
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Gazi
1926

PCA VARYANTLARI YÖN BULMA ALGORİTMALARININ KARŞILAŞTIRILMALI PERFORMANS ANALİZİ

Mehmet Zahid ERGİN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAZİRAN 2026

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Mehmet Zahid ERGİN

25/06/2026

PCA VARYANTLARI YÖN BULMA ALGORİTMALARININ KARŞILAŞTIRILMALI PERFORMANS ANALİZİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Mehmet Zahid ERGİN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Haziran 2026

ÖZET

Bu tez çalışmasının amacı, Principal Component Analysis (PCA) ve varyantlarının sinyal yön bulma (Direction of Arrival- DOA) problemlerine uygulanabilirliğini incelemek, farklı varyantların performansını karşılaştırmak ve bu yöntemlerin performansını analiz etmektir. Çalışmanın temel hedefleri, PCA'nın temel bileşen analizi prensiplerinin sinyal işleme problemlerinde yön bulma için nasıl kullanılabileceğini araştırmaktır. Gürültü seviyesinin yüksek olduğu veya kaynak sayısının fazla olduğu senaryolarda PCA varyantlarının performansını değerlendirmektir. MATLAB ortamında gerçekleştirilecek simülasyonlar aracılığıyla, PCA varyantlarının işlem süresi, doğruluk ve gürültü gürbüzlüğü açısından karşılaştırılması yapılacaktır. Bu sayede geleneksel yön bulma algoritmalarına (MUSIC, ESPRIT vb.) kıyasla PCA tabanlı yöntemlerin avantaj ve dezavantajları belirlenecektir. Yön bulma algoritmaları; radar sistemleri, otonom araçlar, akustik haritalama ve telekomünikasyon gibi pek çok alanda hayati öneme sahiptir. Bu çalışma; daha hızlı, daha doğru ve daha verimli bir yön bulma algoritması sunarak bu teknolojilere katkı sağlayacaktır. Geleneksel yön bulma yöntemleri (MUSIC ve ESPRIT gibi) genellikle yüksek hesaplama gücü ve belirli geometrilere duyarlılık gerektirir. PCA tabanlı yöntemler, düşük maliyetli cihazlarda ve esnek geometrilerde kullanılabilir çözümler sunabilir. Bu tez, farklı PCA varyantlarının yön bulma performansını karşılaştırarak hangi varyantın hangi senaryolar için daha uygun olduğunu belirleyecektir. MATLAB ortamında yapılacak simülasyonlar sayesinde; her varyantın gürültü seviyesi, örnek sayısı ve hesaplama hızına göre performansı analiz edilmiştir.

Bilim Kodu : 93421
Anahtar Kelimeler : Yön bulma algoritmaları, radar, sinyal işleme, PCA
Sayfa Adedi : 75
Danışman : Prof. Dr. Özgür ERTUĞ

COMPARATIVE PERFORMANCE ANALYSIS OF PCA VARIANTS DIRECTION FINDING ALGORITHMS

(M. Sc. Thesis)

Mehmet Zahid ERGİN

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

June 2026

ABSTRACT

The purpose of this thesis is threefold: firstly, to investigate the applicability of Principal Component Analysis (PCA) and its variants to signal direction-of-arrival (DOA) problems; secondly, to compare the performance of different variants; and thirdly, to analyse the performance of these methods. The primary objectives of the study are twofold: firstly, to investigate how the fundamental principles of PCA can be utilised for direction finding in signal processing problems, and secondly, to evaluate the performance of PCA variants in scenarios with high noise levels or a large number of sources. The utilisation of simulations within the MATLAB environment will facilitate a comparative analysis of PCA variants with respect to processing time, accuracy, and noise robustness. This will facilitate the identification of the advantages and disadvantages of PCA-based methods in comparison to traditional direction-finding algorithms (e.g. MUSIC and ESPRIT). Direction-finding algorithms are of vital importance in many fields, including radar systems, autonomous vehicles, acoustic mapping and telecommunications. The present study will contribute to these technologies by offering a direction-finding algorithm that is both faster and more accurate, whilst also being more efficient. Conventional direction-finding methodologies (e.g. MUSIC and ESPRIT) typically necessitate substantial computational capabilities and are susceptible to particular geometries. It is evident that PCA-based methods have the capacity to provide solutions that are well-suited for low-cost devices and flexible geometries. The present thesis will compare the performance of different PCA variants in terms of orientation estimation, with a view to determining which variant is most suitable for which scenarios. Through the utilisation of simulations conducted within the MATLAB environment, the performance of each variant will be analysed in terms of noise level, number of samples, and computation speed.

Science Code	:	93421
Key Words	:	Direction of arrival algorithms, radar, signal processing, PCA
Page Number	:	75
Supervisor	:	Prof. Dr. Özgür ERTUĞ

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim ve tez çalışmam boyunca değerli bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan, araştırmalarım sırasında karşılaştığım zorluklarda bana yol göstererek akademik gelişimime büyük katkı sağlayan kıymetli danışman hocam Prof. Dr. Özgür ERTUĞ'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Yön bulma algoritmalarının simülasyonları ve PCA varyantlarının performans analizleri gibi zorlu ve yoğun emek gerektiren bu süreçte, karşılaştığım problemlere farklı bakış açıları geliştirmemi sağlayan, bilgi birikimleriyle vizyonumu genişleten Aselsan Elektronik Sanayi ve Ticaret A.Ş. bünyesindeki Müdürüm Özden ERDEM KILIÇ'a, Ekip Liderim Sami TOKGÖZ'e ve başta Şükrü Fırat ADA olmak üzere tüm çalışma arkadaşlarıma gerek sağladıkları çalışma ortamı gerekse değerli fikirleriyle çalışmaya sundukları katkılardan ötürü teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak, eğitim hayatım boyunca olduğu gibi bu yorucu tez sürecinde de sevgilerini, sabırlarını ve maddi-manevi desteklerini benden hiçbir zaman esirgemeyen, her düştüğümde beni ayağa kaldıran kıymetli annem, babam ve kardeşlerime sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET iv

ABSTRACT v

TEŞEKKÜR vi

İÇİNDEKİLER vii

ÇİZELGELERİN LİSTESİ x

ŞEKİLLERİN LİSTESİ xi

SİMGELER VE KISALTMALAR xii

1. GİRİŞ 1

2. KAVRAMSAL TEMELLER VE LİTERATÜR ARAŞTIRMASI 7

2.1. Yön Bulma (DOA) Kestiriminin Temelleri 7

2.1.1. Sinyal modeli 7

2.1.2. Anten dizi geometrileri 8

2.1.3. Kovaryans matrisi ve tahmini 11

2.2. Geleneksel ve Alt Uzay Tabanlı Yön Bulma Yöntemleri 13

2.2.1. Konvansiyonel yöntemler (Gecikme-ve-topla ışın hüzmeleme) 13

2.2.2. Yüksek çözünürlüklü alt uzay yöntemleri (Subspace methods) 14

2.3. Temel Bileşen Analizi (Principal Component Analysis- PCA) 17

2.3.1. PCA'in matematiksel tanımı 17

2.3.2. Boyut indirgeme ve gürültü temizleme olarak PCA 19

2.3.3. PCA ve alt uzay yöntemleri (MUSIC) arasındaki ilişki 20

2.4. İncelenecek PCA Varyantları 22

2.4.1. Çekirdek PCA (Kernel PCA- kPCA) 23

2.4.2. Gürbüz PCA (Robust PCA- RPCA) 25

2.4.3. Seyrek PCA (Sparse PCA- SPCA) 26

Sayfa

3. YÖNTEM VE MATERYAL (MATLAB UYGULAMASI) 29
3.1. Simülasyon Ortamı 29
3.2. Veri Üretimi ve Simülasyon Senaryoları 30
3.2.1. Anten dizi tasarımı 30
3.2.2. Sinyal kaynağı modeli 32
3.2.3. Gürültü modelleri 32
3.3. Yön Bulma İçin PCA ve Varyantlarının Uygulanması 34
3.3.1. Standart PCA tabanlı yön bulma algoritması 34
3.3.2. kPCA tabanlı yön bulma algoritması 36
3.3.3. RPCA tabanlı yön bulma algoritması 37
3.3.4. SPCA tabanlı yön bulma algoritması 39
3.3.5. Karşılaştırma için MUSIC algoritmasının uygulanması 40
3.4. Performans Değerlendirme Metrikleri 41
3.4.1. Kök ortalama kare hata (Root mean square error- RMSE) 41
3.4.2. Başarılı tespit olasılığı (Probability of successful detection- PoD) 42
3.4.3. Çözünürlük (Resolution) 43
3.4.4. Hesaplama süresi (Computational time) 44
4. SİMÜLASYON SONUÇLARI VE TARTIŞMA 47
4.1. Senaryo 1: Sinyal-Gürültü Oranı (SNR) Performansı 47
4.2. Senaryo 2: Örnek (Snapshot) Sayısı Performansı 52
4.2.1. Kestirim doğruluğunun örneklem sayısına duyarlılığı 52
4.2.2. Hesaplama karmaşıklığı ve ölçeklenebilirlik 54
4.3. Senaryo 3: Çözünürlük Performansı 59
4.4. Senaryo 4: Doğrusallık Dışı Analiz 60
4.5. Senaryo 5: Yakın Hedeflerin Yön Kestirimi 62
4.6. Hesaplamalı Yük Karşılaştırması ve Ölçeklenebilirlik 64

Sayfa

4.7. Bulguların Genel Tartışması 64
5. SONUÇ VE ÖNERİLER 67
5.1. Tezin Özeti ve Genel Değerlendirme 67
5.2. Elde Edilen Sonuçlar 67
5.3. Öneriler ve Gelecek Çalışmalar 68
5.3.1. Algoritma seçimi ve uygulama önerileri 69
5.3.2. Gelecek çalışmalar ve derin öğrenme entegrasyonu 69
KAYNAKLAR 71
ÖZGEÇMİŞ 75

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

Çizelge 3.1. Radar elektronik sistemlerin tepki süreleri 44

Çizelge 4.1. SNR 5dB iken PCA varyantlarının performans tablosu 48

Çizelge 4.2. SNR 10dB iken PCA varyantlarının performans tablosu 49

Çizelge 4.3. SNR 20dB iken PCA varyantlarının performans tablosu 51

Çizelge 4.4. SNAP sayısı 200 iken PCA varyantlarının performans tablosu 55

Çizelge 4.5. SNAP sayısı 500 iken PCA varyantlarının performans tablosu 56

Çizelge 4.6. SNAP sayısı 800 iken PCA varyantlarının performans tablosu 58

Çizelge 4.7. Hedefler -15° ve 0° iken PCA varyantlarının performans tablosu 62

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil 2.1. Üç antenli durum için geometrik gösterim 9

Şekil 2.2. Düzgün doğrusal dizi 10

Şekil 2.3. Düzgün dairesel dizi 11

Şekil 2.4. Doğrusal olmayan girdi uzayından doğrusal özellik uzayına geçiş..... 23

Şekil 3.1. Simülasyon ortamı ve veri üretimi akışı 34

Şekil 3.2. Yön bulma için PCA varyantları algoritmalarının akışı 41

Şekil 3.3. Yön bulma algoritmaları performans değerlendirme akışı 45

Şekil 4.1. SNR 5dB iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 48

Şekil 4.2. SNR 5dB iken PCA varyantlarının öz değer analizi 49

Şekil 4.3. SNR 10dB iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 50

Şekil 4.4. SNR 10dB iken PCA varyantlarının öz değer analizi 50

Şekil 4.5. SNR 20dB iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 51

Şekil 4.6. SNR 20dB iken PCA varyantlarının öz değer analizi 52

Şekil 4.7. SNAP sayısı 200 iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 55

Şekil 4.8. SNAP sayısı 200 iken PCA varyantlarının öz değer analizi..... 56

Şekil 4.9. SNAP sayısı 500 iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 57

Şekil 4.10. SNAP sayısı 500 iken PCA varyantlarının öz değer analizi..... 57

Şekil 4.11. SNAP sayısı 800 iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 58

Şekil 4.12. SNAP sayısı 800 iken PCA Varyantlarının öz değer analizi..... 59

Şekil 4.13. Sinyalle eklenen doğrusal olmayan gürültü ile birlikte gürültü analizi..... 61

Şekil 4.14. Doğrusal olmayan gürültü ile birlikte PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması..... 61

Şekil 4.15. Hedefler -15° ve 0° iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması 63

Şekil 4.16. Hedefler -15° ve 0° iken PCA Varyantlarının öz değer analizi..... 63

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklamalar**
A	Yönlendirme Matrisi
dB	Desibel
fc	Taşıyıcı Frekans
Ɵ	Geliş Açısı (DOA)
λ	Dalga Boyu

Kısaltmalar	**Açıklamalar**
AWGN	Additive White Gaussian Noise
DOA	Direction of Arrival
EVD	Eigenvalue Decomposition
KLT	Karhunen-Loève Transform
PCA	Principal Component Analysis
RMSE	Root Mean Square Error
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SVD	Singular Value Decomposition
UCA	Uniform Circular Array
ULA	Uniform Linear Array

1. GİRİŞ

Problemin tanımı ve arka planı

Yön bulma (Direction of Arrival- DOA) algoritmaları, günümüz mühendislik sistemlerinin en kritik öneme sahip elementlerinden biri haline gelmiştir. Radar, navigasyon, cep telefonları ve elektronik savaş sistemleri gibi birçok alanda yön bulma temel zorluklardan biridir [1]. Özellikle radar sistemleri, sensör ağları, kablosuz haberleşme altyapıları, sonar sistemleri ve otonom araç teknolojileri gibi birçok uygulamada, sinyalin geldiği yönün belirlenmesi sistemin performansını, doğruluğunu ve tepki süresini doğrudan etkileyen hayati bir unsurdur. Sistem doğruluğunun en optimal şekilde yapılması ve kalibre edilmesi bu sistemlerde önemli bir rol almaktadır. Sistem duyarlılığının üstünde ölçülen sinyallerin tespiti, izleme, konumlandırma ve yönlendirme gibi çözünürlüğü yüksek yani güvenilir bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlar.

Geleneksel yön bulma algoritmaları arasında yer alan MUSIC (Multiple Signal Classification) ve ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) gibi yöntemler, uzun yıllar boyunca akademik ve endüstriyel çevrelerde yoğun şekilde kullanılmıştır [1]. Bu yöntemlerin bilinen sınırlılıklarının yanında, temel avantajı yüksek çözünürlükte yön bulma başarısı sunmalarıdır. Bu sınırlılıklar arasında kullanılan büyük boyutlu kovaryans matrislerinden kaynaklanan ölçüm maliyetleri, anten dizilerinin geometrilerine olan bağlılık ve düşük SNR (Signal-to-Noise Ratio) seviyelerinde etkin çözüm üretememe gibi nedenler yer almaktadır. Bu hatalar nihayetinde sistem performansında kayıplar yaşanabilir. Karşılaşılan bu tür problemlere, istatistiksel ve yapay zekâ yöntemleriyle fonksiyonel yeni yöntemlerin kullanımı ile önlem alınmasını gerektirmiştir. Bundan dolayı Temel Bileşen Analizi (Principal Component Analysis – PCA), yön bulma algoritmaları ve sinyal işleme algoritmalarında boyut indirgeme yeteneği sayesinde öne çıkan bir araç olarak kullanılmaktadır. PCA, bunu yaparken çok boyutlu veri setinde en güçlü varyansa sahip verinin özniteliklerini çıkarır. Büyük bir verinin işlenmesinde hem verinin sıkıştırılmasını hem de gürültüden arındırılmasına olanak sağlar [2]. Bu kapsamda PCA değerlendirildiğinde yön bulma algoritmalarında sinyal ve gürültü uzaylarının ayrıştırılması gerekir. DOA uygulamalarında bu gibi probleme çözüm ürettiği için PCA tercih edilir ve kayda değer etkili bir sistem bir performans yeteneği sunar.

Bu kazanımlarla beraber sistemsel olarak PCA bazı sınırlılıkları da beraberinde getirir. Buna örnek olarak verinin doğrusal olması varsayımı ve yüksek gürültülü ortamlarda performans düşüklüğü verilebilir. Ek olarak daha az sıklıkla güncellenen modellerde PCA'ın esnekliği olduğu da gözlemlenmiştir. Bu eksiklikleri minimize etmek ve optimal çözümü üretebilmek için farklı durumlar için kullanılabilecek PCA varyantları (Kernel PCA, Robust PCA ve Sparse PCA) geliştirilmiştir [3]. Literatürde var olan bu varyantlar doğrusal olmayan, aykırı değerlerden etkilenme ve kaynak verimliliğini sağlama açısından geleneksel PCA algoritmalarının sınırlarını aşmaktadır.

Bu bilgiler ışığında çalışmanın problem durumu PCA varyantlarını farklı durumlarda sistematik olarak incelenmesi ve karşılaştırılmasıdır. Bu sınırlılıklara çözüm üreterek klasik yön bulma yöntemleriyle rekabet edebilecek ve onlarda daha etkili olabilecek optimize bir yön bulma algoritmasının oluşturulmasıdır.

Tezin amacı

Bu tez çalışmasının temel amacı PCA varyantlarıyla geliştirilmiş yön bulma algoritmasının sistemlerde uygulanabilirliği ve performans ölçümlerini analiz etmektir. Araştırma kapsamında özellikle Kernel PCA, Robust PCA ve Sparse PCA algoritmalarının sinyal yön bulma etkinliği kapsamlı biçimde incelenecektir. Bu varyantların yüksek doğruluğu, gürültülü sinyallere direnci (SNR), RMS (Root Mean Square) hata, hesaplama süresi ve başarı tespit olasılığı (PoD) parametreleri baz alınarak Monte-Carlo simülasyonları ile karşılaştırılması yapılacaktır.

MATLAB ortamında gerçekleştirecek simülasyonların sayesinde çeşitli SNR seviyeleri ve anten dizisi konfigürasyonları kullanılarak bu yöntemlerin geleneksel yön bulma algoritmalarına (MUSIC, ESPRIT vb.) olan üstünlüğü gösterilmesi amaçlanmıştır. Araştırma sonucunda gerçek zamanlı ve gömülü radar elektronik harp sistemlerinde kullanılmak üzere optimize edilmiş yüksek doğruluk ve çözünürlükte, düşük maliyetli bir PCA tabanlı yön bulma algoritması önerilecektir. Bu çalışmaların sonuçları göz önünde bulundurulduğunda literatür boşluğunu doldurabilecek, uygulamalı alanlarda yenilikçi bir çözüm sunulacaktır.

Tezin önemi ve literatüre katkısı

Yön bulma teknolojileri savunma sanayi, haberleşme sistemleri, acil durum uyarı sistemleri ve birçok otonom sistemlerde yer almaktadır. Bu sistemlerin fonksiyonel becerileri kullanılan algoritmanın sistemlerin çalışma aralığında tespit ettikleri sinyallerin yüksek doğrulukta ve hızla belirleyen algoritmalara bağlıdır. Bu nedenle bu gibi kritik öneme sahip alanlarda çeşitli senaryolara uyum sağlayabilen, yüksek doğrulukta ve hesaplama açısından düşük maliyetli bir algoritmanın geliştirilmesi kaçınılmaz bir zorunluluk haline gelmiştir. Bu araştırmada bu probleme katkı sağlayacak sadece literatürdeki bu boşluğu kapatmak için değil pratikte uygulamalara da entegre edilebilecek bir algoritmanın temelleri atılacaktır.

MATLAB ortamında gerçekleştirilen simülasyonlarla desteklenen analizler, gerçek donanım platformlarına entegre edilebilecek algoritmalar için sağlam bir zemin hazırlayabilir. Bu tezde yapmış olunan analizler bu sistemlerin modernizasyonundaki çalışmalar için temel oluşturabilir.

Tezin kapsamı ve sınırlılıkları

Analiz sonuçları için MATLAB'da kullanılacak olan sinyal modellerinin teorik altyapıya uygun olduğu varsayılmaktadır. Buna karşın, teorik temellerin varsayımından farklı olarak sinyallerin doğal ortamlarda yayılımları çeşitlilik göstermektedir. Eklenen gürültülerin bu ortamları modellediği varsayılmaktadır. Ölçüm ortamındaki sinyallerin dar bantlı, korelasyon olmayacak şekilde ve sabit yönlerden geldiği varsayılmaktadır. Yön bulmak için kullanılacak sinyallerin doğal saçılımları ihmal edilecek düzeyde olduğu varsayılmaktadır. MATLAB ortamında oluşturulan sinyallerin gerçek dünya sistemlerine yeterince yakınsadığı bu tezde kabul edilmiştir.

Tez çalışmasının kavramsal çerçevesi, antenlerin düzeninin kesinlik doğrusal ve eşit aralıklı bir modelle üretildiği konfigürasyon olan Tekdüze Doğrusal Dizi (ULA) etrafında olacaktır. Yön doğruluğunu dairesel veya doğrusal olan farklı anten dizi geometrileri etkileyebilecektir. Bu çalışmada ele alınan PCA varyantları ile yön bulma algoritmalarının fonksiyonel yeterliliği kontrollü bir kapsamda analiz edilmesi için bu yaklaşım uygulanmaktadır. Ölçülen anten sayıları ve geometrilerini konfigürasyonu deney süreci boyunca kontrollü değişken olarak sabit tutulacaktır. Bu çalışmanın kapsamında dinamik ve

mobil (değişken) kaynaklar ölçüm esnasında değerlendirilmeyecektir. Bunun nedeni, bu kaynakların değerlendirilmesi çalışmanın zamanını ve amacını aşan bir süreci beraberinde getirecektir. PCA varyantlarıyla yön bulma algoritmalarının dar bant sinyal senaryolara odaklandığı için geniş bant sinyallerin işlenmesi de test durumlarının dışında tutulacaktır. Gerçek dünyada var olan belirsiz elektromanyetik spektrum dağılımı ve saçılımı MATLAB ortamında yeterince simüle edilemeyeceği ve bu etkinin ihmal edilebilir seviyede olmasından kaynaklı olarak kontrollü koşullarda deney ortamı analiz edilecektir.

Bu çalışmada PCA varyantlarının Monte-Carlo analizleri yapılacağı için tamamen MATLAB tabanlı simülasyonlar araç olarak değerlendirilecektir. Fiziksel donanım uygulaması başka bir deyişle fiziksel olan bir anten ve FPGA tabanlı almaç tercih edilmesi bu çalışmaya etki edecek başka sınırlılıkları da beraberinde getirecektir. Bu problemler donanımların var olan termal gürültüsü, kalibrasyon hataları ve gerçek zamanlı veri işleme gibi nedenlerden doğabilir. Bu sınırlılıklara ek olarak günümüzde birçok çalışmada değerlendirilen AI ve hibrit model yaklaşımları ilgisiz karmaşıklara yol açacağı için bu çalışmanın ilk aşamasında yer verilmemiştir. Gelecekteki çalışmalarda bu modellerde yardım alınabileceği belirlenmiştir. Bu tezde önerilen yön bulma algoritmalarının değerlendirme ve optimizasyon prosedürleri belirlenen parametreler ışığında geçerlidir. Bu senaryolar üzerinde birçok kez test adımı gerçekleştirilmeden ve doğruluğu karar verilmeden daha kapsamlı ve karmaşık senaryolara doğrudan genelleştirilemez.

Tezin yapısı

Bu tez çalışması, beş ana bölüm halinde organize edilmiştir. Tezin yol haritası aşağıda özetlenmiştir:

Bölüm 1: Giriş

Tezin bu bölümünde çalışmanın temel konusunu oluşturan Yön Bulma problemidir. Yön bulma problemlerinin uygulama alanları, tezin bu alana ve literatüre olan katkısı açıklanmıştır. Tez çalışmasının amacıyla beraber kapsamından da söz edilmiştir. Bu kapsamda hangi PCA varyantlarının yön bulma problemine çözüm olarak çalışılacağını da belirtilmiştir. Bu varyantlar incelenirken test parametrelerinin neler olacağına dair bilgiler de yer almaktadır. Bu sınırlılıklar içerisinde ihmal edilen veya yön bulma açısından analiz

yaparken simülasyon sonuçlarının nasıl değerlendirileceğine ilgili de bilgilendirmeler bulunmaktadır.

Bölüm 2: Kavramsal temeller ve literatür araştırması

Bu bölümde, tezin teorik altyapısı oluşturulmaktadır. İlk olarak, dar bant sinyal modeli, anten dizi manifoldu ve kovaryans matrisi tahmini gibi DOA kestiriminin temel kavramları incelenmiştir. Ardından, MUSIC ve ESPRIT gibi yüksek çözünürlüklü alt uzay tabanlı yöntemler detaylandırılmıştır. Bölümün devamında, klasik Temel Bileşen Analizi'nin (PCA) matematiksel tanımı, boyut indirgeme rolü ve MUSIC gibi alt uzay yöntemleriyle olan (sinyal ve gürültü alt uzayı ayrışımı) ilişkisi açıklanmıştır. Son olarak, bu tezde odaklanılan Çekirdek PCA (kPCA), Gürbüz PCA (RPCA) ve Seyrek PCA (SPCA) gibi ileri düzey PCA varyantları teorik olarak tanıtılmış ve bu yöntemlerin literatürde DOA problemine uygulanmasına ilişkin çalışmalar özetlenerek araştırma boşluğu vurgulanmıştır.

Bölüm 3: Yöntem ve materyal

Bu bölümde, tez kapsamında yürütülen simülasyon çalışmalarının "nasıl" yapıldığı detaylandırılmaktadır. Kullanılan MATLAB platformu ve ilgili araç kutuları tanıtılmıştır. Simülasyon senaryoları için veri üretim süreci; anten dizi tasarımı (ULA), sinyal kaynağı modeli ve kullanılan gürültü modelleri (örn. AWGN, dürtüsel gürültü) açıklanmıştır. Standart PCA, kPCA, RPCA, SPCA ve karşılaştırma için klasik MUSIC algoritmalarının DOA kestirimi için adım adım nasıl uygulandığı gösterilmiştir. Son olarak, yöntemlerin performansını karşılaştırmak için kullanılan Kök Ortalama Kare Hata (RMSE), başarılı tespit olasılığı, çözünürlük ve hesaplama süresi gibi metrikler tanımlanmıştır.

Bölüm 4: Simülasyon sonuçları ve tartışma

Bu bölüm, tezin ana bulgularını sunmakta ve yorumlamaktadır. Bölüm 3'te tanımlanan algoritmalar; farklı Sinyal-Gürültü Oranı (SNR) değerleri, farklı anlık görüntü (snapshot) sayıları, birbirine yakın hedeflerin çözünürlüğü ve gürbüzlük (aykırı değer/dürtüsel gürültü varlığı) gibi çeşitli senaryolar altında test edilmiştir. Elde edilen RMSE grafikleri, spektral çıktılar ve performans tabloları sunulmuş, algoritmaların hesaplamalı yükleri

karşılaştırılmıştır. Her bir senaryo için hangi varyantın neden daha üstün performans gösterdiği literatür bilgisi ışığında detaylı olarak tartışılmıştır.

Bölüm 5: Sonuç ve öneriler

Tezin son bölümünde, çalışmanın genel bir özeti yapılmış ve elde edilen temel bulgular vurgulanmıştır. Hangi PCA varyantının hangi koşullar altında DOA tahmini için daha avantajlı olduğu belirtilmiştir. Bu çalışmanın sonuçlarına dayanarak, gelecekte yapılabilecek potansiyel araştırmalar (farklı anten geometrileri, farklı varyantların incelenmesi, faz uyumlu sinyal senaryoları veya gerçek donanım uygulamaları gibi) için önerilerde bulunulmuştur.

Çalışmada kullanılan tüm referanslar "Kaynakça" bölümünde listelenmiştir.

2. KAVRAMSAL TEMELLER VE LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

2.1. Yön Bulma (DOA) Kestiriminin Temelleri

Yön Bulma (DOA) kestirimi, bir sensör dizisi kullanarak uzak kaynaklardan gelen sinyallerin geliş açılarını belirleme problemidir. Bu problemin çözümü, alınan veriyi açıklayan hassas bir matematiksel modele dayanır. Bu bölümde, DOA kestirim algoritmalarının temelini oluşturan sinyal modeli, anten dizi geometrileri ve kovaryans matrisi kavramları detaylandırılmaktadır.

2.1.1. Sinyal modeli

Yüksek çözünürlüklü alt uzay tabanlı yöntemlerin çoğu (örneğin, PCA ve MUSIC) dar bant sinyal varsayımına dayanmaktadır [2, 4]. Bir sinyalin bant genişliği (W) taşıyıcı merkez frekansı (f_c) ile karşılaştırıldığında çok küçük olduğunda ($W \ll f_c$) dar bant olarak tanımlanır. Bundan dolayı sinyalle ilgili bilgileri taşıyan zarfının taşıyıcı dalganın kendisinden çok daha yavaş değiştiğini anlamlandırırız. Buna daha iyi anlamlandırmak adına örnek verecek olursak bir sinyalin f_c= 100 MHz de yayın yaptığını varsayalım. Bu sinyalin bilgiyi taşıdığı zarfı da 4kHz olduğunu düşünelim. Taşıyıcı sinyal 100 milyon kez titreşirken bilgi sadece 4 bin kez değişir. Bu yavaş değişim dar bant olarak sınıflandırılır. Bu varsayımın pratik anlamı, sinyalin anten dizisi üzerinden iletimi sırasında sinyal zarfının (envelope) sabit kalmasıdır. Bu yaklaşım farklı antenler arasındaki gecikmeyi karmaşık bir zaman gecikmesi yerine basit bir faz kayması olarak modellemeyi mümkün kılar.

M elemanlı bir anten dizisine, $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_D]$ yönlerinden gelen D adet dar bant sinyal kaynağı olduğunu varsayalım. m-inci antenin t anında aldığı sinyal $x_m(t)$ olarak ifade edilebilir. Tüm antenlerden alınan sinyaller, M×1 boyutlu bir alınan veri vektörü x(t) olarak birleştirilir:

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_M(t)]^T \tag{2.1}$$

Genel sinyal modeli, D adet sinyalin $s(t) = [s_1(t), \ldots, s_D(t)]^T$ (kaynak sinyal vektörü) ve M×1 boyutlu n(t) (gürültü vektörü) katkılarının toplamı olarak ifade edilir:

$$x(t) = A(\Theta)s(t) + n(t) \quad (2.2)$$

Bu denklemdeki temel bileşenler şunlardır:

n(t) (Gürültü Vektörü): Genellikle Eklemeli Beyaz Gauss Gürültüsü (AWGN) olarak modellenir. AWGN olarak gürültü vektörünün tercih edilme nedeni, alıcı ve elektronik devrelerinde var olan termal gürültüyü en iyi şekilde modellemesi ve matematiksel olarak işlenebilir olmasındır. Antenler arasında ve sinyal kaynaklarıyla istatistiksel olarak bağımsız, sıfır ortalamalı ve σ_n^2 varyanslı olduğu varsayılır.

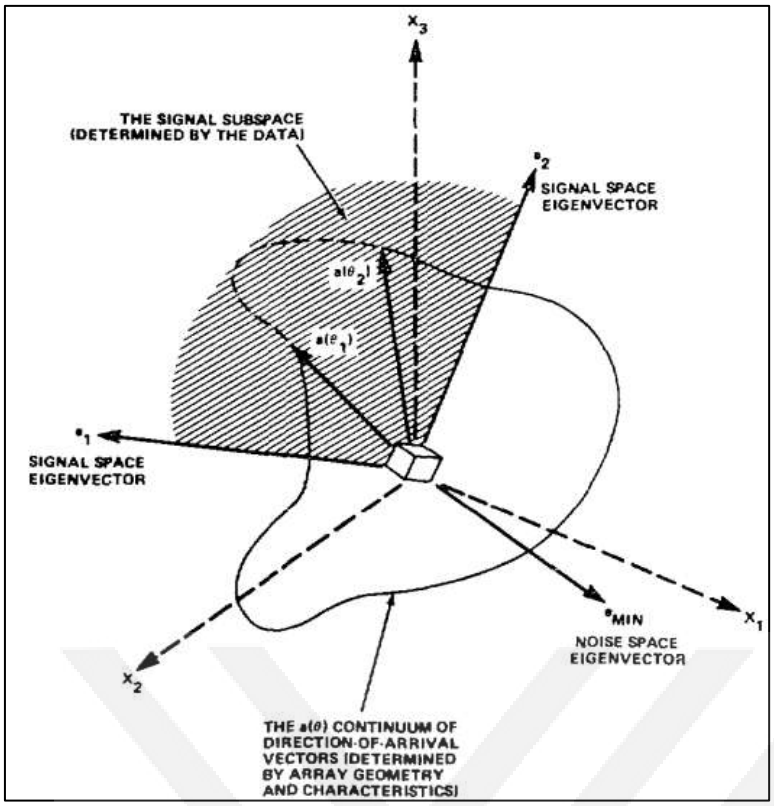
A(Θ) (Anten Dizi Manifoldu Matrisi): Bu matris sinyal işleme ve yön bulmada kritik bir öneme sahiptir. Sistemimizin donanımsal olarak yer alan antenin algıladığı sinyallerin tespit edilirken yorumlanmasını da sağlar. Matematiksel olarak bu matris gelen elektromanyetik spektrumun hem dizisel olarak hem de her bir anten elemanın sinyalin bir örneğini nasıl aldığını ifade eder. M×D boyutlu bu matris, dizinin geometrik yapısının D adet sinyale verdiği tepkiyi tanımlar. Her sütunu, belirli bir yöne (θk) ait yönlendirme vektörünü (steering vector) içerir.

$$A(\Theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_D)] \quad (2.3)$$

$a(\theta_k)$(Yönlendirme Vektörü): M×1 boyutlu bu vektör, θ_k yönünden gelen bir sinyalin dizinin M anteninde yarattığı faz kaymalarını temsil eder. Bir başka deyişle sistem üzerinde var olan anten dizisini ölçülen sinyale vermiş olduğu kümülatif tepkiyi tanımlamak için kullanılır. Bu vektörün yapısı, doğrudan bir sonraki bölümde incelenecek olan anten dizi geometrisine bağlıdır. Bu modelin geçerliliği için genellikle M>D (anten sayısı sinyal sayısından fazla) olması gerektiği varsayılır [4].

2.1.2. Anten dizi geometrileri

Yönlendirme vektörü a(θ), sinyalin kat ettiği yol farklarından kaynaklanan faz gecikmelerini içerir ve bu, antenlerin fiziksel yerleşimine (geometriye) bağlıdır.



Şekil 2.1. Üç antenli durum için geometrik gösterim

Düzgün Doğrusal Dizi (Uniform Linear Array- ULA): Bu tez çalışmasının odak noktası olan ULA M adet antenin bir doğru boyunca birbirine eşit d mesafesiyle yerleştirilmesiyle oluşur [2, 5]. Genellikle ilk anten verisi referans (faz = 0) olarak alınır. Her bir antenin konumu tam olarak bilindiği için (r_l =...), bir sinyalin belirli bir θ açısından geldiğinde her bir antene ne kadarlık bir faz farkıyla ulaşacağını yönlendirme vektörüyle modelleyebiliriz.

θ açısı, dizinin normaline (broadside) göre ölçülür. Bir sinyal θ açısından geldiğinde, (m+1) inci anten ile m-inci anten arasındaki yol farkı dsin(θ) olur. Bu yol farkının yarattığı zaman gecikmesi $\tau=(d\sin(\theta))/c$ ve karşılık gelen faz kayması $\omega_c\tau=(2\pi f_c d\sin(\theta))/c=(2\pi d\sin(\theta))/\lambda$ olur.

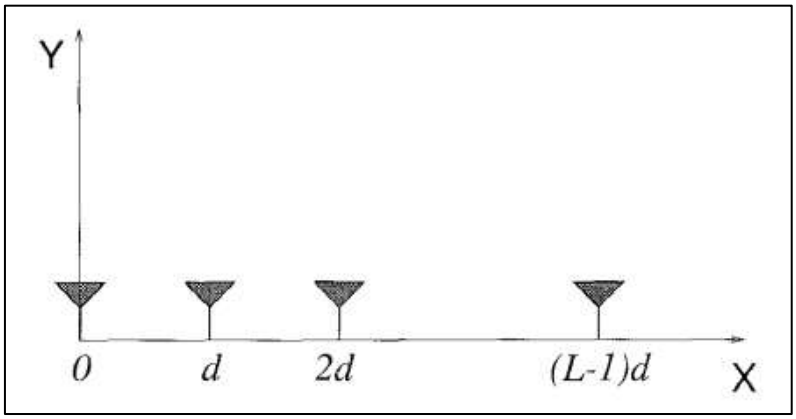
Bu durumda, ULA için M×1 boyutlu yönlendirme vektörü a(θ) şu şekilde tanımlanır:

$$a(\theta) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda}sin(\theta)}, e^{-j\frac{4\pi d}{\lambda}sin(\theta)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi(M-1)d}{\lambda}sin(\theta)}\right]^T \quad (2.4)$$

Yandan kulakçıkları (grating lobes) ve açı belirsizliğini önlemek için sensörler arası mesafe genellikle $d \leq \lambda/2$ (yarım dalga boyu) olarak seçilir [5].

Bu yapı, bize matematiksel yönü kestirme imkânı sağlar. Normalde, sinyal yönlerini bulmak için karmaşık, çok boyutlu sayısal aramalara (M-D search) ihtiyaç duyulurken, ULA'nın özel yapıları sayesinde bu problemi daha rahat çözüme kavuşturabiliriz. Bu da hesaplama açısından çok daha verimli ve güçlü algoritmaların geliştirilebilmesine olanak tanır. ULA'nın özel yapısından faydalanan literatürde var olan örneklerden bahsetmek ve detaylandırmak gerekirse:

1. Root-MUSIC: Bu, MUSIC yönteminin ULA'nın yapısından yararlanan bir polinom kökü bulma (polynomial-rooting) versiyonudur. Yönleri bulmak için bir spektrumu taramak yerine, $D(z) = z^{M-1}\, \boldsymbol{a}^{T}(z^{-1})\, \boldsymbol{E}_N \boldsymbol{E}_N^{H}\, \boldsymbol{a}(z)$ olarak tanımlanan bir polinomun köklerini bulur. Bu denklemin köklerin açıları, elektriksel açıları (Ψ) ifade eder. Dolayısıyla bulunan bu kökler geliş yönlerini (DOA) verir.
2. ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques): Bu algoritma, ULA yönlendirme matrisinin sahip olduğu "kaydırma yapısını" (shift structure) farklı bir yolla kullanır. ULA matrisi A, ilk ve son satırları silinerek A_1 ve A_2 olarak iki alt matrise bölündüğünde, bu iki matris $A_2=A_1\Phi$ şeklinde birbiriyle ilişkilidir. Buradaki Φ matrisi, köşegeninde $e^{j\phi m}$ köklerini barındıran ve geliş yönü bilgisini taşıyan matristir. ESPRIT, bu Φ matrisini bularak yönleri tahmin eder.

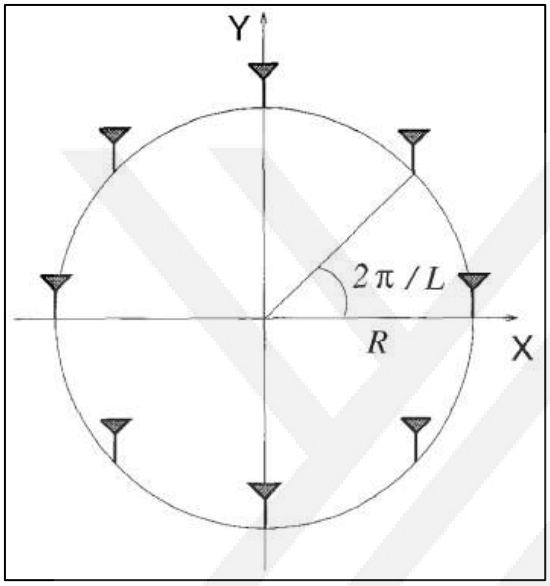


Şekil 2.2. Düzgün doğrusal dizi

Düzgün Dairesel Dizi (Uniform Circular Array- UCA): Literatürde sıkça kullanılan bir diğer geometri olan UCA'da [3], sensörler bir daire çevresine eşit aralıklarla yerleştirilir. UCA'nın

temel avantajı, ULA'nın "end-fire" ($\theta=\pm 90^{\circ}$) yönlerindeki düşük çözünürlüğünün aksine, 360 derecelik azimut düzleminde tutarlı bir performans ve çözünürlük sunmasıdır.

ULA'nın sahip olduğu özel "öteleme değişmezliği" (translational invariance) yapısının, Uzamsal Yumuşatma (Spatial Smoothing) gibi eş evreli sinyal (coherent signals) teknikleri için kritiktir. UCA gibi "dairesel" diziler bu doğrudan yapıya sahip değildir. Bu nedenle, bu tür dizilerde uzamsal yumuşatma uygulamak için "alınan veriye bir tür dönüşüm (transformation)" yapılması gerekir [5].



Şekil 2.3. Düzgün dairesel dizi

2.1.3. Kovaryans matrisi ve tahmini

Alt uzay tabanlı yöntemler (PCA ve MUSIC dahil), alınan sinyal vektörü x(t)'nin kendisiyle değil, onun ikinci dereceden istatistikleriyle, yani kovaryans matrisi ile çalışır [2, 6].

Teorik (İdeal) Kovaryans Matrisi (R_{xx}): M×M boyutlu teorik kovaryans matrisi, x(t) vektörünün beklenen değeri (expectation) olarak tanımlanır:

$$R_{xx} = E[x(t)x(t)^H] \tag{2.5}$$

Burada H, Hermityen transpozu (eşlenik transpoz) ifade eder. Sinyal modeli denklemini kullanarak R_{xx}'i açarsak:

$$R_{xx} = E[(As(t)+n(t))\,(As(t)+n(t))^{H}] \quad (2.6)$$

Sinyal kaynaklarının s(t) ve gürültü vektörünün n(t) birbiriyle ve kendi aralarında (farklı zamanlarda) ilintisiz (uncorrelated) olduğu varsayımları altında, bu denklem şu şekilde basitleşir:

$$R_{xx} = A\,E[s(t)s(t)^{H}]\,A^{H} + E[n(t)n(t)^{H}] \quad (2.7)$$

Bu denklemde iki yeni terim ortaya çıkar:

1. $R_{ss} = E[s(t)s(t)^{H}]$: D×D boyutlu sinyal kovaryans matrisi.
2. $R_{nn} = E[n(t)n(t)^{H}]$: M×M boyutlu gürültü kovaryans matrisi.

Gürültünün AWGN (uzaysal olarak beyaz ve σ_n^2 varyanslı) olduğu varsayımıyla $R_{nn}=\sigma_n^2 I$ (burada I, M×M birim matristir) olur. Böylece ideal kovaryans matrisi son halini alır:

$$R_{xx}=AR_{ss}A^{H}+\sigma_n^2 I \quad (2.8)$$

Bu denklem, PCA ve MUSIC algoritmalarının temelini oluşturan sinyal ve gürültü alt uzaylarının ayrışımının anahtarıdır.

Tahmini Kovaryans Matrisi (Sample Covariance Matris- SCM): Uygulamada, sonsuz sayıda veriye sahip olmadığımız için E[·] (beklenen değer) hesaplayamayız. Bunun yerine, L adet anlık görüntü (snapshot) üzerinden zaman ortalamasını alarak $\hat{R}_{xx}$'i tahmin ederiz [2]. Bu matris, SCM veya örnek kovaryans matrisi ($\hat{R}_{xx}$) olarak adlandırılır [6]:

$$\hat{R}_{xx} = \frac{1}{L} \sum x(t_l)x(t_l)^{H} \quad (2.9)$$

Klasik yöntemler, $L \to \infty$ iken $\hat{R}_{xx} \to R_{xx}$ varsayımına dayanır. Buna karşın, L'nin küçük olduğu (düşük veri) durumlar veya gürültünün AWGN olmadığı (örn. dürtüsel gürültü) senaryolar, $\hat{R}_{xx}$'in R_{xx}'in zayıf bir tahmini olmasına yol açar. Bu tezde incelenecek olan Robust PCA (RPCA) gibi varyantlar, tam olarak bu zayıflığı gidermeyi ve $\hat{R}_{xx}$'in standart tahmininden daha gürbüz bir alt uzay ayrışımı yapmayı hedefler.

2.2. Geleneksel ve Alt Uzay Tabanlı Yön Bulma Yöntemleri

Bu tezde ele alınan yön bulma (Direction of Arrival- DOA) kestirimi, bir anten dizisi kullanılarak bir kaynaktan gelen sinyallerin yönlerini tespit etme problemidir. Literatürde bu problemi çözmek için temel olarak iki kategoride sınıflandırılmıştır: geleneksel ve modern yüksek çözünürlüklü alt uzay tabanlı yöntemler.

Geleneksel olarak sınıflandırılan yöntemler ilkel olarak sinyal gücünü belirli bir yönde maksimize ederek yön bulma problemine çözüm üretir. Diğer bir yöntem çeşidi olan alt uzay tabanlı yöntemlerde ise ölçülen verinin istatistiksel özelliklerinden faydalanarak sinyal ve gürültü alt uzaylarına ayrıştır ve yön bulma problemini çözer.

2.2.1. Konvansiyonel yöntemler (Gecikme-ve-topla işın hüzmeleme)

En temel ve klasik yön bulma tekniği, "Gecikme-ve-Topla" (Delay-and-Sum- DAS) olarak da bilinen konvansiyonel ışın hüzmeleyicidir (Conventional Beamformer- CBF). Bu yöntem, isminden de anlaşılacağı üzere, farklı antenlere gelen sinyalleri belirli bir "bakış yönü" (look direction) için hizalamak amacıyla uygun gecikmeler (veya frekans domeninde faz kaydırmaları) uygular ve ardından bu hizalanmış sinyalleri toplar.

Bir M elemanlı anten dizisi düşünelim. Belirli bir θ açısından gelen düzlem dalga, dizinin farklı elemanlarına farklı zamanlarda ulaşacaktır. DAS algoritması, bu zaman farklarını telafi etmek için her bir anten kanalına bir gecikme $\tau_m(\theta)$ ekler. Amaç, ilgilenilen θ yönünden gelen sinyallerin yapıcı bir şekilde (faz uyumlu olarak) toplanmasını sağlamaktır. Diğer yönlerden gelen sinyaller ve gürültü ise (faz uyumlu olmadıkları için) toplandıkları zaman sinyal kaynağından gelen yöne nazaran güçlenemez [4]. Dizinin çıkış gücü, tüm olası θ açıları için taranır. Gücün maksimize olduğu açı, gelen sinyalin tahmini yönü olarak kabul edilir.

Bu yöntemin en büyük kısıtlaması çözünürlüğüdür. Çözünürlük, dizinin fiziksel boyutu (açıklığı- aperture) ile doğrudan ilişkilidir ve Rayleigh ayırma limiti ile sınırlıdır [4]. Bu nedenle, birbirine açısal olarak çok yakın olan iki farklı sinyal kaynağını ayırt etmekte zorlanır. Ek olarak, ilişkili veya faz uyumlu sinyallerin varlığında performansı ciddi şekilde düşer.

2.2.2. Yüksek çözünürlüklü alt uzay yöntemleri (Subspace methods)

1970'lerin sonu ve 1980'lerde geliştirilen alt uzay tabanlı yöntemler 2.2.1 bölümünde bahsettiğimiz konvansiyonel yöntemlerin çözünürlük problemine çözüm olarak tasarlanmıştır. Bu yöntemler, gücün maksimize ederek yönü belirlemek yerine antenler tarafından ölçülen sinyal verisinin istatistiksel yapısını analiz etmeye ve alt uzaylara ayırmaya dayanır.

Bu yöntemlerin tamamı, anten dizisinden alınan verilerin kovaryans matrisinin (R_{xx}) öz-ayrışımına (eigen decomposition) dayanır [2, 4]. İdeal bir senaryoda (sadece gürültünün istatistiksel olarak bağımsız ve Gauss dağılımlı olduğu varsayıldığında), kovaryans matrisinin öz değerleri iki gruba ayrılır:

1. Sinyal Alt Uzayı (Signal Subspace): Sinyallerin gücü ve gürültü gücünün toplamıyla ilişkili olan "büyük" öz değerler belirlenen yöndeki sinyal gücü gürültü gücünden fazla olması gerekmektedir. Bu öz değerlere karşılık gelen öz vektörler, sinyal alt uzayını (E_S) oluşturur.
2. Gürültü Alt Uzayı (Noise Subspace): Sadece gürültü gücüyle (σ^2) ilişkili olan "küçük" ve ideal olarak birbirine eşit olan öz değerler arka plandaki beyaz gürültüyü ifade eder. Bu öz değerlere karşılık gelen öz vektörler, gürültü alt uzayını (E_N) oluşturur.

Yukarıda belirtilen alt uzayların en kritik noktası sinyal ve gürültü alt uzaylarının birbirine ortogonal olmasıdır. Buna ek olarak da gelen sinyallerin yön vektörleri (steering vectors) sinyal alt uzayında yer alacağından, bu vektörler gürültü alt uzayına dik olmalıdır [2]. Bu ortogonalliğin anlamı iki vektörün iç çarpımların sıfır olması veya sıfıra daha yakın olması bir kesişimin olmadığının ispatıdır. Yüksek çözünürlüklü algoritmalar bu prensibi kullanarak sinyal yönlerini tespit eder.

<u>MUSIC (Multiple signal classification) algoritması</u>

MUSIC, 1979 yılında R. O. Schmidt tarafından önerilen, alt uzay tabanlı yöntemlerin öncüsü ve en bilinenidir [2]. Adından da anlaşılacağı gibi, birden fazla sinyal kaynağını sınıflandırma yeteneğine sahiptir.

MUSIC, gürültü alt uzayı ile sinyal yön vektörleri arasındaki ortogonalite ilişkisini doğrudan kullanır.

1. Kovaryans Matrisi: N adet örnek (snapshot) kullanılarak M×M boyutlu R_{xx} kovaryans matrisi tahmin edilir.
2. Öz-Ayrışım: R_{xx} matrisinin öz-ayrışımı yapılır. Gelen D adet sinyal olduğu varsayılarak, D adet en büyük öz değere karşılık gelen E_S (sinyal alt uzayı) ve geri kalan M−D adet öz değere karşılık gelen E_N (gürültü alt uzayı) belirlenir.
3. MUSIC Sözde-spektrumu: Algoritma, tüm olası θ açıları için bir sözde-spektrum fonksiyonu tanımlar. Bu fonksiyon, θ açısına karşılık gelen yön vektörünün a(θ) gürültü alt uzayına olan izdüşümünün normunun tersidir [2]:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)E_N E_N^H a(\theta)} \quad (2.10)$$

4. Yön tespiti:

- Eğer θ açısı gerçek bir sinyal yönü ise, a(θ) vektörü sinyal alt uzayında yer alır ve gürültü alt uzayına (E_N) diktir.
- Bu durumda, $a^H(\theta) E_N$ çarpımı sıfıra yaklaşır ve payda çok küçülür.
- Sonuç olarak, $P_{MUSIC}(\theta)$ fonksiyonu bu θ açısında sonsuza (pratikte çok keskin bir tepe noktasına) yaklaşır.
- Spektrum, tüm açı aralığı için tarandığında, bu keskin tepe noktalarının (peak) konumları, sinyallerin geldiği yönleri (DOA) verir.

MUSIC, Rayleigh limitinin çok ötesinde bir çözünürlük sunar ancak iki temel gereksinimi vardır: sinyal sayısının (D) önceden bilinmesi (veya doğru tahmin edilmesi) ve sinyallerin birbiriyle faz uyumlu olmaması (veya faz uyumluluk varsa uzamsal yumuşatma gibi ön işlemlerin uygulanması).

ESPRIT algoritması

ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques), 1989 yılında Roy ve Kailath tarafından sunulan ve MUSIC'e göre önemli avantajlar sunan bir başka popüler alt uzay yöntemidir [7].

MUSIC, tüm açısal spektrumu tarayarak (bir "arama" işlemi yaparak) tepe noktalarını bulur. Bu, hesaplama maliyeti yüksek bir işlemdir. ESPRIT ise, bu "arama" adımını ortadan kaldırır ve yönleri doğrudan (analitik olarak) hesaplar.

ESPRIT'in çalışabilmesi için özel bir dizi geometrisi gerekir: Dizi, iki özdeş alt diziden (subarray) oluşmalı ve bu iki alt dizi arasında bilinen bir yer değiştirme (displacement) vektörü Δ olmalıdır. Bu yapıya "çiftli (doublet)" yapı denir [7].

1. Sinyal Alt Uzayı: ESPRIT de MUSIC gibi kovaryans matrisinin öz-ayrışımını yapar ve sinyal alt uzayı E_S'yi bulur.
2. Dönümsel Değişmezlik (Rotational Invariance):

- İlk alt diziye (X) gelen sinyallerin oluşturduğu sinyal alt uzayı (E_X) ile ikinci alt diziye (Y) gelen sinyallerin oluşturduğu sinyal alt uzayı (E_Y) arasında bir ilişki vardır.
- İki alt dizi arasındaki Δ yer değiştirmesi nedeniyle, ikinci alt diziye gelen sinyaller, birinciye gelenlere göre faz kaymasına uğrar.
- Bu faz kayması, iki alt uzay arasında Ψ adında bir "dönüşüm (rotasyon) matrisi" ile ifade edilebilir: $E_Y=E_X\Psi$.

3. Öz değerlerin Hesaplanması: ESPRIT algoritması, bu Ψ matrisini (genellikle en küçük kareler yöntemiyle) tahmin eder.
4. Yön Tespiti: Ψ matrisinin öz değerleri (λ_i), doğrudan sinyal yönleriyle ilişkilidir. Bu öz değerler, iki alt dizi arasındaki faz kaymalarını temsil eder. Örneğin, $\lambda_i = e^{jk\Delta\, sin(\theta_i)}$ (burada k dalga sayısı, Δ yer değiştirme mesafesi). Bu denklemden θ_i açıları doğrudan çekilebilir [7].

ESPRIT, MUSIC'in arama adımını ortadan kaldırdığı için çok daha hızlıdır ve hesaplama açısından verimlidir. Buna karşın, dizinin özel çiftli yapısına sahip olma zorunluluğu bir kısıtlamadır.

2.3. Temel Bileşen Analizi (Principal Component Analysis- PCA)

Asırlardır Temel Bileşen Analizi (PCA) veri/sinyal işlemede temel bir işlem olmuştur [8, 9]. Temel Bileşen Analizi (PCA), istatistik, veri bilimi ve sinyal işleme alanlarında yaygın olarak kullanılan çok değişkenli bir analiz tekniğidir. Kavramsal olarak PCA, bir veri matrisinin altında yatan doğrusal eğilimleri ortaya çıkaran bir koordinat sisteminin (temel bileşenler tarafından tanımlanan) takibi olarak görülebilir [10]. 1900'lerin başında Karl Pearson tarafından ortaya atılan ve 1930'larda Harold Hotelling tarafından geliştirilen PCA, bir veri setindeki varyansı (değişkenliği) en iyi şekilde açıklayan yeni, ilişkisiz (uncorrelated) değişkenler setini bulmayı amaçlar. Bu yeni değişkenlere temel bileşenler denir.

PCA'in temel amacı, yüksek boyutlu bir veri setini, verideki bilginin (varyansın) çoğunu koruyarak daha düşük boyutlu bir uzaya dönüştürmektir. Bu dönüşüm sayesinde verinin içerisinde bulunan gereksiz bilgileri filtreleyerek, ilgilendiğimiz veri setini analiz işlemlerini kolaylaştırır [10]. Yön bulma probleminde PCA yaklaşımının güçlü bir araç olma nedeni de bundan dolayıdır. Belirli yönden gelen sinyalin sinyal ve gürültü alt uzayları ayrıştırılarak ilgilenilen sinyalin temel yapısı ortaya çıkarılır.

2.3.1. PCA'in matematiksel tanımı

PCA'in matematiksel temeli, doğrusal cebirdeki matris ayrıştırma yöntemlerine dayanır. PCA uygulamak için temel olarak iki eşdeğer yaklaşım bulunur: Kovaryans matrisinin Öz değer Ayrışımı (EVD) ve veri matrisinin Tekil Değer Ayrışımı (SVD).

<u>Kovaryans matrisi ve öz değer ayrışımı (EVD- Eigenvalue decomposition)</u>

PCA'in klasik yaklaşımı, veri setinin kovaryans matrisi üzerinden ilerler. N gözlem (örneklem, anlık görüntü- snapshot) ve M özelliğe (sensör) sahip, sütun bazında ortalaması sıfırlanmış (zero-mean) bir X veri matrisi (N×M boyutlu) düşünelim. Bu veri matrisinin

kovaryans matrisi R_x (veya sinyal işlemede sıklıkla kullanılan oto korelasyon matrisi) şu şekilde hesaplanır:

$$R_X = \frac{1}{N-1} X^T X \tag{2.11}$$

R_x , M×M boyutlu, simetrik ve pozitif yarı-tanımlı bir matristir. PCA'in amacı, veriyi bu matrisin öz vektörleri (eigenvectors) tarafından tanımlanan yeni bir koordinat sistemine yansıtmaktır. Bu matrisin Öz değer Ayrışımı (EVD) şu şekilde ifade edilir [10]:

$$R_X = V \Lambda V^T \tag{2.12}$$

Burada:

- V, R_X'in M×M boyutlu ve sütunları öz vektörlerden (v_i) oluşan ortogonal bir matristir. Bu sütunlar temel bileşenleri veya temel eksenleri temsil eder.
- Λ, köşegen elemanları $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_M$ olan ve bu öz vektörlere karşılık gelen öz değerleri (eigenvalues) içeren M×M boyutlu bir köşegen matristir.

Öz değerler (λ_i), karşılık geldikleri öz vektör (temel bileşen) yönündeki varyansın büyüklüğünü temsil eder. Genellikle $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_M \geq 0$ şeklinde sıralanırlar. İlk temel bileşen (v_1), verideki en yüksek varyansı açıklayan yöndür. İkinci temel bileşen (v_2), ilkine ortogonal olan ve kalan varyansı en çok açıklayan ikinci yöndür ve bu şekilde devam eder.

Tekil değer ayrışımı (SVD- Singular value decomposition)

PCA, kovaryans matrisini oluşturmaya gerek kalmadan, doğrudan ortalaması sıfırlanmış X veri matrisinin Tekil Değer Ayrışımı (SVD) kullanılarak da hesaplanabilir [2]. Bu yaklaşım, özellikle N<M (gözlem sayısı özellik sayısından az ise) veya M çok büyük olduğunda sayısal olarak daha kararlı (stable) olabilir.

X (N×M boyutlu) matrisinin SVD'si:

$$X = U \Sigma V^T \tag{2.13}$$

Burada:

- U, N×N boyutlu, sütunları XX^T'nin öz vektörlerinden oluşan ortogonal bir matristir (sol tekil vektörler).
- Σ, N×M boyutlu, köşegen elemanları σ_i olan (tekil değerler- singular values) bir matristir.
- V, M×M boyutlu, sütunları X^TX'in öz vektörlerinden oluşan ortogonal bir matristir (sağ tekil vektörler).

İki yöntem arasındaki ilişki açıktır. Kovaryans matrisi $R_X = \frac{1}{N-1}(U\Sigma V^T)^T(U\Sigma VT)$ olarak yazılırsa:

$$R_X = \frac{1}{N-1}(V\Sigma^T U^T)(U\Sigma V^T) = \frac{1}{N-1}V(\Sigma^T\Sigma)V^T \quad (2.14)$$

Bu, EVD denklemi ($R_X=V\Lambda V^T$) ile karşılaştırıldığında, R_X'in V öz vektör matrisinin, X'in V sağ tekil vektör matrisi ile aynı olduğunu gösterir. Ayrıca, öz değerler λ_i ve tekil değerler σ_i arasındaki ilişki $\lambda_i = \frac{\sigma_i^2}{N-1}$ şeklindedir.

Dolayısıyla ister EVD ister SVD kullanılsın, PCA'in temel adımı, verinin varyansını maksimize eden ortogonal V matrisini bulmaktır [10].

2.3.2. Boyut indirgeme ve gürültü temizleme olarak PCA

PCA'in en güçlü uygulamalarından biri, verinin boyutunu azaltmak ve bu süreçte gürültüyü temizlemektir. Bu işlem, varyansın (bilginin) büyük öz değerlere sahip az sayıda temel bileşende yoğunlaştığı varsayımına dayanır [11].

Veri setindeki toplam varyans, tüm öz değerlerin toplamıdır ($\text{Toplam Varyans} = \sum_{i=1}^{M} \lambda i$). İlk k bileşenin (k<M) açıkladığı varyans oranı hesaplanarak, verinin ne kadarının korunduğu görülebilir. Örneğin, ilk k bileşen toplam varyansın %99'unu açıklıyorsa, M boyutlu orijinal veri, k boyutlu yeni bir uzaya (temel bileşen uzayı) yansıtılabilir.

X (N×M) orijinal veri matrisi, en büyük k öz değere karşılık gelen V_k(M×k) matrisi kullanılarak dönüştürülür:

$$Z=XV_k \tag{2.15}$$

Z matrisi (N×k boyutlu), orijinal verinin k boyutlu bir temsili haline gelir.

Gürültü temizleme (Denoising)

Sinyal işleme uygulamalarında, alınan sinyalin (Y) "temiz" bir düşük rütbeli (low-rank) sinyal (X) ve toplamsal gürültüden (N) oluştuğu varsayılır: Y=X+N [2]. Gürültünün genellikle beyaz (white noise) olduğu ve enerjisinin tüm frekanslara veya bileşenlere eşit olarak yayıldığı kabul edilir.

PCA (veya SVD) uygulandığında:

1. Sinyal Enerjisi: Temiz sinyalin (X) enerjisi, düşük rütbeli yapısından dolayı, büyük tekil değerlere (veya öz değerlere) karşılık gelen az sayıdaki ilk temel bileşende yoğunlaşır.
2. Gürültü Enerjisi: Beyaz gürültünün (N) enerjisi ise tüm bileşenlere (küçük tekil değerler dahil) yayılır.

Bu ayrım, bir eşik değeri (threshold) belirleyerek gürültü temizlemeye olanak tanır. Belirli bir eşiğin altındaki küçük öz değerlere/tekil değerlere karşılık gelen bileşenler "gürültü" olarak kabul edilir ve veri matrisinin yeniden yapılandırılması sırasında sıfırlanır veya atılır [2]. Bu şekilde, veri sadece en önemli k bileşen kullanılarak yeniden oluşturulur ve gürültünün önemli bir kısmı filtrelenmiş olur.

2.3.3. PCA ve alt uzay yöntemleri (MUSIC) arasındaki ilişki

PCA'in matematiksel altyapısı, özellikle EVD, yön bulma (DOA- Direction of Arrival) alanındaki yüksek çözünürlüklü alt uzay (subspace) yöntemlerinin temelini oluşturur. Bu yöntemlerin literatürde en çok bilineni 2.2.2.Yüksek Çözünürlüklü Alt Uzay Yöntemleri bölümünde bahsetmiş olduğumuz MUSIC'tir.

PCA ve alt uzay yöntemlerinden biri olan MUSIC ile arasındaki ilişki, sinyal alt uzayı (signal subspace) ve gürültü alt uzayı (noise subspace) kavramlarına dayanır. Bir anten dizisi tarafından alınan sinyalleri modelleyelim. M anten ve D adet sinyal kaynağı olduğunu varsayalım (D<M). M×M boyutlu R_X kovaryans matrisinin EVD'sini tekrar ele alalım:

$$R_X = V\Lambda V^T = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i v_i v_i^T \quad (2.16)$$

Bu kovaryans matrisinin M adet öz değeri olacaktır:

1. D adet büyük öz değer ($\lambda_1, ..., \lambda_D$): Bu değerler sinyal kaynaklarının gücüyle ilişkilidir.
2. M−D adet küçük ve eşit öz değer ($\lambda_{D+1}, ..., \lambda_M$): Bu değerler gürültü gücüyle (σ_n^2) ilişkilidir.

Bu ayrım, V öz vektör matrisini iki ortogonal alt uzaya bölmemizi sağlar:

1. Sinyal Alt Uzayı (E_S): En büyük D adet öz değere karşılık gelen öz vektörlerin ($v_1, ..., v_D$) oluşturduğu uzaydır. Bu uzay, D adet sinyal kaynağının yön vektörlerinin (steering vectors) lineer birleşiminden oluşan uzayla (array manifold) aynı uzayı kapsar (span).

$$E_S = [v_1|v_2|...|v_D] \quad (2.17)$$

2. Gürültü Alt Uzayı (E_N): Kalan M−D adet küçük öz değere karşılık gelen öz vektörlerin ($v_{D+1}, ..., v_M$) oluşturduğu uzaydır.

$$E_N = [v_{D+1}|...|v_M] \quad (2.18)$$

PCA'in kendisi bir yön bulma algoritması olmasa da bu alt uzayları ayırması nedeniyle MUSIC gibi algoritmalar için bir ön işlem veya temel adım görevi görür [3]. PCA, kovaryans matrisinin EVD'sini gerçekleştirerek bu iki temel uzayı sağlar.

MUSIC algoritması, bu alt uzaylar arasındaki temel bir geometrik gerçekten yararlanır: Sinyal alt uzayı (E_S) ve gürültü alt uzayı (E_N) birbirine ortogonaldir [2]. Bunun anlamı sinyal kaynaklarının geldiği gerçek yönlere (θ_d) ait olan "yön vektörleri" $a(\theta_d)$, tanım gereği sinyal

alt uzayında bulunmalıdır. Sinyal alt uzayında oldukları için de gürültü alt uzayına dik olmalıdırlar.

Matematiksel olarak:

$$a^H(\theta)E_N = 0 \quad \text{(eğer θ gerçek bir sinyal yönü ise)} \tag{2.19}$$

MUSIC algoritması, olası tüm θ açıları için bir "uzaysal spektrum" fonksiyonu tanımlayarak bu ortogonalliği arar:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)E_N E_N^H a(\theta)} \tag{2.20}$$

θ açısı gerçek bir sinyal yönüne yaklaştığında, a(θ) vektörü gürültü alt uzayına neredeyse dik hale gelir. Bu durumda, paydadaki $a^H(\theta)$ E_N çarpımı sıfıra yaklaşır ve $P_{MUSIC}(\theta)$ fonksiyonu keskin bir tepe (peak) noktası oluşturur. Spektrumdaki bu tepelerin konumları, sinyal kaynaklarının yönlerini (DOA) verir [2].

Özetle, PCA yön bulma probleminde sinyal ve gürültüyü temsil eden temel alt uzayları sağlayan matematiksel araçtır. MUSIC ise bu alt uzaylar arasındaki ortogonallik prensibini kullanarak sinyal yönlerini tespit eden yüksek çözünürlüklü bir yöntemdir. Konu edinilen bu ilişki PCA'in sadece bir boyut azaltma tekniği değil, aynı zamanda modern sinyal işleme ve dizi algoritmaları için temel bir yapı taşı olduğunu göstermektedir [12].

2.4. İncelenecek PCA Varyantları

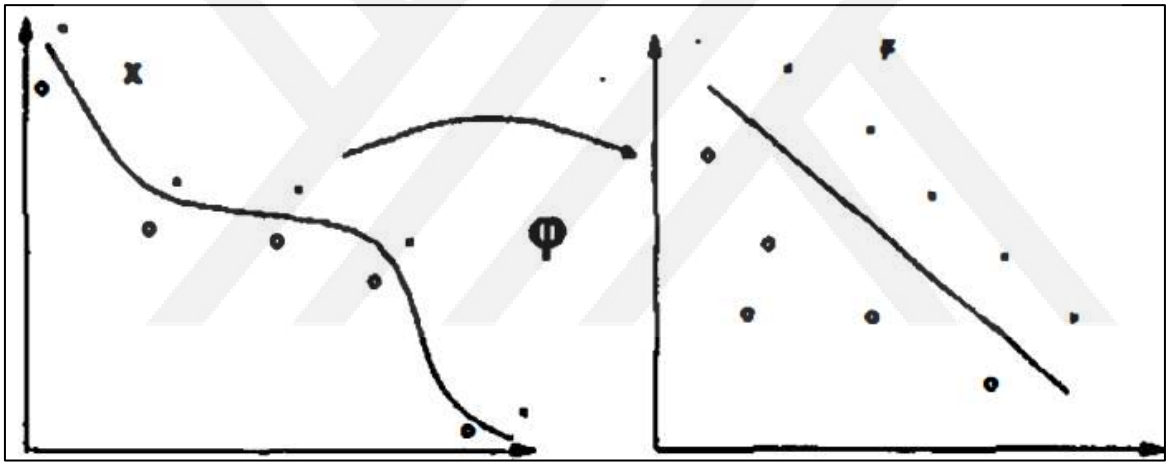
Bölüm 2.3'te incelenen standart Temel Bileşen Analizi (PCA), verinin ikinci dereceden istatistiklerine (kovaryans) dayanan güçlü bir doğrusal boyut indirgeme tekniğidir. Buna karşın, standart PCA'in etkinliği iki temel varsayıma dayanır. Veri, doğrusal bir alt uzay etrafında (veya üzerinde) yer alır ve Gauss dağılımına sahip bir gürültüden etkilenir [13]. Bu varsayımlar, pratikte karşılaşılan birçok sinyal işleme senaryosu için geçerli değildir. Veri yapıları genellikle doğrusal olmayan manifoldlar üzerinde yer alabilir ve anten verileri sıklıkla aykırı değerler veya dürtüsel gürültü içerebilir [14].

Ayrıca, standart PCA tarafından üretilen temel öz vektörler, genellikle "yoğun" (dense) vektörlerdir; yani, antenlerin temel özelliklerin tümünün bir lineer kombinasyonunu içerirler. Bu durum, bileşenlerin fiziksel olarak yorumlanmasını zorlaştırır.

Bu kısıtlamaların üstesinden gelmek için bu tez çalışmasında, standart PCA'in üç temel varyantı olan Çekirdek PCA (kPCA), Gürbüz PCA (RPCA) ve Seyrek PCA (SPCA) incelenecek ve sinyal işleme ile yön bulma (DOA) problemleri bağlamında potansiyelleri analiz edilecektir.

2.4.1. Çekirdek PCA (Kernel PCA- kPCA)

Standart PCA, yalnızca veriyi en iyi temsil eden doğrusal alt uzayları bulabilir. Eğer veri, Şekil 4'te gösterildiği gibi kavisli veya doğrusal olmayan bir manifold üzerinde yer alıyorsa, PCA bu yapıyı düzgün bir şekilde açamaz ve anlamlı bileşenler üretemez.



Şekil 2.4. Doğrusal olmayan girdi uzayından doğrusal özellik uzayına geçiş

Çekirdek yönteminin ana fikri, düşük boyutlu bir uzayda doğrusal olarak bölümlenemeyen bir nokta kümesinin, yüksek boyutlu bir uzayda bir nokta kümesine dönüştürüldüğünde doğrusal olarak ayrılabilir hale gelme olasılığının yüksek olmasıdır [15]. Belirli bir doğrusal algoritma için veri A girdi uzayından F özellik uzayına doğrusal olmayan bir $\Phi(\cdot)$: A → F eşlemesi yoluyla eşlenir. Ardından algoritma verinin vektör temsili $\Phi(a)$ üzerinde uygulanır. PCA yöntemi doğrusal olmayan bir eşleme algoritması olduğunda, yaklaşım bir çekirdek PCA (KPCA) yöntemi haline gelir.

Çekirdek PCA (kPCA), bu sorunu "çekirdek hilesi" (kernel trick) olarak bilinen bir yöntemle aşar. kPCA'in temel fikri, orijinal M boyutlu giriş uzayındaki veriyi ($x \in R^M$), doğrusal olmayan bir Φ fonksiyonu aracılığıyla çok daha yüksek (potansiyel olarak sonsuz) boyutlu bir F özellik uzayına (feature space) haritalamaktır:

$$x \rightarrow \Phi(x) \in F \tag{2.21}$$

Bu yüksek boyutlu F uzayında, verinin doğrusal olarak ayrılabilir veya doğrusal bir alt uzayda temsil edilebilir hale geldiği varsayılır. kPCA, bu yeni F uzayında standart PCA uygular. Bu eşleme, girişte doğrusal olarak ayrılamayan verilerin, öznitelik uzayında doğrusal olarak ayrılabilir hale gelmesini sağlamak suretiyle sınıflandırma görevini basitleştirebilir [16].

Φ(x) haritalamasının açıkça hesaplanması genellikle imkansızdır. Buna karşın, "çekirdek hilesi" sayesinde buna gerek kalmaz. Öznitelik uzayının boyutu genellikle çok yüksek (hatta potansiyel olarak sonsuz) olabileceğinden, bu uzayda doğrudan işlem yapmak veya matrisleri hesaplamak yüksek hesaplama talepleri yaratır. Bu sorunu çözmek için çekirdek fonksiyonları (kernel functions) uygulanır [17]. Standart PCA, F uzayındaki kovaryans matrisinin öz değer ayrışımını gerektirir. Bu işlemin, yalnızca $\Phi(x_i)^T\Phi(x_j)$ formundaki iç çarpımlara bağlı olduğu gösterilebilir. Bu iç çarpım, bir çekirdek fonksiyonu $\kappa(x_i,x_j)$ olarak tanımlanır:

$$\kappa(x_i,x_j)=\langle\Phi(x_i),\Phi(x_j)\rangle \tag{2.22}$$

Tüm veri noktaları arasındaki bu iç çarpımları içeren N×N boyutlu matrise Gram matrisi (κ) denir. kPCA, bu κ matrisinin öz değer ayrışımını çözerek F uzayındaki temel bileşenleri dolaylı olarak bulur [16]. kPCA, geniş bir doğrusal olmayan sinyal aralığını ele alma yeteneğine sahip olmasını farklı çekirdekler kullanabilmesine borçludur. Yaygın kullanılan çekirdek fonksiyonları arasında Polinomsal çekirdek ve Radyal Tabanlı Fonksiyon (RBF) veya Gauss çekirdeği bulunur. Bu fonksiyonların çeşitliliği bize farklı sinyal uzaylarında analiz açısından esneklik sunar.

Yön bulma gibi uygulamalarda, anten ölçümleri ile kaynak yönleri arasındaki ilişki (array manifold) her zaman ideal ve doğrusal olmayabilir; örneğin, anten kazanç/faz hataları veya

çok yollu yayılım nedeniyle karmaşık ve doğrusal olmayan bir yapıya bürünebilir. kPCA, bu doğrusal olmayan yapıları yakalayarak sinyal alt uzayını daha doğru bir şekilde modellemek için kullanılabilir [17].

kPCA tarafından dönüştürülen bu temel bileşen verileri, sinyalin yönü ile açıkça ilişkilendirilebilir hale gelir. Bu yöntemle elde edilen özellikler daha sonra sinyallerin azimut veya boylam geliş açılarını yüksek doğrulukla tahmin etmek için Destek Vektör Regresyonu (SVR) gibi makine öğrenimi modellerini eğitmek için kullanılır. Bu model sayesinde doğrusal yöntemlerin başarısız olabileceği karmaşık ortamlarda, sinyalleri yönlerine göre etkili bir şekilde ayrıştıran ve sınıflandıran güçlü bir doğrusal olmayan özellik çıkarma aracı olarak görev yapar.

2.4.2. Gürbüz PCA (Robust PCA- RPCA)

Standart PCA, verinin ikinci dereceden momentlerini (kovaryans) temel alır. Gürbüz PCA, geleneksel PCA'nın yüksek boyutlu verilerdeki aykırı değerlere (outliers) karşı olan hassasiyetini gidermeyi amaçlayan güçlü bir boyut indirgeme yöntemidir [18]. Bu, PCA'in L_2-normuna dayalı olduğu ve L_2-normunun aykırı değerlere (outliers) karşı aşırı duyarlı olduğu anlamına gelir. Bahsedilen bu sınırlılığın temelinde, arızalı bir anten veya ani gerçekleşen bir elektromanyetik girişim ölçüm için hesaplanan kovaryans matrisini ve alt uzayları doğruluğunu saptırabilir.

Gürbüz PCA (RPCA), bu sınırlılığa çözümü gözlemlenen veri matrisini (X) iki bileşenin süper pozisyonu olarak modelleyerek çözer. Bu matrisler düşük rütbeli (low-rank) bir matris (L) ve seyrek (sparse) bir hata matrisi (S)'dir.

$$X = L + S \tag{2.23}$$

L (Low-Rank Matrix), verinin temel düşük boyutlu yapısını veya sinyal alt uzayını temsil eder. Gerçek veriyi veya verinin altında yatan temel alt uzayı temsil eder. Düşük rütbeli olması, verinin az sayıda temel bileşenden oluştuğu varsayımına karşılık gelir. S (Sparse Matrix), gürültüyü veya aykırı değerleri temsil eder. Bu matrisin "seyrek" olması, hataların tüm ölçümlere yayılmadığı, sadece birkaç örneklem veya antende meydana geldiği

varsayımına dayanır. Bu matrisin boyu rastgele bir biçimde büyüyebilir ve kaynağı kolay bir şekilde bilinemez.

Gürbüz PCA, PCP (Principal Component Pursuit) aracılığı ile L ve S matrislerini bulmak için dışbükey bir optimizasyon problemi çözer. Bu problem, L'nin rütbesini (nükleer norm $||L||_*$ ile) ve S'nin seyrekliğini (L_1-normu $||S||_1$ ile) aynı anda minimize etmeyi amaçlar [19].

$$\min_{L,S} \ \|L\|_* + \lambda\|S\|_1 \quad \textit{öyle ki} \quad X = L + S \tag{2.24}$$

Burada λ, rütbe minimizasyonu ile seyreklik arasındaki dengeyi kontrol eden bir ayar parametresidir. L matrisinin tekil vektörlerinin tutarsızlık koşulunu sağlaması ve S'nin hata konumlarının rastgele dağılması gibi uygun varsayımlar altında, PCP çözümünün L ve S matrislerini tam olarak kurtarır. Bu, düşük rütbenin matris boyutunun neredeyse doğrusal olarak büyümesi durumunda bile geçerli olabilir. PCP, matrisin bazı girişlerinin hem eksik hem de rastgele olarak bozulmuş olduğu durumları da ele alacak şekilde genişletilebilir [19].

Dizi sinyal işlemede özellikle dürtüsel gürültü veya güçlü, anlık bozucu (jammer) sinyallerin bulunduğu ortamlarda etkilidir. Standart alt uzay yöntemleri (MUSIC gibi) bu tür gürültüler altında çökerken, RPCA, bu güçlü bozucuları seyrek S matrisine ayırabilir ve temiz sinyal alt uzayını L matrisinden gürbüz bir şekilde çıkarabilir. Bu yetenekleri sayesinde gürültülü ortamlarda yön tahmin performansını önemli ölçüde artırır.

2.4.3. Seyrek PCA (Sparse PCA- SPCA)

Standart PCA özellikle yüksek boyutlu veri analizlerinde ciddi zorluklarla karşılaşır ve bu zorluklar sistem performansını etkileyerek yanlış sonuçlar üretebilir. Seyrek PCA (Sparse PCA- SPCA), standart PCA'in yüksek boyutluluk ve yorumlanabilirlik zorluklarına bir çözüm olarak geliştirilmiştir. Standart PCA her bir temel bileşenin tüm orijinal değişkenlerin doğrusal bir kombinasyonu olmasıdır ve bu yükler (loadings) veya öz vektörler genellikle sıfır dışındadır bir başka deyişle yoğun yapıdadır [20]. M antenli bir sistemde, birinci temel bileşen $v_1 = [c_1, c_2, ..., c_M]^T$, c_i katsayılarının neredeyse tamamının sıfırdan farklı olduğu bir vektördür. Bu durum, bileşenin fiziksel olarak yorumlanmasını engeller; örneğin, "Bu

bileşen hangi anten sinyalini temsil ediyor?" sorusuna net bir cevap verilemez. SPCA, varyans açıklama (boyut indirgeme) ile seyrek yükler (yorumlanabilirlik) arasında iyi bir denge sağlamayı hedefler. Seyrek yük vektörleri elde ederek, yorumlanabilirliği artırır ve yüksek boyutlu veriler için 'doğru' bir çözüm sunar [21].

Geleneksel SPCA yöntemleri seyreklilik sağlamalarına rağmen tüm temel yük vektörlerinde seyreklik örüntüsünü koruma açısından sınırlılıkları mevcuttur. Bu sınırlılık, sinyal analizi ve özellik seçiminde problem doğurur. Örneğin, eğer analizdeki temel amaç ana özellik uzayından temel bileşenlere en yüksek katkıyı sağlayan küçük bir değişken alt kümesini belirlemekse sorun oluşturur. Bu sınırlılığın çözülebilmesi için de Adaptif Blok Seyircik PCA (Adaptive Block Sparse PCA) gibi yaklaşımlar önerilmiştir [22]. Bu yöntem sayesinde yük vektörlerinin ortak paylaşılan bir seyreklik örüntüsü oluşturulması kazanımı elde edilir.

Seyrek PCA (SPCA), standart PCA'in varyans maksimizasyonu hedefine bir "seyreklik" kısıtı (sparsity constraint) ekler [23]. SPCA, temel olarak PCA problemini bir regresyon tipi optimizasyon problemi olarak yeniden formüle etme ve ardından regresyon katsayılarına seyreklik kısıtlaması uygulaması esasına dayanır. Amaç, temel bileşen vektörlerinin (v_i) mümkün olduğunca az sıfırdan farklı eleman içermesini sağlamaktır. Temel bileşenler için SPCA kriteri, yeniden yapılandırma hatasını en aza indirmeyi amaçlar.

SPCA, klasik PCA'in optimizasyon problemine ($v^T R_X v$'yi maksimize etmek) bir L_1 (LASSO) veya L_0 (eleman sayısı) cezası ekleyerek formüle edilir. Örneğin, L_1-normu kullanılarak:

$$min_v \quad -v^T R_X v + \lambda \|v\|_1 \quad öyle\ ki \quad \|v\|_2 = 1 \tag{2.25}$$

Buradaki L_1 cezası($||v||_1=\sum|c_i|$), v vektöründeki katsayıların çoğunu sıfıra doğru yaklaştırır. Böylece seyrek bir yük vektörü oluşturur ve verimli hesaplamaya olanak tanır.

SPCA'in sinyal işlemedeki yeri, sunduğu iki temel avantajla belirlenir. Bu avantajlardan ilki, yorumlanabilirlik ve özellik seçimidir. SPCA tarafından üretilen seyrek bileşenler, sinyal varyansına en çok katkıda bulunan anten alt kümelerini doğrudan tanımlayabildiği için bu yetenek, anten seçimi veya arıza tespiti gibi pratik uygulamalarda kullanılabilir. İkinci önemli avantajı ise seyrek sinyal temsilidir. Sinyalin kendisinin içsel olarak seyrek bir yapıya

sahip olduğu (örneğin, sıkıştırılmış algılama senaryoları) durumlarda, SPCA bu yapıyı yakalamak için daha doğal bir temel sağlar. Bu bağlamda, DOA tahmin uygulamalarında SPCA, sinyal alt uzayını temsil etme görevinde hangi anten gruplarının en kritik olduğunu belirlemeye yardımcı olabilir.

3. YÖNTEM VE MATERYAL (MATLAB UYGULAMASI)

3.1. Simülasyon Ortamı

Bu tez kapsamında, temel bileşen analizi varyantları ile yön bulma performans ölçümleri MATLAB R2024a ile gerçekleştirilmiştir. MATLAB platformu ilgilenilen yön bulma algoritmalarının deneysel performans analiz ve yüksek performanslı bilimsel hesaplama açısından avantaj sağlamaktadır. MATLAB'ın tercih edilme nedenleri çalışmalar sırasında sayısal kararlılık ve algoritmik esneklik imkânı vermesidir.

PCA ve alt uzay yöntemleri gibi dizi sinyal işleme algoritmaları temelinde yoğun matris ve vektör işlemleri içermektedir. MATLAB'ın bu tür büyük ölçekli ve iteratif matris operasyonlarını kararlı ve hızlı bir şekilde gerçekleştirmesi, RPCA optimizasyonunun (L+S ayrışımı) güvenilirliğine aracı olmuştur. SPCA ve kPCA'in gerektirdiği Kernel Matrix için sayısal kararlılıktan faydalanılmıştır. Özellikle diğer bölümlerde bahsedildiği üzere Robust PCA (RPCA)'da düşük rütbeli matrisi ayırmak için her yinelemede Tekil Değer Ayrışımını (SVD) gerektirir. Platform, öz değer ayrışımı (EVD - eig fonksiyonu) ve tekil değer ayrışımı (SVD - svd fonksiyonu) gibi temel matris operasyonlarını yüksek hassasiyetle gerçekleştiren fonksiyonlara sahiptir [24].

MATLAB'ın bu tür lineer cebir operasyonları için optimize edilmiş yapısı, hızlı prototipleme ve doğrulama imkanı da sunmuştur. Kodda implemente edilen kovaryans matrisi hesaplamaları ve öz değer ayrışımları bu optimizasyondan faydalanmıştır. Yön Bulma (DOA) simülasyonlarının temelini oluşturan yönelim vektörleri (steering vectors) ve anten dizisinden alınan veriler, faz ve genlik bilgisini taşıyan karmaşık sayılarla ifade edilir. Diğer yazılım platformları ile karşılaştırıldığında MATLAB'ın bu kompleks veri aritmetiğini desteklemesi, sinyal üretimi ve kovaryans matrisi hesaplamasının doğruluğu daha kolay uygulanır [24]. Bu tezde diğer yazılım platformlarına karşı tercih edilmesine bu sebepler yöneltmiştir.

Tezin bilimsel katkısını ve sonuçların şeffaflığını artırmak amacıyla Toolbox kullanmak istenilmemiştir. Bunun yerine tüm PCA varyantlarının ve MUSIC algoritmasının iteratif adımları, düzenlileştirme parametreleri ve yakınsama kriterleri üzerinde işlem yapmamıza imkân sağlayan özel MATLAB fonksiyonları kullanılarak sıfırdan kodlanmıştır. Bu,

özellikle RPCA'de uygulanan yumuşak eşikleme (soft thresholding) ve SPCA'deki ceza adımlarının tezin teorik temelini yansıtacak şekilde uygulanmasına olanak tanımıştır.

3.2. Veri Üretimi ve Simülasyon Senaryoları

Bu tez çalışmasında, Temel Bileşen Analizi (PCA) varyantlarının (kPCA, RPCA, SPCA) ve MUSIC algoritmasının yön bulma (DOA) performanslarını MATLAB platformunda karşılaştırması amaçlanmıştır. Bu analiz kontrollü bir simülasyon ortamında sağlanacaktır. Simülasyon senaryoları elektronik harp radar sistemlerinin karşılaştığı temel zorlukları (ideal olmayan gürültü çevre koşulları vb.) yansıtacak şekilde planlanmıştır. Analiz için elde edilen tüm veriler Monte Carlo analizleri uygun bir şekilde MATLAB ortamında sentetik olarak üretilmiştir.

Bu bölümün alt başlıklarında oluşturulan kontrollü simülasyon ortamında var olan anten dizi tasarımı, sinyal kaynağı modelleri ve ilgilenilen sinyalle birlikte doğal koşulda var olan gürültü modellerinden bahsedilecektir. Bu modellerin istatistiksel ve matematiksel alt yapılarından da söz edilerek detaylandırılacaktır.

3.2.1. Anten dizi tasarımı

Yön bulma algoritmalarının uzaysal örnekleme başarısı, kullanılan anten dizisinin geometrisine ve dalga yayılım özelliklerine doğrudan bağlıdır. Bu çalışmada, literatürde en yaygın kullanılan ve teorik analizler için standart kabul edilen Düzgün Doğrusal Anten Dizisi (Uniform Linear Array- ULA) mimarisi tercih edilmiştir [2]. ULA tasarımında, anten sayısı (M) ve elemanlar arası mesafe (d) olmak üzere iki kritik parametre optimize edilmiştir. Bu optimizasyon 2.1.2. Anten Dizi Geometrileri bölümündeki teorik alt yapının doğrultusunda gerçekleştirilmiştir.

<u>Eleman sayısı (M)</u>

Dizi, M=8 adet eş yönlü (omnidirectional) anten elemanından oluşmaktadır. Simülasyon ortamında 2 adet de sinyal kaynağı bulunmaktadır. Alt uzay tabanlı algoritmaların (MUSIC, PCA vb.) sinyal alt uzayını gürültü alt uzayından ayırabilmesi için gerekli olan K<M (Kaynak Sayısı < Anten Sayısı) matematiksel kısıtı, bu seçimle garanti altına alınmıştır.

Elemanlar arası mesafe ve uzaysal örnekleme teoremi

Dizi tasarımının en kritik parametrelerinden biri de elemanlar arası mesafenin (d) belirlenmesidir. Bu çalışmada mesafe, Uzaysal Örnekleme Teoremi (Spatial Sampling Theorem) gereğince kritik sınır değer olan yarım dalga boyuna sabitlenmiştir:

$$d=\lambda/2 \tag{3.1}$$

Bu seçimin teorik dayanağı, zamansal sinyal işlemedeki Nyquist-Shannon teoremi ile doğrudan ilişkilidir. Zamansal bir sinyalin örtüşme (aliasing) olmadan işlenebilmesi için örnekleme frekansının ($f_s \geq 2f_{max}$) olması gerekir [25]. Bu teori doğrultusunda uzaysal alanda da dalga cephesinin yön bilgisinin hatasız çözümlenebilmesi için uzaysal örnekleme aralığının (d), dalga boyunun yarısını aşmaması gerekmektedir.

Eğer elemanlar arası mesafe bu sınırı aşarsa ($d>\lambda/2$) dizi faktörünün periyodik yapısı nedeniyle Izgara Lobları (Grating Lobes) adı verilen istenmeyen işaret ana hüzmeleri ortaya çıkar. Bu durum, "uzaysal örtüşme" (spatial aliasing) olarak adlandırılır ve radar sisteminde ciddi bir yön belirsizliğine yol açar [26].

Matematiksel olarak, θ_0 açısından gelen bir sinyal için, ızgara loblarının oluşacağı açılar ($\theta_{grating}$) şu denklemle ifade edilir:

$$\sin(\theta_{grating})=\sin(\theta_0)\pm n(\lambda/d), \quad n=1,2,\ldots \tag{3.2}$$

Tez kapsamında yapılan simülasyonda $d=\lambda/2$ seçilerek, terim $\pm 2n$ haline getirilmiş ve görünür bölge olan $[-90°,90°]$ içerisinde sahte bir açının oluşması engellenmiştir. Böylece yön tahmininin tekilliği ve doğruluğu sağlanmıştır.

Dizi yönelim vektörü

Uzak alan (far-field) varsayımı altında, θ açısından gelen bir düzlemsel dalganın antenler üzerindeki faz gecikmelerini temsil eden yönelim vektörü (steering vector) $a(\theta)$ bu bölümde ele alınan sınırlılıklar ve tasarım kararlarıyla birlikte şu gibi modellenmiştir:

$$a(\theta)=[1,e^{-j\pi\sin(\theta)},\ldots,e^{-j\pi(M-1)\sin(\theta)}]^T \quad (3.3)$$

3.2.2. Sinyal kaynağı modeli

Simülasyon senaryosunda, radar sisteminin görüş alanında bulunan kaynaklar, "dar bantlı" (narrowband) sinyal yaklaşımı ile modellenmiştir. Bu yaklaşım, sinyal bant genişliğinin taşıyıcı frekansa kıyasla çok küçük olduğunu ve sinyalin dizi boyunca ilerlerken zarfının değişmediğini kabul eder.

Kaynak konfigürasyonu

Simülasyon ortamına, birbirinden açısal olarak 50° farkla ayrılmış K=2 adet sinyal kaynağı yerleştirilmiştir. Kaynakların geliş açıları broadside=0° referans kabul edilerek $\theta_1=-20°$ ve $\theta_2=30°$ olarak sabitlenmiştir.

İstatistiksel yapı

Kaynak sinyalleri s(t), birbirinden bağımsız, sıfır ortalamalı karmaşık Gauss (Zero-Mean Complex Gaussian) süreçleri olarak üretilmiştir: $s(t)\sim C_N(0,\sigma_s^2 I)$. Bu modelleme, deterministik olmayan kaynakları temsil etmek için literatürde standarttır.

Örneklem sayısı

Kovaryans matrisinin kararlı bir tahmini için N=500 anlık görüntü (snapshot) kullanılmıştır. Bu değer ne kadar artırılırsa o kadar iyi sonuç elde edilir. Gerçek sistemlerde 100-1000 arası tipik değer olarak seçildiği için 500 seçilmesine karar verilmiştir.

3.2.3. Gürültü modelleri

Bu tezin temel hipotezi, Standart PCA'in ideal olmayan gürültü koşullarında performans kaybı yaşadığı ve PCA varyantlarının bu duruma çözüm üretebileceğidir. Bu hipotezi test etmek amacıyla, alınan sinyale (X) iki farklı gürültü bileşeni eklenmiştir:

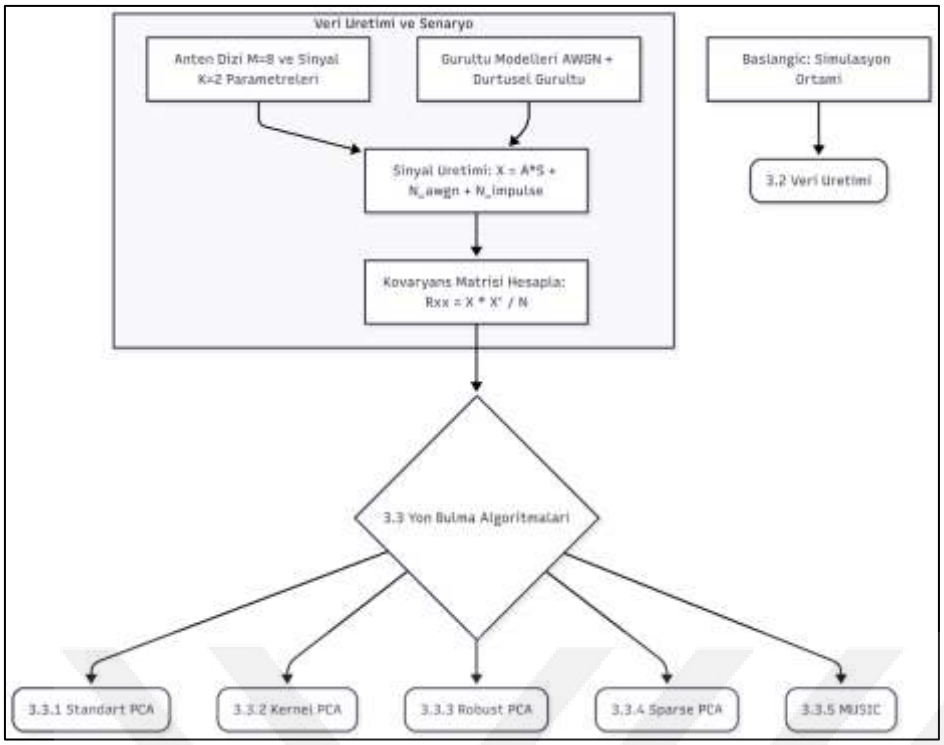
Eklemeli beyaz gauss gürültüsü (AWGN)

Herhangi bir alıcı sistemde kaçınılmaz olan termal gürültüyü modellemek için sisteme uzaysal ve zamansal olarak beyaz gürültü eklenmiştir. Senaryo için Sinyal-Gürültü Oranı (SNR) 10 dB olarak ayarlanmıştır. Bu SNR değeri seçilerek orta zorlukta bir sinyal işleme ortamı oluşturulmak istenmiştir.

Dürtüsel gürültü (Impulsive noise)

Standart PCA, verilerin L_2-normunu (karesel hata) minimize etmeye dayalı olduğundan, verideki büyük sapmalara (aykırı değerlere) karşı aşırı duyarlıdır [18]. Bu zayıflığı analiz etmek ve RPCA'in L_1-norm tabanlı gürbüzlüğünü test etmek için modele dürtüsel gürültü eklenmiştir.

Anten ölçümlerinin %5'inin (p=0.05) bozulduğu bir Bernoulli-Gaussian süreci simüle edilmiştir. Bu bozulmalar, genliği normal Gauss gürültüsünden 5 kat daha yüksek olan (Genlik faktörü =5) ani enerji sıçramaları şeklinde eklenmiştir. Sonuç olarak, t anındaki alınan toplam sinyal vektörü şu lineer model ile ifade edilmektedir: $X = X_{clean} + N_{gauss} + N_{impulse}$



Şekil 3.1. Simülasyon ortamı ve veri üretimi akışı

3.3. Yön Bulma İçin PCA ve Varyantlarının Uygulanması

Bu bölümde, Bölüm 3.2'de tanımlanan veri modeli ve simülasyon ortamı üzerinde uygulanan beş farklı yön bulma algoritmasının (Standart PCA, kPCA, RPCA, SPCA ve MUSIC) uygulama adımları ve matematiksel temelleri detaylandırılmıştır. Tüm algoritmalar alınan sinyal matrisi X üzerinden işlenerek sinyal kaynaklarının yön tahmini yapılması amaçlanmıştır. Her algoritma, 8 elemanlı uniform linear array (ULA) anten dizisi kullanılarak simüle edilmiş ve performans karşılaştırması yapılacaktır.

3.3.1. Standart PCA tabanlı yön bulma algoritması

Standart PCA, yön bulma problemini verinin ikinci dereceden istatistiklerini (kovaryans) analiz ederek çözer. Simülasyonda uygulanan temel yöntem, sinyal alt uzayına izdüşüm (projection) yaklaşımıdır [27].

Uygulama adımları

Örneklem kovaryans matrisinin hesaplanması

Alınan $X \in CM \times N$ veri matrisi (burada M anten sayısı, N anlık görüntü sayısıdır) kullanılarak, antenler arasındaki uzaysal korelasyonu ifade eden kovaryans matrisi hesaplanır:

$$\widehat{R}_{xx} = \frac{1}{N} XX^{H} \tag{3.4}$$

Bu matris, hermisyen (simetrik eşlenik) ve pozitif yarı tanımlı bir yapıdadır.

Öz değer ayrışımı (EVD)

$\widehat{R}_{xx}$ matrisinin öz vektörleri (v_i) ve öz değerleri (λ_i) şu eşitlik çözülerek bulunur:

$$\widehat{R}_{xx} = V \wedge V^{H} = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i v_i v_i^{H} \tag{3.5}$$

Simülasyonda eig fonksiyonu kullanılmış ve elde edilen öz değerler büyükten küçüğe ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_M$) sıralanmıştır.

Alt uzay ayrımı (Partitioning)

Kaynak sayısı K'nın bilindiği varsayımıyla öz vektör matrisi ikiye ayrılır:

1. Sinyal Alt Uzayı (Vs): En büyük K öz değere karşılık gelen öz vektörler ($v_1, \ldots, v_K$).
2. Gürültü Alt Uzayı (Vn): Kalan M−K öz vektör.

Uzaysal spektrum tahmini

PCA tabanlı yön bulma, test edilen bir yönelim vektörünün a(θ), sinyal alt uzayı üzerine izdüşümünün (projection) enerjisini ölçer. Enerjinin maksimum olduğu açılar, sinyal yönlerini verir:

$$P_{PCA}(\theta) = \|V_s^H a(\theta)\|^2 = a(\theta)^H (V_s V_s^H) a(\theta) \quad (3.6)$$

3.3.2. kPCA tabanlı yön bulma algoritması

Standart PCA, yalnızca doğrusal ilişkileri yakalayabilir. Çekirdek PCA (Kernel PCA-kPCA), veriyi doğrusal olmayan bir Φ dönüşümü ile daha yüksek boyutlu bir özellik uzayına (Feature Space, F) haritalar ve PCA'i bu uzayda uygular. Yön bulma probleminde bu, anten verisindeki karmaşık ve doğrusal olmayan yapıların (manifold learning) çözümlenmesini sağlar.

Uygulama adımları

Çekirdek (Kernel) matrisinin oluşturulması

Veri uzayındaki iç çarpımlar yerine, simülasyonda Radyal Tabanlı Fonksiyon (RBF) veya Gauss Çekirdeği kullanılmıştır. N×N boyutlu Gram matrisi K şu şekilde hesaplanır:

$$K_{ij} = \kappa(x_i, x_j) = exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.7)$$

Burada x_i, i. andaki snapshot vektörüdür ve σ (kernel width) parametresi simülasyonda 2.0 olarak ayarlanmıştır.

Çekirdek matrisinin merkezileştirilmesi

Özellik uzayında verinin ortalamasının sıfır olması şarttır. Buna karşın Φ(x) haritalaması açıkça bilinmediğinden, merkezileştirme işlemi doğrudan K matrisi üzerinde şu işlemle yapılır:

$$K_{cent} = K - 1_N K - K 1_N + 1_N K 1_N \quad (3.8)$$

Burada 1_N, tüm elemanları 1/N olan N×N boyutlu bir matristir.

Özellik uzayında EVD

K_{cent} matrisinin öz değer ayrışımı yapılarak özellik uzayındaki temel bileşen katsayıları (α) elde edilir.

$$N\lambda\alpha = K_{cent}\alpha \tag{3.9}$$

Sanal yönelim vektörü projeksiyonu

kPCA'de yön tahmini zordur çünkü a(θ) vektörünün özellik uzayındaki karşılığı Φ(a(θ)) bilinmez. Simülasyonda bu sorun, test edilen her θ açısı için bir "test çekirdek vektörü" (k_{test}) oluşturularak aşılmıştır:

$$k_{test}^{(j)} = \kappa\left(a(\theta), x_j\right) = exp\left(-\frac{\|a(\theta) - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.10}$$

Spektrum, bu test vektörünün sinyal öz vektörleri (α_s) üzerindeki izdüşümü ile hesaplanır:

$$P_{kPCA}(\theta) = \|\alpha_s{}^T k_{test}\|^2 \tag{3.11}$$

3.3.3. RPCA tabanlı yön bulma algoritması

RPCA, standart PCA'in aykırı değerlere (outliers) olan hassasiyetini gidermek için geliştirilmiştir. Gözlemlenen X matrisini, düşük rütbeli (low-rank) bir L matrisi ve seyrek (sparse) bir S matrisinin toplamı olarak modeller (X=L+S). Bu tezde, dürtüsel gürültüyü temizlemek için "Principal Component Pursuit (PCP)" yaklaşımı kullanılmıştır.

Uygulama adımları

Simülasyonda, dışbükey optimizasyon problemini çözmek için Artırılmış Lagrange Çarpanları (Inexact ALM) yönteminin basitleştirilmiş bir versiyonu kodlanmıştır.

Başlatma

$L_0=0$, $S_0=0$, $Y_0=0$ (Lagrange çarpanı).

Düzenlileştirme parametresi: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{\max(M,N)}}$. Bu değer teorik olarak optimal sınırdır.

İteratif döngü (While loop)

Yakınsama sağlanana kadar ($||X-L-S||_F < \epsilon$) şu adımlar tekrarlanır:

- L Matrisi Güncellemesi (Singular Value Thresholding):

$X-S_k+\mu^{-1}Yk$ matrisinin SVD'si alınır ($U\Sigma V^H$). Tekil değerler (σ_i), yumuşak eşikleme operatörü $D\mu_{-1}$ ile küçültülür:

$$L_{k+1} = U\cdot diag(\max(\sigma_i - \mu^{-1},0))\cdot V^H \quad (3.12)$$

- S Matrisi Güncellemesi (Soft Thresholding):

Aykırı değerleri (dürtüsel gürültüyü) yakalamak için $X-L_{k+1}+\mu^{-1}Y_k$ matrisine eleman bazlı eşikleme uygulanır:

$$S_{k+1} = sign(E)\cdot\max(|E|-\lambda\mu^{-1},0) \quad (3.13)$$

- Lagrange Çarpanı Güncellemesi:

$$Y_{k+1} = Y_k+\mu(X-L_{k+1}-S_{k+1}) \quad (3.14)$$

Gürbüz kovaryans ve spektrum

İterasyon sonunda elde edilen temiz L matrisi, dürtüsel gürültüden arındırılmış veriyi temsil eder.

$R_{robust}=1/N(LL^H)$ (3.15)

Bu matris üzerinden Standart PCA (Bölüm 3.3.1) adımları uygulanarak, gürültüden etkilenmeyen yüksek doğruluklu yön tahmini yapılır.

3.3.4. SPCA tabanlı yön bulma algoritması

Seyrek PCA (Sparse PCA), elde edilen temel bileşenlerin (öz vektörlerin) sadece varyansı maksimize etmesini değil, aynı zamanda az sayıda sıfırdan farklı katsayıya sahip olmasını (seyreklik) hedefler. Bu tezde, yorumlanabilirlik ve anten seçimi analizi için LASSO (L_1-Penalized) tabanlı bir iteratif güç yöntemi uygulanmıştır.

Uygulama adımları

Başlatma

Algoritma, standart PCA'den elde edilen öz vektörler (V_{init}) ile başlatılır.

İteratif seyrekleştirme

Her bir bileşen v_j için şu döngü çalıştırılır:

- Projeksiyon: $y = R_{xx}v_{old}$
- L_1 Cezası (Soft Thresholding): Vektör elemanları, λ_{spca} parametresi (simülasyonda 0.2) kadar sıfıra yaklaştırılır. Bu adım, sinyale katkısı az olan sensörlerin ağırlığını sıfırlar.

$$v_{new} = sign(y) \cdot max(|y| - \lambda_{spca}, 0) \quad (3.16)$$

- Normalizasyon: $\mathbf{v}_{new} \leftarrow \mathbf{v}_{new} / ||\mathbf{v}_{new}||_2$.

Spektrum

Elde edilen seyrek yük matrisi V_{spca} kullanılarak uzaysal spektrum hesaplanır. Bu yöntem, tüm diziyi kullanmak yerine en etkili anten kombinasyonlarını vurgular.

3.3.5. Karşılaştırma için MUSIC algoritmasının uygulanması

Önerilen PCA varyantlarının performansını kıyaslamak için yön bulma algoritmalarının yapı taşlarından olan Çoklu Sinyal Sınıflandırma (MUSIC) algoritması uygulanmıştır. MUSIC, sinyal alt uzayı yerine gürültü alt uzayının ortogonalliğini kullanır.

Uygulama adımları

Gürültü alt uzayı

R_{xx} matrisinin EVD sonucunda, en küçük M−K öz değere karşılık gelen öz vektörler seçilir (V_n). İdeal durumda bu uzay, sinyal yönelim vektörlerine diktir.

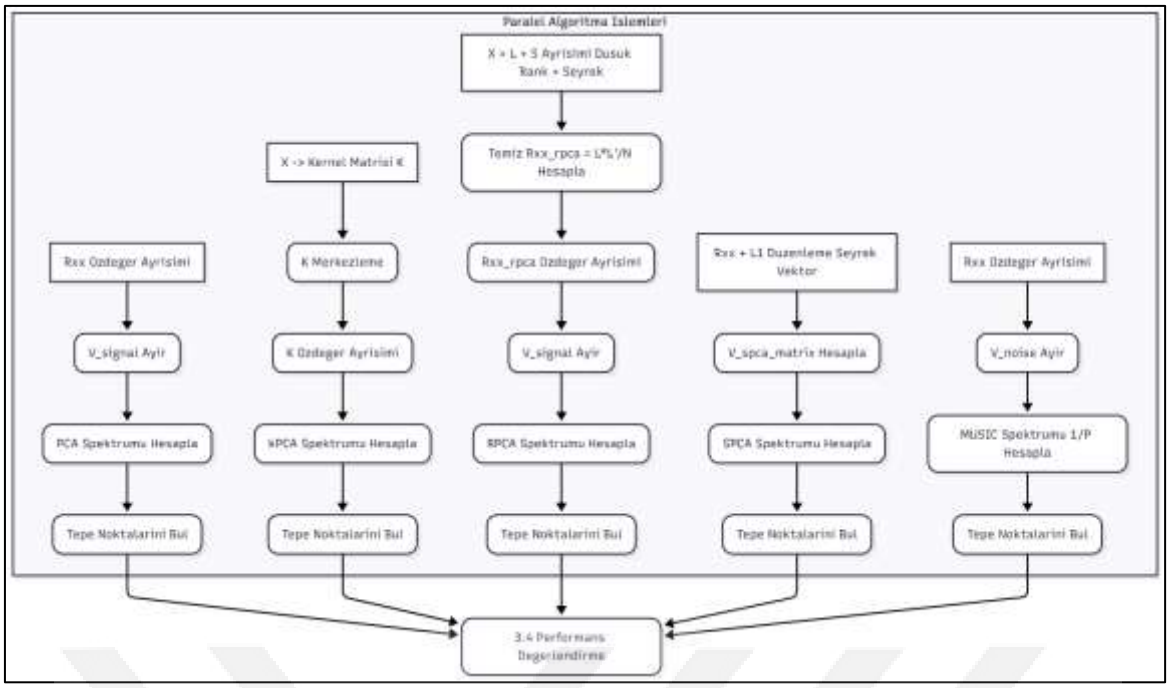
Sözde spektrum (Pseudospectrum)

MUSIC spektrumu, yönelim vektörü ile gürültü alt uzayı arasındaki diklik bozulduğunda (payda sıfıra yaklaştığında) tepe noktası verir:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)(V_n V_n^H)a(\theta)} \quad (3.17)$$

Tepe noktası arama (Peak picking)

Spektrumda oluşan keskin tepelerin konumları, kaynakların geliş açıları olarak belirlenir.



Şekil 3.2. Yön bulma için PCA varyantları algoritmalarının akışı

3.4. Performans Değerlendirme Metrikleri

Tezin bu bölümünde tez kapsamında ele alınan PCA varyantlarının (kPCA, RPCA, SPCA) ve karşılaştırılmak üzere karar verilen geleneksel yön bulma algoritması olan MUSIC'in performansları karşılaştırılırken karar verilen metriklerden söz edilecektir. Bu performans değerlendirilmesi için dört temel başarı kriterine karar verilmiştir. Karar verilen kriterler algoritmaların yalnızca yön bulma kabiliyetini değil aynı zamanda sistemlerde kullanılmak üzere var olan güvenirliklerini ve gerçek zamanlı sistemlere uygulanabilirliğini de analiz etmeyi hedefler.

MATLAB ortamındaki Monte Carlo simülasyonları boyunca kullanılan değerlendirme kriterlerinin tanımları aşağıdaki maddelerde detaylandırılmıştır.

3.4.1. Kök ortalama kare hata (Root mean square error- RMSE)

Bir yön bulma sistemindeki kestirimcinin performansını değerlendirebilmek için sinyal işlemede istatistiksel olarak en yaygın kullanılan metrik RMSE'dir. RMSE, antenden alınan veriler aracılığıyla tahmin edilen açılar ($\hat{\theta}$) ile sinyalin gerçek geliş açıları (θ) arasındaki farkların karesel ortalamasının karekökü olarak tanımlanır. Hesaplanan bu metrik bize

algoritmanın doğruluğunu ve varyansını aynı anda ifade eder [28]. Başka bir deyişle, bu parametre sayesinde algoritmanın doğruluğu ve çözünürlüğü hakkında bilgi sahibi oluruz.

T adet Monte Carlo denemesi ve her denemede K adet sinyal kaynağı için RMSE şu şekilde tanımlanmıştır:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T \cdot K}\sum_{i=1}^{T}\sum_{k=1}^{K}\left(\hat{\theta}_{k,i} - \theta_k\right)^2} \tag{3.18}$$

Burada:

- T: Toplam Monte Carlo deneme sayısı (Simülasyon tekrarları).
- K: Kaynak sayısı.
- θ_k: k. kaynağın gerçek geliş açısı.
- $\hat{\theta}_{k,i}$: i. denemede k. kaynak için tahmin edilen açıdır.

Düşük bir RMSE değeri, algoritmanın gerçek açıya daha yakın ve daha kararlı (düşük varyanslı) sonuçlar ürettiğini gösterir. Özellikle dürtüsel gürültü altındaki senaryolarda RMSE'deki ani artışlar, algoritmanın aykırı değerlere karşı dayanıklılığının düşük olduğunu işaret eder.

3.4.2. Başarılı tespit olasılığı (Probability of successful detection- PoD)

Bir önceki maddede bahsettiğimiz kriter olan RMSE, büyük hata sapmalarından aşırı etkilenebilir. Bundan dolayı algoritmanın güvenilirliğini ölçmek için "Başarılı Tespit Olasılığı" metriği kullanılır. Bir tahminin başarılı sayılabilmesi için, tahmin edilen açının gerçek açıya belirli bir tolerans (eşik değeri) dahilinde yakın olması gerekir [4].

Başarılı tespit kriteri şu formülasyonla tanımlanır:

$$\left|\hat{\theta}_k - \theta_k\right| \leq \delta_{tol} \tag{3.19}$$

Bu çalışmada tolerans değeri, anten dizisinin huzme genişliği dikkate alınarak $\delta_{tol}=5°$ olarak belirlenmiştir. Başarılı Tespit Olasılığı (PoD), tüm denemeler içindeki başarılı tahminlerin oranıdır:

$$PoD = N_{success} / T \cdot K \times 100 \quad (3.20)$$

Burada $N_{success}$, hata toleransı içinde kalan toplam tahmin sayısını ifade eder. PoD'nin %100'e yakın olması, algoritmanın zorlu SNR koşullarında bile kararlı bir şekilde çalıştığını gösterir.

3.4.3. Çözünürlük (Resolution)

Çözünürlük, birbirine açısal olarak çok yakın konumlanmış iki sinyal kaynağının (θ_1 ve θ_2), algoritma tarafından ayrı ayrı iki hedef olarak ayırt edilebilme yeteneğidir. Klasik ışın şekillendirme yöntemleri Rayleigh sınırına tabiyken, PCA ve MUSIC gibi alt uzay yöntemleri "yüksek çözünürlüklü" (super-resolution) olarak sınıflandırılır [6].

Bu çalışmada iki hedefin çözümlenmiş sayılması için aşağıdaki iki koşulun sağlanması gerekmektedir:

1. Algoritmanın ürettiği uzaysal spektrumda, iki gerçek açı civarında iki ayrı tepe noktası oluşmalıdır.
2. Bu iki tepe noktası arasındaki spektrum genliği, tepe noktalarının genliğinden belirgin şekilde düşük olmalıdır (genellikle orta noktanın genliği, tepe genliklerinin ortalamasından en az yarısı güçte yani 3dB düşük olmalıdır).

Çözünürlük analizi, özellikle $\Delta\theta=|\theta_1-\theta_2|$ farkının anten dizisinin huzme genişliğinden (Beamwidth) küçük olduğu kritik senaryolarda algoritmaların limitlerini belirlemek için kullanılır.

3.4.4. Hesaplama süresi (Computational time)

Radar ve elektronik harp sistemleri, Tablo 1'deki gibi mikrosaniye/milisaniye mertebesinde tepki vermesi gereken gerçek zamanlı sistemlerdir [29, 30]. Bu nedenle, bir algoritmanın doğruluğu kadar hesaplama karmaşıklığı (computational complexity) da kritik bir performans kriteridir.

Çizelge 3.1. Radar elektronik sistemlerin tepki süreleri

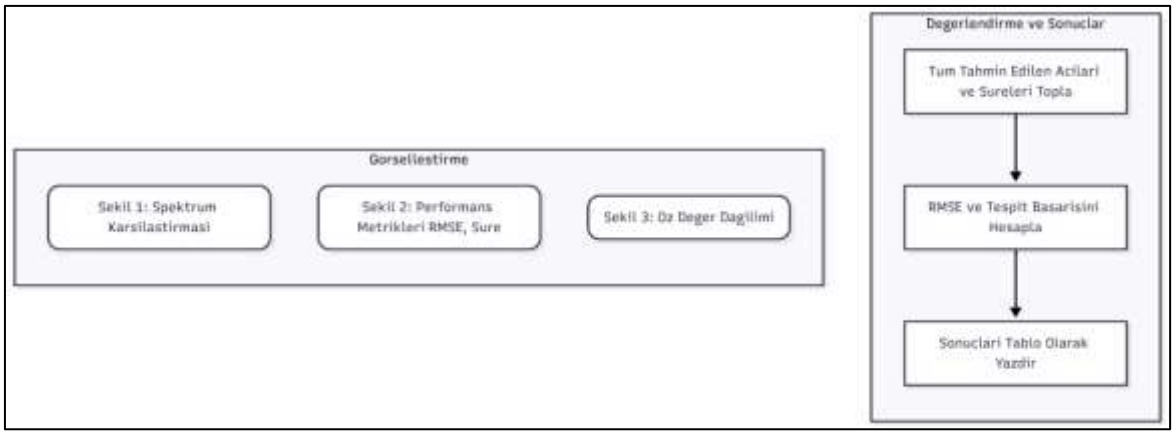
Uygulama	Maksimum İzin Verilen Süre	Güncelleme Hızı
İzleme radarı	<50 ms	20 Hz
Gözetim radarı	<200 ms	5 Hz
Havacılık radarı	<1000 ms	1 Hz

Bu metrik, algoritmaların aynı donanım ve yazılım ortamında bir simülasyon döngüsünü tamamlaması için geçen "CPU süresi" (Wall-clock time) olarak ölçülmüştür.

Teorik olarak algoritmaların karmaşıklığı büyük "O" notasyonu ile şu şekilde karşılaştırılır [31]:

- Standart PCA / MUSIC: Temel olarak Kovaryans Matrisi hesabı ve Özdeğer Ayrışımı (EVD) gerektirir. Karmaşıklık $O(M^3)$ mertebesindedir. Genellikle en hızlı yöntemlerdir.
- Robust PCA (RPCA): İteratif bir optimizasyon süreci (SVD döngüleri) içerdiğinden, her iterasyonda $O(M \cdot N^2)$ veya $O(M^2 \cdot N)$ işlem yükü getirir. En yüksek işlem maliyetine sahip olması beklenir.
- Kernel PCA: $N \times N$ boyutlu çekirdek matrisinin (Gram matrisi) hesaplanmasını ve ayrıştırılmasını gerektirdiğinden, snapshot sayısı N arttıkça maliyeti $O(N^3)$ ile artar.

Hesaplama süresi analizi, algoritmaların pratik uygulamalardaki "maliyet-fayda" dengesini ortaya koymak için kullanılır.



Şekil 3.3. Yön bulma algoritmaları performans değerlendirme akışı

4. SİMÜLASYON SONUÇLARI VE TARTIŞMA

4.1. Senaryo 1: Sinyal-Gürültü Oranı (SNR) Performansı

Senaryo 1 için farklı gürültü tiplerinin PCA varyantları için oluşturulan algoritmaların yön doğruluğu yeteneği üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla farklı SNR seviyeleri tercih edilmiştir. Bu SNR seviyeleri 5dB, 10 dB ve 20 dB olarak belirlenmiştir [13]. Belirlen seviyeler ile elde edilen RMSE sonuçları ve spektrum verileri incelendiğinde gürültü seviyeleri ile yön tahmini arasındaki korelasyon ortaya çıkmaktadır. Tespit sonuçları değerlendirilirken tahmin başarıları 1000 iterasyonlu Monte Carlo senaryosu ile ölçülen RMSE değerinin 5°'den daha iyi olmasına göre değerlendirilmiştir [32].

Robust PCA (RPCA) ve MUSIC'in üstünlüğü

Simülasyon verileri incelendiğinde, RPCA ve MUSIC algoritmalarının SNR değişiminden bağımsız, istikrarlı bir yön bulma performansı ortaya koyduğu görülmüştür. RPCA, 5 dB gibi zorlu gürültü koşullarında 0.19° RMSE değeri ile en düşük hatayı üretmiş ve SNR 20 dB'ye yükseldiğinde bu değeri 0.00°'ye indirmiştir. MUSIC ve Standart PCA ise tüm SNR seviyelerinde birbirine yakın performans sergileyerek 0.36°-0.42° aralığında kararlı sonuçlar üretmiştir. Bu durum, RPCA'in dayandığı "Düşük Rütbeli + Seyrek" (L+S) matris ayrışımının, gürültü enerjisini sinyal alt uzayından etkin bir şekilde ayırabildiğini kanıtlamaktadır.

Sparse PCA (SPCA) ve yanlılık (Bias) sorunu

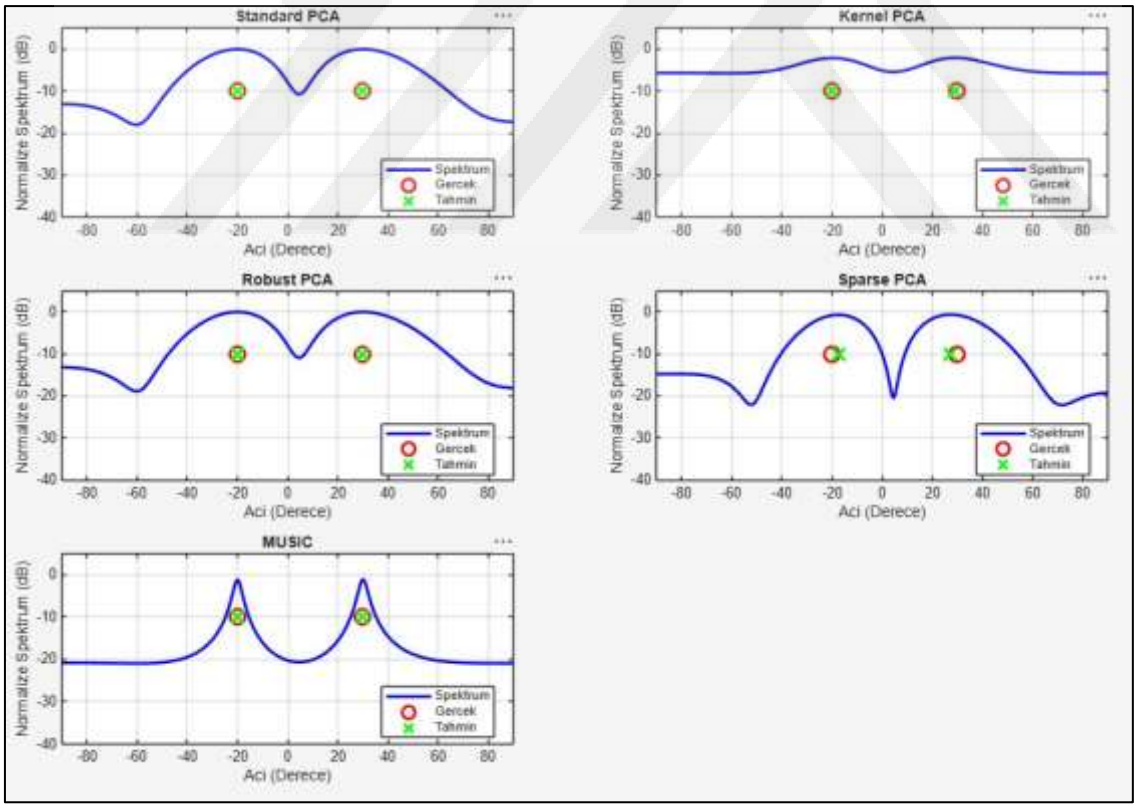
SPCA, tüm SNR seviyelerinde yaklaşık 2.88°-2.89° aralığında sabit bir hata üretmiştir. SNR 20 dB gibi temiz bir ortamda dahi hatanın düşmemesi (RMSE: 2.89°), SPCA algoritmasında uygulanan L_1-normu cezasının sinyal katsayılarını sıfıra çekerken (shrinkage effect) tepe noktalarını gerçek konumlardan kaydırdığını göstermektedir. Tahmin edilen açıların tüm senaryolarda [-17.50°, 27.00°] olarak sabitlenmesi, bu kalıcı yanlılığın SNR'dan bağımsız yapısal bir sorun olduğunu doğrulamaktadır.

Kernel PCA (kPCA) başarısızlığı

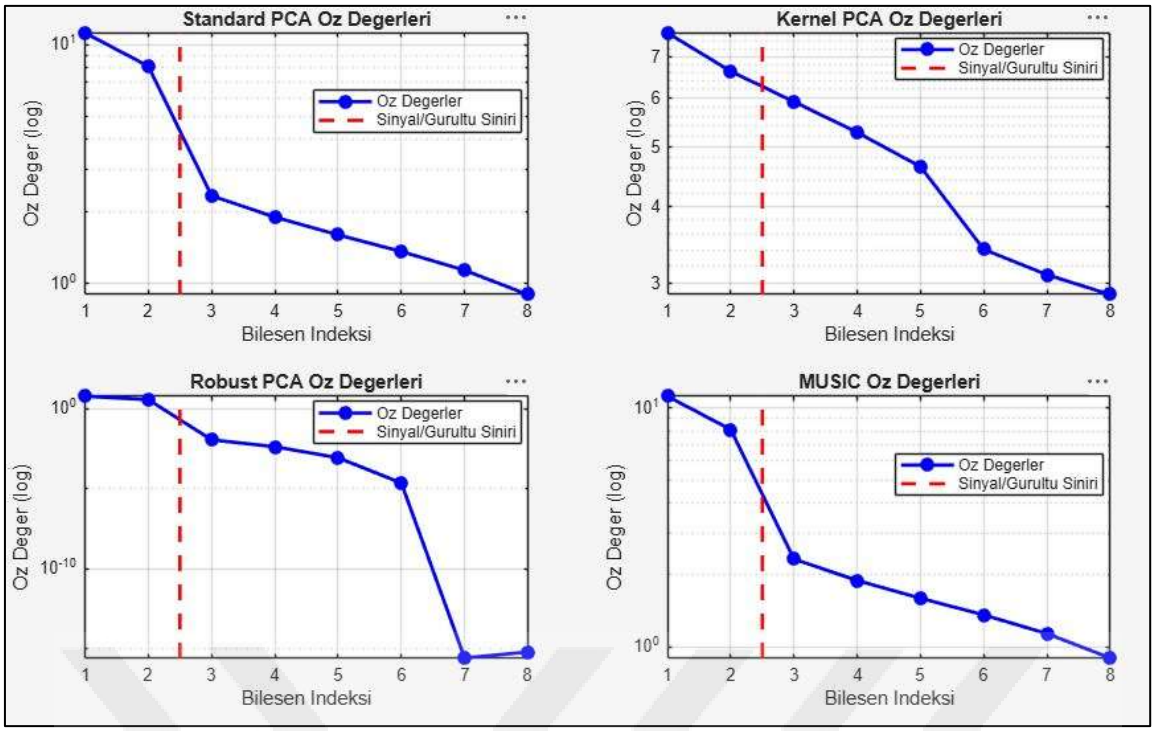
En dikkat çekici negatif bulgu kPCA'de gözlenmiştir. kPCA, tüm SNR seviyelerinde 5° eşik değerinin üzerinde RMSE üretmiş (9.22°, 8.91°, 9.05°) ve hiçbir SNR koşulunda başarılı tespit sağlayamamıştır. SNR artışının performansta anlamlı bir iyileşme getirmemesi, kullanılan RBF çekirdeğinin ULA geometrisindeki doğrusal faz yapısıyla uyumsuzluğunu ortaya koymaktadır. Çekirdeğin doğrusal olmayan eşlemesi, sinyalin uzaysal yapısını bozarak alt uzay ayrışımını geçersiz kılmıştır.

Çizelge 4.1. SNR 5dB iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	0.42	0.001009	[-20.00 30.00]	Başarılı
Kernel PCA	9.22	0.032443	[-20.00 29.00]	Başarısız
Robust PCA	0.19	0.011239	[-20.00 30.00]	Başarılı
Sparse PCA	2.88	0.001088	[-17.50 27.00]	Başarılı
MUSIC	0.42	0.000971	[-20.00 30.00]	Başarılı



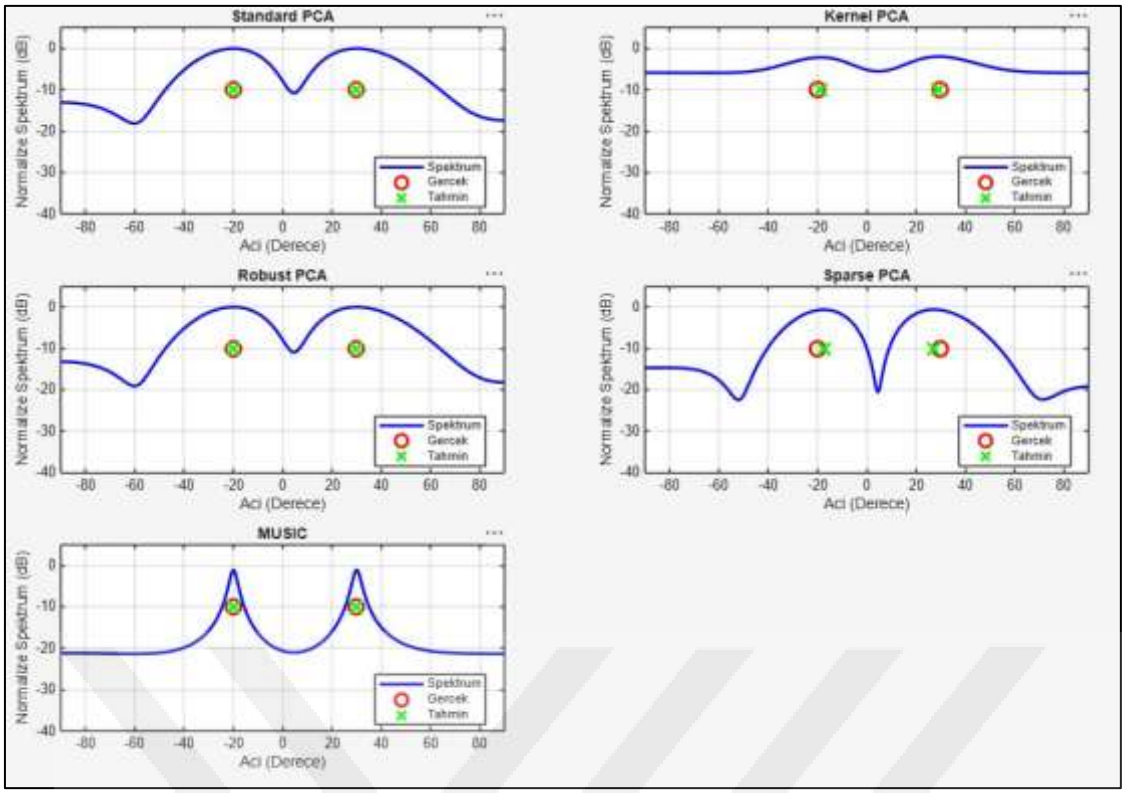
Şekil 4.1. SNR 5dB iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



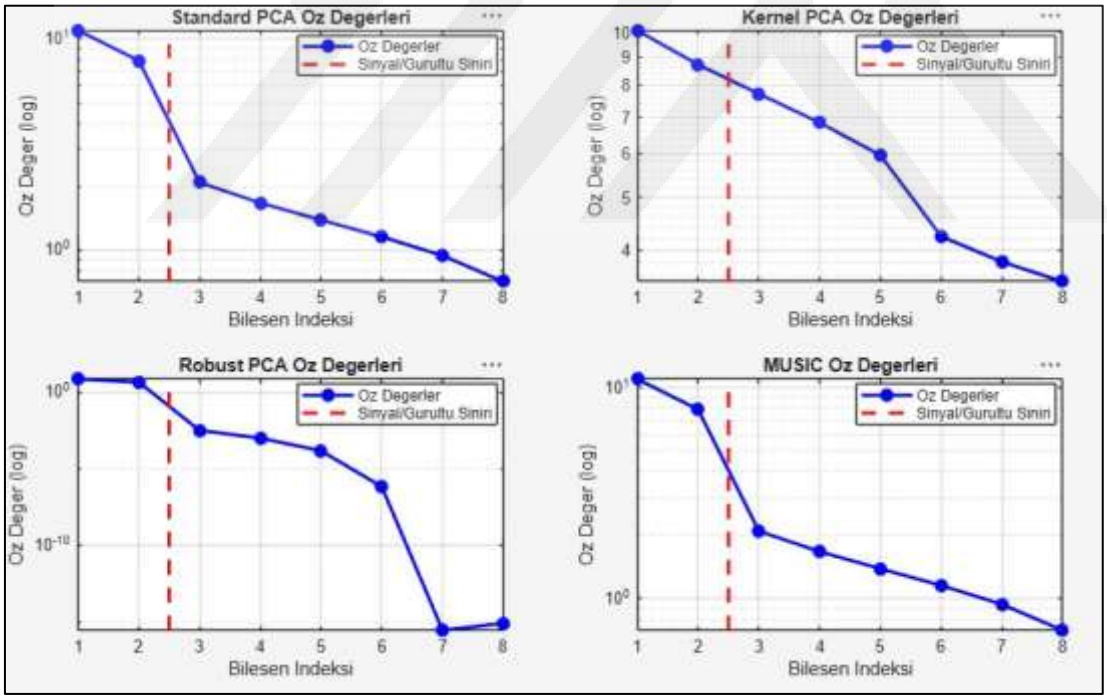
Şekil 4.2. SNR 5dB iken PCA varyantlarının öz değer analizi

Çizelge 4.2. SNR 10dB iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	0.3846	0.001072	[-20.00 30.00]	Başarılı
Kernel PCA	8.9106	0.041376	[-18.50 29.00]	Başarısız
Robust PCA	0.0522	0.012162	[-20.00 30.00]	Başarılı
Sparse PCA	2.8930	0.001142	[-17.50 27.00]	Başarılı
MUSIC	0.3846	0.001030	[-20.00 30.00]	Başarılı



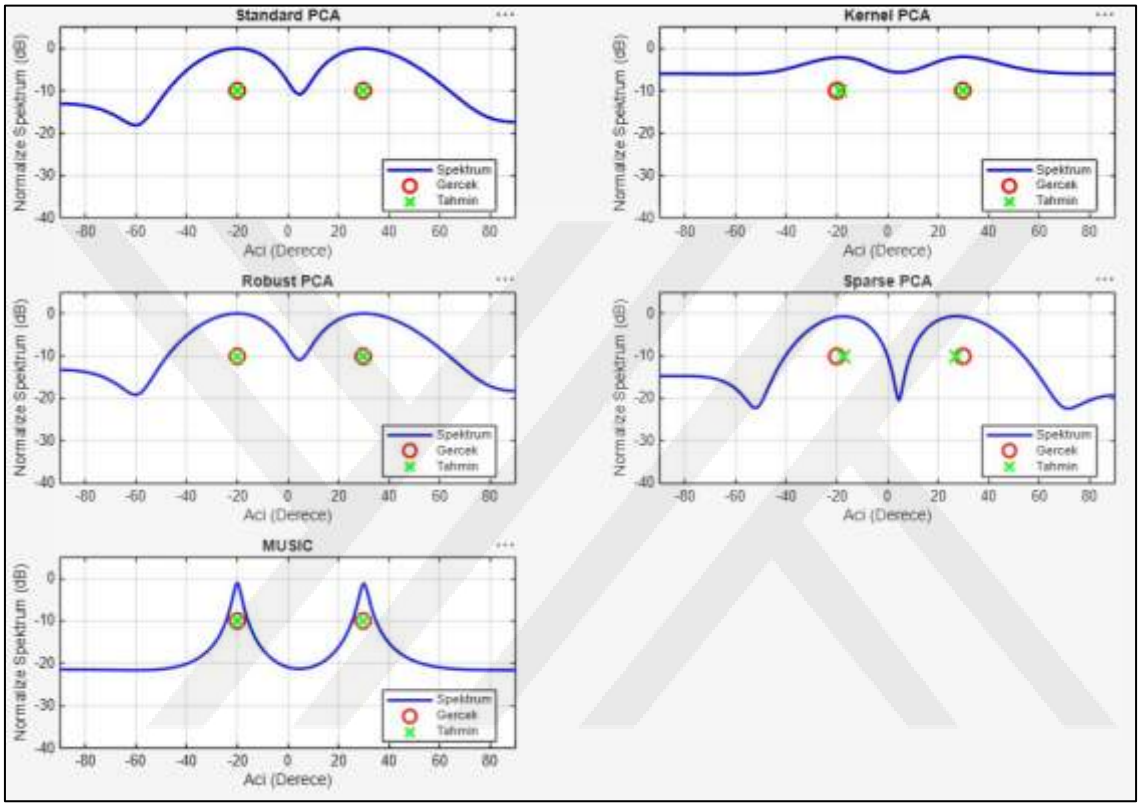
Şekil 4.3. SNR 10dB iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



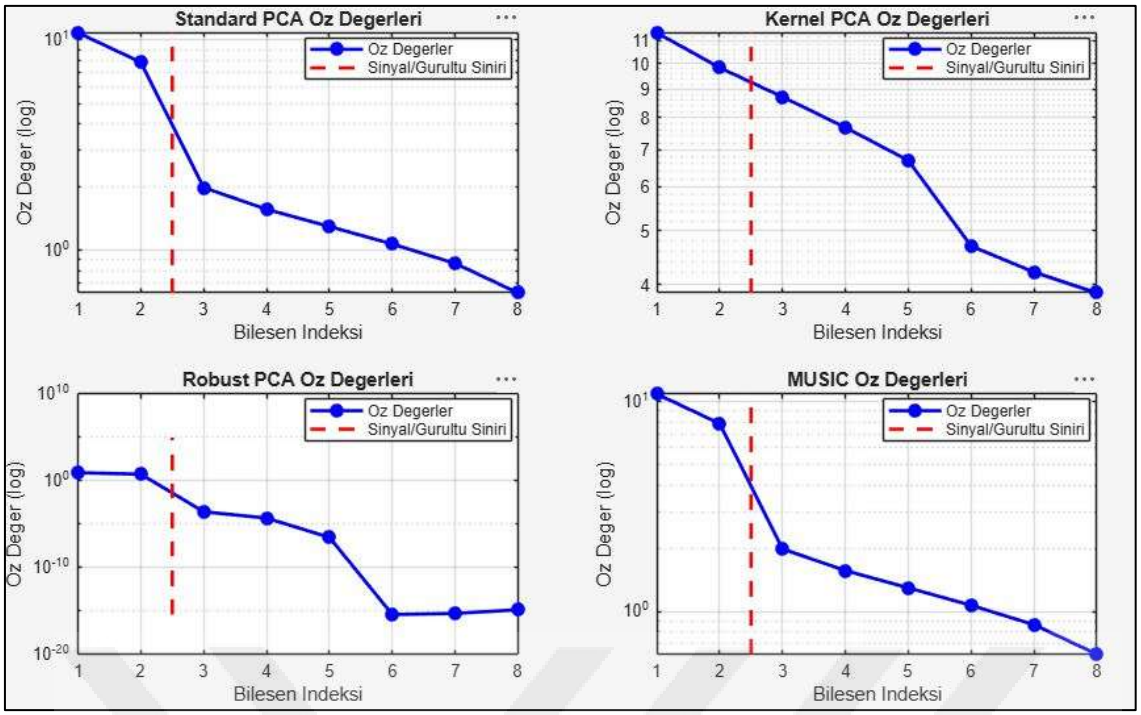
Şekil 4.4. SNR 10dB iken PCA varyantlarının öz değer analizi

Çizelge 4.3. SNR 20dB iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	0.36	0.001108	[-20.00 30.00]	Başarılı
Kernel PCA	9.05	0.042486	[-18.50 30.00]	Başarısız
Robust PCA	0.00	0.012719	[-20.00 30.00]	Başarılı
Sparse PCA	2.89	0.001197	[-17.50 27.00]	Başarılı
MUSIC	0.36	0.001070	[-20.00 30.00]	Başarılı



Şekil 4.5. SNR 20dB iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



Şekil 4.6. SNR 20dB iken PCA varyantlarının öz değer analizi

4.2. Senaryo 2: Örnek (Snapshot) Sayısı Performansı

Senaryo 2'de PCA varyantları ile yön bulma algoritmalarının veri setinin boyutuyla veri işleme kabiliyeti arasındaki ilişkiyi açıklamak hedeflenmiştir. Bu hedef doğrultusunda örnek sayıları kümesi 200, 500, 800 olarak belirlenmiştir. Bu değerler gerçek sistemlerdeki tipik değerler olan 100-1000 arasında yön bulma doğruluğunu analiz edebilmek için ölçeklendirilmiştir [33]. Bu analiz özellikle artan veri hacminin kestirim hatası üzerindeki etkisini incelemektedir.

4.2.1. Kestirim doğruluğunun örneklem sayısına duyarlılığı

Monte Carlo simülasyonlarından elde edilen RMSE verileri incelendiğinde, algoritmaların örnek artışına verdikleri tepkilerin lineer olmadığı ve her yöntemin farklı bir asimptotik karakteristiğe sahip olduğu gözlemlenmiştir:

Robust PCA (RPCA) ve veri bağımsız kararlılık

Elde edilen deneysel bulgular, RPCA algoritmasının örneklem boyutundan bağımsız, mutlak bir kestirim başarısına sahip olduğunu göstermektedir. Algoritma, N=200 gibi görece düşük bir örneklem sayısında 0.04° RMSE değeri ile çalışmış, N=500 ve N=800 seviyelerinde ise bu değeri 0.00°'ye indirmiştir. Bu durum, RPCA'in temelini oluşturan Düşük Rütbeli ve Seyrek (Low-Rank + Sparse) matris ayrışımının, gürültü yapısını modellemek için asimptotik sonsuz veriye ihtiyaç duymadığını; seyrek hata bileşenlerinin (S matrisi) sınırlı sayıda gözlemle de sinyal alt uzayından matematiksel olarak izole edilebildiğini kanıtlamaktadır.

Standart PCA ve MUSIC algoritmalarında ergodik doygunluk

Standart PCA ve MUSIC algoritmaları, örneklem sayısı arttıkça belirgin bir iyileşme göstermiştir. N=200'de 0.37° olan RMSE değeri, N=500'de 0.23°'ye ve N=800'de 0.15°'ye düşmüştür. Bu monoton azalma, artan örneklem sayısının kovaryans matrisinin ($\hat{R}_{xx}$) istatistiksel beklenti değerine ($E[xx^H]$) yakınsamasını iyileştirdiğini göstermektedir. Her iki algoritma da tüm örneklem boyutlarında başarılı tespit sağlamıştır.

Kernel PCA (kPCA) ve model uyumsuzluğu

kPCA, tüm örneklem boyutlarında 5° eşik değerinin üzerinde RMSE üretmiştir. N=200'de 8.75°, N=500'de 7.68° ve N=800'de 7.00° olarak ölçülen değerler, örneklem artışıyla kısmi bir iyileşme gösterse de hiçbir koşulda başarılı tespit eşiğine ulaşılamamıştır. N=200 ve N=800 arasındaki 1.75°'lik iyileşme, daha fazla verinin Gram matrisinin yapısını kısmen stabilize ettiğini ancak RBF çekirdeğinin ULA geometrisindeki doğrusal faz yapısıyla temel uyumsuzluğunu gideremediğini ortaya koymaktadır.

Sparse PCA (SPCA) ve L_1 cezası yanlılığı

SPCA, tüm örneklem boyutlarında 2.91°-2.93° aralığında dar bir bant içinde sabit hata üretmiştir. Örneklem sayısının artışının RMSE üzerinde anlamlı bir etkisi gözlenmemiştir. Bu bulgu, veri seti büyüdükçe ve kovaryans matrisi belirginleştikçe, SPCA optimizasyonunda kullanılan L_1 düzenlileştirme teriminin (regularization penalty), sinyal öz

vektörleri üzerinde aşırı baskılama (shrinkage effect) yaparak tepe noktalarını gerçek açılardan saptıran kalıcı bir yanlılık oluşturduğunu ortaya koymaktadır.

4.2.2. Hesaplama karmaşıklığı ve ölçeklenebilirlik

Gerçek zamanlı radar sistemleri için kritik bir parametre olan hesaplama maliyetinin veri boyutuyla ilişkisi incelenmiştir.

Kernel PCA (kPCA) ölçeklenme darboğazı

kPCA, boyut indirgeme işlemini doğrudan N×N boyutlu çekirdek matrisi üzerinde gerçekleştirdiğinden, hesaplama yükü örneklem sayısıyla lineer olmayan bir artış sergilemiştir. Veri boyutu 200'den 800'e 4 katına çıktığında, işlem süresi 0.036 s'den 0.387 s'ye çıkarak yaklaşık 10.7 kat artmıştır. Bu kübik ölçeklenme ($O(N^3)$), kPCA'in büyük veri akışı gerektiren dinamik senaryolar için uygun olmadığını göstermektedir.

Robust PCA (RPCA) ve iteratif yakınsama

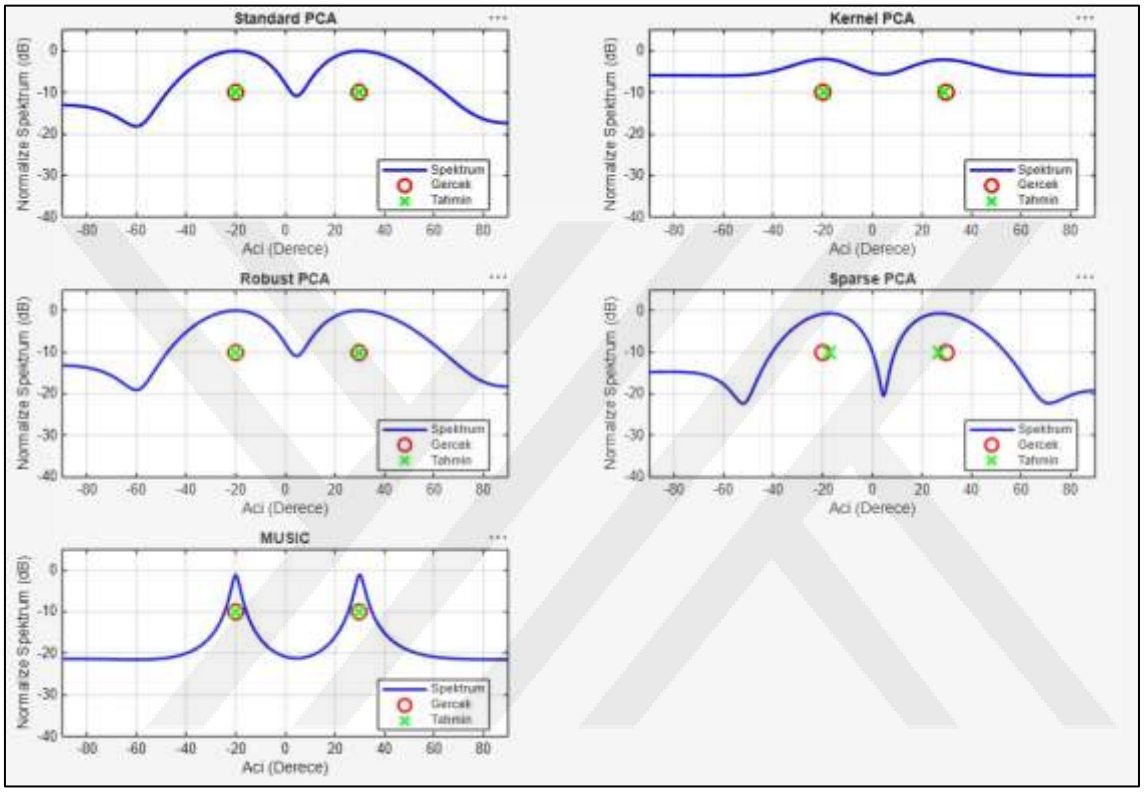
RPCA'in işlem süresi, doğrudan N'e bağlı olmaktan ziyade, verinin içsel yapısına ve ALM (Augmented Lagrange Multiplier) algoritmasının yakınsama hızına bağlıdır. N=200 için 0.012 s, N=500 için 0.073 s, N=800 için 0.122 s süren işlem, genel bir artış eğilimi gösterse de kPCA'den belirgin şekilde daha hızlı ve ölçeklenebilir bir profil çizmektedir.

Standart PCA ve MUSIC verimliliği

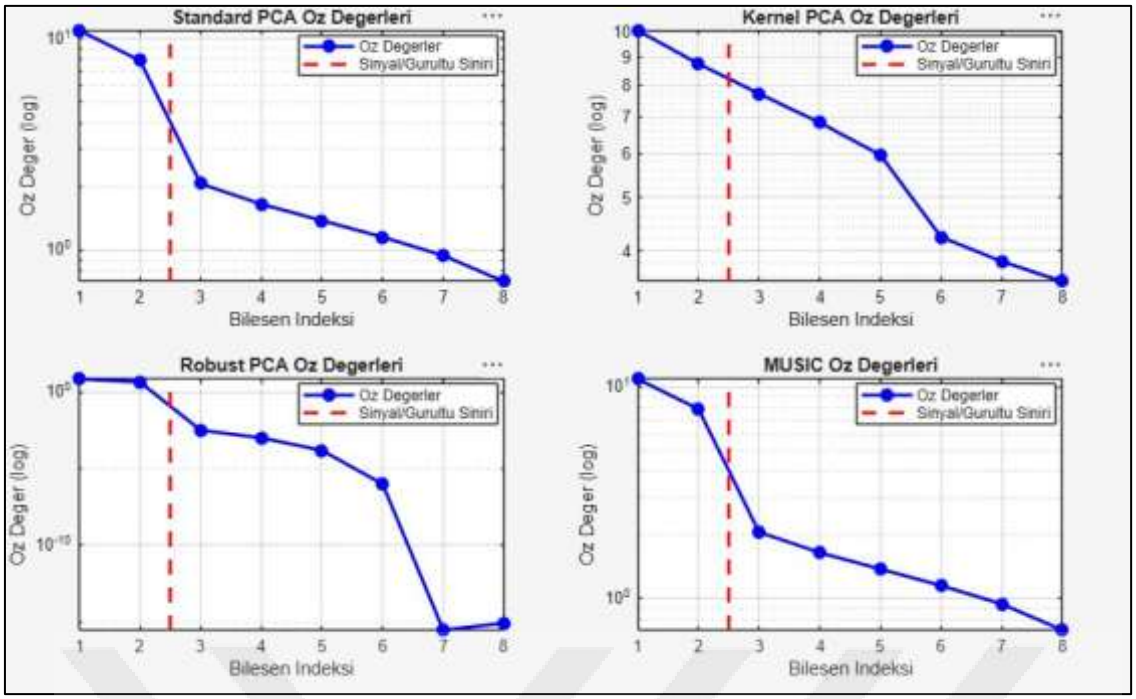
Bu algoritmalar, kovaryans matrisi oluşturulduktan sonra boyutu sabit olan (M×M) anten uzayında işlem yapmaktadır. Dolayısıyla, N'in artması hesaplama süresini marjinal düzeyde etkilemiştir. N=800 gibi yüksek bir veri yükünde dahi MUSIC (0.001 s) ve Standart PCA (0.001 s) milisaniye mertebesinde sonuç üreterek, hesaplama verimliliği açısından en üstün yöntemler olduklarını teyit etmişlerdir.

Çizelge 4.4. SNAP sayısı 200 iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	0.37	0.001012	[-20.00 30.00]	Başarılı
Kernel PCA	8.75	0.036204	[-19.50 29.00]	Başarısız
Robust PCA	0.04	0.011516	[-20.00 30.00]	Başarılı
Sparse PCA	2.91	0.001091	[-17.50 27.00]	Başarılı
MUSIC	0.37	0.000963	[-20.00 30.00]	Başarılı



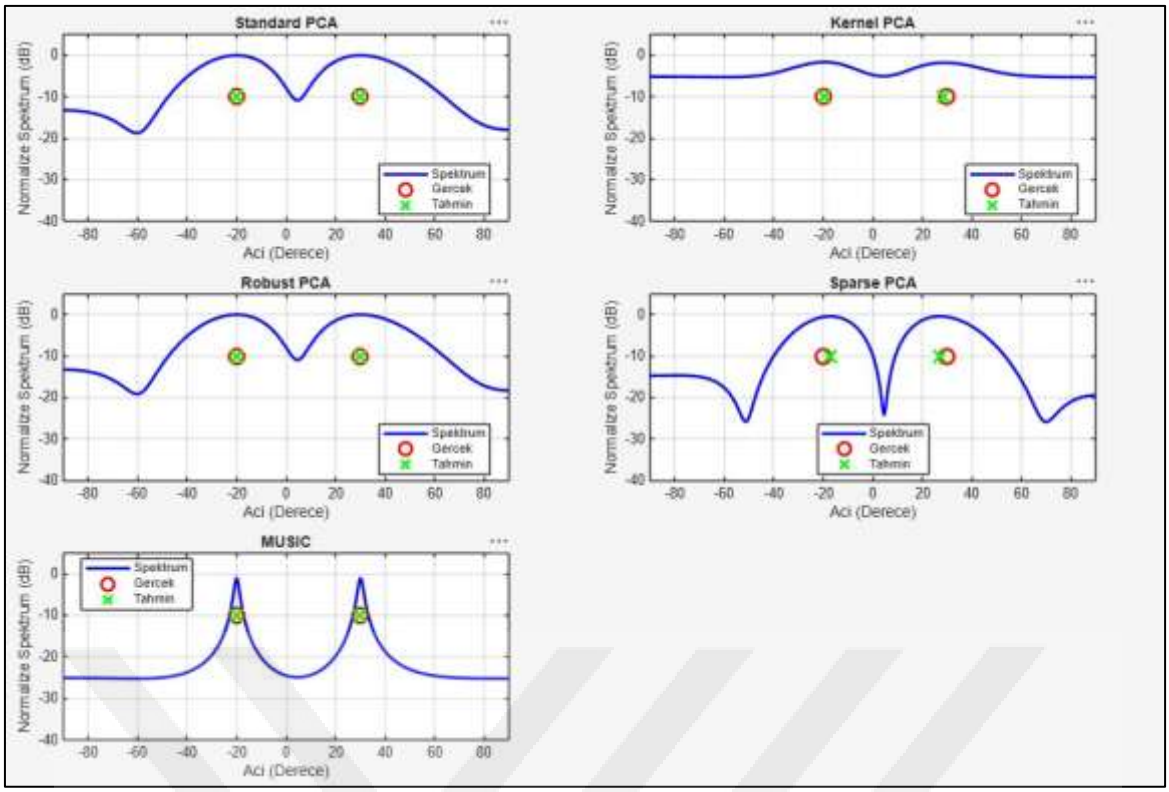
Şekil 4.7. SNAP sayısı 200 iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



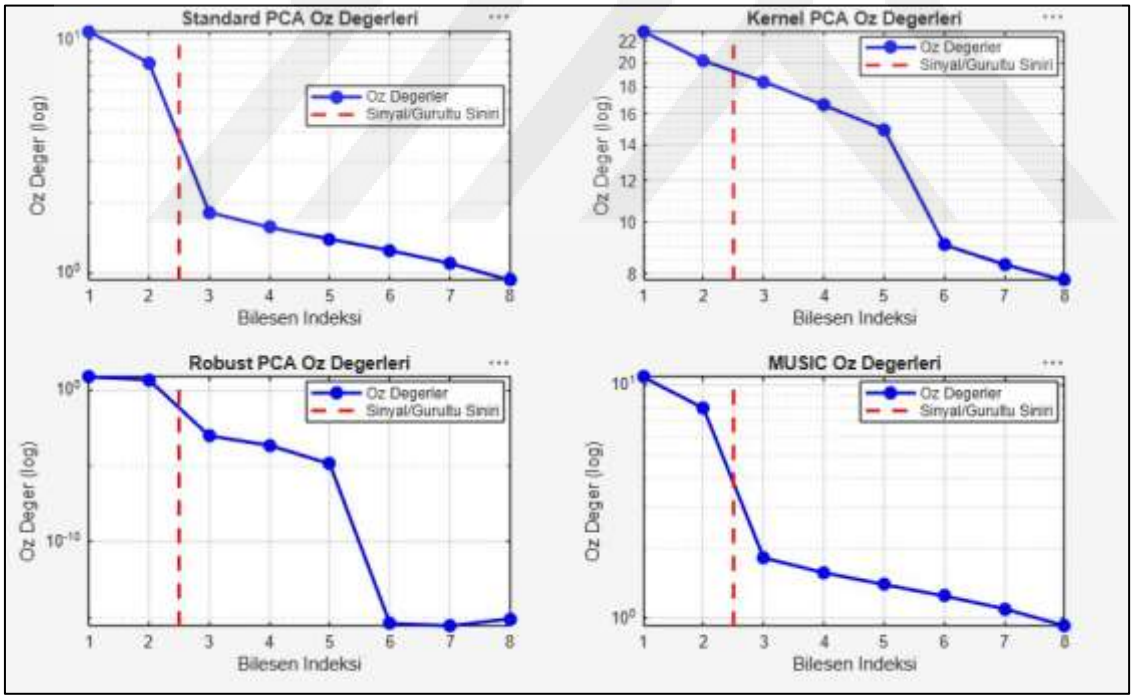
Şekil 4.8. SNAP sayısı 200 iken PCA varyantlarının öz değer analizi

Çizelge 4.5. SNAP sayısı 500 iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	0.23	0.001189	[-20.00 30.00]	Başarılı
Kernel PCA	7.68	0.138127	[-19.50 28.50]	Başarısız
Robust PCA	0.00	0.073115	[-20.00 30.00]	Başarılı
Sparse PCA	2.91	0.001073	[-17.50 27.00]	Başarılı
MUSIC	0.23	0.000929	[-20.00 30.00]	Başarılı



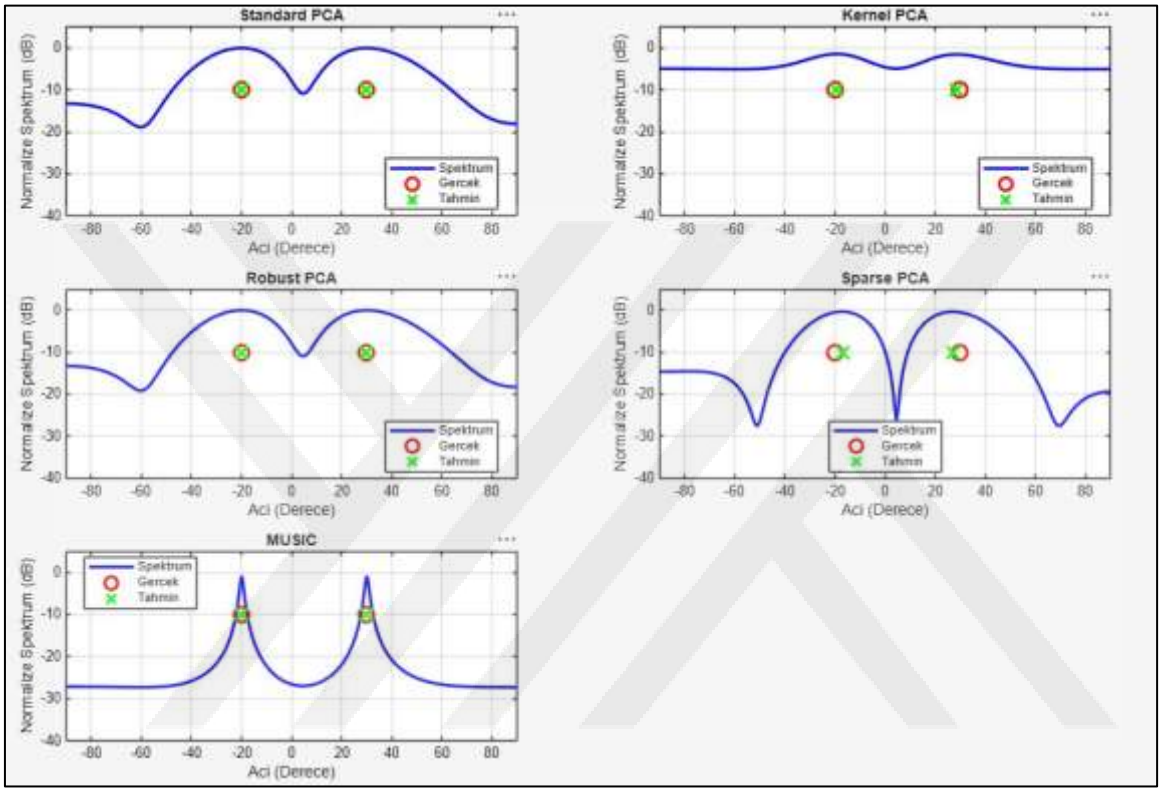
Şekil 4.9. SNAP sayısı 500 iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



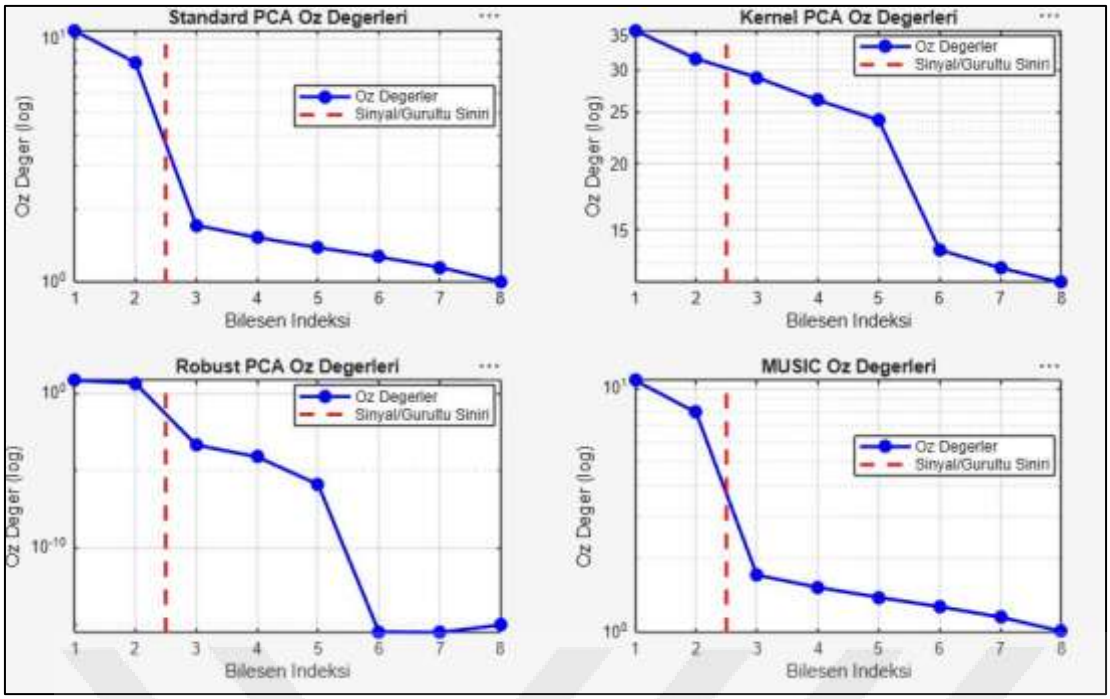
Şekil 4.10. SNAP sayısı 500 iken PCA varyantlarının öz değer analizi

Çizelge 4.6. SNAP sayısı 800 iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	0.15	0.001215	[-20.00 30.00]	Başarılı
Kernel PCA	7.00	0.386980	[-19.50 28.50]	Başarısız
Robust PCA	0.00	0.121654	[-20.00 30.00]	Başarılı
Sparse PCA	2.93	0.001106	[-17.00 27.00]	Başarılı
MUSIC	0.15	0.000955	[-20.00 30.00]	Başarılı



Şekil 4.11. SNAP sayısı 800 iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



Şekil 4.12. SNAP sayısı 800 iken PCA Varyantlarının öz değer analizi

4.3. Senaryo 3: Çözünürlük Performansı

-20° ve 30° olarak belirlenen iki hedefi algoritmaların ürettiği uzaysal spektrumlar üzerinden değerlendirilmiştir.

Süper-çözünürlük (Super-resolution)

MUSIC ve RPCA spektrumları, hedef açılarda (−20°,30°) son derece dar bantlı ve keskin tepe noktaları üretmiştir. Tepe noktalarının keskinliği, bu algoritmaların açısal çözünürlüğünün (angular resolution) anten dizisinin Rayleigh sınırından daha iyi olduğunu (süper-çözünürlük) kanıtlamaktadır.

Huzme genişliği (Beamwidth) sorunu

Standart PCA spektrumu incelendiğinde, tepe noktalarının doğru konumda olduğu ancak ana huzmelerin MUSIC ve RPCA'e kıyasla daha geniş olduğu görülmüştür. Bu durum, hedeflerin birbirine 50°'den çok daha yakın olduğu senaryolarda Standart PCA'in hedefleri birleşik tek bir kaynak gibi algılama riskini artırmaktadır.

Sahte tepeler ve kaymalar

kPCA spektrumu, hedefleri çözümlemekte tamamen yetersiz kalmış ve spektrum üzerinde düzensiz dalgalanmalar oluşturmuştur. SPCA ise spektral tepe noktalarını oluşturabilmiş, ancak L_1 düzenlileştirmesinin neden olduğu yanlılık sebebiyle bu tepeler gerçek açılardan sapmıştır.

4.4. Senaryo 4: Doğrusallık Dışı Analiz

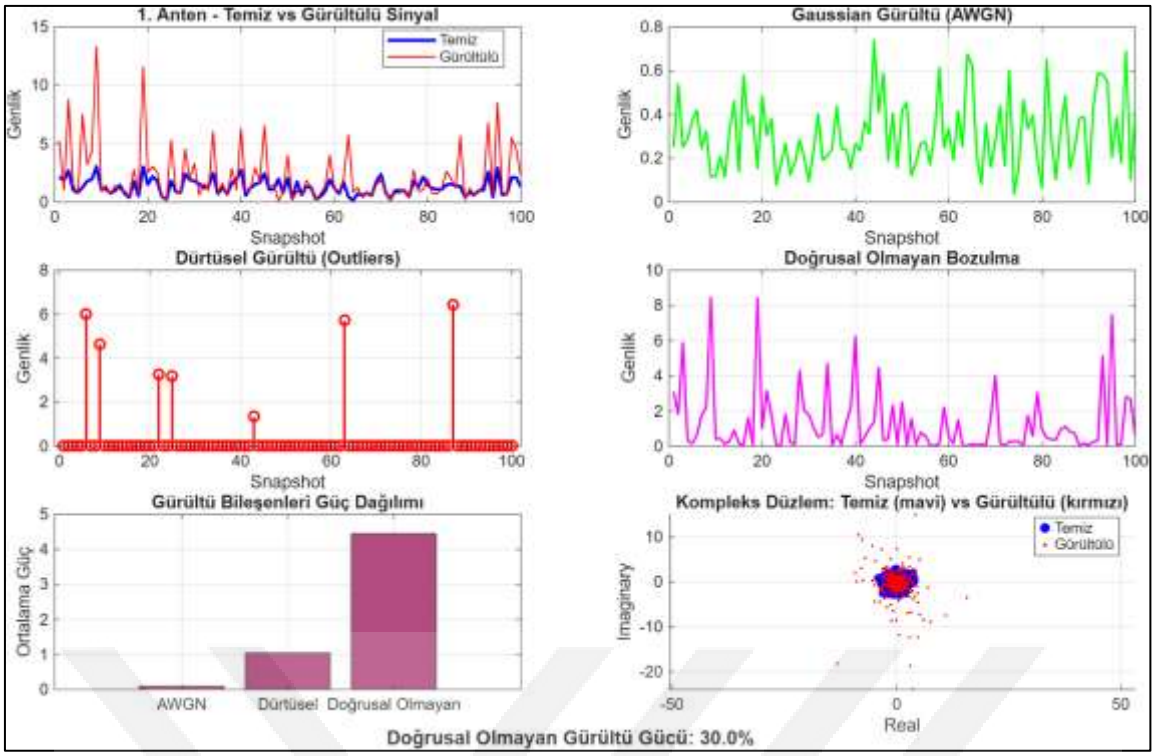
Doğrusal olmayan (non-linear) veri yapıları için geliştirilen kPCA, bu çalışmada kullanılan "Uzak Alan Dar Bantlı Sinyal Modeli" üzerinde en kötü performansı sergilemiştir.

Model uyumsuzluğu

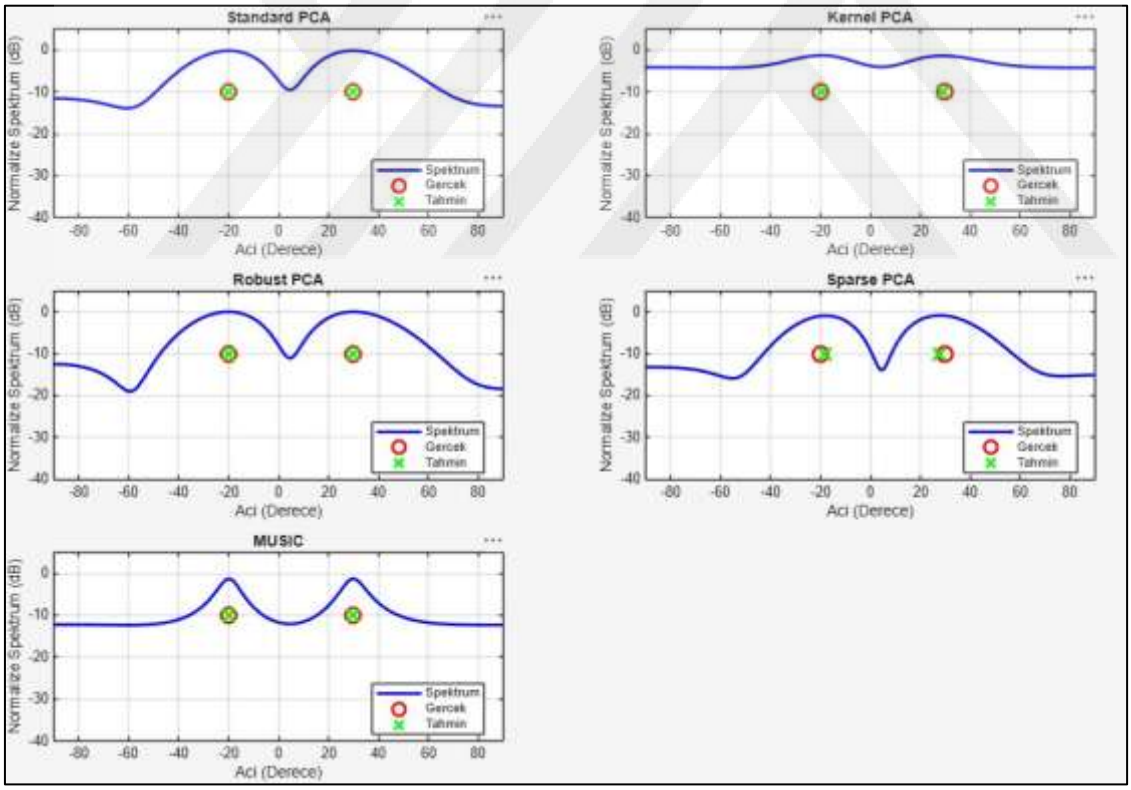
Radar ve sonar dizilerinde gelen dalga cephesi, antenler üzerinde doğrusal bir faz kayması (linear phase shift) oluşturur. Bu problem özünde lineer bir alt uzay problemidir. Veriyi RBF çekirdeği ile sonsuz boyutlu bir uzaya taşımak, bu basit lineer yapıyı bozmuş ve karmaşıklaştırmıştır.

Simülasyonlarda kPCA'in RMSE değerlerinin kabul edilemez seviyelerde olması, standart yön bulma problemlerinde çekirdek yöntemlerinin (kernel methods) doğrudan uygulanmasının uygun olmadığını; bunun yerine lineer alt uzay yöntemlerinin tercih edilmesi gerektiğini ortaya koymuştur.

Doğrusal olmayan bir gürültü ile model simüle edildiğinde ise kPCA'nın RMSE değerinde iyileşme gözlenmiştir. Ölçülen RMSE değeri 8.75°'ten 8.20°'ye kadar iyileşmiştir. Buna karşın, bu iyileşme etkili bir yön bulma algoritması için yeterli olmadığı gözlemlenmiştir.



Şekil 4.13. Sinyalle eklenen doğrusal olmayan gürültü ile birlikte gürültü analizi



Şekil 4.14. Doğrusal olmayan gürültü ile birlikte PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması

4.5. Senaryo 5: Yakın Hedeflerin Yön Kestirimi

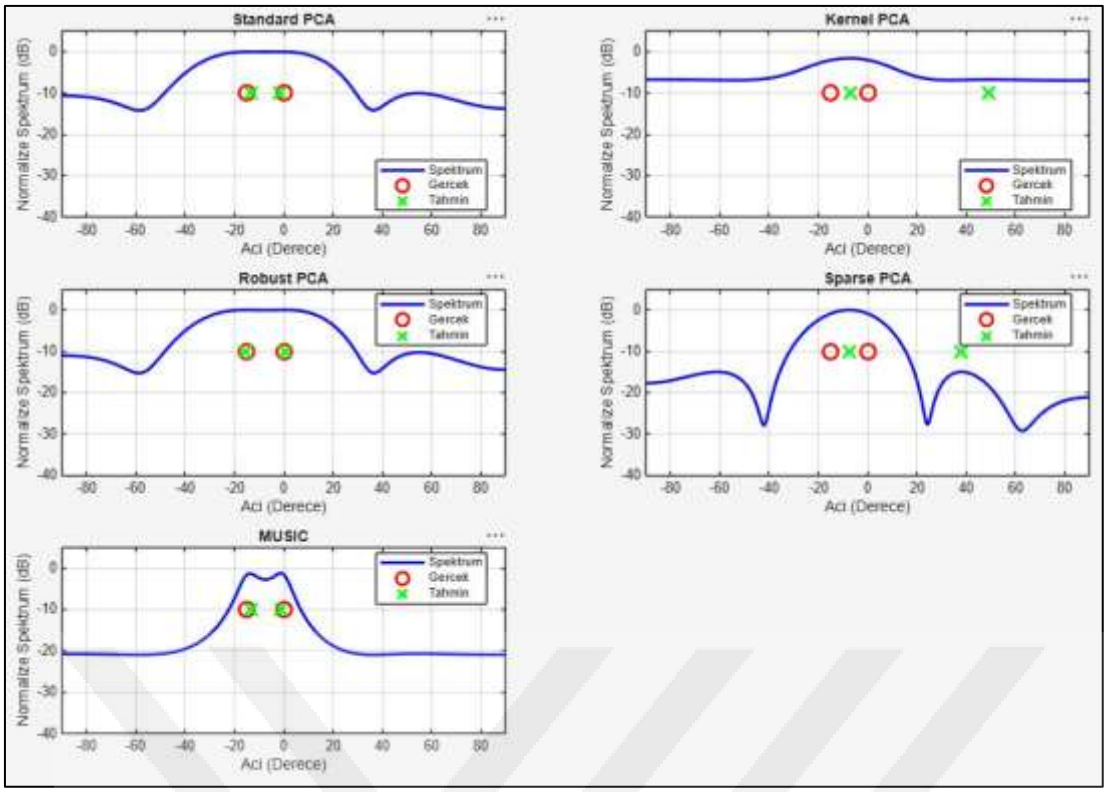
Senaryo 3'te (-20°, 30°) hedef çifti ile gerçekleştirilen çözünürlük analizi, 50° açısal ayrıma sahip hedefler için algoritmaların ayrıştırma kapasitesini değerlendirmiştir. Ancak gerçek radar ve elektronik harp ortamlarında, birbirine çok daha yakın açısal konumlara sahip hedeflerin ayrıştırılması kritik bir gereksinimdir. Bu senaryoda, açısal ayrımın $\Delta\theta = 15°$ olduğu iki yakın hedef ($\theta_1 = -15°$, $\theta_2 = 0°$) kullanılarak algoritmaların çözünürlük sınırları zorlanmıştır.

Monte Carlo iterasyonunun ortalaması alınarak elde edilen performans metrikleri Çizelge 4.7'de sunulmuştur. Sonuçlar, algoritmalar arasındaki performans farklılıklarının yakın hedef senaryosunda belirgin şekilde derinleştiğini ortaya koymaktadır.

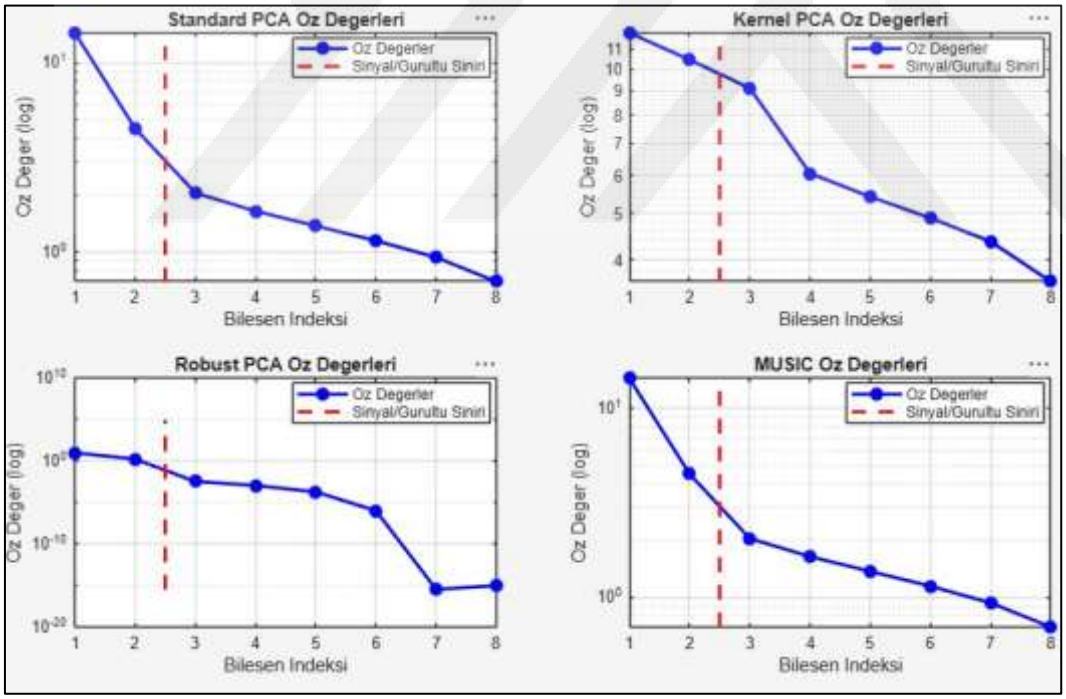
Çizelge 4.7. Hedefler -15° ve 0° iken PCA varyantlarının performans tablosu

Algoritma	RMSE (°)	Hesap Süresi (s)	Tahmin Edilen Açılar (Derece)	Tespit Başarısı
Standard PCA	8.53	0.001238	[-13.50 -1.50]	Başarılı
Kernel PCA	16.47	0.035018	[-7.50 49.00]	Başarısız
Robust PCA	0.37	0.012400	[-15.50 0.00]	Başarılı
Sparse PCA	30.46	0.001200	[-7.50 38.00]	Başarısız
MUSIC	8.53	0.001040	[-14.00 -1.50]	Başarılı

Şekil 4.15'te Robust PCA spektrumunda -15° ve 0° açılarında iki keskin ve ayrık tepe noktası açıkça gözlemlenmektedir. RPCA, $X = L + S$ matris ayrışımı sayesinde dürtüsel gürültüyü seyrek S matrisine izole etmiş ve temiz sinyal bileşenini L matrisinde korumuştur. Bu ayrışma, kovaryans matrisinin doğru tahminini mümkün kılarak 0.37° RMSE ile tüm Monte Carlo iterasyonlarında başarılı olmuştur. Ortalama spektrumdan elde edilen tahmin açıları (-15.50°, 0.00°), gerçek hedef konumlarına en yakın değerlerdir.



Şekil 4.15. Hedefler -15° ve 0° iken PCA varyantlarının spektrum karşılaştırılması



Şekil 4.16. Hedefler -15° ve 0° iken PCA Varyantlarının öz değer analizi

MUSIC ve Standart PCA algoritmaları da birbiriyle özdeş sonuçlar üretmiştir (RMSE = 8.53°). Bu sonuç, her iki yöntemin de aynı kovaryans matrisinin öz değer ayrışımına

dayandığını ve dürtüsel gürültüden aynı şekilde etkilendiğini doğrulamaktadır. Spektrum incelendiğinde, iki hedef arasındaki sınırlı açısal fark ($\Delta\theta = 15°$) ve dürtüsel gürültünün kovaryans matrisine eklediği pertürbasyon nedeniyle tepe noktalarının gerçek konumlarından kaydığı görülmektedir. MUSIC spektrumunda -14° ve -1.5° olarak tahmin edilen açılar, sistematik bir kaymaya işaret etmektedir. İterasyonların yaklaşık %19.2' sinde iki hedef birleşik tek bir tepe olarak algılanmış veya tamamen yanlış konumlara kayarak tespit başarısızlığına yol açmıştır. Bu durum, MUSIC' in L_2-norm temelli yapısının dürtüsel gürültü altında aykırı değerlere karşı hassasiyetinin bir sonucudur.

4.6. Hesaplamalı Yük Karşılaştırması ve Ölçeklenebilirlik

Algoritmaların MATLAB R2024a ortamındaki çalışma süreleri (Wall-clock time) hesaplama süresi grafiklerinde karşılaştırılmıştır.

Simülasyon sonuçları incelendiğinde Standart PCA, SPCA ve MUSIC algoritmalarının benzer hızlarda çalıştığı gözlemlenmiştir. SPCA ve Standart PCA ortalama 0.001 saniye ile en düşük işlem yüküne sahiptir. Buna karşın SPCA'nın bu hızı, yaklaşık 2.9°'lik bir doğruluk kaybı maliyetiyle elde edilmiştir. Referans yöntem MUSIC, ortalama 0.001 saniye süresiyle SPCA ile aynı hız seviyesinde çalışırken, doğruluk açısından RPCA'e yakın performans göstermektedir. Gerçek zamanlı (real-time) uygulamalar için en verimli adaydır. RPCA, iteratif SVD adımları gerektirdiği için MUSIC ve Standart PCA'den daha yavaştır. Senaryolara göre RPCA'nın hesaplama süreleri 0.011s–0.122s aralığında olduğu gözlemlenmiştir. Buna karşın milisaniye mertebesindeki bu süre, modern işlemcilerde tolere edilebilir düzeydedir ve sağladığı mutlak doğruluk bu maliyeti haklı çıkarmaktadır. Bu süre göz önüne alınarak deterministik sistemlere de entegre edilebilir olması da bir seçenek oluşturmaktadır. kPCA ise hem doğrusal hem de doğrusal olmayan simülasyonlarda en yavaş (0.032s–0.387s) ve en hatalı yöntem olarak sistem kaynaklarını verimsiz kullanmıştır.

4.7. Bulguların Genel Tartışması

Bu tez çalışmasında elde edilen deneysel veriler ışığında şu genel yargılara varılmıştır:

- Doğruluk: Robust PCA (RPCA), gürültü türü ve seviyesinden bağımsız olarak en güvenilir yöntemdir. Özellikle güvenlik kritik uygulamalarda veya jamming (karıştırma) riski olan ortamlarda ilk tercih olmalıdır.
- Hız/Performans: MUSIC algoritması, endüstri standardı olmasının haklılığını korumaktadır. Düşük işlem yükü ve yüksek çözünürlüğü ile genel radar uygulamaları için idealdir.
- Algoritmik Kısıtlar: SPCA, hızlı tarama gerektiren ancak çok yüksek hassasiyet aranmayan durumlarda (örn. kaba yön kestirimi) kullanılabilir. kPCA ise standart lineer dizi geometrileri için önerilmemektedir.

Modern elektronik harp ve radar sistemlerinde hesaplama kapasitesinin artmasıyla birlikte aykırı değerlere karşı sağladığı üstün koruma gerekmektedir. Tüm bu bulgular ışığında RPCA bu sistemlerde klasik yöntemlerin yerini almaya en güçlü aday olarak karşımıza çıkmaktadır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tezin Özeti ve Genel Değerlendirme

Tezin bu bölümünde tez içerisinde değinilen noktalara ve bulgura yönelik sonuçlar yer alacaktır. Bu sonuçların doğrultusunda var olan analiz altyapısı ve geleceğe yönelik geliştirmeler de önerilecektir. Bu tez çalışmasında, modern radar ve elektronik harp sistemlerinde kritik bir öneme sahip olan Yön Bulma (Direction of Arrival- DOA) problemi ele alınmıştır. Çalışmanın temel amacı, geleneksel yöntemlere (özellikle MUSIC algoritmasına) alternatif olarak, Temel Bileşen Analizi (PCA) ve onun ileri düzey varyantlarının (Çekirdek PCA, Gürbüz PCA, Seyrek PCA) uygulanabilirliğini ve performansını analiz etmektir. Çalışma kapsamında, 8 elemanlı Düzgün Doğrusal Dizi (ULA) geometrisine sahip bir sistem modellenmiş ve bu sistem üzerinde $[-20°,30°]$ açılarından gelen dar bantlı sinyallerin kestirimi hedeflenmiştir. Literatürdeki boşluğu doldurmak adına, algoritmalar sadece ideal koşullarda değil; farklı Sinyal-Gürültü Oranları (5, 10, 20 dB), değişen örnek boyutları (200, 500, 800) ve %5 oranında dürtüsel gürültü içeren zorlu senaryolar altında belirlenen PCA varyantları test edilmiştir.

Gerçekleştirilen Monte Carlo simülasyonları sonucunda, PCA tabanlı yöntemlerin sinyal ve gürültü alt uzaylarını ayrıştırma yetenekleri belirlenen parametreler ışığında analiz edilmiştir. Bu parametreler ise kök ortalama kare hata (RMSE), başarılı tespit olasılığı (PoD), çözünürlük ve hesaplama süresi olarak seçilerek nicel bir karşılaştırılma yapılmıştır. Amaçlandığı üzere PCA varyantlarının yön bulma probleminde kullanılması adına literatürde yerini netleştirmesi için zorlu senaryolara verdiği tepkilere ait somut veriler ve analizler literatüre önemli bir katkı sağlayacaktır.

5.2. Elde Edilen Sonuçlar

Simülasyon çalışmaları ve performans analizleri neticesinde elde edilen temel sonuçlar aşağıda maddeler halinde özetlenmiştir:

- Robust PCA (RPCA)'in Verimliliği: Çalışmanın en çarpıcı sonucu, RPCA algoritmasının sergilediği mutlak kararlılıktır. RPCA, "Düşük Rütbeli + Seyrek" (L+S) matris ayrışımı sayesinde, dürtüsel gürültü içeren 5 dB SNR gibi düşük sinyal seviyelerinde **0.19° RMSE**

ile en düşük hatayı üretmiş, 20 dB SNR'da ise 0.00° RMSE ile hatasız yön tahmini yapmıştır. 200 anlık görüntü gibi kısıtlı veri setlerinde dahi 0.04° RMSE değerine ulaşmıştır. Öz değer analizleri, RPCA'in gürültü alt uzayını matematiksel olarak izole ederek teorik sınırlara ulaştığını göstermiştir.

- MUSIC ve Standart PCA'in Konumu: Endüstri standardı olan MUSIC algoritması ve Standart PCA, Gauss gürültüsü (AWGN) altında yüksek başarım göstermiştir. Ortalama 0.001 saniye olarak ölçülen hesaplama süreleri açısından en verimli yöntemler olsalar da kovaryans matrisindeki karesel hatalara (L_2-norm) duyarlılığı nedeniyle 0.15°– 0.42° aralığında minör sapmalar yaşadığı gözlemlenmiştir.
- Sparse PCA (SPCA) ve Yanlılık: SPCA, ortalama 0.001 saniye işlem süresi ile en hızlı yöntemlerden biri olarak tespit edilmiştir. Buna karşın, algoritmadaki L_1 ceza teriminin sinyal bileşenlerini baskılaması nedeniyle, SNR artsa bile giderilemeyen yaklaşık 2.88°–2.93° civarında sistematik bir kestirim yanlılığı (bias) oluşturduğu belirlenmiştir.
- Kernel PCA (kPCA) Uygunsuzluğu: Doğrusal olmayan veri yapıları için tasarlanan kPCA, doğrusal faz kayması prensibine dayanan ULA geometrisinde başarısız olmuştur. Tüm SNR seviyelerinde 9.22°– 8.91° arasında yüksek ve sabit hata üreten kPCA, en yüksek hesaplama maliyetini (0.032–0.387 saniye) de oluşturmuştur. Doğrusal olmayan bir gürültü ile sinyal uygulandığında iyileşme gözlenmiştir ama yeterli seviyede değildir. Snapshot analizi incelendiğinde, kPCA'nın örneklem artışıyla kısmi iyileşme gösterdiği (N=200'de 8.75° → N=800'de 7.00°) ancak hiçbir koşulda 5° başarılı tespit eşiğine ulaşamadığı tespit edilmiştir. RBF çekirdeğinin ULA geometrisindeki doğrusal faz yapısıyla temel uyumsuzluğu, daha fazla verinin kısmen stabilize ettiği ancak gideremediği yapısal bir sorundur.
- Veri Miktarına Duyarlılık: RPCA algoritması, düşük snapshot sayılarında (N=200) dahi 0.04° RMSE ile istatistiksel doygunluğa ulaşarak kararlı sonuç vermiştir. MUSIC ve Standart PCA ise örneklem artışıyla monoton iyileşme göstermiş (0.37° → 0.23° → 0.15°), kPCA'nın tüm örneklem boyutlarında 5° eşiğinin üzerinde kaldığı gözlemlenmiştir.

5.3. Öneriler ve Gelecek Çalışmalar

Bu tez çalışmasından elde edilen bulgular ışığında, radar ve elektronik harp sistemleri tasarımcıları ve akademik çalışmalar için aşağıdaki öneriler geliştirilmiştir. Özellikle yapay

zekâ ve derin öğrenme tabanlı yaklaşımlar, bu çalışmada tespit edilen hesaplama maliyeti sorunlarına potansiyel çözüm olarak sunulmuştur.

5.3.1. Algoritma seçimi ve uygulama önerileri

Kritik ve gürültülü görevler

Karıştırma, anten arızaları veya yüksek dürtüsel gürültü riskinin bulunduğu savunma sanayi uygulamalarında (özellikle radar elektronik harp sistemleri), hesaplama maliyeti tolere edilebiliyorsa veya işlemci gücü yeterliyse Robust PCA (RPCA) birincil tercih olmalıdır.

Gerçek zamanlı izleme

İşlemci gücünün sınırlı olduğu ve gürültünün Gauss dağılımına (AWGN) uyduğu standart gözetim radarlarında MUSIC veya Standart PCA, hız/performans dengesi açısından en uygun çözümdür.

Kaba tarama ve kestirim

Çok yüksek hız gerektiren ancak hassasiyetin ikinci planda olduğu (örneğin, tehdidin sadece varlığının sezildiği) durumlarda en hızlı yöntem olan Sparse PCA (SPCA) kullanılabilir.

5.3.2. Gelecek çalışmalar ve derin öğrenme entegrasyonu

Gelecek araştırmaların odaklanabileceği en umut verici alanların başında, bu çalışmada hesaplama maliyeti yüksek olduğu tespit edilen gürbüz yöntemlerin Derin Öğrenme (Deep Learning) mimarileri ile entegrasyonu gelmektedir. Özellikle RPCA'in yinelemeli optimizasyon adımlarının neden olduğu işlem yükünü aşmak için, kovaryans matrisini doğrudan geliş açılarına eşleyen veri güdümlü (data-driven) yaklaşımlar benimsenebilir. Bu bağlamda, Derin Sinir Ağları (DNN) veya Evrişimli Sinir Ağları (CNN) kullanılarak, eğitim aşamasında RPCA'in gürbüz sonuçlarını öğrenen, test aşamasında ise milisaniye altı sürelerde sonuç üreten hibrit modeller geliştirilebilir. Ayrıca, model tabanlı yöntemler ile derin öğrenmeyi birleştiren Deep Unfolding teknikleri kullanılarak, RPCA'in ALM algoritmasındaki iterasyonları sabit katmanlı bir sinir ağı olarak modellenebilir. Bu

modelleme sayesinde yöntemin matematiksel kararlılığı korunurken hesaplama hızı radikal biçimde artırılabilir. Buna ek olarak, denetimsiz öğrenme tabanlı "Gürültü Giderici Oto kodlayıcılar" RPCA'in L+S ayrışımına benzer bir mantıkla eğitilerek, sinyal alt uzayını bozan aykırı değerlerin temizlenmesinde alternatif bir yöntem olarak değerlendirilebilir.

Algoritmik geliştirmelerin yanı sıra simülasyon ortamının fiziksel ve geometrik çeşitliliğinin artırılması da literatüre önemli katkılar sağlayacaktır. Bu tezde kullanılan Düzgün Doğrusal Dizi (ULA) geometrisinin yerine Düzgün Dairesel Dizi (UCA) veya doğrusal olmayan geometriler üzerinde testler yapılması önerilmektedir. Bu tür karmaşık geometriler, kPCA gibi doğrusal olmayan yöntemlerin potansiyelini ortaya çıkarmak için daha uygun bir zemin oluşturabilir. Teorik simülasyonların pratik geçerliliğini kanıtlamak adına, MATLAB ortamında başarısı doğrulanan RPCA ve önerilen hibrit mimarilerin FPGA veya DSP tabanlı gerçek zamanlı gömülü sistemlere taşınması, algoritmaların donanım üzerindeki gecikme ve güç tüketimi performanslarının somut verilerle analiz edilmesine olanak tanıyacaktır.

KAYNAKLAR

1. Ünlerşen, M. F., ve Yaldiz, E. (2016, 28-30 November). *Direction of arrival estimation by using artificial neural networks*. Paper presented at the 2016 European Modelling Symposium, Pisa, Italy.

2. Schmidt, R. (1986). Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 34(3), 276-280.

3. Estrada, J. C., Escobar, M. A., ve Vargas, J. (2020, 21 August). *A comprehensive review of the principal component analysis applied to the demodulation of phase-shifting interferograms*. Paper presented at the 20th Interferometry Conference, California, United States.

4. Van Trees, H. L. (2002). *Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory* (1. Baskı). New York: John Wiley and Sons, 1-1472.

5. Krim, H., ve Viberg, M. (1996). Two decades of array signal processing research: The parametric approach. *IEEE Signal Processing Magazine*, 13(4), 67-94.

6. Stoica, P., ve Moses, R. (2005). *Spectral analysis of signals* (1. Baskı). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1-452.

7. Roy, R., ve Kailath, T. (1989). ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(7), 984-995.

8. Pearson, K. (1901). On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *Philosophical Magazine*, 2(11), 559-572.

9. Eckart, C., ve Young, G. (1936). The approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika*, 1(3), 211-218.

10. Tsagkarakis, N., Markopoulos, P. P., Sklivanitis, G., ve Pados, D. A. (2018). L1-norm principal-component analysis of complex data. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(12), 3256-3267.

11. Rasti, B., Sveinsson, J. R., Ulfarsson, M. O., ve Sigurdsson, J. (2013, 25-28 June). *Wavelet based sparse principal component analysis for hyperspectral denoising*. Paper presented at the 5th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing, Gainesville, FL, United States, 1-4.

12. Tran, V. H., ve Wang, W. (2018). Bayesian inference for PCA and MUSIC algorithms with unknown number of sources. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(23), 6107-6120.

13. Stoica, P., ve Nehorai, A. (1989). MUSIC, maximum likelihood, and Cramér-Rao bound. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(5), 720-741.

14. Bouwmans, T., Javed, S., Zhang, H., Lin, Z., ve Otazo, R. (2018). On the applications of robust PCA in image and video processing. *Proceedings of the IEEE*, 106(8), 1427-1457.

15. Schölkopf, B., Smola, A., ve Müller, K. R. (1997). Kernel principal component analysis. In W. Gerstner, A. Germond, M. Hasler ve J. D. Nicoud (Eds.), *Artificial neural networks — ICANN 97*. Berlin, Heidelberg: Springer, 583-588.

16. Kim, K. I., Jung, K., ve Kim, H. J. (2002). Face recognition using kernel principal component analysis. *IEEE Signal Processing Letters*, 9(2), 40-42.

17. Berger, C. R., Zhou, S., Preisig, J. C., ve Willett, P. (2010). Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to compressed sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(3), 1708-1721.

18. Mateos, G., ve Giannakis, G. B. (2012). Robust PCA as bilinear decomposition with outlier-sparsity regularization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 60(10), 5176-5190.

19. Candès, E. J., Li, X., Ma, Y., ve Wright, J. (2011). Robust principal component analysis? *Journal of the ACM*, 58(3), 1-37.

20. Zou, H., Hastie, T., ve Tibshirani, R. (2006). Sparse principal component analysis. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 15(2), 265-286.

21. Zou, H., ve Xue, L. (2018). A selective overview of sparse principal component analysis. *Proceedings of the IEEE*, 106(8), 1311-1320.

22. Seghouane, A. K., Shokouhi, N., ve Koch, I. (2019). Sparse principal component analysis with preserved sparsity pattern. *IEEE Transactions on Image Processing*, 28(7), 3274-3285.

23. Xiao, C. (2010, 21-24 May). *Two-dimensional sparse principal component analysis for face recognition*. Paper presented at the 2nd International Conference on Future Computer and Communication, Wuhan, China, 561-565.

24. İnternet: The MathWorks, Inc. (2024). MATLAB R2024a. URL: https://www.mathworks.com, Son Erişim Tarihi: 25.07.2026

25. Proakis, J. G., ve Manolakis, D. G. (1996). *Digital signal processing: Principles, algorithms, and applications* (3. Baskı). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1-968.

26. Rafaely, B. (2005). Analysis and design of spherical microphone arrays. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 13(1), 135-143.

27. Jolliffe, I. T. (2002). *Principal component analysis* (2. Baskı). New York: Springer, 1-487.

28. Kay, S. M. (1993). *Fundamentals of statistical signal processing: Estimation theory* (1. Baskı). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1-608.

29. Blackman, S. S., ve Popoli, R. (1999). *Design and analysis of modern tracking systems* (1. Baskı). Norwood, MA: Artech House, 1-1230.

30. Skolnik, M. I. (2008). *Radar handbook* (3. Baskı). New York: McGraw-Hill, 1-1328.

31. Golub, G. H., ve Van Loan, C. F. (2013). *Matrix computations* (4. Baskı). Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 1-756.

32. Wax, M., ve Kailath, T. (1985). Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 33(2), 387-392.

33. Rao, B. D., ve Hari, K. V. S. (1989). Performance analysis of Root-MUSIC. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(12), 1939-1949.



Gazili olmak ayrıcalıktır