GAZİ
EĞİTİM BİLİMLERİ DERGİSİ

GAZİ
JOURNAL OF EDUCATION SCIENCES

İlköğretim Matematik Eğitimi Öğrencilerinin Süreklilik ve Türev Tanımlarını Verilen Problemlerin Çözümünde Kullanıp Kullanamadıklarının İncelenmesi

Rüveyda ARSLAN[a], Ahmet IŞIK[b]

Yüklenme: 07.03.2025 **Kabul:** 30.11.2025

Yayınlanma: 01.12.2025

Anahtar Kelimeler:
Kavram,
Tanım,
Süreklilik,
Türev

Keywords:
Concept,
Definition,
Continuity,
Derivative

Yazar Bilgileri:
a. Gazi Üniversitesi,
Gazi Eğitim Fakültesi,
Ankara, Türkiye
Orcid: 0009-0006-1114-866X
ruveydaarslan@gazi.edu.tr
Sorumlu Yazar

b. Gazi Üniversitesi,
Gazi Eğitim Fakültesi,
Ankara, Türkiye
Orcid: 0000-0002-1055-2330
isikahmet@gazi.edu.tr

ÖZET

Analiz derslerine ait tanımlar ve tanımlarla ilgili işlemler öğrencilerin yeterli alan bilgisine sahip olmaları açısından oldukça önemlidir. Bu dersleri alan öğrencilerin, kavram ve tanımları algılamaları, tanımlarla ilişkili işlemleri yapabilmeleri beklenmektedir. Analiz I dersinde geçen kavramlar bir sonraki dönem okutulacak olan Analiz II dersinin kavramları için ön bilgi sayılmaktadır. Analiz dersi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalındaki alan eğitiminin temel derslerinden olup Analize Giriş, Analiz I, Analiz II ve Analiz III adıyla üst üste dört dönem okutulmaktadır. Bu dersleri alan öğrencilerin, her bir dersin içeriğinde bulunan kavram ve tanımları algılamaları, tanımlarla ilişkili işlemleri yapabilmeleri beklenmektedir. Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin Analiz-I dersinde bulunan süreklilik ve türev tanımlarını kavrama durumlarına göre bu tanımları verilen problemlerin çözümünde kullanıp kullanamadıklarını incelemektir. Ayrıca araştırma sorularıyla öğrencilerin kendilerini ifade etme becerileri de incelenmiştir. Araştırma nitel veri toplama yöntemlerinden durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcıları, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören 45 birinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu test maddeleri ve yarı yapılandırılmış mülakat formu kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış mülakattan elde edilen kayıtlar transkript edilmiştir ve veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin bazı tanım ve tanımlarla ilgili işlemsel problemler arasında ilişki kurmakta problem yaşadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin verilen kavram, formül ve tanımları ezberlediği ve problem çözerken ezber/taklit yolunu kullandıkları görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerin çoğunluğunun gerekli yerde işlem basamaklarını takip edemedikleri bu nedenle yanlış cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Bu derslerin içeriğinde olan kavramların hem kavramsal hem de işlemsel olarak derinlemesine tartışılması ve benzeri araştırmaların yapılması önerilebilir.

Arslan, R., & Işık, A. (2025). İlköğretim matematik eğitimi öğrencilerinin süreklilik ve türev tanımlarını verilen problemlerin çözümünde kullanıp kullanamadıklarının incelenmesi. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi, 11*(3), 438-467.
DOI: https://dx.doi.org/10.30855/gjes.2025.11.03.002

GAZİ
EĞİTİM BİLİMLERİ DERGİSİ

GAZİ
JOURNAL OF EDUCATION SCIENCES

An Examination of Elementary Mathematics Education Students' Ability to Use the Definitions of Continuity and Derivative in Solving Given Problems

ABSTRACT

Definitions and operations related to definitions addressed in Calculus courses play a crucial role in enabling students to develop adequate field knowledge. Students taking these courses are expected to perceive concepts and definitions, as well as perform operations based on them. The concepts in Calculus-I course are considered as preliminary knowledge for those taught in Calculus-II in the following semester. The purpose of this research is to examine whether the first-year students of primary school mathematics teaching comprehend the definitions of continuity and derivative in Calculus -I course and are able to use these definitions when solving given problems. Additionally, the students' self-expression skills were examined through the research questions. A case study design, employing qualitative data collection methods, was adopted. The participants of the study consisted of 45 first-grade students enrolled in the Primary Mathematics Education Program. Open-ended test items and a semi-structured interview form were used as data collection tools. Interview recordings were transcribed, and the data were analyzed using content analysis. The findings indicate that students experienced difficulties in establishing connections between certain definitions and the operational problems related to those definitions. It was observed that students tended to memorize concepts, formulas, and definitions rather than develop meaningful understanding. Most students were unable to follow operational steps correctly, which led to incorrect responses. In light of these findings, it is recommended that the concepts in these courses be discussed in depth, both conceptually and operationally, and that similar studies be conducted in future research.

Arslan, R., & Işık, A. (2025). İlköğretim matematik eğitimi öğrencilerinin süreklilik ve türev tanımlarını verilen problemlerin çözümünde kullanıp kullanamadıklarının incelenmesi. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi, 11*(3), 438-467.
DOI: https://dx.doi.org/10.30855/gjes.2025.11.03.002

GİRİŞ

Matematik insanların doğruyu bilme ve anlama eylemi sonucunda gelişen düşünsel bir uğraştır. Diğer bir ifadeyle matematik, matematiksel kavramların soyutlanması ile ortaya çıkan bir soyutlama bilimidir (Altun, 2014). Matematik kendi içerisinde çeşitli alt dallara ayrılmıştır. Bu alt dallar içerisinde Analiz dersleri matematik lisans programlarında önemli bir yere sahiptir. Matematik öğretmen adayları için mesleki gelişimlerinde öneme sahip olan analiz dersleri, ilköğretim matematik öğretmenliği programlarında Analize Giriş, Analiz-I, Analiz-II ve Analiz-III adı altında ilk dört yarıyıllık bir süreç içinde verilmektedir. Kavramsal olarak birbirlerinin devamı niteliğinde olan bu derslerden Analiz-I dersi, YÖK'ün 2021'de içeriklerini her bir fakültenin ilgili ana bilim dalının oluşturmasına izin verdiği ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı müfredatına göre birinci sınıfın ikinci yarıyılında haftada altı (4 saat teorik + 2 saat uygulama) saat olarak okutulmaktadır. Bu dersin içeriğini fonksiyonlarda süreklilik, türev, belirsiz integral ve belirli integral konuları ve bu konularla ilgili temel tanım ve teoremler oluşturmaktadır. Matematik öğretmeni adaylarının alanla ilgili kavramlar ve kavramlarla alakalı işlemler arasında ilişki kurabilmeleri için alan bilgilerine hâkim olmaları çok önemlidir (Işık ve Arslan, 2020). Öğretmenlik mesleği genel yeterliklerine bakıldığında öğretmenlerde Alan Bilgisi ve Alan Eğitimi bilgisi yeterliklerinin olması gerektiği görülmektedir. Çünkü alan bilgisi olmadan alan eğitimi yapılamayacağı açıktır. Matematikte alan bilgisi; kavram bilgisi ve bu kavrama ait işlemlerin kuralına uygun olarak yapılabilmesini içerir. Öğretmen adaylarının ne düzeyde bir alan bilgisine sahip olduklarının incelenmesi öğretmen adaylarının yeterliğinin değerlendirilebilmesi açısından önem taşımaktadır. Öğrencilerin kavram bilgileri ile işlem bilgilerini ayrı ayrı ele alarak değerlendirme yapma, öğrencilerin başarısızlıklarını ve başarılarını daha iyi anlamaya yardımcı olacak şekilde öğrenme sürecini yorumlamanın etkili bir yoludur (Hiebert ve Lefevre, 1986).

Tanımlar, matematiğin tüm basamaklarında yer aldığı için ilgili kavramın öğretimi ve öğreniminde oldukça önemlidir. Tanımlar soyutlamalar sonucu elde edilir bu anlamda matematikteki kavramların ezberden uzak bir şekilde algılanması gerekir (Altun, 2014). Kavram bilgisinin yeterli olabilmesi için bir kavramın tanımını ve ismini bilmek yeterli değildir. Kavramla ilgili tanımın yanı sıra kavramlar arasındaki ilişkilerin de bilinmesi gerekir. Ayrıca kavramın bir anlam ifade edebilmesi için işaret ettiği anlamın da içselleştirilmesi gerekir (Baki ve Kartal, 2004).

Öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmesine yardımcı olabilmeleri için öncelikle matematiksel bilgiye sahip olmaları gerekmektedir (Ball, 1988; Fennema ve Franke, 1992). Matematiksel bilgi genel anlamda kavram bilgisinin yanı sıra işlem bilgisini de içerir. Kavramsal bilgi, işlemsel bilgiye temel oluşturarak onu anlamlı kılar. Matematik Dersi Öğretim Programı amaçları arasında öğrencilerin, Matematiksel düşünme ve uygulama becerileri kazanmaları ve Matematiği doğru, etkili ve faydalı bir şekilde kullanmaları yer almaktadır (MEB, 2018). Programda yer alan 'Limit ile ilgili özellikleri belirterek uygulamalar yapar', 'Türev kavramını açıklayarak işlemler yapar.' 'Bir fonksiyonun bir noktada ve bir aralıkta türevlenebilirliğini değerlendirir.' ve 'Türevlenebilen iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı ve bölümünün türevine ait kurallar yardımıyla işlemler yapar.' kazanımlarıyla da kavramsal ve işlemsel bilginin birlikte kazandırılması hedeflenir (MEB, 2018). Özellikle Hiebert'in konuyla ilgili kitabının (1986) yayımlanmasından bu yana, "kavramsal bilgi" ve "işlemsel bilgi" terimleri, matematiksel bilgiyi düşünmek ve analiz etmek için yaygın olarak kullanılan bir çerçeve olarak hizmet etmiştir. Hiebert ve Lefevre (1986) kavramsal bilgiyi "ilişkiler açısından zengin bilgi" olarak tanımlamaktadır. Hiebert ve Lefevre'ye göre işlemsel bilgi, "matematik problemlerini çözmeye yönelik kurallar veya işlemler" olarak tanımlanır. Ancak kavramsal bilgi ile işlemsel bilgiyi kesin olarak ayırmak mümkün değildir. Bir kişinin temel kavramlar arasında güçlü bağlantılar kurabilmesi, verileri kullanarak çözümlere ulaşabilmesi ve istenen matematiksel yapıyı bulabilmesi için işlemsel bilgiyi oluşturan kavramsal bilgiye sahip olması gerekir. Ayrıca kişi sahip olduğu kavramsal bilgiyle bildiği sembol ve kurallarla ilgili matematiksel yapıyı kolayca açıklayabilir. İşlemsel bilgi ve kavramsal bilgi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, iyi bir alan bilgisine sahip olabilmek için her iki tür bilgiye de sahip olunması gerektiği tespit edilmiştir (İşleyen ve Işık, 2003).

Öğretim sürecinde; süreklilik ve türev konularını hem orta öğretim kurumlarında hem de lisans programlarındaki derslerde öğreticilerin öğrencilere nasıl anlattıkları veya kavratmaya çalıştıklarına bağlı olarak öğrencinin bu kavramları nasıl anlamlandırdığı, bu kavramların bulundukları konumdan daha önemlidir. Gökçek ve Açıkyıldız'ın (2016) matematik öğretmeni adaylarının türev kavramı ile ilgili anlayışları ve bu türev kavramını anlama sürecinde karşılaştıkları zorlukları ortaya koymak amacıyla yaptığı çalışmada, genel anlamda öğretmen adaylarının türev hakkında yüzeysel bilgilere sahip olduğunu ve tanımların içeriklerini tam olarak içselleştiremediklerini belirtmektedirler. Turan ve Erdoğan'ın (2016) süreklilik kavramına ilişkin öğretmen adaylarının kavramsal yapıları

incelediği çalışmada süreklilik için "devam Eden- kesintisiz" kategorisinde değerlendiği görülmüştür. Özturan Sağırlı vd.'nin (2010) on ikinci sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada matematiksel modelleme yönteminin öğrencilerin türev konusundaki genel türev başarılarına etkisinin olup olmadığı incelenmiş ve matematiksel modelleme yöntemi uygulanan gruptaki öğrencilerin genel türev başarı ortalamalarının daha yüksek olduğu görülmüştür. Duran ve Kaplan (2016) lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına, tanımının görselleştirilmesine ve türev-süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgilerini incelemek amacıyla yaptıkları çalışmada lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına yönelik gerekli tanımları yaptıkları ancak tanımların yetersiz olduğu belirlenmiştir. Doruk vd.,'nin (2018) türev tanımını yorumlama becerilerini ve türev kavramına yükledikleri anlamları ortaya çıkarmak amacıyla yaptıkları çalışmada öğrencilerin türevin formel tanımını yorumlamakta güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Baştürk ve Dönmez'in (2011) araştırma sonuçlarına göre, öğretmen adayları bir fonksiyon bir noktada limiti varsa o noktada tanımlı ve sürekli olması gerektiğini düşünmektedirler. Yapılan çalışmada aynı zamanda, bazı öğretmen adaylarının tanımsızlık ve belirsizlik kavramlarını ayırt etmede problemleri bulunduğunu raporlamışlardır. Doruk ve Kaplan'ın (2013) öğretmen adaylarının dizilerde yakınsaklık kavramının ispat sürecini inceledikleri araştırmanın sonucuna göre öğretmen adaylarının yakınsak dizi kavramını anlamlandırma noktasında sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir.

Çiltaş (2011), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerini ve matematiksel modelleme yönteminin dizi ve seriler konusunda öğrenmeye etkisini incelemeyi amaçladığı çalışmanın hazırlık aşamasında, dizi ve seriler konusuna ait kavramları öğrenmede güçlükler yaşadıkları ve bu kavramlara yönelik herhangi bir zihinsel model oluşturamadıkları belirlenen öğretmen adaylarının çalışma sonunda başarılarının arttığı ve belirlenen öğrenme güçlüklerinin giderildiği tespit edilmiştir. Çiltaş ve Işık'ın (2012) dizi ve seri kavramları ile ilgili zihinsel modellerin belirlenmesine yönelik yaptıkları çalışmada, öğrencilerin modelleme ile ilgili yeterince bilgi sahibi olamadıkları ve zihinlerinde belirli bir model oluşturamadıkları görülmüştür. Dane vd.'nin (2016) yaptıkları çalışmada öğrencilerin çoğunluğunun limit, türev ve belirli integral ile ilgili problemlerde işlemsel bilgilere hakim oldukları ancak süreklilik konusundaki problemlerin çözümünde işlemsel bilgilere sahip olmadıkları görülmüştür. Ayrıca aynı çalışmada katılımcıların verilen problemlerinin çözümüne ilişkin yeterli kavramsal bilgiye sahip olmadıkları tespit edilmiştir.

Literatürdeki çalışmalarda genellikle araştırmaya konu olan matematiksel kavramlar için öğrencilerin işlem bilgilerinin iyi düzeyde iken kavramsal bilgi düzeylerinin eksik ve yetersiz olduğu görülmüştür (Toğrul, 2014). Bu matematiksel kavramlar incelendiğinde kümeler (Zehir vd. 2008), olasılık (Ata, 2013; Karaaslan ve Ay, 2017), türev (Gedik Altun, 2019), integral (Delice ve Sevimli, 2010; Yılmaz, 2022), EBOB-EKOK (Toğrul, 2014), rasyonel sayılar (Birgin ve Gürbüz, 2009), cebirsel ifadeler ve denklemler (Sarı, 2012) konuları ile karşılaşılmıştır. Bu araştırmalarda araştırmacılar, kavramsal bilgi düzeyleri ile işlemsel bilgi düzeyleri arasındaki ilişkiye baktığında bir denge olmadığını tespit etmişlerdir (Karaaslan ve Ay, 2017; Soylu ve Aydın, 2006). Kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri kıyaslandığında işlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasında anlamlı düzeyde farklılık olduğun ve farklılığın işlemsel bilgi lehine olduğu belirtilmiştir (Zuya, 2017). Bu çalışmaların aksine iki bilgi düzeyinin de yetersiz olduğunu belirleyen çalışmalara da rastlanmıştır (Ata, 2013). Bazı çalışmalar kavramsal bilgi ile işlemsel bilginin birbirini pozitif yönde etkilediğini belirtmiştir (Al-Mutawah vd., 2019; Rittle-Johnson vd., 2015; Rittle-Johnson ve Siegler, 1998).

Araştırma sürecinde literatür taraması yapılırken bu çalışmanın benzeri olan, yani problem çözmede ilgili kavramların tanımlarını kullanma becerileriyle ilgili, fonksiyonların sürekliliği ve türevi ilgili benzer çalışmalara rastlanmıştır. Bu nedenle süreklilik ve türev kavramlarına ait işlemsel bilginin ilişkisinin incelendiği bir özel durum çalışmasının, ayrıntılı veri sağlaması ve ileride yapılacak olan çalışmalara yön vermesi bakımından literatüre önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Analiz 1 dersindeki kavramların öğretim çıktıları gelecek dönemlerdeki Analiz derslerine bir altyapı niteliğindedir ve öğrencilerin gelecek dönemlerde öğretilecek alan eğitimi derslerine hâkim olmaları bakımından önemlidir. Bu sebepten bir sonraki dönemde okutulacak Analiz derslerini anlayabilmeleri, yeni kavram ve işlemler arasında ilişki kurabilmeleri için bu derste neyi anlayıp anlamadıklarının, nerede hata yaptıklarının ve eksiklerinin bilinmesi ve tespit edilmesi sonraki dönemlerde öğrencilerin hangi düzeyde bir hazır bulunuşluğa sahip olduklarının bilinmesini sağlayacaktır. İlköğretim matematik eğitimi ana bilim dalının birinci sınıfında öğrenim gören Analize Giriş ve Analiz-I dersini alan öğrencilerin, süreklilik ve türev konularına ait temel tanımları süreklilik ve türevle ilgili problemlerin çözümünde kavramsal olarak kullanabilme becerilerini araştırmak amacıyla yapılmıştır. Bu doğrultuda araştırmanın problemi: İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin Analiz-I dersi içeriğinde bulunan süreklilik ve türev tanımlarını

kavrayıp bu tanımları verilen problemlerin çözümünde kullanıp kullanamadıklarını incelemektir.

YÖNTEM

Bu çalışmada araştırmacının, belirli bir zaman dilimiyle sınırlı bir ya da birkaç durumu, gözlem, görüşme, görsel-işitsel materyaller, dokümanlar ve raporlar gibi çoklu veri toplama araçlarını kullanarak derinlemesine incelediği ve bu durumlar ile duruma bağlı temaları tanımladığı nitel bir araştırma olan durum çalışması kullanılmıştır (Creswell, 2007).

Çalışma Grubu

Araştırma bir devlet üniversitesinde Eğitim Fakültesinde öğrenim gören ve çalışmanın amacına uygun olarak Analiz-I dersini alan (süreklilik, limit ve türev konularını içerdiği için) birinci sınıftaki öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Etik kurallarına uygun olması bakımından bu 45 öğrenciye kod numaraları verilerek Ö1, Ö2, Ö3, …, Ö45 şeklinde kodlanmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama araçları; 2021 yılında uygulamaya konulan ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı ders içerikleri kazanımlarına uygun olarak hazırlanmış süreklilik ve türevle ilgili açık uçlu test maddeleri uygulanmış ve öğretmen adaylarının fikirlerini derinlemesine incelememize yarayacak şekilde yarı yapılandırılmış mülakat soruları kullanılmıştır. 'Bu işlemi kasıtlı mı yaptın?' 'İşlemlerinde hata olduğunu düşünüyor musun?' gibi sorular hazırlanmış ancak mülakat sırasında her öğrenci farklı hatalar ve işlemler yaptığı için farklı sorular yöneltilmiştir. Açık uçlu sorular hazırlandıktan sonra araştırmanın amacına uygun olup olmadığının değerlendirilmesi için matematik eğitimi alanından bir uzmanın görüşleri alınmıştır. Uzman görüşleri sonucunda sorulacak sorular belirlenmiştir.

Testte sürekli fonksiyon ve süreklilik şartları ile türev kavramlarının tanımını yapmaları istenmiştir. Burada amaçlanan öğrencilerin kendi ifadeleri ile sahip oldukları bilgiyi aktarabilme becerilerini ölçmektir. Verilen fonksiyonların türevlerinin alınması istenmiş bu sayede öğrencinin ifade ettikleri çözüm yaklaşımlarını kendi çözümlerinde kullanıp kullanmadıklarını tespit edebilmek amaçlanmıştır. Ayrıca verilen türev alma sorularında öğrencilerin işlem becerisi ölçülmeye çalışılmıştır.

Verilerin Analizi

Bu çalışmanın analiz yöntemi, içerik analizi yöntemidir. İçerik analizi yöntemi, araştırmacıların kategori ve kodlar aracılığıyla belirli bir konu ya da sorunla ilgili bilgi edinmelerine ve bu bilgileri kullanarak anlamlı sonuçlara ulaşmalarını sağlar (Alanka, 2024). Bu çalışmanın veri analizinde öğrencilerin yanıtlamış olduğu açık uçlu test maddelerinden elde edilen veriler analiz edilmiş ve veriler tablolaştırılarak yorumlanmıştır. Öğrencilerin açık uçlu test maddelerine verdiği cevaplar Doğru (2), Kısmen Doğru (1), Yanlış/Boş (0) olarak kodlanıp puanlanarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin yaptığı hataların gerçekten hata olup olmadığını anlamak amacıyla en çok yanlış yapılan sorularla ilgili 12 öğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Gerçekleştirilen mülakatta ilk önce her öğrenciye belirli sayıda aynı soru sorulması hedeflenmiş ancak mülakata tabi tutulan 12 öğrencinin açık uçlu test maddelerinde genel olarak birbirinden bağımsız hatalar yapmalarından dolayı her öğrenciye, verdiği yanıtlar dikkate alınarak önceden hazırlanmış, iki uzman tarafından kontrol edildikten sonra farklı sorular amaçlı olarak yöneltilmiştir. Yarı yapılandırılmış mülakat soruları;

- Öğrencilerin yaptıkları yanlışların bir hata mı yoksa kavram yanılgısı mı olduğunu anlamak,
- Hatayı yaparken nasıl düşündüklerini, o işleme karar vermelerindeki etkeni öğrenmek,
- Tanımlar ve kavramları kavrayıp-kavramadıklarını belirlemek,
- Tanım ve işlemleri yaparken ezber/taklit yoluna gidip gitmediklerini saptamak amacıyla sorulmuştur.

Etik Kurul İzin Belgesi

Bu araştırma Gazi Üniversitesi Rektörlüğü Etik Komisyonu'nun 12.11.2024 tarihinde 18 sayılı toplantısında görüşülmüş olup etik yönden uygun bulunmuştur.

BULGULAR

Bu bölümde araştırmaya katılan ilköğretim matematik eğitimi anabilim dalı öğrencilerinin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar ile en çok hata yapanlarla gerçekleştirilmiş olan yarı yapılandırılmış mülakatla ilgili bulgular ve yorumlar sunulmuştur. Katılımcıların kavramlar ve problemler ile ilgili yaptığı hatalar;

Tanımı/Kavramı anlamlandıramama

Problem çözümüne sezgisel yaklaşma

Problem çözümü için ezber/taklit yoluna gitme

Benzer iki kavramı birbirine karıştırma

İşlem hatası yapma

olmak üzere beş başlık altında toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış mülakattan elde edilen veriler ise bu ayrışıma tabi tutulmamıştır, bu ayrışımdan bağımsız olarak analiz edilmiştir.

Araştırmanın katılımcılarının açık uçlu test maddelerine verdiği cevaplar Doğru (2), Kısmen Doğru (1), Yanlış/Boş (0) olarak kodlanıp puanlanarak tablolaştırılmıştır. Bu araştırmada test maddelerinin tamamına doğru cevap veren her katılımcı en fazla 20 alacaktır.

Tablo 1

Araştırmanın Katılımcılarının Test Maddelerine Verdikleri Cevapların Puanları

	P1			*P2*		*P3*		*P4*	*P5*	
	Tanım	*a-şıkkı Çözüm*	*b-şıkkı Çözüm*	*Tanım*	*Çözüm*	*a-şıkkı Çözüm*	*b-şıkkı Çözüm*	*Çözüm*	*a-şıkkı Çözüm*	*b-şıkkı Çözüm*
Ö1	2	0	1	1	1	1	0	0	0	0
Ö2	0	0	0	2	2	0	0	2	0	0
Ö3	2	0	0	2	0	1	2	0	0	0
Ö4	2	0	0	0	2	2	0	2	1	0
Ö5	2	1	2	2	2	1	2	2	0	0
Ö6	0	0	1	2	2	1	2	2	0	0
Ö7	2	0	2	2	2	2	2	2	0	2
Ö8	2	0	2	1	1	2	2	2	2	0
Ö9	0	0	2	2	2	2	1	2	0	0
Ö10	0	0	0	2	2	1	2	0	0	0
Ö11	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0
Ö12	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2
Ö13	2	0	2	2	0	2	2	2	0	0
Ö14	2	0	1	2	0	0	0	2	0	0
Ö15	0	0	1	2	2	0	0	0	0	0
Ö16	2	0	1	2	2	2	2	0	0	0
Ö17	2	0	0	1	2	2	2	2	2	2
Ö18	2	1	2	2	0	0	0	0	0	0
Ö19	1	0	2	2	2	2	2	2	0	0
Ö20	2	0	0	2	2	2	2	0	0	0
Ö21	1	0	0	1	0	0	2	0	0	0

Tablo 1

Araştırmanın Katılımcılarının Test Maddelerine Verdikleri Cevapların Puanları

	P1			*P2*			*P3*		*P4*	*P5*	
Ö22	0	0	0	2	1	1	0	2	2	0	
Ö23	1	0	1	1	2	2	1	0	0	0	
Ö24	2	0	2	2	2	2	0	2	0	0	
Ö25	2	0	2	2	2	2	2	0	1	2	
Ö26	0	0	0	2	2	2	2	0	2	0	
Ö27	1	0	0	2	2	2	0	0	0	0	
Ö28	2	0	0	2	2	2	2	0	0	0	
Ö29	0	0	0	2	2	2	2	2	0	0	
Ö30	2	1	0	2	2	1	2	0	1	0	
Ö31	2	0	2	1	2	1	1	0	1	0	
Ö32	2	1	2	2	2	0	2	0	2	0	
Ö33	2	1	2	2	2	2	0	2	2	0	
Ö34	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Ö35	2	0	1	2	2	2	0	0	1	2	
Ö36	2	0	2	2	2	2	0	0	0	0	
Ö37	0	0	1	2	2	1	0	0	0	0	
Ö38	2	1	1	2	2	2	2	2	0	0	
Ö39	0	0	2	2	2	1	0	2	1	0	
Ö40	2	0	2	2	0	2	2	0	0	0	
Ö41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Ö42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Ö43	0	0	1	2	2	1	2	2	0	0	
Ö44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Ö45	1	0	0	2	2	2	2	2	0	0	

Katılımcılara beş ana soru sorulmuştur (P1, P2, P3, P4 ve P5). İlk soru; bir tanım sorusu ve iki seçenek olmak üzere üç sorudan oluşmaktadır. Üçüncü ve beşinci sorular da iki seçenekten oluşmaktadır. Araştırmanın katılımcılarının açık uçlu test maddelerine verdiği cevaplar doğru (2), kısmen doğru (1), yanlış/boş (0) olarak kodlanıp puanlanarak tablolaştırılmıştır. Bu araştırmada test maddelerinin tamamına doğru cevap veren her katılımcı en fazla 20 alacaktır. Her bir öğrenci için puanlama tabloda gösterilmiştir. Aşağıdaki tabloda *'Sürekli fonksiyonun tanımını yapınız ve a. Sürekli fonksiyon tanımını kullanarak, b. Süreklilik şartlarını yazarak, f:IR-{0}→IR , f(x)=1/x fonksiyonunun* $x_0 \epsilon R \setminus \{0\}$ *noktasında sürekli olup olmadığını gösteriniz.'* sorusuna öğrencilerin verdiği cevapların

analizi verilmiştir.

Tablo 2

Birinci soruda Sürekli Fonksiyon Kavramının Tanımlanmasına Yönelik Açık Uçlu Soruya Öğrencilerin Verdiği Cevapların Analizi

Seçenekler	Tanım		a Seçeneği		b Seçeneği	
	f	%	*f*	%	*f*	%
Doğru	30	66,66	0	0	16	35,55
Kısmen doğru/Eksik	6	13,33	6	13,33	10	22,22
Yanlış/Boş	9	20	39	86,66	19	42,22
Toplam	45	100	45	100	45	100

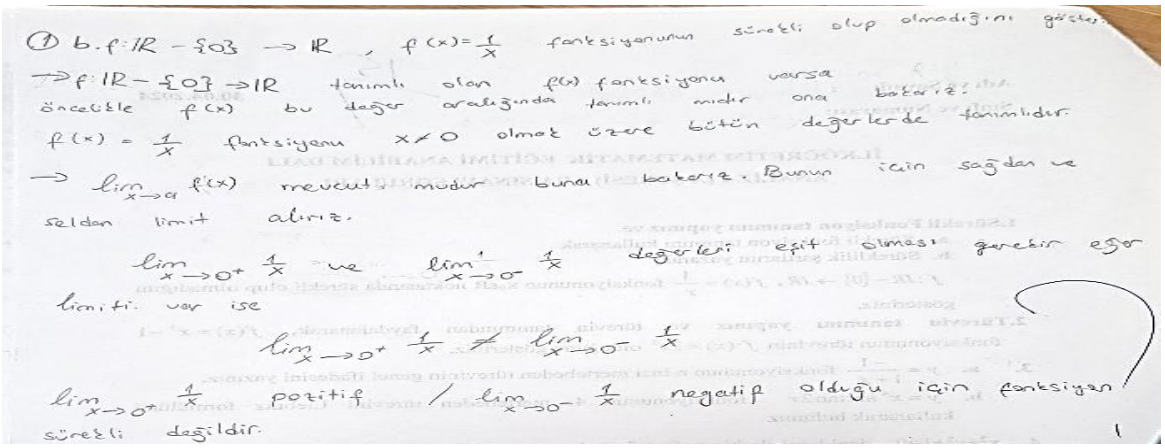
Tablo 2 incelendiğinde %66,66 ile öğrencilerin büyük çoğunluğunun sürekli fonksiyonun tanımını doğru yazdığı görülmektedir. Ancak sorunun a-seçeneğinde öğrencilerden fonksiyon tanımını kullanarak epsilon- delta (ε,δ) tekniği ile fonksiyonun sürekliliğinin incelenmesi istenmiş ve testi cevaplayan 45 öğrenciden 35'inin soruya cevap vermediği görülmüştür. Epsilon delta tekniği ile işlemi devam ettirmesine rağmen sürekliliği inceleyemeyen öğrenci sayısı 6 iken, doğru cevap veren öğrenci bulunmamaktadır.

Sorunun b-seçeneğinde ise öğrencilerden süreklilik şartlarını yazarak, $x_0 \in \mathrm{R} \setminus \{0\}$ noktasında $f: \mathrm{IR} - \{0\} \to \mathrm{IR}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonunun sürekliliğini incelemeleri istenmiştir. Süreklilik şartını yazan ve sürekliliği inceleyenlerin sayısı 16 iken, 10 öğrenci süreklilik şartını yazmış ancak verilen fonksiyonun sürekliliğinin incelenmesi kısmına cevap vermemiştir. 12 öğrenci yanlış cevaplandırmış, 7 öğrenci ise boş bırakmıştır.

Ö21 ve Ö34 kodlu öğrenciler fonksiyonun verilen tanım kümesini dikkate almadan fonksiyonun tanımlı olmadığı noktada süreklilik incelemiş ve fonksiyonun sürekli olmadığını ifade ederek yanlış sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplar Şekil 1 ve Şekil 2'de verilmiştir.

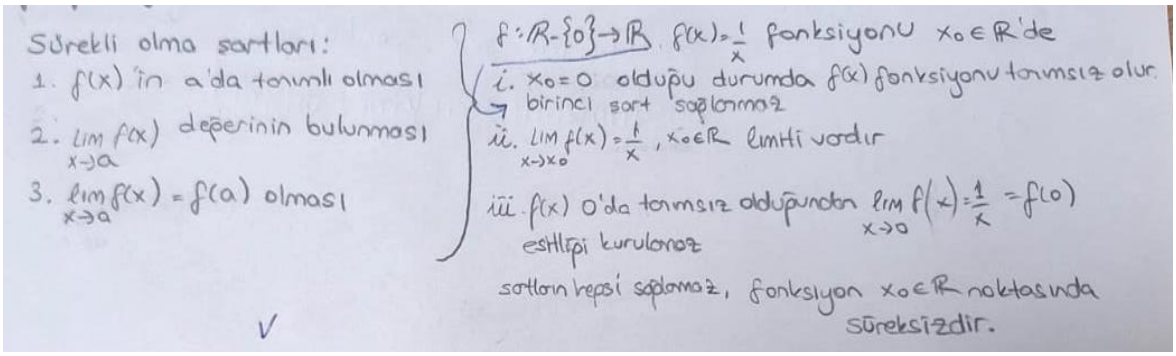
Şekil 1

Ö21'in Cevabı.



Şekil 2

Ö34'ün Cevabı



Bu şekilde, fonksiyonun tanımlı olmadığı noktada sürekliliği inceleyen öğrenci sayısı 7'dir. Tanımlı olmayan noktada süreklilik inceleyen öğrencilerden bazıları ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmış ve araştırmacı tarafından 'Süreklilik şartlarında tanımlı olma şartını yazmana rağmen neden tanımlı olmayan noktada süreklilik aradın?' sorusu sorulmuştur.

Ö29: *Hocam ben şöyle bir şey düşündüm. Sıfır noktasında tanımsız ama sıfıra giderken değil. Sıfır noktasında evet tanımsız kabul ediyoruz ama sıfıra yaklaşırken tanımsız değil. Ben böyle düşündüm… Ne kadar yanlış düşünmüşüm. Hocam ben zaten çıktım arkadaşlarla konuştuk dediler ki sağdan ve soldan limitler birbirine eşit oluyor ben de dedim ki ben sağdan soldan limitleri farklı buldum ama sonra zaten ben yanlış yaptığımın farkındaydım.*

Ö26: *Evet doğru yaptığımı düşünüyordum hatta bunu gösterdiğimi sanıyordum çünkü f(x)= 1/x grafiğini çizmişim soruda, sonra üç şartı tek tek sağlayım göstereyim demişim hani rahat görebileyim diye. Sonra grafiği çizdiğimde, x sıfıra giderken bir bölü x var mı demişim o orda da tanımlı olmayan yeri aramışım. Bunu evet şu an fark ettim başta tanım kümesinde sıfır yok demişim*

ama ... bunu evet şu an fark ettim. Sınav anında fark edememişim, dikkatsizliğime gelmiş çünkü zaten tanım kümesinde yok. Şu an anladım.

Ö34: *Soyut kalıyor kafamda. Hani ben o üç açıklamayı da emin olarak yazmadım sadece o şartları ezberledim çünkü o süreklilik şeyi de kafamda soyut kalıyor o yüzden sadece cevap vermeye odaklı ilerledim.*

Süreklilik şartlarını yazmayan ancak fonksiyonun sürekli olmadığını yazan bir öğrenci vardır. Ö30 kodlu öğrenciye yarı yapılandırılmış görüşmede bu durum sorulduğunda *'Evet ben zaten sürekli olmadığını düşündüğüm için süreklilik şartlarını hiç kontrol etmedim.'* cevabını vermiştir.

Bu soruya verilen cevaplardan birinde Ö27 kodlu öğrencinin *'Tanımlı olması için sıfır çıkarılmalıdır.'* ifadesini yazdığı görülmüştür. Yarı yapılandırılmış görüşmede öğrenciye *'Tanımsız olsa yani sıfır dahil olsa böyle bir fonksiyon tanımlayamaz mıyız?'* diye sorulmuştur. Öğrencinin cevabı şöyledir: *'Yok tanımlayamayız çünkü tanım kümesinde boşta eleman kalıyor. Sıfır olmaz, bir bölü sıfır. Yani sıfırın dahil olduğu bir fonksiyon verilemez tanım kümesinde.'*

Aşağıdaki tabloda *'Türevin tanımını yapınız ve türevin tanımından faydalanarak,* $f(x) = x^3 - 1$ *fonksiyonunun türevinin* $f'(x) = 3x^2$ *olduğunu gösteriniz.'* sorusuna öğrencilerin verdiği cevapların analizi verilmiştir.

Tablo 3

İkinci soruda Türev Kavramının Tanımlanması ve Verilen Fonksiyonun Türevinin Hesaplanmasına Yönelik Sorulan Açık Uçlu Soruya Öğrencilerin Verdiği Cevapların Analizi

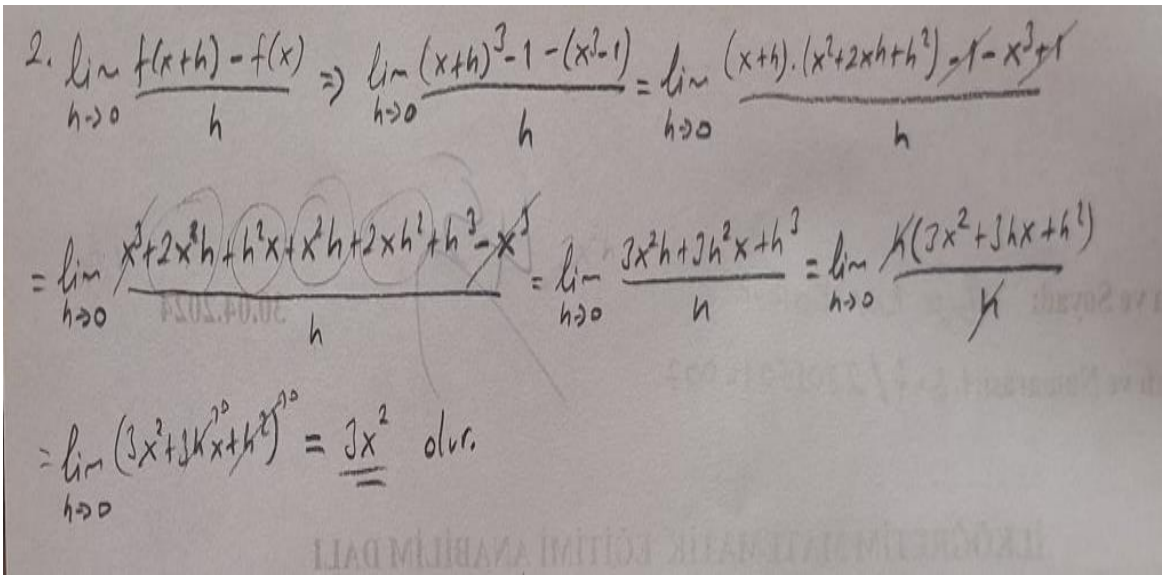
Seçenekler	Tanım		İşlem	
	f	%	*f*	%
Doğru	34	75,55	32	71,11
Kısmen doğru/Eksik	6	13,33	3	6,66
Yanlış/Boş	5	11,11	10	22,22
Toplam	45	100	45	100

Bu test maddelerini cevaplayan öğrencilerin büyük bir çoğunluğu ilk defa türev kavramıyla karşılaşmış öğrencilerdir. 2. soruda öğrencilerin, türev kavramının ne olduğunu kavrayıp kavrayamadıkları tespit edilmek istenmiştir. Öğretim sürecinde, öğrencilerin türev kavramının ne olduğuna dair derste yapılan açıklamaları ezberleyip ezberlemediklerini ya da mantığını anlayıp anlamadıklarını belirlemek için de türevin tanımını yapmaları istendikten sonra verilen bir fonksiyonun türevini hesaplamaları istenmiştir. Yapılan analizlere göre, öğrencilerin büyük çoğunluğunun, 29 öğrencinin

(%64,44'ü), hem türev kavramının tanımlanması sorusuna hem de işlem gerektiren soruya doğru cevap verdikleri görülmüştür. Yalnızca türev tanımını doğru yazan ancak işlemi yapmayan/yapamayan 6 öğrenci vardır. Testi cevaplayan öğrenci sayısına göre bu düşük bir orandır. Yapılan analizler sonucu dikkate değer diğer bir husus ise; Şekil 3'teki Ö4 ün cevabına benzer, cevapların sayısı az da olsa türev tanımını yazamayıp türev alma işlemini doğru yapan öğrenciler tespit edilmesidir. Bu soruda da öğrenciler türevin tanımını limit ve süreklilikle ilişkilendiremedikleri için doğru cevap verememişlerdir. Çünkü sınıf içi etkinliklerde de belirttikleri gibi bu onlar için yeni ve soyut bir kavramdır.

Şekil 3.

Ö4'ün Cevabı



Aşağıdaki tabloda '$y = x^4 . arctan2x$ *fonksiyonunun 4.mertebeden türevini Leibnitz formülünü kullanarak bulunuz.*' sorusuna öğrencilerin verdiği cevapların analizi verilmiştir.

Tablo 4.

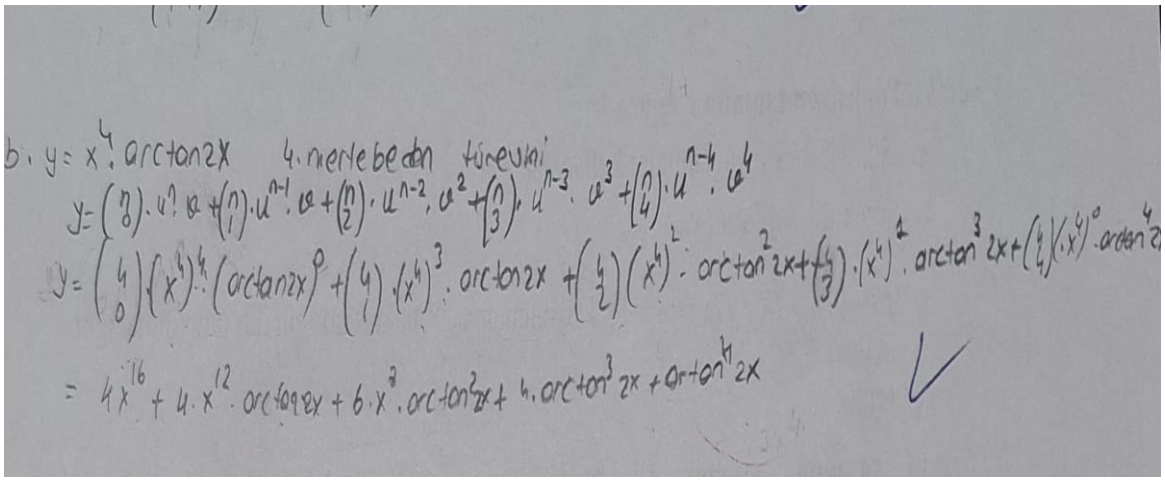
Üçüncü soruda Leibnitz Formülüyle Fonksiyonun Türevinin Hesaplanmasına Yönelik Sorulan Açık Uçlu Soruya Öğrencilerin Verdiği Cevapların Analizi

Seçenekler	Formül		İşlem	
	f	%	*f*	%
Doğru	23	51,11	23	51,11
Kısmen doğru/Eksik	11	24,44	3	6,66
Yanlış/Boş	11	24,44	19	42,22
Toplam	45	100	45	100

Verilen cevaplar incelendiğinde Leibnitz formülünü ezberleyen ancak mantığını anlayamayan öğrenciler olduğu görülmüştür. Çünkü iki öğrenci soruda verilen fonksiyonların yüksek mertebeden türevlerini almak yerine üslerini hesaplamışlardır, yani mertebe ile dereceyi çarparak fonksiyonun istenen mertebeden türevini bulmak istemişlerdir. Ö36'nın cevabı buna örnek olarak verilebilir.

Şekil 4

Ö36'nın Cevabı

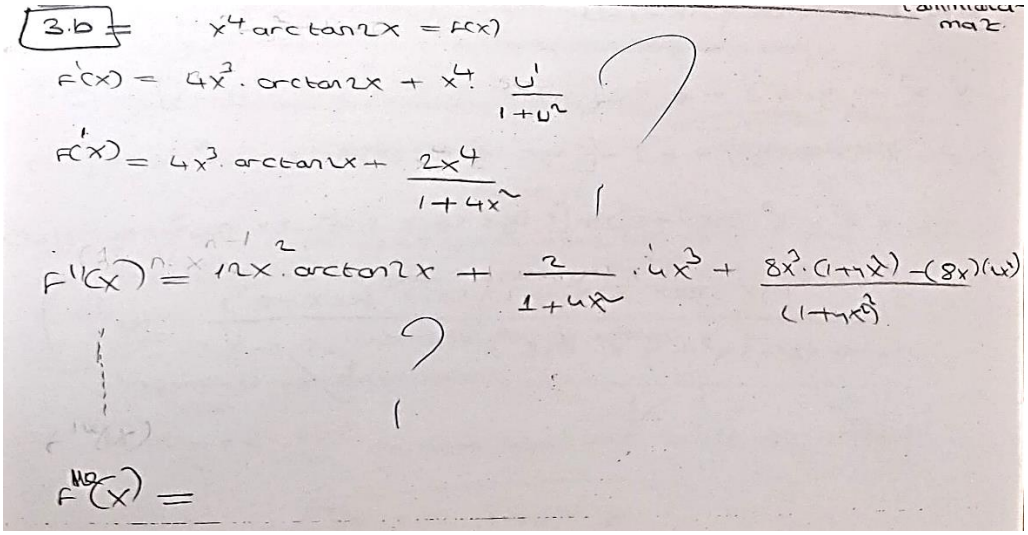


Yüksek mertebeden türev almak yerine türevin mertebesi ile değişkenin derecesini çarparak üs hesaplayan Ö36 kodlu öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Ö36 kodlu öğrenciye cevap kâğıdını gösterilip 'Burada ne yaptın?' sorusu sorulmuştur. Öğrenci *'Hocamız derste n. mertebenden türevin direkt formül kalıbını vermişti ben ona göre yapmıştım.'* Öğrenciye formül ile ilgili tekrar bilgi verilip uygulama sürecinde yapılan alıştırmalar hatırlatılmıştır. Yaptığının hata olup olmadığı sorulmuştur. Ö36: *'Yine olsa o an sınav psikolojisiyle ne yapardım hiç bilmiyorum. Hoca yanlış vurgulamamıştır ben yanlış anlamışımdır. Hoca o konu hakkında da soru da çözdü diye hatırlıyorum yani sınav heyecanıyla öyle yaptık yani.'*

Tablo 4'te de görüldüğü gibi 3. soruya verilen cevaplar analiz edildiğinde Ö36'nın cevabına benzer 15 öğrenci Leibnitz formülünü doğru yazmış ancak devamında istenilen işlemi yapamamıştır. Yine Test maddelerini cevaplayan toplam 40 öğrencinin %33'ünün ders işleme sürecinde edindikleri bilgiyi problemin çözümde yeterince kullanamadıkları görülmüştür. Fakat Şekil 5'te görüldüğü üzere, Ö35 istenen çözüm yönteminin dışında başka bir yöntemle (sıralı türev alma tekniği) türev almaya çalışmış ama sonuca ulaşamamıştır.

Şekil 5

Ö35'in Cevabı



Aşağıdaki tabloda *'$x^2+y^2+1=0$ denklemi ile bir $y = f(x)$ fonksiyonu tanımlanabilir mi? Nedenleri ile birlikte izah ediniz.'* sorusuna öğrencilerin verdiği cevapların analizi verilmiştir.

Tablo 5

Dördüncü Soruda Öğrencilerin Kendilerini İfade Etme Becerilerini Ölçmeye Yönelik Sorulan Açık Uçlu Soruya Öğrencilerin Verdiği Cevapların Analizi

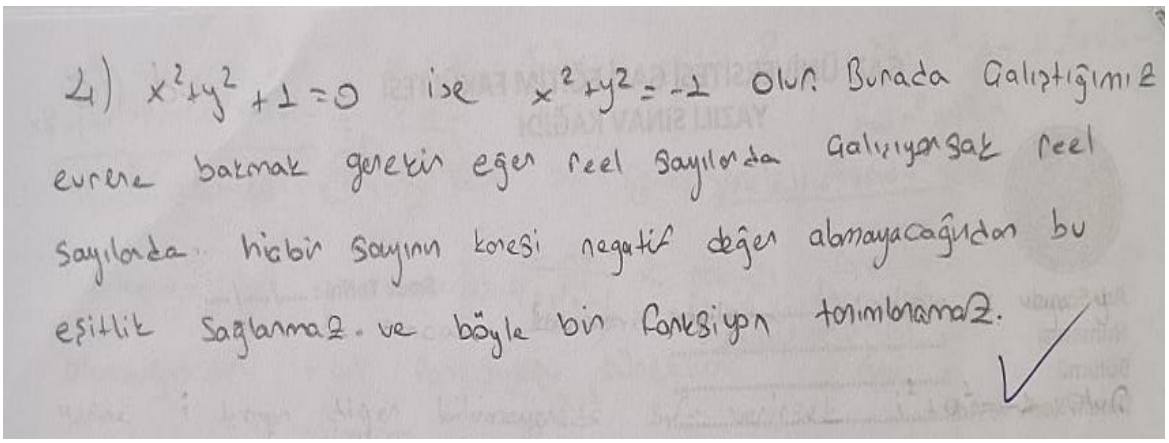
Seçenekler	*f*	%
Doğru	20	44,44
Yanlış	20	44,44
Boş	5	11,11
Toplam	45	100

Testteki dördüncü soruda öğrencilere kapalı bir bağıntı verilmiş ve öğrencilerden bu bağıntının bir fonksiyon olup olmadığını açıklamaları istenmiştir. Burada amaç fonksiyonun tanımı ile bu bağıntıyı karşılaştırarak verilen ifadenin bir fonksiyon belirtip belirtmediğini ifade etme becerilerini incelemektir.

Testi cevaplayan öğrencilerden kendilerini ifade etmeleri istenmiş lisans düzeyinde öğrenim gören öğrencilerden sadece yirmisi (%44,44'ü) bu soruya doğru cevap vermiştir. Doğru cevap veren öğrencilerden birinin cevabı Şekil 6'da verilmiştir.

Şekil 6

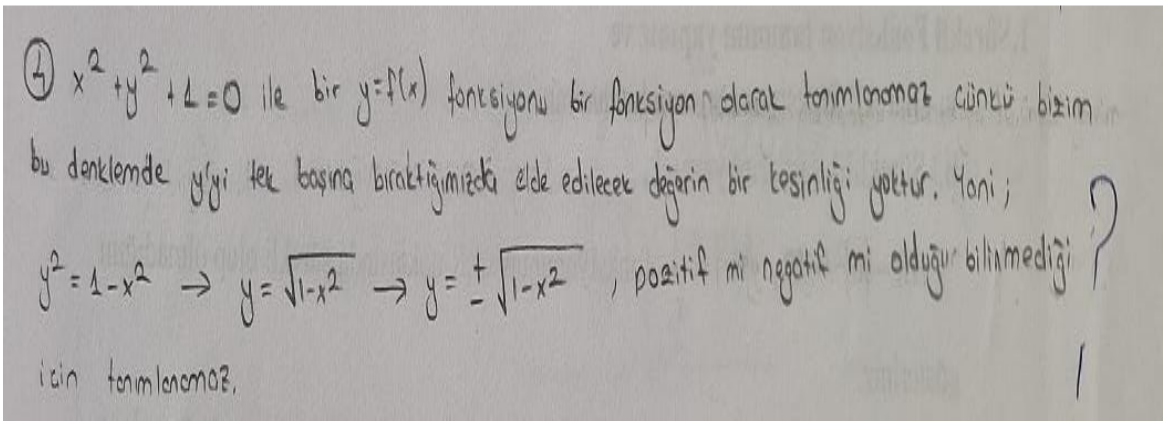
Ö5'in Cevabı



Farklı şekilde düşünüp yanlış cevap veren öğrencilerden ikisinin cevabı Şekil 7 ve Şekil 8'de verilmiştir.

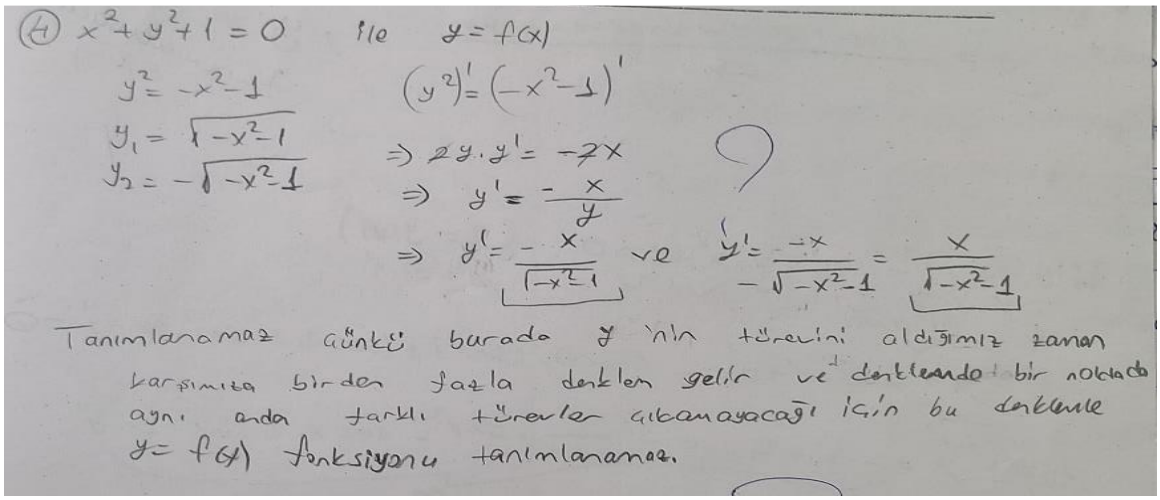
Şekil 7

Ö15'in Cevabı



Şekil 8

Ö10'un Cevabı



Öğrencilerden bazılarının (3 öğrenci) böyle bir fonksiyonun tanımlanıp

tanımlanamayacağını ifade etmek için türev aldıkları görülmüştür. Bunun sebebinin testteki diğer soruların süreklilik ve türev ile ilişkili olması söylenebilir. Katılımcılar İlköğretim düzeyinden itibaren kareköklü sayılarla ilgili bilgi sahibi olmalarına rağmen, $x^2+y^2=1$ ifadesini türev işlemleriyle cevaplamaya çalışmışlardır ancak sonuçlandıramamışlardır. Bu soruda türev alan öğrencilerden biri olan Ö1 kodlu öğrenci sınava girmeden önce türev soruları çözdüğünü ve çözdüğü sorulardan birine benzettiğini o yüzden türev aldığını söylemiştir. Öğrencinin ifadesi şöyledir: *'Ya hocam ben sınavdan önce böyle defterime yazdığım sorulara falan bakardım hocamız kitaptaki şeyleri de yazdırmıştı, buna benzer bir soru vardı türev almıştım orada … o an o soru aklıma geldi zaten galiba puan alamamışım orada ben o şekilde yaptım.'*

Verilen fonksiyonu tanımlanabilir hale getirerek yani fonksiyonu değiştirerek cevaplandıran Ö25 kodlu öğrenciye kasıtlı mı değiştirdiği yoksa hata mı yaptığı sorulmuştur. Ö25: *'Dalgınlık olmuş orada çünkü ben o (-1) i bir diye atmışım. $y^2 = -1-x^2$ olacak ya ben oraya x^2-1 diye almışım yanlışlıkla.'* demiş, hata yaptığını belirtmiştir.

Aşağıdaki tabloda *'$x^2 = sin(cosxy) + \sqrt{arccothy}$ (x=x(y)) kapalı fonksiyonunun türevini alınız.'* sorusuna öğrencilerin verdiği cevapların analizi verilmiştir.

Tablo 6

Beşinci Sorunun a-seçeneği Öğrencilerin Türev Alma Becerilerini Ölçmeye Yönelik Sorulan Açık Uçlu Soruya Öğrencilerin Verdiği Cevapların Analizi

Seçenekler	*f*	%
Doğru	7	15,55
Kısmen doğru	6	13,33
Yanlış	21	46,66
Boş	11	24,44
Toplam	45	100

Bu test maddelerinden beşinci soru, iki öncüllü bir soru olup ilk öncülde istenen verilen fonksiyonun y ye göre türevinin alınmasıdır. 45 öğrenciden 7'si doğru cevap vermiştir. Görüldüğü üzere soruyu doğru cevaplayanların sayısı oldukça azdır. 21 öğrenci yanlış cevap verirken 11 öğrenci ise soruyu cevaplandırmamıştır. Yapılan yanlışların 20'si verilen fonksiyonların türevinin yanlış hesaplanmasından; biri işlem hatasından kaynaklanmaktadır. Türev almada en çok karşılaşılan hata z=sin(cosxy) fonksiyonunun türevinde, açının (cosxy) türevinin alınmamasıdır. Bu hatayı yapan 5 öğrenci vardır.

Beşinci sorunun a-seçeneğindeki fonksiyonun y ye göre türevinin alınması

istenmesine rağmen 2 katılımcı x e göre türev almıştır. Bunun sebebi olarak sorularda istenenin çoğunlukla x e göre türev alınması olduğu söylenebilir. Yarı yapılandırılmış görüşmede bu hatayı yapan öğrencilerden biri olan Ö10 kodlu öğrenciye soru ve cevabı gösterilmiştir. Öğrenci bir süre incelemiş ve hatasını kabul etmiştir. Neden böyle bir hata yaptığı sorulduğunda *'Hocam çok işlem vardı ya kafam karıştı o an x e göre almışım.'* Demiştir.

Aşağıdaki tabloda *'$x^2 = sin(cosxy) + \sqrt{arccothy}$ (x=x(y)) kapalı fonksiyonunun türevini alınız.'* sorusuna öğrencilerin verdiği cevapların analizi verilmiştir.

Tablo 7

Beşinci Sorunun b-seçeneği: Öğrencilerin Türev Alma Becerilerini Ölçmeye Yönelik Sorulan Açık Uçlu Soruya Öğrencilerin Verdiği Cevapların Analizi

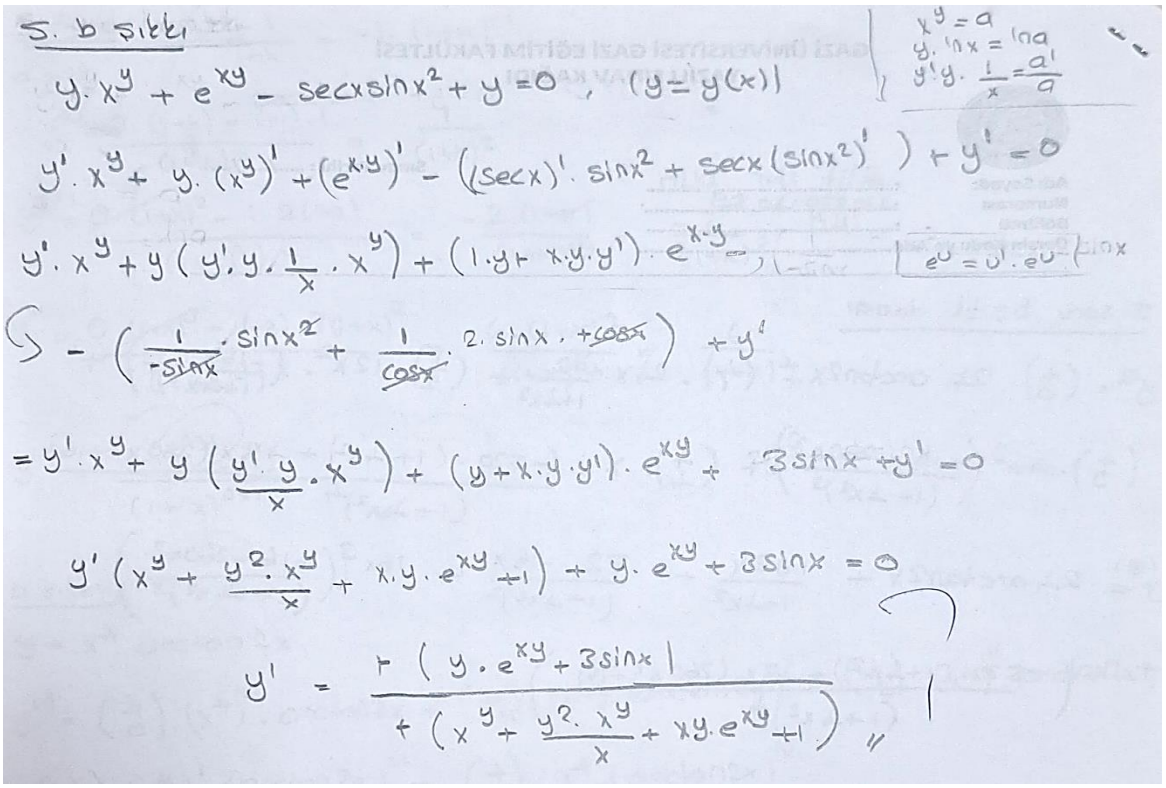
Seçenekler	*f*	%
Doğru	5	11,11
Yanlış	22	48,88
Boş	18	40
Toplam	45	100

Yine, türev alma becerilerini ölçmeye yönelik sorulan, Tablo 7'de analizi verilen beşinci sorunun b-seçeneğine 18 öğrencinin cevap vermediği görülmüştür. Soruyu yanlış cevaplandıran 27 öğrencinin yaptığı hatalara örnek olarak birkaç öğrencinin cevabı şöyledir:

- Ö1 kodlu öğrenci u=yxy nin türevini alırken çarpımın türevi kuralını uygulamış ancak işlem hatası yaptığı için işlem devamını getirememiştir.
- Ö19 kodlu öğrenci işlemi sadece bir basamak ilerletmiş ve devamını getirmemiştir.
- Ö23 kodlu öğrenci, u=exy üstel fonksiyonunun türevinde v=xy çarpımının türevini almamıştır.
- Ö29 kodlu öğrenci trigonometrik fonksiyonun türevini alırken çarpımın türevi kuralını göstermiş ancak uygulamadan önce sadeleştirme yapmıştır.

Şekil 9.

Ö29'un Cevabı

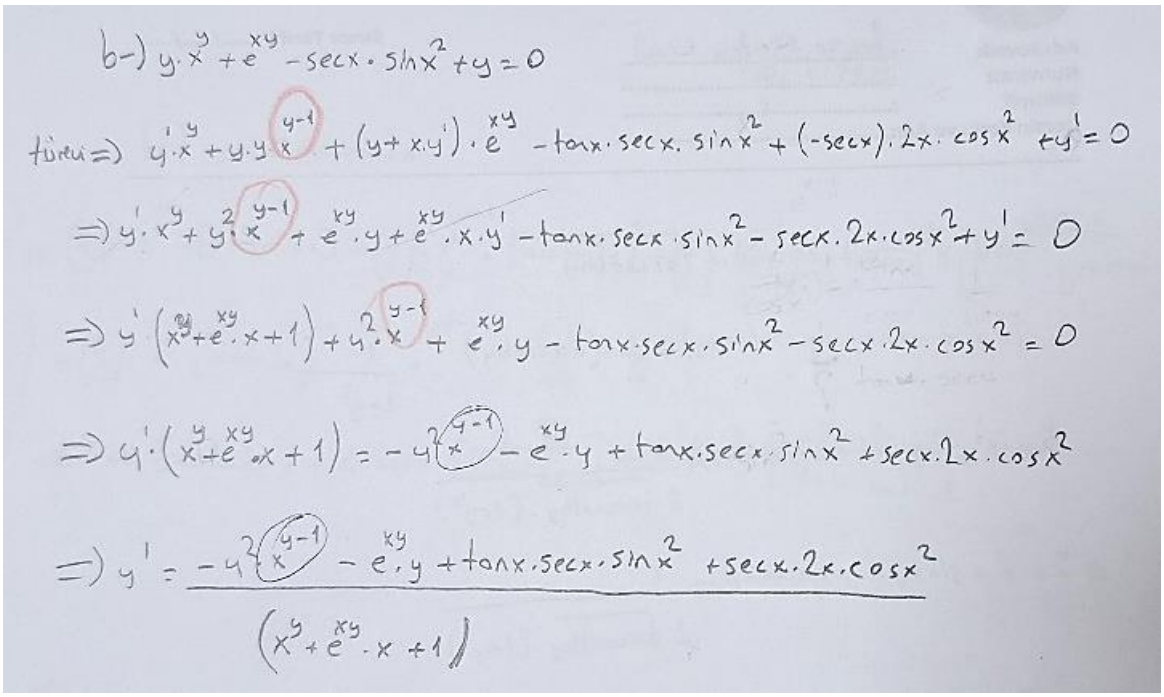


27 öğrencinin on altısı x^y nin türevini alırken üslü fonksiyonun türev alma kuralını uygulamıştır (n ϵ IR olmak üzere f(x) = x^nise f'(x) = n.(x^{n-1})). Türevine benzer olarak u=x^y fonksiyonunun türevini u'= yx^{y-1} şeklinde hesaplamışlardır.

Bu hatayı yapan öğrencilerden bazıları ile görüşme yapılmıştır. Görüşme yapılan öğrencilere cevap kağıtları gösterildikten sonra yaptığı işlemin hala doğru olduğunu düşünüp düşünmediği sorulmuştur. Öğrenci Ö26 dikkati dağıldığı için hata yaptığını kabul etmiştir. Ö26: *'Şey yapmam gerekiyor … üç üzeri x in mesela biz nasıl alıyorduk üssün türevi ln3 çarpı üçün türevi öyle bir şey yapıyorduk. Buradaki hatam da ben o an dikkat dağınıklığımla yanlış yapmışım, şu an fark ettim çünkü hatamı.'* Bu hatayı yapan öğrencilerden bir diğeri olan Ö4 kodlu öğrenci de yaptığı hata için şöyle demiştir: *'İki farklı değişken olunca kafam çok karıştı o an aklıma ne gelirse onu yaptım açıkçası. Bu soruda çok zorlanmıştım. Bunu çok da şey olarak, yani kendimden emin olarak yazmadım aslında.'* Örnek olarak Ö31'in cevabı Şekil 9'daki gibidir.

Şekil 9

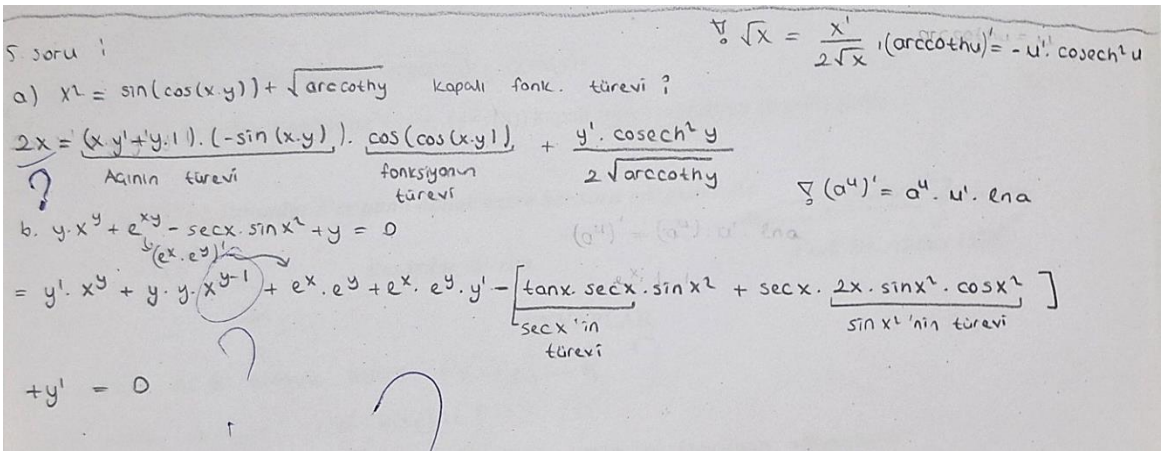
Ö31'in Cevabı



Öğrencilerin ilköğretim ve ortaöğretim programlarında öğretilen konulara ve farklı konulara ait Matematiksel kurallara sahip olmaları beklenmektedir. Bu sorunun analizinde karşılaşılan diğer işlem hatalarından biri, Üslü Sayılar konusunda yer alan bir kuralın bilişsel olarak yanlış algılanmasından kaynaklanmaktadır. Örneğin Ö27 öğrencisi de, $e^{xy} = e^x \cdot e^y$ eşitliğini yazmış ve türev alma işlemini çarpımın türevi kuralı üzerinden devam ettirmiştir. Bu hata için yapılan yarı yapılandırılmış görüşmede hatası öğrenciye gösterildiğinde, Ö27 kodlu öğrenci: *'Hocam… İki farklı değişken olunca kafam çok karıştı tabi ki yanlış yapmışım yani burada…evet'* demiştir.

Şekil 10

Ö27'nin Cevabı



TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın katılımcıları olan üniversite birinci sınıf öğrencilerinin, Eğitim Fakülteleri Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalları için temel derslerden birisi olan Analiz-I dersinin içeriğinde bulunan kavramlar ve kavramlarla alakalı işlemler arasında ilişki kurabilmeleri ve matematik alt yapılarının güçlendirilmesi, gelecek dönemlerde alan bilgisine hâkim olmaları bakımından önem arz etmektedir. Öğrencilerin alan bilgisine hâkim olmaları ve edindikleri bilgileri, mezun olup öğretmen olduklarında öğrencilere aktarabilmeleri bakımından da önemlidir (Ünveren Bilgiç ve Çaylan, 2018b). Ayrıca öğrencilerin Analiz derslerine yönelik tutumları hakkındaki bilgiler, öğretim elemanlarının her türden öğrenciye uygun kapsamlı Analiz dersleri tasarlamalarına yardımcı olabilir (Tang vd., 2013).

Öğrencilerin kalkülüsteki düşük performansları önceki araştırmalarda kapsamlı biçimde ortaya konmuştur (Gynnild vd., 2005; Zhang, 2003). Bu bilgiler doğrultusunda yapılan bu araştırmada öğrencilerin fonksiyonlarda süreklilik ve fonksiyonların türevlerine ait tanımlar, kavramlar ve bu kavram/tanımlarla alakalı işlemler arasında ilişki kurabilme durumları incelenmiş ve araştırmadan elde edilen verilere, göre bazı öğrencilerin Dane vd.'nin (2016) çalışmasına benzer olarak, Analiz-I dersine ait fonksiyonların sürekliliği ve fonksiyonların tanım ve kavramları ile ilgili işlemleri ilişkilendirmede yetersiz oldukları tespit edilmiştir. 12 öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlar sonucunda ilgili öğrencilerin öğretilmeye çalışılan bu iki kavramı yeni gördükleri için tanım ve işlem yapacak kadar anlayamadıklarını ve tanımlarla kavramları ilişkilendiremedikleri için yeterince doğru cevap veremediklerini, öğrencilerin fonksiyonların sürekliliği ve türevi arasında kavramsal bir ilişki kuramadıklarını ifade etmişlerdir. Ancak literatüre bakıldığında kavram bilgisinin bir kavramı diğer kavramlarla ilişkilendirmek demek olduğunu da görmekteyiz. Baki ve Kartal (2004), kavram bilgisinin yalnızca bir kavramı tanımak ya da adını ve tanımını bilmekle sınırlı olmadığını, aynı zamanda kavramlar arasındaki ilişkileri ve aralarındaki geçişleri fark edebilmeyi de içerdiğini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla yapılan çalışma sonucunda öğrencilerin kavramsal bilgilerinin eksik olduğu söylenebilmektedir. Yapılan mülakatlar sonucunda öğrencilerin, süreklilik ve türevlenebilmenin tanımları ile ilgili açık uçlu sorulara çoğunlukla doğru yanıt verse de tanımları problemle ilişkilendirme konusunda çoğunluğunun sıkıntı yaşadığı tespit edilmiştir. Bu sonuca benzer olarak literatürdeki diğer çalışmalarda öğrencilerin fonksiyonların sürekliliği ve türevi

tanımlarını anlamlandıramadığı, tanımları matematikten bağımsız sözel bilgiler olarak değerlendirdikleri tespit edilmiştir (Duran ve Kaplan, 2016; Gökçek ve Açıkyıldız, 2016). Baştürk ve Dönmez'in (2011) araştırma sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının, bir fonksiyonun belirli bir noktada limiti varsa o noktada mutlaka tanımlı ve sürekli olması gerektiğine inandıkları görülmüştür. Benzer olarak bu çalışmada sürekli fonksiyon kavramının tanımlanmasına yönelik mülakatta sorulan bir soruya bazı öğrenciler tanım kümesinde boşta eleman kaldığı için tanım kümesinde sıfırın dahil olduğu bir fonksiyon verilemeyeceğini ifade etmiştir. Yapılan çalışmaya göre öğrenciler, süreklilik şartlarını ezberlediklerini, sadece sorulara cevap vermeye odaklı ilerlediklerini belirtmişledir. Dolayısıyla öğrencilerin süreklilik ve türev tanımını anlamlandıramadığı ve tanımı ezberleme yoluna gittikleri tespit edilmiştir. Ulaşılan bu sonuca göre Baştürk ve Dönmez'in (2011) çalışmasının sonucuna benzer olarak bazı öğretmen adaylarının tanımsızlık ile belirsizlik kavramlarını birbirinden ayırt etmede güçlük yaşadıkları da söylenebilmektedir. Ayrıca önemli olan başka bir sonuç ise, öğrencilerin çoğunluğunun, işlemsel öğrenmeyi kavramsal öğrenmeden daha önemli gibi görüp yanlış veya doğru olarak problemin çözümüne geçmeleridir. Çünkü bu araştırmada, tanımı yapamadan açık uçlu soruyu çözmeye çalışan hatta doğru çözen öğrencilere de rastlanmıştır yani kavramsal bilgisi eksik olmasına rağmen uygulamada başarılı olmuştur. Bu sonucun literatürdeki öğretmen adaylarının işlemsel bilgi düzeyinin kavramsal bilgi düzeyine göre yüksek olduğu çalışmaları desteklediği söylenebilir (Toğrul, 2014; Zuya, 2017).

Matematik dili, öğrenciler önceden edindikleri bilgileri kullandıklarında bazen kafa karıştırıcı ve zorlayıcı olabilir (Barwell, 2011). Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin matematiksel dili yetkin bir şekilde anlayıp kullanabilmelerinin gerekliliği ile ilgili fazlaca çalışmaya rastlanmıştır (Anthony ve Walshaw, 2007; Kazima, 2007). Yarı yapılanmış mülakatlarda öğrencilerin verdikleri cevaplara bakıldığında öğrencilerin matematik dilini kullanmada ve anlamada problem yaşadıkları görülmüştür. Öğrenciler; süreklilik tanımlarına ait bilgileri sunmakta zorlandıklarını ve kavramları anlamlandıramadıklarını dile getirmişlerdir.

Öğrencilerin yarı yapılandırılmış mülakatta verdiği cevaplara bakıldığında, zihinlerinde olgunlaştırdıkları kavramlardan farklı yeni kavram/kavramları öğrenmemek için direnç gösterdiklerinden fonksiyonların sürekliliği ve türev kavramları ile ilgili işlemsel soruların çözümüne öğretim sürecinde kullanılan bir yöntemi kullanarak ulaşmak yerine sezgisel yolla fonksiyonların özel durumlarını karıştırarak yanlış kuralla

ulaşmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu sonuca da bu iki kavramla ilgili yeterince bilgiye sahip olmamalarının sebep olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin fonksiyonların sürekliliği ve türevi konularına ait bilgileri kullanmaları gereken işlemsel sorularda, ders kitaplarındaki ve sınıf içi tuttukları ders notlarındaki bilgilerden hareketle ezber-taklit yoluna giderek problemleri çözmeye çalıştıkları saptanmıştır. Örneğin bir fonksiyonun sürekliliğini incelemeleri gereken bir soruda araştırmaya katılan öğrencilerden biri fonksiyonu gördüğünde sürekli olmadığını düşündürttüğü için süreklilik şartlarını incelemeye gerek olmadığını belirtmiştir. Başka bir ezber işlem örneği de Leibniz formülünü kullanarak türev almaları gereken üçüncü soruda karşımıza çıkmaktadır. Bu soruda öğrencilerin büyük bir kısmı verilen fonksiyonların yüksek mertebeden türevlerini almak yerine üslerini hesaplamışlardır. Yapılan mülakatta öğrenciler, derste verilen formül kalıbına göre işlem yaptıklarını söylemişlerdir.

Mülakat sorularından hareketle öğrencilerin sınav anında birçok hata yaptığını söyleyebilmekteyiz. Örneğin, tanımlı olmayan noktayı fonksiyona dahil edip süreklilik arayan bir öğrenci mülakatta yaptığı işlem hatırlatıldığında sınav anında hata yaptığını belirtmiş, yaptığı işlemin yanlış olduğunu kabul etmiştir. Beşinci soruda türev alma sorusunda kuralı yanlış uyguladıklarını fark edip hata yaptığını söyleyen öğrenciler olmuştur. Hatta baz öğrenciler mülakat sırasında doğru işlemi sözel olarak ifade etmişlerdir. Öğrenci hatalarının yanısıra bazı kavram yanılgıları da tespit edilmiştir. Örneğin Leibniz formülünü kullanarak türev almaları gereken bir soruda öğrencilerin büyük bir kısmı verilen fonksiyonların yüksek mertebeden türevlerini almak yerine üslerini hesaplamışlardır.

Dünya çapındaki üniversite programlarının neredeyse tüm disiplinleri için Analiz dersi becerilerine hakim olmak gerekli olduğu için, öğrencilerin Analiz derslerinin öğrenimini geliştirmeye yönelik bir ihtiyaç söz konusudur (Tang vd., 2013). Ayrıca; Analiz dersleri matematik ve matematik eğitimi ana bilim dallarının temel dersleri olduğundan, bu derslerin içeriğinde olan kavramlar hem kavramsal hem de işlemsel olarak derinlemesine tartışılıp öğrenci başarıları arttırılabilir. Ayrıca; bu ve benzeri araştırmalar genişletilebilir. Örneğin belirli ve belirsiz integral konularında araştırma yapılabilir. Çalışma Türkiye'de bir devlet üniversitesinde okuyan öğrencilerle ve uygulanan açık uçlu test maddelerinden elde edilen yanıtlarla sınırlıdır, daha fazla matematik ve matematik eğitimi ana bilim dalı öğrencilerine ulaşıp Analiz derslerine olan olumsuz önyargılar

kaldırılabilir.

KAYNAKLAR

Alanka, D. (2024). Nitel bir araştırma yöntemi olarak içerik analizi: teorik bir çerçeve. *Kronotop İletişim Dergisi*, *1*(1), 64-84.

Al-Mutawah, M.A., Thomas, R., Eid, A., Mahmoud, E., & Fateel, M.J. (2019). Conceptual understanding, procedural knowledge and problem-solving skills in mathematics: high school graduates work analysis and standpoints. *International Journal of Education and Practice, 7,* 258-273. https://dx.doi.org/10.18488/journal.61.2019.73.258.273

Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (10. Baskı). Aktüel Yayınları.

Anthony, A., & Walshaw, M. (2007). *Effective pedagogy in mathematics/pangarau*. Best Evidence Synthesis Iteration [BES]. Ministry of Education.

Ata, A. (2013). *Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin incelenmesi*. (Tez No. 344309) [Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Derğisi*, 2 (1), 1-26.

Ball, D. L. (1988). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. *Advances in Research on Teaching*, 2, 1–48.

Barwell, R. (2011). What works? Research into practice. A research-into practice series produced by a partnership between the literacy and numeracy secretariat and the ontario association of deans of education. *Research Monogram, 34*, 1–4.

Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers' misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, *5*(1), 225-249.

Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe dğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*(2), 529-550.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches*

(2. Baskı). Sage Publications.

Çiltaş A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi.* (Tez No. 301126) [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Çiltaş, A., & Işık, A. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dizi ve serilerle ilgili zihinsel modellerinin belirlenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14*(2), 167-182.

Dane, A., Çetin, Ö. F., Bas, F., & Sagirli, M. Ö. (2016). A conceptual and procedural research on the hierarchical structure of mathematics emerging in the minds of university students: An example of limit-continuity-ıntegral-derivative. *International Journal of Higher Education*, *5*(2), 82-91.

Delice, A., & Sevimli, E. (2010). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *9*(3), 581 -605.

Doruk, M. & Kaplan, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dizilerin yakınsaklığı kavramı üzerine ispat değerlendirme becerileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *2*(1), 231-2.

Doruk, M., & Kaplan, A. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının analizin temel tanımlarını anlayışları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19*(3), 117-140. https://dx.doi.org/10.17679/inuefd.298371

Doruk, M., Duran, M., & Kaplan, A. (2018). Lisans öğrencilerinin türev tanımıyla ilgili yorumları ve türeve yükledikleri anlamlar. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(2), 834-856. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018..-431455

Duran, M., & Kaplan, A. (2016). Lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına ve türev-süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(2), 795-831. https://dx.doi.org/10.17556/jef.68600

Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147–164). Macmillan Publishing Co, Inc.

Gedik Altun, S. D. (2019). Matematik alan bilgisinin kavramsal boyutta incelenmesi: türev

örneği. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, *10*(2), 498-513 https://dx.doi.org/10.30783/nevsosbilen.683057

Gökçek, T., & Açıkyıldız, G. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hatalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *7*(1), 112-141. https://dx.doi.org/10.16949/turcomat.14647

Gynnild, V., Tyssedal, J., & Lorentzen, L. (2005). Approaches to study and the quality of learning. Some empirical evidence from engineering education. *International Journal of Science and Mathematics Education, 3,* 587-607.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an ıntroductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics* (Pp. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Isleyen, T., & Işık, A. (2003). Conceptual and procedural learning ın mathematics. *Research in Mathematical Education, 7*(2), 91-99.

Işık, A. & Arslan, K. (2020). İlköğretim matematik eğitimi ana bilim dalı öğrencilerinin tanım ve yakınsaklık kriterlerini kullanabilme becerileri. *Kastamonu Education Journal*, *28*(4), 1789-1799. https://dx.doi.org/10.24106/kefdergi.4153

Isleyen, T., & Isik, A. (2003). Conceptual and procedural learning in mathematics. *Research in Mathematical Education*, *7*(2), 91-99.

Karaaslan, K. G., & Ay, Z. S. (2017). Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin alan bilgilerinin kavramsal-işlemsel bilgi kapsamında incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(2), 715-736. https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2017.17.30227-326594

Kazima, M. (2007). Malawian students meaning for probability vocabulary. *Educational Studies in Mathematics, 64*(2), 169–189. https://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9032-6

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *T.C Milli eğitim bakanlığı talim terbiye kurulu Başkanlığı, ortaöğretim matematik (9.10.11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı.* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Özturan Sağırlı, M., Kırmacı, U. S., & Bulut, S. (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz-düzenleme becerilerine etkisi. *EÜFBED-Fen Bilimler Enstitüsü*

Dergisi, *3*(2), 221–247. https://hdl.handle.net/11511/72070

Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 75–110). Psychology Press/Taylor & Francis (UK).

Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review, 27*(4), 587–597. https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x

Sarı, S. (2012). *7. Sınıf cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklendiği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi.* (Tez No. 314918) [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(2), 83-95.

Tang, H. E., Julaihi, N. H., & Voon, L. L. (2013). Attitudes and perceptions of university students towards calculus. *Social and Management Research Journal (SMRJ)*, *10*(1), 1-39.

Toğrul, A. (2014). *Lise öğrencilerinin EBOB-EKOK problemlerinin çözüm süreçlerinin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından incelenmesi*. (Tez No. 381735) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

Turan, S. B., & Erdoğan, A. (2016) Matematik öğretmen adaylarının "süreklilik" ile ilgili kavramsal yapıları. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *5*(3), 194-207.

Ünveren Bilgiç, E. N., & Çaylan, B. (2018b). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının örüntülere ilişkin problem tasarlama durumları. *Sakarya University Journal of Education*, 8(3), 25-36. https://doi.org /10.19126/suje.377320

Yılmaz, R. (2022). *Matematik öğretmen adaylarının integral kavramı ile ilgili kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenmesi* (Order No. 30377625). ProQuest Dissertations & Theses.

Zehir, H., Işık, A., & Zehir, K. (2008). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kümeler konusundaki kavramsal bilgi düzeyleri. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *3*(1), 61-74.

Zhang, B. (2003). Using student-centred teaching in calculus. *The Chinese Papers*, *2*, 100–

103.

Zuya, H. E. (2017). Prospective teachers' conceptual and procedural knowledge ın mathematics: the case of algebra. *American Journal of Educational Research*, *5*(3), 310-315. https://doi.org/10.12691/education-5-3-12