama ile ilgili olanlar *(deneysel işlemin yaygınlaştırılması, deneysel işleme tepki, rekabet),* ölçme aracı ile ilgili olanlar *(ölçme durumları ve ölçme aracı* olarak tespit edilmiştir (Creswell & Creswell, 2018). Buna ek olarak iç geçerlilikle ilgili tehditler *tarih, olgunlaşma, test etme, enstrümantasyon, regresyon hatası olarak* da belirtilmektedir (Johnson & Christensen, 2014).

Bu bağlamlarda mevcut araştırmada iç geçerlilikle ilgili tehditler ‘’araştırma ortamı’’, ‘’ katılımcı özellikleri’’, ’’zaman’’, ‘’uzman görüşü’’, ‘’katılımcı kaybı’’, ‘’uygulayıcı güvenirliği’’, ‘’farklı ölçme araçları ve süreleri’’, ‘’regrasyon’’, ‘’deneysel işleme tepkisi’’

olarak tespit edilmiştir. Tehditleri en aza indirmek için alınan önlemler de aşağıda açıklanmıştır.

- *Araştırma Ortamı:* Yapılan araştırmanın gerçek hayattaki koşullardan farklı bir ortamda gerçekleşmesi, sonuçları etkileyebilir. Bu tehdidi azaltmak için, araştırmanın gerçek hayattaki koşullara mümkün olduğunca yakın olmasına dikkat edilmiştir.
- *Katılımcı Özellikleri:* Katılımcıların yaş, cinsiyet, eğitim düzeyi gibi demografik özellikleri veya kişilik yapıları, araştırma sonuçlarını etkileyebilir. Temsiliyeti artırmak için katılımcıları rastgele seçmek ve çeşitlilik sağlamak önemlidir. Araştırmaya dahil edilecek okulların sosyo-ekonomik düzeylerinin birbirine yakın olmasına dikkat edilmiştir.
- *Zaman:* Araştırmanın belirli bir zaman diliminde yapılması, sonuçları etkileyebilir. Mevsimsel veya zamanla değişen etkileri kontrol etmek için araştırmanın farklı zaman noktalarında yinelenebilmesi veya uzun süreli araştırmalar yapılması önemlidir. Araştırma özellikle çocukların okula başladıkları uyum sürecini atlattıktan sonraki süreçte yapılmış ve 12 hafta haftada 2 gün olarak uygulanmıştır.
- *Araştırmacının Etkisi:* Araştırmacının kişisel görüşleri veya önyargıları, sonuçları etkileyebilir. Araştırmacının tarafsızlığını sağlamak için çift kör deneyler veya bağımsız değerlendiriciler kullanmak önemlidir. Araştırmada eğitim programını öğretmen uygulamış ve araştırmacı uygulama süreci boyunca sınıfta gözlem ve rehberlik yapmıştır.
- *Katılımcı Kaybı:* Araştırmaya başlangıçta katılan katılımcıların süreç içinde kaybedilmesi, sonuçları etkileyebilir. Katılımcıların bilgilendirilmesi, motivasyonlarının yüksek tutulması ve iletişim kanallarının açık tutulması, katılımcı kaybını azaltmak için önemlidir. Araştırmada katılımcı kaybı yaşanmaması için deney ve kontrol grubundaki öğretmenler müdahale çalışmasının süresi hakkında bilgilendirilmiştir.
- *Uygulayıcı Güvenilirliği:* Farklı araştırmacılar arasında tutarlılık eksikliği, sonuçları etkileyebilir. Araştırmanın süreçlerinde standart protokoller ve yönergeler kullanmak, uygulayıcı güvenilirliğini artırabilir. Uygulayıcı öğretmen eğitim programına başlamadan önce program hakkında detaylı olarak bilgilendirilmiştir.

Ayrıca araştırmacı eğitim programı süresince sınıfta bulunarak gözlem notları almış ve öğretmene geri bildirimler vermiştir.

- *Farklı Ölçme Araçları ve Süreleri:* Farklı ölçme araçlarının veya sürelerinin kullanılması, sonuçların karşılaştırılabilirliğini etkileyebilir. Aynı veya uyumlu ölçme araçları kullanmak ve tutarlı bir zaman çerçevesi içinde veri toplamak önemlidir. Ölçme araçları seçilirken maddeler ve içerik incelenmiş ve verilerin toplanma süreci ile ilgili planlama yapılmış ve zaman planına uygun olarak veriler toplanmıştır.
- *Regrasyon:* Yüksek veya düşük başlangıç değerlerine sahip katılımcılar, zamanla ortalamaya doğru bir eğilim gösterebilir. Bu durumu kontrol etmek için randomizasyon veya eşleştirme teknikleri kullanmak önemlidir. Müdahale programına başlamadan önce ön test puanları incelenmiş ve farklılık olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca eğitim programında tipik gelişim gösteren çocuklar dahil edilmiştir.
- *Deneysel İşleme Tepkisi:* Katılımcıların deneysel koşullara tepkisi, sonuçları etkileyebilir. Bu etkiyi azaltmak için, katılımcılara deneysel durumu bilmemeleri veya farklı koşullar arasında geçiş yapmalarının farkında olmamaları sağlanabilir. Çocukların deneysel süreçlerden etkilenerek sonuçlara farklı yansımasını engellemek için eğitim programının uygulanması normal eğitim sürecinde ve sınıfın öğretmeni tarafından yapılmıştır.

Bu önlemler, iç geçerlilik tehditlerini en aza indirmek için araştırma tasarımında ve uygulamasında dikkate alınmalıdır. Ancak, her araştırma farklı olduğundan, tehditler ve önlemler araştırmanın niteliğine göre değişebilir.

3.6.3.3. Dış Geçerliliğin Sağlanması

Nicel araştırmalarda dış geçerlilik genellenebilirlikle ilgili bir konudur (Cohen vd., 2017). Dış geçerlilik araştırma sonuçlarının örneklem, zaman, çıktılar ve uygulama süreçlerine yönelik potansiyel tehditlerin belirlenmesini ve bu tehditleri en aza indirecek tasarımlar oluşturulmasını içermektedir (Creswell & Creswell, 2018; Johnson & Christensen, 2019). Araştırmada olası dış geçerlilik tehditleri ve alınan önlemler aşağıda açıklanmıştır:

- *Hawthorne etkisi (Deneme Tepkisi):* Tıbbi araştırmalar, ilaç deneylerine sadece katılımdan kaynaklanan psikolojik etkileri uzun zamandır kabul etmektedir ve katılımın önyargılı etkilerine karşı koymak için plasebolar ve çift kör tasarımlar yaygın olarak kullanılmaktadır. Benzer şekilde, Hawthorne etkileri olarak adlandırılan etkiler, denekler kobay olarak rollerinin farkına vardıklarında eğitim araştırmalarındaki araştırma uygulamalarını tehdit etmektedir. (Cohen vd., 2017). Araştırmacı eğitim programına başlamadan önce çocuklarla tanışmıştır. Mevcut araştırmada eğitim programını öğretmen uyguladığı ve okulda bulunma saatleri içerisinde yapıldığından dolayı çocukların normal eğitim süreçlerinin dışına çıkılmamıştır. Böylece eğitim programı uygulama sürecinde çocuklar denek rolünde olduklarını hissetmemeleri sağlanmaya çalışılmıştır.
- *Bağımsız değişkenlerin etkileşimi:* Bu tehdit, araştırmada kullanılan birden fazla bağımsız değişkenin birlikte etkileşime girmesi durumunda ortaya çıkar. Bu etkileşim, sonuçların genelleştirilmesini etkileyebilir (Fraenkel, Wallen & Hyun, 2012). Araştırmada tek bağımsız değişkeni ‘’*Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı’’*dır.
- *Bağımsız değişken difüzyonu:* Bu tehdit, kontrol grubundaki katılımcıların deney grubuyla etkileşime geçerek müdahale almasını veya bilgi paylaşmasını ifade eder. Bu durumda, kontrol grubu da müdahale almış gibi etkilenebilir (Creswell & Creswell, 2018). Deney ve kontrol grubu seçilirken birbirine yakın olmamasına ve etkileşim içinde olmamalarına dikkat edilmiştir.
- *Ölçme-bağımsız değişken etkisi:* Bu tehdit, ölçme sürecindeki hataların veya değişkenlerin manipülasyonunun sonuçları etkilemesini ifade eder. Ölçme araçları araştırmacı tarafından tarafsız ve süreci etkilemeyecek bir şekilde uygulanmıştır.
- *Etki kalıcılığı:* Bu tehdit, bir müdahalenin etkisinin zamanla azalması veya kaybolması durumunda ortaya çıkar. Eğer müdahalenin etkisi kalıcı değilse, sonuçların genelleştirilmesi zorlaşabilir. Mevcut araştırmada son testler uygulandıktan dört hafta sonra kalıcılık testi uygulanmıştır.

3.6.3.4. Nitel Boyut İçin Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel çalışmalarda geçerlik ve güvenirliğin geliştirilmesi için Merriam (2015)'in önerdiği dört ölçüt *''Uzman görüşü, katılımcı teyidi, çeşitleme (üçgenleme) ve zengin betimleme'' olarak açıklanmıştır.*

- *Uzman görüşü:* Araştırmada verilerle ve bulguları oluşturma sürecinde örtüşme ve uyumu ile ilgili uzmanlardan görüş alınması gerekmektedir. Öğretmen görüşme formunu hazırlarken uzmanlardan görüş alınmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır.
- *Katılımcı teyidi:* Verilerde ve belirsiz yorumlarla ilgili katılımcılardan geri bildirim almak gerekmektedir. Araştırmada veriler toplanırken ve toplandıktan sonra öğretmenden belirsiz konularda geri bildirimler alınmıştır.
- *Çeşitleme (Üçgenleme):* Bulguların doğruluğu ve geçerliğinin kontrolünün sağlanması için birden fazla araştırmacının araştırmacı tarafından üçgenleme tekniği ile analiz edilmesi gerekmektedir. Araştırmada veriler ve analizler ile ilgili süreçler birden fazla araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Görüş birliğini hesaplamak için Görüş birliği / (Görüş birliği + Görüş ayrılığı) x 100 şeklinde hesaplanmış (Miles & Huberman, 1994) ve görüş birliği oranı % 88,8 çıkmıştır.
- *Zengin betimleme:* Nitel araştırmalarda araştırmacılar katılımcıların görüşlerini ayrıntılı bir şekilde betimlemesi gerekmektedir. Zengin betimlemeler çalışmayı belirli bir bağlama oturtmak için gerekli derinlik ve bütünlüğü sağlayarak araştırmanın güvenirliğini artırmaktadır. Araştırmada öğretmenlerin görüşleri ile ilgili doğrudan alıntılar yapılarak detaylı tanımlama için gerekli bulgular sunulmuştur.

3.6.3.5. Verileri Birleştirirken Veri Analizine İlişkin Geçerlik Ölçütleri

Karma yöntemde geçerlilik ile ilgili veri toplama, veri analizi ve verilerin yorumlama basamaklarında birleştirilmiş verinin nitel ve nicel verilerin ayrı ayrı oluşturacakları tehditler dışında yeni tehditler de ortaya çıkmaktadır. Karma yöntem araştırmalarında verileri birleştirme sürecinde veri analizi ile ilgili ortaya çıkabilecek tehditler ve tehditleri en aza indirmek için alınan önlemler *''verileri dönüştürmek için yetersiz yaklaşımları kullanma, iki analiz bulgusunu mantıklı olmayan bir şekilde karşılaştırma, yetersiz/ eksik veri dönüştürme yaklaşımlarını kullanma, nicelleştirilmiş nitel bulguları analiz etmek için uygun olmayan*

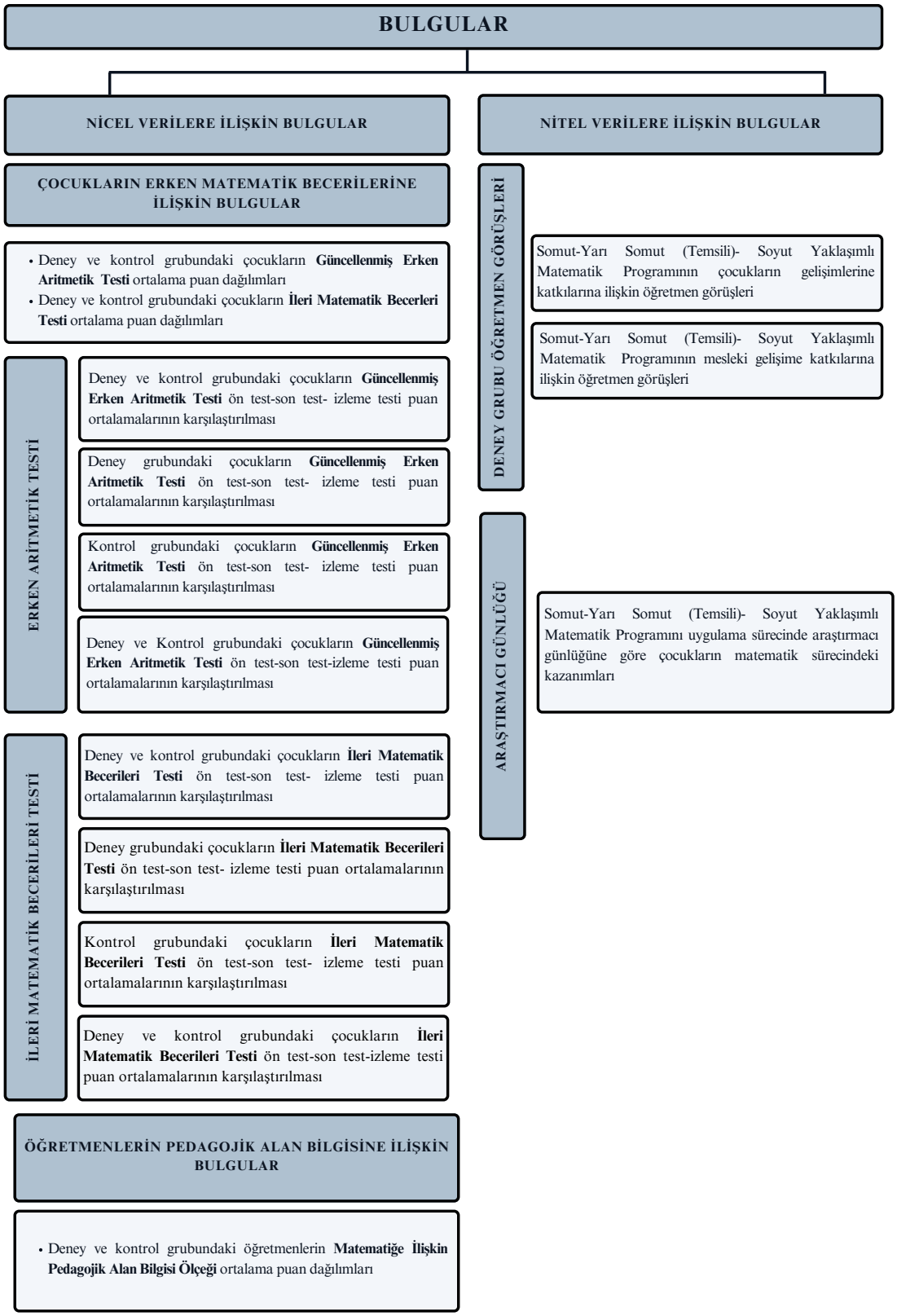
istatistikleri kullanma" başlıkları altında aşağıda açıklanmıştır (Creswell & Plano Clark, 2020).

- *Verileri dönüştürmek için yetersiz yaklaşımları kullanma:* Nicel veriler ve nitel verilerin analiz sonuçlarının doğru ve uygun olarak ortak bir şekilde yorumlanması gerekmektedir. Araştırmada nicel veriler ve nitel veriler ortak olarak açıklanmıştır.
- *İki analiz bulgusunu mantıklı olmayan bir şekilde karşılaştırma:* Nicel veriler ve nitel veriler ayrı ayrı analiz yapılsa da bulguların karşılaştırılması gerekmektedir. Araştırmada nicel ve nitel bulgular birlikte değerlendirilmiştir.
- *Yetersiz/eksik veri dönüştürme yaklaşımlarını kullanma:* Nicel ve nitel verilerde eksik veya yanlış veri girişleri geçerlilik için olası tehditlerdendir. Araştırmada nicel ve nitel verilerin bilgisayara aktarma süreci ve analizleri iki araştırmacı tarafından kontrol edilmiş ve bulgularla ilgili süreci de iki araştırmacı birlikte yürütmüştür.
- *Nicelleştirilmiş nitel bulguları analiz etmek için uygun olmayan istatistikleri kullanma:* Nicel ve nitel verilerin özelliklerine uygun analiz yöntemleri kullanmak gerekmektedir. Araştırmada nicel veriler uygun istatistiksel yöntemler kullanılmıştır. Nitel verilerde ise içerik analizi yapılmıştır.

BÖLÜM 4

BULGULAR

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın çocukların matematik becerileri ile öğretmenlerinin bilgi ve uygulamalarına etkisini incelemek amacıyla yapılan araştırmada bulgular nicel ve nitel olarak iki alt başlık altında açıklanmıştır (Şekil 16).



Şekil 16. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın çocukların matematik becerilerine ve öğretmenlerinin bilgi ve uygulamalarına etkisine yönelik bulgular

Şekil 16'da görüldüğü üzere nicel bulgular testler ile çocuk ve öğretmenden elde edilen bulguları içerirken, nitel bulgular deney grubu öğretmeni ile yapılan görüşmeleri ve araştırmacı günlüğünden elde edilen bulguları içermektedir.

4.1. Araştırmanın Nicel Boyutuna İlişkin Bulgular

Araştırmanın nicel bulgularını *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı*'nın çocukların matematik becerilerine etkisine ilişkin bulgular ile öğretmenlerinin matematiksel pedagojik alan bilgisine ilişkin nicel bulgular oluşturmaktadır.

4.1.1. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın Çocukların Matematik Becerilerine Etkisine İlişkin Nicel Bulgular

Araştırmaya alınan deney ve kontrol grubundaki çocuklarının *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Program*ı öncesi, sonrası ve izlenmesinden elde edilen "Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi (GEAT)" ile "Okul Öncesi Dönem Çocukları için İleri Matematik Becerileri Testi" ölçümleri karşılaştırılmış, programın çocukların matematik becerilerine etkisi yordanmıştır.

- *Deney ve kontrol grubundaki çocukların "Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi" ön test-son test -izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılması*

Deney ve kontrol grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ön test puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik Mann-Whitney-U testi sonuçları Tablo 25'de sunulmuştur.

Tablo 25
Deney ve Kontrol Grubundaki Çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

	Grup	Sıra Ortalaması	U	Z	p
Karşılaştırma	Deney	14,63	98,000	1,183	0,237
	Kontrol	18,38			
Sınıflama	Deney	15,50	112,000	0,616	0,538
	Kontrol	17,50			
Birleştirme	Deney	17,03	119,500	0,327	0,744
	Kontrol	15,97			
Sıralama	Deney	15,00	104,000	0,926	0,355
	Kontrol	18,00			
Sayıları Kullanma	Deney	13,72	83,500	1,756	0,079
	Kontrol	19,28			
Eş Zamanlı ve Kısaltılmış Sayma	Deney	15,25	108,000	0,780	0,435
	Kontrol	17,75			
Sonuçsal Sayma	Deney	13,78	84,500	1,666	0,096
	Kontrol	19,22			
Sayı Bilgisi Uygulama	Deney	15,81	117,000	0,424	0,671
	Kontrol	17,19			
Tahmin	Deney	15,09	117,000	0,424	0,671
	Kontrol	17,91			
Toplam	Deney	14,78	100,500	1,038	0,299
	Kontrol	18,22			

Tablo 25 incelendiğinde, deney grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi birleştirme boyutuna ait sıra ortalamalarının kontrol grubundaki çocuklardan yüksek olduğu, karşılaştırma, sınıflama, sıralama, sayıları kullanma, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma, sonuçsal sayma, sayı bilgisi uygulama, tahmin alt boyutları ile test toplamına ait sıra ortalamalarında kontrol grubunun yüksek olduğu görülmektedir. Deney ve kontrol grupları arasındaki fark Mann-Whitney-U testi ile karşılaştırıldığında "Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi" alt boyutlarına ve toplamına ait ön test sıra ortalamalarının istatistiksel olarak anlamlı fark göstermediği belirlenmiştir ($p>0,05$). Buna göre, uygulama öncesi deney ve kontrol grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testinin ölçtüğü matematik becerileri bakımından benzer düzeyde olduğu söylenebilir. Deneysel çalışmalarda belli özellikleri sağlayan gruplarla çalışmak sonuçların derinlemesine incelenmesini sağlamaktadır (Büyüköztürk vd., 2017). Bu noktada deney ve kontrol grubunda yer alan çocukların ön test puanlarının birbirine yakın olması uygulanacak olan eğitim programının etkilerinin incelenmesi açısından önemli olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi son test puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik Mann-Whitney-U testi sonuçları Tablo 26'da sunulmuştur.

Tablo 26
Deney ve Kontrol Grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Sontest Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

	Grup	n	Sıra Ortalaması	U	Z	p
Karşılaştırma	Deney	16	18,19	101,000	1,294	0,196
	Kontrol	16	14,81			
Sınıflama	Deney	16	23,72	12,500	4,433	0,000*
	Kontrol	16	9,28			
Birleştirme	Deney	16	22,25	36,000	3,637	0,000*
	Kontrol	16	10,75			
Sıralama	Deney	16	21,63	46,000	3,174	0,002*
	Kontrol	16	11,38			
Sayıları Kullanma	Deney	16	20,69	61,000	2,587	0,010*
	Kontrol	16	12,31			
Eş Zamanlı ve Kısaltılmış Sayma	Deney	16	22,59	30,500	3,744	0,000*
	Kontrol	16	10,41			
Sonuçsal Sayma	Deney	16	19,88	74,000	2,087	0,037*
	Kontrol	16	13,13			
Sayı Bilgisi Uygulama	Deney	16	22,50	32,000	3,694	0,000*
	Kontrol	16	10,50			
Tahmin	Deney	16	21,44	49,000	3,051	0,002*
	Kontrol	16	11,56			
Toplam	Deney	16	22,81	27,000	3,811	0,000*
	Kontrol	16	10,19			

*p<0,05

Tablo 26'ya göre deney ve kontrol grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ve toplamına ait son test sıra ortalamaları incelendiğinde deney grubundaki çocukların ortalamalarının yüksek olduğu dikkati çekmektedir. Deney ve kontrol grupları arasındaki fark Mann-Whitney-U testi ile karşılaştırıldığında sınıflama, birleştirme, sıralama, sayıları kullanma, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma, sonuçsal sayma, sayı bilgisi uygulama, tahmin boyutu ve ölçek toplamına ait son test sıra ortalamalarında istatistiksel olarak anlamlı fark olduğu ($p<0,05$), karşılaştırma boyutunda ise anlamlı fark olmadığı ($p>0,05$) tespit edilmiştir. Buna göre, uygulanan *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı*'nın çocukların sınıflama, birleştirme, sıralama, sayıları kullanma, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma, sonuçsal sayma, sayı bilgisi uygulama, tahmin gibi erken matematik becerilerine katkı sağladığı söylenebilir.

Deney ve kontrol grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi izleme puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik Mann-Whitney-U testi sonuçları Tablo 27'de sunulmuştur.

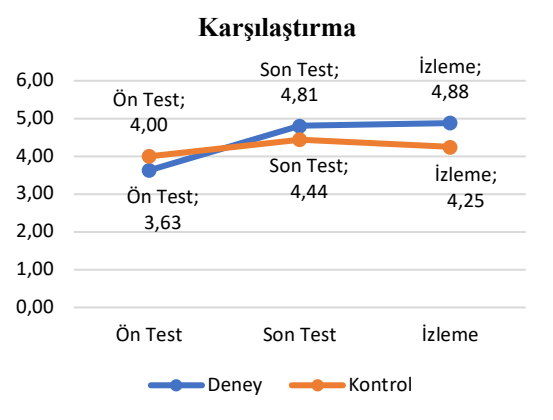
Tablo 27
Deney ve Kontrol Grubunun Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi İzleme Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

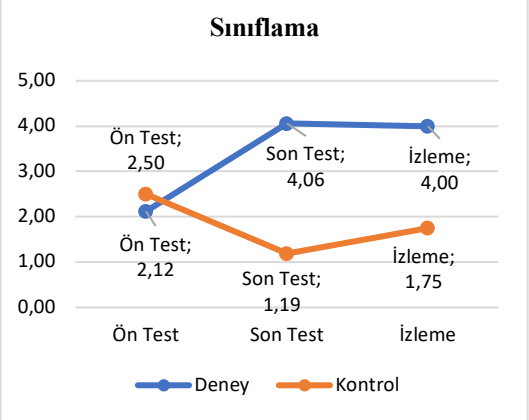
	Grup	n	Sıra Ortalaması	U	Z	p
Karşılaştırma	Deney	16	19,69	77,000	2,357	0,018*
	Kontrol	16	13,31			
Sınıflama	Deney	16	22,66	29,500	3,775	0,000*
	Kontrol	16	10,34			
Birleştirme	Deney	16	21,34	50,500	3,060	0,002*
	Kontrol	16	11,66			
Sıralama	Deney	16	21,72	44,500	3,212	0,001*
	Kontrol	16	11,28			
Sayıları Kullanma	Deney	16	19,34	82,500	1,751	0,080
	Kontrol	16	13,66			
Eş Zamanlı ve Kısaltılmış Sayma	Deney	16	21,59	46,500	3,132	0,002*
	Kontrol	16	11,41			
Sonuçsal Sayma	Deney	16	20,34	66,500	2,364	0,018*
	Kontrol	16	12,66			
Sayı Bilgisi Uygulama	Deney	16	22,06	39,000	3,433	0,001*
	Kontrol	16	10,94			
Tahmin	Deney	16	20,78	59,500	2,621	0,009*
	Kontrol	16	12,22			
Toplam	Deney	16	22,31	35,000	3,511	0,000*
	Kontrol	16	10,69			

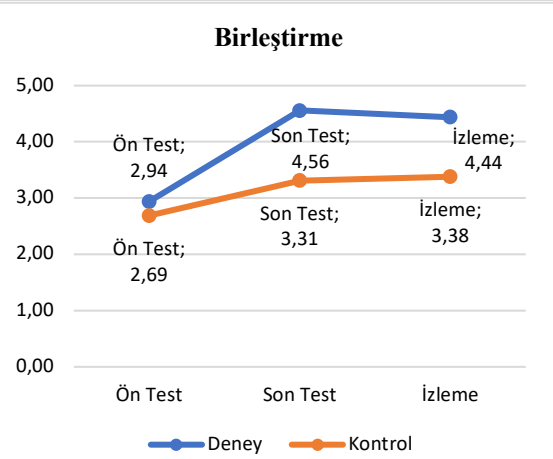
*p<0,05

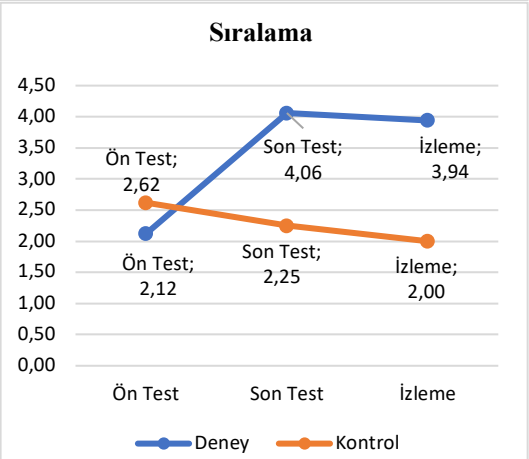
Tablo 27'de, izleme ölçümlerinden elde edilen sıra ortalamaları incelendiğinde, deney grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi karşılaştırma, sınıflama, birleştirme, sıralama, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma, sonuçsal sayma, sayı bilgisi uygulama, tahmin alt boyutları ile ve test toplamına ait sıra ortalamalarının kontrol grubundaki çocuklardan yüksek olduğu görülmektedir. Gruplararası fark incelendiğinde karşılaştırma, sınıflama, birleştirme, sıralama, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma, sonuçsal sayma, sayı bilgisi uygulama, tahmin alt boyutları ile test toplamına ait ortalamaları arasından istatistiksel olarak anlamlı fark olduğu ($p<0,05$), sayıları kullanma boyutunda ise anlamlı fark elde edilemediği ($p>0,05$) görülmüştür.

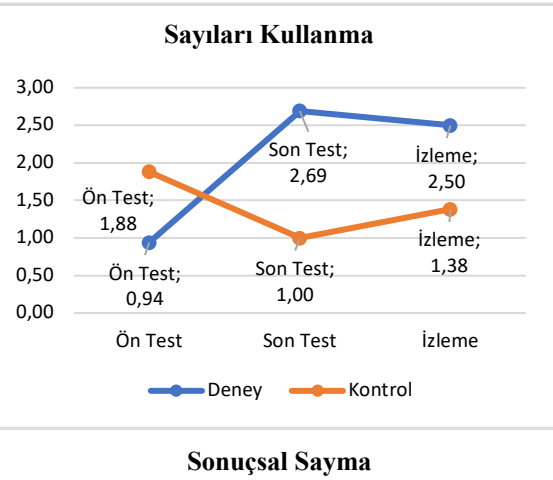
Deney ve kontrol grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ve toplamına ait ön test-son test-izleme testi puan ortalamaları Şekil 17'de gösterilmiştir.

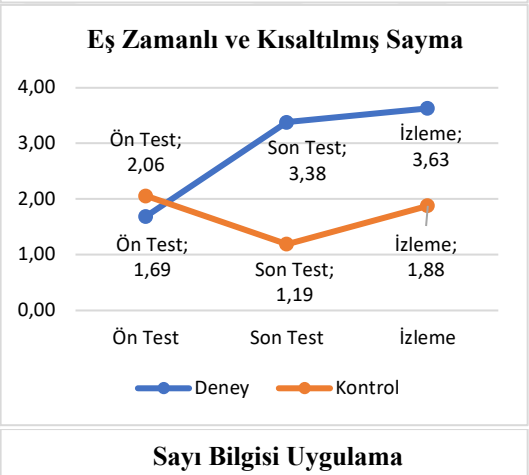

Karşılaştırma
6,00
5,00
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
Ön Test; 4,00
Son Test; 4,81
İzleme; 4,88
Ön Test; 3,63
Son Test; 4,44
İzleme; 4,25
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol

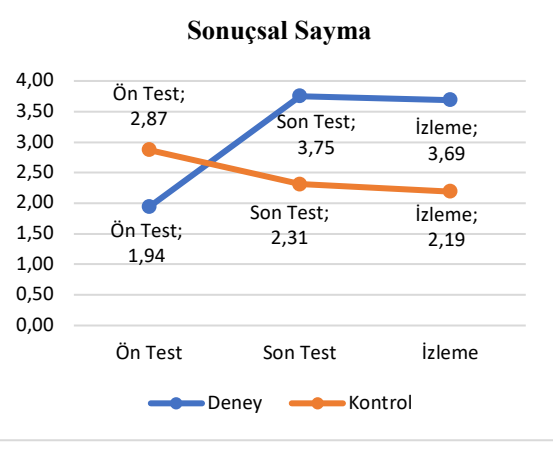

Sınıflama
5,00
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
Ön Test; 2,50
Son Test; 4,06
İzleme; 4,00
Ön Test; 2,12
Son Test; 1,19
İzleme; 1,75
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol

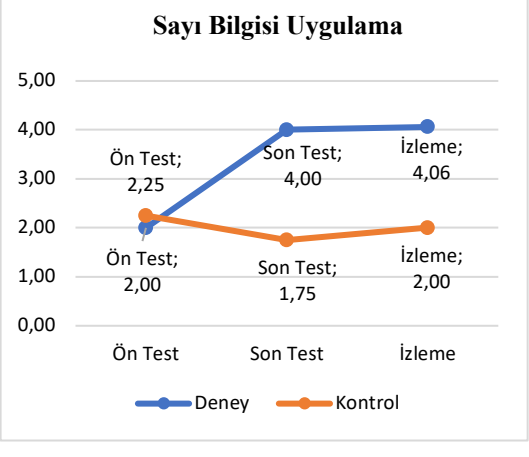

Birleştirme
5,00
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
Ön Test; 2,94
Son Test; 4,56
İzleme; 4,44
Ön Test; 2,69
Son Test; 3,31
İzleme; 3,38
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol

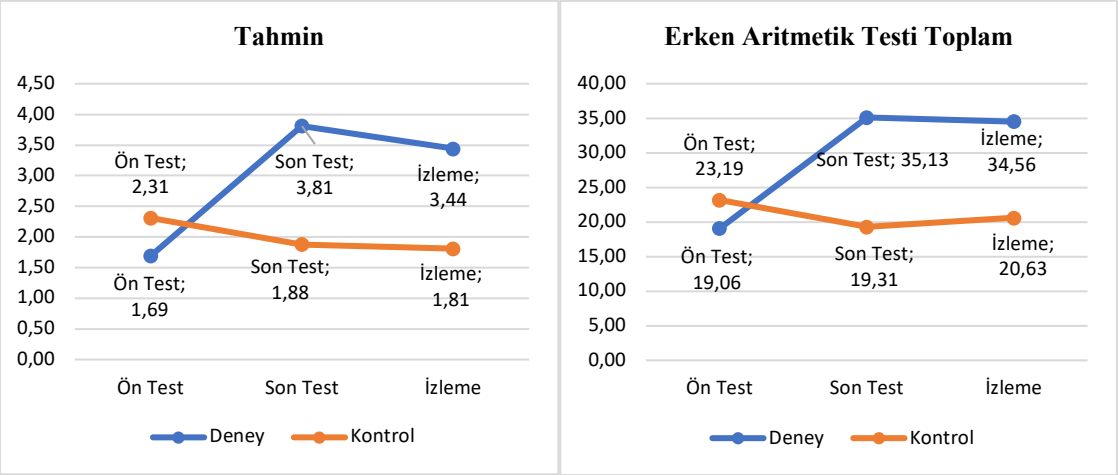

Sıralama
4,50
4,00
3,50
3,00
2,50
2,00
1,50
1,00
0,50
0,00
Ön Test; 2,62
Son Test; 4,06
İzleme; 3,94
Ön Test; 2,12
Son Test; 2,25
İzleme; 2,00
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol


Sayıları Kullanma
3,00
2,50
2,00
1,50
1,00
0,50
0,00
Ön Test; 1,88
Son Test; 2,69
İzleme; 2,50
Ön Test; 0,94
Son Test; 1,00
İzleme; 1,38
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol


Eş Zamanlı ve Kısaltılmış Sayma
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
Ön Test; 2,06
Son Test; 3,38
İzleme; 3,63
Ön Test; 1,69
Son Test; 1,19
İzleme; 1,88
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol


Sonuçsal Sayma
4,00
3,50
3,00
2,50
2,00
1,50
1,00
0,50
0,00
Ön Test; 2,87
Son Test; 3,75
İzleme; 3,69
Ön Test; 1,94
Son Test; 2,31
İzleme; 2,19
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol


Sayı Bilgisi Uygulama
5,00
4,00
3,00
2,00
1,00
0,00
Ön Test; 2,25
Son Test; 4,00
İzleme; 4,06
Ön Test; 2,00
Son Test; 1,75
İzleme; 2,00
Ön Test
Son Test
İzleme
Deney
Kontrol



Şekil 17. Deney ve kontrol grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ve toplamına ait puan ortalamalarının dağılımları

Şekil 17 incelendiğinde de deney grubunda yer alan çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ile toplamına ait son test puan ortalamalarının ön test puan ortalamalarından, izleme testi puanlarının ön test puan ortalamalarından yüksek olduğu görülmektedir. Deney ve kontrol grupları karşılaştırıldığında ise eğitim programı sonrasında deney grubunda daha fazla artış olduğu dikkati çekmektedir.

- *Deney ve kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi ön test-son test -izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılması*

Deney ve kontrol grubundaki çocukların, Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi ön test puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik Mann-Whitney-U testi sonuçları Tablo 28'de gösterilmiştir.

Tablo 28
Deney ve Kontrol Grubundaki Çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Ön Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

	Grup	n	Sıra Ortalaması	U	Z	p
Temel Beceriler	Deney	16	19,69	77,000	1,925	0,054
	Kontrol	16	13,31			
Sayma ve İşlem	Deney	16	17,22	116,500	0,434	0,664
	Kontrol	16	15,78			
Uzamsal	Deney	16	17,00	120,000	0,304	0,761
	Kontrol	16	16,00			
Problem Çözme	Deney	16	17,69	109,000	0,718	0,473
	Kontrol	16	15,31			
Toplam	Deney	16	17,66	109,500	0,697	0,486
	Kontrol	16	15,34			

Tablo 28 incelendiğinde, deney ve kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ve toplamına ait ön test sıra ortalamalarının istatistiksel olarak anlamlı fark göstermediği ($p>0,05$) görülmektedir. Buna göre, uygulama öncesi deney ve kontrol grubunun Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testinin belirlediği matematik becerileri bakımından benzer düzeyde olduğu söylenebilir. Deney ve kontrol grubunda yer alan çocukların ön test puanlarının birbirine yakın olması uygulanacak olan eğitim programının etkisini daha açık gözlenebilir kılmaktadır.

Deney ve kontrol grubundaki çocukların, Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi son test puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik Mann-Whitney-U testi sonuçları Tablo 29'da sunulmuştur.

Tablo 29
Deney ve Kontrol Grubunun Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Son Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

	Grup	n	Sıra Ortalaması	U	Z	p
Temel Beceriler	Deney	16	23,41	17,500	4,171	0,000*
	Kontrol	16	9,59			
Sayma ve İşlem	Deney	16	21,72	44,500	3,153	0,002*
	Kontrol	16	11,28			
Uzamsal	Deney	16	23,72	12,500	4,399	0,000*
	Kontrol	16	9,28			
Problem Çözme	Deney	16	22,41	33,500	3,584	0,000*
	Kontrol	16	10,59			
Toplam	Deney	16	23,03	23,500	3,940	0,000*
	Kontrol	16	9,97			

*$p<0,05$

Tablo 29'da sıra ortalamaları incelendiğinde deney grubundaki çocukların ileri matematik becerilerinin kontrol grubundaki çocuklardan yüksek olduğu görülmektedir. Yapılan Mann-Whitney-U Testi sonucunda deney ve kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi temel beceriler, sayma ve işlem, uzamsal algı, problem çözme boyutları ile toplamına ait son test sıra ortalamalarında istatistiksel olarak anlamlı fark olduğu belirlenmiştir ($p<0,05$). Buna göre, uygulanan *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı*'nın deney grubundaki çocukların ileri matematik becerisi temel beceriler, sayma ve işlem, uzamsal algı, problem çözme ve genel matematik becerilerini geliştirmeye katkı sağladığı söylenebilir.

Deney ve kontrol grubunun Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi izleme puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik Mann-Whitney-U testi sonuçları Tablo 30'da sunulmuştur.

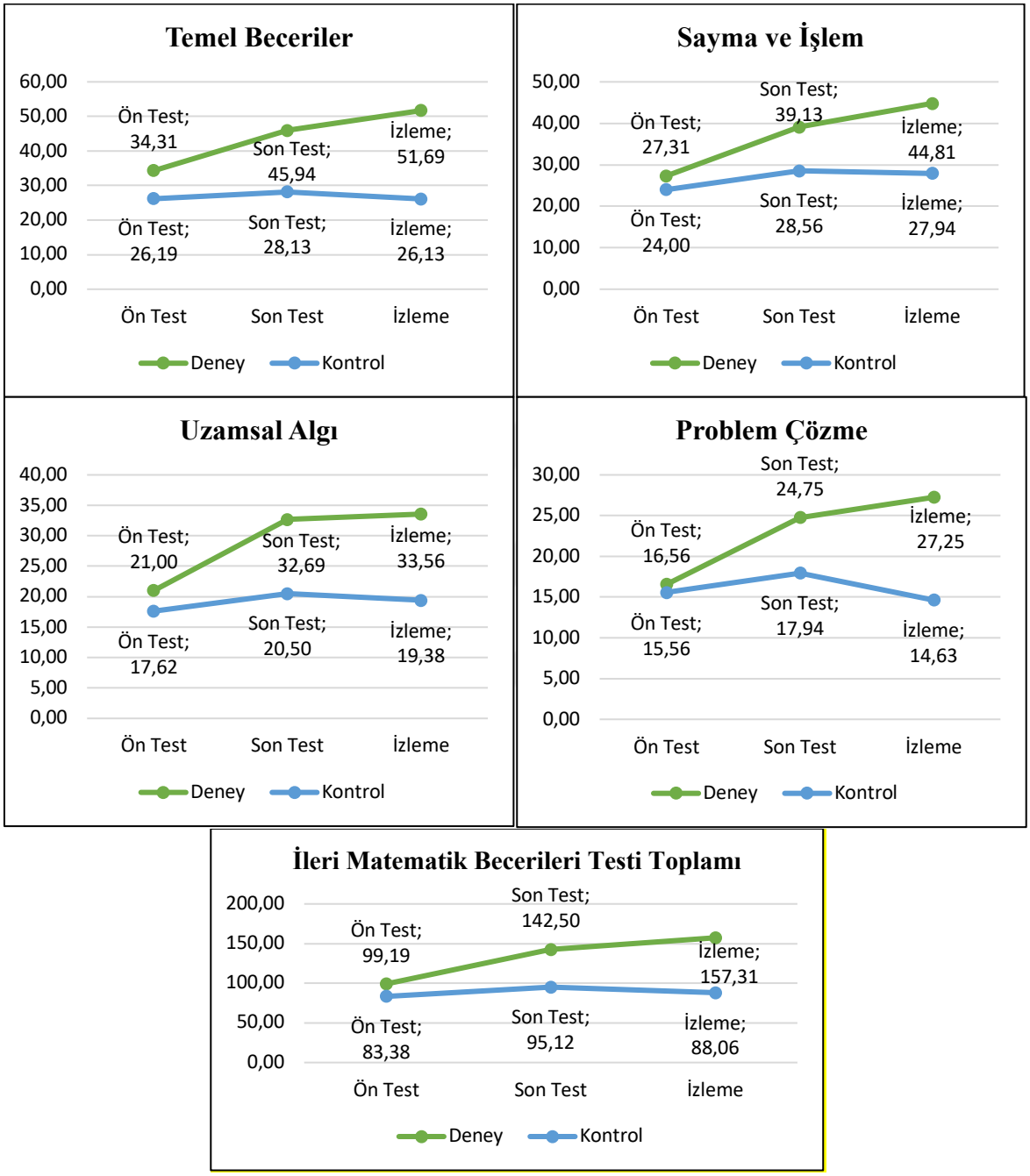
Tablo 30
Deney ve Kontrol Grubunun İleri Matematik Becerileri Testi İzleme Ortalamalarına İlişkin Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

	Grup	n	Sıra Ortalaması	U	Z	p
Temel Beceriler	Deney	16	24,22	4,500	4,683	0,000
	Kontrol	16	8,78			
Sayma ve İşlem	Deney	16	23,25	20,000	4,103	0,000
	Kontrol	16	9,75			
Uzamsal	Deney	16	24,22	4,500	4,789	0,000
	Kontrol	16	8,78			
Problem Çözme	Deney	16	23,97	8,500	4,545	0,000
	Kontrol	16	9,03			
Toplam	Deney	16	24,00	8,000	4,548	0,000
	Kontrol	16	9,00			

*$p<0,05$

Tablo 30'da göre Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi izleme testi sonuçları incelendiğinde deney grubundaki çocukların temel beceriler, sayma ve işlem, uzamsal algı, problem çözme alt boyutları ile test toplamına ait sıra ortalamalarının kontrol grubundaki çocuklardan yüksek olduğu görülmektedir. Mann-Whitney-U testi sonucunda da gruplar arası farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir ($p<0,05$). Bu sonuç deney grubuna uygulanan *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* tamamlanmasından dört hafta sonra da kontrol grubu ile farkı koruduğuna, eğitimin etkisinin devam ettiğine işaret etmektedir.

Deney ve kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ve toplamına ait ön test-son test-izleme testi grafikleri Şekil 18'de gösterilmiştir.



Şekil 18. Deney ve kontrol grubundaki çocukların İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ve toplamına ait grafikler

Şekil 18' de, deney grubunda yer alan çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ile toplamına ait son test puan ortalamalarının ön

test puan ortalamalarından yüksek olduğu, izleme testi puanlarının ön test puan ortalamalarına göre yüksek olduğu görülmektedir. Kontrol grubun çocuklarının da son test puan ortalamaları artmakta, fakat izleme puan ortalamalarında düşüş olduğu dikkat çekmektedir. Deney ve kontrol grubundaki son test puan ortalamaları karşılaştırıldığında ise deney grubunun son test ve izleme testi puan ortalamalarının daha yüksek olduğu görülmektedir. Grafik sonuçları deney grubu lehine olan artışı daha açık ortaya koymaktadır.

- *Deney grubundaki çocukların, Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılması*

Deney grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ile toplamına ait ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılmasına yönelik elde edilen veriler, Friedman F testi uygulanarak analiz edilmiş ve sonuçları Tablo 31'de gösterilmiştir.

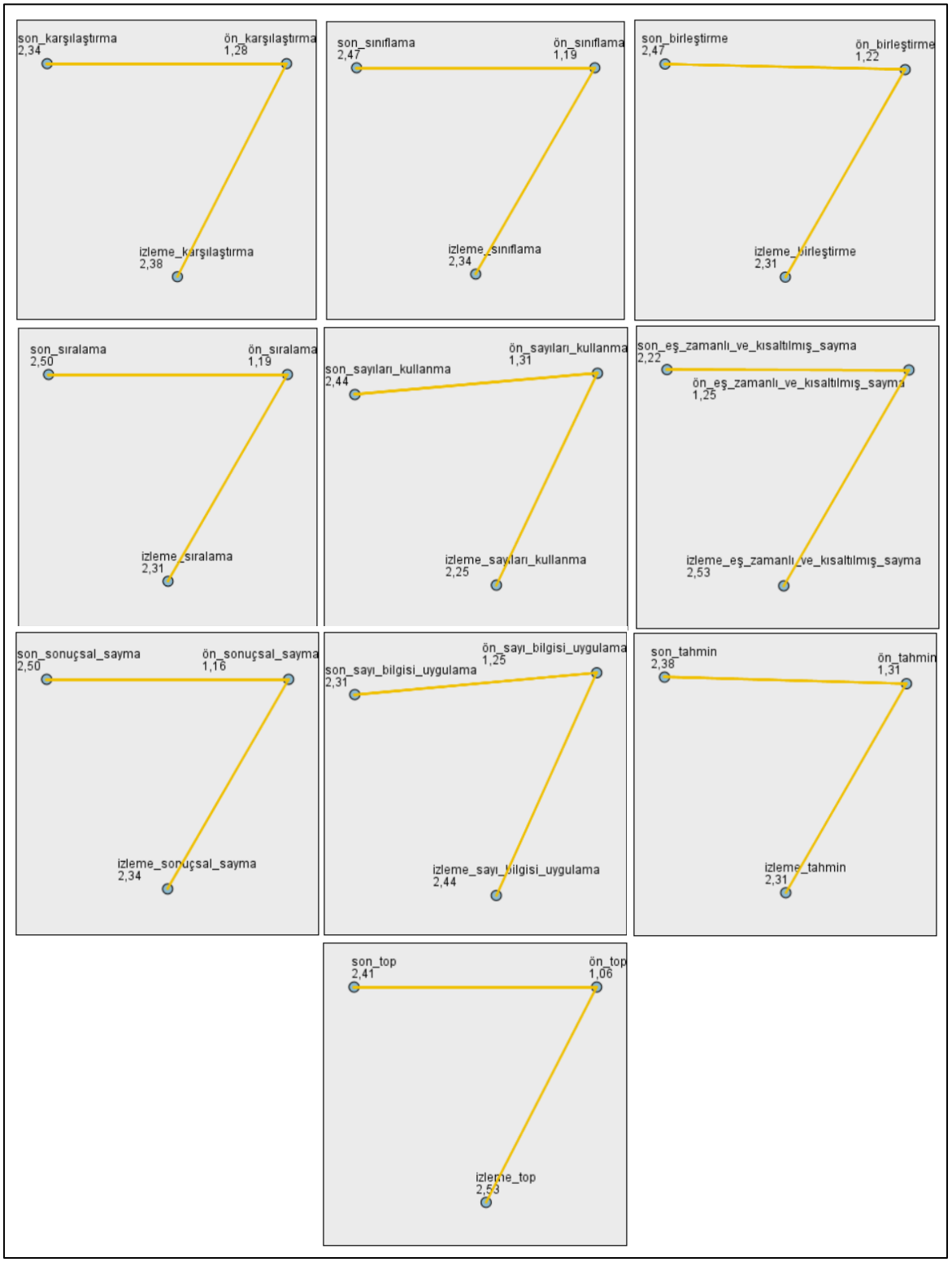
Tablo 31
Deney Grubundaki Çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Ön test-Son test - İzleme Testi Puanlarına Göre Friedman F testi Sonuçları

	n	Sıra Ortalaması			Friedman Testi	Serbestlik Derecesi	p
		Ön Test (a)	Son Test (b)	İzleme Testi (c)			
Karşılaştırma	16	1,28	2,34	2,38	19,366	2	0,000*
Sınıflama	16	1,19	2,47	2,34	17,322	2	0,000*
Birleştirme	16	1,22	2,47	2,31	21,111	2	0,000*
Sıralama	16	1,19	2,50	2,31	21,957	2	0,000*
Sayıları Kullanma	16	1,31	2,44	2,25	16,174	2	0,000*
Eş Zamanlı ve Kısaltılmış Sayma	16	1,25	2,22	2,53	16,321	2	0,000*
Sonuçsal Sayma	16	1,16	2,50	2,34	22,571	2	0,000*
Sayı Bilgisi Uygulama	16	1,25	2,31	2,44	19,818	2	0,000*
Tahmin	16	1,31	2,38	2,31	14,560	2	0,001*
Toplam	16	1,06	2,41	2,53	23,017	2	0,000*

*$p<0,05$

Tablo 31'de deney grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ile toplamına ait sıra ortalamaları incelendiğinde son test ve izleme testi sıra ortalamalarının ön test ortalamalarından anlamlı düzeyde yüksek olduğu görülmektedir. Friedman F testi sonuçları ön test-son test-izleme testi ölçümleri arasında anlamlı fark olduğunu ortaya koymuştur ($p<0,05$). Bu farkın hangi ölçümden kaynaklandığını belirlemek amacıyla Bonferroni Düzeltmesi uygulanarak tüm etkiler için anlamlılık düzeyi tekrar hesaplanmıştır. Farkın ön test ile son test ve ön test ile izleme testi arasında olduğu görülmüştür. Buna göre

eğitim programı çocukların erken aritmetik becerilerini artırmakta, bu etki dört hafta sonra da devam etmektedir. Bu sonuçlar Şekil 19'da grafikler ile de açıklanmıştır.



Şekil 19. Deney grubu Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi alt boyutları ve geneli için ön-son-izleme testi sıra ortalamaları

Şekil 19'a bakıldığında, son test ve izleme testi arasında sarı renkli doğru olmaması son test ve izleme testinin anlamlı fark göstermediğini; ön testten son teste ve izleme teste uzanan doğruların sarı renkli olması, ön test ile son test ve ön test ile izleme testi ölçümleri arasında anlamlı fark olduğunu göstermektedir. Ön testten son teste ve izleme testine doğru uzanan doğruların uzunluğuna bakıldığında benzer uzunlukta oldukları görülmüştür. Buna göre son test ve izleme testi arasında anlamlı farkın olmadığı ifade edilebilir.

- *Kontrol grubundaki çocukların, Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılması*

Kontrol grubundaki çocukların, Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarına ait Friedman F testi sonuçları Tablo 32'de gösterilmiştir.

Tablo 32
Kontrol Grubundaki Çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi Ön test-Son test-İzleme Testi Puanlarına Göre Friedman F testi Sonuçları

	n	Sıra Ortalaması			Friedman Testi	Serbestlik Derecesi	p
		Ön Test (a)	Son Test (b)	İzleme Testi (c)			
Karşılaştırma	16	1,84	2,16	2,00	1,613	2	0,446
Sınıflama	16	2,63	1,50	1,88	14,933	2	0,001*
Birleştirme	16	1,78	2,06	2,16	1,773	2	0,412
Sıralama	16	2,16	1,97	1,88	0,977	2	0,614
Sayıları Kullanma	16	2,38	1,59	2,03	6,408	2	0,041*
Eş Zamanlı ve Kısaltılmış Sayma	16	2,25	1,56	2,19	6,435	2	0,040*
Sonuçsal Sayma	16	2,16	2,03	1,81	1,442	2	0,486
Sayı Bilgisi Uygulama	16	2,16	1,81	2,03	1,216	2	0,545
Tahmin	16	2,09	1,97	1,94	0,400	2	0,819
Toplam	16	2,25	1,78	1,97	2,000	2	0,368

*p<0,05

Tablo 32'de kontrol grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi karşılaştırma, birleştirme, sıralama, sonuçsal sayma, sayı bilgisi uygulama, tahmin ve toplamına ait ön test-son test-izleme testi ölçümleri grupları arasında anlamlı fark olmadığı görülürken (p>0,05); sınıflama, sayıları kullanma, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma alt boyutları ön test-son test-izleme testi grupları arasında anlamlı fark olduğu (p<0,05) tespit edilmiştir.

Sınıflama, sayıları kullanma, eş zamanlı ve kısaltılmış sayma alt boyutları öntest sıra ortalamalarının diğer son ve izleme testlerinden yüksek olduğu görülmektedir. Bonferroni Düzeltmesi uygulandığında farkın ön testlerden kaynaklandığı belirlenmiştir. Dolayısıyla

kontrol grubundaki çocukların araştırma süresince matematik becerilerinin devam ettikleri eğitimden etkilenmediği düşünülebilir.

- *Deney grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılması*

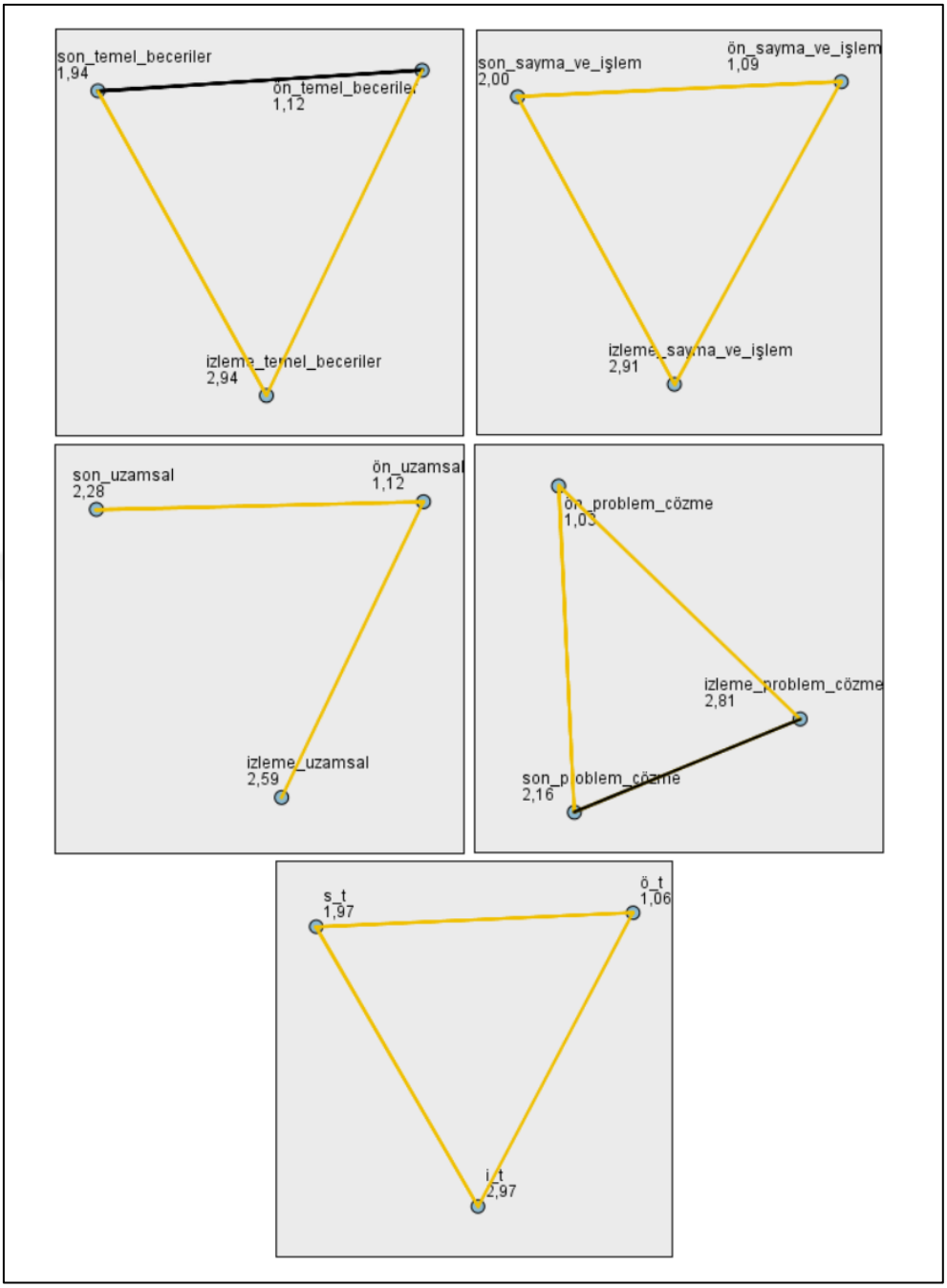
Deney grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarının Friedman F testi sonuçları Tablo 33'te verilmiştir.

Tablo 33
Deney Grubundaki Çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Ön Test-Son Test -İzleme Testi Puanlarına Göre Friedman F testi Sonuçları

	n	Sıra Ortalaması			Friedman Testi	Serbestlik Derecesi	p
		Ön Test (a)	Son Test (b)	İzleme Testi (c)			
Temel Beceriler	16	1,13	1,94	2,94	27,226	2	0,000*
Sayma ve İşlem	16	1,09	2,00	2,91	28,033	2	0,000*
Uzamsal	16	1,13	2,28	2,59	25,020	2	0,000*
Problem Çözme	16	1,03	2,16	2,81	29,158	2	0,000*
Toplam	16	1,06	1,97	2,97	29,556	2	0,000*

*p<0,05

Tablo 33'te sıra ortalamaları incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ile toplamına ait son test sıra ortalamalarının ön testten yüksek olduğu, son test ile izleme ölçümlerinin birbirine yakın olduğu görülmektedir. Bonferroni Düzeltmesi uygulandığında farkın ön test ile son test ve ön test ile izleme testi arasında olduğu görülmüştür. İzleme testi ile son test arasında farkın olmaması *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* çocukların ileri matematik becerilerine etkisinin devam ettiğine işaret etmektedir. Bu sonuç Şekil 20'de de ayrıca açıklanmıştır.



Şekil 20. Deney grubu "Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi" alt boyutları ve geneli için ön-son-izleme testi sıra ortalamaları

Şekil 20'ye bakıldığında, son test ve izleme testi arasında sarı renkli doğru olmaması son test ve izleme testinin anlamlı fark göstermediğini; ön testten son teste ve izleme teste uzanan doğruların sarı renkli olması, ön test ile son test ve ön test ile izleme testi ölçümleri arasında anlamlı fark olduğunu göstermektedir. Ön testten son teste ve izleme testine doğru uzanan

doğruların uzunluğuna bakıldığında benzer uzunlukta oldukları görülmüştür. Buna göre son test ve izleme testi arasında anlamlı farkın olmadığı da ifade edilebilir.

- *Kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi ön test-son test-izleme testi puan ortalamalarının karşılaştırılması*

Kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ile toplamına ait ön test-son test-izleme testi Friedman F testi sonuçları Tablo 34'te gösterilmiştir.

Tablo 34
Kontrol Grubundaki Çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi Ön test-Son test -İzleme Testi Friedman F testi Sonuçları

	n	Sıra Ortalaması			Friedman Testi	Serbestlik Derecesi	p
		Ön Test (a)	Son Test (b)	İzleme Testi (c)			
Temel Beceriler	16	1,75	2,19	2,06	1,733	2	0,545
Sayma ve İşlem	16	1,56	2,25	2,19	4,852	2	0,088
Uzamsal	16	1,56	2,41	2,03	6,203	2	0,045*
Problem Çözme	16	1,91	2,28	1,81	2,000	2	0,368
Toplam	16	1,56	2,38	2,06	5,375	2	0,068

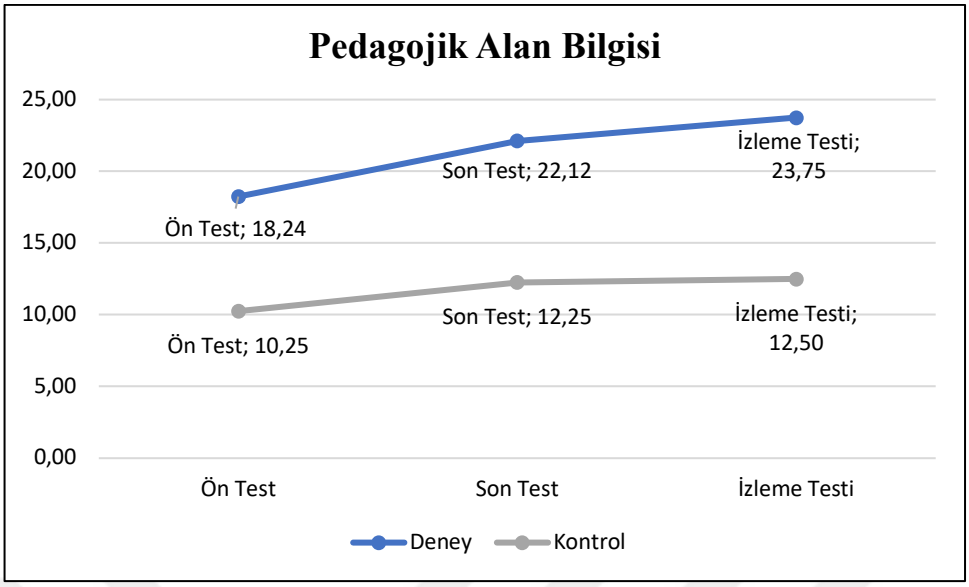
*p<0,05

Tablo 34'te kontrol grubundaki çocukların Okul Öncesi Dönem Çocuklar İçin İleri Matematik Becerileri Testi alt boyutları ile toplamına ait son test ve izleme testi sıra ortalamalarının ön testlerden yüksek olduğu görülmektedir. Friedman F testi sonucunda temel beceriler, sayma ve işlem, problem çözme ve toplamına ait ölçüm grupları arasında anlamlı fark olmadığı ($p>0,05$), uzamsal algı alt boyutunda ise anlamlı fark olduğu tespit edilmiştir ($p<0,05$).

4.1.2. Öğretmenlerin Pedagojik Alan Bilgisine İlişkin Nicel Bulgular

Deney ve kontrol grubunda yer alan öğretmenlerin özelliklerine ve pedagojik alan bilgisi ilişkin nicel bulgular aşağıda açıklanmıştır.

Deney ve kontrol grubundaki öğretmenlerin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği sonuçları Şekil 21'de sunulmuştur.



Şekil 21. Öğretmenlerin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği sonuçları

Şekil 21 incelendiğinde deney grubundaki öğretmenin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği puanı Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Matematik Programının öncesinde 18,24; sonrasında 22,12 ve izleme testinde ise 23,75'dir. Kontrol grubundaki öğretmenin program öncesi öncesinde ortalama puanı 10,25; uygulama sonrasında 12,25 ve izleme testinde 12,50'dir. Deney grubundaki öğretmenin son test puan ortalamasının kontrol grubundaki öğretmenin puan ortalamasından yüksek olduğu görülmektedir.

4.2. Araştırmanın Nitel Boyutuna İlişkin Bulgular

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının, öğretmenin mesleki gelişimine, çocukların matematik becerilerine ve temsil becerilerine etkisini belirlemek için, öğretmen görüşmeleri ve araştırmacı günlüğü verileri kullanılarak elde edilen bulgular aşağıda sunulmaktadır.

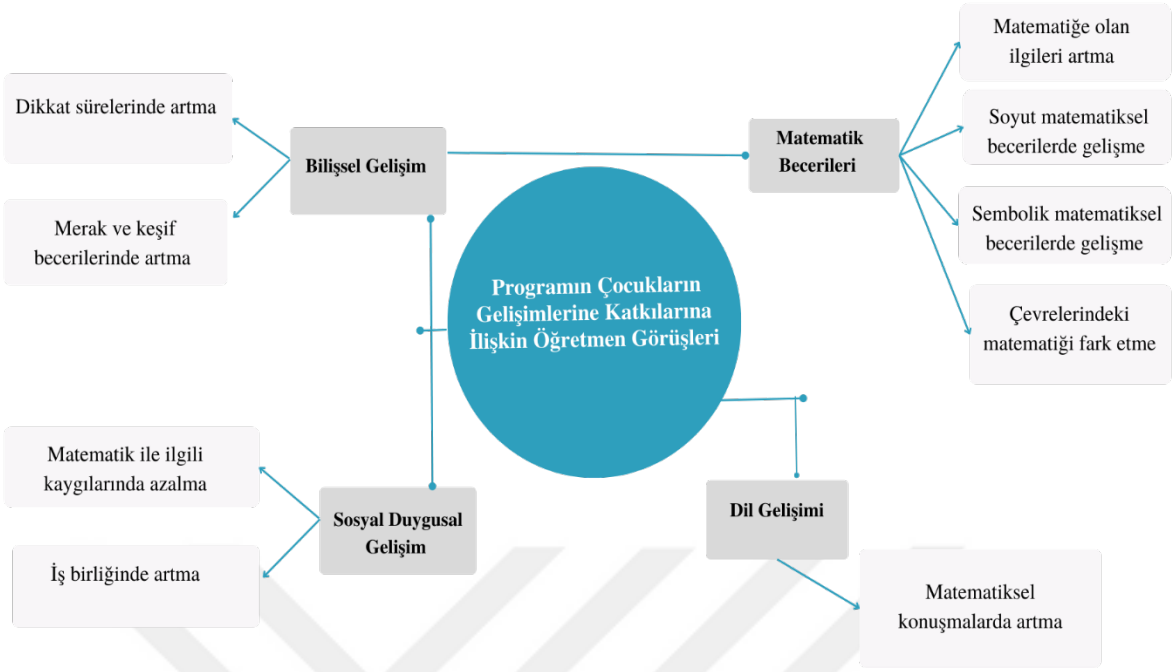
4.2.1. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programına İlişkin Öğretmen Görüşleri

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın uygulama süreci sonunda, programın çocuklar ve öğretmen üzerindeki etkilerini değerlendirmek amacıyla deney grubu öğretmeninin görüşleri alınmıştır. Deney grubu ile yapılan görüşlerin analizi

sonucundan *''Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Gelişime Katkıları''* ve *''Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Öğretmenin Mesleki Gelişime Katkıları''* olmak üzere iki tema elde edilmiştir.

4.2.2. Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Gelişimine Katkılarına İlişkin Öğretmen Görüşleri

Deney grubu öğretmenin *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* çocukların gelişimine katkılarına ilişkin öğretmen görüşleri incelendiğinde bilişsel gelişim, sosyal duygusal gelişim ve dil gelişimi olmak üzere üç ana tema elde edilmiştir. Bilişsel gelişim ana teması ''dikkat sürelerinde artma'', ''merak ve keşif becerilerinde artma'' ve matematik becerileri'' olarak; sosyal duygusal gelişim ana teması matematik ile ilgili kaygılarında azalma'' ve ''iş birliğinde artma'' ve dil gelişimi ana teması ''matematiksel konuşmalarda artma'' olarak kategorize edilmiştir. Deney grubu öğretmeninin matematik becerilerine katkıları ile ilgili görüşleri incelendiğinde ''matematiğe karşı ilgilerinde artma'', ''soyut matematiksel becerilerde gelişme'', ''sembolik becerilerde gelişme'' ve ''çevrelerindeki matematiği fark etme'' olarak alt kategoriler elde edilmiştir. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programının öğretmenin mesleki gelişimine katkıları ile ilgili oluşturulan alt temalar ve kategoriler Şekil 22'de verilmiştir.



Şekil 22. Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Gelişimine Katkılarına İlişkin Öğretmen Görüşleri

Deney grubu öğretmeni çocukların *Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'*na katıldıktan sonra bilişsel becerilerindeki farklılıklara yönelik görüşlerini aşağıdaki gibi belirtmiştir:

> *''…dikkat dağınıklığı çok fazlaydı ilk etapta. Çocuklarda dikkat süresi arttı etkinliklerle beraber. Yani bi 10 dakikalık dikkatleri varsa şu an yarım saate çıkmış durumda. Matematiğe ilgileri çok fazla sürekli matematikle ilgili işlem yapmak istiyorlar. Şu an sınıf genelinde daha fazla bi ilgi var. Yani bu etkinliğe zaman ayrıldığı zaman ekstra çocuklara ekstra öğretildiği zaman ilgilerini çektiğini ve sevmeye başladıklarını da gözlemledim. Sayıları tanımak yazmak kısmı vardı bizde daha yoğun olarak verdiğim birinci sınıfa hazırlık olarak ama bu etkinliklerde daha çok çocuğu zihinsel olarak yordu. El becerisi ya da yazma olarak değil de kendisi buldu kendisi öğrendi.''*

Öğretmen *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'n*dan sonra çocukların matematik becerilerindeki gelişmelerle ilgili görüşlerini şu şekilde belirtmiştir:

> *''İlk önce daha basit çocukları gözlemlemek amacıyla daha sonra zora doğru gittik. Somut etkinlikler çocukların seviyesine uygundu. Yarı somut etkinliklerde*

ilk etapta yönergeleri almakta çok zorlanıyorlardı soyut kısımdaki yönergeleri somutta değil ama soyut kısmında soyuta geçtiğimiz süre içinde yavaş yavaş zorlanmaları azaldı. Anladıkları için artık bildikleri için etkinliklerle soyut kavramlarda da zorlanmadıklarını görüyorum. Şu an yaptığımızda verdiğimizde artık daha kolay yapabilecek durumdalar. Matematiğe ilgileri çok fazla sürekli matematikle ilgili işlem yapmak istiyorlar. Sınıf içerisinde özellikle sayılarla ilgili serbest bıraktığım zaman ya da dışarı bahçeye çıkardığım zaman yere çizgi çekip sayıları yazıyorlar bunların üzerinde sek sek oynuyorlar.''

Deney grubu öğretmeninin eğitim programı sonrasında çocukların matematik becerilerine yönelik görüşlerine dayanarak, matematik içeriklerine olan ilgilerinin arttığı, sembolik ve soyut matematiksel becerilerinde gelişme olduğu, somuttan soyuta gelişme sağlandığı söylenebilir.

Deney grubu öğretmeni *Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* çocukların sosyal duygusal gelişimine katkılarını aşağıdaki gibi belirtmiştir:

''Şöyle bir durum da olmaya başladı güzel bu kavram bunu seven çocuklar diğer çocuklara yardımcı olmaya başladılar iş birliği de gelişmiş oldu sınıf içerisinde. Daha kolay yazabiliyorlar sayıları tanıyorlar ve işlemleri sayısal işlemleri bile kafadan çok rahat yapmaya başladılar. Sayıları hepsi tanımaya başladı. İlk zaman bu korkuları sayılara karşı öğrenme istekleri daha azdı. Şu an daha istekliler bu konuda biz bunu biliyoruz biz bunu yaparız. Hemen yapmaya çalışıyorlar. Yönergeyi vermeden ne yapılacağını anlıyorlar. Yani zorlanan yani çocuklar yapamam diyen çocuklar bunu bir kenara bıraktılar artık.''

Öğretmenin görüşlerine göre *Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'*ndan sonra çocukların matematik yaparken iş birliği içerisinde çalışmaya yöneldiği, özgüveninin arttığı söylenebilir.

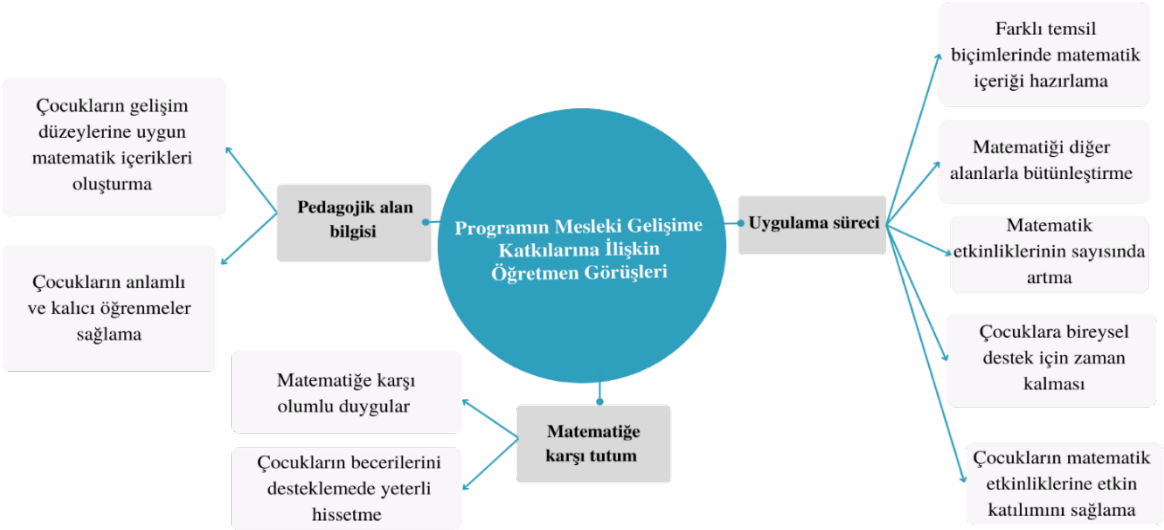
Deney grubu öğretmeni *Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* çocukların dil gelişimine katkılarını şu şekilde belirtmiştir:

''Bahçede oyunlarını ve sohbetlerini gözlemliyorum, sayıları, öğrendiklerini kullanıyorlar, matematikle ilgili konuşuyorlar aralarında.''

Buna göre program çocukların konuşmalarına yansıdığını, matematikle ilgili konuşmalarının artmasına katkıda bulunmuştur.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Deney Grubundaki Öğretmenin Mesleki Gelişimine Katkıları

Deney grubu öğretmeninin *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Mesleki Gelişime Katkıları* ile ilgili görüşleri incelendiğinde pedagojik alan bilgisi, matematiğe karşı tutum ve uygulama süreci olmak üzere üç alt tema elde edilmiştir. Pedagojik alan bilgisi alt teması ‘’çocukların gelişim düzeylerine uygun matematik içerikleri oluşturma’’, ‘’çocukların anlamlı ve kalıcı öğrenmelerini destekleme’’ olarak, matematiğe karşı tutum alt teması ‘’matematiğe karşı olumlu duygular’’ ve ‘’çocukların becerilerini desteklemede yeterli hissetme’’ olarak ve uygulama süreci alt teması ise ‘’farklı temsil biçimlerinde matematik içeriği hazırlama’’, ‘’matematiği diğer alanlarla bütünleştirme’’, ‘’matematik etkinliklerinin sayısında artma’’, ’’çocuklara bireysel destek için zaman kalması’’ ve ‘’çocukların matematik etkinliklerine etkin katılımını sağlama’’ olarak kategorize edilmiştir. Somut-yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programının çocukların gelişimine katkıları ile ilgili oluşturulan alt temalar ve kategoriler Şekil 23’te verilmiştir.



Şekil 23. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Öğretmenin Mesleki Gelişimine Katkıları

Deney grubu öğretmeni *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* pedagojik alan bilgisine yönelik katkılarını şu şekilde ifade etmiştir:

> *''Etkinliklerden önce çocukların yaş grubuna nasıl ineceğimi özellikle bu konuda çok bilmiyordum. Bu da bende bir tecrübe oldu. Zihinlerini yormaya başladılar daha çok düşünmeye başladılar. Bu da benin hoşuma gitti ezber yapmıyorlar. Ezbere gidiliyordu önce çabuk unutuluyordu şu an ezber olmadığı için unutmadıklarını da fark ettim.''*

Öğretmen programın mesleki gelişimine katkılarında çocukların gelişim düzeylerine uygun matematik içeriği oluşturma ve çocuklarda kalıcı matematiksel öğrenmeler sağlaması ile ilgili bilgi sahibi olduğunu ifade etmiştir.

Deney grubu öğretmeni *Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* kapsamındaki etkinliklerin çocukların bilişsel gelişimlerine uygun olarak hazırlanması gerektiğini belirtmiştir. Çocukların düşünmeye yönelik becerilerinin arttığı ve anlamlı öğrenmelerin gerçekleştiği söylenebilir. Bu yaklaşımda, matematiği somut örneklerle başlatarak yavaş yavaş soyutlama aşamasına geçmesine olanak sağlar. Böylece çocuklar, matematikle ilgili kavramları somut örneklerle öğrendikten sonra, sembolik düzeyde matematiksel işlemler yapabilme becerilerini geliştirmeye hazır hale gelmektedirler. Öğretmenin, çocukların matematiksel becerilerini geliştirmek için farklı materyaller ve etkinlikler kullanarak daha anlamlı öğrenmeyi desteklediği söylenebilir.

Öğretmen *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* matematik uygulamalarına katkılarını aşağıdaki gibi belirtmiştir:

> *''...Sayıları tanımak yazmak kısmı vardı bizde daha yoğun olarak verdiğim birinci sınıfa hazırlık olarak ama bu etkinliklerde daha çok çocuğu zihinsel olarak yordu. El becerisi ya da yazma olarak değil de kendisi buldu kendisi öğrendi. Şu an sizden sonraki etkinliklere devam ederken sınıfta birbirine bağlayarak veriyorum matematikle ilgili bir şey yapacaksak bu şekilde bütünleştirilmiş yapıyorum ve yönergeleri de o şekilde veriyorum çocuklara bildikleri için daha kolay anlamaya başladılar. Benim de işimi kolaylaştırdı bu çocuklarda bu etkinlikten sonra yönergeyi verdiğimde alıyorlar ve bu beni de rahatlatıyor sınıf içerisinde geriye kalan zorlanan çocuklara yardımcı oluyorum.''*

Öğretmen *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* ile farklı temsil biçimlerinde matematik içeriği hazırlama ve diğer etkinliklerle bütünleştirme şeklinde kazanımlar elde ettiğini belirtmiştir. Bunlara ek olarak haftalık matematik etkinliklerinin sayısını arttırdığını ifade etmiş, çocukların matematik eğitimi süreçlerine etkin katılım gösterdiğini ve matematik gelişimleri yaşıtlarından geride olan çocuklar için bireysel destek verecek zaman kaldığını belirtmiştir.

Deney grubu öğretmeninin *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* matematiğe karşı tutumuna etkisini şu şekilde ifade etmiştir:

> *''Çocuklara sayıları ve rakamları tanıtırken işte eşleştirme yaparken örüntü oluştururken çok zorlanıyordum. Kendimde de bu şekilde etkinlikler devam ettiğinde çocuklara daha faydalı olabileceğimi gözlemledim çünkü ben de genel olarak matematiği çok seven bir insan değilim. Çocukların yaş grubuna nasıl ineceğimi çok bilmiyordum. Bu da bende bir tecrübe oldu.''*

Program öğretmenin matematiğe karşı olumlu duygular geliştirme ve çocukların matematik becerilerini desteklemede yeterli hissetme gibi katkılar sağlamıştır.

Deney grubu öğretmeni, *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* uygulama sürecinin normal eğitim sürecinden farklılıklarına yönelik görüşlerini şu şekilde dile getirmiştir:

> *''Normal eğitim sürecinden farklılık normal eğitimde haftada bir iki defa alıyorsam hani yıla yayıp haftada bir iki defa alıyordum. Şimdi yine aynı şekilde oldu ama daha yoğun geçti, normal okuma yazmaya hazırlık etkinlikleri içerisinde veriyordum. Bu tamamen bütünleştirilmiş etkinlik olduğu için çocuk üzerinde daha etkili oldu.''*

Öğretmenden elde edilen bu bulgu, *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programında* deney grubu öğretmeninin normal eğitim sürecinden farklı olarak diğer etkinlik türleri ile bütünleştirmenin önemini ortaya koymuştur. Ayrıca öğretmen matematik etkinliklerinde önceki eğitim sürecinde *"soyut aşamaya"* odaklandığını, bu program sayesinde soyut aşamanın diğer aşamalarla birlikte yürütülürse çocuk üzerinde daha etkili olacağını gördüğünü ifade etmiştir.

Araştırmacı Günlükleri

Araştırmacı çocukların uygulama sürecinde matematikle ilgili gözlemlerini Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut temsil aşamalarına göre not etmiştir. Elde edilen veriler bilgisayar ortamına aktarılıp analiz edilmiştir. Elde edilen verilere göre bir haftada 5 ile 8 arasında çocuğun not alındığı tespit edilmiştir.

Tablo 35
Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programını Uygulama Sürecinde Araştırmacı Günlüğüne Göre Çocukların Matematik Sürecindeki Kazanımları

	Somut			Yarı Somut (Temsili)			Soyut			
Haftalar	Somut materyalle matematiksel içeriği keşfetme	Somut materyali matematiksel problemi çözmek için kullanma	f	Görseldeki matematiksel içeriği fark etme	Görseldeki matematiksel içeriği amacına uygun kullanım	f	Matematiksel sembolleri farketme	Matematiksel sembollerin çizimle aktarılması	Matematiksel sembolleri sözel olarak kullanma	f
1	3	2	5	2	2	4	5	2	3	10
2	2	3	5	2	2	4	2	2	1	5
3	3	3	6	2	3	5	3	4	4	11
4	2	3	5	3	3	6	1	2	2	5
5	3	3	6	3	4	7	3	3	5	11
6	3	2	5	5	3	8	4	2	8	14
7	2	2	4	4	4	8	4	3	8	15
8	3	3	6	3	3	6	3	3	5	11
9	2	3	5	3	3	6	4	4	6	14
10	4	4	8	4	3	7	2	2	5	9
11	3	3	6	3	3	6	3	3	7	13
12	5	5	10	3	3	6	3	3	7	13

Araştırmacı günlüğünde yer alan çocukların *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programını* uygulama sürecinde matematiksel gelişimleri incelendiğinde çocukların matematikle ilgili somut materyali fark ettikleri görülmüştür. Bununla ilgili araştırmacı farklı etkinliklerdeki gözlemini,

> *''Ellerindeki plakalarla masalara geçtiler ve arkadaşlarının plakalarıyla karşılaştırdılar. Burada da şunu fark ettim bazen çocuklar çevrelerindeki*

matematiği bir şekilde fark ediyorlar. Plakalarının eşlerini buldular ve yapıştırdılar.''

''Çocuklara farklı boyutlarda ip parçaları verdi öğretmen henüz yönergeyi vermeden zaten kendileri birbirinin iplerinin uzunluklarını karşılaştırmaya başladılar. Yan yana tutup karşılaştırıyorlar ve hangisi daha uzun hangisi daha kısa diye sohbet ediyorlardı.''

''Öğretmen bakın burada sayılar binası var dedi. Çocuklar tek tek saymaya başladı. Öğretmen bu binanın özelliği neymiş dedi çocuklar sayı dedi. Az önce bir şey söyledim birinci katta bir kişi oturuyor. Evet, sayı numarasına göre evin içinde yaşayan kişi sayısı varmış. Çocuklar katta oturan kişileri sayarken bazıları parmakları ile saymaya eşlik etti.''

''Ç13 öğretmenim bizim adada bir köpek eksik oldu diyerek hikâyede geçen ve onların grubunda olmayan maketi tamamladı. Hikâye ve maketler tamamlanınca çocuklar masanın üzerine çıkarak hepsini saymaya çalıştılar.'' şeklinde kaydetmiştir.

Programın uygulama sürecinde çocukların manipülatif materyali amacına uygun kullanabildikleri görülmüştür. Araştırmacı farklı etkinliklerdeki gözlemlerini;

''Ç16 ''Benim beş yıldızım var senin kaç var diye sordu Ç1'e ve yıldız sayılarını karşılaştırdılar.''

''Çocuklar henüz etkinlik başlamadan sınıfa geldikleri anda hayvan maketlerini fark ettiler ve hayvanlarla yiyecekleri arasındaki mesafeyi parmaklarıyla saymaya çalıştılar. Ö9 parmaklarıyla saydı ve yedi metre beş metre gibi kelimeler kullandı. Daha sonra diğer çocuklar da gelip panodaki hayvanlar ve yiyeceklerinin arasındaki uzunlukları merak içerisinde ölçtüler.''

''Öğretmen su dolu kavanozları masalara yerleştirdiğinde çocukların hepsi kavanozlara dokunmak istedi ve parmaklarıyla su seviyesinin olduğu yere dokundular. Ellerindeki su dolu kavanoz resimleriyle karşılaştırdılar ve aynı seviyedeki kavanozu gösterdiler.'' şeklinde not almıştır.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programını uygulama sürecinde etkinliğin yarı somut (Temsili) aşamasında çocukların görseldeki matematik içeriğini fark edebildikleri görülmüştür. Araştırmacı bu konudaki gözlemlerini şu şekilde kaydetmiştir:

> *''Etkinlikler ilerledikçe çocuklar kendileri deneyimleyince veya bireysel fırsatlar verilince matematikle ilgili becerilerini desteklemenin daha anlamlı olacağını düşünüyorum ve önceki iki haftalık süreçte bunu farkettim. Örneğin öğretmen panoya getirdiğim örüntü örneklerini astı. Ç8 şekil örüntüsünün ortasından bir iki üç diye saymaya başladı.''*

> *''Ç7 hayvan görsellerini aslan panda zürafa aslan panda zürafa diye sesli bir şekilde grup arkadaşlarına destek oldu ve çocuklar görsellerden örüntüleri oluşturdular.''*

Araştırmacı bunlara ek olarak etkinliğin somut aşamasından sonra görsellerle çalışılması ile ilgili gözlemini aşağıdaki gibi not almıştır:

> *''Desen kartlarını gruplamak çocukların çok dikkatini çekti. Bir önceki aşamada da somut olarak kumaşlardan desenleri grupladıkları için bu aşamada daha kolay çalıştıklarını gördüm.''*

> *''Birim karelerle önceki haftalarda tanıştıkları için bu defa anlamaları çok zor olmadı. Kavanozdaki sıvı miktarlarını ölçtüler ölçtükleri yerleri parmaklarıyla tuttular ve masalarına geçip birim kareleri boyadılar. Ç7 masadan arkadaşından kalem almak için kalkarken grup arkadaşlarına yedi tanesini boyamamız gerekiyor yani üç tanesini boyamayın dedi.''*

> *''Ç14 Ç2'ye bu toplama sen bir tane var diyosun dedi kaç tane var bak ben 5 tane yaptım dedi. Bana döndü öğretmenim bu toplama değil mi dedi.''*

> *''Ç5 öğretmenim sana üç hareket göstericem dedi. Panodaki görselleri saydı.''*

Programın uygulama sürecinde çocukların yarı somut (temsili) aşaması ile ilgili olarak görseldeki matematik içeriğini amacına uygun kullandıkları görülmüştür. Araştırmacı çocukların görseldeki matematik içeriğini fark etmeleri ile ilgili farklı etkinliklerdeki gözlemlerini aşağıdaki gibi not almıştır:

''Ç7 haritayı göstererek biz şimdi buradayız dedi. Ç6 aşağı yukarı sağ sol olarak okları seslendirdi ve noktaların üzerinden giderek parmaklarıyla harita üzerinde gezindi.''

''Ç11 panodaki görselleri incelerken bunlar kareli bunlar çiçekli diye kendi kendine gruplandırma yaptı.''

''Öğretmen görselleri dağıtınca Ç14 kendi kendine yani beş nokta var bir tane daha var toplam altı olur dedi. Ç9 görseldeki noktaların yanına rakamları çizmiş, yanına gittiğimde ben de dört tane var hepsinin yanına yazdım dedi.''

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı soyut aşamasında çocukların çoğunun matematiksel sembolleri fark ettikleri görülmüştür. Araştırmacı bu aşamada bireysel destek ve aşamalar arasındaki bağlantılar ile ilgili gözlemlerini aşağıdaki gibi not almıştır:

''Özellikle soyut aşamada bireysel çalıştıkları için aslında yapan ve yapamayan çocukların ayrımını daha iyi gözlemlendiğini söyleyebilirim. Bu aşamada yapamayan çocuklar için bireysel destek de çok önemli. Ayrıca bazı çocuklar yarı somut aşamada kullandığımız desen kartlarına bakarak kendi desenlerini çizdiler. Bu noktada aşamaların birbirinden kesin bir çizgiyle ayrılmadığını teorik olarak biliyordum fakat uygulamada da deneyimlemiş oldum.''

Araştırmacı çocukların matematiksel sembolleri fark etmeleri ile ilgili gözlemlerini aşağıdaki gibi not almıştır:

''Öğretmen getirdiğim yıldız posterini ve rakamların yazılı olduğu görseli panoya astı. Çocuklar hemen panodaki rakamları fark ettiler ve rakamları parmaklarıyla göstererek saymaya başladılar. Sınıfa toplamaları için astığımız yıldızlar da çok dikkatlerini çekti.''

''Kavanozdaki su miktarlarının sembolik olarak gösterildiği görselleri sıralarken Ç1 ve Ç2 zorlandılar ama yine de yapmaya çalıştılar.''

Programın soyut aşamasında çocukların matematiksel sembolleri çizimle aktardığı görülmüştür. Araştırmacı çocukların matematiksel çizimlerinde bireysel destek ile ilgili farklı etkinliklerdeki gözlemlerini;

''Etkinliğin soyut aşamasında rakamlara uygun olarak adalara resimleri çizerken Ç1 yapamadığı için öğretmenin yanına gitti ve öğretmen başka bir çocukla ilgilendiği için Ç1 daha sonra destek almak için yanıma geldi ve yanına oturdum ve birlikte hangi kareye kaç nesne çizmesi gerektiği hakkında konuştuk ve etkinliği tamamlaması için destek oldum. Bu etkinliğin sonunda çocukların aslında saymaya karşı doğal bir ilgileri ve istekleri olduğunu fakat bazı çocukların özellikle diğerleriyle aradaki boşluğu kapatmaları için birebir desteğe ihtiyacı olduğunu söyleyebilirim.''

''Şekillerle kendi örüntülerini yapacakları bu aşamada Ç1 ben çizemiyorum diye öğretmenin yanına gitti. Ç7, Ç13, Ç9, Ç11 ve Ç14 kendi örüntülerini oluşturmada çok zorlanmadıklarını söyleyebilirim.'' şeklinde not almıştır.

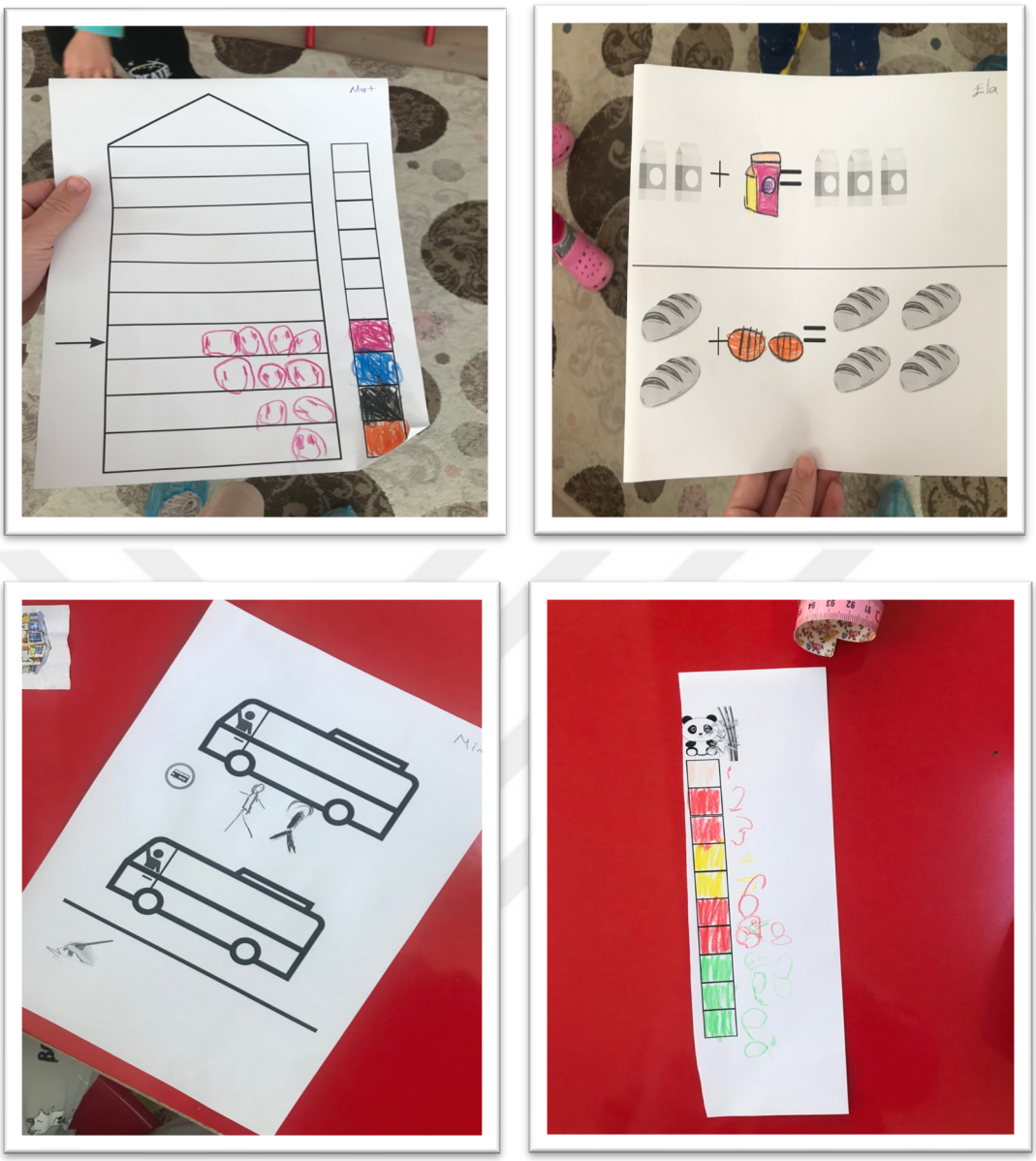
Araştırmacı matematiksel sembolleri çizimle aktarmaları ile ilgili farklı etkinliklerdeki gözlemlerini şu şekilde kayıt almıştır:

''Öğretmen sayı doğrusunun bir örneğini öncelikle çocuklara tanıttı daha sonra ise bir örneği oluşturarak panoya incelemeleri için asıldı. Çocuklardan bazılarının pano önüne sandalye çekerek örneği kontrol ederek sayı doğrusunun üzerine sayıları yazdığı gözlemlendi (Ç9-Ç12).''

''Çocuklar takımyıldızlarının aynısını yaparken dikkatli bir şekilde ellerindeki şekillere bakarak kâğıda aktarmaya çalıştılar ve takımyıldızındaki yıldızların sayısına da dikkat ederek aktardılar.''

''Örüntüleri yapacakları çalışma kâğıdını dağıtınca yaprak öğretmenim ben maymun çizemem dedi. Ç16 ve Ç2 aynısı olmak zorunda değilsin hayal ettiğin gibi yapabilirsin dedi.''

Araştırmacı ayrıca çocukların matematiksel çizimlerinin görsellerini de incelemiştir. Araştırmacının incelediği görseller ve yaptığı gözlemlerde sıralama, örüntü ve geometrik şekillerle ilgili üçüncü ve dokuzuncu haftalarda çizimlerin daha fazla olduğunu not ettiği görülmektedir. Araştırmacının özellikle soyut temsilde yer alan matematiksel çizimlerde çocukların bireysel desteğe veya akran desteğine ihtiyaç duydukları ile ilgili notlar aldığı belirlenmiştir. Aşağıda çocukların eğitim programı sürecinde yaptıkları çizimlerinin görsel örnekleri yer almaktadır.



Şekil 24. Çocukların eğitim programında yaptıkları matematiksel çizimleri

Araştırmacı matematiksel sembolleri sözel olarak ifade etmeleri ile ilgili çocuklarda farklı etkinliklerde gözlemlerini aşağıdaki gibi not almıştır:

''Ç16 ben çileği çok sevdiğim için üç tane üçgen yapıştıracağım dedi.''

''Çocuklar panodaki görselleri incelerken Ç6 saymaya başladı. Ç9 bana öğretmenim bugün sayma yapmıyoruz değil mi bugün şekiller var dedi.''

''Halı görsellerini üzerinde Ç7 öğretmenim burada hem kare var hem de üçgen değil mi dedi evet dedim halılarda farklı şekiller de olabilir.''

''Ç4 karpuz dilimleri yaptı. Ç15 iki dilimi boyayınca yarım dedi. Ç14 de hayır o çeyrek dedi. Ç9 çeyrekten daha küçük olursa dilim olur dedi.''

''Haftanın günlerini incelediler panodan öğretmen günleri söyledi. Ç14 öğretmenim haftanın kaç günü var biliyor musunuz yedi gün var dedi.''

Çocukların *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Program* etkinliklerinde çocukların matematiksel sembolleri sözel olarak kullandıkları görülmüştür. Araştırmacı matematiksel sembolleri sözel olarak ifade etmeleri ile ilgili çocuklarda farklı etkinliklerde gözlemlediği değişimi aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

''Ç16 üstteki bütün sütleri saydı 1 + 1 = 2 ve alttaki toplam elma sayısı dörttü bununla aynı dedi. Özellikle ilk haftalarda etkinlik sürecinde özellikle yarı somut ve soyut aşamada zorlanan çocukların eğitim programı ilerledikçe gelişimlerini görmek beni çok mutlu etti. Çocuklar ben bunu yapabilirim bu işlemi hemen yapacağım gibi motivasyon içeren cümleler kullanmaya başlaması da güzel bir gelişmeydi.''

''Ç9 ve Ç15 toplam elma ve süt sayıları ile ilgili konuştular. Ç9 ben bunları biliyorum dedi. Ç16 ben anladım bugün eşleştirme yapacağız dedi. Öğretmen tekrar bak bakalım başka neler olabilir dedi. Ç16 artı eksi iki alıcaz dedi. Çocukların matematikle ilgili ifadelerinin kullanımının arttığını farkettim.''

''Ç16 ben girince öğretmenim ben orta boyluyum değil mi dedi. Geçen hafta boylarını karşılaştırdığımız için çocuklarda uzunlukla ilgili matematiksel ifadelerin arttığını görmek beni sevindirdi.''

Araştırmacı gözlemlerindeki notlarda eğitim programı sürecinde çocukların kullandıkları matematiksel ifadelerin başlangıçtaki etkinliklere göre arttığı söylenebilir. Haftalara göre incelendiğinde ise altıncı ve yedinci haftalardaki etkinlikleri sözel ifadelerin daha çok gözlemlendiği görülmüştür. Bu iki haftada yer alan etkinliklerin içeriğine bakıldığında ise sayılar, işlem ve ölçmeyle ilgili olduğu dikkat çekmektedir.

BÖLÜM 5

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın çocukların matematik becerileri ile öğretmen bilgi ve uygulamalarına etkisini incelemek amacıyla yapılan bu araştırmada elde edilen bulgular doğrultusunda oluşan sonuçlar ve ilgili literatür ile yapılan tartışma Çocukların *Erken Matematik Becerilerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma* ile *Öğretmen Bilgi ve Uygulamalarına İlişkin Sonuçlar ve Tartışma ve Öneriler* alt başlıkları aşağıda sunulmuştur.

5.1. Çocukların Erken Matematik Becerilerine İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın deney ve kontrol grubundaki çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testinin ölçtüğü matematik becerilerine etkisi karşılaştırıldığında deney grubundaki çocukların kontrol grubundaki çocuklara göre son test ortalamalarının anlamlı olarak yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Deney ve kontrol grupları ayrı ayrı ön test, son test ve izleme ölçümlerine göre karşılaştırıldığında da *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı*'na katılan çocukların Güncellenmiş Erken Aritmetik Testinden anlamlı düzeyde artış elde ettikleri, programın etkili olduğu ve etkisinin devam ettiği görülmüştür. Erken Aritmetik Testi okul öncesi çocukların gelişimleri doğrultusunda kazanmış olduğu öngörülen matematik becerilerini ölçen bir araçtır. Çalışmada uygulanan matematik programının deney grubundaki çocukların gelişimlerine uygun matematik kazanımları elde etmelerine katkıda bulunduğu söylenebilir.

Erken matematik programları ile ilgili alanyazın incelendiğinde araştırma sonuçlarını destekler nitelikte çocukların gelişimlerine uygun hazırlanmış olan matematik programlarının (Kavram Eğitim Programı, Erken Sayı Gelişim Programı, Küçük Çocuklar için Büyük Matematik Eğitim Programı (Big Math for Little Kids, Erken Aritmetik Programı vb.) matematik becerilerini desteklemede etkili olduğu belirtilmektedir (Akuysal-Aydoğan & Şen, 2011; Çelik & Kandır, 2013; Kandır, Uyanık & Çelik, 2017; Karademir, 2017; Karakuş, 2020; Kılıçkaya &Avcı, 2021; Nisan & İnal- Kızıltepe, 2019). Akuysal-Aydoğan ve Şen (2011) çalışmalarında Kavram Eğitim Programının çocukların sayı ve şekil kavramlarını desteklemede etkili olduğunu tespit etmişlerdir. Çelik ve Kandır (2013) Küçük Çocuklar için Büyük Matematik Eğitim Programının (Big Math for Little Kids) çocukların matematik becerilerinde etkili ve kalıcı sonuçlar verdiğini ortaya koymuşlardır. Kılıçkaya ve Avcı (2021) de aynı programı uygulamış ve çocukların sayı, işlem ve genel sayı anlama becerileri üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Karakuş (2020) ise öğretmen eğitimi verilerek uygulanan "Okul Öncesi Matematik (Pre-K Mathematics) Programı"nı uygulamış ve araştırma sonucunda çocukların matematik becerileri üzerinde etkili olduğunu belirtmiştir. Nisan ve İnal-Kızıltepe (2019) Erken Aritmetik Programı'nın çocukların sayı becerilerinin gelişiminde etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nda matematiksel manipülatifler, üç boyutlu nesneler, somut materyaller alışveriş, restoran, otobüs gibi çocukların günlük yaşamlarından sunulan durumlar aracılığıyla matematik becerilerinin desteklenmesi amaçlanmıştır. Aynı zamanda, temsili düşünceyi desteklemek için kullanılan hikâye ve pano görselleri, yarı somut aşama için tasarlanan görsel materyaller de programın önemli bileşenlerindendir. Matematiksel ilişkileri görsel temsiller aracılığıyla deneyimlemek çocukların sembolik matematiğe geçişlerini kolaylaştırmakta ve böylece çocukların matematiksel becerilerini güçlendirmektedir. Soyut aşamada ise programda yer alan etkinliklerin bağlamında tasarlanan çocukların matematiksel düşünmelerini ve problem durumlarına çözüm üretmelerini destekleyen matematik sembolleri, çizimler grafikler ile çocukların daha önce somut ve yarı somut (temsili) deneyimlediklerini becerileri bilgi düzeyinden anlama ve yorumlama düzeyine taşıması sağlanmaktadır. Çocuğun bireysel olarak da ilerlemesini destekleyen yaklaşımlar ile çalışmada etkili ve kalıcı sonuçlar elde edildiği söylenebilir.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Okul Öncesi Dönem Çocukları için İleri Matematik Becerileri Testi ile ölçülen matematik becerilerine etkisi incelendiğinde, deney grubundaki çocukların kontrol grubundaki çocuklara göre son test ortalamalarının anlamlı olarak yüksek olduğu ve eğitim programına katılan çocukların İleri Matematik Becerileri Testi'nden program sonrasında anlamlı düzeyde artış elde ettikleri, programın etkili olduğu ve etkisinin devam ettiği bulgusuna ulaşılmıştır.

İleri matematik becerileri çocukların matematiksel süreçleri anlamalarını, problem çözmelerini ve matematiksel düşüncelerini anlamlı olarak yapılandırmalarını içeren üst düzey becerilerdir. Sözel sayma veya parmak sayma üzerinde fazla zaman harcanması, ileri seviye matematik stratejilerinin öğrenilmesini geciktirebilmektedir. Sayılar, işlemler, geometri, ölçme gibi matematik içerik standartlarıyla birlikte problem çözme, akıl yürütme, ispat, ilişkilendirme, iletişim ve temsil gibi süreç standartlarının da etkin kullanıldığı, çocukları bilgi düzeyinden anlama, yorumlama ve problem çözme gibi daha anlamlı ve derin öğrenmeler sağlayacakları şekilde planlanan etkinlikler, hem temel hem de ileri düzey matematik becerilerinin desteklenmesine olanak vermekte, böylelikle çocukların daha sonraki dönemlerde karşılaşacakları matematik zorluklarıyla başa çıkmalarını da kolaylaştırmaktadır (Clements & Sarama, 2020; Engel vd., 2013; Nguyen vd., 2016).

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı somut aşamadan başlayarak farklı temsillerin etkili kullanımını sağlayan bir programdır. Soyut ve karmaşık matematik içeriklerini somut, yarı somut ve soyut temsil çeşitleriyle deneyimleme fırsatı sağlamaktadır. *Programın* ilk aşaması olan somut aşaması çocukların matematiksel kavramları sonraki yarı somut (temsili) soyut aşamalara temel oluşturacak şekilde de öğrenmeleri temel alınarak tasarlanmıştır. Program sürecinde çocuklar bir matematik kavramını veya becerisini öncelikle somut nesnelerle öğrenmiş, resim gibi temsillerle tekrarlar yaparak soyutlamaya doğru adım atmış, matematik sembolleri ve yazımı ile de soyutlamayı deneyimlemişlerdir. Resim, grafik, sembol gibi temsiller soyutlama egzersizleri olarak kullanılmıştır. İlgili alanyazın incelendiğinde temsiller temel alınarak tasarlanan erken matematik eğitim programlarının çocukların matematik becerilerini desteklediği görülmektedir (Björklund & Palmér, 2020; Barrocas vd., 2020; Scalise & Ramani, 2021; Strerner vd., 2020; Witzel vd., 2003). Örneğin, Witzel vd. (2003) risk altındaki çocuklara somut-yarı somut (temsili) ve soyut yaklaşımlı eğitim programı uygulamış eğitim alan çocukların almayan çocuklara göre daha fazla matematiksel kazanım elde ettiğini tespit

etmiştir. Björklund ve Palmér, (2022) gerçek dünya durumları, resimler, sözel semboller, yazılı semboller ve manipülatifler şeklinde temsil grupları ile eğitim verdiğinde çocukların matematik becerilerinin arttığını ve temsiller arasında bağlantı kurmalarını güçlendirdiğini belirlemiştir. Sterner vd. (2020) *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı* temel alan çalışmasında mevcut araştırma ile benzer şekilde altı yaşındaki çocuklara 10 haftalık bir program uygulamış ve programa katılan çocukların daha iyi matematik performansı gösterdiğini ortaya çıkarmıştır. Bu doğrultuda temsillerle verilen eğitimin matematik becerilerini desteklediği gibi, temsilleri tanımasına, temsiller arasında ilişki kurmasına imkân verdiği söylenebilir.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Witzel (2005) tarafından geliştirilmiş farklı temsil türlerinin kullanıldığı soyut matematiksel kavramların nitelikli bir şekilde anlaşılmasını hedefleyen bir felsefeye sahiptir. Aslında erken yıllarda bu yaklaşım eğitim felsefesinde vurgulanmakla birlikte Montessori yönteminde daha açık gözlenmesi mümkün olmaktadır (Laski, Jor'dan, Daoust & Murray, 2015). Montessori yönteminde matematik eğitimi, çocukların duyusal manipülatifler ve materyaller aracılığıyla matematiksel kavramlarla fiziksel etkileşimde bulunmasını, çocuğun ihtiyacına uygun olarak somuttan soyuta doğru ilerleyen materyallerle çalışmasını içerir (Boscolo, Crescenzi & Scoppola, 2021). Somuttan soyuta doğru öğrenme eğitim programlarının felsefesinde çokça vurgulansa da uygulamaya nasıl dönüştürüleceği ile ilgili eksikler bulunmaktadır. Bu bağlamda çalışmanın önemli bir rehber olduğu söylenebilir.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın soyut aşaması çocukların sembolik, dil ve matematiksel düşünme süreçlerini destekler nitelikte sembolleri ve çizimi içeren etkinlikler ile tasarlanmıştır. Bu noktada Worthington vd. (2019)'un yapmış olduğu çalışmada çocukların kurdukları matematiksel bağlamları temsil etmek için kullandıklarını matematiksel işaret türlerini ayrıntılı olarak incelemişler, çocukların soyut yazı ve matematik sembolleri arasındaki bağlantıların yavaş yavaş ortaya çıktığını ve bu bağlantıların ortaya çıkmasında matematiksel çizimlerin önemli olduğunu vurgulamışlardır. Cartwright (2023) matematiksel problem durumlarını içeren hikayeler sonrasında yaptıkları *ikonik ve resimsel* çizimlerin çocukların problem durumlarına ürettikleri çözüm yollarını anlamak için önemli araçlar olduğunu belirtmiştir. Çocukların çizimleri kavramları temsil etme ve matematiksel düşüncelerini ifade etme aracıları olarak görülebilir (MacDonald, 2013).

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı çocukların matematiksel fikirleri farklı temsillerle keşfetmelerini, sembolik ve soyut matematiği anlamlandırmalarını ve deneyimlemelerini desteklemektedir. Program çocuklara kendi matematiksel düşüncelerini geliştirme ve ifade etme fırsatı tanımaktadır. İlgili literatür incelendiğinde benzer şekilde farklı temsiller sunulduğunda çocukların sembolik matematikle ilgili daha anlamlı öğrenmeler sağladıkları ve daha iyi matematik performansı gösterdikleri görülmektedir (Barrocas vd., 2020; Cartwright, 2023; Ching & Wu, 2019; Li vd., 2018; Lira vd., 2017; MacDonald, 2013; Otsuka & Jay, 2017; Scalise & Ramani, 2021; Worthington vd., 2019). Li vd. (2018), dört-sekiz yaşındaki çocukların sembolik olmayan ve sembolik sayısal temsillerini ve matematiksel becerilerini inceledikleri çalışmada sembolik sayısal becerilerin matematik performansı üzerinde doğrudan bir etkiye sahip olduğunu, sembolik olmayan sayısal becerilerin ise sembolik beceriler aracılığıyla matematik performansı üzerinde dolaylı bir etkiye sahip olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Boylamsal veriler ayrıca, erken çocukluk dönemindeki sembolik olmayan becerilerin daha sonraki matematiksel becerileri önemli ölçüde etkilediğini de göstermektedir. MacDonald (2013) çalışmasında çocukların sembolik ve soyut aşamaya doğru ilerleyen çizimlerle kendi temsillerini nasıl oluşturduklarını matematiksel düşünceleri ile ilgili anlamlı öğrenmeleri nasıl inşa ettiklerini incelemiş, çocukların çizimlerinin matematiği öğrenme yollarını anlama açısından önemli olduğu sonucuna ulaşmıştır. Lira vd. (2017) ise okul öncesi dönem, birinci sınıf ve ikinci sınıf çocuklarla yürüttüğü çalışmasında da sayısal, sembolik ve dilsel deneyimlerin çocukların matematik becerilerini olumlu yönde etkilediği bulgusunu elde etmiştir.

Deney grubu öğretmeni ile yapılan görüşmeden elde edilen nitel bulgular incelendiğinde nicel bulguları destekler nitelikte *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* çocukların matematik becerilerine katkıda bulunduğu belirlenmiştir. Matematik becerilerine ek olarak bilişsel süreçleri (dikkat süreleri, merak ve keşif süreçleri) ile sosyal duygusal ve dil gelişimlerine de katkı sağladığı tespit edilmiştir. Matematik becerileri sadece matematik problemlerinin çözümü sağlamakla kalmayıp, dikkat, bellek, akıl yürütme, ilişki kurma gibi bilişsel süreçler başta olmak üzere, sosyal-duygusal gelişim, dil gelişimi, merak ve keşfetmenin artmasına da katkıda bulunur (Pappas, Drigas & Polychroni, 2018; Watanabe, 2019; Zetriuslita Wahyudin & Dahlan, 2018). Yıldız ve Kayılı (2023) 48-72 aylık çocuklarla yaptığı çalışmasında matematik becerileri ile dil becerileri arasında pozitif bir ilişki olduğunu ve bilişsel ve dil gelişiminin birbiriyle bağlantılı

olduğunu ortaya koymuştur. Dil matematik kavramlarını görünür kıldığından, matematiksel yeterliliklerin kazanılmasında katkı sağlamaktadır (Xu vd., 2022). Dil becerilerinin ve çalışma belleği kapasitelerinin okul öncesi dönemden ilkokul çağına kadar matematiksel öğrenmeyi açıkladığı boylamsal çalışmayla da desteklenmektedir (Viesel-Nordmeyer, Röhm, Starke & Ritterfeld, 2022). Diğer yandan matematiksel becerilerin artırışı ile sosyal-duygusal becerilerin de desteklenmesi matematiğin sosyal-duygusal boyutunun varlığını ortaya koymaktadır (Koç, 2020). Sonuç olarak, matematiksel becerilerin gelişimi bilişsel süreçler, dil edinimi, sosyal-duygusal gelişim ve üstbilişsel mekanizmalarla bağlantılıdır. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* matematik içeriği, temsiller kadar öğrenmeyi destekleyen iletişim, akıl yürütme, ilişki kurma gibi öğrenme süreçlerine, çocuk merkezlilik, Oyun, Drama, Türkçe gibi etkinliklerle de bütünleştirmeye, değerlendirmeye ve öğretmene rehberlik sağlanmasına da bağlı olarak çocukların matematik becerilerinin yanı sıra sosyal-duygusal, dil gibi diğer gelişim alanlarına katkı sağlamış olabilir.

Araştırmacının yaptığı gözlemlerde çocukların programı uygulama sürecinde somut, yarı somut (temsili) ve soyut aşamalarda kazanımları olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Somut aşamada; manipülatif materyaldeki matematiksel içeriği fark etme, manipülatif materyali problem durumuna çözüm bulmak için kullanmada, yarı somut (temsili) aşamada, görseldeki matematiksel içeriği fark etme, görseldeki matematiksel içeriği amacına uygun kullanımında, soyut aşamada ise matematiksel sembolleri farketme, matematiksel sembollerin çizimle aktarılması, matematiksel sembolleri sözel olarak kullanmada kazanımlar elde ettikleri belirlenmiştir. Soyut aşamada çocukların sembolleri çizimle aktarırken dinamik, resimsel, simgesel, yazılı ve sembolik olarak farklı şekillerde tercih ettikleri görülmüştür. Otsuka ve Jay (2017)' in çalışmasında çocuklarda soyut düşüncenin gelişiminde çeşitli temsillerle ifade ettiklerini belirtmektedir. Soyut düşünmenin gelişiminde yetişkinle düşünce paylaşımı, çocukların düşünmeleri için ayırdıkları zaman ve bireysel oyunlarında yaşadıkları memnuniyetin önemli olduğuna vurgu yapmışlardır. Nicel bulgularda program uygulandıktan sonra ileri matematik becerilerinde görülen artışa ek olarak çocukların matematiksel düşüncelerini aktardıkları çizimleri incelendiğinde matematiksel sembolleri fark ettikleri, çizimle aktardıkları ve sözel olarak ifade ettikleri görüldüğünden *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının* beklenen hipotezi gerçekleştirdiği söylenebilir.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı, pedagojik süreçlerin erken matematik eğitiminde nasıl yapılandırılacağını belirlemek için tasarlanmıştır. Program, çocukların matematiksel kavramları somut, yarı somut ve soyut aşamalarda anlamalarına olanak sağlayacak şekilde geliştirilmiştir. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* temel beceriler (eşleştirme, karşılaştırma, sıralama, gruplama, sınıflama, örüntü), sayma ve işlemler, problem çözme ve uzamsal algı içeriklerinden oluşmakla birlikte yaklaşımın içeriklerle bütünleştirilmesini içermektedir. Çocukların ilk aşamada somut manipülatif araçlar kullanarak kavramları deneyimlemesi teşvik edilmekte, yarı somut (temsili) aşamada bu somut deneyimleri sembolik temsillerle ilişkilendirerek kavramların görsel bir temsili sağlanmaktadır. Son aşamada ise soyut kavramlar sembollerle ilişkilendirilerek matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi desteklenmektedir.

Soyut temsil aşamasında, programın odak noktası, çocukların hem matematiksel dil hem de sembolik/matematiksel çizimler aracılığıyla soyut kavramları ifade etme becerilerini güçlendirmektir. Bu aşama, çocukların soyut matematiksel kavramları somut ve sembolik olarak ifade etmelerini destekleyerek, matematiksel dil becerilerinin gelişimine katkı sağlanmaktadır. Özellikle erken matematikte temsillerin hepsi önem taşımaktadır çünkü çocuklar için soyut kavramları somut ve sembolik terimlerle ilişkilendirmek, daha ileri matematik kavramlarına geçiş yapmalarını kolaylaştırabilir. Bu aşama, çocukların matematiksel düşünceyi semboller aracılığıyla ifade etmelerini teşvik ederken, ileri matematikte bu yeteneklerini geliştirmelerine olanak sağlayacak temel oluşturur. Programın soyut aşaması, çocukların matematiksel dil kullanımını güçlendirerek ve soyut kavramları sembolik ifadelerle ilişkilendirerek ileri matematik becerilerini desteklemeyi hedeflemektedir. Bu sayede, erken dönemde kazanılan temsil yetenekleri, ileri matematikte daha karmaşık kavramları anlamalarına katkıda bulunabilir.

Özetle bu çalışma ve yapılan önceki çalışmalar eğitim verildiğinde çocukların somuttan soyuta doğru kazanım elde edebileceklerine işaret etmektedir. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* somuttan soyuta doğru çocukların matematiksel becerilerini ve matematiksel düşünme süreçlerinin desteklenmesini içeren bir programdır. Somuttan soyuta temelli olduğundan dolayı hem erken matematik becerileri hem de ileri matematik becerilerinin desteklenmiştir. Bu bağlamda programın öğretmenlere ve araştırmacılara yol gösterici olacağı düşünülebilir.

5.2. Öğretmen Pedagojik Bilgi ve Uygulamalarına İlişkin Sonuçlar ve Tartışma

Araştırmada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı*nı uygulayan deney grubu öğretmenin kontrol grubuna göre matematiğe ilişkin pedagojik alan bilgisinde artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca deney grubu öğretmenin son test puanlarının ön test puanlarında yüksek olduğu belirlenmiştir. İzleme testi sonuçlarında da programın etkisinin devam ettiği tespit edilmiştir.

Bu çalışmada öğretmen *Somut-Yarı Somut (Tesmili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* ile ilgili eğitim almış ve bu programın uygulama ve değerlendirmesinde aktif rol almıştır. Nitel aşamada deney grubu öğretmeniyle yapılan görüşmede *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı*'nın pedagojik alan bilgisi ile ilgili nicel bulguları destekler şekilde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Pedagojik alan bilgisine ek olarak uygulama sürecinde ve matematiğe karşı tutumda da programın öğretmenin mesleki gelişimine katkı sağladığı belirlenmiştir. Programı uyguladıktan sonra öğretmenin matematiğe karşı olumlu duygularının arttığı ve çocukların matematik becerilerini desteklemede yeterli hissettiği belirlenmiştir. Uygulama sürecinde ise farklı temsil biçimlerinde matematik içeriği hazırlama, matematiği diğer alanlarla bütünleştirme, matematik etkinliklerinin sayısında artma, çocuklara bireysel destek için zaman kalması ve çocukların matematik etkinliklerine etkin katılımını sağlamada katkı sağladığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerin matematikle ilgili eğitim programlarına katılmaları bilgi, inanç ve tutumlarını değiştirebilmektedir (Fishman, Marx, Best & Tal, 2003). Yeni stratejiler deneyimlemelerini sağlamak, bunları sınıf ortamından örneklerle görmelerini ve uygulamalarına dahil etmeleri konusunda destek olmak her kıdemdeki öğretmeni geliştirici imkan sağlamaktadır (Chen & McCray, 2012). Öğretmenlerin öğrenme deneyiminin temel amacı, matematiksel durumları görmesine ve keşfetmesine yardımcı olmak olsa da, aynı zamanda matematik hakkındaki tutumlarının değişmesini de sağlamaktır (Fishman vd., 2003). Öğretmenlerin matematiğe yönelik tutumları matematik eğitimine yönelik yaklaşımlarını ve dolayısıyla çocukların kazanımlarını etkileyebilir (Ernest, 1989).

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının etkin bir şekilde uygulanabilmesi için, öğretmene program başlamadan önce programın temel ilkeleri, pedagojik yaklaşımı ve programda kullanılan matematik öğretim stratejilerini ilgili detaylı

bilgi verilmiştir. Ayrıca, her hafta gerçekleştirilecek etkinlikler öncesinde, öğretmenle birebir görüşmeler düzenlenmiş ve o hafta içinde uygulanacak olan etkinlikler detaylı bir şekilde gözden geçirilmiş, uygulamaya yönelik yol haritası belirlenmiştir. Program süreci boyunca, haftada iki gün öğretmen uygulama yaparken, araştırmacı sınıfta bulunmuş ve gözlemlerini not alarak süreci takip etmiştir. Bu gözlemler, öğretmenin matematik eğitimi sürecindeki matematiksel uygulamalarını geliştirmeleri için önerilerde bulunma açısından önem taşımıştır. Araştırmacının etkin bir şekilde süreci izlemesi, öğretmenin mesleki becerilerine katkıda bulunarak uygulamada daha etkili olmasına olanak tanımıştır. Araştırmacı, eğitim programını uygulama sürecinde öğretmenin ihtiyaç duyduğunda bilgilendirme yapmış ve etkinliklerde kullanılan yöntemlerle ilgili öğretmenle fikir birliğine varılmıştır. Bu, öğretmenin eğitim ortamını programın amacına uygun düzenlemesine ve programı daha etkili bir şekilde uygulamasına olanak sağlamıştır.

Matematik eğitiminde beklenen kazanımlara ulaşılabilmesi için öğretmen ve çocuğun etkin katılımı gerekmektedir. Nitelikli öğretmenler çocuğun ne yaptığını ve ne düşündüğünü yorumlamakta ve durumu çocuğun bakış açısından görmeye çalışmaktadır. Çocukla etkileşime girdiklerinde çocuğun bulunduğu gelişim düzeyini ve yaşını da dikkate almakta böylece çocuğun bir sonraki düşünme düzeyine erişmesine destek ve rehber olmaktadırlar (Clements & Sarama, 2014). Çocukların farklı materyaller ve durumlarla etkileşime girecekleri ortam hazırlanması, sadece kâğıt üzerindeki etkinliklerle değil çevrelerinde matematikte kullanılabilecek farklı temsil çeşitleriyle etkileşime girmelerinin sağlanması bu desteğin temelini oluşturmaktadır (Erdoğan & Baran, 2005; Post & Cramer, 1989). *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* bu desteği sağlamada deney grubu öğretmenine önemli rehberlik sunmuştur.

Programın içeriği gereği farklı temsiller (somut, görsel ve sembol) sunarak çocukların nitelikli öğrenmeler edinmelerine katkıda bulunmuştur. Çocuklar için erken matematik becerilerinde en önemli noktalardan biri resmi ve resmi olmayan matematik arasındaki bağlantılardır. Bu bağlantıların sağlanması için; öğretmen çocuk arasındaki etkileşimin nitelikli olması ve öğretmen ihtiyaç duyduğunda rehberlik sağlanması gereklidir (Mononen, Aunio, Koponen & Aro, 2014; Sterner vd., 2020). Worthington vd. (2019) çocukların matematikte çizim gelişimlerinin ikonik çizimlerden soyut matematiksel sembollere doğru ilerlemesi için öğretmenlerin çocukları desteklemeleri gerektiğini ve çocukların matematiksel düşüncelerini derinleştirmeleri gerektiğini belirtmektedir. van Oers ve Poland

(2012) yapmış olduğu çalışmada çocukların temsillerinin matematiksel bir anlam kazanmasında öğretmenlerin etkileşiminin önemli olduğu sonucuna ulaşmıştır. *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* farklı temsiller (somut, görsel ve sembol) sunarak çocukların nitelikli öğrenmeler sağlamasını amaçlarken aynı zamanda programı uygulayan öğretmenlerin de erken matematikle ilgili eğitim ortamı düzenleme, temsilleri etkili kullanma, çocukları gözlem ve değerlendirme açısından da desteklemektedir.

Eğitim programında yer alan somuttan soyuta farklı temsiller aslında öğretmen çocuk arasındaki etkileşimin potansiyelini fark etmek için de oldukça önemlidir (Björklund & Palmér, 2022). Bu etkileşimin nitelikli olması, çocukların başlangıçta somut matematiksel materyallerle anlamlı bağlantılar kurmasını ve giderek soyutlaşan matematikte bireysel olarak desteklenmelerini sağlamaktadır (Witzel vd., 2008). Somuttan soyuta doğru matematiksel öğrenmelerde öğretmenler aynı kavramın daha geniş bir perspektifini çocuğun önceden deneyimi olduğu anlayışa ekleyerek yeni anlamlar geliştirmelerini sağlayabilir. Çocuklar önceden bildiği veya deneyimlediği kavramlara yeni bir anlam eklediğinde, matematiksel bir kavramı daha iyi anlama ve yorumlama fırsatına sahip olur (Duval, 2006). Bu noktada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı* da uygulayan öğretmenlerin çocukların matematiksel kavramları öğrenme süreçleri ile ilgili daha nitelikli eğitim ortamları hazırlamalarını desteklemektedir. Program uygulanma sürecinde somut-yarı somut (temsili)-soyut aşamalarla oluşturan etkinliklerde matematik içeriklerinin (temel beceriler, sayılar, işlemler, geometri, ölçme) matematiksel süreçlerle (problem çözme, akıl yürütme, ispat, ilişkilendirme, iletişim ve sembolleştirme) bütünleştirilmesi ve çocukların gelişimlerine uygun olarak tasarlanması nitelikli matematik eğitimi ortamı oluşturmasını sağladığı böylece programı uygulayan öğretmeni matematiksel pedagojik bilgi, tutumları ve uygulama süreçlerinde bütünsel olarak desteklediği söylenebilir.

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı çocukların bireysel farkları düşünülerek tasarlanmıştır. Son yıllarda sınıftaki bütün çocuklara ulaşmak için bireysel olarak ilgilenmek ilgili çalışmalar öğretmenlerin zorlanmalarına neden olabilmektedir (Jones & Tiller, 2017). Witzel (2005) yapmış olduğu çalışmada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımının* matematik eğitiminde bireysel olarak destekleyerek çocuklara faydalı olduğunu ortaya çıkartmıştır. Bu noktada programı uygulayan

öğretmenlerin sınıftaki tüm çocukların erken matematikte kendi bireysel seviyesinde ilerlemesi için gerekli eğitim ortamını hazırlamaları için yeterliliklerini destekledikleri söylenebilir.

Erken matematik eğitiminde öğretmenin kazandırılmak istenen matematik kavram ve becerilerine yaklaşımı, kullandığı stratejiler oldukça önemlidir. Programın öğretmen eğitimi içermesi programın sürdürülebilirliğine katkı sağlamıştır. Ayrıca eğitim programına katılan öğretmenler programının meslek hayatı boyunca karşılaştığı çocuklara uygulaması sürdürülebilirliğini sağlayacaktır. Somut-yarı somut (temsili)-soyut yaklaşım modelini uygulaması için öğretmenlerin erken matematikle ilgili pedagojik bilgilerini desteklemiş, tutum ve algılarını olumlu olarak etkilemiş, başlangıçtan değerlendirme sürecine kadar deneyimlemesi bu programda öğretmene katkı sağlamıştır. Ortaya çıkan sonuç öğretmene sunulan bu imkânın en iyi şekilde değerlendirildiğine işaret etmektedir.

5.3. Öneriler

Araştırmanın sonucunda verilebilecek öneriler aşağıda sıralanmıştır.

5.3.1. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın çocukların ileri matematik becerilerini desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Çocuklar için geliştirilen matematik eğitim programlarında matematiksel düşüncelerini geliştirmeleri ve ifade etmeleri için fırsatlar sunulmalıdır. Temel seviyede matematik becerilerine ek olarak, çocukların erken matematik becerilerini güçlendirecek kazanımlar eklenebilir. Program, çocukların farklı öğrenme hızlarına ve stillerine uygun öğrenme deneyimleri sunacak şekilde düzenlenebilir.

Somut- Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nın yaygınlaşmasına yönelik çalışmalar yapılabilir. Çocuklara matematik kavramlarını somut deneyimlerle başlatma, daha sonra yarı somut ve soyut seviyelere geçiş yapma konusunda rehberlik edilerek, öğrenme sürecini daha etkili ve sürdürülebilir hale gelmesi sağlanabilir. Boylamsal çalışmalar ile programın etkisi takip edilebilir.

Somut- Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı eğitim alıp almalarına göre belirlenmiş, program geliştirme hedeflendiğinden ölçüt örnekleme yoluna gidilmiştir. Sonraki çalışmalarda ileri matematik becerilerinin düşük ya da yüksek puan alan çocuklarla deneysel uygulamalar yapılabilir. Deneysel uygulamalar, ileri matematik becerilerinde düşük ya da yüksek puan alan çocuklar arasında karşılaştırmalar yaparak, eğitim programlarının etkisini daha ayrıntılı bir şekilde değerlendirmeyi sağlayabilir. Özellikle matematikle ilgili bireysel farklarda öğretim stratejilerinin ve matematik müfredatının nasıl daha etkili hale getirilebileceği konusunda önemli bilgiler sunabilir.

Yapılan çalışmada *Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı*'nın çocukların erken aritmetik becerileri ve ileri matematik beceri ön test, son test ve izleme testi olarak incelenmiştir. Programda üçüncü aşamada yer alan soyut matematik becerileri desteklendiği düşünüldüğünde erken okuryazarlıkla ilgili çalışmalar planlanabilir.

Çalışma grubunda yer alan çocuklar farklı sosyo-ekonomik düzeylerden seçilebilir. Çalışma grubunda yer alan çocukların seçiminde farklı sosyo-ekonomik düzeylerinin seçilmesi sonuçların daha geniş bir çocuk kitlesi için anlamlı olmasına katkı sağlayabilir. Bu sayede, sosyo-ekonomik faktörlerin matematik öğrenimi üzerindeki etkilerini anlamak ve eğitim stratejilerini bu faktörlere göre düzenlemek mümkün olabilir.

Araştırmada Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri testi geliştirilmiştir. Geliştirilen ileri matematik becerileri testi, çocukların matematik becerilerini değerlendirmek ve farklı alanlarda karşılaştırmalar yapmak için kullanılabilir. Bu test, çocukların ileri matematik becerilerini incelemek ve matematikle ilgili eğitim programlarına rehberlik etme açısından önemli bir kaynak sağlayabilir.

Matematik eğitimi alanından uzmanlarla iş birliği içerisinde disiplinlinler arası çalışmalar üretilebilir ve onlardan alınacak destek ile çocuk ve öğretmenler için programlar hazırlanabilir. Özellikle soyut kısımda matematik alanından uzmanlarla çalışmalar güçlendirilebilir. Matematik eğitimi uzmanlarıyla disiplinler arası iş birliği, araştırmaya daha farklı bir bakış açısı kazandırabilir, karmaşık becerilerin öğretiminde etkili stratejilerin belirlenmesine yönelik önemli görüşler sunabilir. Soyut matematik kavramlarının öğrenilmesi, genellikle çocuklar için zorlayıcı olabilir, bu nedenle uzmanların rehberliği bu aşamada kritik bir rol oynayabilir.

5.3.2. Uygulamaya Yönelik Öneriler

Matematik ile ilgili uygulamaların nitelikli hale getirilmesi amacıyla öğretmenlerin somut-yarı somut (temsili)-soyut yaklaşımın teorik ve uygulamalı olarak anlatıldığı eğitimler verilebilir. Öğretmenlerin bu yaklaşımın teorik ve uygulamalı yönlerini anlama ve içselleştirme süreçlerini desteklemek amacıyla düzenlenecek eğitimler, profesyonel gelişimlerini güçlendirebilir.

Öğretmenle yapılan görüşmede matematikle ilgili zorlandığı noktalar olduğunu ve eğitim programından sonra azaldığını böylece bireysel desteğe ihtiyacı olan çocuklarla da ilgilenebildiğini belirtmiştir. Eğitim programı ile ilgili etkinlikler öğretmenlerle paylaşılabilir ve daha çok öğretmene ulşaması açısından Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) ile ortak çalışmalar yürütülebilir. MEB ile iş birliği, bu yaklaşımın daha geniş kitlelere ulaşmasını sağlayabilir. Ortak çalışmalar, MEB' in kaynakları ve altyapısı ile eğitim programının daha geniş bir öğretmen kitlesine yayılmasına katkıda bulunabilir. Bu iş birliği, eğitim programının MEB standartlarına uygunluğunu sağlama ve sürekli destek sağlama konusunda önemli bir potansiyel sunabilir.

Öğretmenle yapılan görüşmede eğitim programını uygulamadan önce matematiği kendisinin de çok sevmediğini ve çocukların yaş grubuna uygun matematik öğrenme süreci hazırlarken zorlandığını belirtmiştir. Öğretmenlerin matematik becerisi veya algısı düşük olanlar belirlenip özel destek programları düzenlenerek, matematiksel becerileri daha etkili bir şekilde desteklemeleri için gerekli yetkinlikleri kazanmaları hedeflenebilir.

Öğretmenle yapılan görüşmede daha çok soyut matematik etkinlikleri yaptığını belirtmiştir. Öğretmenlerin somut-yarı somut (temsili)- soyut temsilleri daha iyi ayırt edebilmeleri için materyaller üretilebilir. Bu materyaller, öğretmenlere somut örneklerle başlayarak zamanla soyuta doğru ilerlemelerini sağlayabilir ve böylece sınıflarında bu yaklaşımı daha etkili bir şekilde uygulamalarına yardımcı olabilir.

KAYNAKLAR

Akuysal-Aydoğan, S., & Şen, S. (2011). 6 yaş çocuklarının sayı kavramının gelişiminde kavram eğitim programının etkisinin incelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, *2*(1), 38-51. https://dergipark.org.tr/en/pub/aduefebder/issue/33886/375214 sayfasından erişilmiştir.

Atherton, F., & Nutbrown, C. (2016). Schematic pedagogy: Supporting one child's learning at home and in a group. *International Journal of Early Years Education*, *24*(1), 63-79. https://doi.org/10.1080/09669760.2015.1119671

Athey, C. (2007). *Extending thought in young children: A parent-teacher partnership.* London: Sage.

Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years–a working model for educators. *European early childhood education research journal*, *24*(5), 684-704. https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424

Ayyıldız, H., & Aktas, M. C. (2022). Türkiye'deki matematik eğitimi alanındaki temsil araştırmalarının eğilimleri: Tematik içerik analizi çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *11*(1), 127-144. https://doi.org/10.30703/cije.969821

Bakar, K. A., & Karim, A. A. (2019). Young children's photographs of addition in the school environment. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, *9*(8), 1-14.

Baker, C., Tichovolsky, M., Kupersmidt, J., Voegler-Lee, M., & Arnold, D. (2015). Teacher (mis)perceptions of preschoolers' academic skills: Predictors and associations with longitudinal outcomes. *Journal of Educational Psychology*, *3*(107), 805-820. https://doi.org/10.1037/edu0000008

Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education.* Doctoral Dissertation, Michigan State University, East Lansing. Retrieved from https://deborahloewenbergball.com/s/Knowledge-and-reasoning-in-mathematical-pedagogy.pdf

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, *16*, 14-I 8.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barrocas, R., Roesch, S., Dresen, V., Moeller, K., & Pixner, S. (2020). Embodied numerical representations and their association with multi-digit arithmetic performance. *Cognitive processing*, *21*(1), 95-103. https://doi.org/10.1007/s10339-019-00940-z

Battle, T. S. (2007). Infusing math manipulatives: The key to an ıncrease in academic achievement in the mathematics classroom. Final research proposal. Retrieved from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED499956.pdf

Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1981). *Construct analyses, manipulative aids, representational systems and the learning of rational numbers*. Paper presented at the Fifth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, France.

Bekman, S., Aksu-Koç, A., & Erguvanlı-Taylan, E. (2012). Altı yaşındaki çocuklara yönelik bir müdahale programının etkisi: Bir yaz okulu modeli. *Türk Psikoloji Dergisi*, *27*(70). 48-60. https://www.acarindex.com/pdfler/acarindex-8510b52a-2efb.pdf sayfasından erişilmiştir.

Benz, C. (2016). Reflection: An opportunity to address different aspects of professional competencies in mathematics education. In T. Meaney, O. Helenius, M. Johansson, T. Lange & A. Wernberg (Eds.), *Mathematics education in the early years: Results from the POEM2 conference 2014*, (pp. 419-435). New York: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_23

Björklund, C. (2014). Less is more mathematical manipulatives in early childhood education. *Early Child Development and Care*, *184*(3), 469-485. https://doi.org/10.1080/03004430.2013.799154

Björklund, C., & Palmér, H. (2020). Preschoolers' reasoning about numbers in picture books. *Mathematical Thinking and Learning*, *22*(3), 195-213. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1741334

Björklund, C., & Palmér, H. (2022). Teaching toddlers the meaning of numbers connecting modes of mathematical representations in book reading. *Educational Studies in Mathematics, 110*(3), 525-544. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10147-3

Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM*, *52*, 607-619. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01177-3

Blakemore, S.-J., & Frith, U. (2005). *The learning brain: Lessons for education.* Oxford, UK: Blackwell. Retrieved from https://psycnet.apa.org/record/2005-07183-000

Bobis, J., & Way, J. (2018). Building connections between children's representations and their conceptual development in mathematics. *Forging Connections In Early Mathematics Teaching And Learning*, 55-72. https://doi.org/10.1007/978-981-10-7153-9_4

Boscolo, A., Crescenzi, M., & Scoppola, B. (2021). Origins and development of the Maria Montessori's mathematical proposal. *Rivista Di Storia Dell'educazione, 8*(2), 9-23. https://doi.org/10.36253/rse-10375

Boyd, W., Foster, A., Smith, J., & Boyd, W. E. (2014). Feeling good about teaching mathematics: Addressing anxiety amongst pre-service teachers. *Creative Education*, *04*(05), 207-217. https://doi.org/10.4236/ce.2014.54030

Bradley, J. R., Notar, C. E, Herring, D. F, & Eady, C. K. (2008). Teaching mathematics to elementary school students using a variety of tools. *Asian Social Science, 4* (4), 60-65.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction.* Harvard University.

Bruner, J. S. (1996). *The culture of education.* Harvard University.

Büyüköztürk, Ş. (2017). *Veri analizi el kitabı* (23. Baskı). Ankara: Pegem.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem.

Caine, R. N., Caine, G., McClintic, C., & Klimek, K. (2005). 12 brain/mind learning principles in action: The field book for making connections, teaching and the human brain. Thousand Oaks, CA: Corwin.

Cartwright, K. (2023). Interpreting young children's multiplicative strategies through their drawn representations. *Mathematics Education Research Journal*, 1-31. https://doi.org/10.1007/s13394-023-00450-4

Cartwright, K., Bobis, J., & Way, J. (2021). Investigating students' drawings as a representational mode of mathematical fluency. In Y. H. Leong, B. Kaur, B. H. Choy, J. B. W. Yeo, & L. F. Wong (Eds.), *Excellence in Mathematics Education: Foundations and Pathways: Proceedings of the 43rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 114–117). Singapore: Merga. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED616197.pdf

Catherwood, D. (2000). New views on the young brain: offerings from developmental psychology to early childhood education. *Contemporary Issues in Early Childhood*, *1*(1), 23-35. https://doi.org/10.2304/ciec.2000.1.1.4

Chen, J. Q., & Chang, C. (2006). A comprehensive approach to technology training for early childhood teachers. *Early Education and Development*, *17*(3), 443-465. https://doi.org/10.1207/s15566935eed1703_6

Chen, J. Q., & McCray, J. (2012). A conceptual framework for teacher professional development: The whole teacher approach. *NHSA dialog, 15*(1), 8-23. https://doi.org/10.1080/15240754.2011.636491

Ching, B. H. H., & Wu, X. (2019). Concreteness fading fosters children's understanding of the inversion concept in addition and subtraction. *Learning and Instruction*, *61*, 148-159. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.10.006

Claessens, A., & Engel, M. (2013). How important is where you start? Early mathematics knowledge and later school success. *Teachers College Record*, *115*(6), 1-29. https://doi.org/10.1177/016146811311500603

Claessens, A., Engel, M., & Curran, F. C. (2014). Academic content, student learning, and the persistence of preschool effects. *American Educational Research Journal, 51*(2), 403-434. https://doi.org/10.3102/0002831213513634

Clarke, B., Smolkowski, K., Baker, S. K., Fien, H., Doabler, C. T., & Chard, D. J. (2011). The impact of a comprehensive Tier I core kindergarten program on the achievement

of students at risk in mathematics. *The Elementary School Journal*, *111*(4), 561-584. https://doi.org/10.1086/659033

Clements, D. H. (1999). Subitizing: What is it? Why teach it?. *Teaching Children Mathematics*, *5*(7), 400-405. https://doi.org/10.5951/TCM.5.7.0400

Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.

Clements, D. H., Dumas, D., Dong, Y., Banse, H. W., Sarama, J., & Day-Hess, C. A. (2020). Strategy diversity in early mathematics classrooms. *Contemporary Educational Psychology*, 60, 101834. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.101834

Clements, D. H., Sarama, J., & DiBiase, A. M. (2003). *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Routledge.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Research methods in education*. Routledge.

Copley, J. V. (2004). The early childhood collaborative: A professional development model to communicate and implement the standards. In D. H. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 401-414). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cox, G. J. (2011). *Preschool caregivers' mathematical anxiety: Examining the relationships between mathematical anxiety and knowledgeand beliefs about mathematics for young children*. Doctoral Dissertation, Texas Woman's University, Texas. Retrieved from https://www.proquest.com/openview/fc914f683c0cf1b651477a065cb09503/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750

Creswell, J. W. (2023). Nitel araştırma yöntemleri. *Qualitative research methods. M. Bütün & SB Demir,* Çeviri (Ed.): Siyasal.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Los Angeles, CA: Sage.

Creswell, J. W., & Plano-Clark, V. L. (2020). *Designing and conducting mixed methods research.* Los Angeles, CA: Sage.

Creswell, J.W. (2016). *Araştırma Deseni nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları*, (S.B. Demir, Çev.). Ankara: Eğiten.

Çakır, R, & Ergül, C., (2022). Investigation of working memory performances of children with low early mathematics achievement. *Eğitim ve Bilim*, *47*(209). 133-153. http://doi.org/10.15390/eb.2022.10389

Çalamak, E. K., Olkun, S., & Özdoğan, S. S. (2022). Çokkültürlü sınıflarda matematik eğitimi: Öğretmen uygulamaları üzerine bir inceleme. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, *12*(1), 123-155. https://doi.org/10.18039/ajesi.926493

Çelik, M. & Kandır, A. (2013). 61-72 aylık çocukların matematik gelişimine "küçük çocuklar için büyük matematik (Big Math For Little Kids)" eğitim programının etkisi. *Kuramsal Eğitimbilim*, *6(*4),551-567. http://dx.doi.org/10.5578/keg.6712

Çelik, M. ve Kandır, A. (2011). Matematik gelişimi 6 testi (Progress in maths) nin 60-77 aylar arasında olan çocuklar için geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kuramsal Eğitimbilim, 4*(1), 146-153.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Ankara: Pegem.

Çolak, F. G., & Kandır, A. (2020). The effect of pattern-based mathematics education program on 61-72-month-old children's reasoning skills. *International Online Journal of Educational Sciences, 11*(3), 13-33. http://dx.doi.org/10.15345/iojes.2019.03.002

Dağlı, H., Dağlıoğlu, H. E., & Atalmış, E. H. (2019). Development of a preschool teachers' pedagogical content knowledge scale regarding mathematics. *International Journal of Assessment Tools in Education, 6*(4), 617-635. https://doi.org/10.21449/ijate.593636

Dawkins, R. S. (2020). *A case study exploring the nature of how prekindergarten teachers' mathematics ınstruction decisions relate to their mathematics pedagogical content knowledge*. Doctoral Dissertation, Teaching & Learning, Old Dominion University, USA. Retrieved from https://digitalcommons.odu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1061&context=teachinglearning_etds

De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and

behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 48-55. https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001

Demirel, Ö. (2020). *Kuramdan uygulamaya eğitimde program geliştirme*. Ankara: Pegem.

DePascale, M., Prather, R., & Ramani, G. B. (2021). Parent and child spontaneous focus on number, mathematical abilities, and mathematical talk during play activities. *Cognitive Development*, *59*, Article 101076. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2021.101076

DeVellis, R. F. (2016). *Scale development: Theory and applications.* Los Angeles, CA: Sage.

Devlin, D., Moeller, K., & Sella, F. (2022). The structure of early numeracy: Evidence from multi-factorial models. *Trends in Neuroscience and Education*, *26*, Article 100171. https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100171

Dijk, E. F., van Oers, B., & Terwel, J. (2004). Schematising in early childhood mathematics education: Why, when and how?. *European Early Childhood Education Research Journal*, *12*(1), 71-83. https://doi.org/10.1080/13502930485209321

Donlan, C. (2020). Book review of "an introduction to mathematical cognition" by C. Gilmore, SM Göbel, and M. Inglis. *Journal of Numerical Cognition*, *6*(2), 260-262. https://doi.org/10.5964/jnc.v6i2.299

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, *43*(6), 1428. https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428.

Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. *Basic issues for learning*, *23*, 1, 3–26.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies İn Mathematics, 61*(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Ekdahl, A. L. (2021). Different learning possibilities from the same activity—Swedish preschool teachers' enactment of a number relation activity. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *65*(4), 601-614. https://doi.org/10.1080/00313831.2020.1739131

Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Georgiou, A. (2010). The role of pictures in picture books on children's cognitive engagement with mathematics. *European Early*

Childhood Education Research Journal, *18*(3), 275-297. https://doi.org/10.1080/1350293X.2010.500054

Engel, M., Claessens, A., & Finch, M. A. (2013). Teaching students what they already know? The (mis) alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *35*(2), 157-178. https://doi.org/10.3102/0162373712461850

Erdoğan, S. Ç., & Baran, G. (2005). Erken çocukluk döneminde matematik. *Eğitim ve Bilim, 28*(130). 32-40. http://eb.ted.org.tr/index.php/EB/article/download/5101/1186 sayfasından erişilmiştir.

Erdoğan, S. ve Baran, G. (2006). Erken matematik yeteneği testi-3 (TEMA-3)'ün 60-72 aylar arasında olan çocuklar için uyarlama çalışması. *Çağdaş Eğitim Dergisi, 31*(332), 32-38.

Ergül, A. (2014). *Erken matematiksel akıl yürütme becerileri değerlendirme aracı geliştirilmesi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ergül, A., & Artan, S. (2015). Erken matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 8*(4), 454–485. https://doi.org/10.5578/keg.8984

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of education for teaching*, *15*(1), 13-33. https://doi.org/10.1080/0260747890150102

Evans, D., & Field, A. P. (2020). Predictors of mathematical attainment trajectories across the primary-to-secondary education transition: parental factors and the home environment. *Royal Society Open Science*, *7*(7), 200422. https://doi.org/10.1098/rsos.200422

Fırat, Z.S. & Dinçer, Ç. (2018). Okul öncesi öğretmenlerin matematiksel ifadeleri kullanımlarının incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(2), 895-914. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018..-396525

Fishman, B. J., Marx, R. W., Best, S., & Tal, R. T. (2003). Linking teacher and student learning to improve professional development in systemic reform. *Teaching and teacher education*, *19*(6), 643-658. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(03)00059-3

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-hill.

Freudenthal, H. (1973). Organization of a field by mathematizing. In H. Freudenthal (Ed.), *Mathematics as an Educational Task* (pp. 131–146). Netherlands: Springer.

Gasteiger, H., & Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, *51*, 109-117. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.002

Geary, D. C., & Vanmarle, K. (2016). Young children's core symbolic and nonsymbolic quantitative knowledge in the prediction of later mathematics achievement. *Developmental Psychology*, *52*(12), 2130-2144. https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/dev0000214

Gilmore, C., Göbel, S. M., & Inglis, M. (2018). *An introduction to mathematical cognition*. Routledge.

Ginsburg, A., & Leinwand, S. (2005, November). *Singapore math: Can it help close the US mathematics learning gap*. CSMC's First International Conference on Mathematics Curriculum, University of Chicago, Chicago, IL.

Ginsburg, H. P., Cannon, J., Eisenband, J. G., & Pappas, S. (2005). Mathematical thinking and learning. In K. McCartney, & D. Phillips (Eds.), *Handbook of early child development* (pp. 208−229). Oxford, England: Blackwell.

Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (2013). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb. G.A. Goldin & B. Greer (Eds) *Theories of mathematical learning* (pp. 409-442). Routledge.

Goldin, G. A., & Shteingold, N. (2001). Systems of representation and the development of mathematical concepts. A. A Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The role of representation in school mathematics* (pp. 1- 23). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Guss, S. S., Clements, D. H., & Sarama, J. H. (2022). Highquality early math: Learning and teaching with trajectories and technologies. In A. L. Betts, & K. P. Thai (Eds.), *Handbook of research on innovative approaches to early childhood development and school readiness* (pp. 349-373). Hershey, PA: IGI Global.

Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B., Naqvi, S., & MacKinnon, S. (2017). Enhancing children's spatial and numerical skills through a dynamic spatial approach to early geometry instruction: Effects of a 32-week intervention. *Cognition and Instruction*, *35*(3), 236-264. https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1323902

Hazelton, M., & Brearley, D. (2008). Singapore math: Challenging and relevant curriculum for the gifted learner. *Understanding Our Gifted*, *21*(1), 10-12.

House, J. (2005). Mathematics beliefs and achievement of adolescent students in japan: Results from the timss 1999 assessment. *Psychol Rep, 3*(97), 717-720. https://doi.org/10.2466/pr0.97.3.717-720

Hsieh, W. Y., & McCollum, J. A. (2018). Teachers' perceptions of early math concepts learned from unit blocks: A cross-cultural comparison. *Early Child Development and Care, 189*(12), 1954–1969. https://doi.org/10.1080/03004430.2018.1423562

Huan, C., Chew, C. M., & Suseelan, M. (2022). Mathematics learning from concrete to abstract (1968-2021): A bibliometric analysis. *Participatory Educational Research*, *9*(4), 445-468. https://doi.org/10.17275/per.22.99.9.4

Hughes, M. (1986). *Children and number: difficulties in learning mathematics.* Oxford, UK: Basil Blackwell.

Hurst, M., Anderson, U., & Cordes, S. (2017). Mapping among number words, numerals, and nonsymbolic quantities in preschoolers. *Journal of Cognition and Development*, *18*(1), 41-62. https://doi.org/10.1080/15248372.2016.1228653

Işıtan, Y. (2020). *Okul öncesi öğretmenlerinin matematiksel pedagojik alan bilgileri ile matematik eğitimine yönelik inançları arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Jaciw, A. P., Hegseth, W. M., Lin, L., Toby, M., Newman, D., Ma, B., & Zacamy, J. (2016). Assessing impacts of math in focus, a "Singapore math" program. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, *9*(4), 473-502. https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1164777

Janvier, C. (1987). Translation process in mathematics education. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 27-32). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Johnson, B., & Christensen, L. (2014). *Eğitim araştırmaları: Nicel, nitel ve karma yaklaşımlar* (S.B. Demir, Çev.). Ankara: Eğiten.

Johnson, R.B. & Christensen, L. (2019). *Educational research: quantitative, qualitative, and mixed approaches*. Los Angeles: Sage.

Jones, J. P., & Tiller, M. (2017). Using concrete manipulatives in mathematical instruction. *Dimensions of Early Childhood*, *45*(1), 18-23. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1150546.pdf

Jordan, L., Miller, D., & Mercer, C. D. (1999). The effects of concrete to semiconcrete to abstract instruction in the acquisition and retention of fraction concepts and skills. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal, 9(*3), 115–122. Retrieved from https://www.proquest.com/openview/83a4751950e80fbf3bb2c84c78548d4b/1?pqorigsite=gscholar&cbl=18750&diss=y

Jung, M., Hartman, P., Smith, T. & Wallace, S. (2013). The effectiveness of teaching number relationships in preschool. *International Journal of Instruction, 6*(1),165-178. Retrieved from https://dergipark.org.tr/en/pub/eiji/issue/5138/70023

Kaçıra, A. B., & Dağlıoğlu, H. E. (2019). Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi'nin geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *39*(1), 211-247. https://doi.org/10.17152/gefad.377619

Kandir, A., Uyanık, Ö., & Çelik, M. (2017). The effect of Big Math for Little Kids Program on children's early academic and language skills. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *37*(1). 193-217. Retrieved from https://dergipark.org.tr/en/pub/gefad/issue/31116/337719

Kaput, J. (1987). Towards a theory of symbol use in mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 159-195). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Karademir, A., (2017). *Sorgulama temelli matematik etkinliklerinin çocukların matematiksel becerilerine etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Karakuş, H. (2020). *Okul öncesi matematik programının çocukların matematik becerilerine etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Karakuş, H. (2022). Erken Matematik Ölçeği'nin Türkçe'ye uyarlanması: Geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi, 5*(1), 197-220. https://doi.org/10.33400/kuje.1059336

Karakuş, H., Akman, B., & Ergene, Ö. (2018). The Turkish adaptation study of the mathematical development beliefs scale. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *8*(2). 211-228. http://doi.org/10.14527/pegegog.2018.009

Kılıçkaya, A., & Avcı, C. (2021). The impact of big math for little kids on children's number skills. *Journal of Faculty of Educational Sciences*, *54*(3). 777-803. 10.30964/auebfd.931541

Kilday, C., Kinzie, M., Mashburn, A., & Whittaker, J. (2011). Accuracy of teacher judgments of preschoolers' math skills. *Journal of Psychoeducational Assessment, 2*(30), 148-159. https://doi.org/10.1177/0734282911412722

Klibanoff, R., Levine, S., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. (2006). Preschool Children's Mathematical Knowledge: The Effect Of Teacher "Math Talk.". *Developmental Psychology, 1*(42), 59-69. https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.1.59

Kline P. (1994). *An easy guide to factor analysis*. London: Routledge.

Koç, E. S. (2020). Analysis of primary education curricula in terms of ınternational social and emotional skills. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, *11*(4), 481-510. https://doi.org/10.17569/tojqi.723172

Laski, E., Jor'dan, J., Daoust, C., & Murray, A. (2015). What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and montessori education. *Sage Open, 5*(2), 1-8. https://doi.org/10.1177/2158244015589588.

Lee, J. E. (2017). Preschool teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *International Journal of Early Childhood*, *49*, 229-243. https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1

Lee, J. S., & Ginsburg, H. P. (2009). Early childhood teachers' misconceptions about mathematics education for young children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, *34*(4), 37-45. https://doi.org/10.1177/183693910903400406.

Leong, Y. H., Ho, W. K., & Cheng, L. P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *Math. Educ. 16*, 1–18. Retrieved from http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/TME16_1.pdf

Lesh, R. (1979). The enactive mode of thought and its implications for mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 10*(1), 33-42.

Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics,12*(2), 235–264.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier, (Ed.),

Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Li, Y., Zhang, M., Chen, Y., Deng, Z., Zhu, X., & Yan, S. (2018). Children's non-symbolic and symbolic numerical representations and their associations with mathematical ability. *Frontiers in psychology*, *9*, 1-10. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01035

Lira, C. J., Carver, M., Douglas, H., & LeFevre, J. A. (2017). The integration of symbolic and non-symbolic representations of exact quantity in preschool children. *Cognition*, *166*, 382-397. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.05.033

Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Logan, J. A. R., & Purpura, D. J. (2021). "When do preschoolers learn specific mathematics skills? Mapping the development of early numeracy knowledge": Corrigendum. *Journal of Experimental Child Psychology*, 207, Article 105114. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2021.105114

MacDonald, A. (2013). Using children's representations to investigate meaning-making in mathematics. *Australasian Journal of Early Childhood*, *38*(2), 65-73. https://doi.org/10.1177/183693911303800209

Mainali, B. (2021). Representation in Teaching and Learning Mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *9*(1), 1-21. https://doi.org/10.46328/ijemst.1111

Mattoon, C., Bates, A., Shifflet, R., Latham, N., & Ennis, S. (2015). Examining computational skills in prekindergarteners: The effects of traditional and digital manipulatives in a prekindergarten classroom. *Early Childhood Research & Practice*, *17*(1), 1-9. http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1072360.pdf

McCluskey, C., Kilderry, A., Mulligan, J., & Kinnear, V. (2023). The role of movement in young children's spatial experiences: a review of early childhood mathematics education research. *Mathematics Education Research Journal*, *35*, 287-315. https://doi.org/10.1007/s13394-023-00446-0

McCray, J. (2008). *Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: relationships to teachıng practıces and chıld outcomes.* Doctoral Dissertation, Loyola Unıversıty, Chicago.

McCray, J. S., & Chen, J. Q. (2012). Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in*

Childhood Education, *26*(3), 291-307. https://doi.org/10.1080/02568543.2012.685123

MEB. (2013). *Okul öncesi eğitim programı*. www.meb.gov.tr sayfasından erişilmiştir.

Merriam, S. B. (2015). Qualitative research: Designing, implementing, and publishing a study. In S. B. Merrriam (Ed.), *Handbook of research on scholarly publishing and research methods* (pp. 125-140). IGI Global.

Milburn, T. F., Lonigan, C. J., DeFlorio, L., & Klein, A. (2019). Dimensionality of preschoolers' informal mathematical abilities. *Early Childhood Research Quarterly*, *47*, 487-495. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.006

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. New York: Sage.

Miller, J., & Warren, E. (2014). Exploring ESL students' understanding of mathematics in the early years: Factors that make a difference. *Mathematics Education Research Journal*, *26*, 791-810. https://doi.org/10.1007/s13394-014-0121-z

Mix, K. S., Prather, R. W., Smith, L. B., & Stockton, J. D. (2014). Young children's interpretation of multidigit number names: From emerging competence to mastery. *Child Development*, *85*(3), 1306-1319. https://doi.org/10.1111/cdev.12197

Mononen, R., Aunio, P., Koponen, T., & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, *6*(1), 25-54. https://doi.org/10.20489/intjecse.14355

Mulyani, T., Putra, A. (2023). Analysis Of Mathematic Representation Ability In Online Learning. *Mathline, 1*(8), 101-112. https://doi.org/10.31943/mathline.v8i1.259

National Association for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics (NAEYC & NCTM) (2010). *Position statement. Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. Retrieved from www.naeyc.org/resources/position_statements/psmath.htm

National Association for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics (NAEYC & NCTM), (2009). *Where we stand.* Available: 163. Retrieved from https://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/ecmath.pdf

National Association for the Education of Young Children and National Council of Teachers of Mathematics (NAEYC and NCTM). (2002). Position statement. Early

childhood mathematics: Promoting good beginnings Retrieved from http://www.naeyc.org/about/positions/psmath.asp

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National.

National Mathematics Advisory Panel (NMAP). (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel.* Washington, D.C: U.S. Department of Education.

National Research Council. (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: National Academies.

Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early childhood research quarterly*, *36*, 550-560. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003

Nisan, M., & İnal-Kızıltepe, G. (2019). The effect of early numeracy program on the development of number concept in children at 48-60 months of age. *Universal Journal of Educational Research*, *7*(4), 1074-1083. : 10.13189/ujer.2019.070419

Obersteiner, A., Reiss, K., Ufer, S., Luwel, K., & Verschaffel, L. (2014). Do first graders make efficient use of external number representations? The case of the twenty-frame. *Cognition and Instruction, 32*(4), 353–373. https://doi.org/10.1080/07370008.2014.948681

OECD (2022), *Education at a Glance 2022: OECD Indicators*, Retrieved from https://www.oecd-ilibrary.org/education/education-at-a-glance-2022_3197152b-en

Onoshakpokaiye, O. (2023). Early childhood mathematics: an ınsight into strategies for developing young children mathematical skills. *Mathematics Education Journal*, *7*(1), 16-30. https://doi.org/10.22219/mej.v7i1.24534

Oppermann, E., Anders, Y., & Hachfeld, A. (2016). The influence of preschool teachers' content knowledge and mathematical ability beliefs on their sensitivity to mathematics in children's play. *Teaching and Teacher Education*, *58*, 174-184. https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.05.004

Otsuka, K., & Jay, T. (2017). Understanding and supporting block play: Video observation research on preschoolers' block play to identify features associated with the

development of abstract thinking. *Early Child Development and Care*, *187*(5-6), 990-1003.

Önkol, L. F. (2012). *Erken sayı testinin uyarlanması ve erken sayı gelişim programının altı yaş çocukların sayı gelişimlerine etkisinin incelenmesi.* Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Palmer, S. E. (1977). Hierarchical structure in perceptual representation. *Cognitive psychology*, *9*(4), 441-474. https://doi.org/10.1016/0010-0285(77)90016-0

Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2017). Improving mathematics teaching in kindergarten with realistic mathematical education. *Early Childhood Education Journal*, *45*, 369-378. https://doi.org/10.1007/s10643-015-0768-4

Pappas, M., Drigas, A., & Polychroni, F. (2018). An eight-layer model for mathematical cognition. *International Journal of Emerging Technologies in Learning, 13*(10), 69-82. https://doi.org/10.3991/ijet.v13i10.8633

Parpucu, N., & Erdoğan, S. (2017). Okul öncesi öğretmenlerinin sınıf uygulamalarında matematik dilini kullanma sıklıkları ile pedagojik matematik içerik bilgileri arasındaki ilişki. *Erken Çocukluk Çalışmaları Dergisi*, *1*(1), 19-32.

Pekince, P. (2015). Sayma İlkeleri Testi'nin geçerlik ve güvenirlik çalışması. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Perry, B., & Dockett, S. (2002). Young children's access to powerful mathematical ideas. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 81-111). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. Retrieved from https://researchoutput.csu.edu.au/files/9990920/0999005798prepub_chapt.pdf

Peterson, P. L., Fennema, E., Carpenter, T. P., & Loef, M. (1989). Teacher's pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and instruction*, *6*(1), 1-40. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601_1

Piaget, J. (1952). The origins of intelligence in children (M. Cook, Trans.). New York, NY: International Universities.

Platas, L. M. (2008). *Measuring teachers' knowledge of early mathematical development and* their *beliefs about mathematics teaching and learning in the preschool classroom.* Doctoral Dissertation, University of California, USA.

Poland, M. (2007). The treasures of schematising: The effects of schematising in early childhood on the learning processes and outcomes in later mathematical understanding. Doctoral Dissertation. Enschede: Ipskamp.

Poland, M., & van Oers, B. (2007). Effects of schematising on mathematical development. *European Early Childhood Education Research Journal*, *15*(2), 269-293. https://doi.org/10.1080/13502930701321600

Post, T., & Cramer, K. (1989). Knowledge, representation and quantitative thinking. In M. Reynolds (Ed.) *Knowledge base for the beginning teacher - special publication of the aacte* (pp. 221-231). Oxford: Pergamon.

Purpura, D. J., & Lonigan, C. J. (2013). Informal numeracy skills: The structure and relations among numbering, relations, and arithmetic operations in preschool. *American Educational Research Journal*, *50*(1), 178-209. https://doi.org/10.3102/0002831212465332

Purpura, D., Logan, J. (2015). The nonlinear relations of the approximate number system and mathematical language to early mathematics development. *Developmental Psychology, 12*(51), 1717-1724. https://doi.org/10.1037/dev0000055

Reikerås, E., & Salomonsen, T. (2019). Weak mathematical skills at an early age: persistent or temporary? Children with weak mathematical skills and their development from toddlers to preschoolers. *Early Child Development and Care*, *189*(4), 670-682. https://doi.org/10.1080/03004430.2017.1337753

Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Loehr, A. M., & Miller, M. R. (2015). Beyond numeracy in preschool: Adding patterns to the equation. *Early Childhood Research Quarterly*, *31*, 101-112. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.01.005

Rittle-Johnson, B. (2017). Developing mathematics knowledge. *Child Development Perspectives*, *11*(3), 184-190. https://doi.org/10.1111/cdep.12229

Robson, S. (2012). *Developing thinking and understanding in young children: an introduction for students*. New York: Routledge.

Scalise, N. R., & Ramani, G. B. (2021). Symbolic magnitude understanding predicts preschoolers' later addition skills. *Journal of Cognition and Development*, *22*(2), 185-202. https://doi.org/10.1080/15248372.2021.1888732

Schwarz, B., Dreyfus, T., & Bruckheimer, M. (1990). A model of the function concept in a three-fold representation. *Computers & Education*, *14*(3), 249-262. https://doi.org/10.1016/0360-1315(90)90008-U

Shanley, L., Clarke, B., Doabler, C. T., Kurtz-Nelson, E., & Fien, H. (2017). Early number skills gains and mathematics achievement: Intervening to establish successful early mathematics trajectories. *The Journal of Special Education*, *51*(3), 177-188. https://doi.org/10.1177/0022466917720455

Shapiro, S. S., & Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, *52*(3/4), 591-611. https://doi.org/10.2307/2333709

Sheridan, K. M., & Wen, X. (2021). Evaluation of an online early mathematics professional development program for early childhood teachers. *Early Education and Development*, *32*(1), 98-112. https://doi.org/10.1080/10409289.2020.1721402

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14. https://doi.org/10.3102/0013189X015002004

Siegler, R. S. (2003). Implications of cognitive science research for mathematics education. In J. Kilpatrick, W. B. Martin, & D. E. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 219–233). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=51620bf2239b7514a1957d56a7eb6db75120dc93

Smith, K.H. (2000). *Early childhood teachers' pedagogical content knowledge in mathematics: a quantitative study*. Doctoral Dissertation, Georgia State University, Georgia, Atlanta.

Smith, S. S. (2009). *Early childhood mathematics*. London, UK: Pearson Education, Inc.

Sterner, G., Helenius, O., & Wallby, K. (2014). *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass.* Gothenburg: National Centre for Mathematics Education. https://www.dyslexiforeningen.se/s/Sterner_Tanka-resonera-och-rakna.pdf

Sterner, G., Wolff, U., & Helenius, O. (2020). Reasoning about representations: Effects of an early math intervention. *Scandinavian Journal of Educational Research, 64(*5), 782-800. https://doi.org/10.1080/00313831.2019.1600579

Sumpter, L. (2020). Preschool educators' emotional directions towards mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(6), 1169-1184. https://doi.org/10.1007/s10763-019-10015-2

Tabachnick, B.G. & Fidell, L.S. (2007), Using multivariate statistics (Vol. 6). Boston, MA: Pearson.

Tobia, V., Bonifacci, P., & Marzocchi, G. M. (2021). Symbolic versus non-symbolic training for improving early numeracy in preschoolers at risk of developing difficulties in mathematics. *Research in Developmental Disabilities*, *111*, 1-12. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2021.103893

Tomlinson, C. A., & Eidson, C. C. (2003). *Differentiation in practice: A resource guide for differentiating curriculum grades K-5.* Alexandria, Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.

Toong, N. G., Futalan, Z., & Chona, M. (2015). *The extent of use of concrete-representational-abstract (cra) model in mathematics*. Doctoral dissertation, The Faculty of the Graduate School Foundation University, Philippines.

Tzekaki, M., & Papadopoulou, E. (2017). Teaching intervention for developing generalization in early childhood: the case of measurement. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1925–1932). Dublin, Ireland: Institute of Education, Dublin City University and ERME. Retrieved from https://hal.science/hal-01938918

Uttal, D. H., O'Doherty, K., Newland, R., Hand, L. L., & DeLoache, J. (2009). Dual representation and the linking of concrete and symbolic representations. *Child Development Perspectives*, *3*(3), 156-159. https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00097.x

Van de Rijt, B. A. M., & Van Luit, J. E. H. (2009). Early Numeracy Test-Revised Manuel.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Elia, I. (2013). The role of picture books in young children's mathematics learning. In L. D. English & J. T. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 227–251). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8_12

van Oers, B., & Poland, M. (2012). Promoting abstract thinking in young children's play. In B. van Oers (Ed.), *Developmental education for young children: Concept, practice*

and implementation (pp. 121–136). Dordrecht, The Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4617-6_8

Viesel-Nordmeyer, N., Röhm, A., Starke, A., & Ritterfeld, U. (2022). How language skills and working memory capacities explain mathematical learning from preschool to primary school age: Insights from a longitudinal study. *PLoS ONE, 17*(6), 1–25. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0270427

Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes.* Cambridge: Harvard University.

Vygotsky, L. S. (2004). Imagination and creativity in childhood. *Journal of Russian and East European Psychology, 42*, 7–97

Watanabe, N. (2019). Effective simple mathematics play at home in early childhood: promoting both non-cognitive and cognitive skills in early childhood. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 14*(2). https://doi.org/10.29333/iejme/5739

Way, J. (2018). Two birds flew away: The 'jumble' of drawing skills for representing subtraction pre-school to year 1. In J. Hunter, P. Perger, & L. Darragh (Eds.), *Making waves, opening spaces: Proceedings of the 41st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 98–101). Auckland: MERGA.

White,R.V., 1988, *The elt curriculum: Designing: Innovation and management.* New York: Basil Balcwell Inc.

Witzel, B. S. (2005). Using CRA to teach algebra to students with math difficulties in inclusive settings. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, *3*(2), 49-60. Retrieved from http://ies.ed.gov/ncee/wwc/study/74209

Witzel, B. S., Mercer, C. D., & Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. *Learning Disabilities Research & Practice*, *18*(2), 121-131. https://doi.org/10.1111/1540-5826.00068

Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. (2008). Implementing CRA with secondary students with learning disabilities in mathematics. *Intervention in School and Clinic*, *43*(5), 270-276.

Woods, D. M., Ketterlin Geller, L., & Basaraba, D. (2018). Number sense on the number line. *Intervention in School and Clinic*, *53*(4), 229-236. https://doi.org/10.1177/1053451208314734

Worthington, M., Dobber, M., & van Oers, B. (2019). The development of mathematical abstraction in the nursery. *Educational Studies in Mathematics*, *102*, 91-110. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09898-3

Wylie, C., Thompson, J., & Lythe, C. (2001). *Competent children at 10. Families, early education and schools.* Wellington: New Zealand Council for Educational Research. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED431519.pdf

Xu, C., Lafay, A., Douglas, H., Burr, S., LeFevre, J., Osana, H., … & Maloney, E. (2022). The role of mathematical language skills in arithmetic fluency and word-problem solving for first- and second-language learners. *Journal of Educational Psychology, 114*(3), 513-539. https://doi.org/10.1037/edu0000673

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.

Yıldız, e. (2022). *4-7 yaş çocukları için örüntü becerileri ölçeğinin geliştirilmesi ve örüntüye ilişkin öğretmen uygulamalarının incelenmesi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Yıldız, F. & Kayılı, G. (2023). Okul öncesi dönem çocuklarının temel okul becerilerinin incelenmesi. *Yaşadıkça Eğitim, 37*(1), 203-219. https://doi.org/10.33308/26674874.2023371502

Zetriuslita, Z., Wahyudin, W., & Dahlan, J. (2018). Association among mathematical critical thinking skill, communication, and curiosity attitude as the impact of problem-based learning and cognitive conflict strategy (pblccs) in number theory course. *Infinity Journal, 7*(1), 15-14. https://doi.org/10.22460/infinity.v7i1.p15-24

Zhang, X., Hu, B., Zou, X., & Ren, L. (2020). Parent–child number application activities predict children's math trajectories from preschool to primary school. *Journal of Educational Psychology, 8*(112), 1521-1531. https://doi.org/10.1037/edu0000457

Zhang, Y. (2015). *Pedagogical content knowledge in early mathematics: What teachers know and how it associates with teaching and learning*. Doctoral Dissertation, Loyola University, Chicago. Retrieved from https://ecommons.luc.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2498&context=luc_diss

EKLER

EK 1. Çocuklar İçin Demografik Bilgi Formu

Genel Bilgi Formu

1. **Okul Adı:**
2. **Çocuğun Adı:**
3. **Çocuğun Cinsiyeti:** Kız ( ) Erkek ( )
4. **Çocuğun Yaşı:**
5. **Çocuğun Daha Önce Okul Öncesi Eğitim Kurumuna Gitme Durumu:** Evet ( ) Hayır ( )
6. **Çocuğun Doğum Sırası:** İlk Çocuk ( ) Ortanca veya ortancalardan biri ( )Son çocuk ( )
7. **Kardeşi Sayısı:** Kardeşi yok ( ) 1 Kardeş ( ) 2 Kardeş ( ) 3 Kardeş ve üzeri ( )
8. **Anne Babanın Yaşı:**

	Anne	Baba
20-24 yaş		
25-29 yaş		
30-34 yaş		
35-39 yaş		
40 yaş ve üstü		

9. **Anne Babanın Öğrenim Durumu**

	Anne	Baba
Okur yazar değil		
Okur yazar		
İlkokul		
Ortaokul		
Lise		
Lisans üstü		
Diğer		

EK 2. Öğretmenler İçin Demografik Bilgi Formu

ÖĞRETMENLER İÇİN DEMOGRAFİK BİLGİ FORMU

1. **Öğretmenin cinsiyeti:**

   a)Kadın **b)**Erkek

2. **Öğretmenin yaşı:**

   a) 20'den küçük **b)** 21-25 **c)** 26-30 **d)** 31-35 **e)** 36 +

3. **Öğretmenin mezun olduğu okul:**

   a) Kız Meslek Lisesi (Çocuk Gelişimi Bölümü)

   b) Meslek Yüksek Okulu (Çocuk Gelişimi Bölümü)

   c) Lisans (Okul Öncesi Eğitimi Öğretmenliği Bölümü)

   d) Lisans (Çocuk Gelişimi ve Eğitimi Öğretmenliği Bölümü)

   e) Yüksek Lisans (Belirtiniz) ……

   f) Diğer (Belirtiniz) ……

4. **Okul öncesi öğretmenlik deneyimi:**

   a)1 yıldan az **b)** 1-5 yıl **c)** 6-10 yıl **d)** 11-15 yıl **e)** 16-20 yıl **f)** 20 +

5. **Çalışılan kurum türü;**

   a) MEB'e bağlı bağımsız anaokulu

   b) MEB'e bağlı ilkokul (anasınıfı)

   c) MEB'e bağlı ortaokul (anasınıfı)

   d) Diğer (……)

6. **Çalışılan sınıftaki çocuk sayısı:**

   a) 5-10 **b)** 11-15 **c)** 16-20 **d)** 21+

7. **Çalışılan sınıftaki çocukların yaş grubu:**

   a) 36-48 Ay **b)** 49-60 Ay **c)** 61-66 Ay **d)** 66+

EK 3. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzman Görüşü Formu

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi
Uzman Görüşü Formu

Değerli katılımcı; bu form öğretmenlerin ‘’çocukların matematik gelişimlerini gözlemlemek’’ amacıyla geliştirilmesi planlanan bir test çalışması kapsamında oluşturulmuştur.

Aşağıdaki sorulara verilen cevaplar test dışında kullanılmayacaktır, samimiyetle doldurmanız beklenilmektedir. Emeğiniz ve çalışmamıza ayırdığınız zaman için şimdiden teşekkür ederiz.

Sizden gözlemlerinizden hareketle, verilen numaralandırma sistemini göz önünde bulundurarak ölçekte yer alan ifadelerdeki davranışları, anketi doldurduğunuz çocukta ne kadar sıklıkla gözlemlediğinizi işaretlemenizi beklemekteyiz. Bu davranışı Hiçbir Zaman (1), Bazen (2), Sık Sık (3) Çoğu Zaman (4), Her Zaman (5) gözlemliyorum.

Ölçek Maddelerinin Değerlendirilmesi

- Aşağıdaki tablo üzerinde her bir maddeyi; kapsam (ölçülmek istenen özelliği ölçme) ve dil/anlaşılırlık bakımından incelemeniz ve puanlamanız beklenmektedir.
- Değerlendirirken her bir maddenin yanında bulunan kriterler bölümüne, kritere uygun ise “+” , uygun değil ise “-” işareti koymanızı, madde ile ilgili görüş ve önerilinizi de yazmanızı rica ediyoruz.

Çalışmaya verdiğiniz katkılarınız ve görüşleriniz için teşekkürlerimizi sunarız.

Matematikte Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımı (Concrete-Representational-Abstract)

Somut-Yarı Somut (Temsili) -Soyut yaklaşımı, daha soyut matematiksel kavramların nitelikli bir şekilde anlaşılmasını sağlamak için somut manipülatifler kullanılan bir yaklaşımdır. Somut, Yarı Somut (Temsili)- Soyut öğretimi, matematiksel kavramları öğretmek ve öğrenmek için bir süreçtir. Materyalin manipülasyonuyla başlayarak malzemeler (sayaçlar, fasulyeler, Unifix küpleri), süreç çocukları temsil düzeyine taşır (toplu sayılar, noktalar, pullar) ve anlayışları göstermek için sayıların ve sembollerin kullanıldığı soyut düzeydeki matematiğe ulaştırmaktadır.

Matematikte temsilin üç net aşaması olduğu öne sürülmektedir:

Aşama 1: Problemleri keşfetmek ve çözmek için para, sayaçlar, küpler, onluk bloklar ve zarlar gibi manipülatifleri kullanan somut ve eyleme dayalı temsil - bunu 'yapma' aşaması.

Aşama 2: Çubuk modeller gibi somut nesnelerin resimli temsilleri, problemleri modellemek için kullanılır - 'görme' aşaması.

Aşama 3: Matematiksel sembolleri kullanan soyut gösterimler - sembolik aşama.

	Gözlenen matematik becerileri	Kapsamına Uygunluk Bakımından	Dil Bakımından	Görüş ve Öneriler
	Temel Beceriler			
1	İletişimde matematik kavramlarını kullanır (sayılar, uzak-yakın, az-çok vb.)			
2	İki nesne/durumu karşılaştırdığında benzerliklerini ve farklarını detayları ile açıklar.			
	Sayma ve İşlem Boyutu			
12	Nesnelerin toplamı sorulduğunda dokunmadan sayar.			
13	Materyale ihtiyaç duymadan toplama işlemi yapar.			
	Uzamsal Algı Boyutu			
23	Yer yön yönergelerine uygun konum alır.			
24	İki boyutlu geometrik cisimlerin özelliklerini ayırt eder (Üçgen, kare, dikdörtgen, daire gibi).			
	Problem Çözme Boyutu			
29	Matematikle ilgili problemleri çözerken sesli akıl yürütme yapar.			
30	Problemi nasıl çözeceği ile ilgili yöntemler önerir.			

EK 4. Öğretmen Görüşme Formu

Öğretmen Görüşme Formu

Yaşınız:
Cinsiyetiniz:
Çalıştığınız kurum:
Mezuniyet durumunuz:

1. Daha önce okul öncesi dönem matematik eğitimi ile ilgili eğitim, konferans veya seminere katıldınız mı?
   Evet ise nerede ve ne zaman katıldınız?
2. Somut- Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı uygulama sürecinde çocuklarda neler gözlemlediniz?
3. Somut- Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı sınıfınızdaki matematik eğitim sürecinizle farklılıkları nelerdi?
   * Benzerlikleri nelerdi?
4. Somut- Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı tamamlandıktan sonra çocuklarda ne gibi değişiklikler gözlemlediniz?
5. Somut- Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programında 3 aşamalı olarak düzenlenen etkinliklerde,
   - Somut aşama ile ilgili görüşleriniz nelerdir?
   - Yarı somut (temsili) aşama ile ilgili görüşleriniz nelerdir?
   - Soyut aşama ile ilgili görüşleriniz nelerdir?
6. Somut- Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programında 3 aşamalı olarak düzenlenen etkinliklerde,
   - Somut aşama ile ilgili çocuklarda neler gözlemlediniz?
   - Yarı somut (temsili) aşama ile ilgili çocuklarda neler gözlemlediniz?
   - Soyut aşama ile ilgili çocuklarda neler gözlemlediniz?

7. Somut- Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı sonrasında çocukların matematiğe bakış açılarında ne gibi değişiklikler gözlemlediniz?
**Peki hocam önceki senelerde de gözlemliyor muydunuz bu durumu programdan sonra mı daha çok arttı sizce?
* Kendinizin matematiğe bakış açılarında ne gibi değişiklikler gözlemlediniz?

8. Somut- Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programını kendi matematik eğitim sürecinize entegre etmeye devam eder misiniz?
*Neden?

9. Somut- Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programının kolay bulduğunuz yönleri nelerdir?
* Zor bulduğunuz yönleri nelerdir?

10. Somut- Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programı ile ilgili önerileriniz nelerdir?

EK 5. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımlı Matematik Programı'nda Kullanılan Kazanım Göstergeler

Kazanımlar	Göstergeleri
Bilişsel Gelişim	
Kazanım 1. Nesne/durum/olaya dikkatini verir.	(Göstergeleri: Dikkat edilmesi gereken nesne/durum olaya odaklanır. Dikkatini çeken nesne/durum/olaya yönelik sorular sorar. Dikkatini çeken nesne/durum/olayı ayrıntılarıyla açıklar.)
Kazanım 2. Nesne/durum/olayla ilgili tahminde bulunur.	(Göstergeleri: Nesne/durum/olayla ilgili tahminini söyler. Tahmini ile ilgili ipuçlarını açıklar. Gerçek durumu inceler. Tahmini ile gerçek durumu karşılaştırır.)
Kazanım 3. Algıladıklarını hatırlar.	(Göstergeleri: Nesne/durum/olayı bir süre sonra yeniden söyler. Eksilen veya eklenen nesneyi söyler. Hatırladıklarını yeni durumlarda kullanır.)
Kazanım 4. Nesneleri sayar.	(Göstergeleri: İleriye/geriye doğru birer birer ritmik sayar. Belirtilen sayı kadar nesneyi gösterir. Saydığı nesnelerin kaç tane olduğunu söyler. Sıra bildiren sayıyı söyler. 10'a kadar olan sayılar içerisinde bir sayıdan önce ve sonra gelen sayıyı söyler.)
Kazanım 5. Nesne veya varlıkları gözlemler.	(Göstergeleri: Nesne/varlığın adını, rengini, şeklini, büyüklüğünü, uzunluğunu, dokusunu, sesini, kokusunu, yapıldığı malzemeyi, tadını, miktarını ve kullanım amaçlarını söyler.)
Kazanım 6. Nesne veya varlıkları özelliklerine göre eşleştirir.	(Göstergeleri: Nesne/varlıkları bire bir eşleştirir. Nesne/varlıkları rengine, şekline, büyüklüğüne, uzunluğuna, dokusuna, sesine, yapıldığı malzemeye, tadına, kokusuna, miktarına ve kullanım amaçlarına göre ayırt eder, eşleştirir. Eş nesne/varlıkları gösterir. Nesne/varlıkları gölgeleri veya resimleriyle eşleştirir.)
Kazanım 7. Nesne veya varlıkları özelliklerine göre gruplar.	(Göstergeleri: Nesne/varlıkları rengine, şekline, büyüklüğüne, uzunluğuna, dokusuna, sesine, yapıldığı malzemeye, tadına, kokusuna, miktarına ve kullanım amaçlarına göre gruplar.)
Kazanım 8. Nesne veya varlıkların özelliklerini karşılaştırır.	(Göstergeleri: Nesne/varlıkların rengini, şeklini, büyüklüğünü, uzunluğunu, dokusunu, sesini, kokusunu, yapıldığı malzemeyi, tadını, miktarını ve kullanım amaçlarını ayırt eder, karşılaştırır.)
Kazanım 9. Nesne veya varlıkları özelliklerine göre sıralar.	(Göstergeleri: Nesne/varlıkları uzunluklarına, büyüklüklerine, miktarlarına, ağırlıklarına, renk tonlarına göre sıralar.)
Kazanım 10. Mekânda konumla ilgili yönergeleri uygular.	(Göstergeleri: Nesnenin mekândaki konumunu söyler. Yönergeye uygun olarak nesneyi doğru yere yerleştirir. Mekânda konum alır. Harita ve krokiyi kullanır.)
Kazanım 11. Nesneleri ölçer.	(Göstergeleri: Ölçme sonucunu tahmin eder. Standart olmayan birimlerle ölçer. Ölçme sonucunu söyler. Ölçme sonuçlarını tahmin ettiği sonuçlarla karşılaştırır. Standart ölçme araçlarının neler olduğunu söyler.)
Kazanım 12. Geometrik şekilleri tanır.	(Göstergeleri: Gösterilen geometrik şeklin ismini söyler. Geometrik şekillerin özelliklerini söyler. Geometrik şekillere benzeyen nesneleri gösterir.)

Kazanım 13. Günlük yaşamda kullanılan sembolleri tanır.	(Göstergeleri: Verilen açıklamaya uygun sembolü gösterir. Gösterilen sembolün anlamını söyler.)
Kazanım 14. Nesnelerle örüntü oluşturur.	(Göstergeleri: Modele bakarak nesnelerle örüntü oluşturur. En çok üç ögeden oluşan örüntüdeki kuralı söyler. Bir örüntüde eksik bırakılan ögeyi söyler, tamamlar. Nesnelerle özgün bir örüntü oluşturur.)
Kazanım 15. Parça-bütün ilişkisini kavrar.	(Göstergeleri: Bir bütünün parçalarını söyler. Bütün ve yarımı gösterir. Bir bütünü parçalara böler. Parçaları birleştirerek bütün elde eder.)
Kazanım 17. Neden-sonuç ilişkisi kurar.	(Göstergeleri: Bir olayın olası nedenlerini söyler. Bir olayın olası sonuçlarını söyler.
Kazanım 18. Zamanla ilgili kavramları açıklar.	(Göstergeleri: Olayları oluş zamanına göre sıralar. Zaman ile ilgili kavramları anlamına uygun şekilde açıklar. Zaman bildiren araçların işlevlerini açıklar.)
Kazanım 19. Problem durumlarına çözüm üretir.	(Göstergeleri: Problemi söyler. Probleme çeşitli çözüm yolları önerir. Çözüm yollarından birini seçer. Seçtiği çözüm yolunun gerekçesini söyler. Seçtiği çözüm yolunu dener. Çözüme ulaşamadığı zaman yeni bir çözüm yolu seçer. Probleme yaratıcı çözüm yolları önerir.)
Kazanım 20. Nesne/sembollerle grafik hazırlar.	(Göstergeleri: Nesneleri kullanarak grafik oluşturur. Nesneleri sembollerle göstererek grafik oluşturur. Grafiği oluşturan nesneleri veya sembolleri sayar. Grafiği inceleyerek sonuçları açıklar.)
Dil Gelişimi	
Kazanım	**Göstergeleri**
Kazanım 10. Görsel materyalleri okur.	Göstergeler: Görsel materyalleri inceler. Görsel materyalleri açıklar. Görsel materyallerle ilgili sorular sorar. Görsel materyallerle ilgili sorulara cevap verir. Görsel materyalleri kullanarak olay, öykü gibi kompozisyonlar oluşturur.
Sosyal-Duygusal Gelişim	
Kazanım	**Göstergeleri**
Kazanım 3. Kendini yaratıcı yollarla ifade eder.	Göstergeler: Duygu, düşünce ve hayallerini özgün yollarla ifade eder. Nesneleri alışılmışın dışında kullanır. Özgün özellikler taşıyan ürünler oluşturur.
Motor Gelişim	
Kazanım	**Göstergeleri**
Kazanım 1. Yer değiştirme hareketleri yapar.	Göstergeler: Yönergeler doğrultusunda yürür. Çift ayak sıçrayarak belirli mesafe ilerler.
Kazanım 5. Müzik ve ritim eşliğinde hareket eder.	Göstergeler: Bedenini, nesneleri ve vurmalı çalgıları kullanarak ritim çalışması yapar. Müzik ve ritim eşliğinde dans eder. Müzik ve ritim eşliğinde çeşitli hareketleri ardı ardına yapar.

EK 6. Araştırmacı Günlüğü Örneği

Araştırmacı Günlüğü-Etkinlik 9-Sayılar Apartmanı

Öğrenme merkezinde yer alan matematik panosu için farklı bina görsellerini panoya asıldı. Çocuklar öncelikle renklerini söylediler. Daha sonra apartman katlarını saymaya çalıştılar 3 apartmanı saydılar fakat çok katlı apartmanda kafaları karıştı (Ç16). Tekrar saymalarını söyledi öğretmen ve çocuklar tekrardan saydılar.

SOMUT AŞAMA:

Öğretmen hikayede geçen rakamları çocuklarla birlikte saydı. Bakın burada sayılar binası var. Çocuklar tek tek saymaya başladı. Öğretmen ''Bu binanın özelliği neymiş?'' dedi. Çocuklar ''Sayı'' dedi. Öğretmen ''Az önce bir şey söyledim 1. Katta kat. Kişi oturuyor. Evet sayı numarasına göre evin içinde yaşayan kişi sayısı varmış.'' dedi. Çocuklar katta oturan kişileri sayarken bazıları parmakları (Ç11-Ç13) ile saymaya eşlik etti. Çocuklarla okulun katlarını gezerken katlar hakkında konuştular sınıf birinci kattaydı alt kata indiğimizde Ç16 ''Burası sıfırıncı kat, biz birinci kattayız.'' dedi. Çocuklar sokak numaralarını ilk incelediklerinde yanındaki arkadaşları ile birlikte hangisinin daha büyük olduğuna dair konuşmalar gerçekleştirdi. Okulun katları tanıtıldıktan sonra sınıfa dönüldüğünde bazı çocukların (Ç16-Ç12-Ç13) yaşadıkları dairelerin kaçıncı katta olduğu hakkında konuştukları gözlemlendi. Ç15 apartman modeline tuğla dizen arkadaşının yanlış eşleştirme yaptığını fark ederek ona katları tek tek sayıp gösterdi ve doğrusunun nasıl olması gerektiğini anlattı. Ç2 eşleştirme yaparken zorlandığı, öğretmenin ve arkadaşının desteği ile tuğla kat eşleştirmesi yapabildiği gözlemlendi. Ç13'ün eşleştirmeyi rahat bir şekilde yaptığı gözlemlendi. Ç13'ün arkadaşı Ç8'e de yardımcı olarak onu koordine ederek etkinliği tamamladığını gözlemledim. Öğretmenin tuğlaları neye göre yerleştirdik sorusuna kat numarasına göre cevabı çoğu çocuk tarafından verildi. Etkinlik esnasında zorlanmadıklarını dile getirdiler. Etkinlik sırasında Ç5 ''İkinci katta oturuyoruz.'' dedi. Öğretmen çocuklara kaçıncı katta oturduklarını sorması çocukların oldukça dikkatini çektiği gözlemlendi. Öğretmenlerinin soruyu kendilerine de sorması için sabırsızlanarak talepte bulundular.

YARI SOMUT AŞAMA:

Öğretmen çocuklara apartmanın katlarına yönelik etkinlik kağıdını tanıttı. Okun bulunduğu katı boyamalarına yönelik vurgu yaptı. Öğretmen ''Öncelikle apartmanın yanındaki kutuları boyayın.'' dedi. Daha sonra ''Kata uygun olarak içine istediğiniz nesneyi uygun sayıda çizebilirsiniz.'' dedi. Özellikle apartman etkinliğinde desteğe ihtiyaç duyan çocukların (Ç8-Ç3-Ç2) bu etkinlikte öğretmenlerinin yanına gelerek "Kaç tane boyamalıyım?" şeklinde sorular yönelttiği gözlemlendi. Apartman etkinliğinde arkadaşlarına da dönüt vererek etkinliği gerçekleştiren çocukların (Ç13-Ç15) ise etkinliği ilk bitiren öğrencilerden olduğu gözlemlendi. Ç4 yanında oturan arkadaşının yanlış yaptığını fark etti ve Ç11'in kağıdını birlikte sildiler. Ç4'ün yardımı ile birlikte yeniden yaptılar. Ç2 ilk başta etkinlikten istenileni yapmakta zorlansa da düzenli aralıklarla geri dönüt talep etti ve etkinliği yarım bırakmadan tamamladı. Ç16 kat numarasının ters yapması üzerine öğretmenin yeniden yapma teklifini ''Bu kadar yeterli.'' diyerek reddetti. Çocukların erken matematik becerilerindeki bireysel farklar aslında yarı somut aşamada daha görünür hale geldiğini gözlemledim. Erken matematikte uygun eğitim süreci düzenlediğinde akran desteğinin de önemli olduğunu gözlemledim. Somut aşamayla başlayıp daha sonra görseller sunulduğunda bireysel farkların son aşamaya kadar en aza indirilmesinde etkili olacağını söyleyebilirim.

SOYUT:

Öğretmen sayı doğrusunun bir örneğini öncelikle çocuklara tanıttı daha sonra ise bir örneği oluşturarak panoya incelemeleri için astı. Çocuklardan bazılarının (Ç9-Ç12) pano önüne sandalye çekerek örneği kontrol ederek sayı doğrusunun üzerine sayıları yazdığı gözlemlendi. Değerlendirmede sayılarla buldular sırayla 1-2-3-4-5-6 sonra diğer çocuklar saymaya devam ettiler. Öğretmen ''Kapıda numaralar vardı, 5. kata pizza vermişti. Kaç kişi yaşıyordu?'' diye sordu. Çocuklar ''5. katta 5 kişi yaşıyordu.'' dediler. Öğretmen ''Kareleri neye göre boyadınız?'' dedi. Çocuklar ''Sayılara göre.'' dediler. Ç15 ise ''Oka göre.'' dedi. Öğretmen ''Tuğlaları neye göre taşıdınız?'' dedi. Çocuklar ''Sayısına göre taşıdık.'' dediler. Öğretmen ''Neyin sayısına göre?'' dedi. Çocuklar ''Rakamların sayısına göre.'' dediler. Ç16 ise: ''Betonların sayısına göre.'' dedi. Öğretmen ''Katlara göre yani.'' dedi. Öğretmen ''Evet pizzacı gibi olsan ne hissederdin.'' dedi. Ç14 ''Yolların sayısına göre bulurdum.'' dedi. Apartman etkinliğinde çocukların çevrelerinden olması çok dikkatlerini çekti. En çok hangisini beğendiniz dedi öğretmen ''Binayı gösterdiler.'' Ç4, Ç7 ve Ç9 ise panoya yöneldiler ve panodaki görselleri gösterdiler. Özellikle soyut aşamadaki konuşmalarda çocukların somut-yarı somut-soyut temsillerden özellikler bazılarına ilgi gösterdiklerini söyleyebilirim. Bu etkinlikten sonra çocukların matematikle ilgili konuşmalarındaki artışı ve rahatlıkla ifade edebilmelerini daha net gördüm. Panodaki görsellerin etkinliğe hazırlık ve etkinlik sürecindeki aşamalarda da kullanımı açısından önemli olduğunu söyleyebilirim.

EK 7. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı Etkinlik Örneği

Etkinlik Adı: Sayılar Apartmanı

Etkinlik Türü: Matematik-Türkçe-Oyun (Bütünleştirilmiş Büyük Grup Etkinliği)

Kazanım Göstergeler

Bilişsel Gelişim

Kazanım 4. Nesneleri sayar. (**Göstergeleri:** İleriye doğru birer birer ritmik sayar. Belirtilen sayı kadar nesneyi gösterir. Saydığı nesnelerin kaç tane olduğunu söyler.)

Matematik Becerisi

- Sayma

Sözcük Kavramlar

- Azlık-Çokluk
- 1-10 arası rakamlar

Materyaller

- Karton kutular
- Renkli kartonlar
- Yapışkanlı noktalar (daire)

Eğitim Ortamının Düzenlenmesi

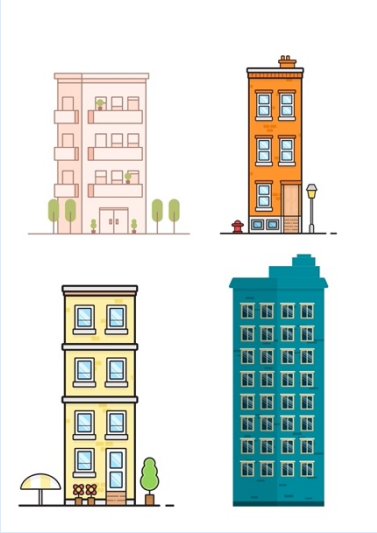
- Matematik öğrenme merkezine sayı kartları ve sayabilen nesneler (lego, boncuk, düğme) yerleştirilir.
- Panoya değişik şekillerde ve kat sayıları farklı olan apartmanların resimleri asılır.
- Eğitimci çocuklar gelmeden önce 4 adet bina maketi her katta sayılar yazacak şekilde 10 katlı olarak (çocuklar hangi sayıya kadar biliyorsa) düzenlenir.
- Eğitimci yarı somut aşamaya geçince çocuklara vermek için ekte yer alan apartman resmini önceden çıktı alır.

Öğrenme Süreci

SOMUT

Eğitimci çocuklar sınıfa geldiklerinde ‘’Sayılar mahallesine hoş geldiniz çocuklar’’ diye çocukları karşılar, sokak numaraları yazan kâğıtları keseden çektirir ve seçtikleri numaraların sandalyeler de olduğunu ve aynı sayı yazan sandalyeye geçmeleri gerektiği söylenir.

Eğitimci ‘’Evet bakalım herkes sokağını doğru bulabilmiş mi?’’ Çocuklardaki sokak numaraları ve sandalyelerindeki numaralar çocuklarla birlikte kontrol edilir. Önceden panoya asılan resimler çocuklarla birlikte incelenir.



- Apartmanlar kaç katlı çocuklar?
- Başka neler dikkatini çekiyor?
- Siz hangisinde oturmak isterdiniz?
- Peki kaçıncı katında oturmak isterdiniz?
- Bizim okulumuz kaç katlı acaba denir ve çocuklarla okulun katları kaç oda olduğu okul gezdirilerek birlikte incelenir.

Sınıf geldikten sonra ‘’Hangi rakamları seçmiştiniz?’’ Rakamlara uygun sandalyelere geçilir. ‘’Çocuklar şimdi sizleri sayılar mahallesindeki sayılar sokağının sayılar apartmanına sipariş alan pizzacının hikâyesini (Ek1) anlatacağım, bakalım neler yaşanmış?

‘’Sayılar binasını arayan bir pizzacıda çalışan Evren adresi almıştı adres çok ilginçti hep sayılardı. Aradı aradı bulamadı. Bir mahallenin içinde kocaman bir site varmış sokaklarda ararken yolu kaybetmiş, bahçeyi sulayan birini görmüş bahçeyi sulayan kişiye ‘’Apartmanı bulamadım yardımcı olabilir misiniz’’ demiş. O da ‘’Sokak numaralarıyla bulabilirsiniz’’ demiş. Evren apartmanı aramak için sokak numaralarına bakarak ilerlemiş. Evren bir yandan da sokak numaralarını sayıyormuş ‘’1. Sokak 2. Sokak 3. 4. ve 5. sokağa geldim.’’ Sonra binaları saymaya başlamış ‘’1. Binayı geçtim 2. Binayı geçtim 3-4-5. Binaları da geçtim.’’ Sonunda. Binaların yanından geçerken bir tanesinin üstünde bir şey yazdığını fark etmiş. ‘’Sayılar Binası’’ Bu binanın bir özelliği varmış. Her katta kat numarası kadar kişi oturuyormuş. Birinci katta bir kişi burada çok yaşlı bi amca oturuyor. 2. Katta 2 kişi 3. Katta 3 kişi varmış. 4. Katta bir anne bir baba bir de ikiz çocuklar varmış. Evren katları çıkmaya başlamış ve sonunda 5. kata ulaşmış. Evren’in elinde 5 pizza ve 5. Katta da 5 kişi varmış.. Sonunda doğru katı bulmuş ve pizzaları teslim etmiş. Daha sonra diğer siparişleri almak için pizzacıya geri dönmüş.’’

Hikâye anlatıldıktan sonra çocuklar sayılar yazan kâğıtlarla 4 gruba ayrılır ve her gruba bir adet bina maketi (Ek2) verilir. ‘’Evet, şimdi sayılar mahallesinin sayılar sokağının sayılar apartmanı var önünüzde? Neler dikkatiniz çekiyor? Hangi sayılar var? Öğretmen hikâyeyi tekrar okur ve çocukların hikâyeye göre apartman maketine figürleri yerleştirmesine fırsat verilir. Çocuklar çalışmalarını tamamladıktan sonra birlikte incelenir. ‘’ Aaaaa o da Evren’in pizzaları götürdüğü apartmanın yanında bir inşaat var ve tuğla taşıyorlar.’’ Eğitimci önceden yaptığı apartman maketini ve Legoları (tuğlalar) çocukların görebileceği yere yerleştirir. ‘’Bakalım hangi kata kaç tuğla taşınmış. İkinci kata

	5 tane tuğla taşımışlar 1-2-3-4-5 (çocuklarla birlikte sayılır) ‘’ Şimdi birlikte apartmana tuğlaları taşıyalım. Çocuklar sırayla istedikleri sayıda tuğlayı sayarak apartmanın katlarına taşırlar.
YARI SOMUT	Tuğlalar taşındıktan sonra çocuklarla birlikte masaya geçilir ‘’Çocuklar şimdi apartmanımızı yaptık hikâyeye uygun sayıda insanları ve hayvanları yerleştirdik. Hikâyedeki pizzacı Evren eve gitmiş ve düşünmüş düşünmüş apartmanı unutmamak için kendisine hatıra kalsın diye apartman resmi çizmiş üzerine kat numarası kadar kareyi boyamış. Ben de sizlere apartman resimleri getirdim bizler de kendimize hatıra yapalım. Bakalım kaçıncı katta kaç kare boyuyoruz?’’ Eğitimci üzerinde apartman resmi olan Ek3 (her kartta -10 katlı- numaralar yazan ve çocukların boyamaları için boş kareler bulunan) kâğıtları çocuklara dağıtır. ‘’Apartmanda neler görüyorsunuz çocuklar? Kaç katlı apartman?’’ çocuklardan cevaplar alındıktan sonra ‘’Şimdi bizler de kendi sayılar apartmanımızı yapalım. Örneğin birinci kat hangisi? Birinci katta yer alan kutucukta bir tane karenin boyanması gerekiyor. Diğer katları da aynı şekilde yapabilirsiniz.’’ der. Çocuklar kareleri apartmandaki kartlara uygun olarak boyarlar. Daha sonra eğitimci ‘’ Elimde bir de rakam kartları var çocuklar acaba hangi kat hangi rakamın birlikte eşleştirelim. Örneğin ok işareti 9. Katta olan kartı 9 yazan kartla eşleştiriyoruz.’’
SOYUT	Eğitimci ‘’Az önce apartmanların katlarına uygun rakamlarla eşleştirmiştik şimdi de kendimiz ok hangi katı gösteriyorsa oraya uygun rakamları yazalım. Böylece kaçıncı katta olduğumuzu bilebiliriz.’’ Kartlara rakamlar yazıldıktan sonra çocuklarla birlikte incelenir. ‘’ Hangi rakamları yazdınız? Kaçıncı kattaydı elinizdeki kart? ‘’ Kartlar masadan kaldırıldıktan sonra üzeri çizgilerler 10 parçaya bölünmüş sayı doğrusu (1-10 arası rakamlar) çizilmiş kağıtlar (Ek4) çocuklara verilir. ‘’ Çocuklar peki bu çizgi kaçıncı sırada (herhangi bir çizgi gösterilir ve çocuklarla sayılır).’’ O zaman yanına 3 yazıyoruz. Şimdi çizgilerin sırasına uygun olarak rakamları yazabilirsiniz. Çalışmalarını tamamladıktan sonra hep birlikte incelenir ve değerlendirmeye geçilir.

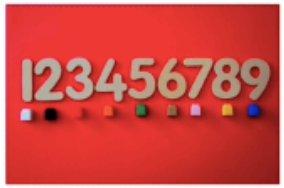
Değerlendirme

- Masalarda değerlendirmeye devam edilir. Sayılar apartmanındaki bazı rakamlar çıkartılır ve hangilerinin eksik olduğu çocuklarla birlikte tamamlanır.
- Evren pizza siparişini götürürken evi nasıl buldu? Sayılar apartmanının nasıl özellikleri vardı? Apartman resmindeki kareleri neye göre boyadınız?
- İnşaatta 2. Kata kaç tuğla taşıdın? (farklı katlar sorulur).Binanın 3. katında kaç kişi yaşıyordu? Sayar mısın?
- Evren’in yerinde olsaydın adresi ararken neler hissedersin?
- Sizin apartmanınız kaç katlı? Daha önce saydınız mı? Kaçıncı katta oturuyorsunuz?

(Ek1)

Adres çok ilginçmiş hep sayılarmış.
Aramış aramış bulamamış.





Bahçeyi sulayan birini görmüş bahçeyi sulayan kişiye ''Apartmanı bulamadım yardımcı olabilir misiniz'' demiş. O da ''Sokak numaralarıyla bulabilirsiniz'' demiş.





Evren apartmanı aramak için sokak numaralarına bakarak ilerlemiş. Evren bir yandan da sokak numaralarını sayıyormuş ''1. Sokak 2. Sokak 3. 4. ve 5. sokağa geldim.''



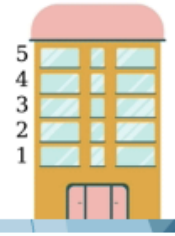


Sonra binaları saymaya başlamış ''1. Binayı geçtim 2. Binayı geçtim 3-4-5. Binaları da geçtim.''



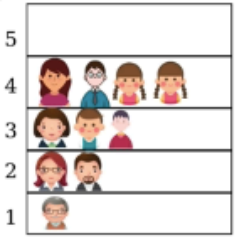
Sonunda. Binaların yanından geçerken bir tanesinin üstünde bir şey yazdığını fark etmiş. ''Sayılar Binası'' Bu binanın bir özelliği varmış. Her katta kat numarası kadar kişi oturuyormuş.





Birinci katta bir kişi burada çok yaşlı bi amca oturuyor. 2. Katta 2 kişi 3. Katta 3 kişi varmış. 4. Katta bir anne bir baba bir de ikiz çocuklar varmış.





Evren katları çıkmaya başlamış ve sonunda 5. kata ulaşmış. Evren'in elinde 5 pizza ve 5. Katta da 5 kişi varmış.. Sonunda doğru katı bulmuş ve pizzaları teslim etmiş.

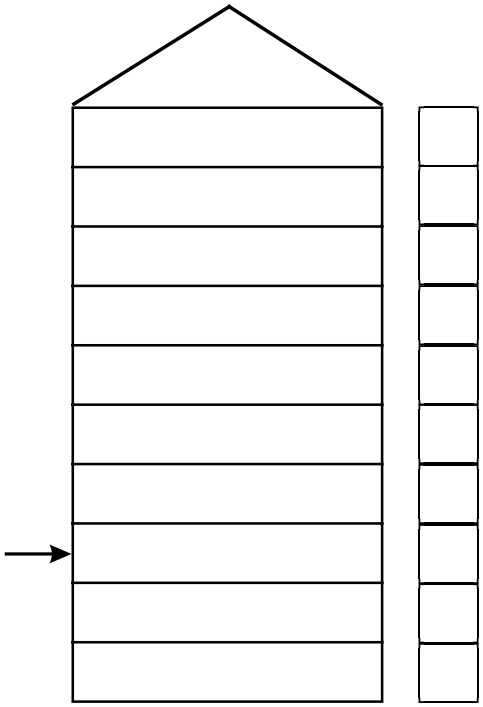




Daha sonra diğer siparişleri almak için pizzacıya geri dönmüş



(Ek2) 

(Ek3) 

(Ek4) 

EK 8. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı Uzman Değerlendirme Formu

UZMAN DEĞERLENDİRME FORMU

Sayın hocam,
Ölçek Maddelerinin Değerlendirilmesi konusunda,

- Aşağıdaki tablo üzerinde her bir maddeyi; incelemeniz ve uygun olup olmadığını belirtmeniz beklenmektedir.
- Değerlendirirken her bir etkinliğin tablosuna bulunan kriterler bölümüne, kritere uygun ise "+" , uygun değil ise "-" işareti koymanızı, madde ile ilgili görüş ve önerilinizi de yazmanızı rica ediyoruz.

Çalışmaya verdiğiniz katkılarınız ve görüşleriniz için teşekkürlerimizi sunarız.

Matematikte Somut-Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımı (Concrete-Representational-Abstract)

Somut-Yarı Somut (Temsili) -Soyut yaklaşımı, daha soyut matematiksel kavramların nitelikli bir şekilde anlaşılmasını sağlamak için somut manipülatifler kullanılan bir yaklaşımdır. Somut, Yarı Somut (Temsili)- Soyut öğretimi, matematiksel kavramları öğretmek ve öğrenmek için bir süreçtir. Materyalin manipülasyonuyla başlayarak malzemeler (sayaçlar, fasulyeler, Unifix küpleri), süreç çocukları temsil düzeyine taşır (toplu sayılar, noktalar, pullar) ve anlayışları göstermek için sayıların ve sembollerin kullanıldığı soyut düzeydeki matematiğe ulaştırmaktadır.
Matematikte temsilin üç net aşaması olduğu öne sürülmektedir:
Aşama 1: Problemleri keşfetmek ve çözmek için para, sayaçlar, küpler, onluk bloklar ve zarlar gibi manipülatifleri kullanan somut ve eyleme dayalı temsil - bunu 'yapma' aşaması.
Aşama 2: Çubuk modeller gibi somut nesnelerin resimli temsilleri, problemleri modellemek için kullanılır - 'görme' aşaması.
Aşama 3: Matematiksel sembolleri kullanan soyut gösterimler - sembolik aşama.

Arş. Gör. Feyza AYDIN, ***Aksaray Üniversitesi***
Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ, ***Gazi Üniversitesi***

ETKİNLİK 1 (EŞLEŞTİRME MİKTAR)

	MADDELER	UYGUN	UYGUN DEĞİL	AÇIKLAMA
1	Farklı alanlardan kazanım ve göstergelere yer verilmiştir.			
2	Kullanılan yöntem, kazanım ve göstergelerle ilişkilidir.			
3	Etkinlikte kullanılan materyaller çocuğun gelişim özellikleri açısından uygundur.			
4	Etkinlik için seçilen materyaller matematik etkinliğinin amacına uygundur.			
5	Eğitim ortamına getirilen materyaller ilgi çekicidir.			
6	Etkinlik çocuğun ilgili matematik becerilerini destekleyicidir.			
7	Etkinlikte ele alınan konu ve materyaller (somut-yarı somut-soyut) kullanılan yaklaşıma uygundur.			
8	Etkinlik öğretmen ve çocuğun iletişim kurmasına imkan tanımaktadır.			
9	Etkinlikte kullanılan materyaller etkinliğin tekrarlanması ya da değiştirilerek oynanmasına imkan tanımaktadır.			
10	Etkinlik sürecinde verilen yönergeler çocuk açısından açık, net ve anlaşılır biçimdedir.			
11	Etkinlik sürecinde verilen yönergeler öğretmen açısından açık, net ve anlaşılır biçimdedir.			
12	Etkinlik sırasında eğitimci uygun matematik dilini kullanmaktadır.			
13	Hazırlanan etkinlik tüm aşamalarında çocuk ve öğretmenin aktif katılımına yöneliktir.			
14	Etkinlik sonunda değerlendirme sorularına yer verilmiştir.			
GÖRÜŞ VE ÖNERİLERİNİZ:				

EK 9. Etik Kurul İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 08.04.2022-E.333644

T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Etik Komisyonu

Sayı : E-77082166-302.08.01-333644 08.04.2022
Konu : Bilimsel ve Eğitim Amaçlı

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Ana Bilim Dalı **Doktora Öğrencisi Feyza AYDIN BÖLÜKBAŞ'ın, Prof.Dr.İlkay ULUTAŞ'ın** danışmanlığında yürüttüğü ***''Somut - Yarı Somut (Temsili) - Soyut Yaklaşımlı Matematik Eğitim Programının Öğretmenlerin Bilgi, Tutum ve Uygulamalarına ve Çocukların Matematik Becerilerine Etkisi"*** adlı tez çalışması ile ilgili konu Komisyonumuzun **22.03.2022** tarih ve **06** sayılı toplantısında görüşülmüş olup,

İlgilinin çalışmasının, yapılması planlanan yerlerden izin alınması koşuluyla yapılmasında etik açıdan bir sakınca bulunmadığına oybirliği ile karar verilmiş ve karara ilişkin imza listesi ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi rica ederim.

Araştırma Kod No: 2022 - 468

Prof. Dr. İsmail KARAKAYA
Komisyon Başkanı

Ek:1 Liste
DAĞITIM
Gereği:
Sayın Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ

Bilgi:
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

Bu belge,güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

EK 10. MEB İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 28.06.2022-E.399205

Evrak Tarih ve Sayısı: 28.06.2022-E.399114

T.C.
AKSARAY VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-76490249-605.01-52887395 28.06.2022
Konu : Veri Toplama ve Anket İzni

GAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE

İlgi: Valilik Makamının 27/06/2022 tarihli ve E-76490249-605.01-52852082 sayılı Onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Anabilim Dalı, Okul Öncesi Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Feyza AYDIN BÖLÜKBAŞ, **"Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Aşamalı Eğitim Programının Öğretmenlerin Bilgi Tutum ve Uygulamalarına ve Çocukların Matematik Becerilerine Etkisi "** konulu yüksek lisans tez çalışması ile ilgili ilgi Valilik Makamı Onayı yazımız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinizi arz ederim.

Hacı Ömer KARTAL
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek: İlgi Onay (1 Adet)

EK 11. Gönüllü Olur Formu

T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
ETİK KOMİSYONU

KATILIMCILAR İÇİN BİLGİLENDİRİLMİŞ GÖNÜLLÜ OLUR FORMU

Sizi**, Gazi Üniversitesi Etik Komisyonu'**ndan 22.03.2022 tarih / 06 sayı ile izin alınan* ve tez öğrencisi Feyza AYDIN BÖLÜKBAŞ ve Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ tarafından yürütülen "Somut - Yarı Somut (Temsili)– Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Öğretmenlerin Bilgi, Tutum ve Uygulamalarına ve Çocukların Matematik Becerilerine Etkisi" başlıklı araştırmaya davet ediyoruz. Bu çalışmaya katılmak tamamen gönüllülük esasına dayanmaktadır. Çalışmaya katılmama veya katıldıktan sonra herhangi bir anda çalışmadan çıkma hakkına sahipsiniz. Bu çalışmaya katılmanız için sizden herhangi bir ücret istenmeyecektir. Çalışmaya katıldığınız için size bir ödeme yapılmayacaktır. Çalışmadan elde edilecek bilgiler tamamen araştırma amacı ile kullanılacak olup kişisel bilgileriniz gizli tutulacaktır.

*Gazi Üniversitesi Etik Komisyon izini alındıktan sonra doldurularak kullanılacaktır.

Araştırmanın Amacı	Çalışma okul öncesi öğretmenleri için "somut- yarı somut (temsili)- soyut yaklaşımlı okul öncesi matematik programının'' öğretmenlerin bilgi, tutum ve uygulamalarına ve çocukların matematik becerilerine etkisini incelemek amacıyla gerçekleştirilecektir. Ayrıca matematik eğitiminin okul öncesi dönem açısından öneminin anlaşılması ve bununla birlikte öğretmenlerin matematiğe ilişkin olumsuz tutumlarının önüne geçilmesi, matematik uygulamalarındaki yetersizliklerinin farkına varmalarını sağlayarak alternatif uygulamalar geliştirmelerine imkân verecektir.
Araştırmanın Yöntemi	Araştırmaya dahil edilecek öğretmenlerin ve çocukların demografik bilgilerini toplamak için 'Genel Bilgi Formu', nicel verileri elde etmek amacıyla öğretmenlerin bilgilerini ölçmek için 'Okul Öncesi Öğretmenlerinin Matematiğe İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (OMİPAB)' ve çocukların matematik becerilerini ölçmek için Erken Aritmetik Testi, nitel verileri elde etmek için, öğretmenlerin sınıfta yaptıkları matematik uygulamalarını ve matematiğe karşı tutumlarıyla ilgili bilgi toplamak için Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi kullanılacaktır. Araştırmada kullanılacak olan gözlemler hakkında öğretmenlerin bilgilendirilecek ve gözlemler hakkında sınıflardaki gerekli düzenlemelerin yapılacaktır. Uygulamada kullanılacak Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Eğitim Program hakkında deney grubu öğretmenlerinin bilgilendirilecek ve uygulama sürecinde, araştırmaya katılacak olan uzmanla birlikte uygulamaya başlanacaktır. Uygulama boyunca araştırmacı ve uzmanın, deney ve kontrol grubundaki sınıflardaki uygulamaları ve etkinlikleri gözlemlenecek ve uygulama sonunda ise son testler ve kalıcılık testleri için gerekli veriler toplanacaktır.
Araştırmanın Öngörülen Süresi (Başlama ve Bitiş Tarihi)	12 hafta
Araştırmaya Katılması Beklenen Katılımcı/Gönüllü Sayısı	**1 deney-1 kontrol grubu öğretmen ve 16 deney-16 kontrol grubunda yer alacak okul öncesi dönem çocuklar**

Araştırmanın Yapılacağı Yerler	Aksaray Merkez'de bulunan anaokulları
Görüntü ve/veya ses kaydı alınacak mı?	Evet ☐ Hayır ☒

KATILIMCI BEYANI

Yukarıda amacı ve içeriği belirtilen bu araştırma ile ilgili bilgiler tarafıma aktarıldı. Bu bilgilerden sonra araştırmaya katılımcı olarak davet edildim. Bu çalışmaya katılmayı kabul ettiğim takdirde gerek araştırma yürütülürken gerekse yayımlandığında kimliğimin gizli tutulacağı konusunda güvence aldım. Bana ait verilerin kullanımına izin veriyorum. Araştırma sonuçlarının eğitim ve bilimsel amaçlarla kullanımı sırasında kişisel bilgilerimin dikkatle korunacağı konusunda bana yeterli güven verildi. Araştırmanın yürütülmesi sırasında herhangi bir sebep göstermeden çekilebilirim. Araştırma için yapılacak harcamalarla ilgili herhangi bir parasal sorumluluk altına girmiyorum. Bana herhangi bir ödeme yapılamayacaktır. Araştırma ile ilgili bana yapılan tüm açıklamaları ayrıntılarıyla anlamış bulunmaktayım. Bu çalışmaya hiçbir baskı altında kalmadan kendi bireysel onayım ile katılıyorum. İmzalı bu form kağıdının bir kopyası bana verilecektir.

Araştırma yürütücüsü(Tez çalışmalarında Danışman tarafından imzalanacaktır.)

Adı ve Soyadı	Prof. Dr. İlkay ULUTAŞ	Tarih ve İmza
Adres ve telefonu		

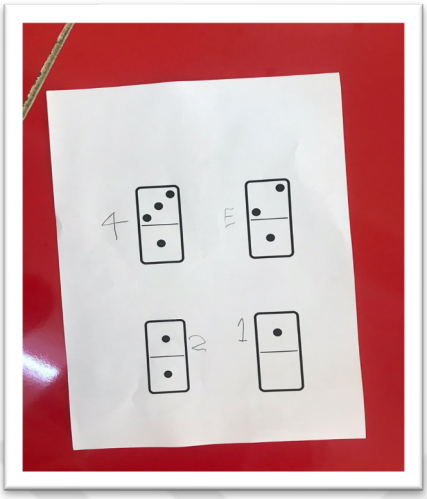
Katılımcı

Adı ve Soyadı		Tarih ve İmza
Adres ve telefonu		

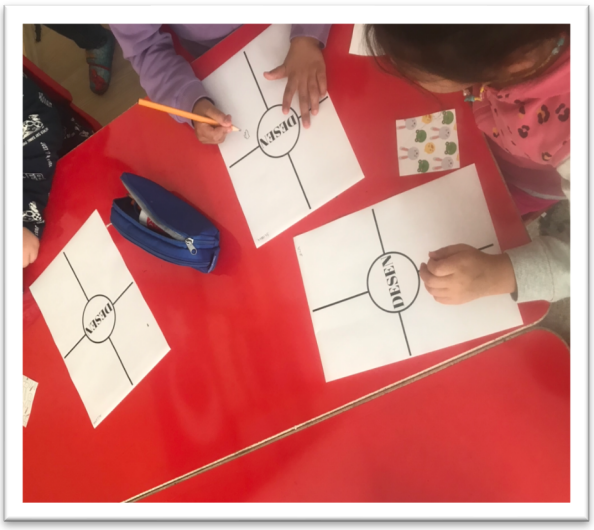
Velayet veya Vesayet Altındaki Katılımcılar için Veli/Vasi

Adı ve Soyadı		Tarih ve İmza
Adres ve telefonu		

EK 12. Somut-Yarı Somut (Temsili)-Soyut Yaklaşımı Matematik Programı Etkinlik Görselleri

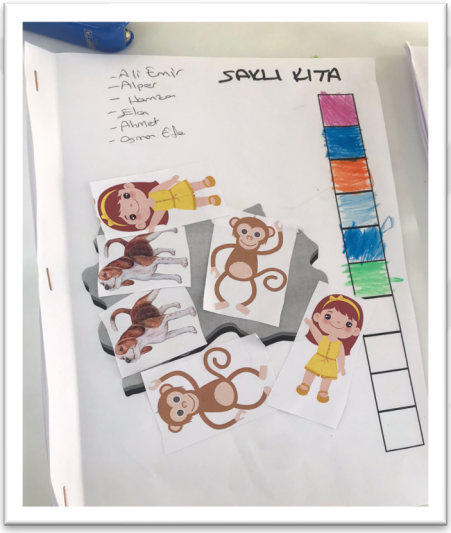


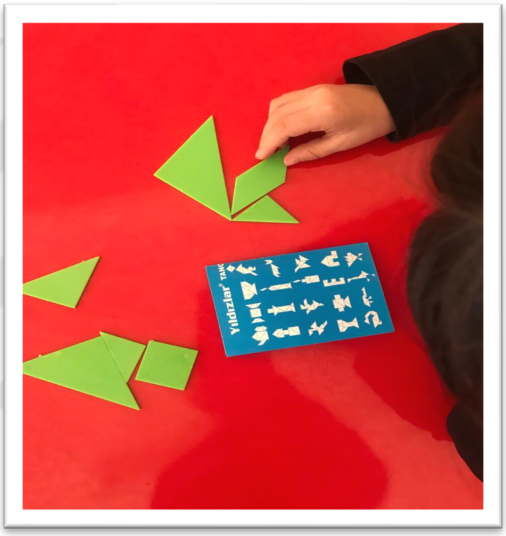


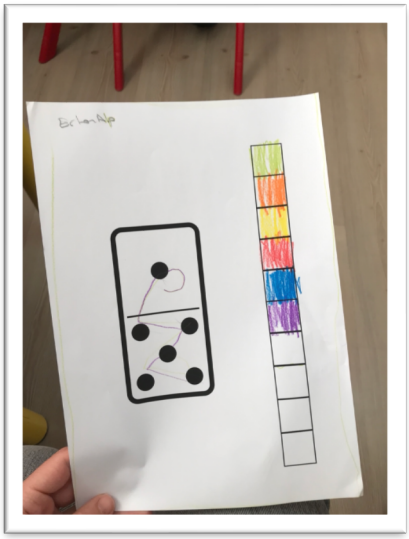








SAKLI KITA
-Ali Emir
-Alper
-Hamza
-Eda
-Ahmet
-Asmin Ela









GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR...