GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM BÖLÜMÜ
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM DALI

ÖĞRETMEN ADAYLARININ BAZI GEOMETRİK KAVRAMLARLA İLGİLİ SAHİP OLDUKLARI KAVRAM İMAJLARININ VE İMAJ GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ ÜZERİNE FENOMENOGRAFİK BİR ÇALIŞMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan
Hilal Gülkılık

Ankara 2008

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Hilal GÜLKILIK' ın **"ÖĞRETMEN ADAYLARININ BAZI GEOMETRİK KAVRAMLARLA İLGİLİ SAHİP OLDUKLARI KAVRAM İMAJLARININ VE İMAJ GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ ÜZERİNE FENOMENOGRAFİK BİR ÇALIŞMA"** başlıklı tezi …… tarihinde, jürimiz tarafından ORTAÖĞRETİM BÖLÜMÜ MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM DALI'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı İmza

Üye (Tez Danışmanı): ....

Üye : ....

Üye : ....

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ÖZET

Öğretmen Adaylarının Bazı Geometrik Kavramlarla İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının Ve İmaj Gelişiminin İncelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma

(Yüksek Lisans Tezi)

Hilal GÜLKILIK

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mart 2008

Bu araştırmanın amacı; bazı geometrik kavramlar ile ilgili öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram imajlarını keşfetmek ve kavram imajlarındaki gelişimleri anlamaktır. Katılımcılar, bir devlet üniversitesinin Orta Öğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında lisans eğitimi alan beş öğretmen adayından oluşmaktadır. Bu çalışma katılımcıların sahip oldukları kavram imajlarını ve imaj gelişimlerini keşfetmek için yapılan bir eğitim deneyimine dayanmaktadır. Bu eğitim deneyimi öğretmen adaylarının lisans seviyesinde aldıkları Seçmeli Geometri dersidir.

Beş öğretmen adayı amaçlı örneklem tekniğine(Patton, 1990) göre seçilmiş ve çalışmaya gönüllü olarak katılmışlarıdır. Veriler; görüşmeler, öğrencilerin yazılı

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

dokümanları (testler ve vize sınavı) ile sınıf gözlemlerinden elde edilmiştir. Yapılan analizde özel olarak, katılımcıların verdikleri cevaplar doğrultusunda sahip oldukları kavram imajlarını teşhis etmek üzere, görüşme sorularına odaklanılmıştır. Elde edilen verilerin tamamı genel olarak Tall ve Vinner(1981) tarafından geliştirilen kavram imajı ve kavram tanımı yapısı esas alınarak analiz edilmiştir.

Verilerin analizinde öğretmen adaylarının görüşleri fenomenografik yöntemle karşılaştırılmış, kategorilere ayrılmış ve yorumlanmıştır. Büyük bir veri yığınının ışığı altında, şu açıklamalar yapılabilir: geometrik kavramları içeren bir problem durumu ile karşı karşıya gelen öğretmen adayları farklı tecrübelerinin etkileriyle şu eylemleri gerçekleştirmektedir.

(1) Sadece kazandıkları yeni kavram imajlarını kullanmaktadırlar

(2) İlk olarak yeni kavram imajı ile problemin üstesinden gelmeye çalışmakta, eğer bunu başaramazlarsa eski kavram imajına geri dönmektedirler

(3) Problem çözme sürecinde eski ve yeni kavram imajlarını birlikte kullanmayı tercih etmektedirler.

Araştırmadan çıkan bir diğer bulgu ise, öğretmen adayları problem çözmeye çalışırlarken uygun bir kavram imajı kullanmaya gereksinim duymaktadır. Aksi halde öğretmen adayları amaçlanan davranışı sergileyememektedirler. Araştırma için baz alınan Seçmeli Geometri dersi öncesinde geometrik kavramlarla ilgili uygun kavram imajı geliştiremeyen öğretmen adaylarının, dersin sonunda uygun kavram imajı geliştirdikleri görülmüştür.

Araştırmada ayrıca bulgular çerçevesinde, bu konularda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve eğitimcilere yönelik önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Geometri Öğretimi, Geometrik Kavramlar, Öğretmen Adayları, Açı, Çember, Geometrik Yer, Metrik, Kavram İmajı, İmaj Gelişimi.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ABSTRACT

A Phenomenographic Study On The Concept Images and Image Development of Prospective Secondary Mathematics Teachers' Related with Some Geometric Concepts

(M. Sc. Thesis)

Hilal GÜLKILIK

GAZI UNIVERSITY

INSTITUTE OF SCIENCE EDUCATION

March 2008

The purpose of this study is to investigate prospective secondary mathematics teachers' concept images of some geometric concepts and understand the development in concept images. The participants were five prospective secondary mathematics teachers enrolled in a faculty of education department of secondary mathematics education. The current study is based on prepared teaching experiment to investigate the some geometric concept images and the image development of the participants. Tihs prepared teaching experiment is Geometry (Optional) lesson that participants take at bachelor's degree.

Five prospective secondary mathematics teachers were choosen to a purposeful sampling (Patton, 1990) and voluntarily participated in this study. Data were obtained from interviews, students' written work (tests and quiz) and classroom observations. The analysis particularly focused on identifying participants' concept

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

images as they answered interview questions during the interviews. The whole data were analyzed considering mostly Tall and Vinner's (1981) framework of concept image.

To analyze these data, the views of student teachers were categorized, compered and commented by using phenomenographic method.

In light of a huge data set, the following assertions can make in this study: when a student teacher face to manage a geometric problem involving geometric concepts, by the effects of differents education experiments, he/she makes these actions:

(1) Use just their new concept images

(2) First trie to overcome problem with new concept image but if they can't, return to old concept image

(3) Prefer using old and new concept images both during the problem solving process.

What also arises from this study is when someone tries to solve a problem he/she needs to use a appropriate concept image, otherwise the target behaviour can't be showed. Before the Optional Geometry lesson prospective teachers hadn't exposed expected concept images for geometric concepts but after the lesson they could improve appropriate images.

Besides, suggestions are made for both this study and for research who want to work on this issue in the future.

Keywords: Geometry Education, Geometric Concepts, Prospective Secondary Mathematics Teachers, Angle, Circle, Locus, Metric, Concept Image, Image Development.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

TEŞEKKÜR

Araştırmanın gerçekleşmesinde görüşleriyle yardımcı olan ve çalışma boyunca yol gösteren tez danışmanım Prof. Dr. Hasan Hüseyin UĞURLU' ya en derin saygılarımla teşekkür ederim.

Araştırma görevliliğine başladığım ilk günden beri sorularıma sabırla cevap verip, her zaman destek olarak görüşlerini benden esirgemeyen hocalarım Prof. Dr. Ziya ARGÜN' e ve Doç. Dr. Ahmet ARIKAN' a;

Girdiğim her dersinde nitel araştırmalar konusundaki bilgilerimin çoğaldığını hissettiren ve tezim ile ilgili değerli fikirlerini benimle paylaşan hocam Dr. Şükrü Kaya'ya;

Araştırma boyunca sorduğum tüm sorulara samimiyetle cevap vererek tezimi okuma-eleştirme zahmetine katlanan Arş. Gör. Gönül YAZGAN ve Arş. Gör. Handan ÇOLAK başta olmak üzere tüm çalışma arkadaşlarıma;

Araştırma süresince gereken her durumda severek çalışmaya dâhil olduklarını hissettiğim beş öğretmen adayına ve dersi alan tüm adaylara;

Eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme;

Ve tez çalışmam boyunca anlayış gösterip her türlü fedakârlıktan kaçınmayan eşim İbrahim Gülkılık ile tüm yorgunluğumu alıp araştırma şevkimi tazeleyen oğlum Mehmet Eren Gülkılık'a içtenlikle teşekkür ederim.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

İÇİNDEKİLER

ÖZET……iii
ABSTRACT……v
TEŞEKKÜR……vii
İÇİNDEKİLER……viii
TABLOLAR CETVELİ……x
ŞEKİLLER CETVELİ……xii
1. GİRİŞ……1
1.1. Problem Durumu……1
1.1.1. Öğretmen adaylarının geometrik kavramlara ait sahip oldukları kavram imajlarını incelemek için gerekçeler……2
1.2. Araştırmanın Problemi ve Alt Problemler……9
1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi……9
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları ……11
1.5. Araştırmanın Varsayımları……12
1.6. Tanımlar……12
2.KAVRAMSAL ÇERÇEVE……14
2.1. Kavram Öğrenme ve Geometrik Kavramları Öğrenme……14
2.2. Kavram tanımı ve kavram imajı ……18
2.3. Açı, Çember, Geometrik Yer ve Metrik Kavramları……28
2.3.1. Açı kavramı……29
2.3.2.Çember Kavramı ……36
2.3.3. Geometrik Yer Kavramı……38
2.3.4.Metrik Kavramı……40
2.4. İlgili Araştırmalar……42
2.4.1. Geometrik kavramlar ile ilgili yapılan çalışmalar……42
2.4.2 Kavram imajı ile ilgili yapılan çalışmalar……46
3. YÖNTEM ……50
3.1. Evren ve Örneklem ……50
3.2. Araştırmanın Modeli……51

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3.3. Araştırmanın Uygulanması……..52
3.3.1 Araştırma için tasarlanan ders süreci ve dersin yapıldığı sınıf…….52
3.3.2. Araştırmacın rolü ve araştırmanın süresi…….56
3.4.Veri Toplama Teknikleri……..…….56
3.5. Geçerlilik Çalışmaları……...…60
3.6. Verilerin Analizi …….61
3.6.1. Ön hazırlık……...…….....61
3.6.2 Fenomenografi ve kategorilerin oluşturulması……..62
4. BULGULAR VE YORUMLAR……..65
4.1. Süreç Öncesi Elde Edilen Verilere Dayalı Bulgular ve Yorumlar……..66
4.2. Süreç Ortasında Elde Edilen Verilere Dayalı Bulgular ve Yorumlar……105
4.3. Süreç Sonrası Elde Edilen Verilere Dayalı Bulgular ve Yorumlar……116
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER……...149
5.1.Sonuçlar…..……...……..149
5.2. Öneriler……..154
KAYNAKÇA…….. 171
EKLER…… ...180

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

TABLOLAR CETVELİ

Tablo–1 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Önce Açı Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–2 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Önce Açının Büyüklüğü İle İlgili Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–3 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Önce İki Eğri Arasındaki Açı İle İlgili Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–4 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Önce Çember Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–5 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Önce Geometrik Yer Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–6 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumu Esnasında Çember Kavramına Ait Cevaplarının Analizi

Tablo–7 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumu Esnasında Geometrik Yer Kavramına Ait Cevaplarının Analizi

Tablo–8 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumu Esnasında Açının Ölçüsü İle İlgili Analizi

Tablo–9 Tasarlanan Eğitim Durumuna Dâhil Olan Öğretmen Adaylarının Süreç Esnasında Geometrik Kavramlara Ait Düşünceleri

Tablo–10 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Sonra Açı Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–11 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Sonra Açının Büyüklüğü İle İlgili Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–12 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Sonra Eğride Açılarla İlgili Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–13 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Sonra Çember Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

Tablo–14 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Sonra Geometrik Yer Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–15 Öğretmen Adayların Tasarlanan Eğitim Durumundan Sonra Metrik Kavramına Ait Sorulara Verdikleri Cevapların Analizi

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ŞEKİLLER CETVELİ

Şekil–1 Kavram Oluşum Süreci
Şekil–2 Formal Tanımın Bilişsel Gelişimi
Şekil–3 Tanımla İmaj Arasındaki Olması Beklenen Bağlantı
Şekil–4 Tamamen Formal Öğretim
Şekil–5 Sezgisel Düşünce İle Öğretim
Şekil–6 Sezgisel Yaklaşım
Şekil–7 Uygun Olmayan Kavram İmajının, İmaj Şekillenmesine Etkisi
Şekil–8 Öklidyen Düzleminde Birim Çember ve Açının Ölçüsü
Şekil–9 $[AB]$ doğru parçasını $\frac{2}{1}$ oranında bölen noktaların geometrik yeri
Şekil–10 3 numaralı öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi
Şekil–11 2 numaralı öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi
Şekil–12 5 numaralı öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi
Şekil–13 Bir öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi
Şekil–14 Bazı öğretmen adaylarının açı kavramına ait çizimleri
Şekil–15 5 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi
Şekil–16 1 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi
Şekil–17 4 numaralı öğretmen adayının eğride açılara ait çizimi
Şekil–18 4 numaralı öğretmen adayının eğride açılara ait çizimleri
Şekil–19 1 numaralı öğretmen adayının metrik-çember ilişkisine ait çizim
Şekil–20 1 numaralı öğretmen adayının çember-geometrik yer kavramına ait çizimi
Şekil–21 1 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi
Şekil–22 5 numaralı öğretmen adayının çember-geometrik yer kavramına ait çizimi
Şekil–23 5 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi
Şekil–24 3 numaralı öğretmenin tasarlanan eğitim durumundan sonra açının büyüklüğüne ait çizimi
Şekil–25 4 numaralı öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan sonra açının büyüklüğü ile ilgili çizimi
Şekil–26 1 numaralı öğretmen adayın tasarlanan eğitim durumundan sonra çember kavramına ait çizimi

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Şekil–27 1 numaralı öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan sonra geometrik yer kavramına ait çizimi.
Şekil–28 Lorentz Düzlemde Vektörler
Şekil–29 Lorentz Düzlemde Birim Çemberler
Şekil–30 Lorentz Düzlemde Hiperbolik Açı ve Ölçüsü
Şekil–31 Lorentz Düzlemde Merkez Açı ve Ölçüsü
Şekil–32 Galile Düzleminde Uzaklık
Şekil–33 Galile Düzleminde Birim Çemberi ve Açının Ölçüsü

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın problemi ve alt problemler, araştırmanın amacı ve önemi, araştırmanın varsayımları ile sınırlılıkları ele alınacaktır.

1.1. Problem Durumu

Bu araştırmanın amacı; matematik öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip olduğu kavram imajlarını belirlemek ve bu kavram imajlarının tasarlanan eğitim durumu boyunca gelişimini keşfetmeye çalışmaktır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının 5 yıllık lisans eğitimlerinin 3. yılında aldıkları geometri alanına ait seçmeli bir dersin süreç olarak izlenmesi uygun görülmüştür. Bu yüzden araştırma bu dersi alan beş öğretmen adayının araştırılan kavramlara ait kavram imajlarını belirlemek, tasarlanan eğitim süresince kavramların gelişimini incelemek ve süreç sonunda yeniden şekillenen kavram imajlarındaki değişimi görmek için tasarlanmış olan ve yaklaşık üç ay süren bir öğretim deneyimi ile şekillenmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1.1.1. Öğretmen adaylarının geometrik kavramlara ait sahip oldukları kavram imajlarını incelemek için gerekçeler

Neden geometri ve geometrik kavramlar?

> *"Evren, her zaman gözlerimizin önünde. Fakat onun dilini öğrenmeden ve bu dilin yazıldığı harfleri yorumlama bilgisi olmadan, bu evreni anlamamız olanaksızdır. Evrenin dili matematiğin diliyle yazılmıştır ve bu dilin harfleri; üçgenlerden, çemberlerden ve öteki geometrik şekillerden oluşur. Bunlar olmadan, insanlar, evrenin tek bir sözcüğünü anlayamaz ve bunların yokluğunda, kendimizi karanlık bir labirentten çıkmaya çalışırken buluruz."*
>
> *(Galileo,1623)*

Tarihsel olarak matematiğin gelişim çizgisine bakıldığında, geometrinin aritmetikten önce ve daha hızlı geliştiği; yapılan çalışmalarla geliştirilerek zenginleştirildiği görülmektedir. Geometri kavramları ve kuralları, çok çeşitli bilim ve sanat dallarında/alanlarında yaygın olarak kullanılır. (Duatepe ve Ersoy, 2001) Clements ve Battista (1992)' a göre ise Geometri, uzayı (evreni) anlamaktır ki; uzay (evren) yaşadığımız, nefes aldığımız ve hareket ettiğimiz yerdir. İnsan, bu aktiviteleri gerçekleştirmek için bilmeyi, öğrenmeyi, araştırmayı ve elde etmeyi öğrenmelidir. Sözcük anlamı olarak da Geometri, Yer(Dünya)'in ölçümü anlamına gelmektedir (Dönmez, 2003).

Geometrik ve uzamsal zekâ, matematik öğreniminin başlıca öğeleridir. Fiziksel çevre ile ilgili derinlemesine düşünmek ve yorum yapmak için ya yollar sunabilirler, ya da matematik ve bilimin diğer çalışma alanlarında yardımcı olurlar. Geometri, matematiğin doğal bir alanıdır. Öğrencilerin mantıksal ve düşünsel

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

yeteneklerinin gelişimini sağlar (National Council of Teachers of Mathematics, 2006). O halde, hayatın içine bu kadar yerleşmiş bir disiplin olarak Geometri ve bu bağlamda Geometri öğrenimi ile öğretimi için neler söylenilebilir. Hangi yöntemlerden bahsedilebilir? Geometri eğitiminin amacı nedir? Ne tür sıkıntılar ya da eksiklikler vardır?

Freudenthal(1973)' a göre; geometri öğrenimi ve öğretimi ile ilgili iki ana "temel" yöntem vardır. Birincisi geometriyi *bir alan bilimi olarak görmek*, ikincisi ise onu, öğrencinin matematik alt yapısı için, his alabileceği bir çevre olduğu ortamda, *mantıksal bir yapı olarak görmektir*. Burada, geometri ortamına daha kapsamlı bir anlam yüklenir ki ortamda gerçek bir çevre temel olarak alınmaz. Bu iki yöntemin birbirine bağlı olduğu konusunda fikir birliği vardır, çünkü geometrinin alan bilimi olarak ele alındığı bazı öğretim seviyelerinde geometrinin öğrenilmesi için geometrinin mantıksal bir yapı olarak görülmesine ihtiyaç duyulur.

Geometri öğretiminin genel amaçları ise iki ana başlıkta toplanabilir.

a. Öğrenci, fiziksel dünyasını, çevresini ve evreni açıklamada ve anlamlaştırmada geometriyi kullanabilmelidir.

b. Öğrenci, problem çözme becerilerini geliştirmeli(Geometrik şekilleri tanıyabilmeli, açıklayabilmeli, karşılaştırabilmeli ve sınıflandırabilmeli, varlıklar arasında ilişkiler kurabilmeli, mekân, uzay kavramı geliştirebilmeli, geometrik şekiller arasında dönüşümleri keşfedebilmeli, üç boyutlu nesneleri özelliklerine göre sınıflandırabilmeli, tanıyabilmeli ve açıklayabilmelidir.) (Baki,2001).

Amaçlanan bu kazanımların gerekleşmediği, Geometri alanında Türk öğrencilerinin zorluklar yaşadığı, uluslararası çalışmalarla(TIMSS) da teyit edilmiştir (Aktaran: Durmuş ve diğ, 2000). Geometri öğretiminin ilköğretimden başlayarak öğrencilere yeterince kavratılamamış olması, ortaöğretim geometri öğretiminde ve bu alana bağlantılı diğer konuların kavratılmasında büyük sıkıntılar yarattığı bir gerçektir. Ülke genelinde ilk ve ortaöğretimde bu konu üzerinde yapılmış olan çok

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

fazla istatiksel araştırma bulunmasa da geometri öğretiminin matematik öğretimi içerisinde öğrenciler tarafından anlaşılması konusunda büyük sorunların olduğu göz ardı edilemez (Yılmaz ve diğ., 2000).

Geometri kavramlarının ve kurallarının, çok çeşitli bilim ve sanat dallarında/alanlarında yaygın olarak kullanıldığı (Duatepe ve Ersoy,2001), matematiksel düşüncenin geliştirilmesinde geometrik düşüncenin vazgeçilmez bir öneme sahip olduğu (Goldenberg, 1998) ve insanoğlunun tüm hayatını çevreleyen geometrik dünyadan verimli şekilde yararlanmasının bu geometrik dünyayı kavramaya bağlı olduğu (Altun, 2001) göz önüne alındığında, geometri eğitiminin ne derece önemli olduğu daha iyi anlaşılacaktır.

Geometri ve öğretiminin öneminin açıklanmasından sonra araştırmada neden özellikle Geometrik kavramlarla ilgili bir çalışma yapıldığı açıklanacaktır. Kibar (2002) Geometrik kavramların, Matematik öğretiminin en önemli sorunlarının başında geldiğini söylemektedir. Geometrik kavramlar, insanoğlunun etrafını tanımlama ihtiyacından ve deneyim kazanma aktivitelerinden ortaya çıkan geometrik özelliklerin yavaş yavaş kendi başlarına kuramsal anlamlar kazanmasıyla şekillenmiştir. Maybery(1983)'e göre de; öğrencilerin geometrik kavramları öğrenmeleri, çoğunlukla ezbere dayanmaktadır. Geometriksel ifadelerde yer alan özellikler, kapsamlar, ilişkilendirmeler ve anlamlar yeterince öğretilememektedir (Aktaran: Clements ve Battista,1992).

Ayrıca geometrik kavramlar ve muhakeme yeteneğinin geliştirilmesi öğrencilerin matematik eğitiminde büyük rol oynamaktadır (Clements veBattista, 1992).

Öğrencilerin bahsedilen geometrik dünya ile doğru etkileşimde bulunmaları ve yukarıda geçen amaçlara ulaşabilmelerinde, geometrik kavramların büyük payı olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin geometrik kavramlarla ilgili nasıl bir kavrayış modeli geliştirdiklerini bilmek, var olan eksiklikleri gidermek ve yeni yapılandırmalar inşa etmek için çok önemli bulunmaktadır. B araştırma sayısının u

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

konuda yapılan araştırma sayısının az olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle fark edilen bu eksikliği kısmen de olsa gidermek için bu araştırmada geometrik kavramların ele alınmasına karar verilmiştir.

Neden kavram imajı?

Eğitim bilimi açısından, kavram imajı ve kavram tanımı yapısı, öğretenin, öğrenenlerin kavramsal temellerini anlamasında etkin rol oynamaktadır. (Cottrill, 2003). Burada sözü geçen kavram imajının ve kavram tanımının ne olduğunu anlamak için kavram kelimesini bütün özellikleri ile irdelemek ve eğitimde kavram öğretiminden bahsetmek kaçınılmazdır.

Kavram kelimesinin sözcük anlamına bakıldığında "nesnelerin veya olayların ortak özelliklerini kapsayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarım, mefhum, kavrayış" ile "bir nesnenin veya düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı " ifadeleri ile karşılaşılır. (http://tr.wikipedia.org/wiki/Kavram)

Kavramlar; algılamaya dayalı olduğu için bireyden bireye farklılık gösterebilir, dilin zenginliğine göre anlam ve özellikler kazanabilir, hem soyut hem de somut özellikleri ayrı veya birlikte taşıyabilirler. Kavramlar farklı kültürler içinde farklı anlamlar taşıdığı gibi, aynı kültür içindeki bireyler arasında bile yaşantılara bağlı anlam farklılıkları gösterebilir (Beydoğan,1998). Paulos(1993)' e göre kavramın ne olduğunu anlatmadan, uygulamaya geçen bir sistem eleştirel düşünceyi öğretmemektedir. (Aktaran: Eraslan, 2005).

Geometrik kavramları öğrenen öğrenciler Hershkowitz (1990)'a göre şu öğrenme stratejilerini geliştirmektedirler:

- Örneklerin ve özelliklerin sadece bazılarının ortaya konması ve bütünlüğün olmayışı.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Ders kitabında veya öğretmende, ileri konularla ilgili bilginin olmaması veya öğrencinin bu durumdan haberdar olmaması.

- Kavramların oluşturulmasında, öğrencilerin zorluklarından ve kavram yanılgılarından haberdar olunmaması.

- Öğrencinin pasif alıcı olarak görülmesiyle, öğretmen veya kitap tarafından verilen kavram özelliklerinin öğrenci tarafından genelleştirilmesi.

Yukarıda verilen öğrenme durumları bir bakıma geometri öğretiminde öğrencilerin neden zorluklarla ya da kargaşa ile karşılaştıklarının sebepleridir. Bu durumlarla yüz yüze gelen öğrencilerin kavramlar ile ilgili yanılgılara, kargaşalara ya da zıtlıklara sahip olduğu söylenebilir.

Maybery(1983)'e göre de; öğrencilerin geometrik kavramları öğrenmeleri, çoğunlukla ezbere dayanmaktadır. Geometriksel ifadelerde yer alan özellikler, kapsamlar, ilişkilendirmeler ve anlamlar yeterince öğretilememektedir.(Clements ve Battista,1992)

Öğrencilerin geometrik kavramları öğrenirken kavram yanılgılarına sahip olmalarının sebeplerini Clements ve Battista,(1992) ise;

- Öğrencilerin konuları yeteri kadar iyi anlayamamaları,

- Geometrik ifadelerle ilgili özel kuralları genelleştirmeleri,

- Öğrenilen pek çok bilginin ezbere dayanması sebebiyle, kavramların tam anlamıyla anlaşılamaması.

olarak belirlemiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Bahsedilen bu tespitler, geometri öğretiminde geometrik kavramların önemini ve öğrenci zihninde geometrik kavramların nasıl yapılandığının anlaşılmasının gerekliliğini işaret etmektedir. Öğrencinin zihnindeki yapılanmanın fotoğrafını bütün bir halde çekebilmek ancak kavramla ilgili her türlü bağlantıya ulaşmakla mümkün olacaktır. Araştırma da bu yüzden bu öğrencilerin geometrik kavramlara ait kavram imajlarının belirlenmesi esas alınmıştır.

Tall ve Vinner (1981)'e göre kavram imajı, kavramla birlikte anılan tüm bilişsel yapı olarak tanımlanır. Bu yapı tüm zihinsel resimleri ve çağrışım yapan özellikleri ve yöntemleri içerir. O halde herhangi bir kavrama ait kavram imajı, kavramla bağlantılı her şeyi içerdiğinden (Tall ve Vinner,1981) kavramla ilgili kısmen doğru olan yapılar ve kavram yanılgıları da kavram imajının içinde yer alır. Tall ve Vinner (1981)'in ortaya koyduğu *kavram imajı* ve *kavram tanımı* yapısı, öğrencilerin zihinsel imajları ile kavramları nasıl anladıklarını belirlememizi mümkün kılacaktır.

Bireyin kavram ile ilişkilendirdiği her şeyi içeren kavram imajları ile ilgili birçok çalışma bulunmasına rağmen, geometri öğretimi içerisinde geometrik kavramlarla ilgili yeterli sayıda araştırma bulunmamaktadır. Ayrıca araştırmacı tarafından yapılan literatür taramasında sadece açı ve çember kavramı ile ilgili kavram yanılgılarını içeren çalışmalara rastlanmış, bu çalışmalarda ise kavramların özünden ziyade, kavramlarla ilgili geometri sorularının çözümlerinde ortaya çıkan öğrencilere ait karışıklıkların belirlendiği gözlemlenmiştir.

Yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı bu araştırmada geometrik kavramlar arasında yer alan açı, çember, geometrik yer ve metrik kavramlarına ait kavram imajlarının belirlenmesi ve bu imajlardaki gelişmelerin keşfedilmesi esas alınmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Neden öğretmen adayları?

"Ne doğrarsan aşına, o çıkar kaşığına."
Türk Atasözü

"Geometri öğretiminin nitelikli olarak verilebilmesi için müfredatın çok iyi olması yeterli değildir. Öğretmenin niteliği, ders araç ve gereçleri, çevre koşulları gibi diğer öğeler de müfredat kadar önemlidir. Orta öğretimdeki geometri öğretiminde ortaya çıkan sorunların çoğunluğu, öğretmenin niteliği ile ilgilidir. Burada, yalnızca öğretmene suçu yüklemek doğru değildir. Üniversitelerin öğretmen yetiştiren kurumlarındaki eğitim-öğretim sistemleri de tartışılmalıdır."

Kibar'ın 2002 yılında yapmış olduğu *"Ortaöğretimde Geometri Dersinde Karşılaşılan Zorluklar"* adlı tezinde ifade ettiği yukarıda belirtilen tespit, araştırmada neden öğretmen adaylarının esas alındığının gerekçesini özetlemektedir. Ayrıca, Durmuş ve ark.(2000), Geometrinin doğal gelişiminin ve buna bağlı olarak yapısının öğretmenler tarafından iyi anlaşılmasıyla, öğrencilerin karşılaştıkları zorlukları anlamada ve gidermede önemli bir aşama kat edilebileceğini söylemektedir. Bu yüzden, matematik öğretmen adaylarının alan bilgilerinin ne düzeyde olduğu sorusu ve bulunulan düzeylerinin bir üst düzeyine çıkarılabilmesi meselesi geometri öğretiminin geliştirilmesi için önemlidir.

Öğretmen adayların öğrenim hayatları boyunca oluşturup lisans öğretimine taşıdıkları kavram imajlarının belirlenmesi, önceki öğrenim süreçlerinin incelenmesine de ışık tutacaktır. Ayrıca öğretmen adaylarının farklı kavramlara ait kavram imajlarının belirlenmesi; kavramlara ait yanılgılarının ve eksikliklerin, lisans öğreniminde giderilmesine yardımcı olacaktır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1.2. Araştırmanın Problemi ve Alt Problemler

Araştırmanın problemi “Bazı geometrik kavramlarla ilgili öğretmen adaylarının kavram imajlarının belirlenmesi ve belirli bir eğitim durumundan sonra bu kavram imajlarında ne tür değişikliklerin olabileceğinin tespit edilmesi” dir. Belirlenen bu temel problem ışığında bazı alt problemler oluşturulmuştur.

1) Açı kavramı ile ilgili öğretmen adaylarının kavram imajları nelerdir, açı kavramına ait olan kavram imajlarında ne gibi değişikliklerden bahsedilebilir?

2) Çember kavramı ile ilgili öğretmen adaylarının kavram imajları nelerdir, çember kavramına ait olan kavram imajlarında ne gibi değişikliklerden bahsedilebilir?

3) Geometrik yer kavramı ile ilgili öğretmen adaylarının kavram imajları nelerdir, geometrik yer kavramına ait olan kavram imajlarında ne gibi değişikliklerden bahsedilebilir?

4) Metrik kavramı ile ilgili öğretmen adaylarının kavram imajları nelerdir, metrik kavramına ait olan kavram imajlarında ne gibi değişikliklerden bahsedilebilir?

1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırma ile matematik öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlara ait kavram imajlarının tespit edip, bu kavram imajlarındaki değişiklikleri incelemek amaçlanmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Powell (1983) kavram yanılgılarının, yanlış anlamlara dayalı yanılgılar olduğunu söylemektedir. Çünkü zihinsel betimlemeler, imajlar anlamın daha önünde yer alır. Dolayısıyla kavram yanılgıları üzerinde çalışmak, zorunlu olarak imajlar üzerine çalışmaya yol açar. Matematik öğrenenlerin kavram yanılgılarının kökeni, onların anlayış eksikliği veya üzerinde çalıştıkları matematik konusu ile ilgili imaj yetersizliği olabilir. İstenilen imaj olmaksızın, kavram yanılgılarının doğru bir şekilde yeniden düşünülmesi ya da çok derin bir matematik anlayışının kazanılabilmesi mümkün görünmemektedir. (Aktaran: Eraslan, 2005)

Birçok araştırmada bazı kavramlarda karşılaşılan zıtlıklar (conflicts) ortaya çıkarılmıştır. Bunlardan bazıları, teğetin eğriyi iki noktada kesmesi (Orton, 1977), ondalıklı sayılardaki sözlü ya da diğer zorluklar (Tall, 1977), geometrik kavramlar (Vinner ve Hershkowitz, 1980), fonksiyon kavramı (Vinner, 1983), limit ve süreklilik (Tall ve Vinner, 1981), dizilerin limiti (Robert,1982), fonksiyonların limiti (Ervynck,1983), sonsuzluk kavramı (Fischbein et al 1979), diferansiyel kavramı (Artigue, 1986), ve bunlara benzer diğerleri. (Aktaran: Soğancı, 2006)

Kavram yanılgılarını, kavramlarda karşılaşılan zıtlıkları, kısacası bireyin kavram ile ilişkilendirdiği her şeyi içeren kavram imajları ile ilgili birçok çalışma yapılmasına rağmen, geometri öğretiminin içerisinde geometrik kavramlarla ilgili yeterli sayıda araştırma bulunmamaktadır. Yapılan bu araştırmada, sözü geçen eksikliğin kısmen giderilmesi için öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlara ait kavram imajları belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğrencilerin günlük hayatta, bilerek ya da bilmeyerek pek çok durumda kullandığı geometrik kavramlar ile ilgili nasıl bir algılama ve uygulama stratejisi geliştirdiklerinin oldukça önemli olduğu düşünülmektedir. Bu algılama ve uygulama şeklinin sonucu olarak oluşan ve bir öğrencinin önceki öğrenim ve tecrübelerinin etkisiyle şekillenen kavram imajlarını etraflıca ortaya koymak, öğrencinin zihninde kavramla ilgili bütün bağlantıları ortaya çıkarması için gerekli görülmüştür. Böylelikle, imajı belirlenen bir kavramın ne derece doğru yapılandığı, hangi eksiklikleri barındırdığı, öğrenim hayatı süresince kullanışlılığı gibi birçok özelliğin açıklığa

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

kavuşacağı söylenebilir. Bu sayede bir öğretmenin, yapacağı öğretim çalışmalarında kendi öğrencilerinin kavram imajlarını oluşturma süreçlerine etkili bir şekilde dâhil olabileceği, öğrencilerin kavram imajlarını doğru ve kullanışlı bir şekilde yapılandırmalarına da yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Araştırmada öğretmen adaylarının seçilmesi bu bağlamda önemli görülmektedir. Zira öğretmen adaylarında tespit edilen kavram imajları, geçmiş eğitim yaşantılarının ve özellikle geçmiş öğrenimlerinin bir sonucu oluşmuştur. (Tall, 1981) Öğretmen adaylarının lisans öğreniminde bahsedilen kavramlarla ilgili nasıl bir kavram imajına sahip olduklarını görmelerinin, kavram imajlarındaki olumsuzlukları gidererek zengin ve doğru bir kavram imajı geliştirmelerine fayda sağlayacağı düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının bütün bu evrelerin farkında lığı ile öğrencilerini yönlendireceği ve dolayısıyla doğru, net ve farklı durumlarda işe yarayan kavram imajlarına sahip öğrenciler yetiştirmede istekli olacakları beklenilebilecektir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

1.4.1. Bu araştırma 4 ay süren bir öğretim süresiyle sınırlıdır.

1.4.2. Bu araştırma yapılacak olan görüşmeler, sınıf gözlemleri ve yazılı dokümanlarla sınırlıdır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmada aşağıdaki durumlar varsayım olarak kabul edilmiştir.

1.5.1. Görüşme yapılan öğretmen adaylarının görüşme formundaki soruları ciddiyetle yanıtlayacakları, sorulara samimiyetle ve açık cevaplar verecekleri varsayılmıştır.

1.5.2. Tasarlanan eğitim sürecinden geçen bütün öğretmen adaylarına yazılı olarak sorulan açık uçlu soruların öğretmen adayları tarafından samimiyetle cevaplanacağı varsayılmıştır.

1.5.3. Araştırmada kullanılan ölçme araçlarının ölçülmek istenen davranışları doğru olarak ölçtüğü kabul edilmiştir.

1.5.4. Araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturmak için taranacak kaynakların güvenilir ve yeterli bilgi vereceği varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

İnformal: 1. Formal ya da resmî olmayan. **2.** Formlar veya yönetmelikle uyumlu olmayan. **3.** Günlük. **4.** Yazım dilinden çok konuşma diline yakın olan. (1)

Formal: 1. Biçimi veya yapıyı içeren veya bunlarla bağlantılı olan; temel yapı veya tüzükle bağlantılı olan. **2.** Resmî. (1)

Kavram Tanımı (Concept Definition): Bir kavramın formal (biçimsel) tanımıdır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Kavram İmajı (Concept Image): Bir kavramın kişiden kişiye değişebilen informal (sezgisel) tanımıdır.

Açı: Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının üzerindeki noktalar kümesidir.

Açı Ölçüsü: Başlangıç noktaları orijinde olan iki birim vektörün, birim çember üzerinde belirli bir yönde belirlediği yay uzunluğu ile ifade edilen büyüklüktür.

Geometrik Yer: Belirli bir kuralı sağlayan noktalar kümesine geometrik yer denir.

Çember: 1. Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri.

2. Düzlemde farklı iki noktayı birleştiren doğru parçasını belli bir oranda bölen noktaların geometrik yeri.

Metrik: $X \neq \varnothing$ ve R reel sayılar kümesi verilsin. Her $x, y, z \in X$ için

$$d : X \times X \to R$$
$$(x, y) \to d(x, y)$$

fonksiyonu, aşağıdaki aksiyomları sağlıyorsa, d ye X üzerinde bir metrik adı verilir:

I. $d(x, y) \geq 0$ (Pozitif tanımlılık)

II. $d(x, y) = 0$ sadece eğer, $x = y$

III. $d(x, y) = d(y, x)$ (simetri)

IV. $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (toplanabilirlik/ üçgen eşitsizliği)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Kavram Öğrenme ve Geometrik Kavramları Öğrenme

"Geometride bazı kusurlar görüyorum ve analitik yöntemleri dışında, geometrinin Euclides'ten bu yana neden ilerleme kaydedemeyişini bu nedenlere bağlıyorum. Bu kusurların içinde, geometrik büyüklüklere ilişkin kavramların tanımlarını ve bu büyüklükleri ölçmek ve tanımlamakta yararlanılan yöntemleri görüyorum."

(Nikolai Lobachevsky, 1840)

Kavramlar, toplumsal olarak kabul edilmiş sözcüklerin anlamı olarak ifade edilebilecekleri gibi ortak özellikleri olan nesne, olay, fikir ve davranışların oluşturduğu sınıflamaların soyut temsilcisi olarak da ifade edilebilir. Doğuştan getirilen herhangi bir kavram yoktur. Bazı kavramların kolay öğrenilebilmesine karşın bazı kavramların öğrenilmesi zordur ve zihinsel gelişimle yakından ilişkilidir (Aktaran: Güngörmüş, 2002). Kavramlar; adlandırma, gösterme ve tanımlama özelliklerine sahiptirler. Adlandırmalar ve tanımlamalar başka kullanımlarıyla birlikte, karşılıklı anlama ve anlaşmaya imkân verirler. Bu özellikleri nedeniyle de öğrenmenin vazgeçilmez öğelerinden biridir. Kavramlar, öğrenme-öğretme süreciyle bağlantılı kullanıldığında birtakım deneyimleri sınıflandırmak ve bilgilendirmek gibi açık bir anlam kazanmaktadır.

Kavramların çıkartılabilen ortaya çıkarılabilecek bazı özellikleri ise aşağıdaki sıralanabilir:

- Kavram; algılamaya dayalı olduğu için bireyden bireye farklılık gösterebilir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Kavram, bir kültüre bağlı olarak, dil kapsamında formlaştığından dilin zenginliğine göre anlam ve özellikler kazanabilir.

- Kavramlar kendi yapıları içinde belli kurallara göre, yatay ve dikey yapılanma gösterebilirler.

- Kavramlar hem soyut hem de somut özellikleri, ayrı veya birlikte taşıyabilirler.

- Kavramlar farklı kültürler içinde farklı anlamlar taşıdığı gibi, aynı kültür içinde yer alan bireyler arasında bile yaşantılara bağlı anlam farklılıkları gösterebilir. Yaşları, gelişim düzeyleri ve hatta içinde bulundukları ortam aynı özelliklere sahip olmasına rağmen çocukların sahip oldukları kavramlar, hem kapsam hem de tür açısından aynı değildir. Çünkü çocuklarda kavram gelişimini etkileyen pek çok faktör vardır. Bunlardan bazıları; duyu organları, zekâ, cinsiyet faktörü, kişilik, yaşantılar, öğrenme fırsatları, çocuklara sağlanan rehberlik düzeyi, yanlış anlamalardır (Aktaran: Akuysal, 2007).

Eğer bir öğrenci, gördüğü bir objenin adını söyleyebilirse, bu öğrencinin kavramı kendi zihninde yapılandırdığı anlamına gelmez. O, mekanik olarak obje ya da olay ile onlara verilen ad arasında bağ kurmuş olabilir. (Ülgen, 1996). Clements ve Battista (1992) öğrenmenin birdenbire gerçekleşmediğini, belli bir süre gerektirdiğini söylemektedir. Bu yüzden, etkili bir öğrenmenin olabilmesi için bilgilerin yeniden gözden geçirilmesi, üzerinde etraflıca düşünülmesi, tecrübe edilmesi ve kullanılması gereklidir. Bütün bunlar belirli bir süreç içerisinde gerçekleşir. (Clements ve Battista, 1992).

Vinner (1991)'e göre kavram öğrenme kavram imajını biçimlendirme anlamına gelmektedir. Kavram tanımı, birey tarafından kavramın anlaşılmasını garantilemez. Bireyin kavramı anlamış olması, onun kavram imajına sahip olduğu anlamına gelir. Örneğin 'bilmek', verilen bir kümenin kuvvet kümesinin o kümenin

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

tüm alt kümelerinin kümesi olarak düşünülürse, ‘anlamak’, verilen bir kümenin kuvvet kümesini oluşturabilmektir. Kuvvet kümesi imajı, bazı kümelerin kuvvet kümelerinin ne olduğunun hatırlanmasını içermektedir.

Ülgen(1996)’a göre kavram hangi öğrenme yöntemi ile öğrenilirse öğrenilsin, bu öğrenme iki aşamada gerçekleştirilir. İlk aşama kavram oluşturmadır. Kavram oluşturma, genelleme yapmaya dayalıdır. Birey uyaranların benzer ve farklı yanlarını algılayarak, benzerlikten genellemeler yapar. Bireyler kontrollü denemelerle kavram kazanma konusunda beceri kazanabilirler. Kavram geliştirme ise bireyin oluşturduğu ya da kazandığı kavramın nitelik açısından olumlu yönde artış kaydetmesine işaret eder.

Kavram öğrenmeden sonra elde edilen ürünlere bakılacak olursa; öğrenme ürünlerine üç açıdan bakılabilir; ürünlere davranışçı yaklaşım açısından bakan kişi, bireyin kavramla ilgili doğrudan gözlenebilen davranışlarını, sözel olarak ifadelerini gündeme alır. Bir kavramı öğrenen öğrenci; kavramla ilgili öğrendiklerini dille bütünleştirerek ifade eder, kavramla ilgili bilgi açıklandığında kavramın adını söyler, kavramı tanımlar, kavramın benzer ve farklı yanlarını görebilir, öğrendiği kavrama benzeyen yeni bir kavramla karşılaştığı zaman, yeni kavramı tanır veya kendi sözcükleriyle tanımlayabilir

Bilişsel yaklaşım açısından kavram öğrenme ise; bellek sürecinde daha önce öğrenilen ilgili bilgilerin hatırlanarak esnek algılarla yeniden yapılandırılması işidir. Esas olan kavram öğrenme ürünü bilgilerin transferidir, problem çözebilmedir (Ülgen, 1996).

Davranışçı yaklaşımı benimseyen eğitim psikologlarına göre, kavramlar, bireyin uyarıcı tepki arasında bağ kurmasıyla öğrenilir. Bilişsel yaklaşımı benimseyen eğitim psikologlarına göre, kavramı öğrenmek için bireyin ilgili kavramların bütününü dikkate alarak, anlam ağı kurarak, ilkeler oluşturması ve şemalar geliştirmesi gerekli görülür. Problem çözme yöntemi önceliklidir. Bireyin farkındalık düzeyi, istekli olması, algılama sürecindeki esnekliği ve önceki

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

tecrübeleri bireyin kavram geliştirmesinde önemli rolü olan dinamik etkenlerdir (Ülgen 2004).

Posner (1982)'e göre de; kavramsal değişim, kişinin bilgi yapısındaki köklü değişimler olarak da tanımlanabilir. Ancak bilgi yapısındaki köklü değişimler aniden ortaya çıkmaz. Kavramsal değişim yavaş yavaş ve kademeli bir şekilde gerçekleşir. Öğrencinin karşılaştığı yeni bir kavramı hemen açık ve anlaşılır bir şekilde anlaması pek olası değildir.

Kavram öğrenme sürecini etkileyen etmenlerden bahsetmek gerektiğinde Ülgen(2004) zaman, bellek süreci, dikkat ve odaklaşma, kavram öğrenme stratejileri, dil, gelişim düzeyi ve uyarıcı sunusunu sıralamaktadır. Clements ve Battista (1992) kavramların anlaşılır olmasında ve öğrenilmesinde kullanılan dilin önemine dikkat çeker. Onlara göre bu durum geometride kullanılan terimler için de geçerlidir. Terimsel dilin çok kullanılması, öğrencilerin geometriye bakışını olumsuz yönde etkilemekte ve bunların (terimsel ifadelerin) seviyeler ilerledikçe öğrenilmesi uygun bulunmaktadır. Bu nedenle öğretmenler şunu düşünmelidir ki kullanılan dille, öğrencilerin kavram anlayışı, öğretmenin ima etmek istediğinden farklı olabilir. Bu yüzden, eğer terimler ilk derslerde kullanılmaya başlanırsa ve öğretmen günlük dili kullanmazsa öğrenme ezbere dayalı olur. Van Hiele-Geldof (1984), yaptıkları araştırma sonuçlarında; "eğer öğrenciler geometrik kavramları gerçek dünyadan verilen örneklerle öğrenirlerse, bu durum onlara çok yardımcı olmaktadır" sonucunu elde etmişlerdir.

Bu araştırmada öğretmen adaylarının kavram imajları tespit edilmeye çalışılırken, farklı metriklerle tanımlanan geometrilerden de faydalanılmıştır. Bu yolla kavram imajında bir zenginlikten bahsedilip bahsedilemeyeceği de merak edilmiştir. Clements ve Battista(1992) dünyanın her yerinde okul geometrisinin büyük ölçüde Öklidyen geometriyi referans aldığını savunmaktadır. Bu araştırmacılara göre, Geometri alanında sentetik, analitik, dönüşümsel vb. farklı çalışma konuları için birçok yaklaşım olmasına rağmen farklı metriklerle tanımlanan geometrilerden bahseden yaklaşımlar yoktur.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.2. Kavram tanımı ve kavram imajı

"Öğrenmeyi etkileyen en önemli tek faktör öğrencinin hali hazırda ne bildiğidir."

(Ausebel)

Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini keşfetmek amacıyla araştırmacılar, özellikle farklı bakış açılardan kavram gelişimini merkeze alan birçok analizler yapmaktadır. Matematiğin öğrenimi ve öğretiminde araştırmalar odak noktalarını, davranışçı perspektiften yapısalcı perspektife kaydırmıştır. Araştırmacılar için bu yapısalcı perspektif ışığında, öğrencilerin kavramlara ait yapılanmalarının ortaya çıkarılması büyük merak konusu olmuştur. Önceki yıllarda öğrencilerin değerlendirmesinde esas olan "sonucu doğru bulma ya da istenen cevabı söyleyebilme" iken; son yıllarda "süreci nasıl oluşturduğu" esas alınmaya başlamıştır. Yapısalcı yaklaşım penceresi ile öğrenme sürecinde, öğrenci düşünmeleri ve stratejileri merkez olmaya başlamıştır (Aktaran: Eraslan, 2005).

Tall ve Vinner tarafından 1981 yılında ortaya atılan kavram tanımı ve kavram imajı yapısı da öğrencilerin matematiksel düşünmelerini analiz etmek için etkili bir yapı olarak görülmektedir. Kavram tanımı ve kavram imajı yapısı öğrencilerin matematiksel kavramlara ait gösterimlerini açıkça ortaya koymaktadır. Bu yüzden kavram tanımı ve kavram imajı yaklaşımını baz alarak yapılan birçok matematik eğitimi araştırması bulunmaktadır. Ondalıklarla ilgili sözlü ve diğer zorluklar (Tall, 1977), geometrik kavramlar (Vinner ve Hershkowitz, 1980), fonksiyon fikri (Vinner, 1983), limit ve süreklilik (Tall ve Vinner, 1981), serilerin yakınsaklığı (Robert, 1982), fonksiyonların limitleri (Ervynck, 1983), eğim (Vinner, 1983; Tall, 1987), sonsuzluk hissi (Fischbein, 1979), diferansiyelin anlamı (Artigue, 1986) vb. bunlardan bir kaçıdır. (Aktaran: Soğancı, 2006)

80'li yılların başında kavram imajı yapısı ilk defa öğrencilerin geometrik

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

kavramlarını analiz eden bir çalışma eşliğinde Vinner ve Hershkowitz tarafından ortaya konulmuştur. Bu sıralarda, Tall öğrencilerin limit ve süreklilik kavramlarını öğrenirken karşılaştıkları zorlukları içeren bir çalışma yapmıştır. İki araştırmacı daha sonra ellerindeki verileri birleştirerek 1981 yılında "Limit ve Süreklilik Özel Referansı ile Kavram imajı ve Kavram tanımı" adını taşıyan ve sonraki çoğu araştırmaya kaynak teşkil edecek olan çalışmayı ortaya koymuşlardır.

"Kavram imajı" ve "kavram tanımı" terimleri, bireyin kavramsal yapısının oynadığı rolün altını çizmek için, Vinner ve Herskowitz (1980) de tanıtılmış ve sonra Tall ve Vinner (1981) tarafından şu şekilde tanımlanmıştır:

"Biz kavram imajı tanımını kavramla birlikte anılan tüm bilişsel yapı olarak tanımlayacağız. Bu yapı tüm zihinsel resimleri ve çağrışım yapan özellikleri ve yöntemleri içerir. Kavram imajı geliştikçe her zaman tutarlı olması gerekmez. Belirli bir zamanda aktif olan kavram imajına uyandırılmış (evoked) kavram imajı diyeceğiz. Farklı zamanlarda çelişkili görünen imajlar uyandırılabilir. Sadece çelişkili görüntüler kendiliğinden uyandırıldığında anlaşmazlık ve karışıklığın herhangi gerçek bir hissi olabilir.

Diğer taraftan kavram tanımı bu kavramı özelleştirmek için kullanılan kelimeler bütünüdür." (Tall ve Vinner, 1981)

Fonksiyon fikri gibi güçlü bir matematiksel kavram analiz edildiğinde, açık bir biçimde beliren bu fikrin bilişsel karmaşıklığıdır. Bir fonksiyonun kavram tanımı "A'nın her bir elemanının, B'nin yalnız bir elemanına eşleyen, A ve B kümeleri arasındaki ilişki" şeklinde verilebilir, fakat kavramın deneyimi diğer birçok yöne sahip olabilir. Örneğin bu deneyim A'nın her bir x elemanını B'nin bir f(x) elemanına karşılık getiren bir olay, bir grafik veya bir değerler tablosu olarak görülebilir.

Kavram imajını detaylı bir şekilde incelemek için bazı özelleştirmeler de yapılmıştır:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"… Biz, kavram imajı veya kavram tanımının başka bir parçasıyla çelişen bir parçasını potansiyel çelişki faktörü olarak adlandırabiliriz. Bu faktörler, bilişsel çatışmaya yol açan durularda kesinlikle uyandırılmamalıdır, fakat bunlar böyle uyandırılmışsa, ilgili faktörler bilişsel çatışma faktörü olarak adlandırılacaktır. Onlar sadece kendiliğinden uyandırıldıklarında bilişsel çatışma faktörü haline gelirler. Kesin durumlarda, tedirginliğin belirsiz hissi ile kendi kendini sadece açıkça belli eden çelişki ile bilişsel çatışma faktörleri bilinçsizce uyandırılabilir."

Kavram imajına ait potansiyel çatışma faktörünün hangi durumlarda daha ciddi sorunlar ortaya çıkaracağı da şu şekilde belirtilmiştir:

" … potansiyel çelişki faktörünün daha ciddi bir çeşidi, kavram imajının başka bir çeşidiyle olan değil de formal kavram tanımının kendisiyle olan kavram imajının içinde olanıdır. Bu faktörler formal teorinin öğrenilmesini ciddi olarak engelleyebilir, onlar formal kavram tanımı daha sonra bilişsel bir çatışmayla sonuçlanabilecek bir kavram imajı geliştirmedikçe gerçek bilişsel çatışma haline gelemezler. Kavram imajlarında böyle potansiyel çelişki faktörü olan öğrenciler, göz önüne alınan fikirlerin kendilerine ait gösterimlerde güvende hissedip formal teoriye işlevsiz ve fazla gereksiz gibi basitçe bakarlar."

Tall ve Vinner (1981), öğrencilerin yeni bir ortamda eski bir kavramla karşılaşmaları durumunda, önceki durumlardan özetlenen tüm dolaylı (örtülü) varsayımlarla birlikte, duruma cevap verenin kavram imajı olduğunu belirtir. Bu da öğrencinin bir problemle karşılaştığında, kavram tanımını geri plana iterek kavram imajını kullanmaya eğilimli olduğunun göstergesidir.

Ayrıca yine yapılan bu çalışmada, kavram imajının formal tanımla çatışan deneyimler üzerine inşa edilmesi halinde, formal teori ile bağdaşmayan cevapların ortaya çıkabileceği de vurgulanmaktadır. Araştırmada aynı zamanda Howson ve Austin, 1980 yılında yaptığı

"İngiltere'de gelenek lise eğitimi formal tanım üzerine, ilk ve ortaokullarda ise resmi olmayan veya görünüşe ait tanımlara dayanır."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

gözleminin de bu tespiti desteklediği belirtilmektedir.

Araştırmaya göre; gelenek farklı ülkelerde değişse bile, ortaokulda iki üst yaş dönemi arasındaki geçiş basamağı, tanımların daha teknik bir hisle kullanılmaya başlandığı zamandır. Bilimsel çatışma üzerinde yapılan araştırmalar, öğrencilerden bireysel kavram imajlarının müdahale etmesini ummadan kavram tanımlarını mantıklı bir şekilde tartışmalarını beklemenin, çok akla uygun olmadığını gösterir.

Bir fonksiyonun kavram tanımını işaret ederek, Vinner (1983) şunları iddia etmektedir:

1.Kavramları ele almak için, birinin kavram tanımına değil de bir kavram imajına ihtiyacı vardır.

2.Kavram tanımları (kavram bir tanım yardımıyla tanıtıldığında)
pasif kalabilir, hatta unutulabilir. Düşüncede hemen her zaman kavram imajı uyandırılacaktır.

Başka araştırmada da Vinner (1991), öğrencilerin matematiksel kavramlara ait düşüncelerini belirlemek için kavram tanımı ile kavram imajı arasındaki ilişki ve etkileşimleri ortaya koymaktadır.

Vinner (1991)' a göre, eğer bir fikir diyagramlar halinde sunulmak isteniyorsa, bilişsel yapıda iki 'hücre'ye başvurulur. Birinci 'hücre' kavram tanımı ve ikinci 'hücre' de kavram imajı hücresidir. İlk hücre ve hatta bazen ikisi de boş olabilir. (Kavram imajı hücresi, herhangi bir anlamlandırma ile kavram ismi birleşmemişse boş olarak düşünülebilir. Kavram tanımı anlamsız bir yolla hatırlandıysa bu durum oluşabilir.) Bu iki hücre arasında belli bir ilişki olmasına rağmen bu ilişki bağımsız olarak şekillendirilmiştir. Bir öğrenci, çeşitli durumlarda birçok grafik görmek suretiyle koordinat sistemi hakkında kavram imajı oluşturabilir. Bu kavram imajına göre, iki eksen birbirini dik keser. Matematik öğretmenleri, koordinat sistemini birbirini dik kesen iki düz çizgi olarak tanımlayabilir. Bunun

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

sonucunda 3 durum ortaya çıkabilir:

1* - Kavram imajı, koordinat sisteminin eksenleri arasında dik açı yokmuş gibi değişebilir. (Yeniden yapılandırma – uyum / reconstructivism-accommodation)

2* - Kavram imajı olduğu gibi kalabilir. Kavram tanımı hücresi bir süreliğine öğretmenin tanımlamasını içerir fakat kısa bir süre sonra unutulabilir ve öğrenciden koordinat sistemini tanımlaması istendiğinde, öğrenci eksenlerin arasındaki dik açıdan bahsedebilir. (Formal tanım özümsenmemiş durumdadır.)

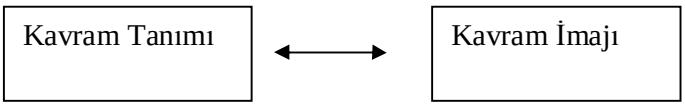
Örneğin, birçok öğrenciye, "Bir dizinin limiti nedir?" diye sorulduğunda şu cevabı vermeye hazırdırlar; bir dizinin limiti bir sayıdır ki bu sayı, verilen dizinin terimlerinin giderek yaklaştığı ama asla ulaşamadığı bir sayıdır. Buna bakılarak $a_n=(-1)^{2n}$ dizisinin n. terimi düşünüldüğünde bu dizinin limiti yoktur, sonucuna varılabilir (Vinner, 1991).

3* - İki hücre de olduğu gibi kalabilir. Öğrenciye sunulduğunda öğretmenin tanımını tekrardan söyleyebilir fakat bütün diğer durumlarda öğrenciler, birbirine dik iki ekseni düşünürler (Vinner, 1991).

Benzer bir süreç, kavramla ilk defa o kavramın tanımı yardımı ile karşılaşıldığında gerçekleşir. Burada kavram imajı hücresi boştur. Birçok örnekten ve açıklamadan sonra, bu hücre tamamen dolar. Ama bu tamamen kavram tanımını yansıtmaz. Benzer senaryolar 1* den 3* e yaşanır.

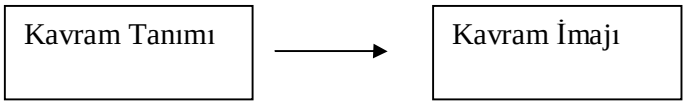
Vinner(1991), kavram oluşum süresince kavram tanımı ile kavram imajı arasında var olan etkileşimi göstermek için aşağıdaki şekli kullanmaktadır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–1 Kavram Oluşum Süreci

Şekil–1 de kavram oluşumunun uzun süreli bir süreci gösterilmiştir. Bu da gösterir ki bazı öğretmenler orta öğretim seviyesindeki (secondary ve collegiate level) öğrencilere, bu sürecin tek yönünü yaşatmaktadırlar. Bu durum Şekil–2 de gösterilmiştir. Öğretmenler, kavram imajının kavram tanımından şekillendiğini ve tamamen onun tarafından kontrol edildiğini düşünmektedirler (Vinner, 1991).



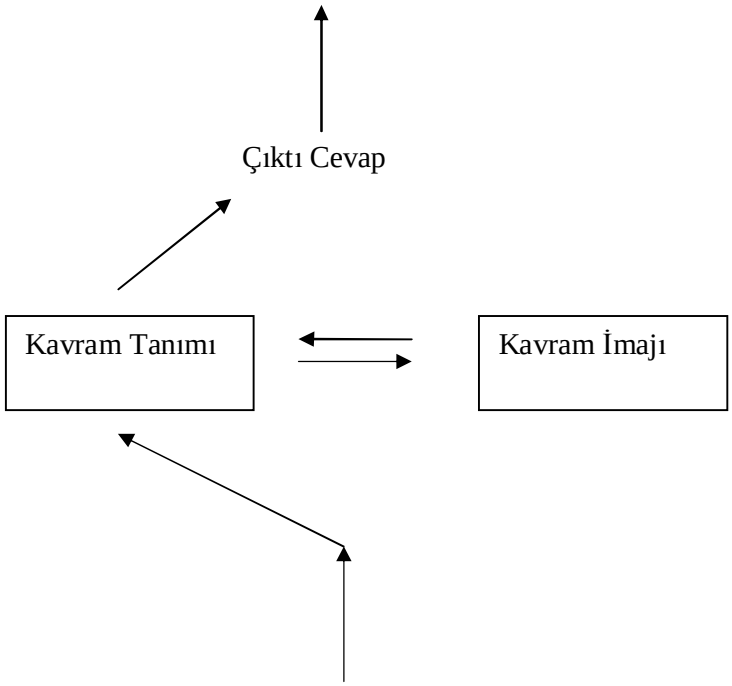
Şekil–2 Formal Tanımın Bilişsel Gelişimi

Kavram imajının içeriğini kavram tanımının kontrol ettiğini kabul edersek, kavramın istenildiği gibi yapılandığını varsayabiliriz. Vinner ve Dreyfus (1989), kavram imajının genellikle kavram tanımı tarafından değil de, tipik örneklerle oluştuğuna işaret etmektedir. Bu yüzden; kavramın örnekleri olarak düşünülen matematiksel objelerle oluşturulan kavram imajı ile kavram tanımı tarafından tanımlanan matematiksel objeler tarafından oluşturulan kavram imajı illa ki aynı değildir. Geleneksel öğretimin yapıldığı sınıflarda özellikle geometrik kavramlarda kavramlarla ilgili verilen örnekler genellikle kavram imajını oluşturan matematiksel deneyimler olarak sunulmaktadır.

Ayrıca öğretmenler, problem çözme esnasında kavram tanımı ve kavram imajı arasında karşılaştırılabilir tek yönlü bir ilişki olduğunu düşünmektedir. Ne var

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

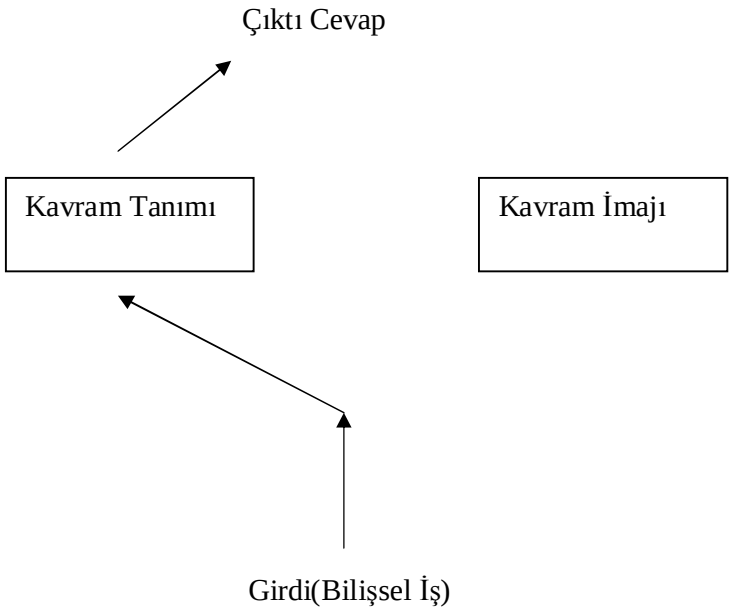
ki Vinner (1991), problem çözme sürecinde kavram tanımının öğrenciler tarafından baz alınmadığını söylemektedir. Tanım ile imaj arasında olması gereken bağlantı Şekil 3 ile verilmektedir.



Şekil–3 Tanım ile İmaj Arasındaki Olması Beklenen Bağlantı

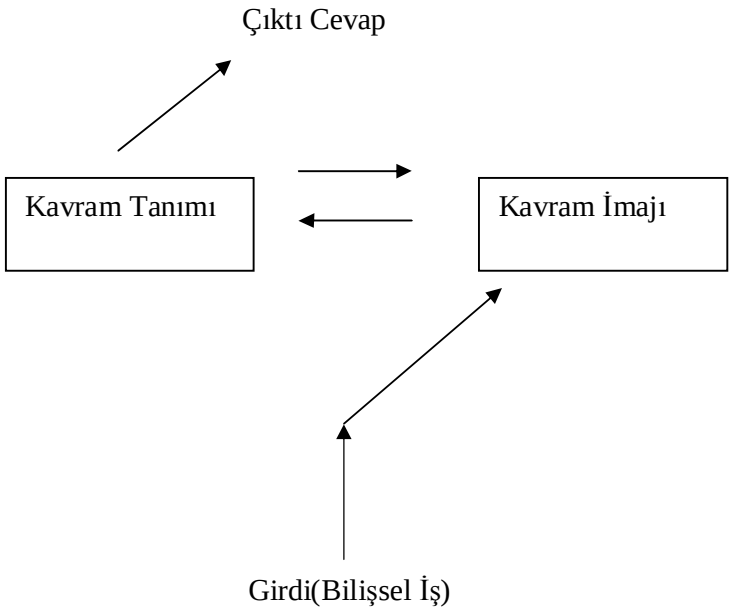
Şekil 4 ve Şekil 5 te ise öğrenciye bilişsel bir görev verildiğinde ortaya çıkan süreçler gösterilmektedir. Teknik içerikli bir problemle karşılaşıldığında bilgileri birleştirme sisteminin nasıl çalıştığı ile ilgili bir sorun yoktur; kavramın tanımına başvurmadan önce çözümü formülleştirmek gerekmez. Bu tabiî ki istenilen bir süreçtir. Aksi takdirde uygulama farklıdır. Bilişsel sistemin doğasına aykırı olacak şekilde geliştirmek zordur ve hem kavram imajını şekillendirirken hem de bilişsel bir iş üzerinde çalışırken tanımlara başvurmaya sevk etmek zordur. Aşağıda, uygulamada daha çok kullanılabilecek bir model görülmektedir: (Vinner, 1991)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–4 Tamamen Formal Öğretim

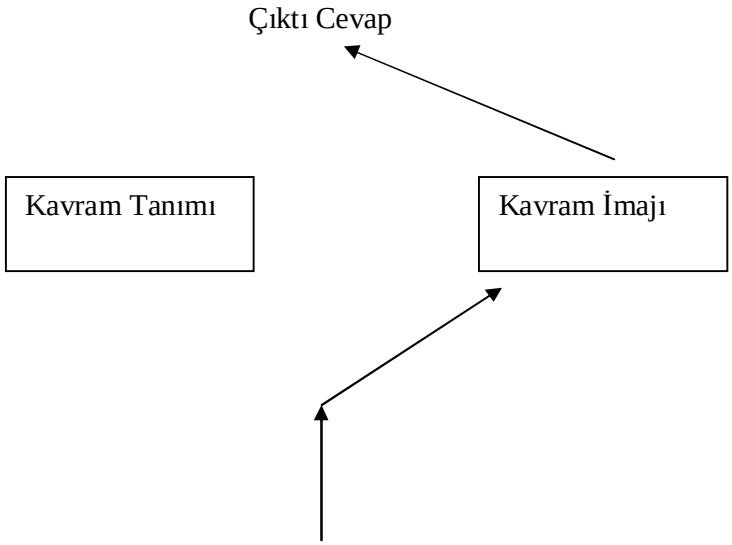
Şekil 4 te görüldüğü gibi öğrenciler formal bir durumunun hâkim olduğu öğretim ortamında problem çözerken kavram tanımını esas almaktadırlar.



Şekil–5 Sezgisel Düşünce İle Öğretim

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

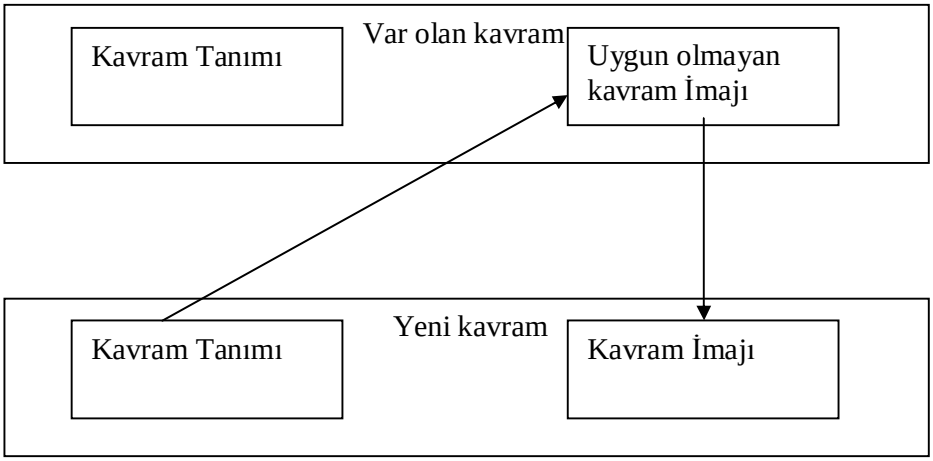
Şekil 5 te görüldüğü gibi öğrenciler sezgiler düşünceleri ile problem çözerken önce kavram imajına daha sonra ise kavram tanımına başvurarak işlem yapmaktadırlar. Şekil 6 da ise problem durumuna sezgisel yaklaşan öğrencinin hangi süreçten geçtiğini açıklayan bir durum vardır.



Şekil–6 Sezgisel Yaklaşım

"Burada kavram tanımı hücresine, problem çözme sürecinde hiç başvurulmamıştır. Günlük yaşamdaki düşünce alışkanlıklarımız formal tanıma başvurmaya ihtiyaç duyduğumuzu fark etmeden, idareyi ele almıştır. Kavram imajına başvurmak genelde işe yarar, bu da insanların kavram tanımına başvurmalarını gerekli kılmaz. Belirli bilişsel işlerde kavram imajı ile bağlantı kurarız fakat farklı durumlarda aynı imajın tekrar canlanabileceğini söylemiyoruz. Analizciler, bilişsel sistemin sadece bir kısmını anlatmaktadırlar ki bu kısım, bir bilişsel iş üzerinde çalışırken aktif hale geçmektedir. Şu da açıktır ki teknik içerikli durumlarda kavram imajı kendi başına yeterli olmayabilir." (Vinner, 1991)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–7 Uygun Olmayan Kavram İmajının, İmaj Şekillenmesine Etkisi

Şekil 7 de kavram imajını şekillendirme esnasında etkin durumda olan uygun olmayan kavram imajının, kavram tanımı ile yarıştığı görülmektedir. Kavramla ilgili yeni bir durum söz konusu olduğunda tanımla ilgili özellikler, kavramla ilgili var olan kavram imajına başvurup yeni bir kavram imajı geliştirilmesine sebep olmaktadır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.3. Açı, Çember, Geometrik Yer ve Metrik Kavramları

Geometrinin en temel yapı taşı metriktir. Bir vektör uzayı üzerinde metrik tanımlanarak oluşturulan düzlem geometri, ismini bu metrikten alır. Örneğin, R^2 düzlemi üzerinde Öklit metriği tanımlı ise bu düzlem Öklit metriği ile birlikte Öklit düzlemi olarak isimlendirilir.

Her metrik bir uzaklık fonksiyonu tanımlar. Bu fonksiyonlar her düzlemde benzer şekilde tanımlanır. Bu yüzden metrik kavramı geometrik yer kavramı ile doğrudan ilişkilidir.

Geometrik bir yer olan birim çember de uzaklık fonksiyonuna bağlı olarak tanımlanan Geometri ve özellikle trigonometrinin en temel kavramıdır. Birim çember üzerindeki her nokta, başlangıç noktası orijinde olan bir birim vektör tanımlar. Böyle iki vektör, bir başka geometrik kavramı tanımlamakta kullanılır.

Düzlem geometrilerde önemli bir diğer kavram açıdır. Açı çok farklı biçimlerde tanımlanabilmektedir.

Bahsedilen bütün geometrik kavramlar aşağıda detaylı bir şekilde incelenecektir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.3.1. Açı kavramı

“Biz iki ışınız
Ortak olunca başlangıç noktamız
Açı olur artık adımız.”

Açı Tanımı

Bazı kavramlar çok kolay (anlaşılır, yalın) olmasına rağmen bazı kavramlar değildir. Eğer bir öğretmen altıncı sınıf öğrencilerinin bulunduğu bir sınıfa dar aç kavramını anlatmaya kalkışsa, öğretim gayet kolay olacaktır çünkü bir geometri dersinin içeriğinde, dar açının ne olduğu ile ilgili çok az görüş ayrılığı vardır: 90 dereceden daha küçük bir ölçüme sahip olan açı. Buna rağmen açı kavramı gibi bazı kavramlar çok farklı anlamlar taşımaktadır. Örneğin, bazı tanımlar ışınlar üzerine odaklanırken diğerleri bir nokta veya dönme terimleriyle tanımlanmıştır. CPM (Connected Mathematics Projects) müfredatının yazarlarının çoğu açıklamalarında, açı kavramını başlangıçta tanımlamamayı tercih etmezler (Keiser, 2004).

Açı kavramı ile ilgili çoğu sınıflandırma şu üç temel alandan birine uymaktadır: (i) Bir nokta üzerinde bir pozisyondan diğerine gelece kadar dönen bir ışının dönme miktarının ölçümüdür (dinamik), (ii) başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimidir ve (iii) iki ışın tarafından belirlenen alandır (iki statik kavram). sebebi de budur (Keiser, 2004). Schotten (1983) de, açı kavramını analiz etmiş ve çoğu insanın aşağıda verilen üç tanımdan birini benimsediğini belirlemiştir:

1. Açı, iki düz doğru arasındaki doğrultu farkıdır.
2. Açı, bir ışını diğerinin üzerine getirmek için gerekli olan bir dönmenin niceliği, büyüklüğüdür (ya da bir ölçümüdür).
3. Açı, düzlemde bir noktada kesişen iki düz doğrunun arasındaki düzlem

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

parçasıdır.(Aktaran: Keiser, 2004)

Bütün bu tanımları kısaca toparlamak için, açı kavramına ait Geometri alanında verilen farklı tanımlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Açı, başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşim kümesidir. Işınların kesiştiği noktaya "açının köşesi", ışınlara ise "açının kenarı" denir. Açılar, geometri ve trigonometri alanlarında en temel kavramlar arasındadırlar. "Açı" kelimesi Latince "köşe" anlamına gelen "angulus" kelimesinden gelmektedir. (http://en.wikipedia.org/wiki/Angle)

- Kesişen iki doğru ya da doğru parçasından birini diğerinin üzerine getirecek kadar, kesişme noktası(köşe) etrafında yapılan dönmedir. (http://mathworld.wolfram.com/Angle.html)

- Bir noktada kesişen iki doğru parçasının oluşturduğu şekildir, aynı zamanda bu iki doğru parçasının arasındaki yeri de belirler. (library.thinkquest.org/16661/glossary.html)

Açı tanımı için verilen farklı bir tanım da dönme matrisleri yardımıyla gösterilen tanımdır. (Referans) Dönme matrisleri yardımıyla verilen açı tanımı öğretmen adaylarında doğru kavram imajı oluşturmada ne derece etkilidir? Bu sorunun cevabını bulmak için tasarlanan eğitim durumunda (Seçmeli Geometri dersi) açı kavramı ve açının ölçüsü için dönme matrislerinden yararlanılmış ve uygulamaları açıklanmıştır.

Açıya bağlı olarak tanımlanan, ölçmede kullanılan ve her düzlem geometride bulunması gereken diğer kavramlar trigonometrik fonksiyonlardır. Bu fonksiyonlar, her geometride farklı isimler alırlar ve ölçmeyi birim çember üzerinde yaparlar. Örneğin, E^2, Öklit düzlemde bu ölçmeyi yapan fonksiyonlar trigonometrik fonksiyonlar $\cos, \sin, \tan, \cot$, L^2 Lorentz düzleminde hiperbolik fonksiyonlar

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$\cosh, \sinh, \tanh, \coth$ ve G^2 Galile düzleminde de Galile anlamındaki trigonometrik fonksiyonlar olan $\cos g, \sin g, \tan g, \cot g$ dır.

R^2 vektör uzayı üzerinde X *ve* Y birim vektörleri verilsin. Eğer $A(q) = \begin{bmatrix} \cos q & -\sin q \\ \sin q & \cos q \end{bmatrix}$ olmak üzere

$$A(q)(X) = Y,\ 0 \le q \le 2p \qquad (2.3.1.1)$$

ise q sayısına *X 'den Y 'ye olan (yönlenmiş) açı* denir. Bu durumda, *Y 'den X 'e olan (yönlenmiş) açı* $-q$ ile gösterilir. Buna göre, *X ile Y arasındaki (yönlenmemiş) açı* $|q|$ ile gösterilir.

$$(A(q)(X) = Y \rightarrow \begin{bmatrix} \cos q & -\sin q \\ \sin q & \cos q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix})$$

Burada neden bu ortogonal matrisin kullanıldığı ile ilgili kısa bir açıklama yapılacaktır:

Ortogonal matrisler, düzlemler ve uzaylarda dönme hareketlerini karakterize eden özel matrislerdir. Özellikle lineer cebir ve geometri derslerinde tanıtılır, özellikleri verilir ve uygulamalarından bahsedilir. Genelde ortogonal matrislerin açı ve açı ölçüsü ile olan ilişkisi göz ardı edilir. Bundan dolayı, açı tanımının, ortogonal matris ile verilmesi, kavramın öğretimi açından son derece önemlidir. Ortogonal matrisler uzaklığı koruduğundan, birim vektörleri birim vektörlere dönüştürürler. Ortogonal olmayan bir matris bu özelliği sağlamadığından bir ölçme işi için kullanılamaz.

Açı, iki birim vektör üzerindeki noktaların (yani başlangıç noktaları aynı olan iki ışın üzerindeki noktalar) cümlesi olarak tanımlanırken; bir birim vektörü

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

diğer birim vektöre dönüştüren ortogonal matristeki parametre(reel sayı) açı ölçüsünü tanımlar.

Bu tanımlama, her düzlem geometride aynıdır. Tek fark, ortogonal matrisi tanımlayan fonksiyonların düzleme (dolayısıyla metriğe) bağlı olarak değişmesi ve ölçmenin bu fonksiyonlar yardımıyla yapılmasıdır. Örneğin E^2 ve L^2 düzlemlerindeki dönme hareketlerini veren matrisler sırasıyla,

$$A=\begin{bmatrix}\cos q & -\sin q\\ \sin q & \cos q\end{bmatrix} \quad , \quad B=\begin{bmatrix}chq & shq\\ shq & chq\end{bmatrix}$$

dır.

Açı, iç çarpım yardımı ile de tanımlanabilir.

R^2 vektör uzayı üzerinde iki vektör X ve Y olsun.

$$\langle X,Y\rangle = |X|.|Y|.\cos q \ , 0 \le q \le 2p \qquad (2.3.1.2)$$

eşitliğini sağlayan q sayısına *X ile Y arasındaki açı* denir.

(2.3.1.2) formülüne dikkat edilirse, *X* ve *Y* vektörleri birim olmayabilir. Bu durumda, *X* ve *Y* vektörlerinin belirttiği açı, bu vektörler üzerindeki noktaların belirttiği geometrik şekildir. Fakat bu vektörlerin belirttiği açının ölçüsünü ifade etmek istenirse bu vektörleri birimleştirmek gerekir. Yani, açı ölçüsü birim çember üzerindeki yay uzunluğu veya daire kesmesinin alanı olarak ifade edilir.

Açının tarihi

Öğrencilerin belirli kavramlarla ilgili öğrenmeleri hakkında bilgi sahibi olmak için yapılan bir çalışmayı güçleştiren başka bir sorunda, matematikte ya da diğer bilimlerde kullanılmalarına bağlı olarak, kavram ile ilgili vurgularda bazı görüşlerin değişmesidir. Buna bağlı olarak zaman içerisinde tanımların anlamlarında

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

değişiklik olmaktadır. Açı da böyle bir kavramdır. Yüzyıllar boyunca farkı şekillerde tanımlanmış ve zamanın matematiksel durumuna bağlı olarak hala bugünlerde bile farklı anlamlar taşıyabilmektedir. (Keiser, 2004)

Açı çok karmaşık bir kavramdır. Bu yüzden açıyı tanımlamak zor bir süreçtir. Bütün tanımlar açının ağırlıklı olarak bir boyutuna diğer boyutlardan daha fazla yoğunlaştıkları için, kavram üzerinde sınırlılıklar koymaktadır. Bu, açının en eski tanımlarından beri var olan bir durumdur. Eski Yunanlar hayattaki her şeyi On Aristolyan Kategorisi ile sınıflandırmaya girişmişlerdir (cisim, nitelik, nicelik, ilişki, zaman, yer, mevki, sahiplik, hırs, hareket). Açıyı tanımlayanlar, tanımlarında özellikle üç kategoriye ağırlık vermeye eğilmişlerdir; bir nitelik, bir nicelik ve bir ilişki. Bunun yanında birçok matematikçi ve filozof, yazılarında açıyı sadece bu üç kategoride sınıflandırmak için ikna edici tartışmalar ortaya koymuşlardır. Proclus açıyı üç bakış açısından düşünmüştür,

*"Açı, aslında açının büyüklüğü anlamına gelen bir niceliktir. Açının bir niteliktir çünkü nitelik olarak özel bir şekle ve var olma karakterine sahiptir. Açı aynı zamanda kendini sınırlayan ışınlar ya da bu ışınların kuşattıkları düzlem olarak bir ilişkidir. Açı bütün bunların sonucunda ortaya koyulması gereken bir şeydir yoksa bunların sadece birisinden ibaret değildir."(*Aktaran: Keiser, 2004)

Bütün bu söylenenleri özetlemek gerekirse; Öklit, düzlemde düzlem açısını, "birbirleriyle ilgili olarak aynı doğrultuda olmayan ve bir noktada karşılaşan iki doğru parçasından birbirlerine olan eğilimi" olarak tanımlamaktadır. Proclus'a göre açı "bir nicelik, bir nitelik ya da bir ilişki" olmalıdır. Eudemus açıyı "bir düz çizgiden sapma" olarak tanımlayarak nicelik olduğunu ifade eder; açıyı "bir alan ya da aralık" olarak kabul eden "Carpus of Antioch" ise nitelik olduğunu söyler. Öklit ise dik, dar ve geniş açılarının tanımları ne kadar nitel olsa da açıyı ilişki olarak kabul eder. (http://en.wikipedia.org/wiki/Angle)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Açıların Ölçümü

Açıyı tanımlayanlar, yaptıkları tanımlarında özellikle üç kategoriye ağırlık verme eğiliminde olmuşlardır; *bir nitelik, bir nicelik* ve *bir ilişki.*

Bütün bu değişik perspektiflerde, bir açıyı ölçerken tam olarak ölçülen şeyin ne olduğu belirlenmek istendiğinde karışıklık ortaya çıkabilmektedir. Örneğin, "Carpus of Antioch" açıyı şöyle tanımlamayı tercih etmiştir:

> *"Bir niceliktir, açıyı içeren doğruların ya da yüzeylerin arasındaki uzaklıktır."*

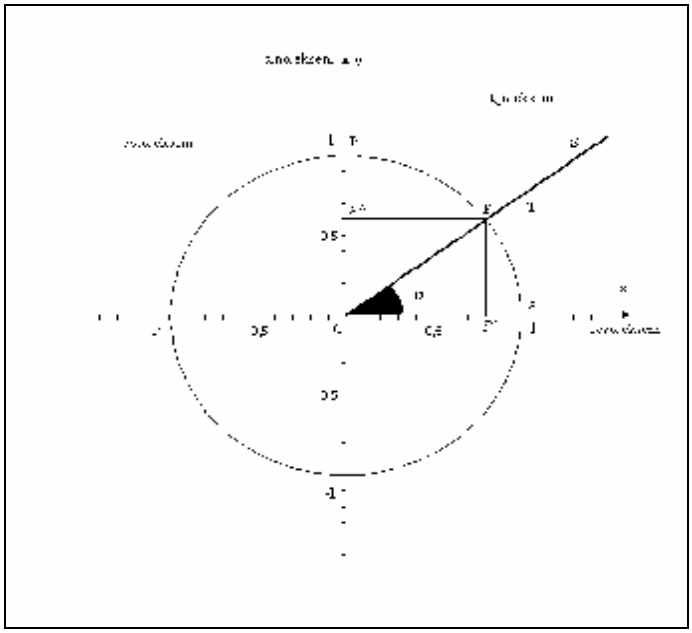
Carpus iki ışın arasındaki bir açı içinde "bir anlamda uzaklık" dan bahsettiği zaman o güne kadar hep bir doğru parçasını tanımlamak için kullanılan kelimeleri kullanıyordu. Kendisi tabiî ki lineer bir uzaklıktan çok dönel bir uzaklığı kastetmiştir. İki ışın arasındaki "uzaklık" ve "alan" kolaylıkla yanlış yorumlanabilir çünkü eğer bir açının ölçüsü sabit tutulur ve köşeden çıkan ışınları sonsuza doğru genişletilirse birçok ölçü ortaya çıkacaktır. Örneğin, köşeden ilerleyerek açının karşısına bir ışından diğerine birkaç doğru çizilecek olursa bu doğruların uzunlukları (tek boyutlu ölçü) artacaktır. Köşeden ilerleyip devam ettikçe ışınların boyları da artacaktır. Alan (iki boyutlu ölçü) da artacaktır. (Aktaran: Keiser,2004)

Açıları direkt nitelik olarak belirtmeyen önceki tanımlar, açının ölçülecek kısmıyla karşı karşıya kaldığında problemler ortaya çıkarmaktadır. Örneğin, açı tanımında kavramı bir düz doğru üzerinde olmayan ve düzlemde birbiriyle kesişen iki doğrudan birinin diğerine olan meyili (eğilimi) olarak tanımlamıştır. Bu tanım bir ışının diğer bir ışına eğilimini vurguladığı için açıyı bir ilişki olarak ifade eder. Proclus ve diğerleri bu tanımı eleştirerek *"Eğer açı herhangi iki ışın arasında bir ilişki ise o zaman bir eğilim için nasıl birkaç tane açı olabilir?"* sorusunu sormuştur. Örneğin, iki doğru arasında bir 90 derecelik açı, -450, -270, -90, 270 ya da 630 derecelik açılarla aynı eğilime sahiptir (Aktaran: Keiser,2004).

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tanımlarını nitelik üzerine yoğunlaşarak ortaya atan matematikçiler, açının büyüklüğü söz konusu olduğunda problemle karşılaşırlar. Açının bir nitelik olduğunu kabul ederek bir açının daha fazlasına ya da daha azına sahip olmak, ya da bir açının diğer bir açıdan daha fazla olduğunu söylemek, bir şeyin sıcak ya da soğuk olduğunu söylemeye benzer. Aynı zamanda bir nitelik eşit ya da eşitsizlik gibi özelliklere sahip olamaz ya da parçalara bölünecek bir potansiyel değildir. (Aktaran: Keiser,2004)

Bunun yanında açı ölçüsünü bir yay uzunluğu ile ilişkilendiren açıklamalar bulunmaktadır. Bu şekilde açıklanan bir ölçümde açı, bir oran olarak ifade edilmektedir. (Şekil–8)



Şekil–8 Öklit Düzleminde Birim Çember Ve Açının Ölçüsü

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

a açısını ölçmek için açının köşesini merkez alan dairesel bir yay çizilir. Yayın uzunluğu çemberin yarıçapına bölünür *ve* ölçmenin birimine göre değişecek olan uygun bir sabit ile çarpılır.

Eğriler arasındaki açılar

Öklit açı tanımında kavramı "bir doğru üzerinde olmayan ve bir noktada kesişen iki doğru parçasından birinin diğerine olan eğilimi" olarak tanımlamaktadır. Eğer açıyı oluşturan doğrular düz (straight) ise açıya düz (düz çizgili) açı denir (sayfa 153). Öklit, düz açıları düz doğruların oluşturduğunu belirtirken, eğriler arasında da açılardan bahsedilebileceğini ima etmiştir. (Aktaran: Keiser,2004)

Geometri literatüründe "eğriler arasındaki açılar" araştırıldığında aşağıdaki açıklamalar ile karşılaşılmaktadır.

Bir doğru ve bir eğri arasındaki açı (karma açı) ya da kesişen iki eğri arasındaki bir açı, kesişim noktasındaki teğet doğrular arasındaki açıdır.[2]

2.3.2.Çember Kavramı

Açı kavramı ve özellikle açının ölçüsü için birim çember kavramına ihtiyaç vardır. Çember kavramı incelenecek olursa Geometri alanında çember kavramına ait verilen farklı tanımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Çember, Öklidyen Geometrinin basit şekillerinden biridir. Çember, düzlemde verilen bir noktadan (merkez) sabit uzaklıktaki (yarıçap) noktaların kümesidir. Çemberler, düzlemi iç ve dış olmak üzere iki parçaya ayıran basit kapalı eğrilerdir. (http://en.wikipedia.org/wiki/Circle)

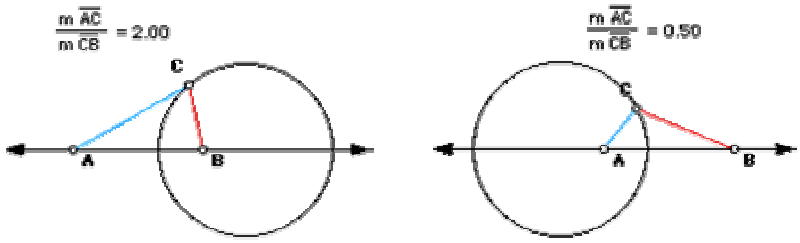
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

v İki boyutlu, bir merkez noktasından eşit uzaklıktaki noktaların oluşturduğu kapalı eğri.
(www.hawcc.hawaii.edu/math/Courses/Math100/Chapter0/Glossary/Glossary.htm)

v Bir merkezden belli bir uzaklıktaki noktaların kümesi; düzlemsel bir şekil.
(math.youngzones.org/geometry_vocabulary.html)

Alternatif Bir Çember Tanımı: (Apollonius çemberi)

Düzlemde farklı iki noktayı birleştiren doğru parçasını belli oranlarda içten ve dıştan kesen noktaların geometrik yeri bir çemberdir. Bu çembere Apollonius çemberi denir.



Şekil–9 $[AB]$ doğru parçasını $\frac{2}{1}$ oranında bölen noktaların geometrik yeri

Örnek: A(0,5) , B(10,0) noktalarını $\frac{3}{2}$ oranında bölen noktaların geometrik yerin bulunuz.

Çözüm: P noktası geometrik yere ait bir nokta olsun.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$\frac{|AP|}{|BP|}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{\sqrt{(x-0^2+(y-5)^2}}{\sqrt{(x-10)^2+(y-0)^2}}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{x^2+y^2-10y+25}{x^2 20x+100+y^2}=\frac{9}{4}$$

$$4x^2+4y^2-40y+100=9x^2-180x+900+9y^2$$

$$0=5x^2+5y^2+40y-180x+800$$

$$0=x^2+y^2+8y-36x+160$$

$$0=(x-18)^2+(y+4)^2-180$$

$$180=(x-18)^2+(y+4)^2$$

$$(6\sqrt{5})^2=(x-18)^2+(y+4)^2$$

IABI parçasını $\frac{3}{2}$ oranında bölen noktaların geometrik yeri m(18,-4) ve $r=6\sqrt{5}$ olan çemberdir.

2.3.3. Geometrik Yer Kavramı

Geometrik yer kavramını içeren problemler, 100 yıl kadar önce Alman matematik müfredatı başta olmak üzere gelişmiş ülkelerin matematik müfredatlarında görülen fonksiyonel düşünme kavramı ile hayat bulmuştur. Ancak bu düşünme biçimi, geometrik elemanların farklı konumları için farklı tahminler yapmayı, dolayısıyla tamamıyla soyutlamayı gerektirdiği için okullarda hak ettiği değeri görememiş ve geometrik yer kavramı neredeyse sembolik olarak müfredatlarda yer almaya başlamıştır.(Pekdemir, 2004)

Yazgan(2006), geometrik yer tanımlarının aşağıdaki iki tanımın etrafında çevrelendiğini belirtmektedir:

1) Verilen bir kurala göre hareket eden bir noktanın (cismin) çizdiği yola, o

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

noktanın geometrik yeri denir.

2) Belirli kurala uyan (x,y) noktaların kümesine, o noktaların geometrik yeri denir.

Ayrıca Pekdemir (2004)'e göre geometrik yer kavramı; aynı özellikleri taşıyan noktaların oluşturduğu küme şeklinde tanımlanabilir. Noktalar kümesinin geometrik yer olabilmesi için;

1.Verilen koşulu sağlayan tüm noktalar geometrik yere ait olması

2.Geometrik yere ait her nokta verilen koşulu sağlaması gerekmektedir.

Geometrik yer problemlerinin çözümü için istenilen şarta uygun en az üç tane olmak üzere özel noktalar bulunmalı ve daha sonra bu noktaları birleştirerek oluşturulan yörünge sezgisel olarak görülebilmelidir. Daha genel anlamda geometrik yer problemlerinin çözülebilmesi için;

1. Verilen koşulları yansıtacak şekil çizilmelidir.

2. Bu şekilden de yararlanarak tahmin yapılmalıdır.

3. Yapılan tahmini doğrulamak için matematiksel açıklamalar yapılmalıdır.

Yazgan(2006) geometrik yer kavramı için aşağıdaki tanımların verilebileceğini belirtmektedir:

- Belirli bir kuralı sağlayan noktalar kümesine geometrik yer denir.

- Ortak bir özellik paylaşan noktaların kümesidir. Noktaların yeri, çoğunlukla sürekli şekil ya da şekiller olarak biçimlenmektedir.

- Düzlemde bir geometrik yer, belli özellikleri yerine getirerek

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

hareket eden bir noktanın olası tüm konumları ya da yerleri olarak düşünülebilir.

- Bir doğru, bir noktanın belli bir doğrultuda hareket ettiği yol, yörünge olarak ifade edilebilir. Geometrik yer, herhangi bir cismin hareketi ettiği bir yol, yörünge olarak da tanımlanabilir. Ayrıca bir doğrunun uzaydaki bir hareketi ile oluşan yüzeyde geometrik yere bir örnektir.

Şimdiye kadar bütün bu bahsedilen geometrik kavramlar için de metrik kavramına ihtiyaç duyulmaktadır. Aşağıda metrik kavramı ile ilgili temel bilgilerden söz edilecektir.

2.3.4.Metrik Kavramı

Geometrinin en temel yapı taşı metrik kavramıdır. Bir vektör uzayı üzerinde metrik tanımlanarak oluşturulan düzlem geometri, ismini bu metrikten alır. Örneğin, R^2 düzlemi üzerinde Öklit metriği tanımlı ise bu düzlem Öklit metriği ile birlikte Öklit düzlemi olara isimlendirilir.

Her metrik bir uzaklık fonksiyonu tanımlar. Bu fonksiyonlar her düzlemde benzer şekilde tanımlanır.

Geometrinin en temel yapı taşı olan metrik kavramına ait verilen farklı tanımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- $X \neq \varnothing$ ve R reel sayılar kümesi verilsin. Her $x, y, z \in X$

$$d : X \times X \to R$$
$$(x, y) \to d(x, y)$$

fonksiyonu, aşağıdaki aksiyomları sağlıyorsa, d ye X üzerinde bir metrik adı

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

verilir:

V. $d(x, y) \geq 0$ (Pozitif tanımlılık)

VI. $d(x, y) = 0$ sadece eğer, $x = y$

VII. $d(x, y) = d(y, x)$ (simetri)

VIII. $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (toplanabilirlik/ üçgen eşitsizliği)

Bazı metrikler, yukarıdaki aksiyomların birini veya ikisini sağlamyabilir. (I) yi sağlamayan bir metrik tanımsız(indefinite)dır. Bu, $d(x, y)$ nin pozitif, negatif ve sıfır değer alabileceği anlamına gelir. Bunun en güzel örneği Lorentz metriğidir. Lorentz metriği,üçgen eşitsizliğini de sağlamaz. Yani, L^2 düzleminde bir pure (kenarları time olan) üçgenin iki kenarının toplamı üçüncü kenardan küçüktür. Galile metriği pozitif tanımlı olup üçgen eşitsizliğini sağlamaz. Galile düzleminde bir genel üçgenin iki kenar toplamı üçüncü kenara eşittir.

- Metrik, verilen bir kümenin komşuluğundaki noktalar arasındaki uzaklığı tanımlamak için verilen pozitif değer alan bir fonksiyondur. (http://mathworld.wolfram.com/Metric.html)

- Bir ölçme standardı. (www.sitetestcenter.com/software_testing_glossary.htm)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.4. İlgili Araştırmalar

2.4.1. Geometrik kavramlar ile ilgili yapılan çalışmalar

Geometrik kavramlarla ilgili yapılan çalışmaları aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

- Keiser' in "The Development of Students' Understanding of Angle in a Non-Directive Learning Environment" adlı çalışması; 6. sınıf öğrencilerinin "Şekiller ve Tasarımlar" ünitesi ile ilgili geometri bilgilerini içermektedir. Sonuçta, öğrencilerin; açılarla ilgili bilgilerinin bağımsız ve zayıf olduğunu, açının kösesi, ısını ya da içbölgesi olan üç yönünden birine odaklandıklarını belirlemiştir. Bu dengesiz kavram imgelerinin, çoğunlukla pek çok açıyı, açı olarak düşünmenin dışında bıraktığını ve açı ölçüsü gibi pek çok bilgi ile çatıştığını belirtmiştir (Keiser,1997).

- Keiser (2004)'ün "Struggles with Developing the Angle Concept: Comparing Sixth-Grade Students'Discourse to The History of Angle Concept " adlı bir diğer çalışmasında açı kavramı, tarihsel gelişimi çerçevesinde ele alınmıştır. Araştırmanın amacının öğrencilerin açı kavramı tartışırken ortaya attıkları bilgileri tarihsel mukayeseler yaparak değerlendirmek olduğu belirtilmiştir. Araştırma, açı ile ilgili üç temel sorun etrafında şekillenmektedir. Bunlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1) Açının büyüklüğü kastedilirken tam olarak ölçülen nedir?

2) Açılar eğrileri ihtiva edebilir mi?

3) 0, 180 ve 360 derecelik açıları hayal etmede(düşünmede) karşılaşılan zorluklar nelerdir?

Araştırmacı iki tane 6. sınıfı geometri derslerinde 5 hafta gözleyerek elde

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ettiği verileri bu üç soru etrafında tarihsel gelişimi ile karşılaştırarak analiz etmiştir.

- Fyhn (2006) "A climbing girl's reflections about angles" adlı makalesinde 12 yaşındaki bir kızın geometrik düşünme seviyesinin bilinçsizce kullandığı el kol hareketleri ile etkilenip etkilenemediğini merak ettiğini belirtmektedir. Tekli durum çalışması modeli ile çalışan araştırmacı bu bağlamda dağcı kız ile görüşmeler yaparak öğrencinin açı kavramı ile geliştirdiği düşünceleri anlamaya çalışmıştır. Araştırmanın sonunda ise örneğin dağcılık ile uğraşmayı seven öğrencilerin açılar ya da mesela vektörler ile ilgili çalışmalara yönlendirmenin faydalı olabileceğini belirtmektedir.

- Üstün (2003) "Developing The understanding of Geometry Through A Computer-based Learning" isimli, 63 tane 7. sınıf öğrencisi ile yaptığı çalışmasında Geometry Performans Testi ile açı kavramına ait kavramaları da sorgulamıştır. Araştırmacı açı kavramı ile ilgili şu bulgulara ulaşmıştır:

Açı bir ışının bitiş noktası etrafındaki dönmedir. (Rockswold ve ark.,2002) Açı kavramının niteliği ışınlar tarafından oluşturuluyor olmasıdır. Öğrenciler açı kavramı ile ilgili farklı tanımlar vermişlerdir ama bütün tanımların ortak yanı açının "bir köşe" olduğu kanısıdır. Öğrencilere doğru parçaları ve eğrilerden oluşan kapalı bazı şekiller verilerek öğrencilerden oluşan açıların ifade edilmesi istenmiştir. Öğrencilerden bazıları eğrilerin bir açı oluşturamayacağını söylerken, bazıları bir eğri ve bir doğru parçasının kesişiminden de bir açı oluşacağını ifade etmişlerdir.

Araştırmada ayrıca öğrencilerin şekiller üzerinde dar açı oluşan bölgeleri esas alarak açılardan bahsettiği tam açı ve geniş açıların oluştuğu bölgeleri dikkate almadığı kanısına ulaşılmıştır. Bunun sebebinin ise açı ile ilgili verilen örneklerde dar açı gösteriminin ağırlıklı olarak verilmesi söylenmiştir.

- Güngörmüş (2002) çalışmasını lise–2 geometri ve analitik geometri müfredat programında yer alan nokta, ışın, doğru parçası gibi teme kavramlar ile bu

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

temel kavramlara dayalı olarak yapılan üçgen ve çember kavramlarının öğretiminde belirlenen hedef davranışlara ulaşılıp ulaşılmadığının ve kavram yanılgılarının belirlenmesi amacıyla yapmıştır. 14 sorudan oluşan anket sorularından elde edilen veriler analiz edilmiştir. Son iki soru çemberde teğet, kiriş, yarıçap ve çap uzunluklarını doğru hesaplayıp hesaplayamamaya dayanan sorulardan oluşmaktadır. Araştırmacı verilen cevapların doğruluk derecesine göre öğrencileri yüzdelik dilimlere ayırmıştır.

- Özsoy ve Kemankaşlı tarafından yapılan " Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgıları " adlı araştırma, 11.sınıftaki toplam 70 öğrenciye uygulanan ve açık uçlu sorulardan oluşan bir sınavla yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin hatalarını; "Sorularda çemberdeki iç, dış, merkez ve çevre açı kavramları arasında bağlantı kuramadıkları, sorulardaki çember içindeki üçgensel ve dörtgensel bölgelerdeki açı kavramlarında bazı özellikleri uygulamakta zorlandıkları, sorulardaki verileri iyi analiz edemedikleri" bulguları elde edilmiştir (Özsoy ve Kemankaşlı, 2004).

- Ubuz tarafından yapılan "10 ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Geometride Kavram Yanılgıları ve Cinsiyet Farklılıkları" adlı araştırma 10. ve 11. sınıfta okuyan toplam 67 öğrenciye yöneltilen açık uçlu sorularla yapılmıştır. Araştırma sonucunda kız öğrencilerin erkek öğrencilere kıyasla daha başarılı ve öğrenim düzeyiyle orantılı olarak başarı düzeyinde artış bulunmuştur. Araştırmacı hataların sebeplerini sorularda verilmeyen birçok bilgiyi şekle bakarak verilmiş kabul etmek, verilen bilgilerden çok şekle yoğunlaşmak, benzer şekillerin aynı özelliklere sahip olduğunu düşünmek, dış, iç açıları ve onların özelliklerini bilmemek, verilen şekli daha önce bildiği bir şekle benzetmek ve verilen bilgilere önem vermemek olarak sıralamıştır (Ubuz,1999).

- Akuysal (2007) "İlköğretim Öğrencilerinin 7. Sınıf geometri ünitelerindeki kavram yanılgıları" adlı tezinde öğrencilerin açı, çokgen, dörtgen, kiriş, teğet, bir çemberin uzunluğu ve bir üçgensel bölgenin alanı ile ilgili kavram yanılgılarını incelemiştir. Araştırmacı verilerini 29 sorudan oluşan bir teşhis testi ile elde etmiş ve analiz sonunda tespit ettiği yanılgıları kavram kavram sınıflandırmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Özbellek (2003) “İlköğretim 6. ve 7. sınıf düzeyindeki açı konusunda karşılaşılan kavram yanılgıları, eksik algılamaların tespiti ve giderilme yöntemleri” isimli yüksek lisans tezinde açı kavramını deneysel bir çalışma modeli ile sorgulamıştır. Araştırmacı, açı kavramı ve açı kavramının özelliklerini içeren soruların olduğu 22 soruluk klasik sınav kâğıtlarına verilen cevapları analiz ederek nicel tespitler yapmıştır.

- Yazgan (2006) “Ck¢ Modeline Göre 10. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Yer Kavramına İlişkin Kavramaları Üzerine Nitel Bir Araştırma” isimli tez çalışmasında ikişerli gruplardan oluşan toplam 12 öğrenci ile çalışmıştır. Araştırmacının geometrik yer uygulamaları ile ilgili hazırlamış olduğu soruların cevaplarına dayanarak yaptığı analiz sonucunda, öğrencilerin “geometrik yer” kavramını iyi yapılandıramadıkları, yanlış kavramlara sahip oldukları ve bu kavram yanılgılarını irdelemeksizin kullandıkları görülmüştür. Ayrıca “Geometrik yer” kavramı ile ilgili öğrenci kavramalarının sezgisel olarak yapılandırıldığı sonucuna da varıldığı belirtilmektedir.

- Pekdemir (2004) “Dinamik Geometri Yazılımı Cabri’nin Geometrik Yer Konusunda Öğrenci Başarısı Üzerine Etkisi” konulu yarı deneysel çalışmasında Cabri programı kullanılarak hazırlanan etkinlikleri 7 ders saati boyunca deney grubuna uygulanmış ve süreç sonunda sınav sonuçlarını t testi ile analiz edilmiştir. Araştırmacı Cabri programının genel anlamda öğrencilerin geometrik başarısını olumlu anlamda geliştirdiği sonucuna varmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2.4.2 Kavram imajı ile ilgili yapılan çalışmalar

- Tall ve Vinner (1981)'in yapmış olduğu " Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity" adlı çalışma ile birçok kavram imajı çalışmasına esin kaynağı olmuştur. Araştırmacılar bu çalışmada kavram imajı ve kavram yanımı kavramlarını detaylı bir şekilde anlatmış, potansiyel ve bilişsel çatışma faktörlerinden söz etmişlerdir. Ardından bazı uygulamalı müfredat problemlerinden yola çıkarak öğrenci cevaplarını kavram imajı ve kavram tanımı yapısı gözüyle incelemişlerdir.

- Tall (1986) tarafından yapılan "Constructing the Concep Image of a Tangent" adlı deneysel çalışmada deney grubunda bilgisayar yardımı ile $y=|\sin x|$, $y=x\sin(1/x)$ fonksiyonların orijinde teğeti gibi farklı örnekler üzerinde teğet kavramı tartışılmıştır. Kontrol gruplarına geleneksel bir eğitim verilmiştir. Elde edilen bulgular deney grubundakilerinin deneyimlerinin daha tutarlı bir kavram imajı oluşturmada onlara yardım ettiğini göstermiştir.

- Bezuidenhout (1998) tarafından 1. sınıf üniversite öğrencileri ile yapılan çalışmada, öğrencilere değişim oranı ile ilgili bir tanısal test uygulanmış ve daha sonra bu test ile ilgili mülakat yapılmıştır. Elde edilen bulgular öğrencilerin ortalama değişim oranı, sürekli bir fonksiyonun ortalama değeri ve aritmetik ortalama kavramları arasındaki ilişkiler ile ilgili yanlış anlamalara sahip olduklarını göstermiştir.

- Attorps tarafından yapılan "Teacher's Images of The "Equation Concept" adlı çalışmaya 10 öğretmen katılmıştır. Veriler anket ve iki mülakat ile toplanmıştır. İlk mülakatta; öğretmenlerden ortaokuldan üniversiteye kadar kavramları nasıl öğrendiklerini ve tecrübelerini aktarmaları istenmiştir. Sonraki aşamada, verilen 18 ifadeden hangilerinin denklem olduğu sorulmuş ve en son denklem kavramı hakkındaki fikirleri sorgulanmıştır. Elde edilen bulgular öğretmenlerin denklem

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

kavramı ile ilgili fikirlerinin, denklem kavramının formal tanımından farklı olduğunu ve okulda zamanlarını matematiksel anlamanın yerine işlemsel becerileri geliştirmeye yönelik harcadıkları bulunmuştur.

- Giraldo (2006) "Integrating Intuition: The Role of Concept Image and Concept Definitions For Students' Learning of Integral Calculus" adlı çalışmasında altı öğrenci ile çalıştığı bir durum çalışması modeli sunmaktadır. Araştırmacı türev kavramı ile ilgili bilgisayar ortamında grafiksel yaklaşımlar kullanılan bir analiz kursunu süreç olarak benimsemiştir. Araştırmacı türev kavram imajında ortaya çıkan olumsuzlukların eğer uygun bir pedagojik yaklaşım uygulanırsa kavram imajını zenginleştirebileceğini iddia etmektedir.

- Matsuo (2000) tarafından yapılan bir çalışmada Van Hiele geometrik ilişki basamakları kavram tanımı ve kavram imajı pencerelerinden ele alınmıştır. Kavram imajı penceresinden geometrik şekilleri anlamayı dört basamağa (1,2,3,4) kavram tanımı penceresinde anlamayı ise beş basamağa ayırmıştır (a,b,c,d,e). İlkokul seviyesinde farklı sınıflardan öğrencilere ön test ve son test uygulamaları uygulanmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucunda ise öğrencilerin geometrik şekilleri anlamaları kavram tanımları ile kavram imajlarını ne denli ilişkilendirebildiklerine dair incelenmiştir. Bu sayede yapılan son teste göre kavram imajı seviyesi yükselmesi (1a'dan 2a'ya geçiş), kavram tanımı seviyesi yükselmesi (2c'den 2d'ye geçiş), ya da ikisinin birden seviyelerinin yükselmesinden(3d'den 4c'ye geçiş) bahsedilmiştir.

- Przenioslo (2002) tarafından Polonya da üniversite 3., 4. ve 5. sınıf öğrencileri ile yapılan bir çalışmada, üniversitedeki matematiksel çalışmalar kursunda şekillenmiş olan limit kavram imajlarına bakılmıştır. Öğrencilerin kavram imajlarını belirlemek için kavram imajları, kavram imajının anahtar sözcüğü, çağrışımlar, verimlilik ve dejenerasyon alt basamaklarında irdelenmiştir. Daha sonra ortaya çıkan kavram imajları kendi aralarında komşuluğa dayanan imajlar, grafik yaklaşımına dayanan imajlar, algoritmalar, vb. şeklinde sınıflandırılmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Meehan (2003) öğrencilerin yüksek matematik ile ilk kez karşılaştıklarında matematik eğitimi araştırmalarının onlara yardım edip edemeyeceğini sorguladığı çalışmasında iyi tanımlı fonksiyon kavram imajını incelemiştir. 11 öğrenci ile çalışan araştırmacı öğrencilerin kavram imajlarını dört aşamada belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilere sırasıyla iyi tanımlı fonksiyon kavramına ait bir tanımın yer aldığı bir tanım sayfası, öğrencilerden bu tanıma bir örnek beklediği üretme sayfası, birçok fonksiyonun bulunduğu ve öğrencilerin iyi tanımlı olanları belirlemesini beklediği sağlama sayfası ve öğrencilerin cevaplarının doğruluğunu araştırdığı bir tahmin sayfaları verilmiştir. Araştırmacı ayrıca öğrencilerin neden kavram tanımlarına önemsiz şeyler gözüyle baktığını anlamaya çalıştığını söylemiştir.

- Eraslan (2005) iki cebir öğrencisi ile durum çalışması modeli çalıştığı doktora çalışmasında öğrencilerin quadratik denklemler ile ilgili karşılaştıkları engelleri Schoenfeld (1989)'in matematiksel analiz basamakları ile kavram imajı ve kavram tanımı yapısı ışığında tespit etmiştir. "A Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles As They Explore Concepts Of Quadratic Functions" isimli tezinde durum çalışması modeli çalışan araştırmacı karşılaşılan engellerden bazılarını kuadratik fonksiyonların geometrik ve cebirsel yaklaşımlarının bir arada düşünülmemesi, bilinmeyen bir ifadeyi bilinen bir ifadeye dönüştürme ihtiyacı, geometrik ve cebirsel düşüncenin uyuşmaması, kuadratik formülün ve sonsuz değerli fonksiyon imajının negatif etkisi olarak belirlemiştir.

- Başka bir durum çalışması örneği olarak Wilson (1993)'ın stajyer bir matematik öğretmeninin matematiksel fonksiyonlardaki anlamasının gelişimini inceleyen çalışması söylenebilir. Araştırmacı stajyer öğretmeni, 10 hafta süren, matematik ve eğitim branşları ile ilgili konuların olduğu bir matematiksel kursu süresince gözlemlenmiştir. Araştırmacı, stajyer öğretmenin matematiksel fonksiyonları anlamasında çok gelişme olsa da öğretmenliğe karşı takındığı antipatik tutumda kurs sonunda pek bir değişikliğin olmadığını belirtmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Soğancı (2006), matematik öğretmen adaylarının matematiksel yaklaşımlarını konu alan tezinde kavram imajı ve kavram tanımı yapısını irdelemiştir. 7 matematik öğretmen adayı ile yaptığı görüşmeler sonucunda veri analizini fenomenografik yöntemle yapan araştırmacı, öğretmen adaylarının sadece tanımla kavramı öğrenemediklerini, tanımın örneklerle ve uygulamalarla zenginleştirilmesi gerektiğini ayrıca öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde bazen sadece kavram tanımını bazen sadece kavram imajını bazen ise ikisini birden kullandıklarını tespit etmiştir.

- Hartter (1995)'in "Concept İmage And Concept Definition For The Topic Of The Derivative " adlı doktora tezinde öğrencilerin türev kavramındaki kavram imajlarının türev kavramı tanımı ile ne kadar örtüştüğünü sorgulamıştır. Araştırmacı, sekiz öğrenci ile yürüttüğü çalışmasının sonunda türev kavramı ile ilgili öğrenci anlamalarını süreçsel ve yapısal anlamda irdelemiştir. Araştırmacı ayrıca türev kavramının tanımından yola çıkarak, öğrencilerin önceki deneyimlerinden sahip oldukları fonksiyon ve limit kavramlarına ait bilgilerle türev kavram imajı arasındaki ilişkiyi de sorgulamıştır.

Yapılan literatür taraması dikkatle incelendiğinde öğrencilerin geometrik kavramlara ait zihinsel tüm yapısını ortaya koyan kavram imajlarını keşfetmeye yönelik herhangi bir çalışmanın olmadığı görülmektedir. Ayrıca literatürün işin özüne inen, esasını anlamaya çalışan nitel çalışmalardan yoksun olması ayrı bir eksiklik olarak değerlendirilmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3. YÖNTEM

Bu bölüm çalışmanın evrenine, örneklemine, araştırmanın modeline, araştırmanın uygulanmasına, veri toplama tekniklerine ve verilerin analizine ayrılmıştır.

3.1. Evren ve Örneklem

Bu araştırmanın örneklemini bir devlet üniversitesinin Orta Öğretim Fen ve Matematik Alan Eğitimi Bölümü Matematik Öğretmenliği, 2007–2008 öğretim yılında 3. sınıf olan 5 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarından 4'ü erkek 1'i bayandır.

Görüşme yapılacak öğretmen adaylarının belirlenmesi için amaçlı örneklem belirleme stratejisi (Patton, 1990) kullanılmıştır. Merriam'nin (1998) belirttiği gibi, amaçlı örneklem belirleme stratejisinde esas alınan; *"keşfetmek, anlamak ve kavrayışı elde etmek için zengin veri toplayacak bir örneklem seçmek"* yaklaşımıdır. (Aktaran: Eraslan, 2005)

Bahsedilen amaçlara yönelik olarak görüşme yapılacak öğretmen adaylarının seçiminde şu kriterler temel alınmıştır: (1) öğretmen adaylarının dönem ortalamaları, (2) sınıf gözlemleri, (3) daha önce aynı sınıfta ders yürüten öğretim elemanlarının görüşleri, (4)Araştırmacı, bu adayların aynı zamanda danışmanlığını yürüttüğünden bu öğrencilerle ilgili edinmiş olduğu danışmanlık tecrübeleri, (5) öğretmen adayların kişilikleri, rahat dönüt verebilecek oluşları ve araştırmacı ile ilişkilerinde rahat olabilmeleri.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Çalışmanın etik olması açısından, öğretmen adaylarının isimleri hiçbir yerde kullanılmamıştır. Her öğretmen adayına numaralar verilmiş ve çalışmanın sonuna kadar bu numaralar kullanılmıştır.

3.2. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada nitel araştırma metotlarından fenomenografik yöntem kullanılmıştır.

Elde edilen verilerin analizinde, öğretmen adaylarının görüşleri bu yöntem ile yöntemle karşılaştırılmış, kategorilere ayrılmış ve yorumlanmıştır. Fenomenografik yöntem (Bruce ve Gerber, 1995), insanların kavram algılamalarındaki farklılıkları ortaya koymayı amaçladığı için, görüşmelerin yazılı dökümlerini analiz etmek için tercih edilmiştir.

Fenomenografik yöntem, öğrenme, öğrenme farklılıkları ve bu farklılıkların nedenleri gibi soruların cevabının araştırıldığı araştırmalarda kullanılır. Yöntemin esas hedefi birey değildir, bireylerin konuları kavrayışlarındaki farklılıkların tespit edilmesidir. Bu yöntemde, insanların belirli durum ve konuları nasıl kavradıklarının, nasıl anladıklarının, nasıl anlamlandırdıklarının ve nasıl yorumladıklarının analizi yapılır. Öğrencilerin, öğrenmeyi kavrayışları üzerine yoğunlaşan araştırmaların verilerinin analizinde kullanılan ve bilinen en iyi yöntem, fenomenografik yöntemdir (Marton, 1991).

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3.3. Araştırmanın Uygulanması

3.3.1 Araştırma için tasarlanan ders süreci ve dersin yapıldığı sınıf

Bu araştırmada öğretmen adaylarının açı, çember, geometrik yer ve metrik kavram imajlarını bir ders süreci boyunca da takip edebilmek için Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü 3. sınıf Seçmeli Geometri dersi esas alınmıştır. Araştırmada merak edilen; bu dersin kavram imajlarına olumlu ya da olumsuz olarak yapabileceği katkı değil, öğretmen adaylarının kavram imajlarında farklı deneyimler sonunda herhangi bir değişikliğin olup olmadığıdır.

Araştırma için kullanılacak dersin yapılandırılması aşamasında, dersi yürüten öğretim üyesi(araştırmacının tez danışmanı) ile araştırmacı ortak çalışmışlardır. Dersi yürüten öğretim üyesi dersin teorik kısmında öğrencileri bilgilendirmiş, araştırmacı ise genellikle dersin uygulama kısmında görev almıştır. Öğretmen adaylarının araştırma boyunca takip ettikleri Seçmeli Geometri dersinin hafta hafta uygulanması aşağıdaki şekilde gerçekleşmiştir:

1. ve 2. hafta; ilk olarak tüm sınıf için tasarlanan dersin uygulamasına başlamadan önce açı, çember, geometrik yer ve metrik kavramları ile ilgili açık uçlu soruların olduğu görüşme soruları dersi alan tüm öğretmen adaylarına yazılı olarak yöneltilmiştir. İlerleyen derslerde ise, “Geometri nedir?” sorusunun cevapları tartışılmış ve geometrik şekillerin hangi özelliklerinin geometricileri meşgul ettiği sorusu iki yaklaşım çerçevesinde özetlenmiştir. Bu yaklaşımlardan birincisi “şekillerin denkliği”, ikinci yaklaşım ise “koordinatların kullanımı” ile ilişkilendirilmiştir. Bir nicelik ya da özelliğin geometrik öneme sahip olması için hangi şartları sağlaması gerektiği belirtilmiş daha sonra açı ve geometrik yer kavramlarının uygulamaları, koordinat düzleminde verilen farklı örneklerle incelenmiştir. Ardından açı kavramı ve belirli iki nokta arasındaki uzaklığın

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

geometrik bir öneme sahip olduğundan bahsedilerek, metrik kavramına kısa bir giriş yapılmıştır.

3. hafta; düzlemde dönme ve öteleme hareketleri kısaca hatırlatılmış ve ardından uzayda koordinat dönüşümleri açıklanmıştır. Eksenlerin ötelenmesi ve eksenlerin başlangıç noktası etrafında döndürülmesi başlıkları altında ele alınan konu ile ilgili örnekler çözülmüştür.

4. hafta; metrik kavramına tekrar dönülerek Öklit metriğinin ne olduğu kısaca hatırlatılmış, uzaklık fonksiyonu ile ilgili özellikler verilmiş ve çember gibi bilinen geometrik şekillerle metrik kavramının ilişkisi sorgulanmıştır. Ardından Lorentz metriği ile ilgili giriş sayılabilecek kısa bilgiler verilmiştir.

5. hafta; vize sınavı uygulanmıştır.

6. hafta; Geometrik yer kavramı kapsamlı bir biçimde ele alınmış ve birçok geometrik yer örneği çözümü verilmiştir. Geometrik yerden kastedilenin ne olduğu tekrar hatırlatılmış ve öğretmen adaylarına geometrik yer tayininde cebirsel işlemleri kullanma becerisi kazandırılmaya çalışılmıştır. Ardından bölme oranı kavramı içerisinde Apollonius Çemberi'nden bahsedilmiş ve çemberin bölme oranı ve geometrik yer kavramını içeren alternatif bir tanımı yapılmıştır.

7. hafta; çemberde açılar konusu ve örnekleri ele alınmış ve açı ölçüsü ile yay uzunlukları arasında ilişki kurulmaya çalışılmıştır.

8. hafta; açı kavramı öğretmen adaylarının daha önce rastlamadığı bir yaklaşımla, dönme matrisleri kullanılarak tanımlanmış ve Öklit düzlemindeki uygulamasından bahsedilmiştir. Daha sonra ise Lorentz metriği tekrar hatırlatılmıştır. Lorentz düzleminde vektörlerin karakterleri incelenmiş, daha sonra ise geometrik yer kavramını içine alacak şekilde Lorentz çemberleri incelenmiştir. Açı kavramı, dönme matrisleri kullanılarak tekrar hem Öklit hem de Lorentz düzleminde tanımlanmıştır. Takip eden derslerde ise Öklit ve Lorentz düzlemlerinde açıların ölçümünden

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

bahsedilmiştir. Burada açı ölçüsü, tanımlanan metriğe göre oluşan düzlemde birim çemberdeki yay uzunluğu ile direkt olarak ilişkilendirilmiştir.

9. haftadan itibaren, öğretmen adayları, final ödevi olarak önceden belirlenen ve onlardan hazırlamaları istenilen ödev konularını ders esnasında sunmaya başlamışlardır. Ödev konuları şu başlıklarda sıralanabilir:

- Üçgende Açıortay
- Trigonometrik Fonksiyonlar
- Üçgende Kenarortay
- Bir Üçgenin İç ve Dış Teğet Çemberleri
- Öklidyen Düzlemde Bir Doğru Parçasını İçten ve Dıştan Bölen Noktalar
- Lorentz Düzleminde Bir Doğru Parçasını Belli Oranda Bölen Noktaları Geometrik Yeri
- Lorentz Düzleminde Açı Kavramı
- Galile Düzlem Geometrisine Giriş

10. hafta, öğretmen adaylarına daha önce hiç karşılaşmadıkları Galile metriği verilerek, bu metriğe bağlı olarak, geometrik yer, açı ölçüsü ve çember kavramları yazılı olarak sorgulanmıştır. Bu uygulamada amaç; açı, çember, geometrik yer ve metrik kavramları ile ilgili kavram imajlarında ne tür değişiklikler olduğunun araştırılmasıdır. Bir sonraki derste ise bu sorgulamadan elde edilen veriler öğrencilerle birlikte değerlendirilmiş doğru çözümler verilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adayları, kalan ders saatlerinde ödev sunumlarına devam etmiş son hafta adaylara ilk derste sorulan açık uçlu sorular tekrar sorulmuştur. Son derste ise öğretmen adayları ile dersin genel bir değerlendirmesi yapılmış, amaçlar, eksik kalınan yönler, beklentiler, kısacası olumlu ya da olumsuz tüm eleştiriler dinlenmiştir.

Araştırma için temel alınan Seçmeli Geometri dersini yürüten Öğretim Üyesi öğretim boyunca çoğunlukla düz anlatım ve soru-cevap yöntemlerinden yararlanarak ders işlediği gözlenmiştir. Her derste konu detaylı bir şekilde anlatılmış, anlatım boyunca öğrencilere konu ile ilgili sorular sorulmuş ve cevapları tartışılmıştır. Öğretimin yapıldığı sınıfın oturma düzeninden dolayı, öğretmen adayları soruların cevapları üzerinde düşünürken arkadaşlarıyla birlikte değerlendirme yapabilme fırsatını bulmuşlardır. Dersler süresince sınıfta her düşüncenin rahatlıkla dile getirilebildiği bir atmosferin hâkim olduğu görülmüştür. Yapılan gözlemler sonucunda, uzun yıllar üniversitede ders veren Öğretim Üyesinin düzenli, öğrencilerin çalıştırılıp zorlandıkça üretebileceğine inanan, öğrencilere ait her fikri önemseyen biri olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının düzenli bir şekilde takip ettiği Seçmeli Geometri dersi matematik laboratuarında yapılmıştır. Matematik laboratuarında 10 adet yuvarlak masa ve yaklaşık 55 tane sandalye bulunmaktadır. Ayrıca laboratuar duvarında bir yazı tahtası ve matematiğin tarihçesini kısaca anlatan bir çizelge bulunmaktadır. Pencere kenarlarında bölümün öğrencilerinin hazırlamış olduğu matematik materyaller vardır. Laboratuar ortamında internet bağlantısı bulunmakta, yapılan derslerde dizüstü bilgisayar ve projeksiyon cihazı kullanılabilmektedir. Ayrıca araç gereçlerin konulduğu bir de dolap bulunmaktadır. 35 kişiden oluşan öğretmen adayları, yuvarlak masalar etrafında dörderli ya da beşerli gruplar halinde ders takibi yapmışlardır. Araştırmada esas alınan beş öğrencinin genellikle bir grup halinde ya da birbirlerine yakın gruplar halinde oturduğu gözlemlenmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3.3.2. Araştırmacının rolü ve araştırmanın süresi

Araştırmacı tasarlanan öğretim sürecinin bazı zamanlarında uygulama derslerinde dersi yürüten öğretim görevlisine yardımcı olmuştur. Araştırmacının yürüttüğü derslerde araştırmacı, öğretmen adaylarının açı, çember, geometrik yer ve metrik kavramlarına ait kavram imajlarını ve değişiklikleri sınıf içi gözlemleri ile de tespit etmeye çalışmıştır.

Araştırma, 2007- 2008 öğretim yılının güz döneminde yaklaşık 14 hafta sürmüştür. Tasarlanan ders süresinde öğretmen adaylarına geometrik kavramları içeren bir vize sınavı uygulanmış ayrıca adaylar geometrik kavramları ve özelliklerini temel alan final ödevi hazırlamışlardır.

3.4. Veri Toplama Teknikleri

Nitel araştırmanın gücü, içindeki çoklu metotla birlikte verilere odaklanmaya olanak vermesinden ve birçok metot ya da sorudaki olguyu derinlemesine anlamayı sağlamak için veri çeşitlemesini (triangulation) kullanmasından kaynaklanmaktadır (Dindyal, 2003). Bu çalışmada, metodolojik olarak birbirinden farklı metotlar olan görüşme, gözlem, yazılı dokümanlar yardımıyla veriler toplanmıştır.

Veri çeşitlemesi bir geçerlilik aracı ya da stratejisi değildir, geçerliliğe bir alternatiftir. Çünkü bir metodun kusurlarının olması diğerlerini güçlü kılar, bu yüzden nitel çalışan araştırmacı metotları karıştırarak eksiklerinin üstesinde gelir ve en iyiyi yakalamaya çalışır (Dindyal, 2003).

Araştırmada kullanılan veri toplama teknikleri aşağıda detaylı bir şekilde verilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(a) Yazılı Veriler

Araştırmanın yazılı verilerini, geometrik kavramlara ait içeriğin oluşturduğu açık uçlu soruların oluşturduğu yazılı dokümanlar ile vize sınav kâğıtları oluşturmaktadır.

Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla (açı, çember, geometrik yer ve metrik) ilgili kavram imajlarını tespit etmek için tasarlanan dersin başlamasından önce, görüşme formunda yer alan açık uçlu soruların bulunduğu araç(Ek 1) kullanılmıştır. Öğretmen adayları bu soruları yazılı olarak cevaplamış sonra da araştırmacının rehberliğinde kendi fikirlerini tartışmışlardır. Öğretmen adaylarına yaklaşık 5 hafta sonra vize sınavı uygulanarak geometrik kavramlara ait cevapları da veri olarak irdelenmiştir. 10. hafta ise öğretmen adaylarına, dersin işleyişine paralel olarak, bahsedilen geometrik kavramlarla ilgili olarak geliştirdikleri kavram imajlarının yeni karşılaşılan problem durumlarında ne kadar işe yaradığını gözlemlemek için kavramlarla ilgili açık uçlu soruların oluşturduğu yazılı bir sınav uygulanmıştır. 14. haftanın sonunda ise, tasarlanan dersin başlamasından hemen önce sorulan açık uçlu sorular(Ek 2) aynen sorulmuş ve kavram imajlarındaki değişiklikler belirlenmeye çalışılmıştır.

(b) Görüşmeler

Tasarlanan dersin başlangıcında, amaçlı örneklem stratejisine bağlı olarak seçilen beş öğretmen adayı ile birebir görüşme yapılmıştır. Görüşme esnasında sorulan sorular, bu derse devam etmekte olan tüm öğretmen adaylarına da yazılı olarak yöneltilen sorulardır. Seçilen öğretmen adayları ile aynı sorular üzerinde hem tasarlanan eğitim durumundan önce hem de tasarlanan eğitim durumundan sonra görüşülmüştür. Ayrıca kavram imajlarının uygulama süreci boyunca ne gibi değişimlere uğradığını tespit etmek için beş öğretmen adayının ikisi ile 10. haftada

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

sorulan sorular üzerine ayrıca birebir görüşmeler yapılmıştır. Öğretmen adaylarından birisi yeni durumda uygun bir kavram imajı geliştirirken diğeri geliştirememiştir. Bu nedenle bu iki adaylardan toplanan veriler analiz edilmek istendiği için görüşmeye bu iki öğretmen adayı seçilmiştir.

Yapılan görüşmelerde görüşme formu yaklaşımı Ek 1 de verilmiştir. (Yıldırım ve Şimşek, 2005;122) benimsenmiştir. Araştırmada kullanılan görüşme formu Görüşme formu ile ilgili görüşler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

"Görüşme formu yaklaşımı, benzer konulara yönelmek yoluyla değişik insanlardan aynı tür bilgilerin alınması amacıyla hazırlanır" (Patton, 1987, s 111) . Görüşmeci önceden hazırladığı konu ve alanlara sadık kalarak, hem önceden hazırlanmış soruları sorma hem de bu sorular konusunda daha ayrıntılı bilgi alma amacıyla ek sorular sorma özgürlüğüne sahiptir. Sorular veya konuların belirli bir öncelik sırasına konması zorunlu değildir. Görüşme formu, araştırma problemi ile ilgili tüm boyutların ve soruların kapsanmasını güvence altına almak için geliştirilmiş bir yöntemdir. Görüşmeci, görüşme sırasında soruların cümle yapısını ve sırasını değiştirebilir, bazı konuların ayrıntısına girebilir veya daha çok sohbet tarzı bir yöntem belirleyebilir. (Yıldırım ve Şimşek, 2005, s 122)

Bu doğrultuda adayların geometrik kavramlarla ilgili kavram imajlarını kavramların özelliklerini sorgulayan, açık uçlu sorular hazırlanmıştır. Görüşme soruları hazırlanırken yerli ve yabancı geometri ders kitapları, geometrik kavramlar üzerine hazırlanmış internet siteleri ([1], [2], [3]), yapılan literatür taraması ve uzman görüşleri esas alınmıştır.

Yapılan görüşmelerde, yarı yapılandırılmış görüşme tekniği benimsenmiştir. Bu teknikte, konular ve sorular belli bir sırada planlanır, ama araştırmacı öğrencilerin cevaplarına göre şekillenen esnek bir yol izleyebilir (Ginsburg, 1998). Zira araştırmada da öğretmen adaylarının vermiş oldukları cevapların doğrultusunda kavrayışlarında derinliğe inebilmek ve kavram imajlarının

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

tam bir resmini ortaya koyabilmek için daha detaylı cevap isteyen sorular da kullanılmıştır.

Görüşme soruları hazırlandıktan sonra, deneyimli araştırmacıların, yaptıkları görüşmeleri esnasında kazandıkları tecrübeler dikkate alınmıştır. Uzman görüşleri (bölümde görev yapan iki öğretim elemanı ve matematik eğitiminde çalışan üç araştırmacı) doğrultusunda düzletme ve değişikliklerin tamamlanmasından sonra iki kişi ile pilot görüşme yapılmıştır. Bu iki kişiden birisi Seçmeli Geometri dersini alan bir öğretmen adayı diğeri ise bir araştırma görevlisidir. Pilot görüşmeden elde edilen izlenimler sonucunda, görüşme sorularının bazıları formdan çıkartılmış bazılarında ise daha iyi anlaşılmasını sağlamak için kısa açıklamalara yer verilmiştir.

Görüşmeler, araştırmacının fakültede bulunan çalışma odasında yapılmıştır. Görüşmeye başlamadan önce öğretmen adayları ile dersler ve günlük yaşamlarıyla ilgili sohbet edilmiştir. Görüşme sürecinde, öğretmen adaylarının kendilerini rahat hissedebilmeleri için görüşmenin amacı detaylı olarak anlatılmış ve sorular sohbet havasında sorulmaya çalışılmıştır. Öğretmen adaylarından bu sorulara kesinlikle doğru cevaplar vermelerinin beklenmediği sadece bahsedilen sorularla ilgili neler düşündüklerinin önemli olduğu, gerekli görünen tüm durumlarda hatırlatılmıştır. Öğretmen adaylarının, ilk defa böyle bir deneyimden geçecekleri için heyecanlı ve hevesli oldukları gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarından birisinin görüşme yerine takım elbiseli ve kravatlı gelmesi, bu işe göstermiş oldukları hassasiyet açısından dikkate değer bulunmuştur.

Görüşme sürecinde verilerin kaydedilmesi için ses kayıt cihazı ve sadece çizimlerini çekecek şekilde kamera, öğretmen adaylarından da izin alınarak kullanılmıştır. Görüşmeler 55–65 dakika sürmüştür.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(c) Sınıf Gözlemleri

Araştırmacı dersin uygulama kısmında öğretici olarak bulunduğu için öğretmen adaylarını sınıf içerisinde dikkatli biçimde gözlemleme fırsatı da bulmuştur. Ayrıca öğretmen adayları dersin teori kısmı içerisinde gerekli görünen tüm zamanlarda dinleyici olarak da gözlemlemiştir. Gözlemler, araştırmacının aynı zamanda öğretici rolünün olması sebebiyle, yazılı olarak not edilmemiştir. Yapılan gözlemlerden öğretmen adaylarının bir kısmının dersi geçmek ve iyi bir not alabilmek için dersle ilgili olduğu, bir kısmının ise farklı bir şeyler öğrenmenin merakı içinde dersle ilgilendikleri düşünülmektedir. Görüşme yapılan öğretmen adaylarında ise daha önce görmemiş oldukları kavramları öğrenmenin mutluluğunun not ortalamalarını yukarı çekecek bir nota sahip olmanın kaygısı ile birlikte yer aldığı görülmüştür.

3.5.Geçerlilik Çalışmaları

Kirk ve Miller'e göre (1986) bir nitel araştırmada geçerlilik, araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelmektedir. Araştırılan olgu ve olay hakkında bütün resmi görebilmek için araştırmacının elde ettiği verileri ve ulaştığı sonuçları doğrulamasına yardımcı olacak bazı ek yöntemler(çeşitleme, katılımcı teyidi, meslektaş teyidi, vb.) kullanmalıdır (Aktaran: Yıldırım ve Şimşek, 2005)

Araştırma süresince geçerliliği sağlamak için bazı yöntemler kullanılmıştır. İlk olarak, veri toplama aracı olan görüşme formundaki soruların geçerliğini test etmek amacıyla –daha önce de belirtildiği gibi- pilot çalışma yapılmıştır.

Araştırmadaki bulgular, farklı veri kaynakları (birebir görüşmeler, sınıf gözlemleri ve yazılı dokümanlar) kullanılarak elde edilmiştir. Bu kaynaklardan elde

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

edilen veriler de, bulguların yorumlanmasında birbirini desteklemek için kullanılmıştır. Yapılan birebir görüşmelerden elde edilen veriler, Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans tez aşamasında olan bir araştırma görevlisi tarafından da kodlanmış ve kategorilere ayrılmıştır. Bu kategoriler araştırmacının oluşturduğu kategorilerle karşılaştırılmış ve %70'in üzerinde bir benzerlik tespit edilmiştir. Burada amaç, verilerin analizi ve bulgulara ulaşma evrelerinin geçerli ve tutarlı olmasını sağlamaya çalışmaktır.

Araştırma sonunda, verilerin raporlaştırılmış hali araştırmaya katılan beş öğretmen adayına da verilmiş, teyit edip etmediklerini belirtmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları, araştırma sonucunda ortaya çıkarılan bulguları ve yorumları onaylamışlardır.

3.6. Verilerin Analizi

Nitel araştırmada veri analizi çeşitlilik, yaratıcılık ve esneklik anlamına gelir. Her nitel araştırma, farklı bir takım özellikler taşır ve veri analizinde bir takım yeni yaklaşımlar gerektirir. Bu nedenle, nitel araştırma yapmayı tercih eden bir araştırmacının bilinen veri analiz yöntemlerini geliştirerek araştırma verilerinin analizini bir plan çerçevesinde yapması beklenir. (Yıldırım ve Şimşek, 2005)

Görüşme ve yazılı dokümanlar vasıtasıyla elde edilen kabarık veri aşağıdaki plan etrafında analiz edilmeye çalışılmıştır.

3.6.1. Ön hazırlık

Araştırmada elde edilen verilerin analizinin hangi yöntemle yapılacağına karar verilmeden önce, son yıllarda nitel araştırma tekniğini benimseyerek hazırlanan tezler okunmuştur. Bu okumalar araştırmacıya, adaylar ile yapılan görüşmeler esnasında başlayan veri analizi için büyük faydalar sağlamıştır. Araştırmaya dair

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

önceden planlanan tüm veriler toplandığında konu ile ilgili uzman görüşleri de alınmıştır. Bu görüşlerin ışığında araştırma sonunda elde edilen verinin fenomenografik yöntemle analiz edilmesine karar verilmiştir.

3.6.2 Fenomenografi ve kategorilerin oluşturulması

Elde edilen verilerin analizinde, öğretmen adaylarının görüşleri fenomenografik yöntemle karşılaştırılmış, kategorilere ayrılmış ve yorumlanmıştır.

Fenomenografik yöntem ile veri analizi, 1971 yılında kullanılmaya başlanmıştır. Bu yöntem sürecinin başlangıç noktası *"Birey öğrenmeyi nasıl gerçekleştirir?"* sorusu ile başlamıştır (Marton, 1981). Bu tekniğin temel amacı, öğrenme farklılıklarını tespit etmektir.

Fenomenografik yöntem ile veri analizi, aynı sorular karşısında kalan bir grup içindeki bireylerin farklı görüşlerini tanımlamada ve açıklamada kullanılır. Farklı bilim dallarında da bu yöntem kullanılmıştır. Örneğin, öğrencilerin matematiği anlamalarındaki farklılıkları (Crawford, Gordon, Nicholas ve Prosser, 1994), öğrencilerin elektrik konusunu anlamalarındaki farklılıkları (Lyons ve Prosser, 1995), öğrencilerin fotosentez konusunu anlamalarındaki farklılıkları (Hazel ve Prosser, 1994), hemşirelerin mesleki açıdan becerilerindeki farklılıkları (Davey, 2001) araştırmalarında bu metodu kullanmışlardır (Aktaran: Soğancı, 2006).

Araştırma verilerinin tamamı bir araya getirildiğinde verilerin fenomenografi ile analizine karar verilmiştir çünkü fenomenografi;

1. **Dualist değildir**. Araştırma öğretmen adaylarının zihinsel hareketliliği sonucunda oluşturdukları bireyden bireye fark edebilen kavram imajlarını irdelemektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarına ait bilgi ile öğretmen adaylarını birbirinden bağımsız düşünmek mümkün değildir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2. **Nicel olmasından çok niteldir.** Araştırmada amaç, sayılar yoluyla sonuçlara ulaşmak değildir. Asıl amaç, bahsedilen geometrik kavramlara ait öğrenci imajları ile ilgili detaylı, gerçekçi bir tasvir yapmaktır.

3. **İkinci-dizidir.(second-order).** Araştırmada araştırmacının betimlemesinin temeli, öğretmen adayları tarafından anlatılan bilgilerin tamamına dayanmaktadır.

4. **İçsel ilişkileri ortaya çıkarır.** Araştırmada öğretmen adaylarının geliştirdikleri kavram imajları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır

5. **Farklılıklar üzerine odaklanmaktadır.** Araştırma süresince geometrik kavramlarla ilgili öğrenci zihninde geliştirilen imajların farklılıkları tespit edilmeye çalışılmıştır.

Farklılıkları yaşamak ve tecrübe etmek nesneler arasında ayrım yapabilmek için gereklidir. Bu yüzden farklılıklar düşünme ve öğrenme sürecinde çok önemlidir. Öyleyse öğrenilmesi gereken bir fenomeni anlamadaki farklılıkların fark edilmesi, o fenomenin öğretilebilmesi için çok önemlidir. Fenomenografi, sonucu bir grup insanın bir fenomen karşısındaki nitel değişikliğini tanımlayan, araştırmaya dayalı bir yaklaşımdır. Kısacası fenomenografi, bir fenomenin yaşanmış farklılıklarını listeler (Trigwell, 2000).

Analize başlarken görüşmelerin yazıya geçirilmesi ile ortaya çıkan verilerin ışığında her bir kavram ile ilgili sorulara verilen cevaplar gruplandırılmış ve bu cevaplar kodlanmıştır. Yapılan bu kodlar sınıflandırılarak kategoriler elde edilmiştir. Böylelikle her kavram için ortaya çıkan farklılıklar bu kategoriler ile gösterilmiştir. Kategorileri oluştururken şu üç kıstas esas alınmıştır:

- Kategoriler öğrenci cevaplarından elde edilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Kategorilerin ayırt edilebilirliğine dikkat edilmiştir.

- Kategoriler anlaşılır ve net olmalıdır (Marton, 1986).

Analiz sırasında kategorileri oluştururken kategorilerin anlaşılır olmasına gayret edilmiştir. Oluşturulan kategorilere paralel olan öğretmen adaylarının görüşleri (öğretmen adaylarının görüşleri tablolara yazılmıştır) tablolar yardımıyla kategorilerin karşısına yazılmıştır. Araştırmada her öğretmen adayına bir numara verilmiştir. Bu numaralar yardımıyla görüşlerin hangi öğretmen adayına ait olduğunun daha rahat anlaşılacağı düşünülmüştür. Tablolar yardımıyla hangi öğretmen adaylarının benzer görüşlere hangilerinin farklı görüşlere sahip oldukları da kolaylıkla görülmektedir.

Fenomenografik yöntemin, öğretime şu katkıları vardır:

İlk katkısı; öğrencinin öğrenmesiyle ilgilidir ve eğitim sürecindeki tecrübelerin çeşitliliğini tanımlar.

İkinci katkısı; öğrencinin konunun temelini anlamasındaki nitel çeşitliliğini tanımlar (Trigwell, 2000).

Elde edilen bulgular ışığında 4. bölümde tabloların ardından yorumlar yapılmıştır. Ayrıca elde edilen bulgular konu ile ilgili yapılan diğer araştırmaların bulgularıyla karşılaştırılmıştır

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölüm toplanan verilerin analizine, analiz sonucu ortaya çıkan bulgulara ve bulgulara ilişkin yorumlara ayrılmıştır. Bulgular ve yorumlar süreç öncesi, süreç esnası ve süreç sonu olarak üç alt başlık altında kaleme alınmıştır.

Yorumlar öğretmen adayları ile yapılan birebir görüşmeler esnasında elde edilen verilerin analizi sonucu ortaya çıkan bulgular temel alınarak yapılmıştır. Sınıf içinde yapılan gözlemler sonucu elde edilen bilgiler de yorumları desteklemek için kullanılmıştır. Araştırmanın yorumlanmasında, öğretmen adaylarının gerek görüşmeler esnasında gerekse yazılı dokümanlarda yapmış oldukları, sözlü anlatımlarını destekleyen, çizimleri de sunulmuştur.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

4.1. Süreç Öncesi Elde Edilen Verilere Dayalı Bulgular ve Yorumlar

Öğretmen adayların geometrik kavramlarla ilgili tasarlanan eğitim durumu öncesine ait verileri bu bölümde tek tek irdelenecektir. Adayların görüşme formundaki bu sorulara verdikleri cevaplar açı, açının ölçüsü, geometrik yer ve çember kavramlarına ait kavram imajları çerçevesinde kodlanmış ve kategorilere ayrılmıştır. Kavrama ait kategorilerin bütün halde de görünebilmesini sağlamak için kategoriler önce bir tablo halinde sunulmuş sonra her öğretmen adayının cevapları ait olduğu kategoride incelenmiştir. Her öğretmen adayına özelleşerek yapılan bu analizden sonra her kavram için bütün öğretmen adaylarına ait analizi özetleyen yorumlar yapılmıştır.

Öğretmen adaylarının açı kavramı ile ilgili sorulara vermiş oldukları cevapları ve bu cevaplar doğrultusunda oluşan kategorileri içeren tablo aşağıda verilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–1 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce, açı kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

Soru 1: Açı kavramını nasıl tanımlarsınız? Bildiklerinizi paylaşabilir misiniz?	
Kategori	İfade edilen
Alan (Bölge) (1,3)	❖ Açı… iki doğru arasında kalan bölge geliyor aklıma. Bu taradığı alan... (1) ❖ Açı kavramını belli bir ortak noktası olan iki ışının arasında kalan bölge diye tanımlayabilirim.(3)
Kesişen iki ışın şekli(4)	❖ Açı deyince… iki ışının kesişmesi olarak var aklımda…(4)
Noktalar kümesi (5)	❖ İki ışının tek bir ortak noktada birleşerek oluşturdukları bütün noktalar kümesine açı diyoruz, ışınlar da dâhil. (5)
Uzaklık ve bölge (2)	❖ İki ışının bir noktada birleşip aralarındaki belirli bir dereceye, aralarında kapladığı bölgeye derim.(2) ❖ Bir doğrunun bir doğruya, aynı noktadan başlayacak bunlar(kesişen iki ışını gösteriyor), belli bir uzaklığı, ama derece cinsinden. (2)

Yukarıda, açı kavramının tanımına ilişkin bir tablo hazırlanmıştır. Tablodan da görüldüğü gibi öğretmen adayları, açının tanımını yaparken farklı ifadeler kullanmışlardır. Burada farklılıklara odaklanabilmek için öğretmen

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

adaylarının vermiş oldukları cevaplar tek tek analiz edilecektir. 1 ve 3 numaralı öğretmen adayları açı kavramını iki ışın ve bu ışınlar arasında kalan bölge ya da alan kelimeleriyle ifade etmişlerdir. 1 numaralı öğretmen adayı "Açı kavramını nasıl tanımlarsınız?" sorusuna şu şekilde cevap vermiştir:

1 numaralı öğretmen adayı: *Açı... iki doğru arasında kalan bölge geliyor aklıma hocam işte. Bu taradığı alan… şu.* (Öğretmen adayı iki ışının arasında kalan yeri kalemle karalıyor.)

Görüşmeci: *O karaladığın yer mi yani?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Hayır, onun gösterdiği… nasıl diyeyim ki… evet evet arasındaki bölge… burası.*

Görüşmeci: *Buraya, bu karaladığın bölgeye açı diyorsun öyle mi?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Yani o değildir aslında…*

Öğretmen adayı açı kavramı için iki ışın arasında kalan bölgeyi göstermiştir. Fakat bunu sözel olarak dile getirmesi istendiğinde çelişkiye düşmüştür. Schotten (1983) açı kavramını analiz ettiğinde kavrama ait tanımların üç kategoride sınıflandığını söylemektedir; ışınlar arasındaki doğrultu farkı, dönme miktarı ve alan ya da düzlem parçası. Burada 1 numaralı öğretmen adayının çiziminden, yukarıda verilen sınıflandırmadan üçüncüsünü benimsediği söylenebilir. Aynı öğretmen adayı, ön görüşme esnasında bu soruya verdiği cevabın kendisini ikna etmediğini dile getirmiştir. Bu yüzden açı kavramına ait diğer sorularda(Ek 1) açıyı "iki ışın arasında kalan ***şey***" olarak tanımlamıştır. Kavram imajına ait tutarlı bir kavram tanımı geliştiremediği veya tanım getirmede kararsız kaldığı için ***şey*** kelimesini kullanmış olabilir. Bu durum, Vinner ve Dreyfus(1989)'un öne sürdüğü, öğrenci tarafından örnekler olarak düşünülen nesne kümeleri ile kavram tanımından ortaya çıkan nesne kümelerinin genellikle aynı olmadığı fikrini desteklemektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1 numaralı öğretmen adayı ile gerçekleşen diyalog şöyle devam etmiştir.

Görüşmeci: …*"İki ışının belirttiği açı deyince ne anlıyorsun?" diye sorsam neler söyleyebilirsin?*

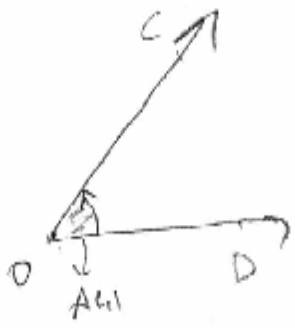
1 numaralı öğretmen adayı*: Şu arası… gene nedir o arası diyeceksiniz…*

Görüşmeci: *Evet, nedir o arası?*

1 numaralı öğretmen adayı: … *ben tanım bilmiyorum o zaman…*

Yukarıda verilen diyalog göz önüne alındığında öğretmen adayı kavramı tam oluşturamadığı için zihnindeki kavram imajını tam olarak yansıtacak bir yol bulmada güçlük çekmektedir. Vinner (1991)'in de belirttiği gibi kavram imajını kavram tanımı ile şekillendirmediği için bu problem oluşmuş olabilir. Çünkü tanımları kullanarak problemi çözen öğrencilerin cevaplarının doğruluğu ile tanımlara hâkim olmayan öğrencilerin cevaplarının doğruluğu arasında önemli farklılıkların var olduğu fark edilmiştir.

3 numaralı öğretmen adayı da Schotten' ın (1983) sınıflandırmasında belirttiği gibi, açı kavramını, iki ışın arasında kalan bölge olarak tanımlamıştır (Şekil 10). İki ışın arasında kalan bölgeden kastettiğinin, açının köşesinde genellikle açıyı adlandırmak için kullanılan, bir ışından diğerine yönlü yay parçası ile açının köşe noktası arasında kalan dilim olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil–10, 3 numaralı öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–1 görüldüğü gibi, 4 numaralı öğretmen adayı, açıyı iki ışının kesişmesiyle oluşan geometrik şekil olarak ifade etmiştir. Keiser (2004), yaptığı çalışmada, açı kavramının çok yüzlü yapısının anlaşılmaya çalışıldığını belirterek, çoğu sınıflandırmanın genel anlamda şu üç temel alandan birine uyduğunu söylemektedir: Bir nokta etrafında, bir pozisyondan diğerine dönen bir ışının dönme miktarının ölçümüdür (dinamik), başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimidir ve iki ışın tarafından belirlenen alandır (iki statik tanım).

4 numaralı öğretmen adayının da yukarıda verilen iki statik tanımdan "başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimidir" i tercih ettiği düşünülebilir. Açıklamasına ait çiziminde ise açının köşesinde, bir ışından diğerine yönlü yay parçası ile açının köşesi arasında oluşan dilimi karalamıştır.

2 numaralı öğretmen adayı ise bu soruya, "İki ışının bir noktada birleşip aralarındaki belirli bir dereceye açı derim veya onun kapladığı bölgeye." şeklinde cevap vermiştir. Çizimi sırasında iki ışın arasındaki bölgeyi de açının iç bölgesi olarak göstermiştir. Aralarındaki bölgeden kastettiğinin açının köşesinde, bir ışından diğerine yönlü yay parçası olduğu görülmüştür (Şekil 11). Bu sorunun cevabına ait aşağıdaki diyalog bu durumu desteklemektedir.

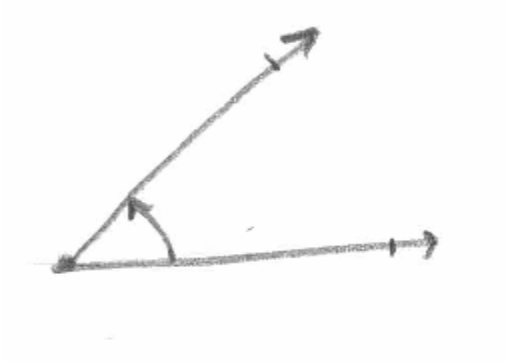
Görüşmeci: *Açı neresidir bir daha gösterir misin?*

2 numaralı öğretmen adayı: *Hı hımm.(Işınlar arasındaki ok işaretini belirtiyor)*

Görüşmeci: *Bu ok işareti midir açı olan peki?*

2 numaralı öğretmen adayı: *Evet. 360 derece gösterirken saat yönünün tersinde gösteririz.*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–11, 2 numaralı öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi

Aynı öğretmen adayı açı kavramına ait kavram imajını açıklarken ise bölge kelimesinin yerine uzaklık kelimesini kullanmayı tercih etmiştir.

"Bir doğrunun bir doğruya, aynı noktadan başlayacak bunlar, belli bir uzaklığı, ama derece cinsinden."

Derece cinsinden uzaklığı derken yine bu uzaklıktan kastettiğinin bir ışından diğerine yönlü yay parçası olduğunu, bu yay parçasını işaretleyerek göstermiştir.

Buradan, 2, 3 ve 4 öğretmen adaylarının ifade ettikleri tanımla, zihinlerindeki açıya ait kavram imajının birbirinden farklı olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adayları kavramı tanımlarken "iki ışın arasında kalan bölge(alan)" ifadesini kullanmışlardır. Kavram imajlarında ise açıyı "açının köşesindeki yay parçası ya da bu yay parçası ile açının köşesi arasında kalan dilimin alanı" olarak kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu yüzden öğretmen adaylarının, kavram imajlarında bir tutarlılığın olmadığı da söylenebilir. Ayrıca öğretmen adaylarının açı kavramına ait kavram tanımlarında açıyı iki ışın arasında kalan yay parçasını göstermeleri, kavram öğretiminde sembolik ifadelerin açıklanarak kullanılmasının önemine işaret etmektedir. Burada öğretmen adaylarının kavram imajlarında sembolik bir ifade etkin durumdadır. Hartter (1995) de öğrencilerin bir kavram hakkında doğru bir kavram tanımı oluşturabiliyorken, bu kavram tanımı ile tutarlı

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

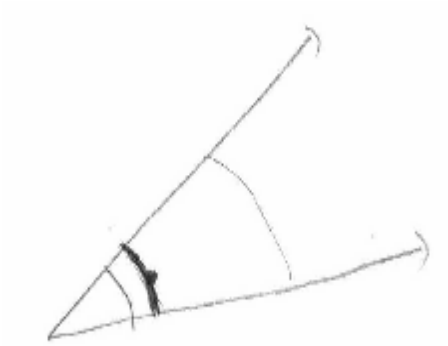
bir kavram imajına sahip olmadıklarını, imajın bazen grafiksel bir gösterimin egemenliği altındayken bazen de sembolik bir gösterimin hâkimiyetinde olduğunu söylemektedir.

Vinner ve Dreyfus'a (1989) göre kavram imajı, öğrencilerin kavramların tanımları ve örnekleri ile oluşan öğrenci deneyimlerinin bir sonucudur. Ayrıca yeni bilgi, önceden var olan kavramlarla birleştiği ve kişisel kavramanın oluşumunda öğrenci tarafından uyarlandığı için bir bireyin kavram imajı, çatışan gizli (potansiyel) faktörler içerebilir. Öğrenciler tarafından örnekler olarak düşünülen nesne kümeleri ile kavram tanımından ortaya çıkan nesne kümelerinin genellikle aynı olmadığı fikrini desteklemektedir. 2, 3 ve 4 numaralı öğretmen adaylarının kavram tanımı ile kavram imajları arasındaki bağlantı eksikliği bu fikirleri desteklemektedir.

Ayrıca öğretmenler, kavram imajının kavram tanımından şekillendiğini ve tamamen onun tarafından kontrol edildiğini düşünmektedirler (Vinner, 1991). 2, 3 ve 4 numaralı öğretmen adaylarının söyledikleri tanımlar ile zihinlerindeki kavram imajlarının birbirinden farklı olması, eğiticilerin bu duruma ait düşüncelerinde her zaman haklı olmadığını gösterebilir.

5 numaralı öğretmen adayı ise açı kavramını diğer adaylardan farklı olarak; *iki ışının bir noktada birleşerek oluşturdukları noktaların kümesi* olarak ifade etmiştir. Öğretmen adayı bütün noktaların oluşturduğu küme derken bunu alan (bölge) olarak ifade etmekten özellikle kaçınmıştır. Görüşmenin ilerleyen kısımlarında bunu tekrarlamıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–12, 5 numaralı öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi

Dikkat edildiğinde, beş öğretmen adayı da açı kavramının tanımını açıklamak için çizdikleri şekillerde, açıyı başlangıç noktaları ortak olan iki ışın resmi olarak göstermişlerdir. Ayrıca hepsinin de çizimlerinde dar açıyı kullanmaya meyilli oldukları görülmüştür. Aşağıda bu durumu örnekleyen diyaloglar verilmiştir.

Görüşmeci: *Şu çizdiğin açı… Bunu niye hep böyle(dar açı şeklinde) çiziyorsun?*

5 numaralı öğretmen adayı: *O herhalde ÖSS den kalma bir alışkanlık olsa gerek.*

Görüşmeci: *İki ışının belirttiği açı dersem ne anlarsın peki?*

2 numaralı öğretmen adayı: *Benim tanımımdan yaptığım… Şurasıdır. (iki ışın arasındaki uzaklığı gösteriyor.)*

Görüşmeci: *İki ışının belirttiği derken, dikkat ettim hep bu kısmı gösteriyorsun*…(Dar açı oluşan kısım)

2 numaralı öğretmen adayı: *Yani şurası da olabilir. (geniş açı oluşan kısım) Benim elim alıştığı için bunu kullanıyorum. Genelde tanım verilirken de böyle veriliyor ya aklımda böyle kalmış. Ben tanımı verirken şu şekli çizen birini hatırlamıyorum. (geniş açı oluşturan iki ışın resmi çiziyor)*

Öğretmen adaylarının yapmış olduğu açıklamalar, Üstün'ün (2003) çalışmasında tespit ettiği durumla benzerlik göstermektedir. Araştırmacı öğrencilerin

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

şekiller üzerinde dar açı oluşan bölgeleri esas alarak açılardan bahsettiği tam açı ve geniş açıların oluştuğu bölgeleri dikkate almadığı kanısına ulaşılmıştır. Bunun sebebinin ise açı ile ilgili verilen örneklerde dar açı gösteriminin ağırlıklı olarak verilmesi olduğunu söylemiştir.

Ayrıca, bir kişinin kavram tanımı ile ne düşündüklerini anlamanın yolu direkt olarak soru sormaktır. Çünkü tanımlar sözel ve açıktır. Diğer yandan, bir kişinin kavram imajını öğrenmenin yolu dolaylı olarak soru sormaktır, çünkü kavram imajı sözsüz ve kapalıdır (Vinner, 1983). Bu tespit ışığında, yapılan ön görüşmelerde adayların açı kavramına ait kavram imajlarını tam olarak belirleyebilmek için kavramla ilgili farklı sorular sorulmuştur.

"Açı kavramının ne olduğunu,

a) İlkokul 4. sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye;
b) Lise 1. sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye;
c) Lisans seviyesinde öğrenim gören arkadaşınıza;
d) Üniversitede geometri dersini yürüten öğretim görevlisine;

nasıl tanımlardınız? Yaş grubuna göre yaptığınız tanımlamalar farklı ise nedenini benimle paylaşır mısınız?" sorusu bunlardan birisidir.

Öğretmen adayları, ilkokul 4. sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye açı kavramını somut nesneler yardımıyla tanımlayacaklarını, lise 1. sınıfta öğrenim gören bir öğrenci için ise ışın, uzaklık gibi kavramlardan faydalanabileceklerini belirtmişlerdir. İki farklı öğrenim seviyesindeki öğrenciler için günlük hayattan örnekler vereceklerini söylemişlerdir. Lisans seviyesinde öğrenim gören arkadaşlarına ve özellikle geometri dersini yürüten öğretim görevlisine açı kavramını tanımlamaları istenildiğinde, bütün adaylar mülakat esnasında ifade ettikleri tanımı vermişlerdir. Öğretim görevlisine kavramı tanımlarken daha teknik yaklaşacaklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, formal tanımların yüksek öğrenimde ve informal ya da açık tanımların ilk ya da orta öğrenimde önemsendiği fikrini desteklemektedir. (Howson ve Austin, 1980)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Diğer bir taraftan Vinner' a (1983) göre bir kimsenin kavram imajı hakkında bilgi edinmek için dolambaçlı sorular o kişiyi şaşırtmalıdır. Kavram imajı sözel değildir ve kapalıdır. Bu nedenle araştırmacının esas görevi, yanıt verenin kavram imajını gösterme potansiyeline sahip soruları oluşturmaktır.

Vinner'ın (1983) bu tespiti ışığında araştırmada yöneltilen bir diğer soru ise öğretmen adaylarının günlük yaşamda açı kavramına ne ölçüde ihtiyaç duydukları, ne zaman, nerelerde ve nasıl kullandıkları ile ilgilidir. Öğretmen adayları, açıyı günlük yaşamda bilinçli olarak kullanmadıklarını ama etraflarındaki çoğu durumda açının kullanıldığını düşündüklerini belirtmişlerdir. Adaylar ortak olarak, açı kavramına yaygın olarak futbol ya da bilardo gibi oyunları oynarken ihtiyaç duyduklarını söylemişlerdir. Bütün adaylar kullandıkları bu açılara örnek verirken özellikle dar açı ya da dik açıdan bahsetmişlerdir. Bu durum adaylara ait açı kavram imajının dar açı şeklinde olmasından kaynaklanıyor olabilir. Aşağıda bu durumla ilgili örnekler verilmiştir.

"Hayatımızın her yerinde var açı, biz yapmasak da birileri açıyı kullanarak bir şeyler yapmış. Mesela, ben yurtta kalıyorum yattığım ranza 90 derecelik açılarla oluşuyor. Günlük yaşamda çoğu şey 90 derece ile oluşuyor. … Biraz da şey de oluyor çok fazla oynamadım ama bilardo da biraz ihtiyaç oluyor orada tam olarak mesela 54 dereceyi kestiremiyorsun ama açıyı kullanıyorsun…(5)

"Mesela yere beton atıyorsunuz. Ya da banyo zemini yapıyorsunuz akıntının gitmesi için oraya bir eğim vermeniz gerekir. Ya da masa yaparken şu ayakların dik kesişmesi gerekir. Orada kullanıyor günlük hayatta kullanılıyor baya… Ama ben burada açı kullanıyorum diye hatırlamıyorum ama muhakkak kullanıyorumdur."(1)

Araştırmanın başlangıcında, açı kavramının ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği açı tanımlarının benzerlerini söyleyen öğretmen

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

adayları olduğu gibi bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- Açı uzaklıktır.(3)

"Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasındaki uzaklığa açı denir."

"Açı uzaydaki iki doğru, düzlem gibi noktalar kümesinin birbirini kesmesi durumunda aralarındaki mesafedir."

- Açı alandır (bölgedir).(4)

"Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının arasında kalan bölgeye açı derim."

"Açı başlangıç noktaları aynı olan iki ışının kolları arasındaki alandır.

- Açı bir ölçü birimidir.(6)

"Açı, iki ışın arasını derece, grad vb. cinsten ifade etmektir."

"Açı iki doğru arasında bulunan derece ya da radyan ile ifade edilen bir ölçüdür."

"Kesişen iki doğru arasında, saatin ters dönme yönündeki ölçü birimidir."

- Açı geometrik bir şekildir.(3)

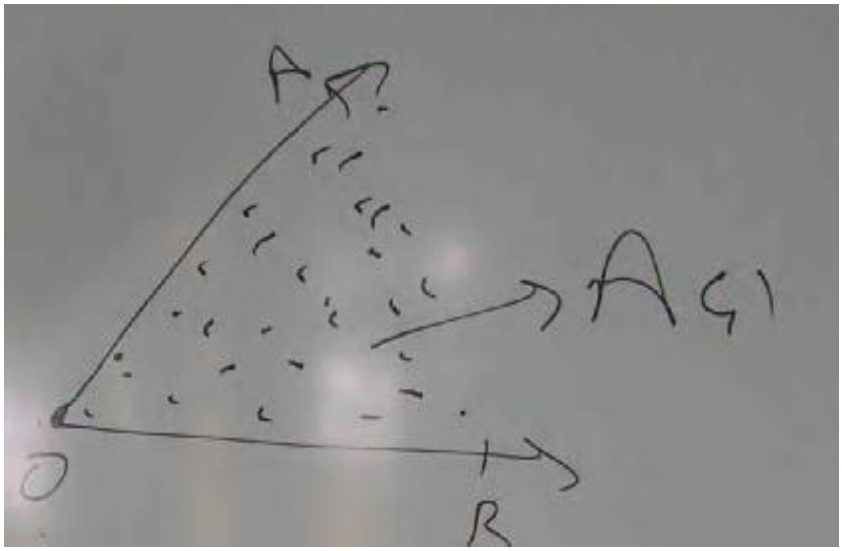
"İki ışının köşelerinin birleşmesiyle oluşan geometrik kavramdır."

"Başlangıç noktası aynı olan iki ışının oluşturduğu şekil."

- Açı noktalar kümesidir.(2)

"İki ışın kesiştiğinde bu iki ışının arasında kalan noktalar kümesidir."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



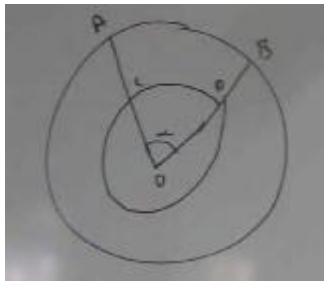
Şekil–13 Bir öğretmen adayının açı kavramına ait çizimi

- Açı yay uzunluğudur. (3)

"Açı deyince aklıma iki tane doğrunun arasında kalan yay ölçüsünün uzunluğu geliyor."

"Açı ortak bir noktada kesişen, iki ışın arasında kalan yay uzunluğudur."





Şekil–14 Bazı öğretmen adaylarının açı kavramına ait çizimleri

- Bunların yanında öğretmen adaylarından biri açıyı vektörler ve iç çarpım yardımıyla tanımlarken biri de açıyı eğimle ilgili bir kavram olarak tanımlamıştır.

"Kesişen iki doğru arasındaki, kesişen doğruların kesişme oranlarını ölçen, eğimle ilgili bir kavramdır."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Adaylardan biri açıyı açıklık olarak ifade edeceğini belirtmiştir.

"Başlangıç noktaları aynı olan iki ışın arasındaki açıklığa açı derim."

Öğretmen adaylarından biri açı kavramının çeşitlerini bildiğini ama açının tam olarak tanımını yapamadığını belirtmiş, bir diğeri ise açı kavramının matematiksel anlamından farklı anlamlarda da anlaşılabileceğini söylemiştir.

"Açı nedir sorusu bence her duruma çekilebilecek, her yerde üzerinde farklı farklı düşünülebilecek sonu olmayan yani sonsuz bir soru. Açıyı tanımlayacak olan bir matematik öğrencisi açıyı "Ortak noktaları olan iki yarı doğrunun aralarında kalmış bölgenin grad, radyan ve derece cinsinden, sayısal olarak ifade edilmesidir." diyecektir. Edebiyat ve dil üzerine kafa yormuş birisi ise benim açımdan, senin açından, onun açısından gibi başkalarına ne ifade ettiğini bize anlatabilir. Bu örnekler arttırılabilir."

Görüldüğü gibi öğretmen adayları açı kavramına ait çok farklı tanımlar vermişlerdir. Bütün öğretmen adaylarının cevapları ele alındığında açıya ait kavram imajlarını kullanmalarının onları çelişkiye sevk ettiği gözlemlenmiştir. Ön görüşmeler esnasında sorulan sorulara cevap verirken formal tanımdan ziyade kavram imajlarını kullandıklarından cevaplarına mantıklı bir açıklama getirmede yetersiz kalmışlardır. Vinner (1991)'a göre de, teknik içerikli durumlarda kavram imajının kendi başına yeterli olamayabileceği de açıktır. Öte yandan yapılan araştırma sonuçlarında görülmüştür ki, formal tanım ile bu tanıma ait örnekler arasında tutarsızlık olması yanlış bir kavram imajı oluşmasına neden olmaktadır. Bu bulgular, birçok öğrencinin formal tanımları kullanmadığını ortaya koymaktadır. Öğretmen adaylarının açı kavramına ait tanımı kullanmak yerine açı ile ilgili örnekleri kullanmalarının bu duruma örnek olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar analiz edildiğinde, dikkat çekici bir diğer husus da açı kavramı ile açının ölçüsünü karıştırmalarıdır. Öğretmen adayları, açı kavramına ait soruda açının ölçüsünü tanımladıkları için sorulan

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

sorulara ikna edici cevaplar verememiş olabilirler. Aynı durum sınıf gözlemleri ve yazılı dokümanlardan elde edilen verilerin analizi sonucunda öğretmen adaylarının öğrenim gördüğü sınıf içindeki diğer öğretmen adayları içinde söylenebilir.

Öğretmen adaylarının açının büyüklüğü ile ilgili sorulara verdikleri cevaplara ait tablo ile açı kavramının analizine devam edilecektir.

Tablo–2 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce açının büyüklüğü ile ilgili sorulara verdikleri cevapların analizi

Soru: Sizce bir açının büyüklüğünden bahsederken kastedilen nedir? Örneğin "$\hat{A}$ açısı 60^0'dır." denildiğinde ne anlıyorsunuz?		
Kategori	İfade edilen	
Uzaklık(2,3,5)	Uzaklıkla orantılılık(5)	❧ Açının büyüklüğünden bahsederken kastettiğim şey iki ışın arasında belirli iki nokta arasındaki uzaklık… uzaklıkla orantılıdır. Uzaklık değil de uzaklıkla orantılıdır diyebiliriz.
	Uzaklaşma(4)	❧ İki ışın arasında kalan mesafenin gittikçe artması oradaki açıyı artırıyor. Yani şu ışını baz alarak bu ışının şu ışından uzaklaşması.
	Dönel, dairesel(rotational) uzaklık(2)	❧ Yani dairenin 6 da 1 i kadar büyük olduğunu anlarım. Yani iki ışın arasındaki, aynı noktada kesişen, o uzaklığın az önceki tabirimle 60 derece olduğunu anlarım.
Yay uzunluğu(1)	❧ Biz bir çemberi 360 derece aldığımız zaman onun 6 da 1 lik kısmı. Onun büyüklüğünü göstermiyor mu bize? O yayın uzunluğunun açı cinsinden değeri.(1)	
Taranan bölge(3)	❧ Açı kavramını söylemiştik, iki ışın arasında kalan yer. Bu iki ışın arasında kalan taranan bölgenin büyüklüğünü açının büyüklüğü olarak söyleyebiliriz. Taranan bölge arttıkça açının büyüklüğü de artar.	

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo 2 incelediğinde öğretmen adaylarının ‘Sizce bir açının büyüklüğünden bahsederken kastedilen nedir?’ sorusuna verdikleri cevapların farklılık gösterdiği görülmektedir. 2,3,5 numaralı öğretmen adayları açının büyüklüğünü, açıyı oluşturan ışınların arasındaki uzaklık ile ilgili olduğunu düşünmektedirler. Öğretmen adayları yine teker teker incelenecektir.

2 numaralı öğretmen adayı açının büyüklüğünden anladığı şeyi açıklarken başlangıç noktaları ortak olan iki ışın resmi çizmiştir. Daha sonra -iki ışın arasındaki açıyı isimlendirmek için kullanılan yay parçasının belli bir yönde üzerinden giderek- yay parçasının uzunluğunun derece cinsinden ifade etmenin açının büyüklüğü olduğunu söylemiştir. Öğretmen adayının özellikle açının yönü ile ilgili yaptığı çizimlerden kastettiği uzaklığın, lineer bir uzaklıktan ziyade dönel(rotational) bir uzaklık olduğu düşünülmektedir. Keiser (2004) deki çalışmasında Carpus of Antioch un açı için “Bir niceliktir, açıyı içeren doğruların ya da yüzeylerin arasındaki uzaklıktır” ifadesini kullandığını ve lineer bir uzaklıktan çok dönel(rotational) bir uzaklığı kastettiğini belirtmiştir.

2 numaralı öğretmen adayının, açının ölçüsü için uzaklık kelimesini kullandığı için görüşmenin devam eden kısmında çelişkiye düştüğü gözlemlenmiştir. Keiser (2004)’e göre iki ışın arasındaki “uzaklık” veya “alan” kelimelerini kullanmak kolaylıkla yanlış yorumlanabilir. Çünkü açının ölçümü söz konusu olduğunda, eğer bir açının ölçüsü sabit tutulur ve köşeden çıkan ışınları sonsuza doğru genişletilirse birçok ölçü ortaya çıkacaktır.

4 numaralı öğretmen adayı da açının büyüklüğünden açıyı oluşturan doğruların birbirinden uzaklaşması olarak düşündüğünü ifade etmiştir. Diğer öğretmen adaylarının söyledikleri cevapları bir bütün halinde düşünülürse 4 numaralı öğretmen adayının kavram imajında bir hareketten bahsedilebilir. Öğretmen adayı görüşünü şu şekilde ifade etmiştir:

“Açının büyüklüğünden kastedilen… Şekil olarak üstünde gösterirsek... Mesela düz bir ışınımızı alalım diyelim ki şu birinci ışınımız olsun şu da ikinci

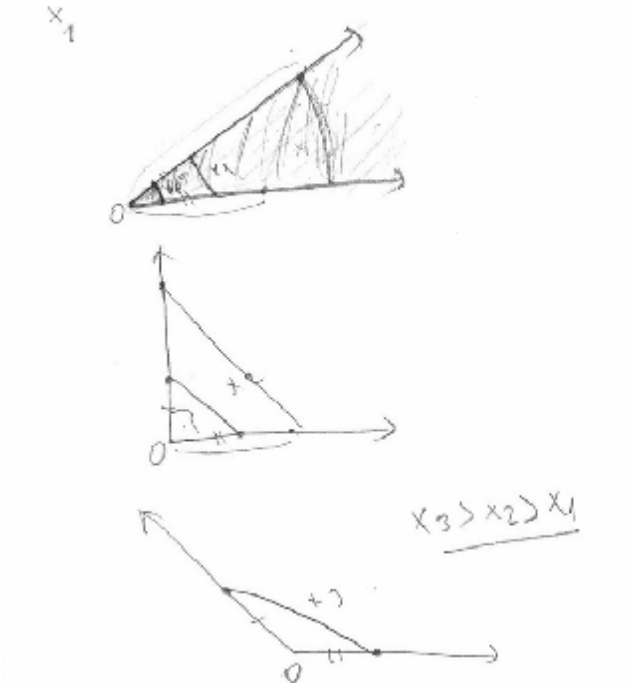
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ışınımız olsun. Yani arada kalan… Nasıl diyelim… İki ışın arasında kalan mesafenin gittikçe artması oradaki açıyı artırıyor. Saat yönünün tersinde düşünürsek diyelim ki şuraya 30 derece diyorsak şuraya 60 derece diyoruz. Yani şunu(bir ışını sabit tutuyor) baz alarak bu ışının(diğerini hareket ettiriyor) bu ışından(sabit tuttuğu ışın) uzaklaşması."

Keiser (2004) açı kavramının çok yüzlü doğasının iyi bir şekilde ortaya konduğunu söyleyerek, açı sınıflandırmalarının çoğunun genel anlamda şu üç temel alandan birine uyduğunu söylemiştir. Bir nokta etrafında, bir pozisyondan diğerine dönen bir ışının dönme miktarının ölçümüdür (dinamik), başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimidir ve iki ışın tarafından belirlenen alandır (iki statik kavram). Belirtilen dinamik tanımın, öğretmen adayının için "uzaklaşma" kelimesini kullanmasını desteklediği söylenebilir. Aynı şekilde Öklit açıyı iki paralel olmayan doğrunun birleşimi ile oluşan, iki doğrunun arasındaki eğiklik tarafından temsil edilen bir şey olarak tanımlamaktadır (Aktaran: Kesier, 2004). Öğretmen adayının açının ölçüsüne ait kavram imajının, açının bu tanımı ile yakından ilişkili olduğu düşünülmektedir.

5 numaralı öğretmen adayı ise açının büyüklüğünün açıyı oluşturan doğrular arasındaki uzaklıkla orantılı olduğunu söylediği görülmektedir. Öğretmen adayı, açıyı oluşturan iki ışın resmi arasında farklı uzaklıklar olduğunu, o yüzden ölçünün uzaklık değil de uzaklıkla orantılı olduğunu belirtmiştir. Kavram imajına ait çiziminde ise üç farklı açı belirten ışın resimleri çizerek bu açıların büyüklüklerini ışın resimleri üzerindeki doğru parçaları ile orantılı kılabileceğini belirtmiştir. (Şekil 15)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–15, 5 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi

Öğretmen adayı ifadelerini şu şekilde dile getirmiştir:

“ Uzaklıkla orantılıdır. Uzaklık değil de uzaklıkla orantılıdır diyebiliriz.”

4 numaralı öğretmen adayı ise açının büyüklüğünden açıyı oluşturan iki ışın arasındaki taranan bölgenin kastedileceğini belirtmiştir. Bu aday;

“Açı kavramını söylemiştik, iki ışın arasında kalan yer. Bu iki ışın arasında kalan taranan bölgenin büyüklüğünü açının büyüklüğü olarak söyleyebiliriz. Işınlar arasında taranan bölge arttıkça açının büyüklüğü de artar.” demiştir. Öğretmen adayına çizmiş olduğu açı şekli üzerinde farklı alanlar oluşturulabileceği hatırlatıldığında, zihninde açının büyüklüğüne ait olan kavram imajı adayı çelişkiye düşürmüştür. Keiser (2004)’ün de belirttiği gibi iki ışın arasındaki “uzaklık” veya “alan” kelimelerini kullanmak kolaylıkla yanlış yorumlanabilir. Çünkü bir açının ölçüsü sabit tutulur ve köşeden çıkan ışınları sonsuza doğru genişletilirse birçok ölçü ortaya çıkacaktır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

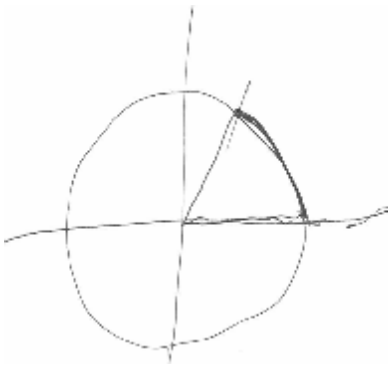
1 numaralı öğretmen adayı ise diğer adaylardan farklı olarak açının büyüklüğünün yay uzunluğu olarak ifade edilebileceğini belirtmiştir. Öğretmen adayına bu yay uzunluğunu nerede ve nasıl belirlediği sorulduğunda cevabına birim çemberi dâhil etmiş ve aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

Görüşmeci: *Herhangi bir A açısı olsun A açısının büyüklüğünden bahsederken kastettiğim şey nedir sence?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Aynı şey gene. Yay uzunluğu*

Görüşmeci: *Gösterebilir misin? … Peki. Madem açının büyüklüğünden kastedilen bu yay uzunluğu, bende başka bir çember çizdim diyorum ki şu yay uzunluğu da(ışınlar uzatılarak öğretmen adayının çizmiş olduğu yay uzunluğundan daha büyük bir yay uzunluğu çiziliyor) aynı açıdır o zaman. Bu yay uzunluğu ile bu yay uzunluğu farklı değil midir?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Ama biz birim çember üzerinde çalışıyoruz…*



Şekil–16, 1 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi

1 numaralı öğretmen adayının diğer öğretmen adaylarının vermiş olduğu cevaplar da göz önüne alınırsa daha uygun bir kavram imajına sahip olduğu söylenebilir. Zira açının ölçüsü açıyı oluşturan ışınların birim çemberde taradığı yayın uzunluğu ile ölçülmektedir. [2]

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Araştırmanın başlangıcında, açının büyüklüğünden kastedilenin ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği cevapların benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi bunlardan farklı biçimlerde cevaplayan öğretmen adayları da bulunmaktadır. Aşağıda bu farklı cevapların hepsi sıralanmıştır.

- Açıklıktır. (1)

"Açıyı bir V harfine benzetirsek bu şeklin dar veya geniş olup olmadığını anlıyorum."

- Mesafe(4)

"İki ışının kolları arasındaki mesafenin açıölçer yardımıyla belirtilen sayısal değeri açının büyüklüğüdür."

"İki doğru arasındaki uzaklığın ya da yakınlığın artmasını anlıyorum ben."

- Yay uzunluğu(6)

"Işının kolları arasında kalan yay uzunluğudur kastedilen."

"Açının büyük olması taradığı yay uzunluğunun büyük olması demektir."

- Noktanın hareketidir.(2)

"Çemberin merkezinde kesişen iki doğrunun uçlarının çemberde yol almasıyla oluşur ."

"Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının kollarının birbirinden ne kadar ayrık olduğunu belirtir. İki ışının kolları birbirinden uzaklaştıkça açı büyür."

- Ölçümdür.(6)

"Açının büyüklüğü derken açının derecesini anlıyorum."

"Bu iki doğru arasındaki ölçüdür açının büyüklüğü."

- Noktalar kümesi(1)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"İki ışın arasındaki noktalar kümesinin noktalarının miktarıdır."

Genel olarak dersi alan tüm öğretmen adaylarının ve özel olarak görüşme yapılan beş öğretmen adayının, açı kavramının kendisi ile açının ölçüsünü net bir şekilde ayırt edemediği düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının açının büyüklüğü için verdikleri tanımları açı kavramının kendisi için kullanmaya eğilimli oldukları gözlemlenmiştir. Bu çelişkinin açı kavramının doğru bir şekilde inşa edilmesinde öğretmen adayları için büyük bir engel olduğu söylenebilir.

Açı kavramına ait verilerin yorumlanmasına iki eğri arasındaki açı ile ilgili soruya verilen cevaplarla devam edilecektir. Aşağıdaki tabloda cevaplardan çıkarılan kategoriler verilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–3 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce iki eğri arasındaki açı ile ilgili sorulara verdikleri cevapların analizi

<table>
<tr><td colspan="3">Soru: İki eğri arasında herhangi bir açıdan bahsedebilir miyiz? Cevabınız evetse nasıl söz edebiliriz? Hayır ise neden bahsedemeyiz?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kategori</td><td>İfade edilen</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Bahsedebiliriz (1,3,4,5)</td><td>Teğetler arasındaki açı(1,3,5)</td><td>v Şuradan tam O noktasından geçecek biçimde bir teğet düşünsek şuradan da bir teğet düşünsek bunların arasında kalan açıya bu ikisinin arasındaki açı diyebiliriz diye düşünüyorum.(3)
v Eğer kesişiyorlarsa ederiz kesişmiyorlarsa edemeyiz. Çizersem gene teğetlerini falan alırız. Ederiz.(1)
v K noktasına bir teğet çizeyim... Ve şu birinci eğri olsun şu da ikinci eğri olsun. Bir tane de ikinci eğriye teğet çizeyim... Şimdi bunu, aradaki açıyı tam değerini bulamasak da bu teğetler yardımıyla açıyı bulabiliriz. İki eğri kesişmezse… Paralel gibi düşünsek doğrulardaki mantığı kullanarak aralarındaki açı 180 derecedir diyebiliriz… (5)</td></tr>
<tr><td>Sonsuz Tane açı(4)</td><td>v Şöyle düşündüm bu arasında herhangi iki ışını alsam bu arada sonsuz tane ışın çizebilirim o zaman sonsuz tane açı bulurum.(4)</td></tr>
<tr><td>Bahsedemeyiz(2)</td><td colspan="2">v Biz hep doğrularla uğraşıyoruz. Doğrular arasındaki açıları ölçtük. Işın olması gerekir. Açının tanımında da iki ışının kesişmesi gerekiyordu o kesişimden sonra arda oluşan bölge eğri ile ışın da birbirlerine zıt kavramlar olduğundan belirtilemez.(2)</td></tr>
</table>

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Yukarıda verilen tablo, açı kavramına ait soruların bir bölümünü içeren eğriler ve açılar kısmı için hazırlanmıştır. Tablodan da görüldüğü gibi öğretmen adayları iki eğri arasında herhangi bir açı için farklı fikirler ortaya koymuşlardır. Öğretmen adaylarının dördü iki eğri arasında herhangi bir açıdan söz edilebileceğini belirtirken, bir öğretmen adayı eğriler arasında açıdan söz edilemeyeceğini düşünmektedir.

Tablo incelendiğinde 1, 3 ve 5 numaralı öğretmen adaylarının eğrilerin kesişmesi durumunda bu eğrilerin arasındaki açıdan bahsedilebileceğini söyledikleri görülmektedir. Öğretmen adayları, eğrilerin kesiştikleri noktada teğetleri arasındaki açıdan bahsedilebileceğini belirtmiştir. 3 numaralı öğretmen adayı görüşlerini şu şekilde dile getirmiştir:

"Mesela şurası, tam şurada kesişmiş gibi düşünelim. Bunun için şuradan tam O noktasından geçecek biçimde bir teğet düşünsek şuradan da bir teğet düşünsek bunların arasında kalan açıya bu ikisinin arasındaki açı diyebiliriz diye düşünüyorum."

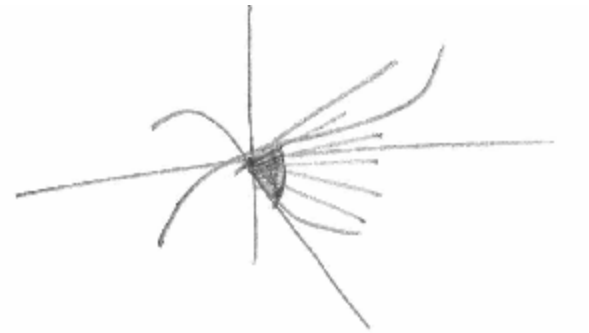
Öğretmen adaylarına eğrilerin kesiştiği söylenmediği halde, adaylar eğrilerin direkt olarak kesiştiklerini düşünmüş ve ona göre cevap vermişlerdir. Bu açının eğrilerin kesiştikleri noktada eğrilerin teğetleri arasındaki açı olduğunu belirtmişlerdir.

5 numaralı öğretmen adayı ise iki eğrinin kesişmesi durumunda kesiştikleri noktada teğetleri yardımıyla yaklaşık bir açı değeri bulabileceğini belirtmiştir. Ayrıca iki eğri kesişmezse de eğrileri doğrular şeklinde ele alarak, doğruları paralel düşünüp bir açıdan söz edebileceğini ifade etmiştir.

4 numaralı öğretmen adayı ise iki eğrinin bir noktada kesişmesi durumunda, bu iki eğri arasında sonsuz tane açıdan söz edilebileceğini söylemiştir. Bu açıklamasına ait çiziminde ise eğrilerin kesiştikleri noktayı değil de bir bölgeyi esas alarak bu bölgede kesişim noktasından geçen sonsuz tane ışın çizebileceğini

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

belirtmiştir. Dolayısıyla sonsuz tane açının var olabileceğini ifade etmiştir. Öğretmen adayı, kesişen iki eğri arasında açıdan bahsederken teğet kavramından hiç bahsetmemiştir. Öğretmen adayının açı kavram imajının bir şekil olduğu düşünüldüğünde, zihnindeki kavram imajını yeni karşılaştığı bu duruma uyarlamak istiyor olabilir.



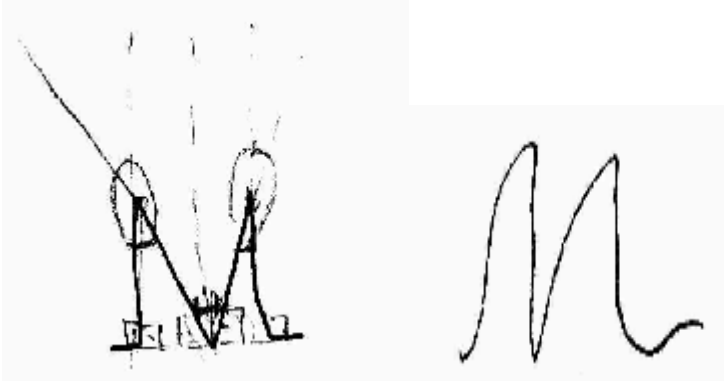
Şekil–17, 4 numaralı öğretmen adayının eğride açılara ait çizimi

2 numaralı öğretmen adayı ise diğer arkadaşlarının aksine, açı kavram imajını sadece ışın ve doğru kavramlarıyla bağlantılı inşa ettiği için eğriler arasındaki açıdan bahsetmenin mümkün olmadığını söylemiştir. Öğretmen adayı, kavram imajını farklı bir kavramla birleştiremiyor olabilir. Zira burada öğretmen adayı, açıyı teğet ve eğri kavramları ile ilişkilendirmeye gereksinim duymadan, kendisine yöneltilen soruyu doğru ve ışınlarla inşa ettiği düşünülen kavram imajına başvurarak cevaplamıştır. Vinner da (1991) kavram imajına başvurmanın genelde işe yarayacağını, bu da insanların kavram tanımına başvurmalarını gerekli kılmadığını söylemiştir. Belirli bilişsel işlerde kavram imajı ile bağlantı kurulacağını fakat farklı durumlarda aynı imajın tekrar canlanabileceğini iddia etmediğini belirtmiştir. 2 ve 4 numaralı öğretmen adaylarının bu durumun aksine kavram imajlarını farklı bir duruma uyarlamada zorlandıkları düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının kavram imajlarına tam anlamıyla ulaşabilmek için görüşmenin farklı bir bölümünde M harfi ile m harfi üzerinde herhangi bir açıdan söz edip edemeyecekleri sorulmuştur. Öğretmen adaylarının hepsi de M harfi

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

üzerinde kesişen doğru, kesişme noktası, doğru parçası ya da ışın bulunması sebebiyle açılardan bahsedebileceklerini ama m harfi üzerinde bunlar olmadığı için bahsedemeyeceklerini ifade etmişlerdir. 4 numaralı öğretmen adayının bu düşünceyi destekleyen şekli ve fikirleri aşağıda örnek olarak verilmiştir.



Şekil–18, 4 numaralı öğretmen adayının eğride açılara ait çizimleri

4 numaralı öğretmen adayı: *Burada nedir mesela şurada bir açımız var şurayı kesim noktası gibi düşünsek. Şurada var… Şurada var... Bunun dışında bir açı var. Burada da var… Gene aynı şekilde burada da var. Bunu mesela bir yere oturttuğumuzu düşünürsek şuralarda da var.(Şekil–18 üzerinde gösterdiği açılar)*

Görüşmeci: *Peki.*

4 numaralı öğretmen adayı: *Bu m harfini düşünelim. Nasıl düşünebiliriz biraz önce eğriler arasındaki açı derken düşünmüştük gerçi. Şimdi bunu çizerken çizimimizden de belli hiç elimizi kaldırmadan çiziyoruz yani iki tane şey yok burada açı oluşturacak elimizin tek hareketi ile oluşturduğumuz için tek bir cins madde varmış gibi düşünebiliriz o yüzden de arada açı oluşturacak bir ortam oluşmuyor. Bir kesişim noktası oluşturamıyoruz diye düşünüyorum.*

Görüşmeci: *Bunu da tek hareket de çizmiştin ama.(M harfi gösteriliyor.)*

4 numaralı öğretmen adayı: *Bunu da tek harekette çizdim ama bazı noktalarımızda sanki durmuşuz yeniden başka bir şey çizmişiz gibi düşünebiliriz.*

Görüşmeci: *Anladım. Burayı iki parça olarak mı düşünüyorsun o zaman?*

4 numaralı öğretmen adayı: *Hı hı.. Yani ben bu m harfini nasıl iki parçaya ayırabilirim ki açı çıksın. Öyle bir parça yok. Göremiyorum.*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Araştırmanın başlangıcında, aynı soru ilgili seçmeli geometri dersini alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği cevapların benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- Bahsedemeyiz.(10)

"İki eğri arasında açıdan bahsedemeyiz. Çünkü açı tanımından iki ışın arasındaki noktalar kümesinden bahsettik. Eğrilerde ışın olmadığı için bahsedemeyiz."

"Eğrimiz doğru değilse bahsedemeyiz çünkü her ölçtüğümüz noktadan farklı açılar çıkar."

"Bahsedemeyiz çünkü açı doğrusal olan noktalar kümesi için vardır."

- Bahsedebiliriz.(2)

"Eğer eğriler düzlemde kesişiyorlarsa bahsedebiliriz."

"Eğer kesişirlerse kesişim bölgesine bakmak açının varlığı için yeterlidir."

- Kesişirse teğetlerinden bahsederiz.(8)

"İki eğri arasında herhangi iki açıdan bahsedemeyiz. Ancak bu eğrilere herhangi bir noktada teğet olan doğrular arasında açıdan bahsedebiliriz."

"Bahsedebiliriz. Bu ikisinin kesişim noktasındaki teğetlerinin arasındaki yer bir açı tanımlar."

Burada cevap veren öğretmen adaylarının "eğriler arasındaki açı" dan anladıklarının, Öklit düzleminde kesişen iki düzlemsel eğrinin kesiştiği noktada teğetleri arasındaki açı olduğu anlaşılmaktadır.

Adayların çember kavramına ait kavram imajlarını yorumlamak için aşağıdaki tabloya bakılabilir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–4 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce çember kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

Soru: Çember kavramı size neyi hatırlatıyor, söyler misiniz?	
Kategori	İfade edilen
Geometrik yer (3,5)	❖ Çember, belli sabit bir nokta alırsam bunun çevresinden belli uzaklıktaki sınır noktalarının birleşimi ile oluşan küme.(3) ❖ Mesela bütün noktalara eşit mesafede olan nokta O olsun. Oluşan şekle çember diyebiliriz.(5)
Öklidyen hareket ile oluşan şekil (2,4)	❖ Çember dediğimiz zaman direkt bu şekli çiziyoruz bu nokta mesela aslında bir elimizi 360 derece döndürdüğümüzde oluşan geometrik şekildir diyebiliriz. İlk başta tuttuğumuzla kavuşturduğumuz noktaya gelen kadar.(4) ❖ Yine iki ışını alırsak birini sabit tutup diğerini 360 derece döndürdüğümüzde oluşan eksen… Ama içi dolu değil.(2)
Düzlemsel şekil(1,2,4,5)	❖ Çember dediğimiz zaman direkt bu şekli çiziyoruz.(4) ❖ Günlük hayattan bir örnek verecek olursak simit bir çemberdir mesela, anahtarlık halkası bir çemberdir, basketbol potası bir çemberdir. Örneklerini çoğaltmak mümkün. Geometrinin biraz da hayattan uyarlanarak çıktığını düşünüyorum.(5) ❖ Çember… İşte şu içi boş yuvarlak.(1) ❖ Yani yuvarlak… içi boş bir nesne.(2)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Yukarıdaki tabloda görüldüğü gibi öğretmen adayları çember kavramını farklı biçimlerde tanımlamışlardır. 1 numaralı öğretmen adayı çemberi, içi boş yuvarlak şekil olarak ifade etmiş tanımını desteklemek için aynı anda Öklidyen çemberi çizmiştir.

2 numaralı öğretmen adayı da çemberi yuvarlak olarak nitelendirmiş içinin boş olduğunu vurgulamıştır. Çiziminde ise başlangıç noktasını çemberin yarıçapı kabul eden bir ışın çizerek, bu ışını 360 derece döndürmesiyle oluşan eğrinin çember olduğunu söylemiştir. 4 numaralı öğretmen adayı da 2 numaralı öğretmen adayının tanımına benzer olarak 360 derecelik bir dönmenin sonunda oluşan şekli çember olarak belirtmiştir. Bu iki öğretmen adayının da kavram imajlarının statik değil de dinamik bir yapıya sahip oldukları söylenebilir.

3 numaralı öğreten adayı çember kavramını direkt geometrik yer ile ilişkilendirdiğini belli etmiş ardından da çevresinde çemberi hatırlatan nesnelerin bir kaçını sıralamıştır. Adayın kavram imajını örneklerle şekillendirdiği söylenebilir.

5 numaralı öğretmen adayına *"Çember kavramından ne anlıyorsunuz* ?"deyince günlük yaşamdan örnekler vererek bir açıklama yapmayı tercih etmiştir. Çember kavramını ilişkilendirdiği kavramları açıklarken de çember kavramı için, geometrik yer ifade eden bir tanım kullandığı gözlenmiştir.

Öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde çember kavramına ait imajlarının aynı olduğu düşünülmektedir. Tanımlarında farklı ifadeler kullanmış olsalar bile kavram imajlarının Öklidyen düzlemdeki çember olduğu söylenebilir. Çizimleri de bu fikri desteklemektedir.

Ayrıca, bir kişiye ait kavram tanımını öğrenmenin yolu, direkt olarak soru sormaktır çünkü tanımlar sözel ve açıktır. Diğer yandan, bir kişiye ait kavram imajını öğrenmenin yolu ise dolaylı olarak soru sormaktır çünkü kavram imajı

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

sözsüz ve kapalıdır (Vinner, 1983). Bu tespit ışığında, adayların çember kavramına ait kavram imajlarını tam olarak oluşturabilmek için farklı sorular sorulmuştur.

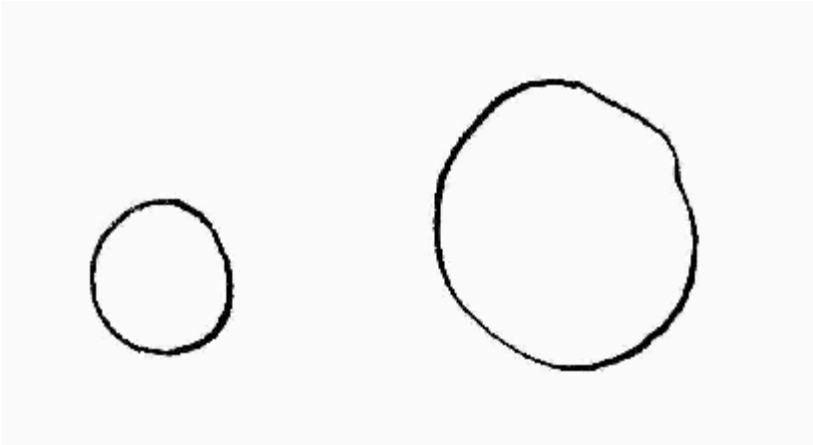
"Metrik deyiminden ne anlıyorsunuz? Metrik kavramı ile çember kavramı arasında bir ilişki kurulabilir mi? Evetse, nasıl bir ilişki olabilir? Hayal edebildiğiniz tüm çemberlerin şeklini çizebilir misiniz?" sorusu bu tip sorulara bir örnek olabilir.

Öğretmen adaylarının hepsi de metrik kavramı ile ilgili bilgilerinin olmadığını söylemiştir. O yüzden de çember kavramı ile metrik kavramı arasında bir ilişkinin olup olmadığı hususunda yorum yapamamışlardır. Öğretmen adaylarının bazıları çemberin geometrik yer kavramına bağlı tanımını kullanmayı tercih etmişlerdir. Çember kavramını diğer geometrik kavramlardan ve tanımından bağımsız sadece Öklidyen çember olarak düşünmeleri, öğrenim hayatlarında sadece Öklidyen düzlem ve Öklidyen uzay ile çalışmalarından kaynaklanıyor olabilir. Bu durumun kavram tanımlarında büyük çapta etkili olduğu düşünülmektedir. Aşağıda 1 numaralı öğretmen adayının bu durumu örnekleyen şekli ve cümleleri verilmiştir.

Görüşmeci: *Hayal edebildiğin bütün çemberleri çizmeni istesem peki senden?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Nasıl yani… Farklı çember mi var hocam? Hepsi aynı değil midir? Büyüklükleri farklıdır sadece, hepsi aynıdır… Hepsi çemberdir.*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–19, 1 numaralı öğretmen adayının metrik-çember ilişkisine ait çizimi

Vinner'a (1983) göre kavram imajı sözel değildir ve kapalıdır. Bu nedenle araştırmacının esas görevi, yanıt verenin kavram imajını gösterme potansiyeline sahip soruları oluşturmaktır. Dolayısıyla öğretmen adaylarına,

"Çember kavramı geometrik kavramlardan hangileri ile ilişkili olabilir, açıklayabilir misiniz?"

şeklinde ayrı bir soru daha yöneltilmiştir.

5 numaralı öğretmen adayı küre ve nokta kavramları ile bağlantısının olduğunu düşündüğünü söylemiştir. 4 numaralı öğretmen adayı ise lise öğreniminde çözdüğü çoktan seçmeli soruları anımsadığını söyleyerek çember ile birlikte görmüş olduğu geometrik kavramları ve düzlemsel şekilleri söylemiştir. Kare, dikdörtgen, açı, uzunluk kavramları bunlara örnek olarak verilebilir. 1 numaralı öğretmen adayı da 4 numaralı öğretmen adayının cevabına benzer şekilde çember sorularını hatırladığını belirterek, açı ve uzunluk kavramlarını söylemiştir. 2 numaralı öğretmen adayı ise yay uzunluğu, açı, eğri kavramlarını söylemiştir. 3 numaralı öğretmen adayı ise aşağıdaki cevabı vermiştir:

"Silindir var mesela geometride belli sayıda çemberin üst üste konması ile oluşur. Belli bir yüksekliğe sahip ve üçboyutludur. Onun dışında açı olarak düşünebiliriz, çemberin tamamı 2pi… Sinüs kosinüs fonksiyonlarını

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

hesaplayabilmek için çemberi kullanırız. Çemberin merkezi ve yarıçapına bağlı olarak değişik alanlar hesaplayabiliriz."

Öğretmen adayları kavram imajlarında çemberi Öklit çemberi ile oluşturdukları ve farklı şekiller hayal edemedikleri için zihinlerinde var olan bu tek şeklin içinde olabileceği her durumu düşünüyor olabilirler. Aynı sebepten ötürü, çemberin bağlantılı olduğu kavramlardan ziyade çember ile birlikte görüp duydukları, kullandıkları her şeyi anlamış olabilirler.

Araştırmanın başlangıcında, çember kavramının ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği çember tanımlarının benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi çemberi bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- Geometrik yer(17)

"Sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesidir."

"Çember, düzlemde bulunan herhangi bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların oluşturduğu geometrik şekildir."

- Düzlemsel şekildir.(3)

"Çember kavramı bana $\sin^2 + \cos^2 = 1$*'i yani birim çemberi hatırlatıyor.*

"Çember, R^2 *de* $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ *şeklinde tanımlanan şekillere denir. Topolojik açıdan düşünürsek dikdörtgenle aynı topolojiyi oluştururlar."*

"Aklıma çember deyince yuvarlak bir şekil geliyor."

- Eğri ve eğrilik kavramları ile ilişkilendirenler. (4)

" $a(t) = (\cos t, \sin t)$ *şeklinde parametrelenen eğriye çember denir."*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"Çember katlı noktaları olmayan ve dif. bilir bir eğridir. Bir çemberin eğriliği yarıçapı ile ters orantılıdır.

"Başlangıç noktasıyla bitiş noktası aynı olan doğruya(eğriye) çember denir."

"Bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların eğrisidir."

- Daire ve küre ile ilişkilendirenler.(2)

"Çember deyince içi boş daire anlıyorum."

"Dairenin dış noktalarından oluşan şekildir."

Öğretmen adaylarının zihinlerinde çemberi, Öklidyen çember olarak belirledikleri düşünülmektedir. Bu soruya verilen cevaplar düşünüldüğünde, öğretmen adaylarının çember kavramına ait kavram imajlarının Öklidyen çember olduğu desteklenmektedir. Zira öğretmen adaylarına çemberi tanımlarken kullandıkları diğer kavramların değişebilir olup olmadığı sorulmuş; bütün öğretmen adaylarından da değişemeyeceğini ifade eden cevaplar alınmıştır. Bütün adaylar (onları yönlendirmeden kaçınılarak) ne kadar zorlanırsa zorlansın çember kavramının şeklinin (görüntüsünün) değişemeyeceğini sadece büyüklüklerinin değişebileceğini vurgulamışlardır. Ayrıca öğretmen adaylarının çoğunun kavram imajına çemberle ilgi örneklerin hâkim olduğu düşünülmektedir.

Araştırmada kavram imajları incelenen geometrik kavramlardan geometrik yer kavramı ile adaylardan elde edilen veriler yorumlanmaya devam edilecektir. Aşağıdaki tabloda geometrik yer kavramı ile ilgili ortaya çıkarılan kategoriler bulunmaktadır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–5 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce geometrik yer kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

<table>
<tr><td colspan="3">Soru: Geometrik yer kavramı size neyi çağrıştırıyor?</td></tr>
<tr><td>Kategori</td><td colspan="2">İfade edilen</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Geometrik çalışmanın yapıldığı yer(1,2,3,4)</td><td>Düzlem(1,2,3,4)</td><td>v Geometrik yer… nasıl düzlem falan mı? Yani düzlemin kendisidir geometrik yer bu çizdiklerim(kâğıt üzerine bir çember çiziyor) geometrik şekildir. Ama geometrik yer değildir. Mesela bunun üstünde bir kare çizdiğimde üzerinde çalıştığım alan geometrik yerdir. Bu sadece şekildir. (1)
v Düzlem geliyor aklıma… geometrik yer üzerinde değişik şekiller çizebiliriz. Açı gibi, çember gibi. Yani geometrik şekillerin üzerinde çalışılabildiği yer.(3)
v Yani uzayda, masamız da bir geometrik yerdir sonuçta bir düzlem.(2)
Mesela şuradaki masamız düzlemdir, düzlemde bir geometrik ifadedir.(4)</td></tr>
<tr><td>Uzay(1)</td><td>v Mesela küre olduğunda üç boyutludur, uzaydır. Geometrik yer dendiği zaman iki boyutlu üç boyutlu dört boyutlu… gidiyor galiba…(1)</td></tr>
<tr><td>Herhangi bir yer(2,4)</td><td colspan="2">v Yani, aslında dünyadaki herhangi bir yeri geometrik yer olarak tanımlayabiliriz.(4)
v Her yer geometrik yer aslında… (2)</td></tr>
<tr><td>Denklem(5)</td><td colspan="2">v $ax+by+c=0$ tarzındaki bir denkleme bir geometrik yer diyoruz.(5)</td></tr>
</table>

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının geometrik yer kavramına ait değişik görüşlerinin olduğu gözlemleniştir. 1, 2, 3 ve 4 numaralı öğretmen adayları geometrik yer kavramından direkt geometrik çalışmanın yapıldığı çalışma sahasını anladıklarını belirtmişlerdir.

3 numaralı öğretmen adayı görüşünü,

"Düzlem geliyor aklıma geometrik yer deyince mesela. Yani geometrik şekillerin üzerinde çalışılabildiği yer.(3)"

şeklinde ifade etmiştir. 1,2 ve 4 numaralı öğretmen adaylarının da 3 numaralı öğretmen adayı ile aynı görüşte olduğu görülmektedir

1, 2 ve 3 ve 4 numaralı öğretmen adaylarının geometrik yer kavramı ile düzlem kavramını birebir ilişkili kıldıkları düşünülmektedir. 2 numaralı öğretmen adayı görüşmenin yapıldığı masayı işaret ederek masanın bir geometrik yer olmasını düzlem olmasına bağlamıştır. Öğretmen adayları önceki öğrenimlerinde geometrik yer kavramını genelde düzlem kavramı ile birlikte kullandıkları için kavram imajlarının olduğu hücrede (Vinner, 1983) düzlem kavramı öncelikli bir yer işgal ediyor olabilir. Ya da geometrik yer kavram imajlarının yalnızca belirli bir kısmı uyanmış da olabilir. (Uyandırılmış kavram imajı, Tall, 1983)

1 numaralı öğretmen adayı geometrik kavramdan geometrik çalışmanın yapıldığı yeri anladığını ifade ederken, düzlem kavramının yanında üç boyutlu, dört boyutlu ve n boyutlu uzaylarında bir geometrik çalışma sahası olduğunu vurgulamış ve kavram imajında uzay kavramının da olduğunu göstermiştir.

Tablo incelenmeye devam edildiğinde 5 numaralı öğretmen adayının ise önceki bilgilerine dayanarak geometrik yer kavramından birinci dereceden bir denklem hatırladığını görülmüştür. Öğretmen adayı;

"Geometrik yer kavramı… Genelde bu birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem… Farklı şekiller olabilir ama en çok karşımıza çıkan iki bilinmeyenli birindi dereceden bir denklem. ÖSS sorularında da vardı mesela iki doğru verilir

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

bunların geometrik yerini bulunuz tarzında. Bu da ax +by+c=0 tarzındaki bir denkleme bir geometrik yer diyoruz."
diyerek geometrik yer kavramından cebirsel işlemler sonucunda çıkan denklemleri hatırlıyor olabilir.

Bunlara ek olarak görüşme esnasında öğretmen adaylarının kavram imajlarına net bir şekilde bakabilmek için geometrik yer kavramına örnekler vermeleri istenmiştir.

1 numaralı öğretmen adayı, kavram imajını destekleyecek şekilde düzlem ve uzayın geometrik yere birer örnek olacağını söylemiştir.

2 ve 4 numaralı öğretmen adayı, çevrelerindeki somut nesnelerden faydalanmayı tercih ederek görüşme yapılan masanın bir geometrik yer olduğunu belirtmişlerdir. 2 numaralı öğretmen adayı masanın düzlem olduğunu ve düzleminde geometrik bir yer olduğunu söyleyerek geometrik yer kavramı için en önemli kavramın nokta kavramı olduğunu ifade etmiştir.

4 numaralı öğretmen adayı ise masanın üzerinde eliyle şekiller çizebileceğini göstermiştir. Masa üzerinde kayıt yapan kameranın da bir geometrik yer olduğunu söyleyerek şunları eklemiştir:

"Mesela şuradaki masamız düzlemdir, düzlemde bir geometrik ifadedir mesela bu kameramızda bir geometrik yer oluşturur dikdörtgenler prizması oluşturur diye düşünüyorum. En önemli kavramlar nelerdir geometrik yer ile ilgili… Uzayda bir yer kaplaması diye düşünebiliriz. Mesela burada bu kamera için düşünürsek bir dikdörtgenler prizması bir geometrik yer dedik kamera özel bir yer kaplıyor herhangi bir taş parçası da geometrik yer ifade eder ama biz onun üzerinde ölçüm yapmakta zorlanırız ama kameranın belli hatları vardır biz onunla işlem yaparken daha kolay işlem yaparız.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Paragraftan da anlaşılacağı üzere öğretmen adayı üzerinde işlem yapabileceği nesneleri geometrik yer olarak isimlendirmektedir.

3 numaralı öğretmen adayı, örnek olarak aklına düzlemin geldiğini söylemiş ve

"En önemli kavram düzlemdir."

ifadesiyle geometrik yer ile ilgili en önemli kavramın düzlem olduğunu belirtmiştir.

5 numaralı öğretmen adayı geometrik yer kavramı için örnekler vermesi istendiğinde;

"Farklı şekiller olabilir ama en çok karşımıza çıkan iki bilinmeyenli birindi dereceden bir denklem. ÖSS sorularında da vardı mesela iki doğru verilir bunların geometrik yerini bulunuz tarzında."

demiş ve geometrik yer kavramını öncelikli olarak nokta kavramı ile ilişkilendirmiştir. Öğretmen adayı ifadesine şöyle devam etmiştir:

"Mesela nokta geometrik yer kavramında önemli bir etkendir. Sonra doğrular noktayla ilişkilendirilebilir… Onun dışında yani en çok nokta ve doğru aklımda canlanan."

Bir kişinin kavram imajını öğrenmenin yolu dolaylı olarak soru sormaktır çünkü kavram imajı sözsüz ve kapalıdır (Vinner, 1983). Bu tespit ışığında, adayların geometrik yer kavramına ait kavram imajlarını tam olarak oluşturabilmek için adayların örneklerinin ardından geometrik yer kavramı ile ilgili farklı sorular sorulmuştur. Bu sorular aşağıda verilmiştir.

1) Geometrik yer kavramına ait aşağıdaki örnekler hakkında neler söyleyebilirsiniz?

a) Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

b) Düzlemde sabit iki noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?

c) Düzlemde sabit üç noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?

2) Düzlemde iki nokta belirleyip, bu noktaları birleştiren doğru parçasını çizer misiniz? Bu doğru parçasını $\frac{2}{1}$ oranında bölen noktaların

a) Sayı doğrusu üzerinde
b) Düzlemde
c) Uzayda

geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Açıklayabilir misiniz?

3) Düzlemde iki nokta alalım. Bu noktaları birleştiren doğru parçasını çizer misiniz? Bu doğru parçasını

a) $a = \frac{p}{2}$
b) $a = \frac{p}{3}$
c) $a = \frac{2p}{3}$

radyanlık açıyla gören noktaların geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz?

1 numaralı öğretmen adayı bu soruları zihnindeki kavram imajına başvurarak cevaplamıştır. 1 numaralı soruda bütün şıklara "düzlem" cevabını vermiştir. 2 ve 3 numaralı sorularda da aynı şekilde geometrik yeri nerede bulması isteniyorsa orayı geometrik yer olarak adlandırmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adayı soruları formal tanımı hiç kullanmadan cevaplamaya çalışmıştır. Bu durumda kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki bağlantı sorgulanabilir. Vinner (1991) de Öğrenciye belirli bir matematiksel görev verildiğinde, o iş içinde geçen tanımlarla ilgili olarak öğrencinin, bazen kavram tanımına başvurarak işi sonuçlandırdığını; bazen de öğrencinin bilişsel sistemi sadece kavram imajına başvurduğunu ve bazen de her ikisini kullandığını belirtmektedir. Bu durumda bu iki hücre arasında etkileşimler olur, yani öğrenci ilk önce kavram tanımı sonra imajına ya da ilk önce kavram imajı sonra kavram tanımına başvurarak sonuca ulaşır.

Bilişsel sistemin işleyişinin farklı yolları olduğunu söyleyen Vinner(1991)'e göre uygulamaya yönelik bir modelde öğrenci, kavram imajına başvurur ve sonuca ulaşır. Özellikle günlük hayattaki problemlerde bu süreç işe yarar, kavram tanımına başvurmak gerekmez. Teknik içerikli problemler ise insanı kavram tanımını kullanmaya teşvik eder.

Burada 1 numaralı öğretmen adayının sadece kavram imajına başvurduğu ve dolayısıyla teknik bilgi isteyen bir durumda çelişkiye düştüğü düşünülmektedir.

3 numaralı öğretmen adayı ise geometrik yer kavramı için geometrik çalışmanın yapıldığı yer ifadesini kullanmasına karşın, 1. sorunun şıklarına "çember, doğru ve nokta" olarak doğru cevaplar vermiştir. 2 ve 3. soruların cevaplarında ise net bir açıklama yapamamıştır.

2 numaralı öğretmen adayı ise geometrik yer sorularından 1. sorunun a şıkkına çember demiş ama diğerleri için doğru cevaplar verememiştir.

4 numaralı öğretmen adayı da 1. sorunun a şıkkı için geometrik yeri uzayda düşünerek küre demiş, b şıkkını doğru parçası olarak belirlemiş ama c şıkkına net bir açıklama getirememiştir. Aynı şekilde 2 ve 3. sorulara doğru cevaplar verememiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5 numaralı öğretmen adayı, geometrik yeri denklem olarak ifade etmesine karşın 1. sorunun tüm şıklarını "çember, doğru ve nokta" diyerek doğru cevaplandırmıştır. Öğretmen adayının "denklem"i belirli özellikleri sağlayan noktaların kümesi olarak algıladığı düşünülmektedir. Zira geometrik yerleri tayin etmeye çalışırken farklı noktalar alarak istenilen özelliği sağlayıp sağlamadığını kontrol ettiği gözlemlenmiştir. 2 ve 3. sorulara doğru cevap verememiştir.

Araştırmanın başlangıcında, geometrik yer kavramının ne olduğu, seçmeli geometri dersini alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği geometrik yer tanımlarının benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- Koordinat düzlemindeki konumdur.(16)

"Geometrik yer kavramı, uzayları adreslemek gibi bir şeydir Bir nokta var elimizde, hangi uzayda çalışıyorsak o uzaydaki sıfır noktasına göre yerini tayin etmektir."

"Bilinen sabit bir noktaya göre başka bir noktanın koordinatlarıdır."

"Denklemi verilmiş bir şeklin analitik düzlem üzerinde noktalar kümesiyle oluşturduğu konumdur."

- Koordinat eksenleridir.(1)

"Geometrik yer kavramı düzlemde, uzayda vs. farklı olarak ele alınır. Düzlemde xoy koordinat sistemi üzerindeki eksenler olarak görüyorum. Uzayda xyz koordinat sistemindeki eksenlerdir."

- Belli bir özelliği sağlayan noktalar kümesidir.(3)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"Geometrik yer kavramı uzayda herhangi bir geometrik şeklin özellikleriyle birlikte oluşturduğu kavramdır. Örneğin noktalar arası uzaklık kavramı geometrik yer için önemlidir çünkü geometrik şekiller o noktaların birleşiminden oluşur."

"Çeşitli fonksiyonlarla belirlenen denklemlerin düzlemde doğruda uzayda şeklen gösterimlerine geometrik yer denir."

"Geometrik yer deyince örneğin bir denklemi sağlayan birkaç nokta belirleyip bunları birleştirdiğimizde oluşan biçim aklıma geliyor."

- Düzlemsel geometrik şekildir.(5)

"Geometrik yer uzayda ve düzlemde noktaların oluşturduğu geometrik şekildir."

"Geometrik yer derken, bir şeklin bu şekli oluşturan her noktanın koordinat sistemindeki karşılıklarının olduğunu ifade eder. Yani uzayda gezen bu şekli bir yere sabitlemek için kullanılır."

"Uzayda belli kavramların geometrik şekillerle ifade edilmesidir."

"Bir ışın alalım. Bu ışını 360 derece döndürelim. Işının uç noktasının oluşturduğu şekil çemberdir."

- Çalışılan geometrik sahadır. (1)

"Çalıştığım geometrik sistemdir, uzay, düzlem vs…"

Öğretmen adaylarının hepsinin geometrik yer örneklerini çözerken cebirsel işlemden yararlanmadıkları dikkat çekmiştir. Bu durum da, geometrik yer kavramına ait doğru kavram imajlarının var olmamasından kaynaklanıyor olabilir. Ayrıca öğretmen adayları, daha önce lise öğrenimleri ya da şimdiye kadar olan lisans öğrenimlerinde görmüş oldukları tahmin edilen basit geometrik yer kavramlarına kısmen doğru cevaplar verebilirken ilk kez görmüş oldukları geometrik yer örneklerine (bölme oranı, çember eğrileri gibi) ikna edici cevaplar verememişlerdir. Önceki öğrenim hayatlarına göre şekillenen kavram imajlarının yeni karşılaşılan bir durumda yetersiz kaldığı düşünülmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

4.2. Süreç Esnasında Elde Edilen Verilere Dayalı Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 7. haftasından sonra seçmeli geometri dersini alan öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfın kavramlarla ilgili görüşleri tekrar alınmıştır. Açı, geometrik yer, çember kavramları öğrencilerin daha önce hiç görmedikleri bir metrik altında tekrar sorgulanmıştır. Uygulamada amaç; öğretmen adaylarının Öklidyen düzlemin dışında düşünme zorluğunu aşabilmelerine yardımcı olmak ve böyle bir uygulamanın kavram imajlarına ne denli etkisinin olduğunu tespit etmektir.

Araştırmanın başlangıcında görüşme yapılan beş öğretmen adayının da vermiş olduğu cevaplar analiz edilerek resmi bütün halde görebilmek için aşağıdaki tablolar oluşturulmuştur.

Tablo–6 Öğretmen adaylarının ders süreci esnasında çember kavramına ait cevaplarının analizi

ÇEMBER KAVRAMI		
	Kavrama ait cebirsel ifadeleri doğru kullanma	Kavrama ait şekli doğru çizebilme
1 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
2 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
3 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
4 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
5 numaralı öğretmen adayı	**ü**	✘

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–7 Öğretmen adaylarının ders süreci esnasında geometrik yer kavramına ait cevaplarının analizi

GEOMETRİK YER KAVRAMI		
	Kavrama ait cebirsel ifadeleri doğru kullanma	Kavrama ait şekli doğru çizebilme
1 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
2 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
3 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
4 numaralı öğretmen adayı	**ü**	-
5 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**

Tablo–8 Öğretmen adaylarının ders süreci esnasında açının ölçüsü ile ilgili cevaplarının analizi

AÇININ ÖLÇÜSÜ		
	Kavrama ait cebirsel ifadeleri doğru kullanma	Kavrama ait şekli doğru çizebilme
1 numaralı öğretmen adayı	**ü**	**ü**
2 numaralı öğretmen adayı	✘	✘
3 numaralı öğretmen adayı	-	-
4 numaralı öğretmen adayı	-	-
5 numaralı öğretmen adayı	✘	✘

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adaylarına aşağıda Galile düzlemi ile ilgili olan soru yazılı olarak sorulmuş, başlangıçta görüşülen beş öğrenciden ikisi ile ilgili detaylı bir görüşme yapılmıştır. Bu öğretmen adaylarından 1 numaralı öğretmen adayı istenilen seviyede doğru cevaplar verebilirken, 5 numaralı öğretmen adayı doğru cevaplar verememiştir. Burada bu adayların seçilmesindeki amaç; kavram imajını yeni bir duruma uyarlayabilen öğretmen adayı ile uyarlayamayan öğretmen adayının nasıl düşündüğünü anlamaya çalışmak ve bu durumun sebeplerini anlamaya çalışmaktır.

Öğretmen adaylarına sorulan sorular aşağıda verilmiştir:

R^2 düzleminde bir uzaklık kavramı şu şekilde tanımlanıyor;

$A=(a_1,a_2)$ ve $B=(b_1,b_2)$ noktaları arasındaki uzaklık

$$d_1(A,B)=b_1-a_1$$

ve $[AB]$ doğru parçası y-eksenine paralel ise ikinci uzaklık

$$d_2(A,B)=b_2-a_2$$

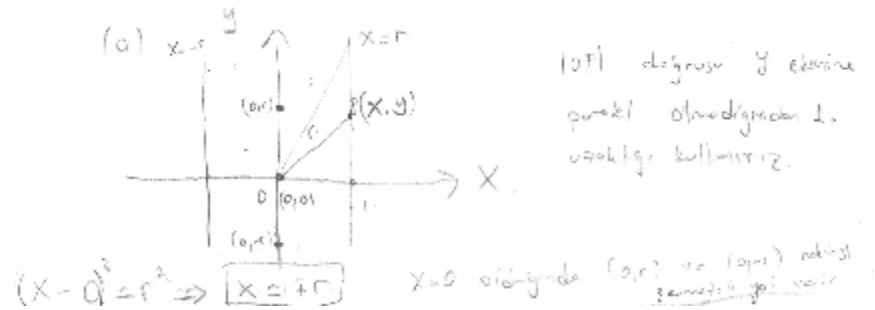
eşitliği ile veriliyor. Bu tanıma göre;

a) O orijininden eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Şekil çizerek kısaca açıklayınız.
b) Bir $[AB]$ doğru parçasını eşit oranda bölen noktaların geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Kısaca açıklayınız.
c) 1. uzaklık tanımını dikkate alarak, a açısını tanımlayınız. $\sin ga$, $\cos ga$, $\tan ga$ *ve* $\cot ga$ uzunluklarını şekil çizerek belirleyiniz.

1 numaralı öğretmen adayı soruların hepsine istenilen düzeyde ikna edici cevaplar verebilmiştir. (a) şıkkında sorulan geometrik yerin bir çember olduğunu belirtmiş ve cebirsel işlemler sonucunda çemberin Öklidyen anlamda iki doğrudan ibaret olduğunu tespit edebilmiştir. Öğretmen adayı işlemlerin sonucunda bulmuş

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

olduğu geometrik yere ait denklemin şeklini de çizmiştir. Öğretmen adayının cevaba ilişkin bütün yazdıkları aşağıdaki şekilde verilmiştir:



Şekil–20, 1 numaralı öğretmen adayının çember-geometrik yer kavramına ait çizimi

Geometrik yere ait cebirsel işlem incelendiğinde, öğretmen adayının neden kare alma işlemi aldığı öğretmen adayı ile yapılan detaylı görüşmede sorulmuştur. Cebirsel işlemde bulduğu denklemi nasıl oluşturduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı ise daha önce gördüğü düzlemlerde verilen metrik fonksiyonlarının hepsinin mutlak değer ile ifade edildiğini bu yüzden buradaki metrik fonksiyonunda mutlak değer ifadesinin olmamasından kaynaklanan karışıklığı gidermek için kare aldığını belirtmiştir. Ayrıca belli bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin çember olduğunu bildiğini belirtmiştir. Bu bilginin de kendisini metrik fonksiyonunda verilmeyen mutlak değer ifadesinin yerine kare almaya ittiğini söylemiştir. Bu yüzden öğretmen adayının metrik kavramı ile ilgili özellikleri bilerek ve anlayarak kullandığı düşünülmektedir. Öğretmen adayı ile yapılan görüşmede şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

Görüşmeci: *Sorunun (a) şıkkı için bir çember bulduğunu yazmışsın buraya ve şeklini çizmişsin…*

1 numaralı öğretmen adayı: *Yalnız hocam burada soruda bir mutlak değer ifadesi yok sanki o biraz benim kafamı karıştırdı gerçi ben onun için orada kare aldım ama…*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Görüşmeci: *Ben de tam olarak bunu soracaktım sana neden kare aldın burada?*

1 numaralı öğretmen adayı: *orada ne yapmıştım bir tuhaflık oluşuyordu. Evet tamam hocam orada yerine koyunca* $a = b$ *gibi bir ifade kalıyordu mutlak olmadığı için. O yüzden bende kare aldım.*

Görüşmeci: *Hımm, kendin, zihinden tamamladın yani?*

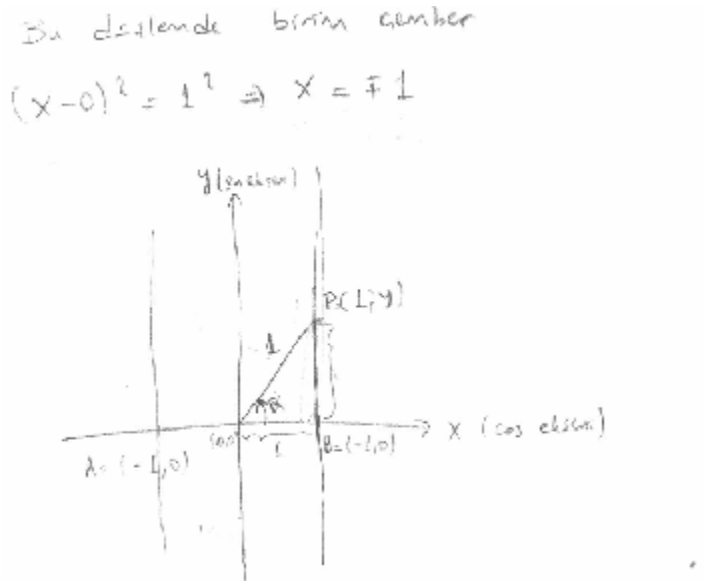
1 numaralı öğretmen adayı: *Evet hocam.*

(b) şıkkında sorulan geometrik yer sorusu için ise yine aynı yöntemi izleyerek, önce cebirsel işlem yapmış sonra bu işlem sonucu ortaya çıkan şekli çizmeye çalışmıştır.

Öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce geometrik yer kavramını geometrik çalışmanın yapıldığı yer olarak tanımlamıştır. Adayın derste kazanmış olduğu tecrübelerle geometrik yer sorularını istenilen şekilde cevaplamış olması, kavram imajında ciddi anlamda gelişmeler olduğunu göstermektedir. Öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan önce yapamadığı geometrik yer örneklerini, belirli bir süre sonra yaparken belirli bir strateji geliştirdiği de düşünülmektedir. Çünkü öğretmen adayı geometrik yer sorularında sadece şekil temelli düşünmemekte aynı zamanda cebirsel işlemlerden de faydalanmaktadır. Bu bağlamda öğretmen adayının oluşturduğu yeni kavram imajının, kavram tanımı ile doğru bir şekilde birleştiği ve imajın problemleri çözmede başarılı olduğu söylenebilir.

Sorunun c şıkkında ise öğretmen adaylarının açı kavramı, açının ölçüsü ve trigonometrik açı değerlerini tespit edebilme durumları sorgulanmıştır. 1 numaralı öğretmen adayı sınıfta soruya istenilen düzeyde cevap verebilen nadir öğrencilerden birisidir. Öğretmen adayı verilen düzlemdeki metriğe göre düzleme ait birim çemberi belirlemiş ve açı kavramına değinmeden birim çember ile açının ölçüsünü ilişkilendirmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–21, 1 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi

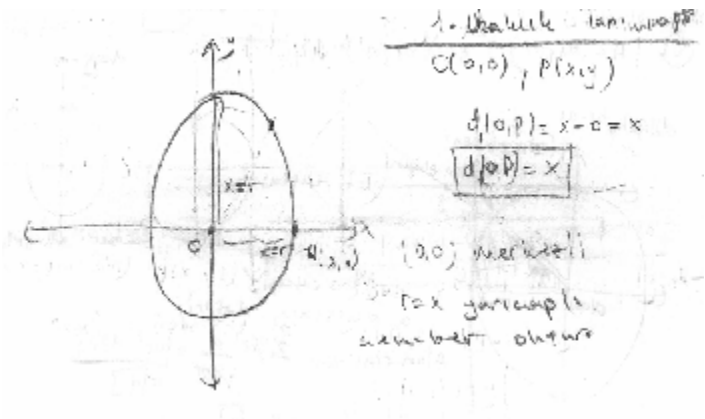
Öğretmen adayı Şekil–21 da görüldüğü gibi, ilk önce koordinat düzlemini çizmiş ve orijin merkezli birim çemberi belirlemiştir. Daha sonra orijinden çıkan iki doğru parçasını birim çember üzerine taşımış ve bu iki doğru parçasının köşesindeki küçük bölgeyi işaretleyerek yazmıştır. Burada *a* değerini, birim çemberdeki gördüğü yay uzunluğuna eşitlemiş ve trigonometrik değerleri doğru olarak ifade edebilmiştir.

Burada öğretmen adayının açıyı, birim çemberde gördüğü yay olarak ifade etmesi dikkat çekicidir. Tasarlanan eğitim durumundan önce öğretmen adaylarının hepsinde gözlemlenen açı ve açının ölçüsünü ayırt edememe durumunun hala devam ettiği söylenebilir. Burada öğretmen adaylarından beklenilen; belirledikleri açının ölçüsünü düzleme ait birim çemberdeki yay uzunluğu ile ilişkilendirerek trigonometrik değerleri söyleyebilmesidir. Öğretmen adayı beklenilen yeterliliği göstermiş lakin açı ölçüsü için açı kavramın kullanmaya devam etmiştir.

5 numaralı öğretmen adayı ise geometrik yer kavramı ile ilgili şıkkı doğru cevaplarken diğer iki kavrama ait şıkları yanlış cevaplandırmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Sorunun (a) şıkkında imajı araştırılan çember kavramı için öğretmen adayı cebirsel işlemi doğru olarak belirlemiş ama geometrik yerin şeklini çizerken çizimini Öklidyen metriğine göre oluşturmuştur. Yani öğretmen adayı bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerini verilen metriğine göre cebirsel gösterimlerle ifade etmiş ve geometrik yerin bir çember oluşturacağını eklemiştir. Ama cebirsel denklemin hemen yanında yapmış olduğu geometrik çizimden öğretmen adayının kavram imajında çelişkili faktörlerin bulunduğunu göstermektedir. Zira öğretmen adayı çizim kısmına geçtiğinde tekrar Öklit metriğine geçmiş ve orijin merkezli bir Öklit çemberi çizmiştir. Öğretmen adayına ait cevap aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil–22, 5 numaralı öğretmen adayının çember-geometrik yer kavramına ait çizimi

Öğretmen adayının cevapları yazmış olduğu kâğıda dikkatli bakılacak olunursa, bu soru için önceden birçok şey yazdığı ama bunları sildiği görülebilir. Öğretmen adayı düşüncelerini netleştiremiyor, bir bakıma eski kavram imajı ile yeni oluşan kavram imajı arasındaki bağlantıyı sağlamaya çalışıyor olabilir.

Öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce var olan kavram imajının yanına ders süresinde edinmiş olduğu tecrübeler sonucu bazı eklemeler yapmış olabilir. Ama yeni oluşturduğu kavram imajında birbiriyle çelişen faktörlerin olduğu açıktır. Aday, kavram imajını yeni durumlara uyarlamak istediğinde değiştiği

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

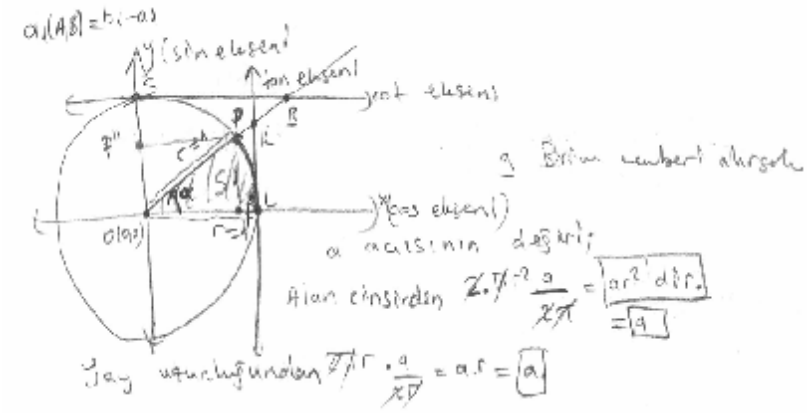
düşünülen yanlış yapılanmaların etkisinden kurtulamıyor olabilir. Zira Tall ve Vinner'ın (1981);

"Farklı zamanlarda, görünüşte çelişkili kavram imajları uyanabilir. Bu çelişkili kavramların uyanması aynı anda olabilir, bu da çelişkiye ya da kafa karışıklığına sebep olabilir"

görüşü de bu çıkarımı desteklemektedir.

Öğretmen adayı b şıkkında sorulan bölme oranlarına ait geometrik yer sorusuna ise beklenilen cevabı verebilmiştir. 5 numaralı öğretmen adayı da 1 numaralı öğretmen adayının yaptığı gibi geometrik yeri belirlemek için önce cebirsel işlemlerden yararlanmış sonra bu işlemler sonucu ortaya çıkan sonucu geometrik anlamda yorumlamaya çalışmıştır. Öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan önceki geometrik yer kavram imajı düşünülürse, yeni oluşturduğu kavram imajının etkisiyle geometrik yer soruları için belli bir strateji geliştirdiği söylenebilir.

Sorunun c şıkkına geldiğinde öğretmen adayının açının ölçüsünü birim çemberle ilişkilendirdiği görülmektedir. Yalnız a şıkkında birim çemberi geometrik anlamda doğru ifade edemediğinden, c şıkkına geldiğinde açının ölçüsünü yanlış ifade etmiş ve dolayısıyla trigonometrik değerleri bulamamıştır. 5 numaralı öğretmen adayının da açını ölçüsünü birim çemberle ilişkilendirirken açı kavramını açının ölçüsü için kullandığı gözlemlenmiştir.



Şekil–23, 5 numaralı öğretmen adayının açının büyüklüğüne ait çizimi

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adayları ders süresince, açı kavramı için üst seviyede matematiksel bilgi içeren tanımları da görmüştür. Öğretmen adaylarının hala bu ikilemi yaşamaları, bazı kavramlara ait imajlarının kolay ya da kısa sürede değişmediğini göstermektedir. Ya da bazı kavramlara ait imajlardaki değişimin daha farklı tecrübelerin edinilmesiyle oluştuğu söylenebilir. Ders süresince öğretmen adaylarının almış olduğu öğretim şekli bu kavramlara ait imajlardaki çelişkiyi gideremiyor olabilir.

Görüşme yapılan öğretmen adaylarına sorulan bu soru, dersi alan öğretmen adaylarına da yazılı olarak sorulmuştur. Sınıftaki öğretmen adaylarının verdiği cevaplar tek tek analiz edilmiş ve kavramlara ait aşağıdaki tablo oluşturulmuştur.

Tablo–9 Tasarlanan Eğitim Durumuna Dâhil Olan Öğretmen Adaylarının Süreç Esnasında Geometrik Kavramlara Ait Düşünceleri

Kavram	Kavrama ait cebirsel ifadeleri doğru bir biçimde kullanan öğretmen adayları	Kavrama ait şekli doğru bir biçimde çizebilen öğretmen adayları	Kavrama ait cebirsel ifadeleri doğru bir biçimde kullanarak şekli doğru çizebilen öğretmen adayları
Çember	% 77,1	%68,5	%68,5
Açının ölçüsü	%20	%40	%20
Geometrik yer	%57,1	%28,5	%25

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının en çok açının ölçüsü ile ilgili problemler yaşadıkları düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu çember kavramı ile ilgili istenilen düzeyde cevaplar verebilmiştir. Geometrik yer kavramı ise değişiklik göstermektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Galile düzleminde çemberin denklemini ifade edebilen öğretmen adaylarının geneli, bu denkleme ait geometrik şekli de doğru olarak çizebilmiştir. Ama çember kavramının geometrik yerini tayin ederken cebirsel işlemleri kullanarak geometrik yer denklemi bulan öğretmen sayısının, geometrik yere ait geometrik şekli çizebilen öğretmen sayısından fazla olması dikkat çekmektedir. Çünkü öğretmen adayları, dersin başlangıcında geometrik yer ile ilgili sorulara verdikleri cevaplarda cebirsel işlemlerden neredeyse hiç yararlanmamışlardır. Ayrıca, öğretmen adaylarından bazıları, 1 numaralı öğretmen adayının yaptığı gibi, metrik fonksiyonunda mutlak değerin olması gerektiğini fark etmiştir. Bu öğretmen adaylarının, uzaklığın negatif olamayacağını düşündükleri söylenebilir.

Açının ölçüsüne gelindiğinde ise her beş öğrenciden yalnızca birisi istenilen seviyede cevaplar verebilmişlerdir. Öğretmen adayları, burada istenilen geometrik şekli çizmede çember kavramına göre daha başarılı olmuşlardır. Her beş öğretmen adayından yaklaşık dördü düzleme ait birim çemberi tayin edebilirken bu dört öğrenciden sadece birisi birim çemberi kullanarak açının ölçüsünden bahsedebilmiştir. Bir öğretmen adayının bu soruya verdiği cevap şu şekildedir:

“ A şıkkında verilen birim çemberi bulamadığım için buradaki açılar hakkında bir yorum yapamıyorum.”

Açının ölçüsüne ait bilgilerinin sorgulandığı (c) şıkkında öğretmen adaylarından bir kaçının a şıkkında bulduğu Galile çemberi yerine Öklit çemberini kullandığı görülmüştür. Bu öğretmen adaylarının zihinlerindeki eski kavram imajlarının, kavram imajı hücresindeki hâkimiyetlerinin devam ettiği düşünülmektedir.

Geometrik yer kavramına ait şıkta ise öğretmen adaylarının çember kavramındaki duruma benzer olarak daha çok cebirsel işlemi doğru kullanmış olmaları önemli sayılabilir. Çember kavramındaki durumun da desteği ile öğretmen adayların artık geometrik yer kavramı ile ilgili kavram imajlarının değiştiği söylenebilir. Öğretmen adayları geometrik yer tayin ederken, tasarlanan eğitim

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

durumundan önceki durumlarının aksine, cebirsel ifadelerden yararlanmaktadırlar. Zira geometrik yeri cebirsel anlamda doğru bulabilen iki öğretmen adayından sadece biri geometrik anlamda da doğru şekli çizebilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

4.3. Süreç Sonrası Elde Edilen Verilere Dayalı Bulgular ve Yorumlar

Tasarlanan eğitim durumundan (Seçmeli Geometri dersi) sonra öğretmen adaylarının geometrik kavramlarla ilgili nasıl bir kavram imajı geliştirdikleri bu bölümde incelenecektir. Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce ve ders süresince geliştirmiş oldukları kavram imajlarındaki gelişimi incelemek için elde edilen bulgular yorumlanacaktır. Burada öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerden elde edilen bilgiler esas alınacak sınıf gözlemleri ve yazılı dokümanlar desteklemek için kullanılacaktır. Tasarlanan eğitim durumundan önce olduğu gibi bu bölümde de kavramlara ait kategoriler tablolar yardımı ile sınıflandırılacaktır. Daha sonra her öğretmen adayı tek tek incelenecektir.

Öğretmen adaylarının açı kavramına ait sorulara vermiş oldukları cevaplar doğrultusunda oluşan kategoriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–10 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra, açı kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

Soru 1: Açı kavramını nasıl tanımlarsınız? Bildiklerinizi paylaşabilir misiniz?		
Kategori		İfade edilen
Şekil(1,2,3,4,5)	Işınlar(2,4,5)	∨ Sözel olarak tanım yapamıyorum ama açı nedir deyince iki ışını çizip aradaki işareti yapabiliyorum şu an da.(2) ∨ Açıyı anlatırken iki ışın alıp onu basit bir şekilde açı olarak tanımladıktan sonra o aradaki yerin açı olarak gösterdiğim yeri birim çembere oturturdum. Sonra da o açı olarak söylediğim yerin değer olarak birim çemberde oluşan alanın yarısı olduğunu belirtirdim. (4) ∨ Mesela iki ışının ortak noktada kesişerek oluşturduğu klasik şekli çizebilirim.(5)
	Birim vektör(3)	∨ Kendimi orijin noktası olarak göstersem kollarımı da birim vektör... bu devamlı değişebilir. (3)
	Çubuk(1)	∨ Hocam ben açıyı çubuklar yardımıyla tanımlarım. Kardeşime de evde o şekilde anlatıyorum. Çubukları alarak açıp kapatırım ve oluşan açıları gösteririm.(1)

Tablo 10 incelendiğinde öğretmen adaylarının açı kavram imajlarının, belirli bir değişime uğradığı söylenebilir. Öğretmen adayları tasarlanan eğitim

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

durumundan önce açı kavramı ile ilgili birbirlerinden farklı ifadeler kullanmışlardır. Eğitim durumundan sonra ise öğretmen adaylarının hepsinin de belirli bir tanıma eğilim gösterdikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının zihinlerinde yeni oluşturdukları düşünülen bu kavram imajı bir şekilden ibarettir. Öğretmen adayları farklı ifadeler yardımıyla açıyı bir geometrik şekil olarak tanımlayacaklarını belirtmişlerdir.

1 numaralı öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce açı kavramını iki ışının arasında kalan bölge ya da alan olarak ifade ederken, tasarlanan eğitim durumundan sonra açı kavramını çubuklar yardımıyla tanımlayabileceğini belirtmiştir. Öğretmen adayının açının belirli bir tanımını yapamadığı ama somut nesneler ile kavramın nasıl oluştuğunu göstereceğini söylemesi önemli bulunmaktadır. Vinner (1991) de tanımları kullanarak sonuca varan öğrencilerin cevaplarının doğruluğu ile tanımlara hâkim olmayan öğrencilerin sonuçlarının doğruluğu arasında önemli farklılıkların var olduğunu belirtmektedir. Öğretmen adayının, zihninde değişikliklere uğrattığı kavram imajının yeni hali ile de bir tanım geliştiremediği söylenebilir. Zira öğretmen adayı, ders süresince açı ile ilgili uygulamalarda beklenilen gelişmeleri diğer öğretmen adaylarına nispeten daha uygun bir şekilde kaydetmiştir Öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan önce yapılan mülakatta da açı kavramı sorgulanırken net bir tanım yapamadığını

"Ben tanım bilmiyorum o zaman"

diyerek belirtmesi ve tasarlanan eğitim durumundan sonra da kavram için tanımlayıcı ifadeler kullanmaması dikkat çekmektedir. Bu durum, açı kavramının kendisinin tarih boyunca farklı şekilde tanımlanmasından kaynaklanıyor olabilir. Bazı yabancı öğretim müfredatları da(CPM, Connected Mathematics Projects) açı kavramına ait bir tanım vermekten kaçınmaktadır. CPM müfredatının yazarlarının çoğu açıklamalarında, açı kavramını tanımlamamayı tercih etmemişlerdir. Bunun yerine açı kavramı bir dönme, bir kama (kıskı) ve doğruların kesişmesi şekillerinde gibi üç farklı gösterimle verilmiştir. (Keiser,2004)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tasarlanan eğitim durumundan önce öğretmen adayı ile yapılan görüşme esnasında öğretmen adayının, açı kavramı ile açının ölçüsünü tam olarak ayırt edemediği de ayrıca saptanmıştır. Eğitim durumundan sonra ise öğretmen adayı ile bu farkı daha iyi özümsediğini gösteren şu diyalog gerçekleşmiştir:

1 numaralı öğretmen adayı: *Ama benim aklıma şu takılıyor. Büyüklük… bence 360 derecelik bir açı ile 720 derecelik bir açının büyüklüğü aynı değildir.*

Görüşmeci: *Neden peki?*

1 numaralı öğretmen adayı:*360 derece döndüğü zaman tamam aynı noktaya geliyor ama 720 derece döndüğü zaman iki tur atmış olacak, yay uzunluğunu düşünürsem iki katı olacak. Gösterimi aynı olacak ama büyüklük farklı olacak.*

Görüşmeci: *Hımm… açının kendisi ile büyüklüğümü?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Evet açı ile büyüklüğü farklı şeyler bence. Yani bana göre öyle.*

Diyalogdan da görüldüğü gibi öğretmen adayı artık açı kavramını açının büyüklüğünden ayrı düşünebilmektedir.

2 numaralı öğretmen adayı ise açı kavramını nasıl tanımlayacağı sorusuna sözel olarak bir tanım yapamayacağını ama iki ışının kesişmesiyle oluşan şekli çizip köşesindeki işaretin açı olduğunu belirteceğini söylemiştir. Öğretmen adayının eğitim durumundan sonra vermiş olduğu cevap önce vermiş olduğu cevapla aynıdır. Öğretmen adayının bu açıklamasından eğitim durumu süresince açı kavram imajını belirli bir değişikliğe uğratmadığı söylenebilir.

Öğretmen adayı ayrıca şu ifadeleri kullanarak açı kavramı ile açının büyüklüğü kavramlarını ayırt ettiğini göstermiştir:

"Sözel olarak tanım yapamıyorum ama açı nedir deyince iki ışını çizip o aradaki işareti yapabiliyorum şu an da. Bu söylediğim şekli birim çembere oturtunca ördüğü o yay uzunluğu da açın büyüklüğüdür."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

3 numaralı öğretmen adayı da 1 numaralı öğretmen adayının vermiş olduğu ifadelere benzer olarak, açı kavramını somut örneklerle anlatma yolunu tercih etmiştir. Öğretmen adayı görüşlerini şu şekilde dile getirmiştir:

"Şimdi hocam kendimi orijin noktası olarak göstersem kollarımı birim vektör. Bu devamlı değişebilir."

Öğretmen adayının vermiş olduğu örnekten, açı kavramını bir şekil olarak algıladığı düşünülmektedir. Yalnız öğretmen adayı diğer öğretmen adaylarından farklı olarak bu şekli ışınların değil de birim vektörlerin yardımıyla oluşturduğunu ifade etmiştir. Ayrıca öğretmen adayı bu ifadesini

"Ben kollarımı açtıkça açının büyüklüğü de artar."

şeklinde devam ettirerek açı ile açının büyüklüğünü ayrı kılmaya çalışmıştır.

4 numaralı öğretmen adayı bu soruya,

"Hocam mesela biz lisedeyken limiti görmüştük. Orada hocamız bize limitin hani o küçük karelerin, integralde de yapıyorduk ya dikdörtgenler çiziyorduk, o animasyonla limitin nereden geldiğini göstermişti. Bende açıyı anlatırken iki ışın alıp onu basit bir şekilde açı olarak tanımladıktan sonra o aradaki yerin açı olarak gösterdiğim yeri birim çembere oturturdum. Sonra da o açı olarak söylediğim yerin değer olarak birim çemberde oluşan alanın yarısı olduğunu belirtirdim."

şeklinde bir cevap vermiştir. 4 numaralı öğretmen adayı da açı kavramından bir şekil algıladığını göstermiştir. Zira görüşmenin ilerleyen kısmında görüşmeci ile öğretmen adayı arasında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir.

Görüşmeci: *Peki sen açıyı birisine bu şekilde tanımlasan 270 derecelik bir açıyı sorduğun zaman nasıl bir cevap beklersin?*

4 numaralı öğretmen adayı: *Hımm… hocam şu aradakini birleştirmem de ok şeklinde gösteririm o da bu ışınların açılabileceğini ve daha farklı açıların oluşabileceğini gösterir.*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5 numaralı öğretmen adayı ise açıyı 1 numaralı öğretmen adayının yaptığına benzer olarak, direkt bir tanım vermekten ziyade örnekler ile açıklamayı tercih etmiştir. Öğretmen adayının kavram için;

"Açıyı günlük hayattan örnekler vererek anlatabilirim gibi geliyor. Duvardaki dik açı mesela her yerde bir sürü açı var. Birçok inşaat sektöründe olduğu gibi. Bir yere bakışımızda bile belli bir açı ile bakıyoruz. Bir de mesela iki ışının ortak noktada kesişerek oluşturduğu klasik şekli çizerim ama oluşan şu iki açıyı da söylerim."

ifadelerini kullanmıştır. Öğretmen adayının aynı diğer öğretmen adaylarında olduğu gibi açıyı bir şekil olarak algıladığı fark edilmiştir.

Tasarlanan eğitim durumu boyunca farklı düzlemlerdeki çalışmalara başlamadan önce dersi yürüten öğretim görevlisi, öğretmen adaylarına açı kavramını dönme matrisleri yardımıyla tanımlamıştır. Öğretmen adayları, bu tanımı daha önce hiç görmediklerini belirtmişlerdir. Süreç sonunda ise öğretmen adaylarının hiç birisinin açı kavramı ile ilgili görüşlerini söylerken, bu tanımdan yararlanmaması dikkat çekmiştir. Bu tanımı hatırlayıp hatırlamadıkları öğretmen adaylarına sorulduğunda sadece 4 numaralı öğretmen adayı hatırlayabilmiş diğerleri ise böyle bir tanım verildiğini hatırladıklarını ama içeriğini hatırlamadıklarını belirtmişlerdir. 4 numaralı öğretmen adayı yapılan görüşmede bu konuya ait aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

Görüşmeci: *Peki, dersi işlerken hoca size açının bir tanımının vermişti…*

3 numaralı öğretmen adayı: …

Görüşmeci: *Hani dönme matrislerden yararlandığımız tanım…*

3 numaralı öğretmen adayı: *Evet hatırlıyorum hocam dönme matrisi vardı* $\cos q, -\sin q, \sin q, \cos q$ *şeklinde…*

Görüşmeci: *Peki ne hatırlıyorsun bu tanımla ilgili.*

3 numaralı öğretmen adayı: $\cos q, \sin q$ *vardı alt alta vektör şeklinde bu vektöre dönme matrisini uyguladığımız zaman yeni* y_1 *ve* y_2 *lerden oluşan bir*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

vektör olur. Baştaki vektöre X vektörü dersek sonradan oluşan vektörde Y olsun. Buna X den Y ye yönlendirilmiş açı diyoruz.

Görüşmeci: *Bu tanımı neden kullanmadın peki?*

3 numaralı öğretmen adayı: *Bana karmaşık geldi o yüzden kullanmadım aslında aklımda hep. Diğer düzlemlerdeki açıları hep bu matris sayesinde belirliyorduk.*

Öğretmen adayı burada tanımı karmaşık bulduğu için kullanmadığını belirtmiştir. Öğretmen adayı alternatifli durumlarda zihninde daha kolay olduğunu düşündüğü durumu tercih ediyor olabilir. Yeni kavram imajını şekillendirirken de karmaşık bulduğu her durumu dışarıda bıraktığı düşünülmektedir.

Diğer öğretmen adayları ise açı ile ilgili problem uygulamalarında tanıma hiç ihtiyaç duymadıklarını, genelde hep açının ölçüsü ile uğraştıklarını belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu görüşleri dikkate alınırsa, kavram imajlarını yeniden oluştururken ihtiyaçlarını ön planda tuttukları söylenebilir. Bu sorunun ise en iyi şekilde, kavramların yapısını da sorgulayacak uygulamalara da yer verilmesi ile aşılacağı düşünülmektedir. Zira öğretmen adayları ders sürecinden sonra uygulamalarda ya da yeni durumlarda açıyla ilgili kullandıkları bilgileri yeni kavram imajlarına eklemektedirler. (Açının ölçüsü, birim çember ile ilişkisi, vb.) Açının kavram olarak uygulamalarda kullanılmamasından dolayı açı kavram imajı ile ilgili bir değişikliğe gereksinim duymadıkları düşünülmektedir. Bunun yanında öğretmen adayları açı kavramı ile açının büyüklüğünü ayırt etmede ilerleme kaydetmişlerdir. Aşağıdaki tabloda açının büyüklüğü ile ilgili neler söyledikleri sistematik bir şekilde görülebilir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–11 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra, açının büyüklüğü ile ilgili sorulara verdikleri cevapların analizi

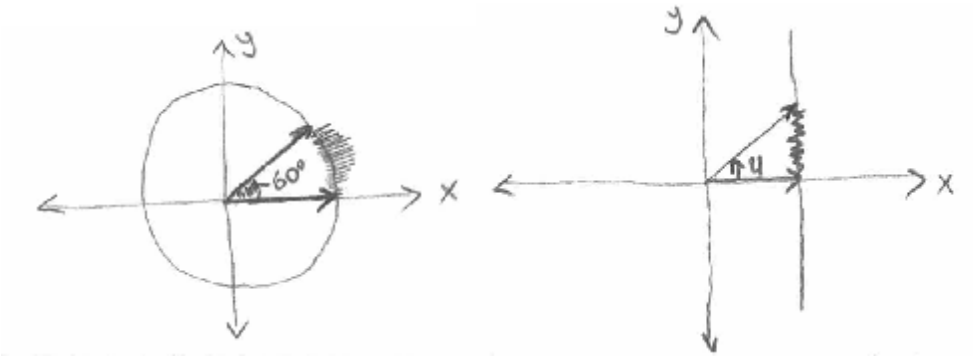
Soru: Sizce bir açının büyüklüğünden bahsederken kastedilen nedir? Örneğin "$\hat{A}$ açısı 60°'dır." denildiğinde ne anlıyorsunuz?	
Kategori	İfade edilen
Yay uzunluğu(1,2,3,5)	❖ Açının büyüklüğü yay uzunluğu ile ifade edilir. Birim çemberin çevresi 360° olarak ifade edilir. Bu durumda 60° lik bir açının büyüklüğü birim çemberin çevresinin $\frac{1}{6}$ sı olarak verilir.(1) ❖ Yay uzunluğu kastediliyordur. $\hat{A}$ açısı 60° ise birim çember üzerinde 60° lik bir yay uzunluğunu gördüğünü anlarım. Birim çemberin yay uzunluğu ise 360° dir.(2) ❖ Orijinden birim çembere gönderdiğimiz iki vektör arasında kalan yay uzunluğu miktarı ya da doğru parçasının uzunluğu açının büyüklüğünü verir. Açının büyüklüğü gördüğü yayın veya doğrunun uzunluğu ile değişir. (3) ❖ Açı yay uzunluğu olarak tanımlanır. Yay uzunluğu büyüdükçe açının değeri büyür. Yay uzunluğu küçüldükçe açının değeri küçülür.(5)
Bölge(alan)(3,4)	❖ Ya da taradığı bölgenin büyüklüğüdür. (3). ❖ Birim çemberde 30 br^2 alanı oluşturan iki ışın 60° olan $\hat{A}$ açısını verir.(4)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarına ait açının büyüklüğü ile ilgili kavram imajlarının tasarlanan eğitim durumundan sonra iki kategoriye ayrıldığı söylenebilir.

1, 2 ve 5 numaralı öğretmen adayları açının büyüklüğünden kastedilenin yay uzunluğu olduğunu belirtmişlerdir.

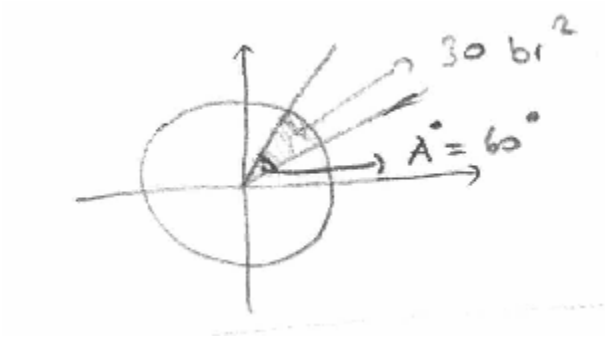
3 numaralı öğretmen adayı açının büyüklüğünü hem yay uzunluğu hem de taranan bölge olarak ifade etmiştir.



Şekil–24. 3 numaralı öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan sonra açının büyüklüğüne ait çizimi

4 numaralı öğretmen adayı ise diğer arkadaşlarından farklı olarak, açının büyüklüğünün, alan olarak belirtileceğini söylemiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



Şekil–25, 4 numaralı öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan sonra açının büyüklüğü ile ilgili çizimi

Öğretmen adayları, açının büyüklüğünü birim çemberi esas alarak yay uzunluğu ile ilişkilendirdikleri için tasarlanan eğitim durumundan önce ve özellikle ön görüşmeler sonucunda karşılaştıkları çelişkiden kurtulduklarını belirtmişlerdir. 4 ve 5 numaralı öğretmen adayının söylemiş olduğu ifadeler bunlara örnek olarak verilebilir:

Görüşmeci: *Açının büyüklüğü için birim çemberdeki yay uzunluğu ifadesini kullanıyorsun. Dersten önceki görüşmemizde açının büyüklüğünü uzaklık ile ilişkilendirmiştin. Şimdi açının büyüklüğü söylediğin bu ifadeler seni ikna ediyor mu peki?*

4 numaralı öğretmen adayı: *Evet, biraz daha somutlaştırıyor bence. Yani dediğiniz gibi ciddi manada benim kafamı çok karıştırmıştı bu da alfa diyorduk bu da alfa diyorduk (başlangıç noktaları ortak olan iki ışın üzerinde farklı uzaklıklar alıyor). Ama böyle olduğu zaman alan sabitlendiği için birim çemberle, sorun kalmıyor.*

Görüşmeci: *Açının büyüklüğü için birim çemberdeki yay uzunluğu ifadesini kullanıyorsun. Dersten önce karşılaştığın kargaşaları gideriyor mu bu tanım? Hatırlıyor musun dersten önce ne dediğini?*

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5 numaralı öğretmen adayı: *Evet tabi o zaman uzaklıkla orantılıdır demiştim. Siz de birden çok uzaklıklar oluşabileceğini söylemiştiniz ama şimdi birim çember üzerine koyduğumuz zaman hiçbir sorun kalmıyor.*

Araştırmanın sonunda, açının büyüklüğünden kastedilenin ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği cevapların benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi bunlardan farklı biçimlerde cevaplayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- Açının büyüklüğü uzaklaşmadır.(1)

"Başlangıç noktaları aynı olan iki ışın birbirinden ne kadar uzaklaşırsa o kadar büyür açı."

- Açının büyüklüğü dönmedir.(1)

"Işının biri sabit olsa diğeri kaç derece ise o kadar dönmüştür."

- Açının büyüklüğü ölçümdür.(1)

"Bir açının büyüklüğü derken ölçüsünü anlıyorum."

- Açının büyüklüğü yay uzunluğudur.(25)

"Bir açının büyüklüğü çalıştığımız çemberde yay uzunluğu ile doğru orantılıdır."

"Açının büyüklüğünden bahsederken birim çemberde gördüğü yay uzunluğunu kastederiz."

- Açının büyüklüğü alandır.(1)

"Başlangıç noktaları aynı olan iki ışın arasındaki taranan alana göre değişir."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adayları ders süreci boyunca Öklit düzleminde ve diğer düzlemlerde açı ile ilgili uygulamalarda yay uzunluğunu temel alarak hesaplamalar yapmışlardır. Bu yüzden açının büyüklüğünü yay uzunluğu olarak ifade etmeye eğilimli oldukları düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının kavram imajlarının daha teknik bir hal aldığı ve zenginleştiği tahmin edilmektedir. Öğretmen adayları, yeniden şekillendirdikleri bu kavram imajlarının desteği ile metriğe göre tanımlanan farklı düzlemlerde birim çemberini tayin ederek, onun üzerinden açının büyüklüğü ve trigonometrik değerleri ile ilgili fikirler geliştirmişlerdir. Bu anlamda öğretmen adaylarının kavram imajlarının teknik açıdan geliştirilmesinin adayları çelişkiden kurtararak farklı durumlarda(problem) öğretmen adaylarına büyük kolaylık sağladığı düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının kavram imajlarındaki gelişimi anlamak için iki eğri arasındaki açı sorularına verilen cevapların yorumu ile devam edilecektir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–12 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra, iki eğri arasındaki açı ile ilgili sorulara verdikleri cevapların analizi

<table>
<tr><td colspan="4">Soru: İki eğri arasında herhangi bir açıdan bahsedebilir miyiz? Cevabınız evetse nasıl söz edebiliriz? Hayır ise neden bahsedemeyiz?</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Bahsedebiliriz (1,2,3,4,5)</td><td colspan="2">Teğetler arasındaki açı(1,3,4)</td><td>v Söz edebiliriz. Burada yazdığım gibi mesela şöyle koordinat düzlemine yerleştirdiğimiz eğriye (0,0) noktasından geçecek şekilde teğetler çizeriz arada kalan açı eğriler arası açıyı verir. (4)
v Öklit de iki eğri alalım. Şöyle şeklini çizersem şu kesiştikleri noktada teğetleri arasında bir açı vardır.(3)
v Evet, edebiliriz. Bu eğrilerin kesim noktasından teğetler çizersek bu teğetler arasında kalan açı iki eğri arasında kalan açıyı verir.(1)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Doğru (2,3,5)</td><td>Eğim(5)</td><td>v İki eğri arasındaki açıdan söz edebiliriz. İki eğri k noktasında teğet olsun. Eğrilerin arasındaki açıyı eğrilerin eğimlerini kullanarak bulabiliriz.(5)</td></tr>
<tr><td>Metriğe bağlı olma (2.3)</td><td>v Bahsedebiliriz. Şöyle doğru özel bir eğridir ve iki doğru arasında açı tanımlanabilir. Ayrıca farklı metriklerde doğru tanımı da bildiğimiz Öklidyen doğrudan farklı olabileceği için iki eğri arasında açı tanımlanabilir. Tabi ki metrik değişince eğrinin değişeceği gibi açı tanımı da değişecektir. (2)
v İki eğri arasında açıdan söz edilebilir. Örneğin Öklit de bu eğriler özel olarak doğrudur. Doğru arasında açıdan bahsediyoruz. Başka bir tanımlanan uzayda da eğriler arasında açı kavramı olabilir. Tanımda da açıdan bahsederken eğri kullanılabilir.(3)</td></tr>
</table>

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo incelendiğinde öğretmen adaylarının iki eğri arasında herhangi bir açıdan farklı şekillerde bahsedebilecekleri sonucu çıkmaktadır. 1, 3 ve 4 numaralı öğretmen adayları eğrilerin teğet doğruları arasında bir açıdan söz edebileceklerini belirtmişlerdir.

1 ve 3 numaralı öğretmen adayları, tasarlanan eğitim durumundan önce söylemiş oldukları cevapların çok benzerlerini ifade etmişlerdir. Bu iki öğretmen adayının kavram imajının süreçten etkilenmediği düşünülebilir. Ya da öğretmen adayları, süreç boyunca konu ile ilgili kavram imajlarını yeniden oluşturmaya gereksinim duymamış da olabilirler. Ders süreci boyunca, açı ve ilgili kavramların, öğretmen adayların kavram imajlarında belirgin farklar oluşturmadığı da düşünülebilir.

4 numaralı öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce çizdiği şeklinde, bir nokta değil de bir bölge göstererek bu bölgede sonsuz sayıda açı olabileceğini vurgulamıştır. Tasarlanan eğitim durumundan sonra ise aynı öğretmen adayı, 1 ve 3 numaralı öğretmen adaylarında olduğu gibi eğrilerdeki açılardan teğetler yardımıyla söz edilebileceğini ifade etmiştir. Öğretmen adayının kavram imajında olumlu anlamda bir değişiklikten söz edilebilir.

Öğretmen adaylarından 2, 4 ve 5 numaralı adaylar, eğrilerdeki açıyı tanımlayabilmek için doğru ve doğrularda açı kavramını basamak olarak kullanmışlardır.

5 numaralı öğretmen adayı ise tasarlanan eğitim durumundan önce eğriler arasında teğetler yardımıyla bir açıdan bahsedilebileceğini söylemiştir. Tasarlanan eğitim durumundan sonra ise öğretmen adayının eğrilerin arasındaki açı için eğrilerin eğimlerine yöneldiği gözlemlenmektedir. Öğretmen adayı görüşlerini şu şekilde dile getirmiştir:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"İki eğri arasındaki açıdan söz edebiliriz. İki eğri k noktasında teğet olsun. Eğrilerin arasındaki açıyı eğrilerin eğimlerini kullanarak bulabiliriz. d_1 *doğrusunun eğimi* m_1, d_2 *doğrusunun eğimi de* m_2 *olsun. İki doğru arasındaki açının eğimini* $m = tana$ *ile ifade ediyorduk. Doğru eğrinin özel bir hali olduğundan eğrinin eğimini bu yolla bulup oradan açının değerini bulabiliriz. Ve bu şekilde iki eğri arasındaki açıdan bahsedebiliriz."*

Öğretmen adayı eğriler arasındaki açıya geçiş için doğrular arasındaki açıyı ve eğim kavramlarını kullanmayı tercih etmiştir. Öğretmen adayı ile yapılan detaylı görüşmede, öğretmen adayı farklı metriklerde verilen bir doğrunun eğimini bulmanın tanjant fonksiyonu ile ilgili olduğunu düşündüğünü belirtmiştir. İki doğru arasındaki açının tanjantını, bu doğruların eğimleri yardımıyla bulabileceğini ve dolaysıyla oradan açıyı tanımlayabileceğini ifade etmiştir. Burada öğretmen adayının, açı kavramı için açının ölçüsünü kullandığı dikkate değer bulunmuştur.

2 ve 3 numaralı öğretmen adayı, diğer öğretmen adaylarından farklı bir biçimde tanımlanan metrik kavramına bağlı olarak eğrilerin durumlarının değişebileceğini düşündüklerini ifade etmişlerdir. Bu öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerde Öklit düzleminde doğrulardan yola çıkarak farklı düzlemlerde doğruların şekillerinin değişeceğini düşündüklerini söylemişlerdir. 3 numaralı öğretmen adayı:

"Mesela oradaki doğru şekli eğri gibi görünebilir. O zamanda eğriler arasında açıdan bahsedebiliriz."

diyerek kısmen açının eğrileri de içerebileceği fikrini desteklemiştir. Öğretmen adaylarının zihinlerinde gelişen bu değişme, öğrencilerin ders süreci boyunca farklı düzlem örneklerini görmelerinden kaynaklanmış olabilir.

Bahsedilen öğretmen adaylarının vermiş olduğu cevaplar Üstün (2003)'ün yaptığı çalışmasında elde ettiği bulgular ile benzerlik taşımaktadır. Açı kavramının niteliği, ışınlar tarafından oluşturuluyor olmasıdır. Öğrenciler açı kavramı ile ilgili

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

farklı tanımlar vermişlerdir ama bütün tanımların ortak yanı açının “bir köşe” olduğu kanısıdır. Öğrencilere doğru parçaları ve eğrilerden oluşan kapalı bazı şekiller verilerek oluşan açıların ifade edilmesi istenmiştir. Öğrencilerden bazıları eğrilerin bir açı oluşturamayacağını söylerken bazıları da bir eğri ve bir doğru parçasının kesişiminden de bir açı oluşacağını ifade etmişlerdir. Yalnız bu iki durum arasında fark vardır. 2 ve 4 numaralı öğretmen adayları, farklı metrikleri esas alarak eğriler arasında açıdan bahsedilebileceğini söylemişlerdir.

Araştırmanın sonunda, eğrilerde açılardan bahsedilip bahsedilemeyeceği, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği cevapların benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi farklı ifadeler kullanan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- İki eğri arasında herhangi bir açıdan teğetleri yardımıyla bahsedebiliriz.(17)

“İki eğri arasında bir açıdan bahsetmek mümkün ama direkt eğriler değil de teğetleri arasındaki açıyla açıklanabilir.”

“Öklit uzayı için açıları ışınlar oluşturur. Eğer iki eğri düşünürsek kesiştikleri noktada teğetlerine bakabiliriz. Yoksa başka bir metrik kullanılırsa verilen metriğe göre birim çemberi çizerek tekrar incelemek gerekir.”

- İki eğri arasında herhangi bir açıdan bahsedemeyiz.(8)

“İki eğri arasında açıdan söz edilemez.”

“Eğrilerin doğrusal olup olmadığı verilmediği için bahsedemeyiz.”

“E karede mümkün değildir.

- İki eğri arasında herhangi bir açıdan bahsedebiliriz.(5)

“Farklı düzlemlerde edebiliriz belki ama Öklit düzleminde edemeyiz.”

“İki eğri arasında bir açıdan bahsedebiliriz. Çünkü açıyı iki vektörün eğimleri arasındaki fark olarak tanımlayabiliriz. Burada eğim verilen düzleme göre

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

değişecektir. Açı sadece sabit eğimli eğriler arasında vardır. Örneğin doğrular gibi Çünkü doğru eğrinin özel bir halidir. Onun dışında iki çember ya da iki parabol arasındaki açıdan söz edemeyiz."

Dersi alan öğretmen adaylarının geneli için eğride açılar sorgulandığında, tasarlanan eğitim durumundan önce iki eğri arasında herhangi bir açıdan bahsedemeyeceklerini söyleyen öğretmen adaylarının sayısında bir azalma olduğu dikkat çekmektedir. Aynı şekilde sınıfta, eğrilerde açıdan bahsedebilmeyi çalışılan düzlem ile bağlantılı kılan öğretmen adaylarının var olduğu görülmektedir. Bu öğretmen adayları ve özel olarak 2 ve 3 numaralı öğretmen adayları için şunlar söylenebilir:

- Ders boyunca açı ve ilgili kavramlarla ilgilendikleri için kavram imajları değişmiş olabilir. Yani, aslında kavram imajlarına yeni bağlantılar ekleyerek yeni kavram imajını konuşturuyor olabilirler.

- Öğretmen adayları kavram imajlarını aynen tutuyor ama dersin etkisiyle geçici bir kavram imajı ile cevap veriyor da olabilir olabilirler.

Adayların kavram imajlarındaki gelişimi anlamak için, geometrik kavramları yorumlamaya çember kavramı ile devam edilecektir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–13 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra, çember kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

Soru: Çember kavramı size neyi hatırlatıyor, söyler misiniz? Geometrik kavramlardan hangileri ile ilişkili olabilir, açıklayabilir misiniz?	
Kategori	İfade edilen
Geometrik yer(1,3,4,5)	❖ Bir noktadan eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yeri çemberdir. Başlangıçta şekil olarak aklıma sadece yuvarlak geliyordu fakat farklı düzlemlerde çalıştığımızda daha farklı şekillerin de çember belirttiğini gördük. (1) ❖ Çember sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeridir. Bu tanım genel geçerdir. Yani geometrik özelliktir.(5) ❖ Çember bir geometrik yerdir. Geometrik yer belli bir bağıntıyı sağlayan noktalar kümesidir. Çember, belirli, sabit bir nokta etrafından eşit uzaklıktaki noktaların cümlesidir. (3) ❖ Bir noktadan eşit uzaklıklarda bulunan noktaların geometrik yeri çemberdir.(4) ❖ Düzlem üzerinde sabit bir noktadan sabit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri bir çember ifade eder.(2)
Düzlemsel şekil (2)	❖ Bütün yuvarlak şekilleri aklıma getiriyor. Örneğin bir halka.(2)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo incelendiğine öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra çember kavramına ait kavram imajlarında önemli ölçüde değişiklikler olduğu fark edilmiştir.

Tasarlanan eğitim durumundan önce çember için Öklit çemberini açıklayan ya da bizzat Öklit çemberini çizerek "çember budur" diyen öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra direkt çemberin geometrik yerini kullanmaya meyilli oldukları görülmektedir. Öğretmen adayları, farklı metrikler ve dolayısıyla farklı düzlemler ile çalıştığı için bu açıklamaya yöneldikleri düşünülebilinir. Öğretmen adayları var olan kavram imajlarının yanına yeni imajlarını eklemiş de olabilirler. Kavram sorgulandığında, kavram imajının sadece ekledikleri kısmını kullanıyor olabilirler ya da öğretmen adayları eski kavram imajlarını tamamen silmiş de olabilirler. Öğretmen adaylarının derste kazandığı bilgileri sunması eski kavram imajlarını silmeyip arka plana ittiklerini de gösterebilir. Zira öğretmen adaylarına tasarlanan eğitim durumundan önce sorulan

"Çember kavramı geometrik kavramlardan hangileri ile ilişkili olabilir, açıklayabilir misiniz?"

sorusu tekrar sorulmuş ve öğretmen adayları aşağıda belirtilen cevapları vermişlerdir:

"Çember metrik kavramı ile ilgili olabilir. Bir noktadan eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yeri çember olduğundan metrik değiştikçe çember de değişecektir."(1)

"Çember sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeridir. Bu tanım genel geçerdir. Yani geometrik özelliktir. Ama uzunluk kavramı tanımladığımız uzaydan uzaya farklılık arz ettiği için çemberlerin geometrik yerleri farklı farklı olabilir. Çember uzunluk kavramı ile birebir ilişkilidir. Çünkü uzaklık tanımı değiştiği anda çemberim değişir.(5)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"Uzaklık, uzayımızın tanımına göre değişir. Dolayısıyla birim çemberimizin şekli de uzaklık tanımımıza bağlı olarak değişir. E^2 çemberi arabalardaki hız göstergesine benzetebiliriz. İbrenin sap kısmı ortada sabit bir noktadadır. İbrenin uzunluğu sabittir. Yani orta nokta ile hız değerleri arasındaki ibre eşit olduğundan hız değerleri orta noktadan eşit uzaklıkta kümelenmiş şekildedir. Söylediğimiz gibi uzaklık tanımına bağlı olarak çemberimiz değişeceği gibi akla gelecek şekillerde değişecektir."(3)

"Uzaklıkla ilgilidir. Düzlem üzerinde sabit bir noktadan sabit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri bir çember ifade eder."(2)

Sadece 2 numaralı öğretmen adayı soruya verdiği cevapta, tasarlanan eğitim durumundan önce vermiş olduğu tanıma benzer bir ifade de kullanmıştır. Öğretmen adayı, var olan kavram imajına yeni şeyler eklemiş ve kavram sorgulandığında hepsini ortaya koymuş olabilir.

Öğretmen adaylarının hepsi de tasarlanan eğitim durumundan sonra,

"Metrik deyiminden ne anlıyorsunuz? Metrik kavramı ile çember kavramı arasında bir ilişki kurulabilir mi? Evetse, nasıl bir ilişki olabilir? Hayal edebildiğiniz tüm çemberlerin şeklini çizebilir misiniz?"

sorusunun cevabı için çemberi metrik kavramı ile ilişkilendirmiştir. Hatta tasarlanan eğitim durumundan önce bu konuda hiçbir fikirlerinin olmadığını söyleyen öğretmen adayları bu sorudan önce sorulan

"Çember kavramı geometrik kavramlardan hangileri ile ilişkili olabilir, açıklayabilir misiniz?"

sorusunun cevabında kendi kendilerine çember kavramını direkt metrik kavramı ile ilişkilendirmiştir. Metrik ile çemberin yakından ilişkili olduğunu görüşmelerde de vurgulayan öğretmen adaylarından bazıları şu ifadeleri kullanmışlardır:

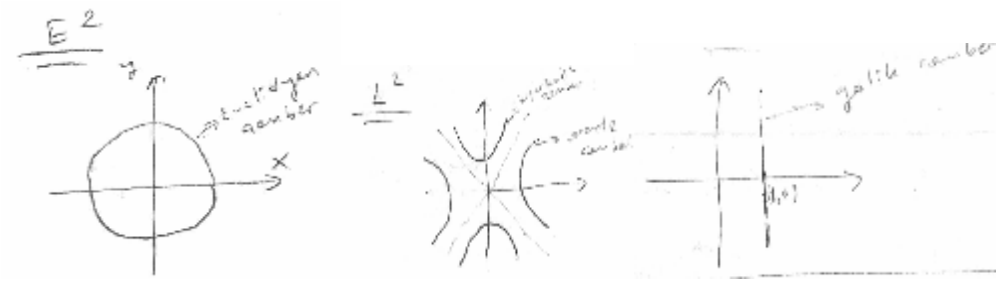
"Çemberde uzaklık tanımı geçmekteydi. Oradaki uzaklık metrik tanımı ile alakalıdır. Uzaydaki metrik değiştikçe çemberin şekli de değişecektir."(4)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"Metriğin kelime manası uzaklık demektir. Metrik uzaklık olduğuna göre çemberle çok yakından ilişkilidir. Çünkü çember bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri olduğundan metrik değiştikçe çemberimizin yeri de değişecektir."(5)

Ayrıca öğretmen adayları tasarlanan eğitim durumundan önce çemberin Öklit çemberinden farklı olmayacağını söylerken, tasarlanan eğitim durumundan sonra metrik kavramına bağlı olarak farklı düzlemlerde farklı şekillerde olacağını belirtmiş ve bu bağlamda çember şekilleri çizmişlerdir.

Öğretmen adaylarından 1 numaralı öğretmen adayının bu soru için yapmış olduğu aşağıdaki çizim, diğer öğretmen adaylarının yapmış olduğu çizimlerle çok benzerdir.



Şekil–26, 1 numaralı öğretmen adayının tasarlanan eğitim durumundan sonra çember kavramına ait çizimi

Araştırmanın sonunda, çember kavramının ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği çember tanımlarının benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi, çemberi bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Çember geometrik bir yerdir.(24)

"Belli bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeridir."

"Çalıştığımız uzayda tanımlı olan metriğe göre sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeridir."

- Çember yuvarlak bir cisimdir.(6)

"Düzgün bir kalıpla orantılı yapılmış bir simidi veya yuvarlak bir masayı hatırlatıyor."

"Çember herhangi yuvarlak bir nesneyi hatırlatıyor bana."

"İlkokulda çocukların çevirdikleri plastik halka geliyor benim aklıma."

Görüşme yapılan öğretmen adaylarının cevaplarına benzer olarak, dersi alan diğer öğretmen adaylarının da çember tanımı için geometrik yerden yararlandığı görülmektedir. Sınıftaki diğer öğretmen adayları, görüşülen beş öğretmen adayı gibi farklı düzlemlerde farklı çemberlerin olacağını belirtmiş ve çizimleri ile bunlara örnek vermişlerdir. Dersi alan öğretmen adaylarına çember kavramını hangi geometrik kavramlarla ilişkilendirdiği sorulmuş ve çoğunluğundan "metrik" cevabı alınmıştır. Seçmeli Geometri dersi boyunca geometrik kavramları farklı metriklerle tanımlanan geometrilerde de yorumlamalarının bu durumda etkili olduğu düşünülmektedir.

Dersi alan öğretmen adaylarının tümü değerlendirilmek istendiğinde çember kavramını metrik kavramı ile ilişkilendiren öğretmen adaylarından bazıların görüşleri aşağıda verilmiştir.

- Çember ve metrik(uzaklık) kavramını ilişkilendirebilenler.(26)

"Çember kavramı ile metrik arasında dorudan bir bağıntı vardır. Çember zaten uzaklıkla tanımlanmaktadır."

"Çemberi çember yapan şey bence uzaklık ve nokta kavramıdır."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Çember kavramından sonra bu kavram ile doğrudan ilişkili olan geometrik yer kavramına ait bulgu ve yorumlar verilecektir. Aşağıdaki tabloda süreç sonunda öğretmen adaylarının geometrik yer kavramı ile ilgili kavram imajlarını ortaya koyan kategoriler bulunmaktadır.

Tablo–14 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra geometrik yer kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

<table>
<tr><td colspan="3">Soru: Geometrik yer kavramı size neyi çağrıştırıyor?</td></tr>
<tr><td>Kategori</td><td colspan="2">İfade edilen</td></tr>
<tr><td>Nokta, düzlem, alan (4)</td><td colspan="2">v Nokta, düzlem, alan, vs. geometrik yerdir.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Belli özelliklere sahip olma (1,2,3,5)</td><td>Noktalar cümlesi (1,3,5)</td><td>v Geometrik yer belirli bir bağıntıyı sağlayan noktaların cümlesidir. (3)
v Geometrik yer çemberi düşünürsek $x^2 + y^2 = 4$ çemberinin geometrik yeri şu şekildir. Yani noktalar cümlesidir. Bir başka örnek $x + y = 5$ doğrusunun geometrik yeri bu denklemi sağlayan doğrudur.(5)
v Düzlemde belli şartları sağlan noktaların kümesine geometrik yer denir.(1)</td></tr>
<tr><td>Geometrik şekil (2)</td><td>v Belirli kurallar çerçevesinde oluşan geometrik şekildir.(2)</td></tr>
</table>

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Tablo–14’ da öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonraki geometrik yer kavramına ait kavram imajları sınıflandırılmıştır. Öğretmen adaylarının kavrama ait imajlarında önemli ölçüde değişimler olduğu gözlemlenmiştir. 1, 2, 3 ve 5 numaralı öğretmen adayları, geometrik yer kavramını belirtirken belli belirli özelliklere sahip olan noktalardan bahsetmeyi tercih etmişlerdir. 1, 3 ve 5 numaralı öğretmen adayları, geometrik yeri bu noktaların bir kümesi ya da cümlesi olarak tanımlarken 2 numaralı öğretmen adayı, bu noktaların oluşturduğu şekilden bahsetmiştir. 4 numaralı öğretmen adayı ise diğer öğretmen adaylardan farklı bir biçimde, geometrik yeri nokta, düzlem ve alan olarak belirtmeyi tercih etmiştir.

1 ve 3 numaralı öğretmen adayları tasarlanan eğitim durumundan önce geometrik yeri, geometrik çalışmanın yapıldığı yer olarak anladıklarını belirten cümleler kullanmışlardır. Tasarlanan eğitim durumundan sonra ise öğretmen adayların geometrik yer kavramına ait kavram imajlarında önemli ölçüde değişiklik fark edilmiştir. Bu değişikliğin bir gelişme olduğu da söylenebilir zira 1 numaralı öğretmen adayı kendisiyle yapılan görüşmede:

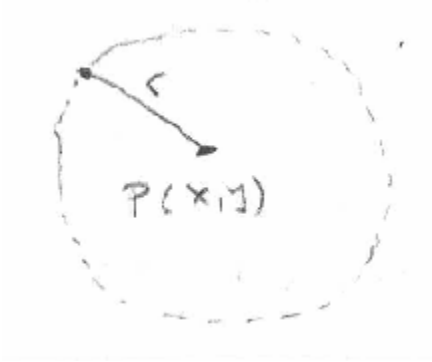
“İlk görüşmemizi hatırlıyorum hocam, ben geometrik yer için geometrik şekiller demiştim. Hayır hayır pardon geometrik çalışma yapılan düzlem, uzay demiştim. Sorulara da ona göre düzlemde doğrudur uzaydır düzlemdir gibi çok fena cevaplar vermiştim.(Gülüyor)”

diyerek aslında tasarlanan eğitim durumundan önceki kavram imajını tamamen değiştirip tasarlanan eğitim durumundan sonra oluşan yeni kavram imajını kullandığını göstermektedir.

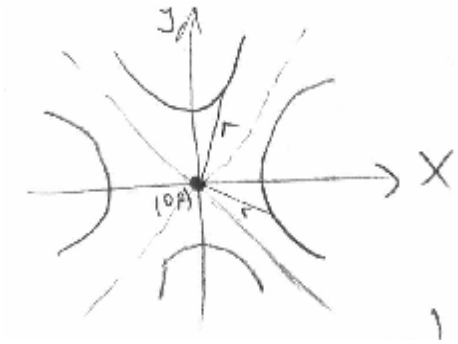
Öğretmen adaylarına tasarlanan eğitim durumundan önce sorulan geometrik yer örneklerini içeren sorular tasarlanan eğitim durumundan sonra tekrar sorulmuştur. 1 numaralı öğretmen adayı, sorulan soruların hepsine doğru yanıt vererek 1. sorunun (a) şıkkında, Şekil 27 de gösterildiği gibi geometrik yeri tanımlarken oluşacak çemberi şeklinin metriğe göre fark edeceğini eklemiştir. Öğretmen adayı fikirlerini şu şekilde dile getirmiştir:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

“ E^2 de geometrik yer bir çemberdir.”



“ L^2 de çemberdir fakat şekli E^2 deki çemberden farklıdır.”



Şekil–27, 1 numaralı öğretmen adayının dersten sonra geometrik yer kavramına ait çizimi

3 numaralı öğretmen adayı da 1 numaralı öğretmen adayı ile benzer olarak, geometrik yer kavramına ait imajını dersten önce geometrik çalışma sahası olarak söylemiş ama sonra belirli özellikleri sağlayan noktaların cümlesi olarak değiştirmiştir. Bu iki öğretmen adayının kavram imajlarının benzer değişikliklerden geçtiği söylenebilir. Öğretmen adayı geometrik yer sorularının hepsi için, istenilen cevapları verebilmiştir.

5 numaralı öğretmen adayı ise geometrik yer kavramını direkt örneklerle açıklama yoluna gitmiş, yapılan detaylı görüşmede ise diğer iki öğretmen adayı gibi kavramı belirli özellikleri sağlayan noktaların yeri olarak tanımlamıştır. Öğretmen

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

adayının dersten önce verdiği kavram imajında geometrik yerin bir denklem olduğu görülmüştür. Dersten sonra ise geometrik yere ait örneklerinde denklemler kullanması öğretmen adayının zihnindeki kavram imajını tam olarak silmediği ama onun yanına bazı eklemeler yaptığı şeklinde düşünülebilir. Ayrıca öğretmen adayı geometrik yer sorularının hepsine de doğru cevaplar vermiştir.

2 numaralı öğretmen adayı, geometrik yer kavramı için dersten önce "her yer geometrik yerdir aslında" diyerek geometrik işlem yapabileceği her yerin geometrik yer olduğunu tekrarlamıştır. Dersten sonra ise öğretmen aday kavram imajını önemli ölçüde değiştirerek belli özelliklere sahip olan noktalardan bahsetmiştir. Ama öğretmen adayı diğer arkadaşları gibi bu noktaları bir cümle ya da bir küme olarak değil de bir şekil olarak ifade etmiştir. Öğretmen adayı, geometrik yer sorularına beklenilen cevapları verebilmiştir.

4 numaralı öğretmen adayı ise diğer arkadaşlarından çok farklı biçimde geometrik yeri nokta düzlem ve alan kelimeleri ile ifade etme yoluna gitmiştir. Yapılan detaylı görüşmede öğretmen adayından bu ifadeyi biraz daha istenildiğinde aday;

" Yani hocam mesela çember bir geometrik yerdir, bir doğru hatta bir nokta bile geometrik yer oluşturabilir. Derste bunları öğrendim. Nokta, düzlem, alan, hacim bunlar hep geometrik yeridir. Gene aynı şekilde bir iç çarpım bir geometrik yer belirtir."
demiştir.

Öğretmen adayı, zihninde kavram imajına ait tutarlı bir tanım geliştiremiyor ama kavram imajını örnekler yardımıyla oluşturuyor olabilir. Öğretmen adayı dersten önce geometrik yer için "her hangi bir yer" demiştir. Dersten önce de örnekler verme yoluna gittiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adayı kavram imajlarını tanım eksenli değil de kavramı içeren örnekler temelli oluşturuyor olabilir. Geometrik yer sorularına bu öğretmen adayı da doğru cevaplar verebilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2 ve 4 numaralı öğretmen adayının kavrama ait ders öncesi kavram imajlarının çok yakın olduğu görülmektedir. Ama dersten sonra bu öğretmen adayları kavram için farklı ifadeler geliştirmiştir. Tall (1981) de kavram imajının, bireye bağlı olduğunu belirtmiştir. Burada ise iki öğretmen adayının geliştirdiği farklı kavram imajlarına bakarak, kavram imajındaki değişikliklerin de bireyden bireye değişebileceği ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarından geometrik yer kavramı ile ilgili yeni kavram imajlarını tam oluşturabilmek için bazı geometrik yer örnekleri vermeleri istenmiştir. Bütün öğretmen adayları da istenilen geometrik yer örneği için çember kavramını kullanmayı tercih etmiştir. 1 ve 3 numaralı öğretmen adaylarının cevapları örnek olarak gösterilebilir:

"Çember bir geometrik yer belirtir."(3)

"Örneğin; çember, kare, dikdörtgen birer geometrik yerdir."(1)

Ders süreci boyunca çember ve çemberle ilgili kavramlardan sıkça bahsedilmesinin bu durumda önemli olduğu düşünülmektedir. Vermeulen (2000) yılında öğrencilerin cebirsel ifadelerle ilgili kavram imajlarını tespit etmek amacıyla yaptığı çalışmada, kavram imajının bütün çocukluk devresindeki tecrübelere, birey yeni uyarıcılarla karşılaştığında değişip gelişmesine bağlı olarak inşa edildiğini vurgulamaktadır. Öğretmen adaylarının örnek olarak çemberi tercih etmeleri, adayların kavram imajlarını ders sürecince edinmiş olduğu tecrübelere dayanarak oluşturduklarına destek olarak sunulabilir.

Öğretmen adaylarına sorulan diğer bir soruda ise geometrik yer kavramının hangi kavramlarla önemli ölçüde ilgili kıldıkları sorulmuştur.

1 numaralı öğretmen adayı geometrik yer kavramının düzlemle,
2 numaralı öğretmen adayı uzaklık ve tanımlarla,
3 numaralı öğretmen adayı bağıntıyla,

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

4 numaralı öğretmen adayı düzlemle,

5 numaralı öğretmen adayı ise metrik ile ilişkili olduğunu söylemiştir.

Yapılan detaylı görüşmelerde, 1 ve 4 numaralı öğretmen adaylarının düzlem de kastettiklerinin düzlemde tanımlanan farklı metrikler olduğu anlaşılmıştır. 2 numaralı öğretmen adayı uzaklık kavramını metriği ifade etmek için kullandığını belirtmiştir. 3 numaralı öğretmen adayı ise bağıntı kavramından geometrik yeri oluşturan noktaların sahip olduğu belirli özellikleri kastettiğini söylemiştir. Öğretmen adayı bu belirli özellikleri bir bağıntı olarak değerlendirmektedir.

Araştırmanın sonunda, geometrik yer kavramının ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği geometrik yer tanımlarının benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi, bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır.

- Geometrik yer uzaklık (metrik) ile ilgilidir.(2)

"Geometrik yer kavramı bana uzaklık kavramını çağrıştırıyor."

"Geometrik yer bir noktanın diğer bir noktaya göre verilen metriği kullanarak bulduğumuz yeridir."

- Geometrik yer şekildir.(20)

"Bir noktanın belli bir yere göre koordinat düzlemindeki şeklidir."

"Geometrik anlam ifade eden denklemlerin bulunduğu düzleme göre koordinat eksenindeki yeridir."

- Geometrik yer denklemdir.(2)

"Bir şekil bir denklem çağrıştırıyor."

"Bir şeklin bir cismin ya da bir noktanın vektör uzayında bulunduğu yerin şeklin denklemidir."

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- Geometrik yer noktalar kümesidir.(3)

"Bir cismin ya da şeklin noktalarının bütününe toplamına geometrik yer denir."

"Her hangi bir bağıntıyı sağlayan noktaların cümlesidir."

"Ortak özellikteki noktalar kümesidir."

Dersten sonra dersi alan öğretmen adaylarının çoğunluğunun cevaplarında, tıpkı görüşme yapılan beş öğretmen adayı gibi geometrik yer kavramını metrik kavramı ile ilişkilendirdikleri dikkate değer bulunmuştur. Aşağıda öğretmen adaylarının bu konuda vermiş olduğu cevaplardan örnekler bulunmaktadır:

- Geometrik yer ile metrik(uzaklık) kavramını ilişkilendirebilenler.(20)

"Geometrik yer en çok uzaklık kavramı ile ilişkilidir."

"En önemli kavram uzunluktur. Çünkü belli bir yere göre konumu demek belli bir yere göre uzaklığı demektir."

"Geometrik yer kavramı ile ilgili en önemli kavram metrik yani uzaklıktır."

"Geometrik yer kavramı ile ilgili en önemli kavram bence metriktir. Metrik değişirse her şey değişir.

Öğretmen adayları, ders süresince farklı düzlemler ile de çalıştığı için geometrik yeri, genel olarak metrik kavramı ile ilişkilendirmiş olabilir. Zira 5 numaralı öğretmen adayı geometrik yer sorularını cevaplarken cevapların başlangıcına

"Bu soruları Öklit metriğini düşünerek cevaplayalım:"

şeklinde bir not düşmüştür.

Ayrıca dersin sonunda yapılan görüşmelerde öğrencilerin geometrik yer sorularını sadece geometrik anlamda değil, aynı zamanda cebirsel anlamda da sorguladıkları dikkat çekmektedir. Öğretmen adayları ilk etapta verilen kural ya da

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

özelliği cebirsel ifadelerle belirtmekte, ardından buldukları sonuçları geometrik ifadelerle desteklemektedirler.

Aşağıda tasarlanan eğitim durumundan önce, öğretmen adaylarının hakkında hiçbir fikirlerinin olmadığını söyledikleri metrik kavramı ile ilgili süreç sonrası gelişen kavram imajlarını içeren tablo bulunmaktadır.

Tablo–15 Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan sonra, metrik kavramına ait sorulara verdikleri cevapların analizi

Soru: Metrik deyiminden ne anlıyorsunuz? Metrik kavramı ile çember kavramı arasında bir ilişki kurulabilir mi? Evetse, nasıl bir ilişki olabilir?	
Kategori	İfade edilen
Uzunluk(3)	❖ Metrik uzunluk ile ilgili bir kavramdır.(3)
Uzaklık(2,4,5)	❖ Metrik deyince uzaklık kavramı aklıma geliyor.(4) ❖ Metriğin kelime manası uzaklık demektir. (5) ❖ Metrik denildiğinde uzaklık anlıyorum. Bu metrikler farlı tanımlandıklarında farklı geometrileri oluştururlar. Öklit Geometri, Lorentz Geometri gibi.(2)
Uzaklık fonksiyonu(1)	❖ Metrik uzaklık fonksiyonudur. (1)

Tablo–15 öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumundan önce hiçbir fikirlerinin olmadığı metrik kavramına ait kavram imajlarının bütününü görmek için yapılmıştır. Öğretmen adaylarının hakkında bir açıklama yapamadığı kavramla ilgili olarak sonradan bir imaj geliştirdikleri görülmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adaylarının metrik kavramını uzunluk, uzaklık ve uzaklık fonksiyonu olarak üç kategoride tanımladıkları gözlemlenmiştir.

1 numaralı öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce metrik kavramı ile ilgili soru sorulduğunda çok şaşırmış ve görüşmeci ile arasında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

Görüşmeci: *Metrik deyiminden ne anlıyorsun peki? Metrik kavramı ile çember kavramı arasında herhangi bir ilişki kurulabilir mi?*

1 numaralı öğretmen adayı: *Ne metrik mi? Hiçbir şey anlayamıyorum… metrik ne hocam? Hiç duymadım, duyduk mu acaba böyle bir şey?*

Görüşmeci: *Bilmiyorum duymuş da olabilirsin duymamış da.*

1 numaralı öğretmen adayı: *Duyduk mu? Görüştüğünüz diğer arkadaşım duymuş mu?(Gülüyor)*

Tasarlanan eğitim durumundan sonra ise öğretmen adayı, hiç duymadığını belirttiği metrik kavramı ile ilgili beklenilen seviyede bir kavram imajı geliştirmiş ve metriği uzaklık fonksiyonu olarak tanımlamıştır.

2 numaralı öğretmen adayına tasarlanan eğitim durumundan önce metrik deyiminden ne anladığı sorulduğunda

"Ölçülebilirdir."

demiş ama bu cevabı açıklaması istendiğinde tutarlı ifadeler kullanamamıştır. Tasarlanan eğitim durumundan sonra ise öğretmen adayı metrik deyince uzaklık kavramını anladığını belirtmiş ve ders süresince görmüş olduğu metriklere örnekler vermiştir.

5 numaralı öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce ise düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir:

"Metrik… Metrik uzayları ve topolojiyi duymuşluğum var sadece. Kitaba biraz bakmıştım da tanımı, baya matematiksel bir tanımı vardı uzunca bir şeydi. Tam

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

olarak hatırlamıyorum ama metrik uzaylar, uzayla bir bağlantısı olduğunu hatırlıyorum. Başka bir şey gelmiyor aklıma."

Derste sonra ise öğretmen adayı şu ifadeleri kullanmıştır:

"Aşağıdaki özellikleri sağlayan d fonksiyonuna metrik denir.

1) $d(x,y) \geq 0$ *ve* $d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

2) $d(x,y) = d(y,x)$ *(Simetri)*

3) $d(x,y) + d(y,z) \geq d(x,z)$ *(Üçgen eşitsizliği)*

Metriğin kelime manası uzaklık demektir."

Yukarıdaki iki cevaba bakarak öğretmen adayın zihnindeki kavram imajında olumlu anlamda bir değişmeden bahsedilebilir.

3 numaralı öğretmen adayı tasarlanan eğitim durumundan önce metrik kavramını duyduğunu ama ne olduğu hakkında bir bilgisinin olmadığını belirtmiştir. Tasarlanan eğitim durumundan sonra aynı soruya vermiş olduğu cevapta, metriğin uzunluk ile ilgili bir kavram olduğunu belirterek kavramın formal tanımında verilen fonksiyonun özelliklerini sıralamıştır.

4 numaralı öğretmen adayı ise tasarlanan eğitim durumundan önceki cevabında;

"Metrik, metrik… metreden… uzunluk anlıyorum."

ifadesini kullanmıştır. Tasarlanan eğitim durumundan sonra ise metrik denildiğinde uzaklık kavramının aklına geldiğini söyleyerek, uzaklık kavramının altını özellikle çizmiştir. Ardından tıpkı 3 numaralı öğretmen adayının yaptığı gibi uzaklık fonksiyonun özelliklerini sıralamıştır. Bu bağlamda öğretmen adayının kavram imajını ciddi biçimce geliştirdiği düşünülebilir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Araştırmanın başında metrik kavramının ne olduğu, ilgili dersi alan tüm öğretmen adaylarının oluşturduğu sınıfa yazılı olarak da sorulmuştur. Ama öğrencilerin çoğunluğu birkaç kelime bile yazmadan kavramla ilgili bilgilerinin olmadığını belirtmişlerdir. Araştırmanın sonunda öğretmen adayları soruyla tekrar karşılaştıklarında ise kavram imajlarında büyük ölçüde değişme olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarından alınan cevaplar çeşitlilik göstermektedir. Görüşme yapılan beş öğretmen adayının verdiği metrik tanımlarının benzerlerini söyleyen öğretmen adayları olduğu gibi, bunlardan farklı biçimlerde tanımlayan öğretmen adayları da olmuştur. Aşağıda bu kategorilerin hepsi sıralanmıştır:

- Metrik formal tanımını verenler.(7)

"Metrik

1) $d(x,y) \geq 0$ *ve* $d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

2) $d(x,y) = d(y,x)$ *(Simetri)*

3) $d(x,y) + d(y,z) \geq d(x,z)$ *(Üçgen eşitsizliği)*

özelliklerini sağlayan bir fonksiyondur.

"Metrik bir geometrinin inşası için temel bir kavramdır. Tanımlanan iç çarpım ve buna bağlı olarak ortaya çıkan aksiyomlar metriği oluşturur."

- Metrik uzaklık ile ilgilidir.(21)

"Metrik uzaklık anlamına gelir."

"Metrik kavramı kullandığımız geometrin temelidir. Metrik uzaklık tanımını doğrudan etkileyen bir kavramdır."

"Metrik çalıştığımız uzayın uzaklık fonksiyondur. Yani bir bakıma çalıştığımız uzayın "metre"sidir."

Öğretmen adaylarının tasarlanan eğitim durumunda edinmiş oldukları tecrübelere bakılarak, metrik kavramı ile ilgili kavram imajlarının küçümsenemeyecek şekilde bir gelişim gösterdiği düşünülmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgulara dayanarak ulaşılan sonuçlara yer verilecektir. Ayrıca araştırma bulguları çerçevesinde, hem bu uygulamaya hem de bu konuda çalışma yapmak isteyen araştırmacılara ve eğitimcilere yönelik önerilere de yer verilmektedir.

5.1.Sonuçlar

Kavram İmajı, İmajın Gelişimi ve Kullanımı İle İlgili Sonuçlar

Kavram imajının bireyden bireye, bireyin aldığı öğrenim durumuna, geçmiş yaşantılarına, edindiği farklı tecrübelere bağlı olarak değiştiği düşünülmektedir.

Eğer kavram imajı kavramın tanımı ile örtüşmemiş, yani kavram tamamıyla yapılanmamış ise bireyin üç durumdan birini tercih ettiği ortaya çıkmaktadır:

(1) Eski kavram imajını kaldırıp yeni deneyimler sonucu tamamen yeni bir kavram imajı oluşturma

(2) Eski kavram imajını bütünüyle kaldırmadan, işe yarar parçaları ayırıp üzerine yeni deneyimlerin sonuçlarını ekleyerek yeni bir kavram imajı oluşturma

(3) Eski kavram imajını aynen koruyup farklı deneyimler sonucu oluşturduğu yeni kavram imajını da ekleyerek ikisini bir arada kullanma.

Bireylerin problem çözme sürecinde, oluşturulan yeni kavram imajlarını kullanırken üç farklı yol izlediği söylenebilir:

(1) Tamamen yeni kavram imajı ile çözüme gitmek,

(2) Önce tamamen yeni kavram imajını kullanarak problemle baş etmeye çalışmak ve başarısızlık durumunda da eski kavram imajına aynen dönmek,

(3) Yeni ve eski kavram imajlarını bütün halde algılayıp bu ikisini beraber kullanmaya çalışmak.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Öğretmen adayları kavram imajlarını şekillendirirken, tecrübe ettiği deneyimler sonucu kendisine kolay gelen durumları tercih etmektedirler. Öğretmen adaylarına ait bir deneyim ne kadar önemli olursa olsun, eğer adaylar tarafından karmaşık bulunuyorsa kullanılmamaktadır. Tasarlanan eğitim durumunda verilen açı tanımının adaylar tarafından karışık bulunduğu için kullanılmaması bu durumu örneklemektedir.

Herhangi bir kavram hakkında uygun kavram imajı oluşturan öğretmen adayları, bahsedilen kavramları daha anlamlı öğrenmektedir. Bu yüzden yanlış kavram imajının, doğru kavram imajı geliştirmeye engel olduğu söylenebilir. Metrik kavramını bu duruma örnek verebiliriz. Süreç öncesinde metrik kavramı ile ilgili yanlış bir kavram imajına sahip olmamalarının uygun kavram imajı geliştirmelerine yardımcı olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adayları kavram imajı oluştururken ya da var olan kavram imajlarını geliştirirken öğretim ihtiyaçlarını göz önüne aldıkları belirtilebilir. Problemleri çözüme kavuşturmada kavramla ilgili ihtiyaç duydukları parçaları kavram imajları ile ilişkilendirdikleri gözlemlenmiştir.

Açı Kavramı İle İlgili Sonuçlar

Öğretmen adayları kavrama ait bir tanım geliştirememektedirler. Açı kavramını tanımlamak yerine nasıl oluştuğunu belirtmeye ya da özelliklerini sıralamaya eğilimlidirler.

Öğretmen adayları derslerin sunumu esnasında kavramlarla ilgili kullanılan sembolleri kavram imajlarında ilk plana yerleştirmektedir. Örneğin, öğretmen adayları çizimlerinde, açıyı, başlangıç noktaları ortak olan iki ışının köşe noktasında belirtilen taralı(ya da içi boyanmış) dilim olarak göstermektedirler.

Öğretmen adaylarının zihinlerinde açı kavramını iki ışının oluşturduğu şekil, dolayısıyla da bir köşe olarak imajlandırdığı söylenebilir. Ders anlatılırken

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

basit dahi olsa her sembolün bir açıklamasının verilmesi gerekir. Aksi halde öğrenciler tarafından yanlış anlaşılmalara sebep olabilir. Öğretmen adayları, açı kavramına ait çizimlerinde hep dar açı oluşturan ışın çiftlerini kullanmaktadırlar. Bunun sebebinin ise öğretmen adaylarının önceki geometri deneyimleri olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adayları açı, açının iç bölgesi, açının büyüklüğü kavramlarında sıkıntılar yaşamaktadır. Adaylar çoğunlukla açının büyüklüğünü açı olarak tanımlamaktadırlar.

Öğretmen adaylarının bu üç kavramı net bir biçimde anlamlandıramadıkları ve ayırt edemedikleri belirtilebilir.

Açılar için eğriler söz konusu olduğunda öğretmen adayları, kesişen iki eğri için kesim noktalarındaki bir açıdan teğetler yardımıyla bahsettikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının, açı kavramını ışınlar ya da doğru parçaları ile yapılandırdıkları söylenebilir.

Çember Kavramı İle İlgili Sonuçlar

Öğretmen adayları çember kavramına ait kavram imajlarını yuvarlak bir şekil etrafında çerçevelendirmişlerdir. Çember kavram imajları, daha sonra edinmiş oldukları tecrübelere bağlı olarak bir geometrik yer olarak belirlenmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının deneyimleri sonucunda çember kavram imajlarını zenginleştirdiği ve dolayısıyla kavram imajlarını, kavram tanımı temelli oluşturdukları söylenebilir. Kavram imajlarını, kavram tanımına yaklaştırdıkça öğretmen adaylarının problemi çözüme daha sağlıklı ulaşmaktadırlar.

Öğretmen adaylarının, eski kavram imajlarında, kavramı sadece Öklidyen çember olarak resimlerken; yeni kavram imajlarında farklı düzlemlerde görmüş

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

oldukları çember resimlerini de kullandıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının farklı metriklerle tanımlanan geometrilerde belirli bir süre çalışmalarının, çember kavram imajlarını kavram tanımına yaklaştırdığı belirlenmiştir.

Geometrik Yer Kavramı ile İlgili Sonuçlar

Özellikle ortaöğretimde öğrenciler, düzlemde geometrik yer ve bununla ilgili uygulama yapabilecek bilgiye yeterli ölçüde sahip olmadıklarından (Kibar, 2002) lisans öğretiminde de bu eksiklikten kaynaklanan sıkıntılar oluşmaktadır. Öğretmen adayları, geometrik yer kavramının ne olduğunu ifade edememekte ve tıpkı açı kavramında olduğu gibi kavramı farklı örnekler vererek açıklama yolunu tercih etmektedirler.

Dersin başlangıcında öğretmen adaylarının çoğunluğu geometrik yerle ilgili problemleri çözerken, sadece geometrik düşünerek belirli bir şekil oluşturma çabasına girdikleri gözlemlenmiştir. Derste edinmiş oldukları farklı tecrübeler sonucunda ise öğretmen adayları, geometrik düşünmeden önce cebirsel düşünmeyi ön plana almış ve problem çözerken cebirsel işlemler sonucunda buldukları geometrik yeri, şekil çizerek ifade etmeyi tercih ettikleri görülmüştür.

Önceleri geometrik yer kavram imajlarının oldukça yetersiz olduğu söylenebilecek öğretmen adaylarının, kavramla ilgili farklı uygulamaların yapıldığı deneyimlerin sonucunda kavram imajlarını zenginleştirdikleri söylenebilir. Örneğin, öğretmen adayları tasarlanan eğitim durumundan önce Öklit düzlemindeki geometrik yer problemlerine cevap veremezken, tasarlanan eğitim durumundan sonra farklı metriklerle tanımlanan geometrilerdeki uygulamalarına bile doğru cevaplar verebilmişlerdir. Çember kavramı örnek olarak verilebilir. Bu yüzden farklı düzlemlerle bir süre çalışmanın, öğretmen adaylarının geometrik yer kavramı ile ilgili uygulamalarda olumlu yönde etki yaptığı söylenebilir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Metrik Kavramı İle İlgili Sonuçlar

Öğretmen adaylarının geometrik kavramlar ile ilgili kavram imajlarının doğru bir şekilde oluşması için, metriğe bağlı tanımlanan uzaklık fonksiyonu, birim çember, trigonometrik fonksiyonlar, açı ve açı ölçüsü, eğim ve eğim açısı,… gibi kavramların detaylı bir şekilde, örnekleriyle birlikte verilmesinin gerekli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bu kavramlar metrik kavramından ortaya çıkan kavramlardır. Derslerde vurgulanması gereken en önemli nokta metrik değiştiğinde bütün bu kavramların değişeceğidir.

Öğretmen adaylarının metrik kavramı ile ilgili kavram imajlarının sadece "ölçü" den ibaret olduğu söylemek yanlış olmayacaktır. Kavram imajlarının çok yetersiz olduğu görülen öğretmen adaylarının edinmiş oldukları tecrübeler sonucunda, kavrama ait uygun bir kavram imajı geliştirdikleri söylenebilir. Zira öğretmen adaylarının çoğu tasarlanan eğitim durumundan sonra metrik kavramı için uzaklık fonksiyonu ifadesini kullanabilmiştir.

Başlangıçta metrik ile diğer geometrik kavramlar arasında hiçbir bağlantı kuramayan öğretmen adayları, gelişen yeni imajları sayesinde metrik kavramını çember ve geometrik yer gibi farklı geometrik kavramlarla ilişkilendirebilmişlerdir. Metrik kavram imajlarındaki bu gelişimde farklı düzlemler ile yapılan çalışmaların büyük ölçüde etkili olduğu düşünülmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

5.2. Öneriler

Bu çalışmalarının ışığı altında eğitimcilere ve araştırmacılara faydalı olacağı düşünülen bazı önerilerle bu bölüme son verilecektir. Eğitimciler için öneriler şöyle sıralanabilir:

Öğrencilerde oluşan olası kavram imajları açığa çıkarılmalı ve bu kavram imajları tartışılmalıdır. Uygun olmayan kavram imajı, bazen çok güçlü olabilir. Öğretmenlerin bu konuda sabırlı olması ve sınıflarında oluşturdukları geometri ortamının kavramları anlamlandırmaya uygun olması gerekmektedir.

Shoenfeld(1989) "sınıf kültürü" nün öğretmen adaylarının geometriyi öğrenmelerinde ve algılamalarında önemli bir rol üstlendiğini söylemektedir. Öğrencilerin "geometrinin aslında ne olduğu" ile ilgili inançlarının sınıf ortamında günlük uygulamalar ile sağlamlaştırıldığını belirtmektedir. Örneğin, eğer öğrenciler hızlı algoritmik işlemler konusunda teşvik edilirse öğrenciler geometride başarının muhakemeden (reasoning) çok hız ve ezberden geçtiğini düşünecektir. Ama öğretmen, matematiğin bir "anlam (his) kazandırma aktivitesi" olduğuna inanırsa sınıf kültürü bu fikri yansıtacaktır. Bu bağlamda öğretmenlerin özellikle geometri derslerinde öğrencileri rasgele işlem yapmaktan kurtarmaları, hangi işlemi niçin yaptığını açıklamalarını sağlamaları, derse aktif katılıma teşvik etmeleri gerekmektedir.

Geometri derslerinde öğretmenler çizimlerinde kullandıkları sembol ve gösterimlerle ilgili detaylı açıklama yapmalıdır. Öğretmenler, öğrencilerin kavram imajlarını verilen örnekleri genelleyerek oluşturduklarını dikkate alarak, örneklerle ilgili ayrıntıları ve istisnai durumları özellikle belirtmelidirler.

Bütün bu bahsedilen öneriler için, en önemlisi yanlış giden bir şeylere dur diyebilecek kadar cesaretli, değişime ve gelişime hevesli, her durumda azim ve disiplinini muhafaza edebilecek öğretmen adayların yetiştirilmesi uygun kavram imajlarının yeni nesillerde oluşturulması bakımından önemli gözükmektedir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Program geliştiriciler için öneriler şöyle sıralanabilir:

Öğrencilerin, geometrik yer kavramı ile ilgili uygulama yapabilme becerilerinin yetersiz olduğu düşünülmektedir. Bu yüzden, ortaöğretim müfredatında düzlemde geometrik yer ve bununla ilgili uygulamalara yeterli ölçüde yer verilmesi uygun kavram imajlarının oluşması açısından faydalı olacaktır.

Bu tespitlerin sonucunda, konu ile ilgili araştırma yapmak isteyen araştırmacılara şunlar önerilebilir:

Farklı geometrik kavramlarla ilgili imajların ne olduğu sorgulanarak, geometri alanındaki diğer kavramlarla ilgili öğrenci anlamalarının düzeyi tespit edilebilir. Özellikle farklı deneyimler sonucu değişen ve gelişen kavram imajlarının kalıcılığı sorgulanabilir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

KAYNAKÇA

AKUYSAL, N. (2007) . İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları (Yüksek Lisans Tezi, **Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü**) .

ALTUN, M. (2001). **İlköğretim İkinci Kademede (6,7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi** , (1. baskı) İstanbul: Alfa Yayıncılık.

ATTORPS, I. Teachers' Images Of The 'Equation' Concept,(**University of Gävle),** (http://ermeweb.free.fr/CERME3/Groups/TG1/TG1_attorps_cerme3.pdf), adresinden 12.03.2005 tarihinde indirilmiştir.

BAYKUL, Y. (2002). **İlköğretimde Matematik Öğretimi (6–8. Sınıflar İçin)**.(1.baskı) Ankara: Pegem A Yayıcılık.

BEZUİDENHOUT, J. (1996). First-year university students' understanding of rate of change. Saldanha:**Universty of Stellenbosch Faculty of Military science.**

BOWDEN, J. (1996). **Phenomenographic Research - Some Methodological Issues. In Reflections on Phenomenography: Towards A Methodology**. eds. G. Dall'Alba and B. Hasselgren, Goteborg Studies in Educational Sciences, 109, s. 49-66.

BRUCE, C. S. ve GERBER, R. (1995). **Towards University Lecturers Conceptions of Student Learning**. Higher Education, 29, s.443–458.

CLEMENTS, D. SARAMA, J. (2002). Blocks for Young Children's Mathematical Development. **J. Educational Computing Research**.27: 93-110

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

COTTRİLL, J. (2003). An Overview of Theories of Learning in Mathematics Education Research. (http://homepages.ohiodominican.edu/~cottrilj/theory-pmet.pdf) adresinden 20.07.2007 tarihinde indirilmiştir.

DENZİN, N. K. ve LİNCOLN, Y.S. (1994). **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks, CA: Sage.

DİNDYAL, J. (2003). Algebraic Thinking In Geometry at High school Level.(Doktora Tezi, **Illınois State University)**

DÖNMEZ A. (2002). **Matematiğin Öyküsü ve Serüveni**. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

DURMUŞ, S., TOLUK, Z., OLKUN, S. (2002). Matematik Öğretmenliği 1. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Alan Bilgi Düzeylerinin Tespiti, Düzeylerin Geliştirilmesi İçin Yapılan Araştırma Ve Sonuçları**. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi,** Ankara

DUATEPE, A., ERSOY, Y.(2001). Teknoloji Destekli Matematik Öğretimi- 1: Hesap Makinesi ve Okullarda Geometri Öğretimi. **Matematik Etkinlikleri 2001 Sempozyumu**, Ankara.

ERASLAN, A. (2005). A Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles As They Explore Concepts Of Quadratic Functions. (Ph.D Thesis, **The Florida State University)**

EDWARDS, B AND WARDS, B. Surprises from Mathematics Education Research: Student (Mis)use of Mathematical Definitions. (http://www.wou.edu/~wardm/FromMonthlyMay2004.pdf) adresinden 16.06.2007 tarihinde indirilmiştir.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

FREUDENTHAL, H. (1973). **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: Reidel.

FURİNGHETTİ, F. AND POALA, D. (1999). Exploring Students' Images and Definitions of Area.. **Proceeding of the 23 rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Haifa, Israel, v.2, 345-352.

FYHN, A. (2006). A climbing girl's reflections about angles. **Journal of Mathematical Behavior**, v.*25*, 91–102.

GİNSBURG, H. P., JACOBS, S.F., ve LOPEZ, L.S. (1998). The teacher's guide to flexible interviewing in the classroom: Learning what children know about math. **Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.**

GİRALDO, VA. (2006). Generic Organizer For The Enrichment Of The Concept Image Of Derivative. **Brazil: Universidade Federal do Rio de Janeiro,**

GOLDENBERG, E. P., CUOCO, A. A.,MARK, J. (1998). A Role For Geometry in General Education. **Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers**

G.S. BIRMAN., K. NOMIZU,(1984**). Trigonometry in Lorentzian Geometry.** Ann. Math. Mont., 91 (9).

GÜNGÖRMÜŞ, L. (2002). Orta Öğretim Matematik Öğretiminde (Doğru, ışın,doğru parçası ve Çember) Kavram Yanılgıları.(Yüksek Lisans Tezi, **Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü)**

HARTTER, B. (1995). Concept İmage And Concept Definition For The Topic Of The Derivative. **Illınois state Unversity, Department of Mathematics**.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

HERSHKOWİTZ, R.(1990). Pschological Aspects of Learning Geometry In **Mathematics and Cognition** Nesher and J. Kilpatrick (Eds.), 70–95. Cambridge: Cambridge University Pres.

KAY, D. (2002). **College Geometry A Discovery Approach**. New York: Longman.
KEİSER J.(1997). The Development of Students' Understanding of Angle in a Non-Dierctive Learning Environment. **Indiana Universty.**

KEİSER, M. (2004). Struggles with Developing the Angle Concept: Comparing Sixth-Grade Students'Discourse to The History of Angle Concept. **Miami University, Department of Mathematics and Statistics.**

KEMANKAŞLI, N., ÖZSOY, N.(2004). Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgıları. **Türk Online eğitim Teknolojileri Dergisi** 3–4: Makale 19

KİBAR, A. (2002). Ortaöğretimde Geometri Dersinin Öğretiminde Karşılaşılan Zorluklar. (Yüksek Lisans Tezi, **Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü**)

MANKIEWICZ, R. (2002). **Matematiğin Tarihi,** Çeviri: Gökçen Ezber , (1. baskı). İstanbul: Güncel Yayıncılık,

MARTON, F. (1981) Orientations to studies, approaches to texts - learning as seen from the learner's point of view. Keynote address at the Jyväskylä Symposium on Research into Higher Education. In M. Panhelainen (Ed.) Higher education as a field of research. **University of Jyväskylä: Institute for Educational Research Bulletin,** 179, pp 3–12. (Revised version of No 61).

MARTON, F. (1984). Research on cognitive structure and conceptual change - a Swedish perspective. Paper presented at the **AERA Annual Conference at New Orleans,** April 23–27.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

MARTON, Ference., B. JOHANSSON ve L. SVENSSON. (1985). An Approach To Describing Learning As Change Between Qualitatively Different Conceptions. In A.L. Pines ve L.H. T. West (Eds.) **Cognitive Structure and Conceptual Change,** s. 233–257, New York, Academic Press.

MARTON, F. (1994). **In The International Encyclopedia of Education**. Second Edition , Volume 8. Eds. Torsten Husén ve T. Neville Postlethwaite. Pergamon, s. 4424 - 4429.

MARTON, F. ve S. BOOTH. (1997). **Learning and Awareness**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

MATSUA, N. (2000). States of Understanding Relations Among Concepts of Geometric Figures: Considered From the Aspect of Concept Image and Concept Definition. **Proceeding of The 24th Conference of the International Grup for The Psychology of Mathematics Education,** Japan. V.3, 271-278.

MEEHAN, M. (2002). Students' Meeting Advanced Mathematics For the First Time: can Mathematics Education research help (themhttp://www.maths.tcd.ie/pub/ims/bull49/M4901.pdf) adresinden 05.08.2007 tarihinde indirilmiştir.

MERRİAM, S. B. (1998). **Qualitative research and case study applications in education.** CA: Jossey-Bass**.**

MİTCHELMORE, MC.(2001). Teaching For Abstraction: Angle As a Case in Point. **24th Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia,** Sydney, Australia, 265-284.

ÖZBELLEK, S. (2003). İlköğretim 6. ve 7. sınıf düzeyindeki açı konusunda karşılaşılan kavram yanılgıları, eksik algılamaların tespiti ve giderilme

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

yöntemleri.(Yüksek Lisans Tezi, **Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü)**

PEKDEMİR, Ü. (2004). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri'nin Geometrik Yer Konusunda Öğrenci Başarısı Üzerine Etkisi.(Yüksek Lisans Tezi, **Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**)

POSNER, G. J., STRİKE, K.A. Accommnodation of a scientific conception: Toward a Theory of Conceptual Change. **Science Education,** 211–227.

POALO, D. Mathematical Discussion In Class About Students' Concept Images. **LıceoScıentıfıco "G.Bruno" Albenga.**

PROSSER, M. ve K. TRİGWELL. (1997). Relations Between Perceptions Of The Teaching Environment and Approaches To Teaching. **British Journal of Educational Psychology,** 67, s. 25–35.

PRZENIOSLO, M.(2002). Images of The Limit of Function Formed In The Course of Mathematical Studies At The University. **(Akademia Swietokrzyska, Instytut Matematyki, ul. Swietokrzyska)**

SALJO, R. (1988). Learning In Educational Settings: Methods of Inquiry In P. Ramsden. (Ed**.) Improving Learning: New Perspectives**, Kogan Page, London.

SCHONFELD, A. (1989). Problem Solving in Contexs, , In **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving; Research Agenda For Mathematics Education**, Charles R. and Silver, E. (ed.), vol.3. Rston,.Lawrence earlbaum Assoc and NCTM,

SERHAN, D. (2000). The effect of using graphing,calculators on students' concept images of the derivative at a point. (Ph.D Thesis, **Arizona State University**).

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

SİMPSON, T. L. (2002). Dare I oppose constructivist theory? **The Educational Forum**, 66(4), 347–354.

TALL, D. O. (1977). Conflicts and catastrophes in the learning of mathematics**. Mathematical Education for Teaching** 2,4 2–18.

TALL, D. O. ve VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, 12, 151–169.

TALL, D. O. (1987). Constructing the concept image of a tangent. **Proceedings of the Eleventh International Conference of P.M.E.**, Montreal, III 69-75.

TALL, D. (1988). Concept Image and Concept Definition. **Senior Secondary Mathematics Education**, QW veOC Utrecht, 37–41.

TRİGWELL, K.(2000). Phenomenography: Discernment and Variation. **Proceedings of the 1999 7th International Symposium,** Oxford Centre for Staff and Learning Development: Oxford pp 75–85.

UBUZ, B. (1999). 10. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Geometride Kavram Yanılgıları ve Cinsiyet Farklılıkları. **Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi,** Özel Sayı:11. Sf:179–184

ÜLGEN, G. (1995). **Eğitim Psikolojisi.** Ankara: Bilim Yayınları.

ÜSTÜN, I. (2003). Developing The understanding of Geometry Through A Computer-based Learning.(Yüksek Lisans Tezi, **The Middle east Technical University, The Department of Secondary Science and Mathematics Education**)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

VINNER, S. ve HERSHKOWITZ, R. (1980). Concept Images and some common cognitive paths in the development of some simple geometric concepts. **Proceedings of the Fourth International Conferenceof P.M.E**., Berkeley, 177-184.

VINNER, S. (1982). Conflicts between definitions and intuitions: the case of the tangent. **Proceedings of P.M.E. 6**, Antwerp, 24–28.

VINNER, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,** 14, 293–305.

VINNER, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), **Advanced Mathematical Thinking** (pp. 65 – 81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

YAGLOM, I.M. (1979). **A Simple Non-Euclidean Geometry And İts Physical Basis.** New York: Springer-Verlag.

YAZGAN, G. (2006). Ckc Modeline Göre 10. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Yer Kavramına İlişkin Kavramaları Üzerine Nitel Bir Araştırma.(Yüksek Lisans Tezi, **Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü**)

YILDIRIM, A. ve ŞIMŞEK, H. (2000). **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri**. Ankara: Seçkin Yayınevi.

YILMAZ, S,. KEŞAN, C., TURGUT, M., KABAKÇI, D. (2005). Kavram Haritaları Destekli Problem Çözme Merkezli Geometri Öğretiminin 7. Sınıf Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerine Etkisi. **XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi,** Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Denizli,

YİN, R. K. (1984). **Case study research: Design and methods.** Thousand Oaks, CA: Sage.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

WİLSON, M. (1993). One preservice secondary mathematics teacher's evolving understanding of mathematical functions, **Annual Meeting Of The American Educational Research Assosication**, Atlanta,

(1) http://mathforum.org/dr.math/faq/ (02.10.2007, 12:14)

(2) http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page (25.12.2007, 15:36)

(3) **http://mathworld.wolfram.com/ (21.01.2008**, 13:35)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

EKLER

EK 1:GÖRÜŞME FORMU

Merhaba, … Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin anlaşılması üzerine bir araştırma yapıyorum. Bu konuyla ilgili olarak sizinde görüşlerinizi almak istiyorum. Bana görüşme süresince söyleyeceklerinizin tümü gizlidir. Vereceğiniz bilgileri araştırmacıların dışında herhangi bir kimsenin görmesi mümkün değildir. Sizin isminiz veya söyleyeceğiniz herhangi bir şahsın ismi araştırma raporuna yazılmayacaktır. Bu görüşmenin yaklaşık 50–60 dakika süreceğini tahmin ediyorum.

Görüşmeyi kaydetmemin sizce bir sakıncası var mı? Görüşmeye başlamadan önce belirtmek istediğiniz bir düşünce veya sormak istediğiniz bir soru var mı? Araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz için şimdiden teşekkür ederim. İzin verirseniz sorulara başlamak istiyorum.

Sizinle Geometrinin temel kavramlarından "açı, geometrik yer, çember ve metrik" hakkında sohbet edeceğim. Katkılarınızdan dolayı şimdiden teşekkür ederim.

2) Açı kavramını nasıl tanımlarsınız? Bildiklerinizi paylaşabilir misiniz?
3) Sizce bir açının büyüklüğünden bahsederken kastedilen ne olabilir? Örneğin "$\hat{A}$ açısı 60°'dır." denildiğinde ne anlıyorsunuz?
4) İki eğri arasında herhangi bir açıdan bahsedebilir miyiz? Cevabınız evetse ne şekilde söz edebiliriz? Hayır ise neden söz edemeyiz?
5) Günlük yaşamda açı kavramına ne ölçüde ihtiyaç duyuyoruz? Ne zaman, nerelerde ve nasıl kullanıyoruz?

6) Açı kavramının ne olduğunu,
    a) İlkokul 4. sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye;

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

b) Lise 1. sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye;
c) Lisans seviyesinde öğrenim gören arkadaşınıza;
d) Üniversitede geometri dersini yürüten öğretim görevlisine;

nasıl tanımlardınız? Yaş grubuna göre yaptığınız tanımlamalar farklı ise nedenini benimle paylaşır mısınız?

7) Aşağıda size verilen açılar hakkında neler söyleyebilirsiniz?
   a) İki ışının belirttiği açı
   b) M harfi ile el yazısı *M* harfi üzerinde açı ya da açılar
8) Çember kavramı size neyi hatırlatıyor, söyler misiniz? Geometrik kavramlardan hangileri ile ilişkili olabilir, açıklayabilir misiniz?
9) Metrik deyiminden ne anlıyorsunuz? Metrik kavramı ile çember kavramı arasında bir ilişki kurulabilir mi? Evetse, nasıl bir ilişki olabilir? Hayal edebildiğiniz tüm çemberlerin şeklini çizebilir misiniz?
10) Geometrik yer kavramı size neyi çağrıştırıyor, birkaç tane örnek verebilir misiniz? Sizce geometrik yer kavramı ile ilgili en önemli kavram ya da kavramlar nelerdir? Nedenini açıklayabilir misiniz?
11) Geometrik yer kavramına ait aşağıdaki örnekler hakkında neler söyleyebilirsiniz?
   a) Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?
   b) Düzlemde sabit iki noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?
   c) Düzlemde sabit üç noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?
12) Düzlemde iki nokta belirleyip, bu noktaları birleştiren doğru parçasını çizer misiniz? Bu doğru parçasını $\frac{2}{1}$ oranında bölen noktaların
   a) Sayı doğrusu üzerinde
   b) Düzlemde
   c) Uzayda

geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Açıklayabilir misiniz?

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

13) Düzlemde iki nokta alalım. Bu noktaları birleştiren doğru parçasını çizer misiniz? Bu doğru parçasını

a) $a = \frac{p}{2}$

b) $a = \frac{p}{3}$

c) $a = \frac{2p}{3}$

radyanlık açıyla gören noktaların geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz?

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

EK 2: SÜREÇ İÇERİSİNDE ÖĞRETMEN ADAYLARINA SORULAN SORULAR

Soru: R^2 düzleminde bir uzaklık kavramı şu şekilde tanımlanıyor;

$A=(a_1,a_2)$ ve $B=(b_1,b_2)$ noktaları arasındaki uzaklık

$$d_1(A,B)=b_1-a_1$$

ve $[AB]$ doğru parçası y-eksenine paralel ise ikinci uzaklık

$$d_2(A,B)=b_2-a_2$$

eşitliği ile veriliyor. Bu tanıma göre;

d) O orijininden eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Şekil çizerek kısaca açıklayınız.

e) Bir $[AB]$ doğru parçasını eşit oranda bölen noktaların geometrik yeri hakkında neler söyleyebilirsiniz? Kısaca açıklayınız.

f) 1. uzaklık tanımını dikkate alarak, a açısını tanımlayınız. $\sin ga$, $\cos ga$, $\tan ga$ *ve* $\cot ga$ uzunluklarını şekil çizerek belirleyiniz.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

EK 3: LORENTZ VE GALİLE GEOMETRİLERİNE KISA BİR GİRİŞ

"Geometri neden soğuk ve kuru bir disiplin olarak algılanır? Bunun nedenlerinden biri, bir bulutun, dağın, kıyı şeridinin ya da bir ağacın şeklinin tam olarak tanımlanamamasındandır. Bulutlar daire değildir, dağlar koni değildir, kıyı şeritleri çemberler değildir ve yolar aslında sanıldığı gibi düz doğrular değildir.

Daha genel konuşacak olursak, doğa o kadar düzensiz ve parçalanmıştır ki, Euclides ile karşılaştırıldığında, doğada karmaşadan başka bir şey yoktur."

(Benoit Mandelbrot, 1977)

Bu bölüm geometrik kavramların farklı düzlem geometrilerde metriğe bağlı olarak değişmelerinin, öğretmen adaylarının uygun kavram imajı geliştirmesinde nasıl bir etki yaptığını görmek için anlatılmıştır. Araştırma için tasarlanan eğitim durumu içerisinde öğretmen adaylarına anlatılan bu bölüm için G.S. Birman ve K. Nomizu (1984)'un "*Trigonometry in Lorentzian Geometry*" isimli makaleleri ve YAGLOM, I.M. (1979)'ın "*A Simple Non-Euclidean Geometry And İts Physical Basis*" isimli kitabı referans alınmıştır.

Geometriler, reel düzlem üzerinde tanımlanan metrikler yardımıyla oluşur. E^2 Öklit düzlemi, R^2 vektör uzayı üzerinde Öklit iç çarpımının tanımlanmasıyla elde edilen bir alt uzaydır. R^2 üzerindeki metrik değiştiğinde farklı düzlemler ortaya çıkar. Örneğin, R^2 üzerinde Lorentz metriği tanımlanırsa L^2 ile gösterilen Lorentz düzlemi, Galile metriği tanımlanırsa G^2 ile gösterilen Galile düzlemi, …vs. elde edilir. Ortaöğretim ve lisans eğitiminde verilen derslerdeki bütün hesaplamalar Öklit metriği esas alınarak yapılır. Yani E^2, Öklidyen düzlemle çalışılır. Öğrencilerin sadece Öklidyen düzlemi bilmelerinin, geometriyi ve dolayısıyla geometrik

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

kavramları anlamalarında engel olduğu düşünülmektedir.

Dolayısıyla -belirtildiği gibi- bu bölümde Öklidyen düzlem geometriden farklı olarak L^2 ve G^2 düzlem geometrileri tanıtılacak ve bunların geometrik kavramları yapılandırmada ne derece etkili olduğu araştırılacaktır.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Lorentz Düzlem Geometrisi

$A = E^2$ afin uzay ve $V = L^2$ vektör uzayı verilsin. L^2 vektör uzayı üzerinde

$\langle x, y \rangle_L = x_1 y_1 - x_2 y_2 \quad , x, y \in L^2$

Lorentz iç çarpımı tanımlanırsa, L^2 afin uzayına Lorentziyen 2-uzay(=Lorentz düzlemi) veya Minkowski 2-uzayı(=Minkowski düzlemi) denir ve L^2 veya $\mathbb{i}_1^2$ ile gösterilir.

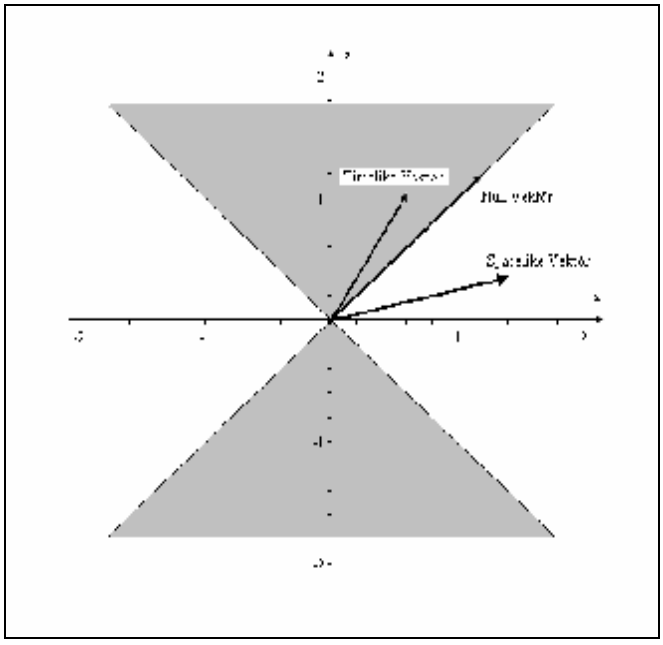
Bir $x \in L^2$ vektörü verilsin.

i. $\langle x, x \rangle > 0$ ise x 'e bir *spacelike vektör*,

ii. $\langle x, x \rangle < 0$ ise x'e bir *timelike vektör* ,

iii. $\langle x, x \rangle = 0$ ise x' e *lightlike (null) vektör*

denir (Şekil–28).



Şekil–28 Lorentz Düzlemde Vektörler

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Lorentz Birim Çemberleri

$x \in L^2$ spacelike birim vektör olmak üzere

$\langle x, x \rangle = 1$

eşitliğini sağlayan x noktalarının cümlesine *Lorentziyen birim çember* denir ve S_1^1 ile gösterilir.

$\langle x, x \rangle = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x_1^2 - x_2^2 = 1$

dir.

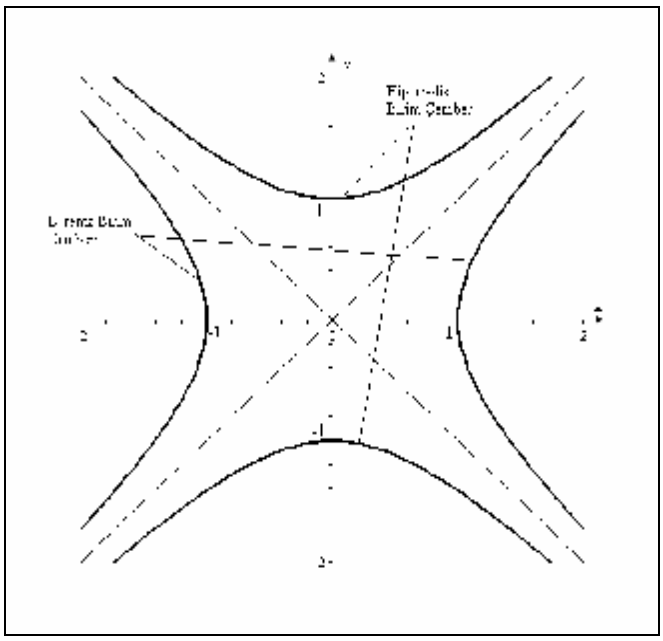
Benzer şekilde $x \in L^2$ timelike birim vektör olmak üzere

$\langle x, x \rangle = -1$

eşitliğini sağlayan x noktalarının cümlesine *hiperbolik birim çember* denir ve H_0^1 ile gösterilir.

$\langle x, x \rangle = -1 \quad \Leftrightarrow \quad x_1^2 - x_2^2 = -1$

dir.



Şekil–29 Lorentz Düzlemde Birim Çemberler

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Lorentz düzlemde Açı ve Açı Ölçüsü

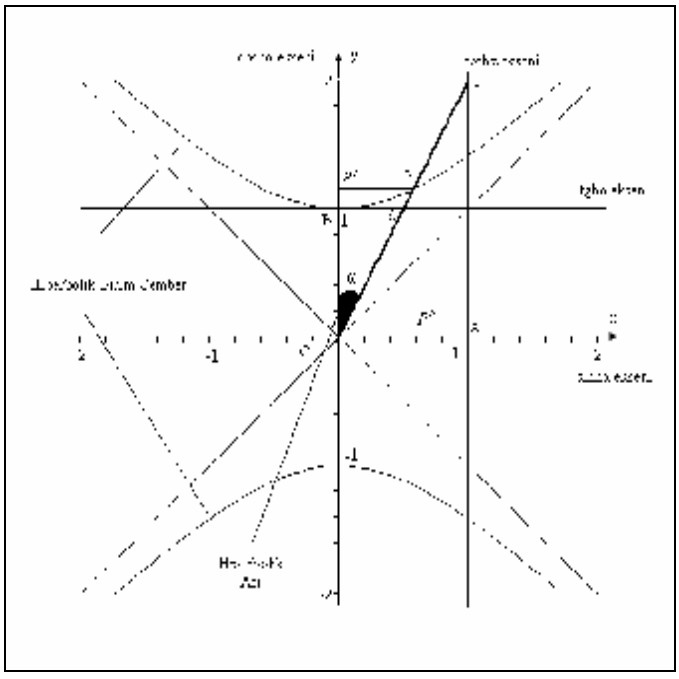
$x, y \in L^2$ time-like vektörler olsun.

$A : L^2 \to L^2$

$X \to AX$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} chq & shq \\ shq & chq \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

eşitliğini sağlayan q reel sayısına x den y'ye *yönlendirilmiş hiperbolik açı* denir (Şekil 30). $|q|$ ' ya yönlenmemiş açı denir.



Şekil–30 Lorentz Düzlemde Hiperbolik Açı ve Ölçüsü

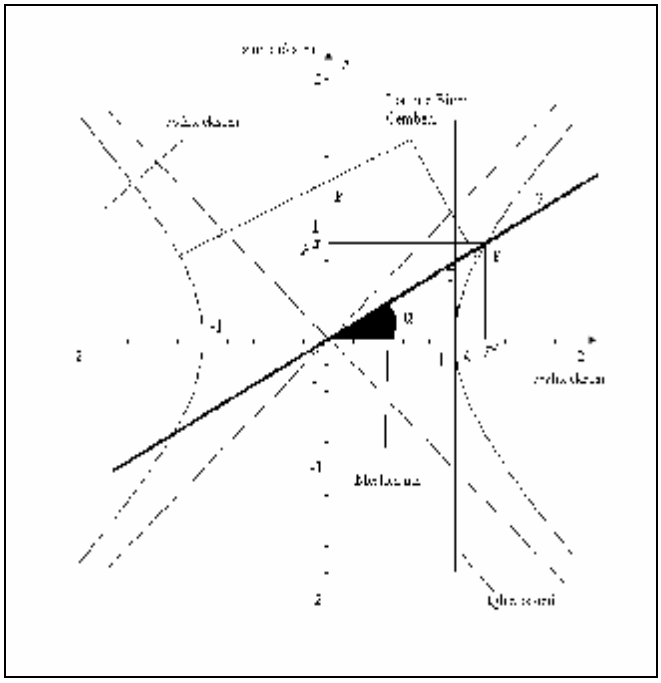
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$x, y \in L^2$ space-like vektörler olsun.

$X \to AX$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} chq & shq \\ shq & chq \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

eşitliğini sağlayan q reel sayısına x den y'ye *yönlendirilmiş merkez açı* denir. (Şekil 31).



Şekil–31 Lorentz Düzlemde Merkez Açı ve Ölçüsü

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Galile Düzlem Geometrisi

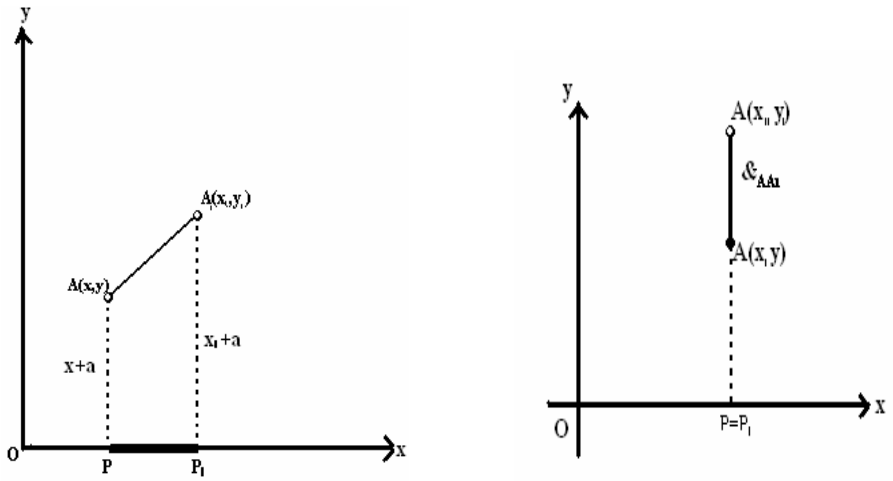
Galile geometrisinde $A(x,y)$ ile $A_1(x_1,y_1)$ noktaları arasındaki uzaklık şu şekilde formülize edilir:

$$d_{AA_1} = x_1 - x$$

bu uzaklık AA_1 doğru parçasının $x-$eksenine olan dik izdüşümünü ifade eder. Burada dikkat edilirse uzaklık negatif olabilir. Sonuçta $d_{AA_1} = d_{A_1A}$ dır.

Eğer A ve A_1 arasındaki d_{AA_1} uzaklığı sıfırsa $x_1 = x$ dir. A ve A_1 noktaları aynı özel doğruya aitse (y - eksenine paralel Şekil 32 deki gibi) bu tip noktalar için aşağıdaki gibi özel bir uzaklık belirtilir.

$$d_{AA1} = y_1 - y$$



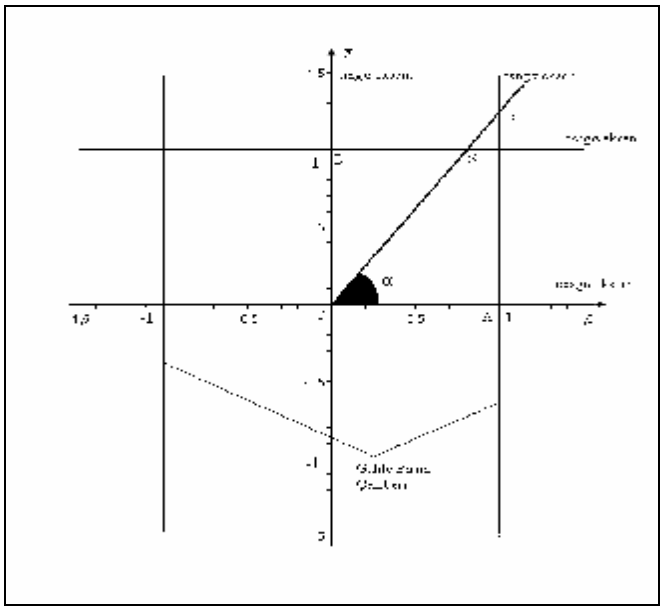
Şekil–32 Galile Düzleminde Uzaklık

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Galile Birim Çemberi ve Açı Ölçüsü

Galile geometrisinde, Q merkezli r yarıçaplı bir r çemberi, Q'ya uzaklıkları r olan iki özel doğrudan oluşur. Eğer r = 0 ise iki özel doğru çakışıktır. Eğer bir Galile çemberi (s) belirli bir yarıçapa sahipse (bu yarıçap iki özel doğru bileşeni arasındaki uzaklığın yarısına eşit)

Galile düzleminde birim çemberi aşağıdaki gösterilmiştir.



Şekil–33 Galile Düzleminde Birim Çember ve Açının Ölçüsü

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com