T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ SAHİP OLDUKLARI ÖN BİLGİLERİN FONKSİYON KAVRAMINI ÖĞRENMELERİ SÜRECİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan
Şeyda ÖZDEM

Ankara
Nisan, 2013

T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ SAHİP OLDUKLARI ÖN BİLGİLERİN FONKSİYON KAVRAMINI ÖĞRENMELERİ SÜRECİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şeyda ÖZDEM

Danışman: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

Ankara
Nisan, 2013

Şeyda ÖZDEM' in **"MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ SAHİP OLDUKLARI ÖN BİLGİLERİN FONKSİYON KAVRAMINI ÖĞRENMELERİ SÜRECİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ"** başlıklı tezi 17.05.2013 tarihinde, jürimiz tarafından Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Adı Soyadı	**İmza**
Üye (Tez Danışmanı): Prof. Dr. Ahmet ARIKAN	……..
Üye: Prof. Dr. Ziya ARGÜN	..……
Üye: Prof. Dr. Yüksel TUFAN	...……

ÖN SÖZ

Çalışmalarım sırasında benden yardım ve desteklerini esirgemeyen, araştırmanın her aşamasında değerli yardım ve katkılarıyla bana yol gösteren, tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Ahmet Arıkan' a en derin saygılarımla teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında beni maddi açıdan destekleyen, saygıdeğer kurum TÜBİTAK'a,

Öğrenim hayatım boyunca her zaman destek ve güvenlerini hissettiğim annem Aycan Karataş ve babam Ertan Karataş' a,

Her konuda destek olarak çalışmalarıma daha çok zaman ayırıp verimli çalışmama katkı sağlayan eşimin annesi Şenay Özdem' e ve babası Ahmet Özdem' e,

Çalışmalarımla ilgili gerek olan her durumda destek ve ilgilerini gördüğüm amcam Yavuz Karataş ve yengem Çiler Genç Karataş' a,

Çalışmalarım boyunca bana her zaman destek olan, ilgi ve anlayış gösteren değerli eşim Mehmet Özdem' e, içtenlikle teşekkür ederim.

Şeyda ÖZDEM

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ SAHİP OLDUKLARI ÖN BİLGİLERİN FONKSİYON KAVRAMINI ÖĞRENMELERİ SÜRECİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

ÖZDEM, Şeyda
Yüksek Lisans, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN
Nisan-2013, 162 sayfa

Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının lisans öğrenimi birinci yılında aldıkları soyut matematik dersinde işlenen fonksiyon kavramını öğrenme sürecini, sahip oldukları ön bilgilerin nasıl etkilediği incelemektir.

Araştırmanın veri analizinde gömülü (grounded) teorinin tekniklerinden yararlanılmış ve verilerin toplanması için altı matematik öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde fonksiyon kavramı ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin lisans öğrenimindeki etkisini inceleyebilmek için MÖA' lara, tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon, bileşke fonksiyon, ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramları ile ilgili sorular yöneltilmiştir. Elde edilen veriler, MÖA' ların görüşme sırasında kullandıkları cevap kağıtları ile birlikte gömülü teoriye göre analiz edilerek yorumlanmıştır.

Araştırmanın sonucunda, sahip olunan ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecinde etkisinin olduğu ve bu etkinin ön bilginin niteliğine bağlı olarak farklılık gösterdiği ortaya çıkmıştır. MÖA' lar ile yapılan görüşmeler sonucunda, fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin; lisans öğreniminde anlamayı kolaylaştırma, temel oluşturma, sorgulama yeteneği kazandırma gibi birçok olumlu etkisinin olduğu, yeterli ön bilgiye sahip olunmadığında ise ön bilgilerin, öğrenmeyi zorlaştırarak olumsuz etkilediği görülmüştür. Ayrıca elde edilen sonuçlar ön bilgilerin, üst düzey bilgileri ve matematiksel ifadeleri anlama ile ilgili fikir vererek kısmen yarar sağladığını göstermektedir.

Anahtar Sözcükler: Ön bilgi, fonksiyon kavramı, matematik öğretmen adayı

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' PRIOR KNOWLEDGE ON LEARNING PROCESS OF THE CONCEPT OF FUNCTION

ÖZDEM, Şeyda

MSc Thesis, The Department of Secondary Mathematics Teaching

Thesis Advisor: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

April-2013, 162 pages

This research explores the effect of pre-service mathematics teachers' prior knowledge on learning process of the concept of function which is taught in abstract mathematics course in the first year of the undergraduate education.

During the data analysis period of the research, the grounded theory techniques are used. For data collection, semi-structured interviews were made with six pre-service mathematics teachers. During the interviews, questions about the concepts of domain, codomain, image, one-to-one (injective) function, onto (surjective) function, composite function, inverse image and inverse of the function were asked to the pre-service mathematics teachers in order to investigate the effect of the prior knowledge. Gathered data was analyzed and interpreted together with the answer papers, using the grounded theory techniques.

The results of the research show that the prior knowledge of pre-service mathematics teachers effects the learning process and this efficacy varies upon the character of the prior knowledge. The interviews with pre-service mathematics teachers show that there are many positive effects such as facilitating understanding, forming a basis, gaining the ability of inquisition, on the other hand if the prior knowledge is not adequate, then it effects negatively making complications on the learning process. Moreover, the obtained results state that prior knowledge provides benefit partially by giving idea about understanding of high level knowledge and mathematical expressions.

Key Words: Prior knowledge, the concept of function, pre-service mathematics teachers

İÇİNDEKİLER

JÜRİ ÜYELERİNİN İMZA SAYFASI……ii
ÖN SÖZ vii
ÖZET viii
ABSTRACT ix
İÇİNDEKİLER x
TABLOLAR VE ŞEKİLLER LİSTESİ xii
KISALTMALAR LİSTESİ xiv
I. GİRİŞ 1
1.1 Problem Durumu 1
1.1.1. Problem Cümlesi 4
1.2 Araştırmanın Amacı 4
1.3 Araştırmanın Önemi 5
1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları 6
1.5 Varsayımlar 6
1.6 Tanımlar 7
II. KAVRAMSAL ÇERÇEVE 10
2.1 Ön Bilgi 10
2.2 Fonksiyon 24
III. YÖNTEM 30
3.1 Araştırma Modeli 30
3.2 Araştırmanın Katılımcıları 33
3.3 Veri Toplama Teknikleri 34
3.3.1 Yazılı Doküman İncelemesi 34
3.3.2 Görüşmeler 35
3.4 Verilerin Analizi 36
IV. BULGULAR VE YORUM 39
4.1 Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisinin incelenmesi 40
4.1.1 Olumsuz Etki Alt Kategorisi 42
4.1.2 Kısmen Yarar Sağlama Alt Kategorisi 44
4.1.3 Olumlu Etki Alt Kategorisi 46
4.2 Fonksiyon Kavramı ile İlgili Kavramsal Bilgi ve Kavramsal Ön Bilgi 52
4.2.1 Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi 53
4.2.2 Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi 56
4.3 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi 61

4.3.1 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi 64
4.3.2 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi 66
4.3.3. Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi 70
4.3.4 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi 72
4.3.5 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi 75
4.4 Birebir Fonksiyon Kavramı ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi 80
4.4.1 Birebir Fonksiyon Kavramı ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi 82
4.4.2 Birebir Fonksiyon Kavramı ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi 85
4.4.3 Birebir Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi 89
4.4.4. Birebir Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi 90
4.4.5 Birebir Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi 92
4.5 Örten Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi 96
4.5.1. Örten Fonksiyon ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi.....99
4.5.2. Örten Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi 102
4.5.3. Örten Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi 105
4.5.4. Örten Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi 106
4.5.5 Örten Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi 109
4.6 Bileşke Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi 113
4.6.1. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi.....115
4.6.2. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi 117
4.6.3. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi 119
4.6.4. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi.....121
4.6.5 Bileşke Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi 123
4.7. Ters Görüntü ve Bir Fonksiyonun Tersi Kavramları ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi.....127
4.7.1. Fonksiyonun Tersi ile İlgili Kavramsal Bilgi 129
4.7.2. Fonksiyonun Tersi ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi 131
4.7.3. Ters Görüntü ile İlgili Kavramsal Bilgi 133

4.7.4. Ters Görüntü ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi 135
4.7.5. Ters Görüntü ve Fonksiyonun Tersi ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi 137
V. SONUÇLAR VE ÖNERİLER 139
5.1. Sonuçlar 139
5.2 Öneriler 149
KAYNAKÇA 152
EK-1 GÖRÜŞME SORULARI 161

TABLOLAR VE ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.1 Piaget'e göre dengelenme süreci (Özbay, 2004). 12
Şekil 2.1.2 Ön bilgi ile ilgili kavram haritası (Dochy, 1996) 16
Şekil 2.1.3 Alan Bilgisinin Ön Bilgi Durumu (Dochy ve Alexander, 1995) 17
Şekil 3.1.1 Araştırma Deseni 31
Şekil 4.1.1 Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi 41
Şekil 4.2.1 Fonksiyon kavramı ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi ilişkisi .53
Şekil 4.3.1 MÖA' ların tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili; uygulama yapabilme ve ön bilgilerini kullanarak uygulama yapabilme kategorileri ile kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri 62
Şekil 4.3.2 MÖA4' ün görüşme sırasındaki yazılı cevabı 72
Şekil 4.3.3 Ders kitabındaki fonksiyon kavramı ile ilgili şema (MEB, 2011) 72
Şekil 4.3.4 MÖA1' in tanımları yaparken çizdiği küme 73
Şekil 4.3.5 Tanım, değer ve görüntü kümesi kavramları ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi 76
Şekil 4.4.1 MÖA' ların birebir fonksiyon ile ilgili; uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorileri ile kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri 81
Şekil 4.4.2 MÖA1' in birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı 83
Şekil 4.4.3 MÖA2' nin birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı 83
Şekil 4.4.4 MÖA3' ün birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı 84
Şekil 4.4.5 MÖA4' ün birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı 84

Şekil 4.4.6 MÖA5' in birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı 85
Şekil 4.4.7 Birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi.....93
Şekil 4.5.1 Örten fonksiyon ile ilgili uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorileri 97
Şekil 4.5.2 Örten fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorisi 98
Şekil 4.5.3 MÖA1' in örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap 100
Şekil 4.5.4 MÖA2' nin örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap 100
Şekil 4.5.5 MÖA3' ün örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap 101
Şekil 4.5.6 MÖA5' in örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap 102
Şekil 4.5.7 MÖA1' in örten fonksiyon ile ilgili soruya ön bilgileri ile verdiği yazılı cevap.....103
Şekil 4.5.8 MÖA4' ün yaptığı örten fonksiyon tanımı.....106
Şekil 4.5.9 Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi.....109
Şekil 4.6.1 MÖA' ların bileşke fonksiyon ile ilgili; uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorileri ile kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri.....114
Şekil 4.6.2 MÖA1' in bileşke fonksiyon sorusu ile ilgili yazılı cevabı 116
Şekil 4.6.3 MÖA5' in bileşke fonksiyon sorusu ile ilgili yazılı cevabı 117
Şekil 4.6.4 MÖA2' nin bileşke fonksiyon sorusu ile ilgili yazılı cevabı 117
Şekil 4.6.5 MÖA2' nin bileşke fonksiyonun tanımı ile ilgili yazılı cevabı.....121
Şekil 4.6.6 MÖA1' in ön bilgilerini kullanarak yazdığı bileşke fonksiyonun tanımı..122
Şekil 4.6.7 MÖA2' nin ön bilgilerini kullanarak yazdığı bileşke fonksiyonun tanımı 122
Şekil 4.6.8 Bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi 124
Şekil 4.7.1 MÖA' ların fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri.....128
Şekil 4.7.2 MÖA' ların ters görüntü ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri.....129
Şekil 4.7.3 MÖA2' nin fonksiyonun tersi ile ilgili yazılı cevabı.....131
Şekil 4.7.4 MÖA2' nin ters görüntü ile ilgili yazılı cevabı 134
Şekil 4.7.5 MÖA3' ün ters görüntü ile ilgili yazılı cevabı 135
Şekil 4.7.6 Ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi kategorisi 137

Şekil 5.1.1 Fonksiyon kavramı ve bununla ilgili olan kavramlara yönelik MÖA'ların ön bilgilerinin öğrenme sürecine etkisi 142
Şekil 5.1.2 Fonksiyon kavramı ve bununla ilgili olan kavramlara yönelik MÖA'ların ön bilgilerinin öğrenme sürecine etkisi 143
Tablo 3.2.1. Yarı yapılandırılmış görüşmelerin yapıldığı MÖA' ların not durumları ve yapılan görüşmeler……..34

KISALTMALAR LİSTESİ

MÖA: Matematik Öğretmen Adayı

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teacher of Mathematics- Matematik Öğretmenleri Milli Konseyi

I. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, araştırmanın amacı, önemi, varsayımları, sınırlılıkları alt başlıkları ele alınmış ve araştırma ilgili açıklanması gerekli görülen tanımlara yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Yapılan bu araştırmanın esin kaynağı; Yanık (2011) tarafından hazırlanan matematik öğretmen adaylarının geometrik öteleme konusundaki ön bilgilerinin analizinin yapıldığı çalışmadır. Yanık'ın (2011) çalışmasında matematik öğretmen adaylarının incelenen konu hakkındaki ön bilgileri analiz edilerek raporlaştırılmıştır; bu da ön bilgilerin, sonraki öğrenme süreçlerindeki etkisinin de incelenebileceği konusunda ilham verici olmuştur. Böylece esinlenilen çalışmadan farklı olarak ön bilginin etkisi üzerine odaklanılmış ve bu etkiyi inceleyebilmek için fonksiyon kavramı tercih edilmiştir.

İnsanların sahip oldukları bilgiler, onların sonraki öğrenmelerini etkileyebilen bir unsurdur. Bugünün matematik öğretmen adayları, geleceğin öğretmenleri olacak ve yeni nesillerin eğitimlerine katkıda bulunacaklardır. Matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenme sürecine etkisinin incelenmesi ile mevcut durum hakkında fikir edinileceği ve fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisi hakkında farkındalık kazanılacağı düşünülmüştür. Feiman-Nemser ve Remillard'a (1996) göre öğretmenlerin önceden sahip oldukları bilgiler, onların nasıl öğrettiğini de etkilemektedir. Yanık (2011), öğretmen adaylarını geleceğin eğitimcileri olarak düşünüp öğretmen yetiştirme programlarındaki yeni düşünceleri nasıl anladıklarını öğrenmenin oldukça önemli olduğunu söylemiştir. Yapılan bu araştırma ile

matematik öğretmen adayları, geleceğin eğitimcileri olarak düşünülmüş ve fonksiyon kavramı ile sahip oldukları ön bilgilerin lisans öğrenimlerinin 1. yılında aldıkları soyut matematik dersindeki öğrenme sürecine etkisi incelenmiştir.

Ön bilgi, öğrenenlerin öğrenme ortamına girerken sahip olduğu ve yeni öğrenilecek bilgiye potansiyel olarak uygun olan bilgidir (Simons, 1999). Bu durumda sahip olunan bilginin doğruluğu, öğrenilecek bilgiler zincirinin sağlamlığını belirleyecektir. Yapılan bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının ön bilgilerinin etkisinin incelenmesi ile ortaya çıkan sonuçların, sonraki öğrenmelerin düzenlenmesine katkıda bulunacağı düşünülmüştür. Dil, din, ırk ve ülke ayırt etmeden uygarlıktan uygarlığa zenginleşerek geçen evrensel bir dil ve kültür olan matematik biliminin temel amacı, insanlarda doğuştan gelen düşünebilme kabiliyetini geliştirmektir. Bu geliştirmeyi sağlamak için de insana önceden bazı ön bilgiler kazandırmak gerekmektedir (Göker, 1997).

Herhangi bir alanda edinilmiş olan bilgiler, öğrenenin o alana yönelik bakış açısını da etkileyebilecektir. Örneğin, matematik alanında sahip olunan bilgiler, öğrenenlerin sonraki öğrenmeleri için ön bilgileri oluşturacak ve bu ön bilgiler doğrultusunda da kişilerin o alana yönelik bakış açısını meydana getirecektir. Hare' ye (1999) göre, bir kişinin matematiğe bakışı, o kişinin matematiği nasıl öğrendiği ile ilgilidir. Dolayısıyla sahip olunan ön bilgiler, sonraki öğrenmelerdeki güdülenme durumunu da etkileyebilecek bir unsurdur.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu tarafından 9- 12. Sınıflar için hazırlanmış olan Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu'nda (2011) bu durum "Her şeyden önce öğrencilerin matematiği anlamlı öğrenmeleri, onların derse yönelik tutumlarını olumlu yönde etkileyecektir." şeklinde ifade edilmiştir. Ayrıca bu doğrultuda öğrencilere verilecek ödevlerin, sınıf etkinliklerinin ve benzeri çalışmaların öğrenci için anlamlı olması, onların derse olumlu tutum geliştirmeleri açısından oldukça önemli olduğu belirtilmiştir.

Sahip olunan ön bilgiler sonraki öğrenmeleri etkileyebileceğinden, ön öğrenmelerin doğru olarak gerçekleştirilmesine özen gösterilmelidir. Çünkü ön öğrenmeler, yeni öğrenmelerin hazırlayıcısıdır (Senemoğlu, 1997). Fischbein (1987) ve

Simons (1999)' a göre ön öğrenmeler ile oluşan bilgiler değişime dirençli olabilmektedir. Sahip olunan ön bilgiler, yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabilmektedir (Dochy ve diğerleri, 1999). Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı ile ilgili sahip oldukları bazı ön bilgilerin, lisans öğrenimlerinde karşılaşacakları yeni bilgileri öğrenmelerine engel oluşturabilecek olumsuz bir etkisinin olup olmadığı, varsa bunların hangi durumlarda olduğu araştırılmaya değer bulunmuştur.

Gelecekteki öğrenmelere ön bilgilerin önemli bir etkisinin olduğu açıktır. Günümüzdeki öğretmen adayları geleceğin öğretmenleri olacak ve sahip oldukları bilgiler onların yapacakları eğitici uygulamaları da etkileyecektir (Yanık, 2011). Matematik öğretmen adayları, lisans düzeylerindeki eğitimlerini almaya başladıklarında daha önceden öğrenmiş oldukları bazı ön bilgilere sahiptirler. Lisans düzeyinde yeni öğrenilecek bilgiler sahip olunan bu bilgiler üzerine yapılanacak ve ön bilgiler olumlu ya da olumsuz bir şekilde yeni öğrenmeleri etkileyebilecektir.

Ön bilgilerin sonraki öğrenmeleri etkilemesi gibi matematik eğitimindeki bazı kavramlar da kendinden sonra öğrenilecek konular için bir temel teşkil etmekte ve sonraki konular için sahip olunacak ön bilgileri oluşturmaktadır. Örneğin fonksiyon kavramı; limit, türev, integral gibi birçok kavram için temel oluşturmakta ve bu kavramlar için ön bilgi niteliği taşımaktadır. Eisenberg'e (1991) göre fonksiyon kavramı matematik eğitiminde büyük bir öneme sahip olan ve matematiğin neredeyse her alanında kullanılan temel bir kavramdır. Fonksiyon, matematik müfredatının tamamını etkileyen ve başka matematiksel kavramların öğretiminde kullanılan bir kavramdır (Biehler, Scholz ve Winkelmann, 1993). Altun (1998), fonksiyon kavramını tam olarak kavrayamamış olan bir öğrencinin fonksiyon kavramının ön şart olduğu başka bir kavramı da öğrenmesinin zor olacağını belirtmiştir.

Görüldüğü gibi fonksiyon kavramı matematik eğitimindeki diğer birçok kavram için bir ön bilgi niteliği taşımaktadır. Matematik öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı hakkında sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimlerinin ilk yılında, daha gelişmiş bir öğrenme ortamında işlenmekte olan fonksiyon kavramı ile ilgili öğrenme sürecine etkisinin incelenmesi ile sahip olunan ön bilgilerin, bu öğrenme sürecindeki rolünün anlaşılacağı ve elde edilen veriler doğrultusunda önerilerde bulunulmasına

imkan elde edileceği düşünülmektedir. Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimlerindeki etkisini birçok kavram için ön bilgi niteliği taşıyan fonksiyon kavramı üzerinden incelemenin daha yararlı olacağı düşünülmüştür.

1.1.1. Problem Cümlesi

Araştırmada matematik öğretmen adaylarının lisans öğrenimlerinin 1. yılında aldıkları soyut matematik dersinde işlenen fonksiyon kavramını öğrenme sürecini, sahip oldukları ön bilgilerin nasıl etkilediğini incelemek amaçlanarak aşağıdaki soruya cevap aranmıştır:

> "Matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgiler, lisans öğreniminin 1. yılında soyut matematik dersinde işlenen fonksiyon kavramının öğrenilmesi sürecini nasıl etkilemektedir?"

Problem cümlesine cevap oluşturabilmek için matematik öğretmen adaylarına fonksiyon kavramı ile ilgili sorular yöneltilmiş ve elde edilen veriler incelenmiştir.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimi 1. yılındaki soyut matematik dersinde işlenen fonksiyon kavramını öğrenme sürecini nasıl etkilediğini incelemektir. Sahip olunan ön bilgilerin, yeni öğrenmeleri nasıl etkilediğinin incelenmesi ile bu bilgilerin yeni öğrenmeler üzerindeki rolünün anlaşılmasına katkıda bulunulacağı düşünülmektedir. Ayrıca yapılan bu çalışma ile incelenen konuda literatüre bir kaynak sunulması ve yapılacak olan çalışmalara fikir sunması amaçlanmaktadır.

1.3 Araştırmanın Önemi

Geçmişten sahip olunan bilimsel bilgiler sayesinde yeni konuları öğrenmek ya kolaylaşır ya da bu bilgiler yüzünden yeni konuları öğrenmek zorlaşır veya imkansızlaşır (Hoz, Bowman ve Kozminsky, 2001). Dochy ve Alexander' a (1995) göre öğrenme; yeni bilgilerin, önceden bir hiyerarşi içinde kurulmuş olan ön bilgiler içine entegre edilmesi ve özümsenmesi ile olmaktadır. Skemp (1971), yeni bilgi ile eski bilgi uygun bir şekilde ilişkilendirildiği zaman o kavramla ilgili anlama gerçekleştirileceğini söylemiştir. Bu nedenle sonra öğrenilecek kavramların anlaşılabilmesinde sahip olunan ön bilgilerin etkisi oldukça büyüktür.

Matematik öğretmen adaylarının daha önceden öğrenmiş oldukları bilgilerin, onların lisans düzeyindeki öğrenmelerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu söylemek mümkündür. Çünkü temel matematik kavramlarının yeterince iyi anlaşılamaması, ileride öğrenilecek olan konuların da öğrenilmesini engellemektedir (Çelik ve Güneş, 2007). Sahip olunan ön bilgilerin yeni öğrenmeleri nasıl etkilediğinin incelenmesi, bu bilgilerin yeni öğrenmeler üzerindeki rolünün anlaşılmasına katkıda bulunacağından önemlidir.

Yapılan birçok çalışmada bireylerin belirlenmiş bir konuda sahip oldukları ön bilgilerin ne olduğu araştırılmış veya bireylerin yine belirlenmiş bir konudaki kavram yanılgılarının ne olduğu konusu üzerinde odaklanılmıştır (Örn: Almog ve Ilany, 2012; Ural, 2012, Güveli ve Güveli, 2002). Yapılan çalışmalardan farklı olarak bireylerin nasıl bir matematiksel bilgiye sahip olduğundan çok, bu bilgilerin nasıl bir etki oluşturduğunu incelemenin de gerekli olduğu düşünülmektedir.

Matematiğe bir yığın formül, teknik bilgi, teorem ve ispatı içeren soyut bir çalışma olmanın ötesinde bir düşünme yöntemi gözüyle bakılmaya başlanmıştır (Baki, 1996). Bu düşünme yöntemi içinde bazı kavramlar diğer konular için de temel teşkil etmektedir. Eisenberg' e (1991) göre fonksiyon kavramı, matematiğin her alanına etki eden temel fikirlerden biridir. Fonksiyon kavramı matematikte önemli bir birleştirici kavramdır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989). Tarihsel olarak bakıldığında fonksiyon kavramı matematiğin en temel kavramlarından biridir.

Ülkemizde ortaöğretim matematik programında fonksiyon kavramı önemli bir yer kaplamaktadır.

Ortaöğretim (9-12. sınıflar) Matematik Dersi Öğretim Programı'na (2011) göre fonksiyon alt öğrenme alanı ilk olarak 9. sınıfta işlenmekte ve sonraki yıllarda işlenen limit, türev, integral gibi birçok konunun temelini oluşturmaktadır.

Matematik öğretmenliği lisans programında da fonksiyon kavramı, ilk olarak 1.sınıfta, ortaöğretimden farklı olarak daha gelişmiş bir öğrenme ortamında işlenmekte ve farklı birçok dersin anlaşılabilmesi için önem teşkil etmektedir. Bu nedenle matematik öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimlerindeki etkisinin incelenmesi; ön bilgilerin lisans öğrenimi sürecindeki etkisinin anlaşılmasına katkı sağlaması açısından önemlidir. Böylece mevcut durum hakkında bilgi edinilerek matematik öğretmen adaylarının fonksiyon kavramı hakkındaki ön bilgilerinin, lisans öğrenimlerini hangi noktalarda nasıl etkilediği anlaşılmış olunacaktır. Bu durumların ortaya çıkarılması, ön bilginin etkisi hakkında farkındalık sağlayıp sonraki öğrenmeler için engel oluşturacak bilgilerin düzenlenmesine imkan vermesi açısından da önemlidir.

1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları

- Bu tez çalışmasında herhangi bir sınırlılık yaşanmamıştır.

1.5 Varsayımlar

- Matematik öğretmen adayların, araştırmanın yapılabilmesini sağlayacak yeterli ön bilgiye sahip oldukları varsayılmıştır.

1.6 Tanımlar

Bu bölümde araştırmada kullanılan kavramların ne anlamda kullanıldığına açıklık getirmek amacıyla tanımlarına yer verilmiştir.

Ön bilgi: Öğrenenlerin öğrenme ortamına girerken sahip olduğu ve yeni öğrenilecek bilgiye potansiyel olarak uygun olan bilgidir (Simons, 1999). Jonassen ve Grabowski (1993) de ön bilgiyi, önceden alınmış olan eğitim ile öğrencilerin sahip olduğu bilgi ve yetenekler olarak tanımlamıştır. Dochy ve Alexander (1995) ön bilgiyi daha detaylı bir şekilde şöyle tanımlamışlardır:

> "Önbilgi, belirli bir öğrenme görevinden önce hazırda bulunan, kavramsal ve işlemsel olan, kısmen açık kısmen üstü kapalı, içerik bilgisi ve üst bilişsel bilgiyi içeren, bilgi tabanlı saklanan ve dinamik olan bilgilerin bütünüdür."

Türk Dil Kurumu da, ön bilgiyi, herhangi bir konuda derinlemesine bir araştırma yapmadan sağlanan birtakım bilgi olarak tanımlamıştır.

Fonksiyon kavramı ile ilgili lisans derslerinde işlenen tanımlar (Arıkan ve Halıcıoğlu, 2012):

Fonksiyon: A ve B iki küme; f, A dan B ye bir bağıntı olsun. Eğer her $a \in A$ için $(a,b) \in f$ olacak şekilde bir tek $b \in B$ varsa f ye A dan B ye bir fonksiyon denir ve $f: A \rightarrow B$ ile gösterilir. A kümesine f nin tanım kümesi, B kümesine de f nin değer kümesi adı verilir.

Birebir fonksiyon: A ve B iki küme ve $f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon olsun. Eğer $f(x) = f(y)$ şartını sağlayan her $x, y \in A$ için $x = y$ ise o zaman f ye bir birebir fonksiyon denir.

Örten fonksiyon: A ve B iki küme ve $f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon olsun.

Eğer her $b \in B$ için $b = f(a)$ olacak şekilde bir $a \in A$ bulunabiliyorsa f ye bir örten fonksiyon denir.

Bileşke fonksiyon: A, B ve C kümeleri verilmiş olsun. f: A→ B ve g: B→ C fonksiyonları verildiğinde her a ∈ A için,

$$(gof)(a) = g[f(a)]$$

şeklinde tanımlanan gof: A→ C fonksiyonuna f ve g fonksiyonlarının bileşke fonksiyonu denir ve gof ile gösterilir.

Görüntü kümesi: A ve B iki küme, f: A→B bir fonksiyon ve (a, b) ∈ f olsun. b ye f fonksiyonun a daki görüntüsü denir ve b= f(a) ile gösterilir. Ayrıca X⊆ A olmak üzere

$$f(X) = \{f(x) : x \in X\}$$

kümesine X kümesinin f fonksiyonu altındaki görüntüsü denir. Özel olarak X=A ise f(A) ya f nin görüntü kümesi denir ve Imf ile gösterilir.

Ters görüntü: A ve B iki küme, f: A→B bir fonksiyon ve (a, b) ∈ f olsun. Y⊆ B olmak üzere

$$f^{-1}(Y) = \{a \in A: f(a) \in Y\}$$

kümesine Y kümesinin f fonksiyonu altındaki ters görüntüsü denir.

Fonksiyonun tersi: Bir fonksiyonun tersinin anlaşılabilmesi için öncelikle bir bağıntının tersinin ne olduğu bilinmelidir.

Bir bağıntının tersi şu şekilde tanımlanabilir:

"A dan B ye bir bağıntı R olsun. B den A ya $R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}$ şeklinde tanımlı R^{-1} bağıntısına R nin tersi denir."

A ve B kümeleri için f: A→B fonksiyonu verildiğinde B den A ya f^{-1} bağıntısı her zaman tanımlıdır. Fakat A dan B ye verilen bir fonksiyonun tersi her zaman fonksiyon olmak zorunda değildir. f^{-1} in B den A ya bir fonksiyon olması için gerek ve yeter şart f^{-1} bağıntısının tanım kümesinin B ve f^{-1} bağıntısının iyi tanımlı olmasıdır.

A ve B kümeleri için f:A→B fonksiyonu verilmiş olsun. Eğer f^{-1} bir fonksiyon ise o zaman f^{-1} fonksiyonuna f fonksiyonun tersi denir.

Fonksiyon kavramı ile ilgili ortaöğretim matematik ders kitabında yer alan tanımlar (MEB, 2011) :

Fonksiyon: $A \neq \emptyset$ ve $B \neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesinin her elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A dan B ye bir fonksiyondur denir. f: A→B biçiminde gösterilir. y= f(x) yazılır. $x \in A$ ve y= f(x) ∈B dir.

A kümesine fonksiyonun tanım kümesi, B kümesine fonksiyonun değer kümesi ve f(A) kümesine de fonksiyonun görüntü kümesi denir.

Birebir fonksiyon: Tanım kümesinin farklı elemanlarını, görüntü kümesindeki farklı elemanlara eşleyen fonksiyona birebir fonksiyon denir.

f: A→B fonksiyonu 1-1 ise bu durum,

$\forall x_1, x_2 \in A$ için $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ veya $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ dir.

Örten fonksiyon: Görüntü kümesi, değer kümesine eşit olan fonksiyona örten fonksiyon denir.

Bileşke fonksiyon: f: A→B, g: B→C tanımlı fonksiyonlar olmak üzere A→C yazılabilecek fonksiyona g bileşke f fonksiyonu denir ve gof biçiminde gösterilir ve (gof)(x)= g[f(x)] dir.

Fonksiyonun tersi: f:A→B, birebir ve örten fonksiyonun görüntü kümesindeki elemanları A kümesindeki aynı elemanlara eşleyen g: B→ A, birebir ve örten fonksiyona f fonksiyonunun tersi denir ve $g= f^{-1}$ ile gösterilir.

II. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1 Ön Bilgi

Bireyin sahip olduğu bilgiler olmadan herhangi bir bilişsel çalışmayı veya öğrenme sürecini tanımlamak neredeyse imkansızdır (Alexander, Shallert ve Hare, 1991). Alexander ve diğerlerine (1991) göre bilgi, bireyin sahip olduğu yetenek, inanç, tecrübe ve hafızanın kişisel bir stoğudur. Ersoy (2003) yapmış olduğu çalışmada bilgiyi, bir bireyin dış dünyadaki olayları algılama, işleme, değerlendirme ve muhakeme etme sonucunda zihninde ürettiği anlam olarak açıklamış ve bunu biraz daha açarak bilginin; insanın kendisi tarafından yapılandırıldığını, kesin olmadığını, değişken bir yapıya sahip olduğunu, bir birikim sonucu oluştuğunu ifade etmiştir.

Ön bilgi, bir bilgi yapısıdır. Ön bilgi ile ilgili olan araştırmalar, bilgi konusundaki araştırmalar grubundandır ancak öğrenme işleminden önce yerleşmiş olması nedeni ile de öğrenme ile ilgili araştırmalar içerisinde de eşsiz bir yere sahiptir (Hailikari, 2009). Ön bilginin farklı birçok tanımı yapılmıştır. Jonasssen ve Grabowski (1993) ön bilgiyi, öğrencilerin öğrenme ortamına getirdikleri bilgi ve yetenekler olarak tanımlamıştır. Simons (1999) ise ön bilginin, öğrenenlerin öğrenme ortamına girerken sahip olduğu ve yeni öğrenilecek bilgiye potansiyel olarak uygun olan bilgi olduğunu söylemiştir. Feng ve Miao' ya (2009) göre ise ön bilgi, insanın hayatı boyunca resmi ya da resmi olmayan tüm eğitimlerden kazandığı bilgilerdir.

Ön bilgi, öğrenme üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Öğrenme, kişinin bilgisinde ya da deneyimleri yoluyla davranışlarında meydana gelen sürekli ve kalıcı izli değişime denir (Mayer,1982). Kale ve diğerleri (2009) öğrenmeyi etkileyen faktörleri;

- ✓ olgunlaşma
- ✓ zeka

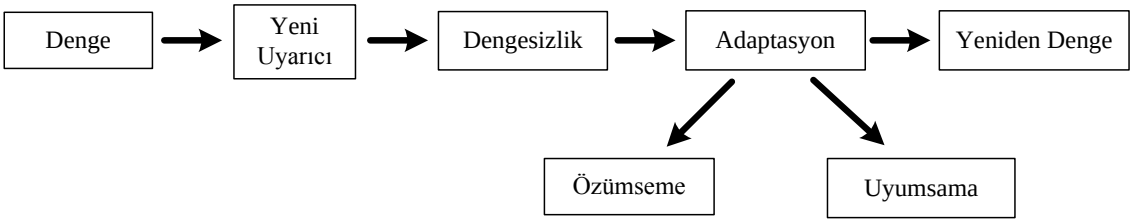
- ✓ güdü
- ✓ öğrenilecek konu ve malzemenin özellikleri
- ✓ öğrenme yöntemi
- ✓ öğrenmede transfer

olarak sıralamaktadır. Öğrenmeyi etkileyen bu faktörlerden öğrenmede transfer, önceki bilgilerin öğrenmeye etkisi anlamındadır. Bu etki olumlu veya olumsuz olabilmektedir. Olumlu transfer önceden öğrenilen bilgilerin, sonradan öğrenilecekleri kolaylaştırması; olumsuz transfer ise önceden sahip olunan bilgilerin, sonraki öğrenilecekleri güçleştirmesidir (Kale ve diğerleri, 2009). Görüldüğü gibi sahip olunan ön bilgiler öğrenmeyi etkileyen temel bir unsurdur.

Ön bilgi, bir bilgi yapısı olduğundan, ön bilgi alanında yapılan araştırmalar, "bilgi" alanında yapılan araştırmalar grubuna aittir (Hailikari, 2009). Matematik öğretmen adaylarının ön bilgilerinin, fonksiyon kavramını öğrenmeleri üzerindeki etkisinin incelenmesi de bilişsel alan kuramları ile yakından ilişkilidir. Çünkü bilişsel öğrenme bilgi, hatırlama, düşünme, kavramlar, ilkeler, kanunlar, teoriler, planlama, plan, proje ve problem çözmeyle ilgili öğrenmeleri kapsamaktadır. Bilişsel öğrenme kuramlarında hafıza, zihin ve akıl büyük bir öneme sahiptir; zihnin duyu organlarından gelen verileri alma, saklama, eski bilgilerle karşılaştırarak yeni bilgileri öğrenmesi söz konusudur (Duman ve diğerleri, 2008). Bu alanda, Ausubel, Gagne, Piaget, Bloom, Bruner, Vygotsky gibi birçok eğitim bilimcisi de ön bilginin, öğrenmede önemli bir etkiye sahip olduğu kanısındadır. Ön bilginin, öğrenmede önemli bir yere sahip olduğu bu eğitim bilimcilerinin kuramları incelendiğinde anlaşılmaktadır. Aşağıda, bu eğitim bilimcilerinin ön bilginin öğrenmedeki rolü ile ilgili düşüncelerinden kısaca bahsedilmiştir.

Anlamlı öğrenme kuramının kurucusu David Ausubel (1968), bu kuramı ile öğrenmeyi etkileyen en önemli faktörün öğrencinin mevcut bilgi birikimi olduğunu ve öğretimin de buna göre planlanması gerektiğini söylemiştir. Ausubel (1968), bu durumu "Öğrenmeyi etkileyen en önemli tek faktör öğrencinin hali hazırda ne bildiğidir" şeklinde ifade etmiştir. Ausubel' e göre yeni bilgilerin öğrenilmesi, bilişsel yapıda var olan bilgilerle birleşip anlam kazanmasıyla gerçekleşmektedir (Selçuk, 1994). Ausubel' in öncülük ettiği sunuş yoluyla öğretme stratejisinin temelinde de, her öğrenme

basamağında eski ve yeni öğrenilenler arasında yatay ve dikey ilişkiler kurularak öğrencinin anlamlı öğrenmesi sağlanmaktadır (Duman ve diğerleri, 2008). Görüldüğü gibi sunuş yoluyla öğretme stratejisinde de, daha önceden öğrenilmiş olan bilgilerin; yani ön bilgilerin öğrenme üzerinde önemli bir role sahip olduğu açıktır. Robert Gagne, öğrenmenin sadece pekiştireç, tekrar gibi dış faktörlere değil, aynı zamanda ön bilgi, bilişsel strateji, zihinsel beceriler, kişinin duyusal özellikleri gibi iç faktörlerle de ilgili olduğunu söylemiştir (Senemoğlu, 2005). Piaget, öğrenmeyi şema adını verdiği birbiriyle ilişkili algı, düşünce ve eylem dizilerinin zihinsel temsili olan bilişsel yapılarda meydana gelen değişimlerle açıklamıştır (Woolfolk, 1987). Piaget' e göre öğrenme, özümseme (assimilation) ve uyumsama (accomodation) adı verilen iki adaptasyon süreci sonunda meydana gelmektedir. Özümseme, bir nesnenin ya da olgunun zihinde var olan şema içine yerleştirilmesi; uyumsama ise, karşılaşılan bir olayda eski şemalar işe yaramadığında, yeni duruma uygun şemalar yaratmaktır (Özbay, 2004). Piaget' e göre dengelenme süreci aşağıdaki gibi gösterilebilir:



Şekil 2.1.1 Piaget'e göre dengelenme süreci (Özbay, 2004).

Piaget' e göre insanlar her zaman bilişsel açıdan denge ve uyum arama eğilimindedirler. Yeni edinilen bir bilgi ya da yaşantı daha önceden var olanlardan farklıysa ve bilişsel çelişkiye yol açıyorsa birey özümseme ya da uyumsama ile dengeyi yakalamaya çalışır (Sağlam ve diğerleri, 2008). Görüldüğü gibi Piaget' in kuramında da yeni bilgilerin öğrenilmesinde, daha önceden var olan bilgilerin, bilişsel yapıda oluşan değişimler üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Bloom (1956), "bilişsel giriş davranışları" kavramını kullanarak öğrenmenin bilişsel giriş davranışları ile belirlendiğini ifade etmiştir. Bruner, çocuğun kazanacağı yeni yaşantıların, eski yaşantılara uygun olması

gerektiğini söylemiştir (Senemoğlu, 2005). Bruner' e göre öğrenciler yeni bilgileri, sahip oldukları bilgiler üzerine inşa ederler ve kendi zihinsel yapılarıyla bütünleştirebilecekleri yeni bilgileri seçerler. Vygotsky ise bireyin tek başına öğreneceklerinden daha fazlasını, sosyal çevresindeki bireyler aracılığıyla öğrenebileceğini ve böylece sahip oldukları bilgiler üzerine, yeni bilgileri yapılandırdıklarını söylemiştir (Senemoğlu, 2004).

Birçok ülkede eğitim programlarını yakından etkileyen yaklaşımlardan birisi olan ve oluşturmacılık, yapısalcılık gibi çeşitli biçimlerde adlandırılan yapılandırmacılık (constructivism) yaklaşımına göre öğrenmenin gerçekleşebilmesi için, öğrencinin bilgiyi hazır olarak alması değil, ön bilgileri kullanarak, çevresiyle etkileşime geçerek anlamlandırması ve kendisine özgü bir biçimde sürekli olarak yapılandırması gerekmektedir (Duman ve diğerleri, 2008). Yapılandırmacılık yaklaşımına göre bilgilerin yapılandırılarak öğrenilmesinde de ön bilgi etkilidir.

Fidan'a (1986) göre yapılandırmacılık yaklaşımında birey dış uyaranların edilgen bir alıcısı olmayıp, onların özümleyicisi ve davranışların aktif oluşturucusudur. Bu nedenle yeni programın hedefi olan kavramların yapılandırılarak öğrenilmesi bu yaklaşıma dayanmaktadır. Yapılandırmacılık yaklaşımı, öğrenmelerin zihindeki yapılandırma sonucu oluştuğunu varsayar ve bu varsayım uyarınca bireyler, öğrenilecek öğeleri daha önce öğrendikleriyle zihinlerinde ilişkilendirerek yapılandırırlar (Connell ve Franklin, 1994).

Yapılandırmacılık yaklaşımına göre sonradan öğrenilecek olan bilgiler, sahip olunan bilgiler üzerine yapılandırılarak oluşturulacağından ön bilgilerin doğru olarak gerçekleştirilmiş olmasının yeni bilgilerin yapılandırılmasında önemli bir etken olduğu söylenebilir. İlerideki öğrenmeleri etkileyeceği düşüncesinden hareketle, zihinde doğru şemaların oluşturulmasına, yani ön öğrenmelerin doğru olarak gerçekleştirilmesine özen gösterilmelidir. Çünkü ön öğrenmeler, yeni öğrenmelerin hazırlayıcısı ya da olanaklı kılıcısıdır (Senemoğlu, 1997) ve bu ön öğrenmeler ile oluşan bilgiler değişime dirençli olabilmektedir (Fischbein, 1987; Simons, 1999). Böylece bu durum yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabilmektedir (Dochy ve diğerleri, 1999).

Yukarıda da açıklandığı gibi birçok eğitim kuramcısının kuramlarına da dayanarak ön bilginin öğrenmeye etkisi olduğu açıktır. Ön bilginin tam olarak anlaşılması için nasıl bir yapıya sahip olduğunun incelenmesi yerinde olacaktır:

Yapılan çalışmalara bakıldığında; araştırmacıların bazıları ön bilginin ifadesel (declarative) ve işlemsel (procedural) bilgiden oluştuğunu ifade ederken bazıları ise; ön bilgin alt kategorilerinin anısal (episodic) ve anlamsal (semantic) bilgi olarak ifade edilebileceğini savunmuşlardır. Stratejik bilginin kullanımından bahseden araştırmacılar da mevcuttur.

İfadesel bilgi, genel olarak kavramsal (conceptual) bilgi olarak da bilinmektedir (Posner,1978). De Jong ve Ferguson-Hessler'in (1996) çalışmasında da "ifadesel bilgi" yerine "kavramsal bilgi" yi kullanılarak kavramsal bilgiyi; özel çalışma alanlarının kural, sembol, kavram bilgisi ve problem çözerken çözüme ulaşmak için ek olarak kullanılan bilgi olarak açıklamışlardır. Dochy (1992) ise kavramsal bilgiyi, tanıma veya yeniden oluşturma yoluyla oluşan kavram ve durumların birikimi olarak ifade etmiştir. İşlemsel bilgi ise işlem ve aktiviteler bilgisi olarak tanımlanır (De Jong ve Ferguson-Hessler, 1996). Kavramsal bilgi ile işlemsel bilginin temel farkı; işlemsel bilginin, işlem ve aktiviteleri ifade etmesi; kavramsal bilginin ise işleme liderlik yapabilmek için yorum gerektirmesidir (Messick, 1984). Birçok bilişselci tarafından yapılan en genel ayrım, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ayrımdır. Anderson'a (1982) göre çoğu kavramsal bilgi sözlü olarak ifade edilebilirken işlemsel bilgiler genellikle sözlü olarak ifade edilemez.

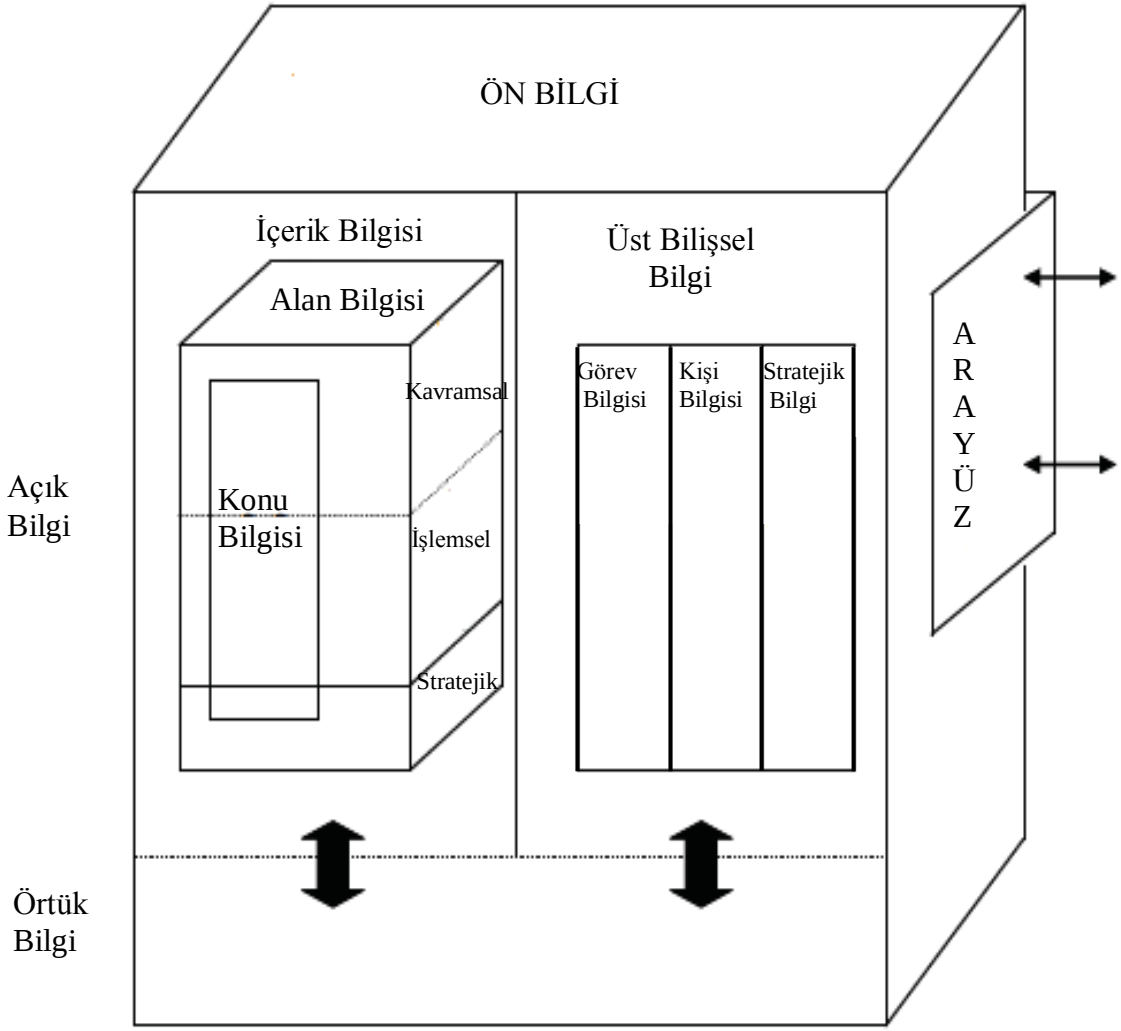
De Jong ve Ferguson-Hessler' e göre (1996) stratejik bilgi ise herhangi bir problem çözme sürecini düzenleyen ve çözüme ulaşabilmek için bu süreci evrelere ayırabilen bilgidir. İşlemsel bilgiler çözüm sürecinin küçük bir parçası ile ilgili olup alana özgü olurken stratejik bilgiler çözümün bütün süreci ile ilgilidir (Schoenfeld, 1992).

Yukarıda da söylendiği gibi yapılan çalışmaların bazılarında ön bilgi; anısal (episodic) ve anlamsal (semantic) bilgi olarak da sınıflandırılabilmektedir. Anısal bilgi; mekânsal, zamansal durumlar içerisinde tamamı ile kişisel tecrübeyi yansıtmakta olup içeriksel ve rastlantısaldır. Anlamsal bilgi ise dış dünyanın ifade ediliş şeklini içerir (Dochy, 1992).

Ön bilgiyi alt kategorilerine ayırmak için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Yapılan çalışmalardan ön bilginin en genel haliyle kavramsal ve işlemsel bilgi alt kategorilerine ayrıldığı söylenebilir. Herhangi bir bilgi türünün kavramsal ve işlemsel bilgiden oluşabileceği Hailikari (2009)' nin çalışmasında da söylenmiştir.

Dochy ve Alexander (1995), yapılan alt kategori çalışmalarından farklı olarak kavramsal bilgiyi; "içerik bilgisi", "konu bilgisi", "alan bilgisi" ve "disiplin bilgisi" olmak üzeri dört hiyerarşik alt kategoriye ayırmıştır. Oluşturdukları bu yapıdaki içerik bilgisi, kişinin formal veya informal olarak edinebildiği fiziksel, sosyal veya bilişsel dünyasına ait bilgiler anlamına gelmektedir. Alan bilgisi, içerik bilgisinin özel bir çalışma alanı veya ekonomi, matematik, hukuk gibi akademik bir alan ile ilgilidir. Konu bilgisi ise belirli bir alan bilgisinin parçasını ifade eder. Örneğin, alan bilgisi matematik seçilmişse konu bilgisi olarak cebir seçilebilir.

Yapılan bu çalışma Dochy (1996) tarafından yeniden düzenlenip detaylandırılarak içerik bilgisi, konu bilgisi, alan bilgisi ve disiplin bilgisinden oluşan kavramsal bilgi ile; kişi bilgisi, görev bilgisi ve stratejik bilgiden oluşan üst bilişsel bilgi arasında belirgin bir ayrım yapılmış, böylece ön bilgi ile ilgili yapılan çalışmalardaki tüm boyutları ortaya çıkaran kuramsal bir çerçeve sağlamıştır. Dochy'nin (1996) yapmış olduğu bu model, ön bilgi ile ilgili yapılan çalışmalardaki terimlerin birbiri ile ilişkisini ortaya çıkaran kapsamlı bir çalışma olmuştur. Ayrıca bu model ile ön bilgi ile ilgili olan araştırmaları bütün boyutlarıyla içeren kuramsal bir çerçeve ortaya çıkmıştır. Dochy'nin (1996) bu modeli, şeklin orijinali korunup çevirisi yapılarak aşağıda verilmiştir:



Şekil 2.1.2 Ön bilgi ile ilgili kavram haritası (Dochy, 1996)

Yapılan bu kategorilemede kullanılan "kavramsal bilgi", "işlemsel bilgi", "stratejik bilgi", "içerik bilgisi", "alan bilgisi", "konu bilgisi" kavramları Dochy ve Alexander' ın (1995) çalışmasında verilen terim açıklamalarıyla benzerdir. . Dochy'nin (1996) bu çalışmasında farklı olarak "açık bilgi", "örtük bilgi", "üst bilişsel bilgi", "görev bilgisi", "kişi bilgisi" ve "stratejik bilgi" kavramları da bulunmaktadır. Burada açık bilgi, öğrenenle öğrenilen arasındaki etkileşime dayanan bilgi anlamına gelmektedir. Örtük bilgi, daha derin seviyede yer alıp daha az erişilebilen bilgidir; yarı hatırlanılabilir bilgi olarak da bilinir. Örneğin bir dil uzun süre konuşulmazsa örtük bilgi haline gelir. Dochy'nin (1996) yapmış olduğu bu çalışmada üst bilişsel bilgi, bilişsel olarak edinilmiş bilgiyi ifade etmekte olup temel olarak görev bilgisi, kişi bilgisi ve stratejik bilgi olmak üzere üç kategoriye ayrılır.

Kişi bilgisi; öğrenme ihtiyaçları ve planlar ile ilgili olup bireylerin kendisini öğrenici veya düşünen olarak anlamalarını gerektirir. Kişi bilgisi ilave olarak, bireylerin içselleştirdiği planları ve onların öğrenme ihtiyaçlarını da içerir. Görev bilgisi, karşılaşılan bilişsel görev çeşitlerinin analiz bilgisini ve bireylerin gerçekleştirmek istedikleri amaçları kapsar. Görev bilgisi ilave olarak öğreniciye görev tamamlamanın önemi ile verilen göreve olan bilişsel talep miktarı arasında denge kurmayı öğreten fayda maliyet analizinin bir türünü de içerir. Stratejik Bilgi, üst bilişselin yanı sıra içerik bilgisinin de bir bölümünü oluşturur.

Dochy ve Alexander' ın (1995) çalışmasında ayrıca alan bilgisinin ön bilgi durumunun; kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve stratejik bilgiye bağlı olduğu söylenmiştir. Alan bilgisinin ön bilgi durumuna ait gösterim şu şekilde yapılmıştır:



Şekil 2.1.3 Alan Bilgisinin Ön Bilgi Durumu (Dochy ve Alexander, 1995)

Daha önceden de söylendiği gibi işlemsel bilgiler çözüm sürecinin küçük bir parçası ile ilgili ve alana özgüdür; stratejik bilgiler ise çözümün bütün süreci ile ilgilidir. Yani ikisi de çözüm süreci ile ilgili olduğundan işlemsel bilgi ve stratejik bilgi aynı grup içinde gösterilmiştir.

Ön bilgi ile yapılan çalışmaların çoğunda ön bilginin, öğrenme üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğundan söz edilmiştir. Dochy, Segers ve Buehl' in (1999) çalışmasında ön bilgi ile ilgili araştırmaların %95'inde, önbilginin kuvvetli olarak öğrenmeyi etkilediği söylenmiştir. Ön bilginin, öğrenme üzerinde ne gibi etkilerinin olduğunu araştıran çalışmalar yapılmıştır. Örneğin, ön bilginin öğrenme üzerinde nasıl bir etkisinin olduğunu ortaya çıkarabilmek amacı ile yapılan Dochy ve Alexander' ın (1995) araştırmasına göre; önbilginin etkisi 3 bölüme ayrılmıştır:

1) Ön bilginin öğrenmeyi kolaylaştırıcı doğrudan etkisi
2) Ön bilginin niteliğinin etkisi (Örneğin; eksiklik, kavram yanılgısı, erişilebilirlik, miktar, kullanılabilirlik gibi.)
3) Ön bilginin niteliğinin etkisi ile kolaylaştırıcı etkiler arasındaki etkileşimin etkileri.

Yapılan bu çalışmada ön bilginin niteliğinin, ön bilginin öğrenme üzerindeki etkileme şeklini belirleyeceği sonucuna varılmıştır.

Ön bilginin öğrenme üzerindeki rolü ve etkilerini irdeleyen çalışmaların sonucunda; ön bilgiye sahip olan öğrencilerin öğrenme konusunda daha başarılı olabileceği gösterilmiştir (Dochy, Moerkerke, Segers, 1996). Alana özgü ön bilginin, öğrenme sonuçlarını temel olarak etkileyen bir ön bilgi türü olduğu hakkında önemli çalışmalar bulunmaktadır. Bu kapsamda; Weinert (1989) 'in çalışmaları alana özgü ön bilginin, matematik başarısı için çok önemli bir faktör olduğunu göstermiştir. Uzun yıllardır tartışılan zeka ile alana özgü ön bilgi arasındaki ilişki ile alakalı olarak Weinert (1989)'in yapmış olduğu çalışmalar, ön bilginin zeka etkisine oranla daha ön planda olduğunu göstermiştir. Benzer olarak Minnaert ve Janssen (1996)'in çalışmaları da alana özgü ön bilginin genel düşünme yeteneklerini daha çok etkilediğini göstermiştir. Minnaert ve Janssen (1996)'in çalışmasına göre ön bilginin çalışma başarısında ve gelişiminde doğrudan etkisi vardır ve bu etki öğrenmenin sonucunu da etkilemektedir. Ayrıca dolaylı etki olarak, kavramsal bilgiye sahip olmanın ders kitabındaki soruların cevaplarının bulunması için harcanan zamanın azalmasını sağladığı ve ders kitabında yapılan aramaları kolaylaştırdığı görülmüştür. Benzer olarak Dochy (1996), ön bilginin çalışma sonuçlarını doğrudan ve dolaylı olarak nasıl etkileyeceğine dair araştırmalarda bulunmuştur. Bu araştırmalar, ön bilginin çalışma yetenekleri, çalışma hızı ve doğruluğu, çalışma zamanı, ihtiyaç duyulan gayreti ve öğrenme stratejilerinin

kullanımını üzerindeki etkisinin olduğunu ortaya çıkarmıştır. Jonassen ve Grabowski (1993) nin araştırmasına göre; daha fazla ön bilgiye sahip olmak daha az eğitici desteğine ihtiyaç duymayı sağlamaktadır.

Ön bilginin, başarıya etkisi ile ilgili yapılan çalışmalar arasında Hailikari (2009) tarafından yapılan çalışmalar da bulunmaktadır. Hailikari (2009)' nin yapmış olduğu çalışmada ön bilgi çeşitlerinin öğrenci başarısına olan etkisi ve farklı değerlendirme metotlarının ön bilginin etkisini gözlemlemeyi nasıl etkilediği araştırılmıştır. Bunun için dört farklı çalışma yapılmış olup bunlardan ikisi matematik, ikisi kimya ile ilgilidir. 202 katılımcı ile gerçekleşen matematik ile ilgili birinci çalışmada ön bilginin farklı bileşenleri ifadesel ve işlemsel bilgi olarak modellenmiş ve bunların farklı iki matematik dersindeki öğrenci başarısındaki etkisi incelenmiştir. Bu çalışmanın sonucunda yüksek seviyede bilişsel yetenek gerektiren işlemsel bilginin önceki çalışmalardan sahip olunan bilgiler ile yakın ilişkisi olduğu anlaşılmıştır. Hailikari' nin (2009) yapmış olduğu ikinci çalışmada akademik öz güven ve ön bilginin matematikteki öğrenci başarısı ile olan ilişkisini analiz etmek amaçlanmıştır. Bu çalışmada akademik öz güvenin bileşenleri öz inanç ve matematiksel yeteneğin farkındalığı olarak belirlenerek her bir bileşen için sorular hazırlanmış ve bu sorular 139 matematik öğrencisine sorularak veriler elde edilmiştir. Çalışmanın sonucunda akademik öz güvenin, öğrenci başarısında etkisi olduğu, ancak; sahip olunan ön bilgilerin öğrenci başarısında çok daha büyük bir etkiye sahip olduğu anlaşılmıştır.

Yapılan bazı çalışmalarda belli bir konuya yönelik sahip olunan ön bilgiler incelenmiştir. Örneğin, Yanık'ın (2011) çalışmasında 44 matematik öğretmen adayının dönüşüm geometrisi konusundaki ön bilgileri incelenmiştir. Bu çalışmada veri kaynağı olarak katılımcıların yarı yapılandırılmış görüşme sorularına verdikleri cevaplar kullanılmış ve elde edilen verilerin analizi ile öğretmen adaylarının geometrik öteleme konusunda tanıma, tanımlama ve uygulamada zorluk yaşadığı ortaya çıkmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının geometrik öteleme hakkında çeşitli görüşlere sahip oldukları, vektörün büyüklük ve yöne sahip olduğunu bildikleri ancak bu bilgilerle ötelemeyi tanımlayamadıkları sonucuna varılmıştır. Yanık' ın (2011) yapmış olduğu çalışmadan esinlenilerek ön bilgilerin yeni öğrenmeler sürecindeki etkisinin de incelenebileceği düşünülmüştür. Böylece yapılan bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının ön bilgilerinin fonksiyon kavramını öğrenmeleri sürecindeki etkisi

incelenerek Yanık' ın çalışmasından farklı olarak ön bilginin öğrenmedeki etkisi üzerine odaklanılmış ve matematik öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimindeki öğrenme sürecine etkisi incelenmiştir.

Ön bilgi durumunun değerlendirilmesi ile ilgili olarak çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Dochy, Moerkerke ve Segers (1999) öğrencilerin ön bilgilerini değerlendirmek ile ilgili yapmış olduğu araştırmada aşağıdaki beş sorunun cevabı aranmıştır:

- Hangi değişkenler öğrencilerin ön bilgilerinin göstergesi ile alakalıdır?
- Ön bilgi nasıl değerlendirilebilir?
- Öğrenciler ön bilgi değerlendirme araçlarını kullanmak istiyorlar mı?
- Öğrenciler ön bilgi değerlendirme araçlarını gerçekten kullanıyorlar mı?
- Ön bilgi değerlendirme araçları çalışma temposunu hangi ölçüde etkiler?

78 adet kişisel ve kavramsal değişken ön bilgi için potansiyel gösterge olarak bulunmuştur. Bu değişkenler kişisel değişkenler, güdüler, çalışma zamanı, önceki eğitim, sertifikalar, toplumdaki yeri gibi farklı kategorilerle ilgilidir. Ön bilgiyi değerlendirmek iki temel yöntem bulunmaktadır. Birincisi, öğrencilere kendi temel düzeylerine ilişkin yaklaşımda bulunmak için soru yöneltilmesi, ikincisi ise ön bilgi değerlendirme testleri uygulanmasıdır. Bu araştırma sonucunda, ön bilgi değerlendirme testlerinin, öğrencilere kendi temel düzeyine ilişkin yöneltilen sorulara göre daha doğru ve güvenilir sonuç verdiği görülmüştür. 48 öğrenci ile yapılan araştırmada, daha fazla ön bilgiye sahip olan öğrencilerin kendi kendilerini değerlendirirken düşük ön bilgiye sahip olan öğrencilere göre daha doğru yaklaşımda bulunduğu tespit edilmiştir. Bu çalışma kapsamında ön bilgi durumu değerlendirme ve ilerleme değerlendirme ile alakalı soruları kapsayan anket hazırlanmıştır. Bu anketler, ön bilgi durum testleri, ilerleme testleri ve sınavların yardımcı araç olarak kullanıldığı araştırmada ön bilginin özellikle başlangıç seviyedeki öğrenciler için çalışma temposu üzerinde yarar sağladığı görülmüştür.

Atar Koçkar (2010) çalışmasında drama temelli öğrenme ortamında altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel stilin ve önceki bilgilerinin çokgenler konusunda bilgi kazanımına katkısını araştırmıştır. Araştırmayı 112 tane 6. sınıf öğrencisi ile yapan Atar

Koçkar, bilgi testleri ile topladığı niceliksel verileri standart çoklu regresyon analizi ile analiz etmiştir. Araştırmanın sonucunda; bilişsel stilin ifadesel, koşullu ve işlemsel bilgiyi en iyi açıklayan değişken olduğu, ayrıca öğrencilerin önceki ifadesel bilgilerinin ifadesel ve işlemsel bilgi kazanmalarına anlamlı katkı sağladığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin önceki koşullu bilgilerinin ifadesel, koşullu ve işlemsel bilgi kazanmalarına anlamlı katkı sağladığı ancak öğrencilerin önceki işlemsel bilgilerinin ifadesel, koşullu ve işlemsel bilgi kazanmalarına katkısı olmadığı görülmüştür.

Ön bilginin, sonraki öğrenmeler üzerinde etkisinin bulunmadığı hatta sonraki öğrenmelerde engelleyici etkiler oluşturduğu sonucuna varılan çalışmalar ad bulunmaktadır. Örneğin, Hoz, Bowman ve Kozminsky' nin (2001) çalışmasında ön bilgi ile sonradan kazanılmış bilgi arasındaki muhtemel ilişkiler keşfedilmeye çalışılmıştır. Araştırmada "Jeolojiye Giriş" dersi, "Jeomorfolojiye Giriş" dersinin ön koşuludur. Yaptıkları araştırmada aşağıdaki iki sorunun cevabını aramışlardır.

1. Öğrenciler jeomorfolojiye giriş dersinden yeni bilgi kazandılar mı?
2. Öğrencilerin jeomorfolojideki yeni bilgileri ile ön bilgileri arasındaki ilişki nedir?

Araştırmaya, ön koşulu "Jeolojiye Giriş" dersi olan "Jeomorfolojiye Giriş" dersine kaydolan birinci sınıf öğrencilerinden 13 kişi katılmıştır. Araştırmada; geleneksek ders notlandırmaları, içerik haritalaması ve jeomorfolojideki testler olmak üzere 3 adet ölçüm aracı kullanılmış ve analiz sonucunda ön bilginin sonraki öğrenmeye herhangi bir etkisinin olmadığı ve "Jeomorfolojiye Giriş" dersindeki bazı kavramları tanımlamada engelleyici yönde etkisinin olduğu ortaya çıkarılmıştır.

Erdoğan (2003) ağ temelli öğrenme ortamlarında öğrenci kontrolü, ön bilgi düzeyi ve denetim odağı değişkenleri arasındaki ilişkinin niteliğinde belirsizlik olduğunu düşünmüş ve çalışmasında bu belirsizliğin giderilmesine katkı sağlamayı amaçlamıştır. Bu amaçla ağ temelli öğrenme ortamında öğrencilerin içeriğe ilişkin ön bilgi düzeyleri ve denetim odaklarının, öğretim materyalinde verilen kontrol olanaklarını kullanma tercihlerindeki etkileri belirlenmeye çalışılmıştır. Yapılan bu çalışmada denetim odağı; bireyin, ödül ve cezaların kendi karar ve davranışlarının sonucu olarak ya da kendisi dışında bazı etkilerle ortaya çıktığına ilişkin genel algısı olarak düşünülerek denetim odağının ve ön bilgi düzeylerinin bireylerin tercihlerindeki etkisi araştırılmıştır. 34 katılımcı ile yapılan çalışmada katılımcıların ön bilgi düzeyleri

ön-test sonuçlarına göre düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç düzeye; denetim odağı ölçeği ile de denetim odağı üç düzeye ayrılmıştır Kullanılan ağ materyali ile öğrencilerin kontrol olanaklarını kullanma düzeyleri tespit edilmiş ve hesaplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda ön bilgi düzeylerine göre ve denetim odağına göre kontrol olanaklarından yararlanma düzeyleri arasında fark bulunamamıştır. Böylece ön bilgi düzeyinin kontrol tercihlerini etkilediği yönünde literatürde var olan bu görüş, yapılan araştırmanın bulguları tarafından doğrulanmamıştır.

Clarke, Ayres ve Sweller'in 2005 yılında yaptıkları çalışmada 9. sınıfların hesap tabloları hakkındaki ön bilgilerinin matematik öğrenme üzerine etkisini araştırmışlardır. 9. sınıftaki 24 öğrenci üzerinde yapılan araştırmada sıralı grup ve eş zamanlı olmak üzere iki farklı grup oluşturulmuştur. Sıralı gruptaki öğrencilere hesap tablosu talimatları bu bilgilerin matematik öğrenme üzerine uygulanmasından daha önce verilmiştir. Eş zamanlı gruptaki öğrencilere ise hesap tablosu bilgileri ve bunların matematik öğrenme üzerine uygulanması birlikte verilmiştir. Her iki gruba da hesap tabloları hakkında ön bilgiye sahip olan tecrübeli öğrencilerle, tecrübesiz öğrenciler yerleştirilerek bu öğrencilere 9 problem, 14 farklı parça (1 anımsama sorusu, 9 uygulama sorusu ve 4 sentez sorusu) şeklinde sorulmuştur. Çalışmanın sonucunda sıralı grubun içerisindeki hesap tablosu hakkında daha az tecrübeye sahip öğrencilerin matematik dersinde daha yüksek sonuçlar aldığı gözlenmiştir.

Ön bilgi ile ilgi arasındaki ilişkinin araştırıldığı çalışmalar bulunmaktadır. Tobias' ın (1994) çalışmasında ön bilgi ile ilgi arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Bu çalışmada, kendisinin ilgi- bilgi ilişkisi üzerine daha önceden yapmış olduğu çalışma, daha derin bilişsel bir çerçevede güncellenerek ön bilgi ile ilgi arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenmiştir.

Yapılan araştırmalara göre okuyucuların sahip olduğu ön bilgilerin, metni anlama konusunda kuvvetli bir etkiye sahip olduğu düşünülmektedir. Topaloğlu (1996) yaptığı çalışmaya göre farklı okuyucuların aynı metni yorumlamalarında sahip oldukları farklı ön bilgilerin önemli bir etkisi bulunmaktadır. Yine bu çalışmaya göre okuyucunun sahip olduğu ön bilginin okuduğu metne birden fazla açıdan yorum getirme yetisi kazandırdığı, aynı metni okuyan ve okudukları metin hakkında ön bilgiye sahip olmayan bireylerin ise yanlış yorum yapabildikleri sonucuna varılmıştır.

Portier ve Wagemans (1995) tarafından yapılan çalışmada, ön bilgi analizinin öğrenme sürecini genişletme üzerindeki etkisi ve bunun uzaktan eğitim içeriğine uygulanabilirliği araştırılmıştır. Çalışmada davranışsal ve bilgi olmak üzere iki boyut üzerinde odaklanılmıştır. Davranışsal boyut işlemsel bilgiyi içerirken, bilgi boyutu işlemsel bilgiyi içermemektedir. Kişinin ön bilgi durumunu ölçebilmek için ön bilgi durum testi bu çalışmada kullanılmıştır. Öğrenciler ön bilginin yukarıda bahsedilen boyutlarının her bir parametresinden puan almışlardır. Bu parametre puanları öğrencilerin ön bilgi profillerinin oluşturulmasında kullanılmıştır. Çalışmada davranışsal boyutun alt parametreleri; bilgi, kavrama ve uygulama olarak sıralanırken bilgi boyutunun alt parametreleri ise gerçekler, kavramlar, ilişkiler, yapılar ve metotlar olarak belirlenmiştir. Ön bilgi durum testi; optimum ihtiyaç, konu temelli ve alana özgü olmak üzere üç farklı ön bilgi tipini içermiştir. Optimum ihtiyaç ön bilgi durum testi minimum gerekli bilgi ve becerileri ölçmek için kullanılan, konu temelli ön bilgi durum testleri doğrudan kursun içerikleri ve öğrencinin çalışacağı konu ile ilgili olan, alana özgü ön bilgi durum testleri ise öğrenme sürecinin ön bilgiden etkilendiği varsayımına dayan testler olarak alınmıştır. Bu çalışmadaki genel hipotezler aşağıdaki gibi gruplanmıştır.

- Düşük ön bilgi durumuna sahip öğrencilerin davranışsal boyut bakımından yüksek ön bilgi durumlu öğrencilere göre farklı ön bilgi profillerinin olduğu,
- Düşük ön bilgi durumuna sahip öğrencilerin bilgi boyutu bakımından yüksek ön bilgi durumlu öğrencilere göre farklı ön bilgi profillerinin olduğu,
- Ön bilgi durumundaki farklılıkların parametreler üzerinde eşit dağılımlı olmadığıdır.

Ön bilgi durum testi 67 adet 1. sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Yüksek ön bilgi durum test notuna sahip öğrencilerin özellikle uzaktan eğitimde çok önemli olan öğrenme materyallerinden daha fazla yararlandığı ve bunun öğrenciye kendi kendine kontrol imkanı sağladığı ortaya çıkmıştır. Bu sonuç ön bilginin öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılayabilmek için öğrenme materyallerine uygulanabileceğini göstermiştir.

Kavdır' ın (2011) matematik öğretmen adaylarının gerçek hayat etkinliği hazırlamaları sürecinin incelenmesi ile ilgili yapmış olduğu tez çalışmasında öğretmen adaylarının gerçek hayat etkinliği tasarlarken öğrenme alanını, bilgi birikimleri ve

öğrenme alanına olan birikimleri ve ilgileriyle ilişkili olarak seçtikleri belirlenmiştir. Görüldüğü gibi ön bilgi, bireylerin çalışmalarındaki tercihlerinde de önemli bir role sahiptir.

O'Donnell ve Dansereau (2000)' nun yaptıkları çalışmada ön bilginin bir akran öğretim formu olan yardımcı öğretim üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Araştırmaya psikoloji sınıflarındaki 72 si bayan olmak üzere ortalama yaşı 21.8 ve standart sapması 6.7 olan 108 üniversite öğrencisi katılmıştır. Bu çalışmada otonom sinir sistemi ve olasılık teorisi hakkındaki bilgiler olmak üzere iki farklı materyal türü kullanılarak katılımcıların ön bilgilerinin yardımcı öğretime olan etkileri incelenmiştir. Yapılan çalışmada otonom sinir sistemini (yaklaşık 1235 kelime) ve olasılık teorisini (yaklaşık 1664 kelime) tanımlayan iki farklı materyal kullanılmıştır. İçeriğin ön bilgisi yüksek ve düşük olmak üzere sınıflandırıldı. Katılımcılara otonom sinir sistemi ve olasılık teorisi hakkındaki ön bilgilerine 1 ile 7 arasında (1 önbilginin olmadığı, 7 ise yüksek miktardaki ön bilgiyi ifade etmektedir) puan vermeleri istenmiştir. Otonom sinir sistemi için ortalama 4.1 (standart sapma =2.2) çıkarken olasılık teorisi için 3.4 (standart sapma = 2.4) olarak çıkmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin ön bilgilerinin akran öğretim yapabilmeleri ve öğrenenlerin performansının üzerinde ön bilgilerinin çok önemli bir etkisin olduğu görülmüştür.

2.2 Fonksiyon

Fonksiyon kavramı tarihsel olarak bugünkü İran'da doğmuş olan Şerafettin El Tusi' ye (d.1135-ö.1213) kadar dayanmaktadır. Bu kavram 3. dereceden denklemlerin çözümü için yeni yollar düşünülürken ortaya çıkmıştır. Şerafettin El Tusi $x^3+d= bx^2$ biçimindeki üçüncü dereceden denklemleri $x^2(b-x)=d$ biçiminde yazarak çözmeye çalışmıştır. Bu şekilde denklemin çözümünün varlığının sol taraftaki fonksiyonun d değerine ulaşıp ulaşmamasına bağlı olduğunu belirtmiştir. Bunun için bu fonksiyonun maksimum ve minimum değerlerini incelemiştir (Katz, Barton, 2007). Böylece Tusi' nin bu fikirleri "fonksiyon" fikrinin temellerinin atılmasına katkıda bulunmuştur.

12. ve 13. yüzyıllarda kübik denklemlerin çözümleriyle ilgili çalışmalar devam etmiştir. Leibniz 1673 yılında bir eğrinin bir noktasındaki bir niceliği belirlerken (eğrinin eğimi gibi) fonksiyon kavramını tanıtmış ve böylece "fonksiyon" kavramı ilk kez kullanılmıştır. Leibniz, ayrıca "sabit", "parametre" ve "değişken" terimlerini de tanıtmıştır (Ponte, 1990). Bugün bu fonksiyonlara "türevlenebilen fonksiyonlar" denilmektedir.

Daha sonraları Bernoulli (1718), fonksiyon için değişken ve sabit terimlerini tanıtmış ve bir değişkene ait bir fonksiyonu, bu değişkenlerle sabitlerden oluşan bir nicelik olarak tanımlamıştır. Bernoulli' den sonra Euler ise, fonksiyon kelimesini x^2+2x+1 gibi sabit ve değişkenlerin dahil olduğu ifadeler için kullanmış ve Bernoulli'nin fonksiyon tanımı için kullandığı " nicelik" yerine, "analitik ifade" söylemini kullanmıştır.

1734 yılında Alexis Claude Clairaut, 1917 yılında Caratherdory, 1939 yılında Bourbaki gibi pek çok matematikçi fonksiyon kavramının gelişimine katkıda bulunmuş ve bugünkü formal tanımını Dirichlet ve Labochevsky yapmıştır. Bu tanıma göre fonksiyon bir ilişkinin özel bir durumudur (Malik, 1980).

Fonksiyon kavramı matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olan ve matematiğin birçok alanında kullanılan temel bir kavramdır (Eisenberg, 1991; Ponte, 1990). Fonksiyonlar limit, süreklilik, türev ve integral gibi çok sayıda kavramın öğrenilmesinde ve öğretilmesinde kullanılır (Ferrini Mundy, Lauten 1994). Fonksiyon kavramının ortaöğretimde ve üniversitede öğrencilerin karşılaştıkları en önemli kavramlardan biri olduğu birçok çalışmada söylenmiştir (Eisenberg, 1992; Kalchman ve Case, 1998). Fonksiyon kavramı, gösteriminin ve yorumunun çeşitliliğiyle matematiğin temel kavramlarından biridir (Sajka, 2003). Sierpinska (1992), fonksiyonu; gözlenen ve yaşanan değişimlerdeki değişen objeleri x ve y sembolleriyle göstererek; f sembolünü, objeleri başka objelere dönüştüren, değişimler arasındaki bir bağıntı olarak tanımlamıştır (Akt: Rho, 2000).

NCTM (1989)'de fonksiyon kavramının birleştirici önemli bir kavram olduğunun üzerinde durulmuştur:

> Fonksiyon matematikte önemli bir birleştirici kavramdır. İki küme arasında özel bir eşleme olan fonksiyon tüm müfredata yayılmıştır. Aritmetikte, fonksiyonlar sayı ikililerini tek bir sayıya eşleyen işlemlerdir (sayı ikililerindeki sayıların toplamı gibi); cebirde, fonksiyonlar sayıları temsil eden değişkenler arasındaki bağıntılardır; geometride, fonksiyonlar öteleme ve döndürme gibi hareketlerle nokta kümelerini görüntülerine eşler; olasılıkta, fonksiyonlar olayları olayların olma olasılıklarına eşlerler (NCTM, 1989).

Altun (1998)' a göre matematik dersi diğer derslere göre daha güçlü bir sıralı yapıya sahiptir. Fonksiyon kavramı, trigonometri, logaritma, karmaşık sayılar, limit gibi pek çok kavram için bir temel teşkil etmektedir. Matematikte yeni kavramların öğrenilmesi, daha önceki kavramların özümsenmiş olmasına ve yeni öğrenilecek kavramlarla önceki bilgiler arasında bağ kurulmasına bağlıdır (Türkeli Şandır, 2006). Bu nedenle fonksiyon kavramı tam olarak kavranamadığı zaman fonksiyon kavramının ön bilgi niteliği taşıdığı diğer kavramların öğrenilmesinde zorluk yaşanabileceği söylenebilir.

Fonksiyon kavramı, Tall ve Vinner' ın 1981' de; Vinner'ın 1983'de yaptığı çalışmalarda kuramsal açıdan, kavram tanımı ve kavram görüntüsü olmak üzere iki şekilde ele alınmıştır. Kavram tanımı, o kavramı kesin bir şekilde belirleyen kelimeler ve semboller bütünü olan matematiksel tanımıdır (Vinner, 1983). Kavram görüntüsü de kavramla ilgili bütün resimleri, özellikleri ve işlemleri kapsayan zihindeki bilişsel yapının tamamıdır (Tall ve Vinner, 1981). Vinner (1983) öğrencilerin fonksiyonlar hakkında sahip oldukları kavram görüntülerini incelemiş ve aşağıda belirtilen kavram görüntülerini gözlemlemiştir:

- Bir fonksiyon bir tek kuralla verilmelidir. İki kural varsa, iki ayrı fonksiyon vardır.
- Bir fonksiyonun düzgün bir grafiği olmalıdır.
- Fonksiyon tanımını bire-bir olma ile karıştırma
- Her fonksiyon birebirdir.
- İşaret ve tam değer fonksiyonları için, fonksiyon olma koşullarını dikkate almama.

- Cebirsel olarak ifade edilmeyen fonksiyonları, özel olarak adlandırılmadıkları takdirde, fonksiyon olarak kabul etmemek.

Bu çalışma ile fonksiyon kavramına öğrencilerin birçoğunun kişisel anlamlar yükleyerek kişisel kavram tanımlarını kullandıkları sonucuna varılmıştır.

Sfard' a (1991) göre fonksiyon, yapısal olarak bir kavramı, işlemsel olarak ise bir işlem sürecini ifade eder; bu nedenle fonksiyonların farklı iki yolla anlaşılması fonksiyon öğreniminde zorluk yaratmaktadır.

Fonksiyon ile ilgili yapılan çalışmalar arasında fonksiyon kavramı hakkında sahip olunan bilgi düzeyini belirlemek amacıyla yapılmış çalışmalar bulunmaktadır. Örneğin; Dede, Bayazit ve Soybaş' ın (2010) yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının fonksiyon, denklem ve polinom kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkilere ait bilgi düzeyleri incelenmiştir. 117 matematik öğretmen adayına açık uçlu sorulardan oluşan test uygulanarak veriler toplanmış ve elde edilen verileri daha yakında gözlemleyebilmek için sınırlı sayıda katılımcı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Verilerin toplanmasında ve analizinde nitel ve nicel araştırma yöntemleri kullanılan bu çalışmada; öğretmen adaylarının fonksiyon, denklem ve polinom kavramlarından her birine ilişkin yeterli düzeyde bilgi sahibi oldukları, ancak bu kavramlar arasındaki içeriksel ilişkileri anlamada oldukça yetersiz kaldıkları sonucuna varılmıştır.

Benzer bir çalışma Işık, Albayrak ve İpek (2005) tarafından, bir üniversitenin eğitim fakültesi matematik öğretmenliği anabilim dalında okuyan 160 son sınıf öğrencisi ile yapılarak öğrencilerin fonksiyon ile ilgili bilgileri araştırılmıştır. Yapılan araştırmanın sonunda öğretmen adaylarının fonksiyon tanımı hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıkları sonucuna varılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının çeşitli kavram yanılgıları görülmüş; bu durumun ise öğretmen adaylarının kavramlar hakkında eksik veya yanlış bilgi sahibi olduklarının göstergesi olarak düşünülebileceği söylenmiştir.

Sierpinska'nın (1992) çalışmasında öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili yaptıkları aktiviteler ve anlama kategorileri araştırılmıştır. Öğrencilerin yaptıkları aktiviteler ve anlama kategorileri aşağıdaki gibidir:

- Fonksiyonu nümerik denklemler ve bilinmeyenler olarak düşünme,
- Fonksiyonu yeni bir işleme veya düşünmeye başlama noktası olarak görme; böylece fonksiyonu bir denklemi çözmeyle ilişkilendirme,
- Fonksiyonu bir formül olarak değerlendirme,
- Fonksiyonu bir işlem süreci olarak görme
- Grafik çizmeye yarayan bir çeşit formül olarak görme.

Ural (2012) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin fonksiyon tanım bilgilerini çeşitli fonksiyon temsillerine aktarabilme yeterliklerini ve bu transfer sürecini olumsuz etkileyen nedenleri belirlemek amacıyla 59 tane 9. sınıf öğrencisi alınarak bu öğrencilerden fonksiyon kavramını tanımlamaları, çeşitli şekillerde temsil edilmiş bağıntılardan fonksiyon olanı bulmaları ve nedenini açıklamaları istenmiştir. Elde edilen verilerde, öğrencilerin fonksiyon kavramı tanımlamalarının genel olarak, "Fonksiyonunun formal tanımı", "İki küme arasında herhangi bir eşleme" ve "Bir dönüştürme işlemi" şeklinde olduğunu göstermiştir. Ayrıca gerekli tanım bilgisine sahip olunmamasının transfer süreci olumsuz etkilediği görülmüştür.

Sajka' nın (2003) yapmış olduğu çalışma, ortalama düzeyde bir öğrencinin fonksiyon kavramını anlaması ile ilgilidir. Yapılan bu araştırmada veri toplamak için Kasia isimli 16 yaşındaki bir öğrenci ile fonksiyonel eşitlik hakkında görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen veriler sonucunda öğrencinin fonksiyon kavramını anlamayla ilgili yaşadığı zorlukların, fonksiyonel eşitliklerde kullanılan sembollerin yanlış yorumlanmasın bağlı olduğu görülmüştür.

Fonksiyon kavramı ile ilgili sahip olunan bilgi düzeyinin yanı sıra, bu kavram üzerine olan düşünceler de öğrenmede motivasyonu sağlama açısında önemlidir. Türkeli Şandır' ın (2006) araştırmasında fonksiyon kavramı ile ilgili problemler hakkında öğretmen adaylarının görüşlerini almak ve böylece onların bu kavram ile ilgili vurguladıkları veya sıkıntı çektikleri noktaları ortaya amaçlanmıştır. Bu amaçla fonksiyon kavramının temel özellikleri ile ilgili olan 22 soru, 7 matematik öğretmen

adayına görüşmeler sırasında sorularak veriler toplanmıştır. Verilerin değerlendirilmesi sonucunda öğretmen adaylarının;

- Fonksiyon, bir fonksiyonun grafiği, lineer fonksiyon ve bir fonksiyonun tersi gibi matematiksel kavramları günlük hayatla bağdaştırmada,
- Bir fonksiyonun cebirsel gösterimini grafiksel gösterime dönüştürme ya da tam tersi bir dönüşümü yapmada,
- Herhangi bir fonksiyonun tanım kümesini belirlemede ve aynı şekilde bileşke fonksiyonun tanım kümesini belirlemede,
- Fonksiyon, eşitlik ve matematiksel ifade kavramları arasındaki farkı ortaya koymada ya da bu kavramlar arasındaki ilişkileri belirlemede,
- Pozitif bir irrasyonel sayının irrasyonel kuvvetini tanımlamada zorlandıkları görülmüştür.

Ayrıca öğretmen adaylarının, bir bağıntının fonksiyon olması için gereken şartlara vurgu yaptıkları ve bu şartları tam olarak ifade ettikleri, ama yine de fonksiyon kavramını anlamlı bir şekilde öğrenmedikleri görülmüştür.

Doğan, Sulak ve Cihangir'in (2002) yaptığı çalışmada, öğrencilerin lisede okudukları; özel fonksiyonlar, fonksiyonlarda limit, fonksiyonlarda türev ve uygulamaları konularında ne kadar hazır geldikleri araştırılmıştır. Bunun için araştırma konuları ile ilgili 18 soruluk bir test hazırlanarak ilköğretim matematik eğitimi anabilim dalına kayıt yaptıran 189 öğrenciye güz yarıyılının ilk dersinde uygulanmıştır. Elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin fonksiyonlarda limit, türev ve fonksiyonların uygulamaları konusunda çok düşük oranda doğru cevaplar verebildikleri görülmüştür.

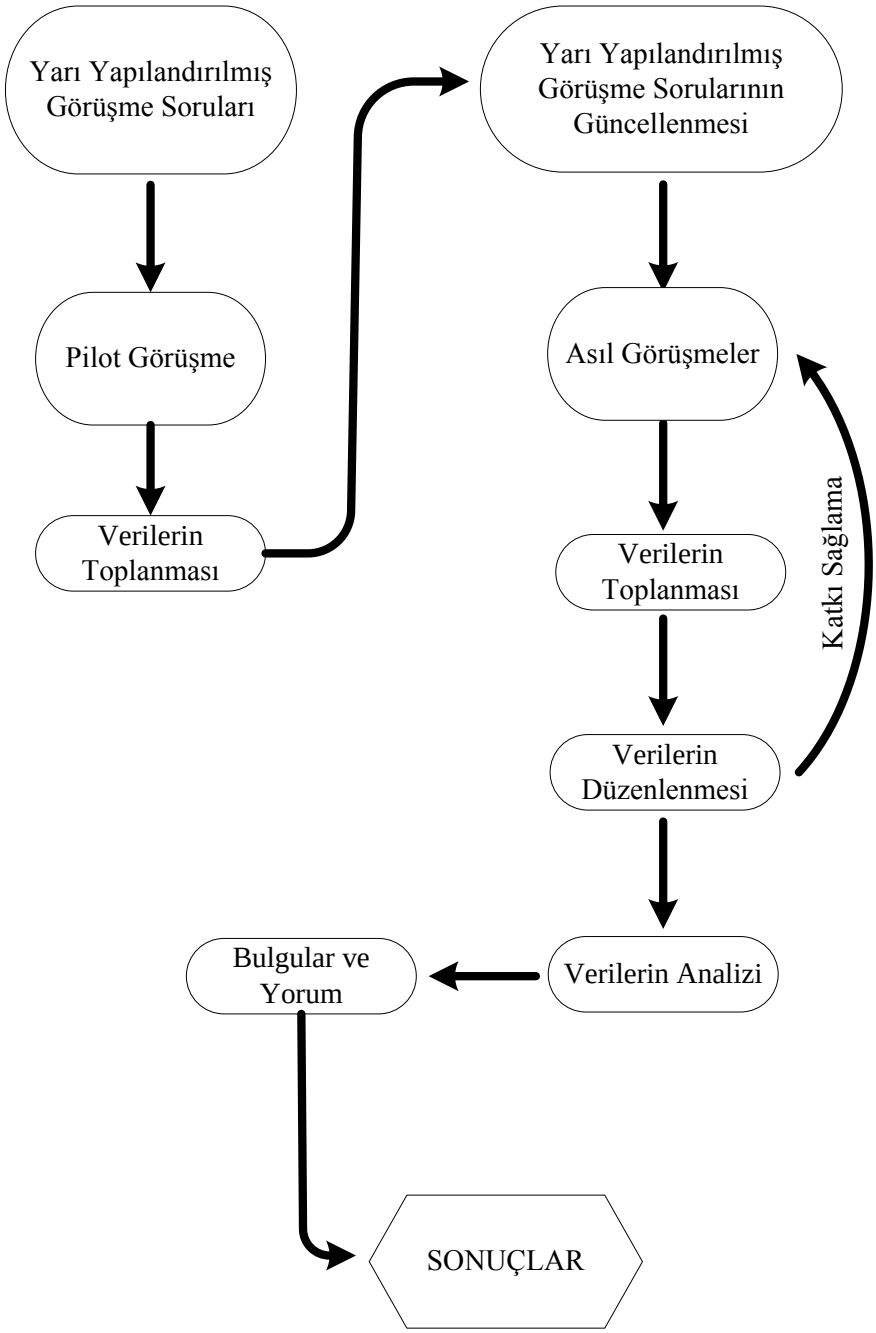
III. YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırma modeli, araştırmanın katılımcıları, veri toplama teknikleri ve verilerin analizine yer verilecektir.

3.1 Araştırma Modeli

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ve gömülü (grounded) teorinin tekniklerinden yararlanılmıştır. Creswell' a (2007) göre nitel bir durum çalışması, sınırlı bir durumun, verilerin derin bir şekilde toplandığı ve araştırılan duruma bağlı olarak detaylı bir şekilde raporlaştırıldığı bir yaklaşımdır. Yapılan bu araştırmada matematik öğretmen adayları ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yaparak elde edilen veriler oldukça detaylı bir şekilde toplanarak raporlaştırılmıştır. Yıldırım ve Şimşek' e (2006) göre nitel bir durum çalışmasında, bir duruma ilişkin etkenler bütüncül bir yaklaşımla araştırılır ve ilgili durumu nasıl etkiledikleri üzerine odaklanılır. Yapılan çalışmada matematik öğretmen adaylarının ön bilgilerinin fonksiyon kavramını öğrenme sürecindeki etkisi incelendiğinden, ön bilgi etkeni bütüncül bir yaklaşımla araştırılarak fonksiyon kavramını öğrenmeyi nasıl etkilediği üzerine odaklanılmıştır. Bu nedenle araştırma modeline en uygun yöntemin durum çalışması olduğu düşünülmüştür. Gömülü teori yaklaşımının veri toplama yöntemlerinden, görüşme ve doküman incelemesinden yararlanılmıştır.

Veri toplamak için dersi veren öğretim elemanın görüşleri alınarak soyut matematik dersi 1. dönem not ortalamalarına göre 6 öğretmen adayı seçilmiş ve her biri ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Öğretmen adaylarından biri ile pilot görüşme yapılmış ve bu doğrultuda yarı yapılandırılmış görüşme soruları yeniden düzenlenerek görüşmelere devam edilmiştir. Öğretmen adaylarının yazılı olarak verdikleri cevaplardan elde edilen dokümanlar incelenmiş ve görüşmelerden elde edilen verilerle birlikte analizi yapılmıştır.



Şekil 3.1.1 Araştırma Deseni

Gömülü Teori

Bu teoride, veri toplama, verilerin analizi ve nihai teori birbiriyle yakın bir ilişki içerisindedir. Araştırmacı önyargı ile araştırmaya başlamalı, teorinin verilerden çıkmasına izin vermelidir. Gömülü teori, verilerden şekillendiğinden fikir sunar, anlamayı geliştirir ve etkiye anlamlı bir rehberlik yapar (Strauss ve Corbin, 1998). Gömülü teoride verilerdeki

kavramlar temel bir özellik olmasına rağmen, araştırmanın yaratıcılığı da gerekli bir unsurdur (Sandelowski, 1995).

Gömülü teorinin temel özelliği, sürekli karşılaştırmalı analiz olarak bilinen eş zamanlı veri toplama ve veri analizidir. Bu süreçte veri toplamanın hemen ardından veriler analiz edilmeli ve içeriği incelenmelidir. Araştırmacını toplanan verilerin analizinden elde ettiği fikirler sonraki veri toplama aşamalarına dahil edilir. Bu yüzden araştırmacı yarı yapılandırılmış görüşme ve gözlem formu ile verileri toplar ve bunlar araştırmanın sonuna doğru son hali alır. Bu yüzden ilk görüşmedeki sorularla, veri toplamanın sonundaki sorular arasında farklar oluşur (Hancock, 1998).

Gömülü teoride kodlama, verilerin parçalandığı, kavramsallaştırıldığı ve yeni şekillerde düzenlendiği işlemler dizisini ifade eder. Gömülü teoride analiz üç ana kodlama yardımıyla yapılabilir:

- ✓ Açık Kodlama
- ✓ Eksensel Kodlama
- ✓ Seçici Kodlama

Açık Kodlama: Verideki kavramların belirlendiği ve onların özellikleriyle boyutlarının keşfedildiği analitik süreçtir (Strauss ve Corbin, 1998). Bu kodlama şekli, verinin, sözcük grubu-sözcük grubu ve bazen kelime kelime yakından incelenmesini içerir. Açık kodlama, kodlamanın çok zaman alan fakat çoğu kez en üretici şeklidir. Açık kodlama yapmanın birkaç farklı yolu vardır. Kelime kelime analiz yaparak, bütün bir cümle ya da paragraf analiz edilerek kodlama yapabilir. Açık kodlama yapmanın başka bir yolu ise tüm dokümanı okuyup incelemektir (Strauss ve Corbin, 1998).

Eksensel Kodlama: Kategorileri, alt kategorileri ile ilişkilendirme sürecine denir. Çünkü kodlama bir kategorinin ekseni çevresinde gerçekleşir, kategoriler özellik ve boyutları seviyesinde birbirleri ile ilişkilendirilir (Strauss ve Corbin, 1998). Eksensel kodlamanın amacı, açık kodlamada bölünen verilerin tekrar bir araya toplanması sürecine başlamaktır. Eksensel kodlamada, fenomenler hakkında daha kesin ve tam açıklamalar oluşturabilmek için kategoriler alt kategorileri ile ilişkilendirilir. Prosedürsel olarak eksensel kodlama, kategorileri, onların özellik ve boyutları doğrultusunda alt kategorileri ile ilişkilendirme işidir (Strauss ve Corbin, 1998).

Seçici Kodlama: Seçici kodlama, analizdeki son aşamayı temsil eder, bu da kavramların temel-ana bir kategori çevresinde bütünleşmesi ve daha fazla gelişim ve düzeltme-arıtma inceltme ihtiyacı içinde olan kategorilerin doldurulmasıdır. Bu aşamada, kısa not ve şemalar, geliştirilen teori düşüncesinin derinliğini ve karmaşıklığını yansıtır (Strauss ve Corbin, 1998).

3.2 Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırmanın katılımcılarını, bir devlet üniversitesinin 1. sınıfındaki 6 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın amacına ulaşmasında ön bilgilerin, yeni öğrenmelerini nasıl etkilediğini anlaşılabilmesi için fonksiyon kavramı hakkında eski bilgileriyle yeni bilgilerini karşılaştırabilecek, başarı düzeyi daha yüksek öğretmen adaylarıyla görüşmenin veri toplamada faydalı olacağı düşünülmüştür. Bu yüzden dersi veren öğretim elemanın da görüşleri alınarak sınıf ortalamasına göre en yüksek puana sahip öğretmen adayları görüşmeler için seçilmiştir. Görüşme yapılacak öğretmen adaylarının seçiminde;

- ✓ Öğretmen adaylarının 1. dönem soyut matematik dersinden aldıkları vize ve final notları,
- ✓ Dersi veren öğretim elemanın görüşleri,
- ✓ Öğretmen adaylarının sınıf içi performansları etkili olmuştur.

Seçilen öğretmenlerin isimleri hiçbir yerde kullanılmamış, sadece MÖA1, MÖA2, MÖA3, MÖA4, MÖA5, MÖA6 şeklinde belirtilmiştir. Görüşmeler için seçilen öğretmen adaylarının soyut matematik dersindeki notları aşağıdaki gibidir:

Öğretmen Adayları	Vize Notu	Final Notu	Ortalama	Görüşmeler
MÖA1	85	100	AA	ASIL
MÖA2	91	100	AA	ASIL
MÖA3	100	100	AA	ASIL
MÖA4	100	88	AA	ASIL
MÖA5	95	91	AA	ASIL
MÖA6	100	82	BA	PİLOT

Tablo 3.2.1. Yarı yapılandırılmış görüşmelerin yapıldığı MÖA' ların not durumları ve yapılan görüşmeler

3.3 Veri Toplama Teknikleri

Araştırmada veri toplama teknikleri olarak "yazılı doküman incelemesi" ve "görüşmeler" den yararlanılmıştır.

3.3.1 Yazılı Doküman İncelemesi

Araştırma için bir devlet üniversitesinin 1. yılında okutulmakta olan soyut matematik derslerine, fonksiyon kavramı işlendiği sürece katılınmış ve lisans öğreniminde fonksiyon kavramı için temel olan öğrenmeler hakkında fikir edinilmiştir. Yıldırım ve Şimşek'e göre (2005) doküman analizi, araştırılması hedeflenen olgu ve olaylar hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar. Bu nedenle araştırma amacına uygun olarak derslere katılım ve tez yazım süresince ders notları, ders işlenirken dağıtılan çalışma kağıtları ve ders ile ilgili olan lisans ve ortaöğretim kaynakları incelenerek lisans ve ortaöğretim öğreniminde fonksiyon kavramı detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Yapılmış olan benzer çalışmalar incelenmiş ve yapılan incelemeler sonucunda öğretmen adaylarına uygulanacak görüşme soruları oluşturulmuştur. Hazırlanan

soruların geçerliğini artırmak için danışman öğretim üyesinin görüşleri ve çalışmanın yapıldığı fakültede görevli olan iki araştırma görevlisinden uzman görüşü alınmıştır. Yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının yazılı olarak verdiği cevaplar da doküman olarak incelenerek veri analizinde kullanılmıştır.

Öğretmen adaylarından biri ile öncelikle pilot görüşme yapılmış, elde edilen veriler incelenmiş ve yine uzman görüşü alınarak daha iyi veri toplayabilmek için görüşme soruları yeniden düzenlenmiştir ve ön bilginin sonraki öğrenmelere olan etkisini daha iyi incelemeye katkı sağlayacağı düşünüldüğünden görüşme sırasında her soruda,

- ✓ Sorudaki kavramı lisans öğreniminde nasıl öğrendiği,
- ✓ Sorudaki kavramı ortaöğretimde nasıl öğrendiği,
- ✓ Sahip olunan bilgilerin, lisans programındaki öğrenmelere etkisinin nasıl olduğu,

sorularının da sorulması uygun bulunmuştur. Ayrıca işlem gerektiren sorularda öğretmen adaylarının ortaöğretimden sahip oldukları işlem yapma becerilerini sorgulayıcı soruların sorulmasının, lisans programındaki işlem bilgisine etkisinin incelenmesine katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

3.3.2 Görüşmeler

Soyut matematik derslerinde fonksiyon kavramının işlenme süreci takip edildikten sonra, dersi veren öğretim elemanın da görüşleri alınarak görüşmelerin yapılacağı öğretmen adayları seçilmiştir. Daha iyi veri alınabileceği düşünüldüğü için notları sınıf ortalamasına göre sıralandığında en yüksek puana sahip olan öğretmen adayları ile görüşme yapmanın uygun olacağı düşünülmüştür. Görüşme yapmak için belirlenen öğretmen adaylarının gönüllü olup olmadığı özellikle sorulmuş ve soyut matematik dersi not ortalaması en yüksek olan 6 öğretmen adayı gönüllü olarak çalışmaya katılmayı kabul etmiştir. Seçilen öğretmen adaylarının her biri ile dersi veren öğretim elemanın odasında veya aynı fakülte içindeki önceden belirlenen, uygun olan boş bir sınıfta görüşülmüştür.

Öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler yarı yapılandırılmış görüşmelerdir. Yarı yapılandırılmış görüşmeler, yapılandırılmış görüşmelerden daha esnek, yapılandırılmamış görüşmelerden de daha belirgin soru içeriğine sahiptir (Karasar, 2010). Böylece görüşme sırasında araştırmacı esnek bir şekilde soruları sorabilmiştir. Matematik öğretmen adaylarının ön bilgilerinin fonksiyon kavramını öğrenmeleri sürecindeki etkisini inceleyebilmek için yarı yapılandırılmış görüşme soruları önceden hazırlanmış ve görüşme sırasında yeni soruların ortaya çıkmasına imkan verilmiştir.

Görüşmeler için öğretmen adaylarından biri ile pilot görüşme yapılmış ve pilot görüşmenin ardından görüşme soruları yeniden düzenlenerek görüşmelere devam edilmiştir. Görüşmeler sırasında süre kısıtlaması yapılmamış, öğretmen adaylarının sorulara istedikleri kadar yorum yapmaları sağlanmıştır. Görüşmeler boyunca öğretmen adaylarının rahat ve samimi bir şekilde cevap vermelerini sağlayacak ortam oluşturmaya özellikle dikkat edilmiştir. Yapılan görüşmeler, öğretmen adaylarından izin alınarak ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir.

3.4 Verilerin Analizi

Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen ve ses kayıt cihazı ile kaydedilen veriler, bilgisayarda yazılarak metin haline getirilmiştir. Elde edilen yazılı veriler ve öğretmen adaylarının görüşmeler sırasında yazılı olarak verdikleri cevaplar ile birlikte analiz edilmiştir.

Araştırmanın analizi; gömülü teori teknikleri kullanılarak yapılmıştır. Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerden elde edilen ses kayıtları her görüşmenin ardından öncelikle metin haline getirilmiş ve görüşme sırasında öğretmen adaylarının sorulara verdikleri yazılı cevaplar göz önünde bulundurularak etiketlemeler yapılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının görüşme sırasında verdikleri yazılı cevaplar ile ilgili olarak notlar tutulmuştur. Gömülü teorinin temel özelliği, sürekli karşılaştırmalı analiz olarak bilinen eş zamanlı veri toplama ve veri analizidir. Bu süreçte veri toplamanın hemen ardından veriler analiz edilmeli ve içeriği incelenmelidir (Hancock, 1998). Bu nedenle her görüşmenin, bir sonraki görüşmeyi etkileyebileceği düşünülmüş ve olabildiğince hızlı bir şekilde metin haline getirilerek etiketlenmiştir. Açık kodlama süreci takip edilerek

kategoriler elde edilmiştir. Elde edilen veriler farklı zamanlarda tekrar incelenip eksensel kodlama ile kategori, alt kategori ve boyutlar oluşturulmuş ve bunlar birbiri ile ilişkilendirilmiştir. Son olarak da seçici kodlama ile elde edilen kategoriler, alt kategoriler ve boyutlar birbiri ile ilişkilendirilerek genel bir şema elde edilmiştir.

Araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak için;

- Pilot görüşme yapılarak araştırma soruları gözden geçirilmiş ve araştırmanın yapıldığı fakültede araştırma görevlisi olarak görev yapan iki uzmanın görüşü alınarak yeniden düzenlenmiştir.

- Araştırmacı, görüşme sürecinde soru sormak ve soruları açık hale getirmek amacıyla ipuçları sunmak dışında, verilen yanıtları yönlendirici tepkilerden kaçınmıştır.

- Araştırmada veri kaynağı olan matematik öğretmen adayları ile görüşmelerin yapıldığı ortam, süreç, katılımcıların özellikleri, veri toplama yöntemleri ve analiz aşaması ayrıntılı olarak açıklanmaya çalışılmıştır.

- Araştırmacı görüşme ve yazılı dokümanlar yoluyla elde ettiği verileri doğrudan alıntılara ve MÖA' ların yazılı cevaplarına yer vererek herhangi bir yorum katmadan okuyucuya sunmuş ve gömülü teorinin teknikleri kullanılarak kategoriler oluşturulup yorumlamıştır.

Aşağıda MÖA' ların verdikleri cevaplardan elde edilen verilerin nasıl kodlandığını göstermek için seçilmiş bir örnek bulunmaktadır. Verilen örnek, bulgular ve yorum bölümünde bulunan örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi kategorisindeki verilerin bir kısmının nasıl kodlandığının gösterilmesiyle oluşturulmuştur.

2.MÖA: *Burada öğrendiklerimiz, lisedekilerle paralel şeyler olduğu için katkı sağladı.* **(olumlu etki- temel oluşturma)**

3.MÖA: *Örtenlik denince yaptığım sabit bir şey vardı, bu sayede lisedeyken örtenliği rahat bir şekilde belirleyebiliyordum. Burada ise tanımdan yola çıkmam gerekiyor. Ama*

önce lisedeki bilgiyi kullanıyorum; örten mi değil mi diye karar veriyorum, o daha kolay olduğu için. ... Örtenliği önceden bildiğim için belirliyorum örten mi, değil mi diye, ondan sonra hocanın verdiği tanımı kullanıyorum. Sonra da ne olduğunu belirlediğim için, örtense örtenliği gösterecek işlemi, örten değilse de örten değilin işlemini yapıyorum. Örten olup olmadığımı belirlememi sağladı, pratiklik kazandırıyor ön bilgim. … Okuduğum şey ile ilgili önceden bir bilgim varsa daha kolay anlıyorum. Örtenlik için de aynı durum geçerli… Bildiğim şeyle, buradaki tanımlar falan daha farklı da olsa, bazı teoremler de görmüştük onları da ilk kez burada gördüm, örten fonksiyonu önceden biliyor olmam bunları anlamamı sağlıyor. **(olumlu etki- işlemlerde pratiklik sağlama, anlamayı kolaylaştırma, işlemin sonucunu belirleme)**

4.MÖA: *…Şu tanımı okuduğum zaman örten yazmasa bile onun örten olduğunu anlamamı sağlıyor. Yani her y ∈B için (x,y) olacak şekilde bir x ∈ A varsa dese ben bunun örten olduğunu anlayabiliyorum.* **(olumlu etki- anlamayı kolaylaştırma)**

MÖA'larla yapılan görüşmelerden elde edilen verilerin bulunduğu ses kayıtları metin haline getirilmiş ve analiz edilerek örnekte olduğu gibi kodlanmıştır. Bulgular ve yorum bölümünde daha detaylı olarak görülebileceği gibi MÖA' ların verdikleri cevaplardan örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecini olumlu veya olumsuz etkilediği ve kısmen yarar sağladığı durumların olduğu görülmüştür. Böylece örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisinin olumlu etki, olumsuz etki ve kısmen yarar sağlama olmak üzere üç alt kategorisi elde edilmiştir. Olumlu etki olarak temel oluşturma, işlemlerde pratiklik sağlama, işlemin sonucunu belirleme ve anlamayı kolaylaştırma gibi etkileri görülmüş ve bunlar olumlu etki alt kategorisinin boyutlarını oluşturmuştur. Ayrıca anlamayı kolaylaştırma boyutunda teoremleri anlama ve matematiksel ifadelerle verilen tanımları anlama olmak üzere iki farklı duruma rastlanmıştır. Bunlar da anlamayı kolaylaştırma boyutunun alt boyutları olarak alınmıştır.

IV. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde, verilerin analizleri sonucunda ulaşılan bulgulara ve bunlara ilişkin yorumlara yer verilecektir.

Matematik öğretmen adaylarının ön bilgilerinin fonksiyon kavramını öğrenme sürecindeki etkisini inceleyebilmek için görüşmeler sırasında sorulan soruların ve verilen yazılı cevapların analizi ile elde edilen kategoriler, alt kategoriler, boyutlar ve alt boyutlar sunulacak olup katılımcıların cevaplarından doğrudan alıntılar yapılarak bulgular desteklenecektir.

Araştırmanın temel amacı ön bilginin etkisini ortaya çıkarmak olduğu için, fonksiyon kavramı ile ilgili sorulan sorulardan elde edilen bulgular, soruların içeriği de göz önünde bulundurularak aşağıdaki kategoriler elde edilmiştir:

- Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Fonksiyonun tersi ve ters görüntü ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

Belirlenen bu kategorileri oluşturabilmek ve sahip olunan ön bilgilerin öğrenmeye etkisini inceleyebilmek için, matematik öğretmen adaylarına lisans öğrenimlerinde ve ortaöğretimde sahip olduğu temel bilgileri görebilmemizi sağlayacak sorular sorulmuş ve her bir kavram için ön bilgilerinin öğrenmelerini nasıl etkilediği incelenmiştir.

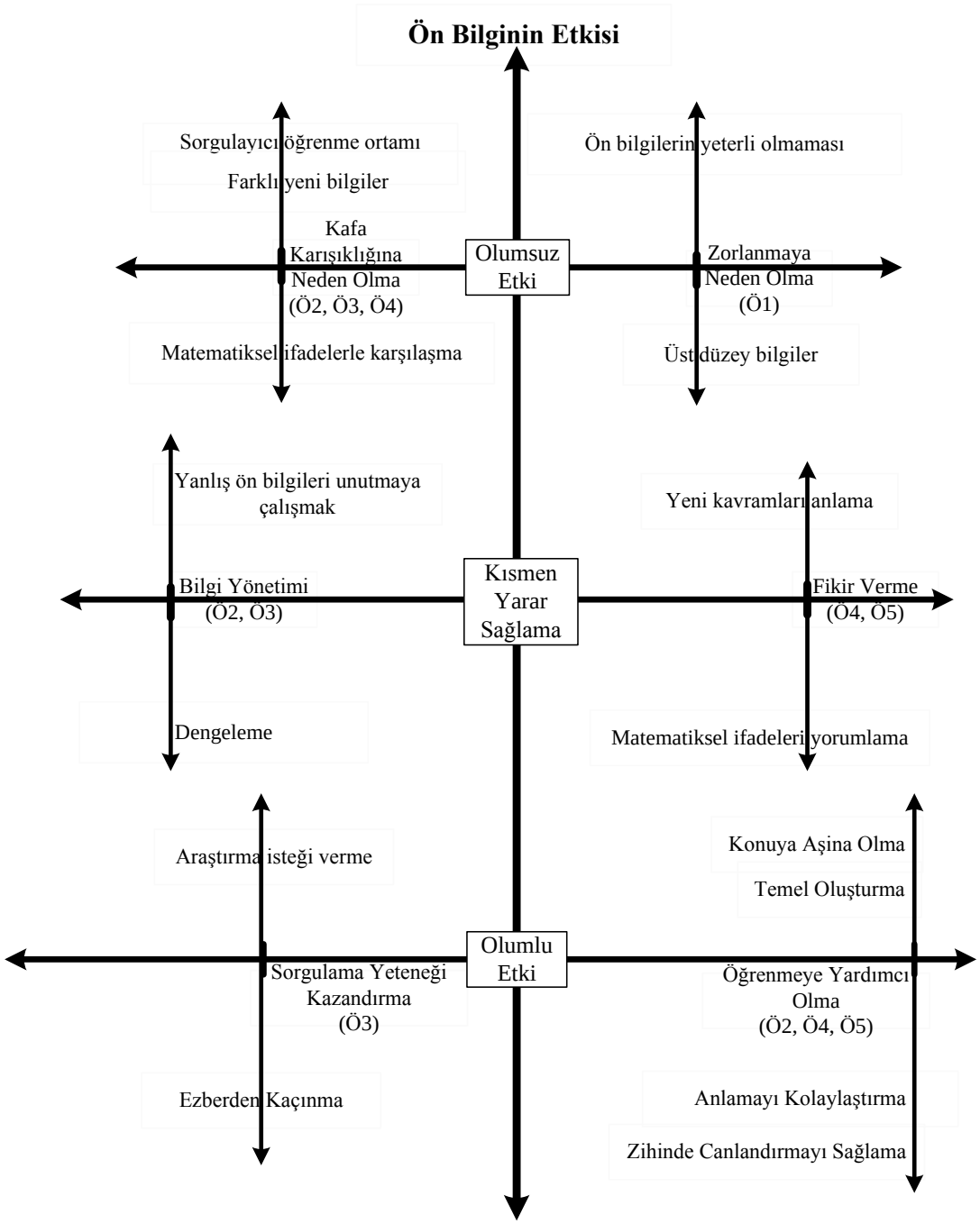
MÖA' lara ilk önce, genel olarak fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerinin öğrenme sürecini nasıl etkilediği sorulmuş ve "fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi" kategorisi oluşturulmuştur. Sonra MÖA' ların tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon, bileşke fonksiyon, ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramları ile ilgili sorulan sorulara ön bilgilerini kullanarak verdikleri cevaplar "ön bilgilerle uygulama yapabilme", lisans öğrenimlerinde öğrendikleri bilgilerini kullanarak verdikleri cevaplar "uygulama yapabilme" kategorisinde incelenmiştir. Kavramların ön bilgilerle açıklandığı cevaplar "kavramsal ön bilgi", lisans programında öğrenilen bilgilerle yapılan açıklamalar da "kavramsal bilgi" kategorileri ile temsil edilerek alt kategorilere, boyutlara ve alt boyutlara ulaşılmıştır. "Ön bilgilerle uygulama yapabilme", uygulama yapabilme", "kavramsal ön bilgi" ve "kavramsal bilgi" kategorilerinden elde edilen veriler her bir kavram için ön bilginin etkisinin incelenmesinde kullanılmıştır.

4.1 Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisinin incelenmesi

Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek amacıyla MÖA' lara " Fonksiyon kavramı ile ilgili ortaöğretimden sahip olduğunuz bilgiler, lisans öğreniminizde bu konuyu öğrenmenizi nasıl etkiledi?" sorusu sorulmuştur. Ön bilginin öğrenme sürecine etkisi Şekil 4.1.1 deki gibidir.

Şekil 4.1.1 de gösterildiği gibi fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi olumlu etki, olumsuz etki ve kısmen yarar sağlama olmak üzere üç alt kategoriden oluşmaktadır. Bu alt kategoriler ana eksen üzerinde kutucuklar içinde gösterilmiştir. Alt kategorilerin boyutları, her bir alt kategoriden geçirilen ve ana eksenden daha ince çizilen eksenler üzerinde gösterilmiştir. Örneğin olumsuz etki alt kategorisinin kafa karışıklığına neden olma ve zorlanmaya neden olma boyutları, bu alt kategoriden geçirilen eksen üzerinde belirtilmiştir. Ayrıca olumsuz etki alt kategorisinin boyutlarının alt boyutları, yine her bir boyuttan geçirilen ve daha ince çizilen eksenler üzerinde belirtilmiştir. Şekil 4.1.1 de görüldüğü gibi zorlanmaya neden olma boyutunun alt boyutları, ince olarak çizilen eksen üzerinde ön bilgilerin yeterli olmaması ve üst

düzey bilgiler olarak gösterilmiştir. Şekil 4.1.1 de gösterilen ait alt kategori ve boyutlar başlıklar altında incelenecektir.



Şekil 4.1.1 Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

4.1.1 Olumsuz Etki Alt Kategorisi

- **Olumsuz etki alt kategorisi kafa karışıklığına neden olma boyutu:**

MÖA' lar ile yapılan görüşmelerden elde edilen verilere göre lisans öğreniminde, ortaöğretimden farklı olarak derslerde daha matematiksel bir dil kullanılıyor olması, MÖA' lara farklı gelmiştir. Bu nedenle MÖA lar, bu kavramla ilgili matematiksel ifadelerle karşılaştıklarında farklı bir kavramı öğreniyorlarmış gibi düşündüklerini söylemişlerdir. Böylece kafa karışıklığına neden olma boyutunun matematiksel ifadelerle karşılaşma alt boyutu elde edilmiştir. Bununla ilgili MÖA3 ve MÖA4' ün ifadeleri aşağıdaki gibidir:

MÖA3: *Şöyle birazcık karışıyordu açıkçası. Tabi burada her şey daha matematiksel onun etkisi bu biraz.*

MÖA4: *Lisedeki bilgilerimize göre buradakilerin ifade edilişi biraz farklı. İfade etme şeklimiz değişti, daha matematiksel ifade ediyoruz aslında ama ilk gördüğümde bunlar farklı şeylermiş gibi geliyor. Böyle olduğunda da kafamız karışıyor.*

Ayrıca fonksiyon kavramı ile ilgili daha çok ezbere dayalı olan ön bilgilere sahip olduğunu söyleyen MÖA3, lisans öğreniminde fonksiyon kavramı ile ilgili bilgilerin ezberden uzak bir şekilde neden ve nasıl olduğunu anlamaya yönelik bir öğrenme ortamı içinde işlenmesi ile karşılaştığında kafasının karıştığını söylemiştir. MÖA3, lisans öğreniminde öğrendiklerini kendi bilgileri ile karşılaştırmış; ön bilgilerinin yanlış olduğunu veya lisans öğrenimindeki bilgileri yanlış öğrenmiş olabileceğini düşünmüştür.

Elde edilen bu verilerden kafa karışıklığına neden olma boyutunun sorgulayıcı öğrenme ortamı alt boyutu elde edilmiştir. MÖA3' ün ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA3: *... Şu konuyu işleyeceğiz dendiğinde lisedekini hatırlamaya çalışıyordum. Ama konu burada işlendiğinde acaba diyordum, lisedekini mi yanlış hatırlıyorum yoksa buradakini mi yanlış öğrendim diye düşünüyordum. Lisede sadece soru çözmeye odaklanıyordum, tanımları falan da daha çok ezberlemiştim açıkçası gerek olanları.*

Ama burada öyle olmuyor. Çünkü burada soru çözmekten ziyade bu neden böyle diye sorguluyoruz. Bu yüzden önce bocaladım, lisedekileri unutmaya çalıştım. Çünkü soru çözerken lisedekiler aklıma geldikçe kafam daha çok karıştı.

MÖA2, yapılan görüşmede fonksiyon kavramı ile ilgili ortaöğretimde farklı olarak öğrendiğini düşündüğü durumlarda ön bilgisinin kafa karışıklığı yaşamasına sebep olduğunu belirtmiştir. Böylece kafa karışıklığına neden olma boyutunun farklı yeni bilgiler alt boyutuna ulaşılmıştır. MÖA2' nin ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA2: *Geçmişten gelen bilgilerimde fonksiyon f(x)=y olacak şekilde A' nın her elemanı B' in bir tek elemanına götüren işlem olarak öğrenmiştik. Burada ise önce hep kümeler üzerinden düşündük. A' dan B' ye giden gibi şeyler demedik. Lisede bu gibi ifadeleri, eşleme kelimesini çok kullanıyorduk. Tabi bunlar başlangıçta biraz kafayı karıştırıyor, burada hiç eşleme kavramını kullanmadık fonksiyonda.*

- **Olumsuz etki alt kategorisi zorlanmaya neden olma boyutu:**

MÖA1 ile yapılan görüşmeden elde edilen bir boyuttur. Yapılan görüşmede, MÖA1 fonksiyon kavramı ile ilgili bilgileri ortaöğretimde ezbere dayalı ve yüzeysel bir şekilde öğrendiğini, sahip olduğu bu bilgilerin lisans öğrenimindekilere göre çok yüzeysel kaldığını söylemiştir. Ayrıca lisans öğrenimindeki derslerin ortaöğretime göre daha üst düzeyde olduğunu söyleyen MÖA1, bu nedenlerden dolayı lisans öğreniminde fonksiyon kavramı ile ilgili öğrenmelerinde zorluk yaşamıştır.

Böylece MÖA1 ile yapılan görüşemeden zorlanmaya neden olma boyutunun ön bilgilerin yeterli olmaması alt boyutu ile üst düzey bilgiler alt boyutu elde edilmiştir. MÖA1' in ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA1: *Ön bilgilerimin etkisi mi? Hımm… Aslında lisede fonksiyonlarla ilgili her şey yüzeyseldi bence. Lisedekiler şuan baktığım zaman çok havada kalıyor. Eskiden daha ezbere dayalı öğrenmiştim. Şimdi her şey daha ağır, liseden bildiklerim yetmiyor tabi burada. İlk başta ders işlendiğinde zorlandım o yüzden.*

4.1.2 Kısmen Yarar Sağlama Alt Kategorisi

- **Kısmen yarar sağlama alt kategorisi bilgi düzenlemesi boyutu:**

MÖA lar ile yapılan görüşmelerde, lisans öğrenimlerinde fonksiyon kavramı ile ilgili kendilerine farklı gelen noktalarda mevcut bilgilerini gözden geçirdiklerini belirten ifadelerde bulunmuşlardır.

Konuşmasının başlarında sahip olduğu ön bilgilerin yeni öğrenmelerinde kafa karışıklığına neden olduğunu belirten MÖA3, bu durumu gidermek için ortaöğretimden sahip olduğu kafasını karıştıran ön bilgileri unutmaya çalıştığını ifade etmiştir. MÖA3' ün sahip olduğu ön bilgiler, yeni öğrenme sürecinde bilgi yönetimi yapmasına neden olmuş; hatta MÖA3 mevcut bilgilerini unutmaya çalışmıştır. Bilgi yönetimi boyutu isimlendirilirken Jarnett' in (1996) bilgi yönetimi ile ilgili yaptığı tanım göz önünde bulundurulmuştur. Jarnett' e (1996) göre bilgi yönetimi, bilginin tanımlanması, yorumlanması, kullanımı ve bunun sonucunda ortaya çıkan bilgi yaratımıdır.

MÖA3, konuşmasının devamında sahip olduğu ön bilgilerin kısmen yararının olduğunu belirten ifadelerde bulunmuş, eğer ön bilgileri olmasaydı yeni öğrendiği bilgileri anlamadan ezberleyeceğini söylemiştir. Bu nedenle MÖA3' dan elde edilen bu veriler kısmen yarar alt kategorisi içinde değerlendirilmiştir. Böylece bilgi yönetimi boyutunun yanlış ön bilgileri unutmaya çalışmak alt boyutu ortaya çıkmıştır. MÖA3' ün ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA3: *... Bu yüzden önce bocaladım, lisedekileri unutmaya çalıştım. Çünkü soru çözerken lisedekiler aklıma geldikçe kafam daha çok karıştı. O yüzden burada öğrendiklerime daha çok odaklanmaya çalıştım. Ama önceki bilgilerimin hiç yararı olmadı da diyemem. Lisedeki fonksiyon tanımı kafamda olmasa ben burada da sırf ezbere gidecektim.*

Bu alt boyutun oluşmasında MÖA2 ile yapılan görüşmeden elde edilen veriler de katkı sağlamıştır. MÖA2' nin söyledikleri aşağıdaki gibidir:

MÖA2: … *Lisedeyken hiç nedenini anlamadan ezber yapıyorduk. Burada ise nedenini sormaya başladık. Yani, bir altyapı vardı. Değişiklikler olarak yeni bilgiler eklendi. Örneğin fonksiyon için eşleme kelimesini kafamdan sildim.*

MÖA2, yapılan görüşmede ayrıca, fonksiyon kavramı ile ilgili farklı gelen öğrenmeleri ile önceki bilgileri bağdaştırmış ve yeni bilgileri bu şekilde öğrendiğini söylemiştir. Yani MÖA2' nin sahip olduğu bilgiler, Piaget' in kuramında belirttiği gibi lisans öğrenimindeki öğrenmeler için "şema" görevini üstlenmiştir. MÖA2 bazı yeni bilgileri, sahip olduğu ön bilgiler aracılığı ile özümsemiştir. Ancak MÖA2' nin sahip olduğu ön bilgilerin yeni öğrenmeleri için uygun olmadığını söylediği durumlar da vardır. Bunları da MÖA2 uyumsama ile öğrenmiştir.

Bu nedenle elde edilen bulgular kısmen yarar alt kategorisi içinde değerlendirilerek bilgi yönetimi boyutunun dengeleme alt boyutu elde edilmiştir. MÖA2'nın ifadesi şöyledir:

MÖA2: *Lisede A'nın her elemanı B'in bir tek elemanına gider diye öğrenmiştik; burada da bunu, bağıntının fonksiyon olma şartı olarak tanımladık. A'nın her elemanı B'in bir tek elemanına gider diye bildiğim için bunu oturtmuş oldum… Burada fonksiyonun bir kümeyi diğer bir kümeye eşleyen bir işlem olmadığını, aslında bazı özellikleri sağlayan bir bağıntı olduğunu öğrendik.*

- **Kısmen yarar sağlama alt kategorisi fikir verme boyutu:**

MÖA' lar yapılan görüşmelerde sahip oldukları ön bilgilerin, karşılaştıkları yeni kavramları anlamaları konusunda fikir verdiğini ifade etmişlerdir. Böylece fikir verme boyutunun yeni kavramları anlama alt boyutu elde edilmiştir.

MÖA4, birebir eşleme kavramını ortaöğretimde öğrenmediğini, bu yüzden ilk kez karşılaştığı bu kavramı öğrenmede zorluk yaşadığını, ancak bu kavramla ilgili olan ve daha önceden öğrenmiş olduğu birebir fonksiyon ve örten fonksiyon kavramlarının, bu yeni kavramı öğrenmesinde kısmen yararlı olduğunun söylemiştir. MÖA4' ün ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA4: *... Bir de liseden birebir eşleme diye bir şeyi bilmiyordum. Birebir ve örten fonksiyon olunca ona birebir eşleme dendiğini burada öğrendim. Mesela ilk geldiğimde bu birebir eşlemedir denilse ne dendiğini anlamıyordum. Bunlarda ön bilgim olmadığı için öğrenmede zorluk yaşadım. Lisede birebir fonksiyonu, örten fonksiyonu öğrenmiştik. Onlar da burada işlediğimiz gibi değildi daha basit açıklamıştık ama yine de birebir eşlemeyi anlamama biraz katkısı oldu.*

MÖA5 da, ön bilgilerinin yeni kavramları anlamada fikir verdiğini düşünmektedir. MÖA5' in yeni kavramları anlama alt boyutu ile ilgili elde edilen ifadesi şöyledir:

MÖA5: *…Burada öğrendiklerimiz ile lisedekiler birebir örtüşmese de en azından kafamızda o fikir var sonuçta.*

MÖA' lar, lisans öğrenimlerinde kullanılan matematiksel ifadelerin kendilerine farklı geldiğini; ancak kavramlar ile ilgili sahip oldukları temel bilgilerin, tam olarak anlayamadıkları matematiksel ifadeleri yorumlayıp anlamalarına yardımcı olduğunu söylemişlerdir. Böylece ön bilgilerin matematiksel ifadeleri yorumlama konusunda fikir verdiği anlaşılmış ve fikir verme boyutunun matematiksel ifadeleri yorumlama alt boyutu elde edilmiştir. Bunun ile ilgili MÖA4 ile yapılan görüşmeden yapılan alıntı aşağıdadır:

MÖA4: *...Tanımlar da daha matematiksel olduğu için sınava çalışırken mesela tanımı okuduğumda anlayamadım. Ama liseden bunların ne olduklarını hatırladıkça tam örtüşmeyen, ilişki kuramadığım yerler olsa da yararı oldu anlamamda.*

4.1.3 Olumlu Etki Alt Kategorisi

MÖA' lar ile yapılan görüşmelerdeki ifadelerden ön bilginin olumlu etkilerinin de olduğu görülmüş; olumlu etki alt kategorisi oluşturularak sorgulama yeteneği kazandırma ve öğrenmeye yardımcı olma boyutları üzerinden incelenmiştir.

- **Olumlu etki alt kategorisi sorgulama yeteneği kazandırma boyutu:**

MÖA3 ile yapılan görüşmede sahip olunan ön bilgilerin sorgulama yeteneği kazandırması boyutuna ulaşılmıştır. MÖA3 sahip olduğu ön bilgilerle, lisans programında öğrendiklerini kıyaslamış; farklı gelen noktalarda sorgulayarak öğrenmeye çalışmıştır. MÖA3 sahip olduğu ön bilgilerin, lisans programında karşılaştığı bilgileri ezberlemeden öğrenmesini sağladığını söylemiştir. Böylece sorgulama yeteneği kazandırma boyutunun ezberden kaçınma alt boyutu elde edilmiştir.

Ayrıca MÖA3 karşılaştığı yeni bilgilerle, sahip olduğu ön bilgilerin farklı çıkması sonucunda kendisinde bir araştırma isteği oluştuğunu belirtmiştir. Bu durum sorgulama yeteneği kazandırma boyutu içinde düşünülerek araştırma isteği verme alt boyutunu ulaşılmıştır.

MÖA3' ün sorgulama yeteneği kazandırma boyutunu oluşturan ezberden kaçınma ve araştırma isteği verme alt boyutları ile ilgili ifadeleri şunlardır:

MÖA3: *Lisedeki fonksiyon tanımı kafamda olmasa ben burada da sırf ezbere gidecektim. Hiç sorgulamadan buradakini ezberleyecektim. Buradaki tanımın farklı çıkması bile benim sorgulamamı sağladı. Bir araştırma isteği verdi bana. Hiçbir bilgim olmadan gelseydim burada söylenenleri evet bu böyledir diyerek ezberleyecektim sorgulamadan. Kafam karışmıştı ama, niye böyledir dememi sağladı, ben yanlış mı öğrendim acaba diye düşünüp sorgulamamı sağladı bu karışıklık.*

- **Olumlu etki alt kategorisi öğrenmeye yardımcı olma boyutu:**

MÖA' lardan elde edilen verilere göre ön bilginin olumlu etkisinin bir boyutu öğrenmeye yardımcı olmadır. MÖA' lar farklı alt boyutları dile getirerek ön bilgilerinin öğrenmelerine yardımcı olduğunu söylemişlerdir. MÖA' ların ön bilgilerinin öğrenmeye yardımcı olduğunu düşündükleri alt boyutlar şunlardır:

  - Konuya aşina olma
  - Temel oluşturma

- Anlamayı kolaylaştırma
- Zihinde canlandırmayı sağlama

MÖA4, lisans programında öğrendikleri ile ortaöğretimden sahip olduğu bilgilerin çoğunun ortak olduğunu, lisans programındakilerin ifade edilişleri farklı olsa da ön bilgilerinin bunları öğrenmeye yardım ettiğini söylemiştir. MÖA4' ün ifadelerine göre sahip olduğu ön bilgiler, yeni öğrendiklerine aşina olmasını sağlayarak öğrenmesine yardımcı olmuştur. Böylece öğrenmeye yardımcı olma boyutunun konuya aşina olma alt boyutu elde edilmiştir. MÖA4' ün bu alt boyut ile ilgili ifadeleri aşağıdadır:

MÖA4: *Önceden bilgi sahibi olmam öğrenmeme yardımcı oldu. Çoğu şeyin birebir örten fonksiyonun falan tanımını önceden biliyoruz, burada da sadece matematiksel olarak ifade ettik ama konuya tamamen yabancı değiliz sonuçta. Lisedeki bilgilerimiz yardımcı oluyor. Tabi değişen noktalarda pek öyle olmuyor…*

MÖA5 da, lisans öğreniminde fonksiyon ile ilgili öğrenmelerinde yabancılık çekmediğini, içerik olarak neler ile karşılaşacağını önceki öğrenmeleri sayesinde bildiğini söylemiştir. MÖA5' in ifadelerinden de, sahip olduğu önbilgilerin konuya aşina olmasını sağladığı anlaşılmıştır. MÖA5' in konuya aşina olma alt boyutunun oluşmasına katkı sağlayan ifadeleri şunlardır:

MÖA5: *Buradaki ile birebir örtüşmese de en azından kafamızda o fikir var sonuçta. Mesela lisede fonksiyon kavramı ilk işlendiğinde biz ismini bile zor söylüyorduk. Ama şimdi fonksiyon denildiğinde o yabancılığı yaşamadık, anlatılırken az çok nelerin üzerinde çalışacağımızı biliyorduk. Bu da tabi olumlu oldu.*

Yapılan görüşmelerde MÖA2 sahip olduğu ön bilgilerin, bir altyapı oluşturarak lisans öğreniminde fonksiyon kavramı ile ilgili öğrenmelerini olumlu etkilediğini söylemiştir. Bu sayede öğrenmeye yardımcı olma boyutunun temel oluşturma alt boyutu elde edilmiştir. Bu alt boyutun oluşmasında etkisi olan MÖA2' nin ifadesi aşağıdadır:

MÖA2: *…Fonksiyonun bir kümeyi diğer bir kümeye eşleyen bir işlem olmadığını aslına bazı özellikleri sağlayan bir bağıntı olduğunu öğrendik. Yani, bir altyapı vardı. Değişiklikler olarak yeni bilgiler eklendi. Öncekiler de genel olarak bir temel oluşturdu.*

Öğrenmeye yardımcı olma boyutu anlamayı kolaylaştırma alt boyutunun elde edilmesinde MÖA4' ün ifadeleri katkı sağlamıştır. MÖA4, daha önce ortaöğretimde öğrenmediği konuları lisans öğreniminde gördüğünde öğrenmekte zorluk yaşadığını, önceden bildiği konular da ise lisans öğreniminde çok zorlanmadan kavradığını belirtmiştir. Böylece anlamayı kolaylaştırma alt boyutuna ulaşılmıştır. MÖA4' ün söyledikleri şöyledir:

MÖA4: *...biz kısıtlama genişlemeyi lisede görmedik mesela, burada zorlandığım konulardan bir tanesi buydu. Diğerlerinde ön bilgim olduğu için çok fazla kavramakta zorlanmadım. Ama bunda tanımını ilk okuduğumda anlamadım. Uygulama derslerinde çözdüğümüz sorulara bakarak anlayabildim ancak. Yani lisede görüp geldiğim diğer konularda tanımı okuyup anlayabiliyorken bunda tanımı okuyunca anlayamadım.*

MÖA5, sahip olduğu ön bilgilerin yeri geldikçe zihninde canlandığını, böylece lisans programındaki öğrenmelerini olumlu etkilediğini söylemiştir. Böylece öğrenmeye yardımcı olma boyutunun zihinde canlandırma alt boyutu elde edilmiştir. MÖA5' in ifadesi şu şekildedir:

Araştırmacı: *Ortaöğretimden sahip olduğun bilgiler buradaki öğrenmelerini nasıl etkiledi?*

MÖA5: *Yani sonuçta olumlu etkiledi. Kafamızdaki her şey şekilselde olsa sonuçta hiç bilmediğimiz bir şeyi öğrenmiyoruz. Yani sonuçta bir şeyler getirdik. En azından fonksiyon çeşitleri dendiğinde kafamızda belli şeyler canlanıyor ya da fonksiyon denildiği zaman kafamızda belli şeyler canlanıyor. Ben kafamda canlandırınca da burada yeni bir şey söylense bile kafamdakiyle ilişkilendirip söylenenin ne olduğunu daha kolay öğrenebiliyorum.*

MÖA ile yapılan görüşmelerden elde edilen verilere göre, MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin, lisans programında fonksiyon kavramını öğrenmeleri üzerinde büyük bir etkisi bulunmaktadır. Dochy, Segers ve Buehl' in (1999) çalışmasında ön bilgi ile ilgili araştırmaların çoğunda, ön bilginin kuvvetli olarak öğrenmeyi etkilediği söylenmiş; yapılan araştırmaların % 91,5' luk bir kısmında ön bilginin pozitif etkisi olduğu, diğer kısmında da negatif etkisinin olduğu veya hiç etkisinin olmadığı belirtilmiştir. Yapılan bu çalışma ile de MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin, lisans programında fonksiyon kavramını öğrenmeleri üzerinde olumlu ve olumsuz etkilerinin olmasının yanı sıra kısmen yarar sağladığı durumlar olduğu görülmüştür. Dochy ve Alexander' ın (1995) araştırmasına göre ön bilginin etkisi; ön bilginin öğrenmeyi kolaylaştırıcı doğrudan etkisi, ön bilginin niteliğinin etkisi ve bunlar arasındaki etkileşimin etkisi olmak üzere üç bölüme ayrılmıştır. MÖA' lar ile yapılan görüşmeler sonucunda farklı farklı etkilerin gözlenmiş olmasının, MÖA' ların ön bilgilerinin niteliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Ön bilginin fonksiyon kavramını öğrenme sürecindeki olumlu etkisi olarak MÖA' ların öğrenmelerinde yardımcı olduğu ve onlara sorgulayıcı yetenek kazandırdığı görülmüştür. Ausubel' e göre yeni bilgilerin öğrenilmesi, bilişsel yapıda var olan bilgilerle birleşip anlam kazanmasıyla gerçekleşmektedir. MÖA' lar sahip oldukları ön bilgilerden farklı öğrenmelerle karşılaştıklarında, araştırıp kendi bilgileri ile kıyaslayarak anlamaya çalışmışlardır. Bu da ön bilgilerin sorgulama yeteneği kazandırmasını ve öğrenmeyi olumlu etkilemesini sağlamıştır. Dochy (1992) ve Moerkerke (1996) ön bilginin, öğrenme üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu söylemişlerdir. Ayrıca Gagne, Piaget, Bloom, Bruner, Vygotsky gibi birçok eğitim bilimcisi de ön bilginin öğrenmede olumlu etkisi olduğu kanısındadır. Yapılan bu çalışmada elde edilen verilere göre de ön bilgiler, öğrenmeyi kolaylaştırıcı etkiler göstererek öğrenmeyi olumlu etkilemiştir.

Ön bilginin fonksiyon kavramını öğrenme sürecindeki olumsuz etkisi olarak MÖA' larda kafa karışıklığı ve yeni bilgileri öğrenmede zorlanma görülmüştür. Elde edilen verilere göre lisans programındaki öğrenme ortamının

neyin nereden geldiğini, nedenini soran, sorgulayıcı nitelikte olması, lisans öğrenimlerinde fonksiyon kavramı ile ilgili tanımlamaların, gösterimlerin daha matematiksel olması, MÖA' lara ortaöğretimdeki öğrenme ortamlarından farklı gelmiştir. Bu da daha çok ezbere dayalı ön bilgilere sahip MÖA' lar için kafa karışıklığına neden olmuştur. Fischbein (1987) ve Simons (1999) ön öğrenmeler ile oluşan bilgilerin değişime dirençli olabileceğini söylemiştir. MÖA' ların ön bilgileri, daha farklı bilgilerle karşılaştıklarında direnç göstermiş; bu da kafa karışıklığına neden olmuştur. Senemoğlu' na (1997) göre ön öğrenmeler, yeni öğrenmelerin hazırlayıcısı ya da olanaklı kılıcısıdır. MÖA' lar ile yapılan görüşmelerde de fonksiyon kavramı ile ilgili yeterli ön bilgiye sahip olunmadığında, üst düzey yeni öğrenmelere hazır olunmadığı ve öğrenmede zorluk yaşandığı görülmüştür.

Ayrıca MÖA' lar yanlış veya eksik öğrendikleri bilgilerin farkına vararak sahip oldukları bilgileri düzenlemişlerdir. Ön bilgiler yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabilmektedir (Dochy, Moerkerke ve Segers, 1999). MÖA' lar da mevcut bilgilerini düzenleyerek ön bilgilerinin yeni karşılaştıkları bilgileri öğrenmelerine engel olmamasını sağlamışlardır. Sahip olunan ön bilgiler ayrıca, yeni kavramları anlamada ve matematiksel ifadeleri yorumlamada fikir vererek kısmen yararlı bir etki göstermiştir.

Fonksiyon kavramı hakkında sahip olunan ön bilgilerin öğrenme sürecindeki etkisini daha iyi inceleyebilmek için MÖA' lara fonksiyon kavramı hakkında sahip oldukları ön bilgileri ortaya çıkarmaya ve MÖA' ların lisans programında öğrendikleri bilgilerin durumu hakkında fikir sahibi olmaya gerek duyulmuştur. Bu sayede ön bilgilerinin, öğrenme süreçlerindeki etkisi hakkında görüşlerini belirten MÖA' ların, gerçekten söyledikleri ön bilgilere veya lisans programında öğrendiği bilgilere sahip olup olmadıklarının görüleceği ve bunların birbirini nasıl etkilediğinin daha iyi anlaşılacağı düşünülmüştür. Bu nedenle MÖA' lara bu kavramı ortaöğretimde ve lisans programında nasıl öğrendiklerini açığa çıkaracak sorular sorulmuştur.

4.2 Fonksiyon Kavramı ile İlgili Kavramsal Bilgi ve Kavramsal Ön Bilgi

MÖA' ların lisans öğrenimlerinde öğrendikleri fonksiyon kavramının tanımı ile ilgili bilgilerinin ne durumda olduğunu açığa çıkarmak için MÖA' lara;

> "Lisans öğreniminizin bu döneminde işlenen fonksiyon kavramının tanımını nasıl yaptınız?"

diye sorulmuştur. Yapılan görüşmelerde bu sorudan elde edilen veriler fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi kategorisini ve bu kategori ile ilgili alt kategorileri ve boyutları oluşturmuştur. Smith ve Ragan (2005)'a göre kavramsal bilginin durumu; öğrenenlerin tanımlaması, tarif etmesi, özetlemesi ve bilgileri listelemesi ile anlaşılabilmektedir. MÖA' ların kavramsal bilgileri incelenirken Smith ve Ragan (2005)' nın tanımında belirttiği özelliklere dikkat edilmiştir.

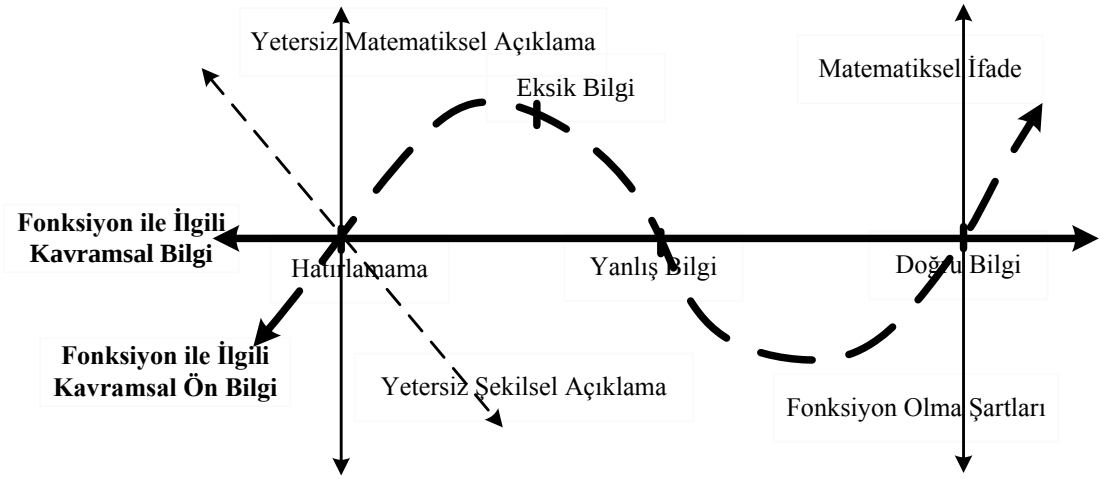
MÖA' ların fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerinin durumunu daha iyi görebilmek için MÖA' lara;

> " Ortaöğretimde fonksiyon kavramının tanımını nasıl yapmıştınız? "

diye sorulmuştur. Bu sorudan elde edilen veriler de fonksiyon ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisini ve bu kategori ile ilgili alt kategorileri oluşturmuştur.

Dochy' ye (1992) göre kavramsal bilgi, ön bilgiyi oluşturan yapılardan biridir. Yapılan araştırmada da hem lisans programında, hem de ortaöğretimde öğrenilen bilgilerin durumu hakkında bilgi sahibi olunmak istendiğinden kategorileri birbirinden ayırt etmek için lisans programındaki bilgiler kavramsal bilgi, ortaöğretimden sahip olunan bilgiler kavramsal ön bilgi olarak isimlendirilmiştir.

Fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorilerinden ortak alt kategoriler elde edilmiş; böylece ön bilgiler ile lisans programında öğrenilen bilgilerin ilişkisi açığa çıkarılmaya çalışılmıştır. Fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri ve bunlara ait alt kategorilerle boyutlar aşağıdaki şekilde verilmiştir:



Şekil 4.2.1 Fonksiyon kavramı ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi ilişkisi

Yukarıda verilen şekilde fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi kategorisi ve bunun boyutları düz çizgilerle, fonksiyon ile ilgili kavramsal ön bilgi ve hatırlamama alt kategorisindeki boyutu kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ana kategorilerle boyutları daha iyi ayırt edebilmek için de ana kategoriler kalın, alt kategorilerin boyutları da daha ince çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca ortak olan alt kategorilerde ve boyutlarda eğriler kullanılmış; böylece kategoriler arasındaki ilişkilerin daha iyi görülebileceği düşünülmüştür. Hatırlamama, yanlış bilgi ve doğru bilgi alt kategorileri fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi kategorisi ve kavramsal ön bilgi kategorisinin ortak alt kategorileri olduğundankategorilerin eksenleri bu noktalarda kesiştirilerek çizilmiştir. Herbir kategori daha detaylı olarak konu içinde açıklanmıştır. Fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi kategorisi ve kavramsal ön bilgi kategorisi, alt kategorileri ve boyutları ile birlikte aşağıda incelenmiştir.

4.2.1 Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi

Yapılan görüşmelerde MÖA' lara sorulan "Lisans öğreniminizin bu döneminde işlenen fonksiyon kavramının tanımını nasıl yaptınız?" sorusuna verilen yanıtlardan elde edilen verilerden fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi kategorisi

oluşmuştur. Araştırmanın yapıldığı fakültede takip edilen derslerde görüldüğü gibi fonksiyon tanımı;

"A ve B iki küme; f, A dan B ye bir bağıntı olsun. Eğer her a∈ A için (a,b) ∈ f olacak şekilde bir tek b∈ B varsa f ye A dan B ye bir fonksiyon denir ve f: A→B ile gösterilir."

şeklinde yapılmıştır. MÖA' ların cevapları bu tanım ile karşılaştırılarak fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi durumları hakkında bilgi sahibi olunmuş ve alt kategoriler oluşturulmuştur. Fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi kategorisine ait alt kategoriler ve boyutlar, aşağıda bulguları ile başlıklar altında incelenmiştir:

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi:**

Sorulan soruya doğru yanıt veren MÖA' lardan elde edilen verilerle doğru bilgi alt kategorisi oluşmuştur.

MÖA' lar fonksiyon kavramını, derste öğrendikleri şekilde matematiksel ifadelerle ve fonksiyon olma şartları ile açıklamışlardır. Böylece doğru bilgi alt kategorisinin "matematiksel ifade" ve "fonksiyon olma şartları" boyutları oluşmuştur. MÖA2 ve MÖA3' ün matematiksel ifade boyutunu oluşturan cevapları aşağıdaki gibidir:

MÖA2: *A ve B herhangi iki küme olsun dedik. f de A' dan B' ye bir bağıntı olsun. Bu f bağıntısının A' dan B' ye bir fonksiyon olabilmesi için her a∈ A için (a,b) ∈ f olacak şekilde bir tek b ∈ B' nin var olması gerektiğini söyledik. Fonksiyonu bu şekilde tanımladık.*

MÖA3: *Bir bağıntı tanımladık. f: A→ B bir bağıntı olsun dedik. Her a∈ A için (a,b) ∈ f olacak şekilde bir tek b∈ B varsa f fonksiyondur dedik.*

Araştırmanın yapıldığı fakültedeki derslerde bir bağıntının fonksiyon olabilmesi için şunlar söylenmiştir:

"A ve B herhangi iki küme, f de A' dan B' ye bir bağıntı olsun. f bağıntısının fonksiyon olabilmesi için gerek ve yeter şart

(i) Her $a \in A$ için $(a,b) \in f$ olacak şekilde $b \in B$' nin var olması

(ii) $a_1, a_2 \in A$ için $a_1 = a_2$ iken $f(a_1) = f(a_2)$ olmasıdır. "

Fonksiyonun tanımını yaparken yukarıdaki bilgileri kullanan MÖA' ların cevaplarından elde edilen veriler "fonksiyon olma şartları" boyutu altında incelenmiştir.

MÖA2 konuşmasının devamında fonksiyon kavramını fonksiyon olma şartları ile tanımlamıştır. MÖA5' in aklına ilk olarak fonksiyon olma şartları gelmiştir ve tanımı da bu şekilde yapmıştır. Fonksiyon olma şartları boyutunu oluşturan MÖA2 ve MÖA5 fonksiyon tanımını aşağıdaki gibi yapmışlardır:

MÖA2: *Ayrıca f: A→ B şeklinde tanımlanır dedik. Ayrıca başka bir şekilde de şöyle tanımladık: A ve B herhangi iki küme olsun, f de A' dan B' ye bir bağıntı olsun. f bağıntısının A' dan B' ye bir fonksiyon olması için gerek ve yeter şart iki tane kuralımız var: Her a∈ A için (a,b) ∈ f olacak şekilde b ∈ B' nin var olması gerektiği ve $a_1=a_2$ iken $f(a_1)= f(a_2)$ olması gerektiğidir. Bunları burada öğrendim.*

MÖA5: *Evet iki tane madde üzerinden yaptık. Biri iyi tanımlılık şartıydı. f bir fonksiyon olmak üzere $x_1= x_2$ ise $f(x_1)= f(x_2)$ olması gerekiyor. Yani bir elemanın bir tane görüntüsü olabilir, birden fazla görüntüsü olamaz. Biz bunu iyi tanımlılık diye tanımladık derste. 2. Madde de; tanım kümesi diye tanımladığımız kümede yani x' leri seçtiğimiz kümede görüntüsü olmayan bir eleman olmayacak, yani her elemanın mutlaka bir görüntüsü olacak. Bunları sağlıyorsa fonksiyon olur.*

- **Yanlış Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA1 lisans öğreniminde öğrenmiş olduğu fonksiyon tanımını aşağıdaki gibi yapmıştır:

MÖA1: *A tanım kümesi, B değer kümesi olsun. Her x∈ A için f(a)= b olacak şekilde en az bir b∈ B bulabiliyorsak buna fonksiyon denir.*

Fonksiyon tanımı derste "A ve B herhangi iki küme, f de A' dan B' ye bir bağıntı olsun. Eğer her a∈ A için (a,b) ∈ f olacak şekilde bir tek b∈ B varsa f' ye, A' dan B' ye fonksiyon denir ve f: A→B ile gösterilir." şeklinde yapılmıştır ve derste dağıtılan çalışma kağıtlarında da bu tanım birçok kez tekrar edilerek pekiştirilmeye çalışılmıştır. MÖA1' in "*en az bir b∈ B"* ifadesi yanlış bilgi alt kategorisini oluşturmuştur

- **Hatırlamama Alt Kategorisi**

MÖA4 lisans programında işlenen derslerde gördüğü fonksiyon tanımını hatırlayamamış; aklına gelen yetersiz matematiksel ifadelerle açıklamaya çalışmış ancak lisans programındaki derslerde işlenen şekliyle tanımı yapamamıştır. Böylece hatırlamama alt kategorisinin yetersiz matematiksel açıklama boyutu elde edilmiştir. Tam olarak tanımı ifade edemeyen MÖA4, daha önceden aklında kalan bilgilerle fonksiyon kavramını açıklamıştır. MÖA4 ile yapılan görüşmede şu konuşmalar geçmiştir.

MÖA4: *Kafamda toparlayamadım şimdi sorunca… x ∈ A olmak üzere… her x∈ A için (x,y) olmak üzere gibi bir şeyler diyorduk y ∈B alıyorduk. f: A→B bir fonksiyon oluyordu. Ya aslında bağıntıdan falan da bahsetmiştik. Tam hatırlayamadım.*

Araştırmacı: *Aklındaki nedir fonksiyon kavramı ile ilgili peki?*

MÖA4: *Tanım kümesinde boşta eleman kalmayacak, her eleman yalnızca bir elemana gidecek, öyleydi…*

4.2.2 Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi

Yapılan görüşmelerde " Ortaöğretimde fonksiyon kavramının tanımını nasıl yapmıştınız?" sorusuna MÖA' ların verdiği cevaplar fonksiyon kavramı ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisini oluşturmuştur. MÖA' ların ortaöğretimden sahip olduğu bilgiler lisans öğrenimlerinde kullanabilecekleri ön bilgileri oluşturduğu için bu şekilde

kategorilendirilmiştir. Ortaöğretim ders kitaplarında bulunan ve derslerde işlenen fonksiyon tanımı aşağıdaki gibidir:

" $A \neq \emptyset$ ve $B \neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesinin her elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A' dan B' ye bir fonksiyondur denir. A dan B ye f fonkiyonu, f: $A \rightarrow B$ veya f: $x \rightarrow y$ biçiminde gösterilir. $y= f(x)$ yazılır. $x \in A$ ve $y = f(x) \in B$ dir (MEB, 2011). "

MÖA' lar ile yapılan görüşmelerden elde edilen veriler de bu tanım ile kıyaslanarak alt kategoriler oluşturulmuştur. Alt kategoriler oluşturulurken Smith ve Ragan (2005)' nın kavramsal bilginin durumunun anlaşılması hakkında söyledikleri gibi, öğrenenlerin tanımlaması, tarif etmesi, özetlemesi ve bilgileri listelemesi gibi ölçütler göz önünde tutulmuştur. Fonksiyon ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisine ait alt kategoriler aşağıda incelenmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi:**

MÖA2 ve MÖA5 ortaöğretimde fonksiyon kavramının tanımını nasıl öğrendiklerini doğru bir şekilde hatırlamış ve tanımı doğru olarak yapmışlardır.

MÖA2 cümlelerini tam olarak toparlayamasa da genel olarak fonksiyon kavramını nasıl öğrendiklerini doğru bir şekilde tarif etmiştir. MÖA2, ortaöğretimden öğrendiği fonksiyon tanımını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

MÖA2: *Lisede şöyle tanımlamıştık. A ve B iki küme, A' nın elemanlarını B' ye gidecek şekilde ve bu A' nın elemanlarının B' de tek bir görüntüsü vardır dedik. Bunu da görüntüye giden şeklinde açıkladık f(x)=y şeklinde. Fonksiyon, A kümesindeki bir elemanı B kümesindeki bir elemana taşıyan işlemi görüyordu.*

MÖA5 ortaöğretim ders kitaplarında işlendiği gibi bir tanım yapmıştır. Konuşmasının devamında ortaöğretimden bildiği tanımın, ilk kez lisans programında karşılaştığı iyi tanımlılık kavramına aşina olmasını sağladığını söylemiştir. Daha önceden bildiği tanımda da iyi tanımlılık şartının sağlandığının farkına varan MÖA5 için, fonksiyon kavramı hakkındaki ön bilgilerinin bu bağlamda olumlu etki sağladığını söylemek mümkündür. MÖA5' in söyledikleri aşağıda verilmiştir:

MÖA5: *A kümesinin her elemanını, B kümesinin yalnız ve yalnız bir elemanıyla eşleyen bağıntıya fonksiyon denir. Bunu biraz maddeleştirdik burada ve burada isim verdik. İyi tanımlılık gibi bir şeyden bahsetmemiştik lisedeyken burada bahsettik. Aslında lisede söylediğimiz tanımda da iyi tanımlılık şartı sağlandığını gördüm.*

- **Yanlış Bilgi Alt Kategorisi:**

Yapılan görüşmede MÖA4' ün verdiği cevaptan fonksiyonun aslında bir bağıntı olduğunun farkında olmadığı anlaşılmıştır. Daha önce sorulan lisans programındaki tanımı yapmasını istediğimiz soruda verdiği cevapta kullandığı, ortaöğretimden sahip olduğu bilgisini, konuşmasının devamında da aynı şekilde tekrar söylemiştir. Bu nedenle bu bilgiyi ezbere bildiği ve fonksiyonun aslında bir bağıntı olduğunun farkında olmadığı düşünülmüştür. MÖA4 tanımı doğru bir şekilde ifade edememiştir. MÖA4 ile geçen konuşmalar şu şekildedir:

MÖA4: *Lisede… A ve B iki küme olsun. f: A→B tanımlanan bir fonksiyon olsun. İşte A' daki her eleman B' den yalnız bir elemana gidecek.*

Araştırmacı: *f: A→B tanımlanan bir fonksiyon olsun dedin. Burada f nedir yani aslında?*

MÖA4: *f, burada fonksiyondur yani…*

- **Eksik Bilgi Alt Kategorisi:**

MÖA3 yapılan görüşmede fonksiyon tanımını fonksiyon olma şartları ile açıklamaya çalışmıştır. Bu bilgi lisans programında öğrenilmesine rağmen okuldan okula öğrenmeler farklılık gösterebileceğinden MÖA3' ün bunu ortaöğretimde de öğrenmiş olabileceği düşünülmüştür. Ancak MÖA3 fonksiyon olma şartları olarak kabul edilen şartlardan "Her a∈ A için (a,b) ∈ f olacak şekilde b ∈ B' nin var olması" şartını söylememiştir. Bu nedenle cevabı eksik bilgi alt kategorisinde değerlendirilmiştir. MÖA3' ün ifadesi şöyledir:

MÖA3: *Lisede fonksiyonu tanımlarken çok fazla detaya inmiyorduk, ezbere gidiyorduk. $a_1, a_2 \in A$ için $a_1 = a_2$ iken $f(a_1) = f(a_2)$ ise f bağıntısı bir fonksiyondur demiştik.*

- **Hatırlamama Alt Kategorisi:**

MÖA1' ya ortaöğretimde fonksiyon kavramının tanımını nasıl yapmıştınız diye sorulduğunda, birbirinden kopuk görsel hatırlamalarla cevap vermiş ve şekilsel bir şekilde açıklamaya çalışmıştır. Böylece yetersiz şekilsel açıklama boyutu elde edilmiştir. Ancak tam olarak hatırlayamadığından tanımı düzgün bir şekilde ifade edememiştir. MÖA1' in ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA1: *Bir Venn şeması çizmiştik o A idi; bir tane daha çizmiştik o da B idi. A' dan B' ye bir tane ok, orda bir f. Fonksiyon ile ilgili sadece bu beliriyor.*

Fonksiyon kavramının lisans programında ve ortaöğretimde öğrenilen tanımları ile ilgili MÖA' ların bilgileri hakkında fikir sahibi olmak için sorulan sorulardan elde edilen veriler; sahip olunan ön bilgilerin, bu kavramın tanımının öğrenilmesindeki etkisinin incelenmesine katkı sağlamıştır. Elde edilen bulgular, fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisindeki bulguları desteklemektedir. Daha önceden sahip oldukları ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenmelere yardımcı olduğunu söyleyen MÖA2 ve MÖA5; hem ortaöğretimde öğrendikleri tanımı, hem de lisans programında öğrendikleri tanımı doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. Bu durum ortaöğretimdeki bilgi doğru bir şekilde öğrenildiğinde, lisans programındaki öğrenmelerin olumlu etkilendiğini düşündürmüştür. Böylece daha önceden oluşturulan ön bilginin etkisi kategorisindeki olumlu etki alt kategorisi desteklenmiştir. Ayrıca elde edilen bulgular, ön bilginin öğrenmede olumlu etkisi olduğunu söyleyen Dochy (1992) ve Moerkerke (1996)' nin çalışmaları ve Gagne, Piaget, Bloom, Bruner, Vygotsky gibi birçok eğitim bilimcisinin görüşleri ile uyum içerisindedir.

Ön bilginin etkisinin incelendiği bölümde sahip olduğu ön bilgilerin kafa karışıklığına neden olduğunu söyleyen MÖA4, ortaöğretimde öğrendiği fonksiyon kavramının tanımını yanlış bir şekilde ifade etmiş; lisans programında öğrendiği tanımı da hatırlayamamıştır. Bu nedenle ön bilgiler doğru öğrenilemediğinde, bu durumun sonraki öğrenmelerde kafa karışıklığı gibi problemlere neden

olabileceği; hatta yeni bilgilerin, MÖA4' da olduğu gibi kolay kolay yapılanamayacağı söylenebilir. Senemoğlu' nun (1997) çalışmasında söylediği gibi ön öğrenmeler, yeni öğrenmelerin hazırlayıcısı ya da olanaklı kılıcısı olması durumu burada gözlenmiştir.

Daha önceki bölümde sahip olduğu ön bilgilerin, yeni öğrenmelerinde zorlanmasına neden olduğunu söyleyen MÖA1, ortaöğretimde öğrendiği fonksiyon kavramının tanımını hatırlayamamış; yetersiz şekilsel ifadelerle açıklamaya çalışmıştır. Lisans programında öğrendiği fonksiyon kavramının tanımını da yanlış ifade etmiştir. Bu nedenle ön bilgiler yetersiz olduğunda, sonraki öğrenmelerde zorluk yaşanabileceği anlaşılmıştır. Bu durum da önceki bulgularla örtüşmektedir.

Ortaöğretimden fonksiyon kavramının tanımı ile ilgili eksik bilgiye sahip olan MÖA3, lisans programındaki tanımı doğru bir şekilde yapabilmiştir. Daha önceki verilerde ön bilgilerini düzenlediğini ve ön bilgilerinin sorgulama yeteneği kazandırdığını ifade eden MÖA3, ortaöğretimde öğrendiği fonksiyon kavramının tanımını eksik bir şekilde yapmış, ancak lisans programındaki tanımı doğru bir şekilde yapabilmiştir. Bu nedenle ön bilgilerin eksik olduğu durumda, bunun farkına varıp gerekli araştırma yapılarak bilgiler yeniden düzenlendiğinde doğru öğrenmelerin gerçekleşebileceği görülmüştür. Bu bağlamda da ön bilgilerin, eksik olduğu durumlarda bile sorgulama yeteneği kazandırması nedeniyle lisans öğreniminde olumlu etki sağladığı söylenebilir.

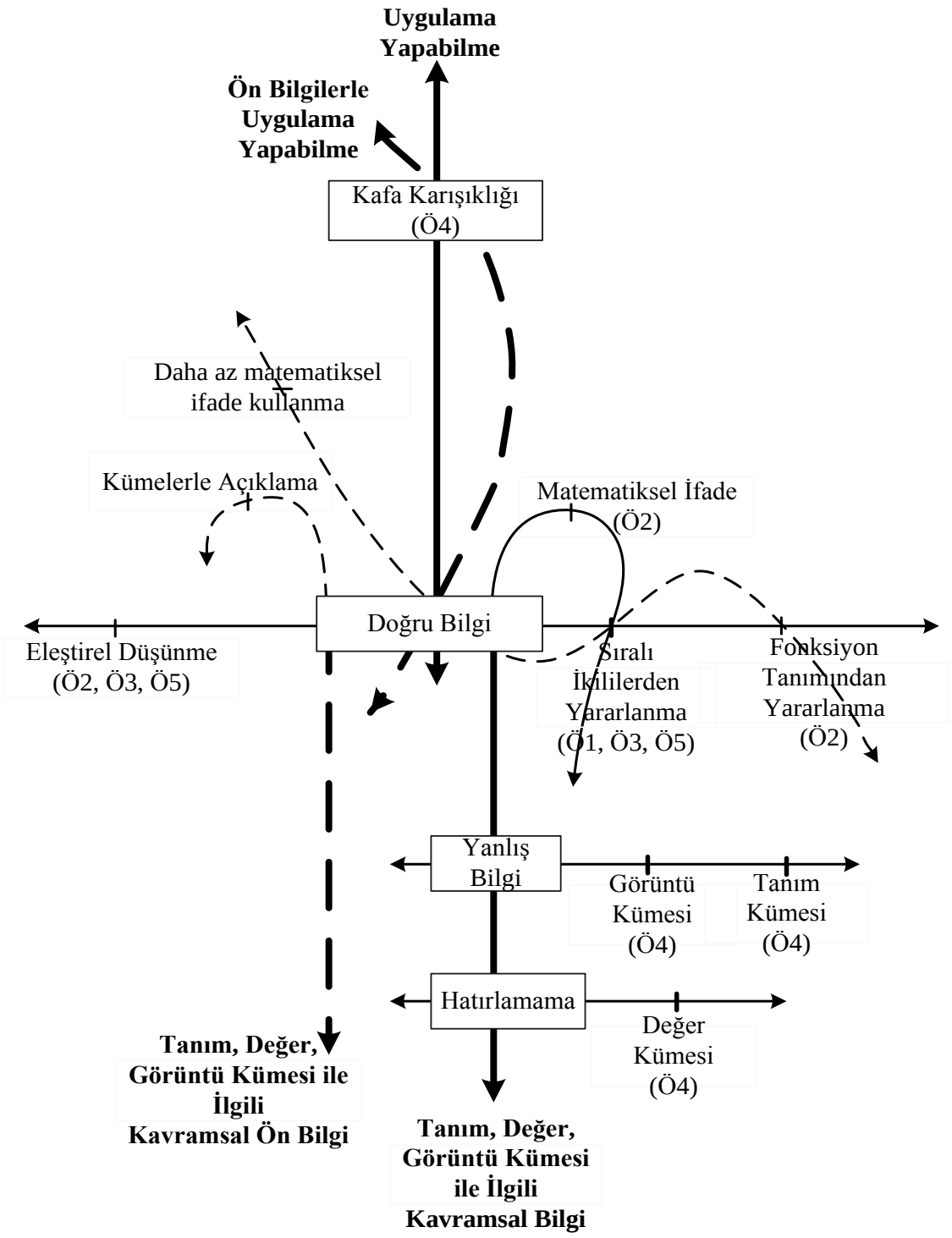
Fonksiyon tanımı ortaöğretimde "A $\neq \emptyset$ ve B $\neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesinin her elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A' dan B' ye bir fonksiyondur denir (MEB, 2011). " şeklinde öğretilmesine rağmen MÖA' ların hiçbiri ortaöğretimde öğrendikleri tanımı ifade ederken "A $\neq \emptyset$ ve B $\neq \emptyset$ " olduğunu söylememişlerdir. Bu durumun, lisans programında fonksiyon tanımının bu şekilde yapılmamış olmasından ve MÖA' ların yeni bilgilerle karşılaştıklarında ön bilgilerini gözden geçirerek düzeltmelerinden kaynaklandığı düşünülmüştür. Lisans öğreniminde, eğer A $\neq \emptyset$ ise, A' dan $\emptyset$' ye bir fonksiyon tanımlanamayacağı; fakat $\emptyset$' den B' ye bir tek fonksiyon tanımlanabileceği ve küme olarak $\emptyset$' ye eşit olacağı söylenmiştir. Böylece ön bilginin etkisi boyutlarında incelenen bilgi yönetimi, daha yakından incelenmiştir.

Fonksiyon kavramının tanımını, MÖA' ların ortaöğretimde ve lisans öğreniminde nasıl öğrendikleri sorgulanarak önceki bölümde ön bilgilerinin lisans öğrenimlerine etkisi olarak söyledikleri durumların hangi noktalarda oluştuğu daha yakından incelenmiştir. Ön bilgilerin etkisi ile ilgili daha önceden elde edilen alt kategoriler, boyutlar ve alt boyutların elde edilen bulgulardaki hangi noktalarda örtüştüğü görülmüş ve önceki bulgular desteklenmiştir.

Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin, lisans öğrenimindeki etkisini daha yakından inceleyebilmek için, görüşmeler sırasında MÖA' lara tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, ters görüntü, fonksiyonun tersi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon ve bileşke fonksiyon ile ilgili sorular yöneltilmiştir. Öncelikle MÖA' lara bu kavramları lisans programında ve ortaöğretimde nasıl öğrendikleri sorulmuştur. MÖA' lar sorulan sorulara yazılı veya sözlü bir şekilde cevap vermiş, böylece MÖA' ların bu kavramları hatırlamaları sağlanmıştır. Son olarak da MÖA' lara bu kavramlarla ilgili sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenmelerini nasıl etkilediği sorulmuştur. Aşağıda bu sorulardan elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir.

4.3 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi

Tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek için öncelikle MÖA' lara bu kavramlarla ilgili uygulama yapılmış; MÖA' lardan sorulan soruya hem lisans programında öğrendikleri bilgileri, hem de ön bilgilerini kullanarak cevap vermeleri istenmiş ve ardından bu kavramların tanımlarını yapmaları istenmiştir. Aşağıda öncelikle uygulama ve kavram tanımları ile ilgili verilere ve bunların oluşturduğu kategorilere yer verilecektir.



Şekil 4.3.1 MÖA' ların tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili; uygulama yapabilme ve ön bilgilerini kullanarak uygulama yapabilme kategorileri ile kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri

Yukarıdaki şekilde lisans programında öğrenilen bilgilerle verilen cevaplardan elde edilen verilerden oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları düz çizgilerle, ortaöğretimden sahip olunan ön bilgilerle verilen cevaplardan oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları da kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca ana kategorilerle boyutları daha iyi ayırt edebilmek için de ana kategoriler kalın, alt kategorilerin boyutları da daha ince çizgilerle çizilmiştir. Alt kategorilerin isimleri kutular içine yazılarak boyutlardan ayırt edilmesi sağlanmıştır. Şekil, dikey formda kullanılarak daha düzenli bir yerleşim sağlanmıştır. Doğru cevaplama alt kategorisi, şekilde koyu harflerle yazılan bütün ana kategorilerin ortak alt kategorisi olarak bulunmuştur. Bu nedenle ana kategorilerin boyutları, doğru bilgi alt kategorisinde daha ince çizgilerle çizilerek gösterilmiştir. Ayrıca ortak olan alt kategorilerde ve boyutlarda eğriler kullanılmış; böylece kategoriler arasındaki ilişkilerin daha iyi görülebileceği düşünülmüştür.

Şekilde verilen kategoriler ile bunların alt kategorileri ve boyutları ile birlikte aşağıda incelenmiştir.

MÖA' ların tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerinin, lisans programındaki öğrenmelerine etkisini inceleyebilmek için öncelikle bir soru üzerinde nasıl uygulama yaptıklarını görmenin faydalı olacağı düşünülmüş, böylece bu kavramlarla ilgili sahip olunan bilgileri hakkında fikir sahibi olmamızı sağlayacak aşağıdaki uygulamayı yapmaları istenmiştir:

"A= {a,b,c,d} ve B={x,y,z} olsun. A' dan B' ye tanımlı f = {(a,y), (b,z), (c,y), (d,z)} fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümesi nedir?

MÖA' lardan öncelikle lisans programında öğrendikleri şekilde cevabı bulmaları istenmiş; ardından da "Ortaöğretimden sahip olduğun bilgilerle cevabı nasıl bulurdun? " diye sorulmuştur. Lisans programında öğrenilen bilgilerle yapılan cevaplar "uygulama yapabilme" kategorisi altında; ön bilgiler kullanılarak yapılan cevaplar da "ön bilgilerle uygulama yapabilme" kategorisi altında incelenmiştir. Aşağıdaki şekilde elde edilen bu kategoriler ve bunların alt kategorileri gösterilmiştir:

4.3.1 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

Soruya verilen doğru cevaplar bu kategori altında incelenmiştir. MÖA' lar soruyu yanıtlarken fonksiyon tanımından, sıralı ikililerden yararlanmışlar ve cevaplama sırasında sorulan sorunun fonksiyon olup olmadığını kontrol etmeyi ihmal etmemişlerdir. Böylece doğru bilgi alt kategorisinin "fonksiyon tanımından yararlanma", "sıralı ikililerden yararlanma", "eleştirel düşünme" boyutları elde edilmiştir.

MÖA2 soruyu cevaplarken öncelikle lisans programında öğrendiği fonksiyon tanımını düşünmüş; ardından tanım, değer, görüntü kümesi kavramlarını bu tanımla ilişkilendirerek doğru bir şekilde cevap vermiştir. Fonksiyon tanımından yararlanma boyutunu oluşturan MÖA2' nin ifadesi aşağıdadır:

MÖA2: ... *Bu bağıntı fonksiyon olduğuna göre; her a∈ Aiçin (a,b) ∈ f olacak şekilde demiştik. (a,b) ∈ f olduğuna göre a, tanım kümesinin elemanı, b de görüntü kümesinin elemanı. Her biri için bakarsak {a, b, c, d} tanım kümesinin elemanları, {y,z} görüntü kümesinin elemanları olur. Yani tanım kümesi zaten A'dır; A= {a, b, c, d}. değer kümesi de B'dir. Görüntü kümesi de Imf={y,z} dir.*

MÖA1, MÖA3 ve MÖA5 soruda verilen fonksiyonun sıralı ikililerinden yararlanarak doğru cevabı bulmuşlardır. Sıralı ikililerden yararlanma boyutunu oluşturan MÖA' ların cevapları şu şekildedir:

MÖA1: *Sorunun içinde, fonksiyon sıralı ikililer halinde verilmiş zaten. Burada ilk eleman tanım kümesinde, ikinci eleman görüntü kümesinde olacak. Yani tanım kümesi{a,b,c,d}, görüntü kümesi {y,z} olur, değer kümesi de B kümesidir zaten.*

MÖA3: *Fonksiyonu şöyle ifade edebilirim; f={(a,b): a∈ A ve b∈ B}. O zaman ama bu fonksiyon mu? Hm, evet her elemanın görüntüsü var fonksiyon. O zaman ilk elemanlar A' nın, 2. elemanlar B' nin. Yani zaten fonksiyon olabilmesi için tanım kümesi A' nın*

kendisi olmalı; Tanım kümesi {a, b, c, d}, değer kümesi {x, y, z}, görüntü kümesi de {y,z} olur.

MÖA5: *Bu verilen sıralı ikililerin ilk bileşenleri tanım kümesini oluşturuyor. Yani {a, b, c, d} tanım kümesini oluşturuyor. ... Görüntü kümesine bakalım. Görüntü kümesi B kümesi olmayabilir, çünkü fonksiyon örten olmayabilir. O yüzden fonksiyondan bakmamız lazım görüntü kümesine. Burada a' nın görüntüsü y, b'nin görüntüsü z, c' nin görüntüsü y, d'nin görüntüsü z'dir. O zaman görüntü kümesi {y, z}* olur. *Değer kümesi zaten B kümesidir. Çünkü fonksiyon f:A→B olduğundan değerleri oradan alabilir.*

MÖA2, MÖA3 ve MÖA5, soruyu cevaplarken öncelikle, soruda f, A' dan B' ye tanımlı bir fonksiyon demesine rağmen, f' nin bir fonksiyon olup olmadığını sorgulamış ve kontrol etmişlerdir. MÖA' lar eleştirel bir şekilde düşünüp kavramları ilişkilendirerek doğru sonuca ulaşmışlardır. MÖA2, MÖA3 ve MÖA5' in eleştirel düşünme boyutunu oluşturan ifadeleri şunlardır:

MÖA2: *f bir bağıntı, A' daki her elemanın, B' de tek bir görüntüsü var dolayısıyla f bir fonksiyon olur. ...*

MÖA3: … *O zaman ama bu fonksiyon mu? Hımm, evet her elemanın görüntüsü var fonksiyon. ...*

MÖA5: … *Zaten bunlardan (tanım kümesinin elemanlarından) biri eksik olsa fonksiyon olmaz, çünkü fonksiyon olabilmesi için görüntüsü olmayan eleman olmamalı. Burada A' nın her elemanının görüntüsü var, o yüzden f fonksiyon olur.*

- **Kafa Karışıklığı Alt Kategorisi**

MÖA4, tanım kümesinin elemanlarını doğru bir şekilde bulmuş ancak değer kümesi ile görüntü kümesini birbirine karıştırmıştır. MÖA4 emin olmayarak soruyu cevaplamıştır. Kafa karışıklığı alt kategorisini oluşturan MÖA4' ün cevabı şu şekilde olmuştur:

MÖA4: *{a, b, c, d} A kümesi yani tanım kümesi, görüntü kümesi {x, y, z}, değer kümesi {y, z}… Yok tam tersi miydi? … Ya şimdi kafam karıştı aslında 1 dakika… Görüntü kümesi {y, z}, değer kümesi {x, y, z}…*

Araştırmacı: *Görüntü kümesi ve değer kümesi karıştı sanırım biraz. Emin misin son cevabından?*

MÖA4: *Biraz karıştırdım evet. Burada…B, değer mi oluyor, görüntü mü?... Son söylediğim doğru sanırım ama… Görüntü kümesi {y, z}, değer kümesi {x, y, z} olur…*

4.3.2 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi

MÖA' lardan "A= {a,b,c,d} ve B={x,y,z} olsun. A' dan B' ye tanımlı f = {(a,y), (b,z), (c,y), (d,z)}fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümesi nedir? " sorusunu sadece ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerle cevaplamaları istenmiş; böylece ön bilgilerin, lisans bilgileriyle verilen yukarıdaki cevapları nasıl etkilediğini anlamamıza yardımcı olacağı düşünülmüştür. Bu kategoride " doğru cevaplama" ve "kafa karışıklığı" alt kategorileri elde edilmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA' lar soruyu sadece ön bilgileriyle cevapladıklarında yine fonksiyon tanımını ve sıralı ikilileri kullanarak cevap vermişlerdir. Ayrıca MÖA' lar daha az matematiksel ifadeler kullanılarak soruyu daha basit düzeyde yanıtlamışlardır. Böylece "fonksiyon tanımından yararlanma", "sıralı ikililerden yararlanma" ve " daha az matematiksel ifade kullanma" boyutları elde edilmiştir.

MÖA2 lisans bilgisi ile çözdüğü şekilde yine fonksiyon tanımını kullanmış; lisans programında öğrendikleri ile ön bilgilerini ilişkilendirerek doğru bir şekilde yanıtlamıştır. Fonksiyon tanımından yararlanma boyutunu oluşturan MÖA2 ile yapılan konuşmalar şunlardır:

Araştırmacı: *Bu soruyu ortaöğretimden bildiklerinle nasıl çözerdin?*

MÖA2: *Liseden benim için fonksiyon f(x)= y. Ordan yapardım.*

Araştırmacı: *Nasıl yani?*

MÖA2: *Her x∈ A için (x,y) ∈f olacak şekilde bir tek y∈ B vardır demiştik fonksiyon için. Burada (x,y) ∈f dediğimiz şey aslında f(x)= y. Soruda da f = {(a,y), ...} diye vermiş. O zaman (a,y) ∈f ise* $f(a) = y$ *dir. Diğerleri de* $f(b) = z$, $f(c) = y$, $f(d) = z$ *olurdu. Burada {a, b, c, d} tanım kümesinin elemanları, {y,z} görüntü kümesinin elemanları olur. B de değer kümesi olur.*

MÖA1, MÖA3 ve MÖA5 soruya cevap verirken sadece ortaöğretimden sahip oldukları bilgileri kullansalardı sıralı ikililerden yararlanarak cevaplayacaklarını belirten ifadeler kullanmışlar; ancak sıralı ikili kavramını, fonksiyonun tanımını düşünüp açıklamadan yanıt vereceklerini söylemişlerdir. Sıralı ikililerden yararlanma ve daha az matematiksel ifade kullanma boyutlarını oluşturan ifadeler şu şekildedir:

MÖA1: *1. elemanları tanım kümesine, 2. leri görüntü kümesine yazardım. Ama işte (a,y) sıralı ikilisinde 1. bileşen tanım kümesinin elemanıdır falan demezdim.*

MÖA3: *Yani lisede de böyle çözüyordum açıkçası. Lisede de 1. A'nın, 2. B'nindir diyordum. Ama lisede yukarıda tanımladığım gibi f fonksiyonu bu şekilde tanımlanır demiyordum.*

MÖA5 ile araştırmacı arasında şu konuşma geçmiştir:

Araştırmacı: *Lisedeki bilginle bu soruyu nasıl çözerdin?*

MÖA5: *Aynı çözerdim ama ifadelerim biraz daha değişik olurdu. (daha önceden sıralı ikililerden yaralanarak çözmüştü.)*

Araştırmacı: *Nasıl olurdu?*

MÖA5: *Mesela sıralı ikili kavramını kullanmazdım. Bunu lisede pek kullanmazdım. Sadece ilk bileşenler {a, b, c, d} bize tanım kümesini verir, ikinci bileşenler {y,z} bize görüntü kümesi verir derdim.*

- **Kafa Karışıklığı Alt Kategorisi**

MÖA4' ün lisans bilgisi ile verdiği cevapta olduğu gibi, ön bilgileriyle verdiği cevapta da kafa karışıklığına sahip olduğu görülmüştür. MÖA4 şunları söylemiştir:

MÖA4: *Lisede iki küme oluyordu, orda B kümesinde boşta eleman kalabilir diyorduk… Yine söylediğim gibi kümeleri yazardım {a, b, c, d} tanım kümesi, yani A. {y, z}' ye değer mi diyorduk görüntü kümesi mi onların isimlerini karıştırdım biliyorum ama… Eşlenenlere görüntü diyorduk, B' de boşta eleman kalabiliyordu o da değer kümesi oluyordu diye hatırlıyorum.*

MÖA' ların tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi ile ilgili sorulan soruyu lisans programında öğrendikleri şekilde çözerken verdikleri yanıtlarla, sadece ortaöğretimden bildikleri kadarıyla; yani ön bilgileriyle verdikleri cevaplar birbiri ile uyuşmaktadır. Lisans programında öğrendikleri ile uygulamayı yaparken fonksiyon tanımından yararlanan MÖA, ön bilgileriyle cevap verirken yine tanımdan yararlanmış; sıralı ikilileri kullanan MÖA' lar da, ön bilgileriyle soruyu cevaplarken yine sıralı ikilileri kullanmışlardır. Burada ön bilgiler, sonraki öğrenmelerdeki uygulamalarda kullanılan çözümün seçiminde belirleyici olmuştur.

Skemp' e (1971) göre, yeni bilgi ile eski bilgi uygun bir şekilde ilişkilendirildiği zaman o kavramla ilgili anlama gerçekleştirileceğini söylemiştir. MÖA' lar ön bilgileriyle, lisans programında öğrendikleri daha üst düzey olan bilgileri birbiri ile ilişkilendirmiştir. Örneğin, MÖA2 ön bilgileriyle uygulamayı yaparken verilen fonksiyonu f(x)= y şeklinde düşünüp verilen fonksiyondan tanım, değer ve görüntü kümesini belirleyeceğini söylemiş; bunu ayrıca lisans programında öğrendiği fonksiyon tanımı ile ilişkilendirmiştir. Lisans programında öğrenilen fonksiyon tanımı; "A ve B herhangi iki küme, f de A' dan B' ye bir bağıntı olsun. Eğer her x∈ A için (x,y) ∈ f olacak şekilde bir tek y∈ B varsa f' ye, A' dan B' ye fonksiyon denir." şeklindedir. MÖA2 bu tanımı, kafasındaki f(x)= y ifadesine uyarlayarak verilen fonksiyondaki sıralı ikililerin ilk elemanlarının

tanım kümesine, 2. elemanların görüntü kümesine ait olacağını düşünmüş ve soruyu doğru bir şekilde cevaplamıştır. Bu nedenle ön bilgilerin, sonraki öğrenmeler için bir temel oluşturduğunu söylemek mümkündür. Yapılan görüşmede lisans programında öğrendiği bilgilerle soruyu cevaplarken değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını birbirine karıştıran MÖA4' ün, aynı soruya sadece ön bilgilerini kullanarak verdiği cevapta da aynı karışıklığı yaşadığı görülmüştür. Çelik ve Güneş' e (2007) göre temel matematik kavramlarının yeterince iyi anlaşılamaması, ilerideki öğrenmeleri de engellemektedir. Burada da, ortaöğretimde yeterince yerleşmeyen bilgilerde, lisans programında da problem yaşandığı görülmüştür. Yani tam olarak öğrenilmemiş olan ön bilgiler, sonraki öğrenmeleri olumsuz etkilemiştir.

Sorulan soruya hem lisans bilgileriyle, hem de ön bilgileriyle doğru cevap veren MÖA' lar, lisans bilgileriyle soruyu cevaplamaları sırasında, soruda verilen fonksiyonun gerçekten fonksiyon belirtip belirtmediğini sorgulamış ve kontrol etmişlerdir. Böylece yeterli ön bilgiye sahip olan MÖA' ların, lisans programındaki yeni bilgileri de kendi bilgileriyle ilişkilendirerek doğru bir şekilde öğrendiği ve yeni bilgilerle her karşılaştığında yeniden ilişkilendirme yaparak eleştirel bir şekilde düşündüğü ve kavramları sorguladığı görülmüştür. Bu nedenle yeterli olan ön bilgilerin, doğru bir şekilde ilişkilendirilmesi ile eleştirel düşünme becerisi kazandırabileceği söylenebilir.

MÖA' ların tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarının tanımlarını nasıl yaptıklarını görebilmek ve bu kavramlar hakkında sahip oldukları bilgileri daha yakından görebilmek için lisans programında bu kavramların tanımlarını nasıl yaptıkları sorulmuştur. Ardından da söyledikleri tanımlara, ortaöğretimden bildiklerinin ne gibi bir etkisinin olduğunu görebilmek için de bu kavramları ortaöğretimde nasıl öğrendikleri ve nasıl tanımladıkları sorulmuştur. Böylece tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili lisans programında öğrenilenler ile verilen cevaplarla kavramsal bilgi kategorisi ve ortaöğretimden öğrenilen bilgilerle verilen cevaplarla da kavramsal ön bilgi kategorisi ortaya çıkmıştır. Kavramsal bilginin durumu incelenirken

yine Smith ve Ragan (2005)' nın söylediği gibi öğrenenlerin tanımlaması, tarif etmesi, özetlemesi ve bilgileri listelemesine dikkat edilmiştir. Ortaöğretimden sahip olunan kavramsal bilgiler MÖA' lar için ön bilgi olduğu için, kavramsal ön bilgi olarak kategorilendirilmiştir.

Tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri ve bunlara ait alt kategorilerle boyutları aşağıdaki incelenmiştir:

4.3.3. Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi

MÖA' lara " Lisans programında öğrendiğiniz bilgilerle tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarını tanımlayınız." denilmiş ve MÖA' lardan doğru bir şekilde tanımlayanlar, yanlış matematiksel ifadeler kullananlar ve tanımları hatırlamayanlar olmuştur. Lisans derslerinde bu kavramlar, fonksiyon kavramının tanımından hemen sonra işlenmiş ve aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

" f: A→ B bir fonksiyon olsun. A kümesine f' nin **tanım kümesi**, B kümesine de f' nin **değer kümesi** adı verilir. Ave B iki küme, f: A→ B bir fonksiyon ve (a,b) ∈ f olsun. b' ye f fonksiyonun a' daki görüntüsü denir ve b= f (a) ile gösterilir. Ayrıca X ⊆ A olmak üzere f (X)= {f (x): x∈X} kümesine X kümesinin f fonksiyonu altındaki **görüntüsü** denir. Özel olarak X=A ise, f (A)' ya f' nin **görüntü kümesi** denir ve Im f ile gösterilir."

MÖA' ların lisans öğrenimlerinden sahip oldukları kavramsal bilgiler hakkında fikir edinmek ve böylece sahip oldukları ön bilgilerin etkisini görebilmek için verdikleri cevaplar, yukarıda verilen tanımla kıyaslanarak kategorilere ayrılmıştır.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi:**

Soruya doğru cevap veren MÖA' ların cevapları bu alt kategoride incelenmiştir. Doğru cevap veren MÖA' lar tanımları sıralı ikilileri kullanarak ve matematiksel ifadeleri kullanarak tanım, değer ve görüntü kümesinin tanımlarını yapmışlardır.

Böylece "sıralı ikililerden yararlanma" ve "matematiksel ifade" boyutları elde edilmiştir.

Tanım, değer ve görüntü kümesinin uygulamasında fonksiyon tanımını kullanıp bilgilerini birbiri ile ilişkilendiren MÖA2, bu kavramların tanımını da lisans derslerinde öğrendikleri şekliyle doğru olarak ifade etmiştir. MÖA2 bu kavramları derste işlendiği şekliyle aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

MÖA2: *$X \subseteq A$ olsun. f(X)= {f(x): x∈X} kümesine X kümesinin f altındaki görüntüsü denir. Özel olarak X=A ise o zaman f(A)'ya f' nin görüntü kümesi denir ve Imf ile gösterilir. Fonksiyonun tanımlı olduğu kümelerden 1. si tanım, 2. si değer kümesidir.*

MÖA3 da görüntü kümesini derste işlendiği gibi matematiksel ifadelerle açıklamıştır.

MÖA3: *f: A→ B bir fonksiyon olsun. A kümesine tanım kümesi, B kümesine değer kümesi denir. f(X)={ f(x): x ∈ X} buna da görüntü kümesi denir burada X=A olarak düşünüyoruz.*

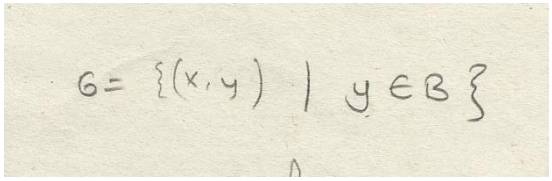
MÖA1 ise sıralı ikililer üzerinden düşünerek tanımları yapmaya çalışmıştır. Bu kavramları matematiksel olarak ifade etmese de, fonksiyon tanımında kullandığı sıralı ikilileri düşünerek doğru bir şekilde ne olduklarını tarif etmiştir:

MÖA1: *f: A→B bir fonksiyon olsun. f ikililerden oluşan öyle elemanlardan oluşacak ki bunların ilk elemanı tanım kümesini oluşturur. Yani ikililerin ilk elemanından oluşan kümeye tanım kümesi denir. İkililerin 2. elemanları da görüntü kümesini oluşturur. Değer kümesi de, B kümesinin elemanlarından oluşan kümedir.*

- **Yanlış Bilgi Alt Kategorisi ve Hatırlamama Alt Kategorisi:**

Tanım, değer ve görüntü kümesi ile ilgili uygulamayı yaparken problem yaşayan MÖA4 bu kavramların tanımını matematiksel olarak yanlış bir şekilde ifade etmiş ve değer kümesinin tanımını lisans programında nasıl öğrendiğini hatırlayamamıştır. Böylece yanlış bilgi ve hatırlamama alt kategorileri elde edilmiştir. MÖA4 söyledikleri aşağıdadır:

MÖA4: *Bunu matematiksel ifade etmiştik. Fonksiyon tanımı gibiydi. f: A→B bir fonksiyon olsun. x∈ A olmak üzere (x,y) ∈f olmak üzere bir y ∈ B varsa bu y' ye görüntü kümesi denir. Görüntü kümesini G= {(x,y): y∈ B} şeklinde yazabiliriz. Tanım kümesi de görüntü kümesinin x' lisi; x ∈A. Yani T= {(x,y): x∈ A}. Değer kümesini hatırlayamadım ben şimdi hocam. Görüntü kümesi ile değer kümesi kafamda karmakarışık oldu şuan, ikisini karıştırdım.*

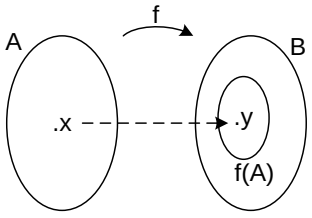


Şekil 4.3.2 MÖA4' ün görüşme sırasındaki yazılı cevabı

MÖA4' ün ifadesinden ve daha öncesinde bu kavramlarla ile uygulama yaparken kafa karışıklığı yaşamasından dolayı, tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili bilgilerin tam olarak anlaşılamadığı anlaşılmaktadır.

4.3.4 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi

Ortaöğretim kitaplarında fonksiyon kavramından hemen sonra tanım, değer ve görüntü kümesi kavramları işlenmiş ve yapılan tanımların yanında görsel açıklama olarak kümeler kullanılmıştır. Ortaöğretim ders kitabında bu kavramlar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

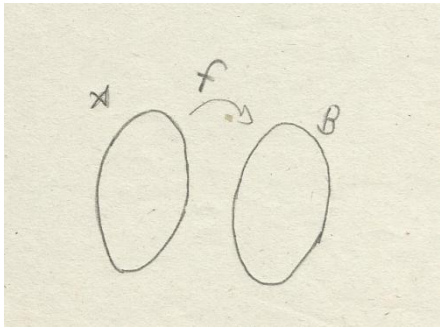


Şekil 4.3.3 Ders kitabındaki fonksiyon kavramı ile ilgili şema (MEB, 2011)

Yukarıdaki şemada verilen A dan B ye f fonkiyonu, f: A → B veya f: x → y biçiminde gösterilir. y= f(x) yazılır. x ∈ A ve y= f(x) ∈ B dir. A kümesine fonksiyonun tanım kümesi, B kümesine fonksiyonun değer kümesi ve f(A) kümesine de fonksiyonun görüntü kümesi denir (MEB, 2011).

MÖA' lara tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarını ortaöğretimde nasıl öğrendikleri sorulmuş ve MÖA' lardan ortaöğretimdeki bilgileriyle bu kavramların tanımlarını yapmaları istenmiştir. MÖA' ların hepsi ön bilgileriyle bu kavramları doğru olarak tanımlayabilmiştir. MÖA' lar cevap verirken öncelikle ortaöğretim kitaplarında da verilen açıklamadaki gibi iki küme düşünmüş ve tanımları bu kümeler üzerinden yapmışlardır. MÖA' lardan bazıları cevap verirken kullanabilmeleri için verilen kağıtlara hemen iki küme çizerek bunun üzerinden tanımları sözlü olarak yapması ile daha önceden öğrenilen bu görsel açıklamanın daha iyi akılda kalmış olduğu düşünülmüştür.

MÖA1 bu kavramların tanımlarını yapmak için öncelikle cevaplama sırasında kullanmaları için verilen kağıtlara iki küme çizmiş ve sonra tanımları yapmıştır.



Şekil 4.3.4 MÖA1' in tanımları yaparken çizdiği küme

MÖA1: *Yine burada öğrendiğimiz tanımlara benziyordu ama matematiksel değildi. Ya da işte iki küme çizilir. Elemanları yazılır A dan B ye oklar çıkarılır. Venn şeması çizip yapıyorduk. Burada A tanım kümesi, B değer kümesi, A' nın eşlendikleri de görüntü kümesini oluşturuyordu.*

Önceki sorularda tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili cevap verirken değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını karıştıran MÖA4, ortaöğretimde öğrendiği tanımları söylerken kümelerle gösterilen açıklamayı hatırlamış ve doğru bir şekilde tanım yapmıştır.

MÖA4: *Biz lisede küme üzerinden öğrenmiştik. İki Venn şeması çizilirdi, A kümesindekileri B kümesindekilere götürürdü hocamız, liste yöntemiyle de görmemiştik. A kümesinde boşta eleman kalmayacak, A kümesindeki her eleman B kümesindeki yalnız*

bir eleman ile eşleşecek, öyleydi. Burada eşlenen küme A kümesi oluyor yani tanım kümesi. Değer kümesi de 2. Kümeydi. Görüntü kümesi de, mesela A' daki elemanların görüntüleri dediğimiz zaman A' daki elemanları eşlediğimiz elemanlar oluyor. Görüntü kümesi her zaman B' nin kendisi olmayabilir. B kümesinde boşta eleman kalmayacak diye bir kural görmedik, yani boşta eleman kalabilir.

Uygulamaları ve lisans programındaki tanımları doğru yapan MÖA2, ortaöğretimdeki bilgileri de doğru olarak hatırlamıştır:

MÖA2: *A kümesi f fonksiyonu altında görüntüsü olan bir küme olsun. A'nın her bir elemanın f altındaki görüntüsünden oluşan küme görüntü kümesidir. Değer kümesi de A nın elemanlarının gittiği, Görüntü kümesinin alt kümesi olduğu kümedir.*

Diğer MÖA' lar da, MEB ders kitabında verilen tanıma benzer olan doğru tanımlar yapmışlardır.

MÖA3: *Görüntü kümesi için B' nin alt kümesidir derdim. A kümesine tanım, B kümesine değer kümesi derdim. Görüntü kümesi, tanım kümesinin görüntülerinden oluşan küme oluyordu.*

MÖA5: *Lisede bunların matematiksel tanımına pek girmiyorduk. Sorulan şeyin cevabını bulabilmek yetiyordu. f: A→B tanımlı fonksiyon verildiğinde A tanım kümesi, B değer kümesi, en sonunda bulduğumuz değerler de görüntü kümesi oluyordu.*

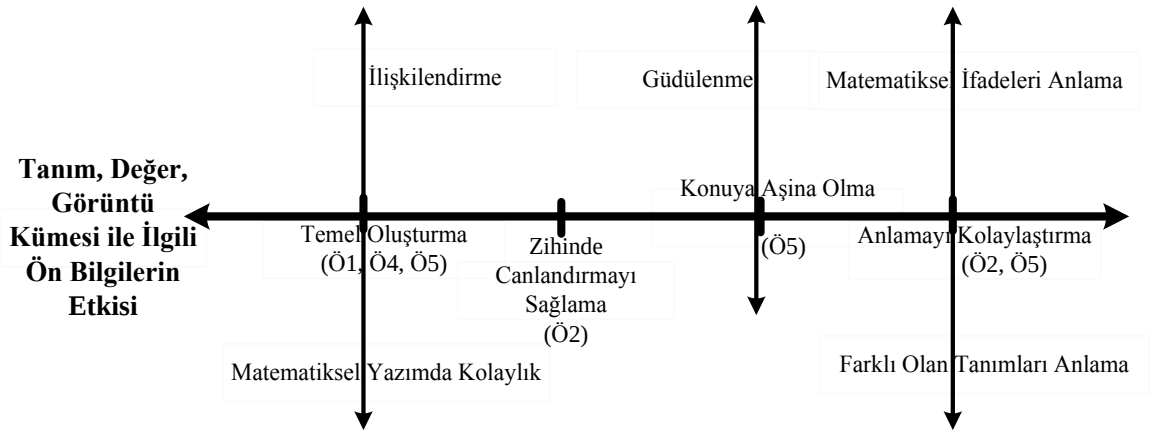
Tanım, değer, görüntü kümesi ile ilgili tanımlara ortaöğretimden sahip oldukları ön bilgileriyle doğru olarak cevap veren MÖA' lar, lisans programında daha matematiksel ifadelerle işlenen bu kavramları yine doğru bir şekilde tanımlamış ve bu kavramlarla ilgili uygulamaları yapabilmiştir. Sadece MÖA4 ortaöğretimde öğrendiği tanımları söylerken kümeler üzerinden şekilsel olarak hatırlayarak doğru bir şekilde cevaplamasına rağmen sorulan uygulamalarda ve lisans programında işlenen tanımları ifade etmede kafa karışıklığı yaşamıştır.

Sonraki öğrenmelerinde sorun yaşaması nedeniyle MÖA4' ün ortaöğretimde öğrendiği tanımları ezberlemiş olabileceği ya da anlamlı bir şekilde öğrenmesine rağmen lisans programındaki yeni bilgilerle ve uygulamalar ile ilişkilendirememiş olabileceği düşünülmüştür. Ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle verilen cevaplarda eşleme kelimesi kullanılırken lisans programındaki bilgilerle verilen cevaplarda kullanılmaması dikkat çekicidir. Lisans programında "eşleme" kavramı kullanılmadan daha çok sıralı ikili fikri üzerinden kavramların işlenmesi nedeniyle MÖA' lar ön bilgilerini düzenlemiş ve yeni bilgilere ilişkilendirmiş olabileceği düşünülmüştür. Bu düzenlemeyi doğru bir şekilde yapan MÖA' ların, ortaöğretimdeki bilgileri de doğru bir şekilde hatırlayabilen MÖA' lar olduğu görülmüştür.

4.3.5 Tanım, Değer, Görüntü Kümesi ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi

Uygulamalar ve kavramsal bilgilerin incelenip tanım, değer, görüntü kümesi kavramları ile ilgili ön bilginin etkisi hakkında fikir sahibi olunduktan sonra, MÖA' lara doğrudan "Tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi ile ilgili sahip olduğunuz ön bilgiler, lisans programında bu kavramları öğrenme sürecini nasıl etkiledi?" diye sorulmuştur. Böylece MÖA' ların bu konudaki kendi düşünceleri de alınmıştır.

Alınan cevaplarla, daha önceden oluşturulan "fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisi" kategorisinin olumlu etki alt kategorisindeki boyutlara ve alt boyutlara benzer veriler elde edilmiştir. Böylece MÖA' ların tanım, değer ve görüntü kümesi ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenmeleri olumlu etkilediği anlaşılarak daha önceden elde edilen veriler desteklenmiştir.



Şekil 4.3.5 Tanım, değer ve görüntü kümesi kavramları ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

- **Temel Oluşturma Alt Kategorisi**

MÖA' lar sahip oldukları ön bilgiler ile yeni öğrendikleri bilgiler arasında ilişkilendirme yaptıklarını ve matematiksel ifadeleri daha kolay yazabildiklerini; böylece ön bilgilerin tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarını öğrenme sürecinde temel oluşturduğunu söylemişlerdir. Elde edilen bu veriler temel oluşturma alt kategorisi altında incelenerek "ilişkilendirme" ve "matematiksel yazımda kolaylık" boyutlarına ulaşılmıştır. Ön bilgilerinin ilişkilendirme yapmasını sağlayarak yeni bilgiler için temel oluşturduğunu düşünen MÖA1 ve MÖA4' ün ifadeleri aşağıdadır:

MÖA1: *Altyapı hazırladı. Benim düşündüklerim çok sezgiselmiş, ama hocanın dediği ile kafamdaki uyuştu. Yani liseden kafanızda olan bir şeyler oluyor. Buraya geliyorsunuz onu daha matematiksel, daha akla yatkın anlatıyorlar. Kafanızdakinin onun bir parçası olduğunu ama tamamını kapsamadığını görüyorsunuz.*

MÖA4: *Mesela derste bir şey yazıldığı zaman, liseden öğrendiğimle onu kıyaslıyorum. Lisede öğrendiklerimiz bu şekilde ifade ediliyormuş diyorum, sonra da liseden bildiklerimi o şekilde tanımlayabiliyorum. Ama liseden öğrenmeden gelmiş olsaydım konuyu bağlantı kurabileceğim bir şey olmayacaktı bu sefer. Lisede öğrendiklerimin yardımı olduğunu düşünüyorum bu konuda.*

MÖA3 sahip olduğu ön bilgiler sayesinde lisans programında bu kavramları daha matematiksel bir şekilde kolaylıkla yazabildiğini söylemiştir.

MÖA3: *Burada daha matematiksel ifadelerle çözümü yazabiliyorum. Önceden sahip olduğum bilgiler matematiksel olarak yazdığım ifadeleri kolaylıkla yazmamı sağladı. Bildiğim şeyleri yeni yazdığım matematiksel ifadelere yerleştirebiliyorum.*

- **Zihinde Canlandırmayı Sağlama Alt Kategorisi**

MÖA2, tanım, değer ve görüntü kümesi ile ilgili daha matematiksel olarak ifade edilen tanımlarla karşılaştığında farklı geldiğini ancak, ön bilgileri sayesinde anlatılmak istenenlerin ne olduğunu zihninde canlandırabildiğini söylemiştir. MÖA2' dan elde edilen bu verilerle zihinde canlandırma alt kategorisi elde edilmiştir. Böyle bir durumun oluşmasında, kavramsal ön bilgi kategorisinde belirtilen verilerdeki gibi tanım, değer ve görüntü kümesi ile ilgili daha çok görsel olarak hatırlanan bilgilerin etkili olduğu söylenebilir. MÖA2' nin ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA2: *Burada yaptığımız tanımlar daha farklıydı, görüntü kümesini falan $f(X)= \{f(x): x \in X\}$ şeklinde tanımlamamıştık. Ama lisede yaptığımız tanımla bunu düşününce ne olduğu zihnimde canlanabiliyor.*

- **Konuya Aşina Olma Alt Kategorisi**

MÖA5, ortaöğretimde tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarını yüzeysel olarak görmüş olsa da, lisans programında üst düzey bir öğrenme ortamında daha matematiksel olarak işlenen bu kavramları ilk kez görmediği için yabancılık çekmediğini söylemiş ve bu kavramların kendine farklı gelen daha matematiksel tanımlarını da öğrenmeye istekli olmuştur. Bu nedenle sahip olunan ön bilgilerin, bu bilgilerle farklı düzeyde bir öğrenme ortamında güdülenme sağladığını söylemek mümkündür.

MÖA5: … *bu kavramları çok tanımlamadık ama ne olduğunu biliyorduk. Yani matematiksel tanımını bilmesek de, örneğin tanım kümesinin ne olduğunu biliyorduk. İşte biz elemanları tanım kümesinden seçeceğiz dendiğinde o elemanların seçildiği*

kümenin tanım kümesi olduğunu biliyorduk. Ama buradaki tanımları işledikçe de farklı geldiği için merak ettim ve daha çok anlamaya çalıştım.

- **Anlamayı Kolaylaştırma Alt Kategorisi**

MÖA2, MÖA3 ve MÖA5 tanım, değer ve görüntü kümesi kavramları ile ilgili bilgilerinin, lisans programında bu kavramlar işlenirken anlamalarını kolaylaştırdığını söylemişlerdir. Ön bilgilerinin lisans programında farklı gelen durumlarda anlamasını kolaylaştırdığını söyleyen MÖA2' nın ifadesi şu şekildedir:

MÖA2: … *Yani konu burada ilk anlatılacağı zaman görüntü kümesi işlenecek dendiğinde ben zihnimde canlandırabiliyordum önceden öğrendiğim için. Bu tanım farklı olsa da sahip olduğum bilgi bunu anlamamı kolaylaştırdı.*

MÖA5 sahip olduğu ön bilgilerin matematiksel ifadeleri anlamasını kolaylaştırdığını söylemiş ve verdiği cevap "matematiksel ifadeleri anlama" boyutu altında incelenmiştir.

MÖA5: *Matematiksel yazıldığında ilk başta hiçbir şey anlamıyoruz; o nerden geldi, o nasıl öyle oluyor diye düşünüyoruz. … Ama o matematiksel ifadeler kelimelere dökülüp anlatıldığında, aslında yabancı olmadığımız bir kavram olmadığını anlıyoruz, hatırlıyoruz önce öğrendiklerimizden. Benim önceden bu kavramlar hakkında bildiklerim, bu matematiksel ifadeleri anlamamı sağlıyor diyebilirim.*

Tanım, değer ve görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecine etkisinin incelenmesi sonucunda, MÖA' ların bu kavramlara ait ön bilgilerinin lisans programındaki öğrenmelerinde olumlu bir etkisinin olduğunu düşündükleri ortaya çıkmıştır. Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisinde incelenen olumlu etki alt kategorisindeki verilere benzer sonuçlar

elde edildiğinden, ilk soruda bu kategorinin oluşmasında, tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarının etkisine yönelik düşüncelerin etkili olduğu söylenebilir.

Yeni bilgi ile eski bilgi uygun bir şekilde ilişkilendirildiği zaman o kavramla ilgili anlama gerçekleşmektedir (Skemp, 1971). Yapılan görüşmeler sonucunda MÖA' ların, tanım, değer ve görüntü kümesi kavramları ile ilgili ön bilgilerinin temel oluşturması sayesinde, yeni öğrendikleri bilgileri öncekilerle ilişkilendirip matematiksel ifadeleri daha kolay yazabildikleri anlaşılmış ve bu nedenle ön bilgilerin öğrenme sürecinde olumlu etkisi olduğu görülmüştür.

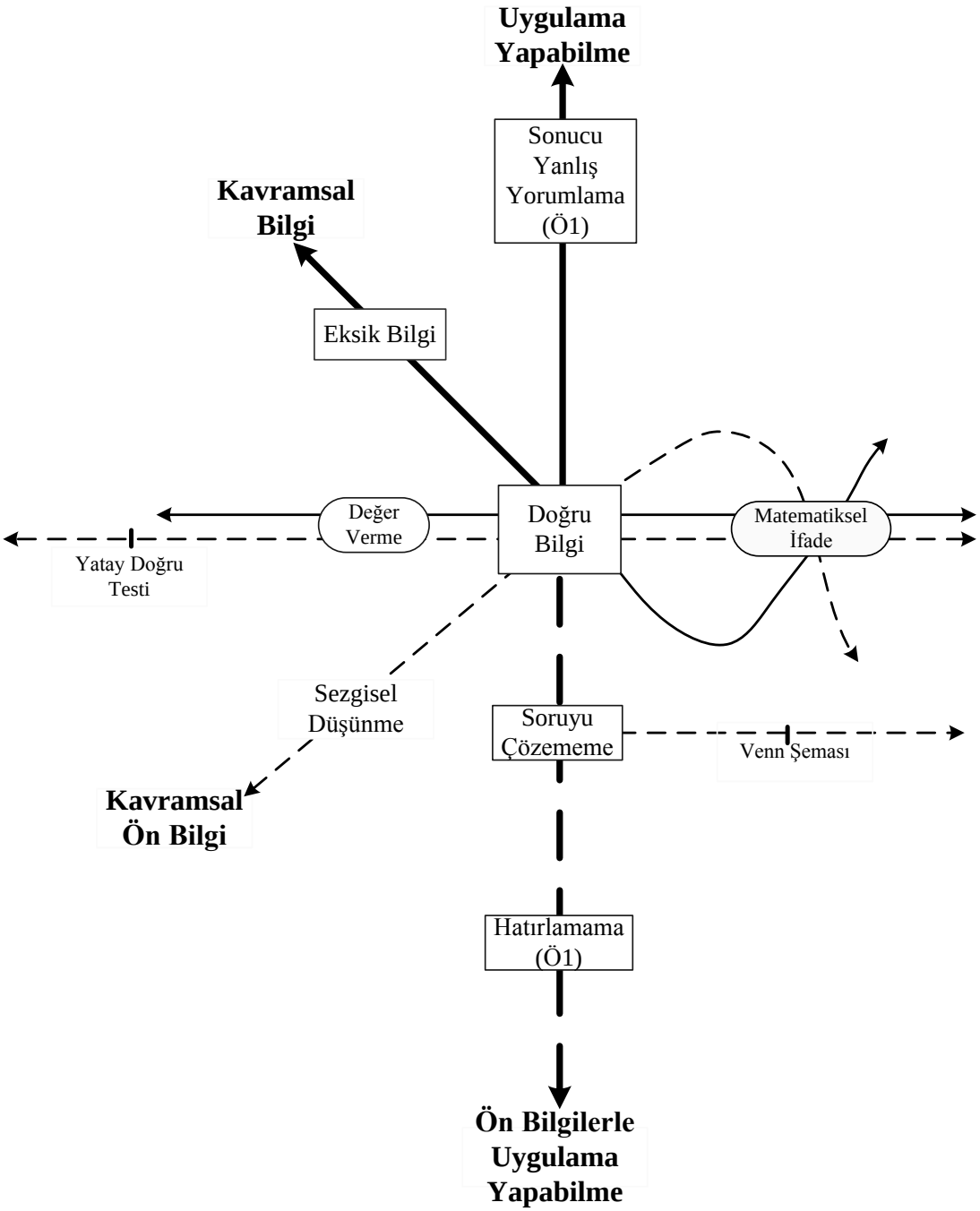
Öğrenmeyi etkileyen faktörlerden biri olan öğrenmede transfer, önceki bilgilerin öğrenmeye etkisi anlamındadır ve eğer önceden öğrenilen bilgiler, sonradan öğrenilecekleri kolaylaştırıyorsa buna olumlu transfer denir (Kale ve diğerleri, 2009). Yapılan görüşmeler ile MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin matematiksel ifadeleri ve farklı gelen tanımları anlamalarını kolaylaştırdığını söylemişlerdir. Bu nedenle ön bilgiler ile sonraki öğrenmeler arasında olumlu transfer olduğu düşünülebilir.

Öğrenmeyi etkileyen en önemli faktörlerden biri güdülenmedir. Schunk (1990), güdülenmeyi belirli bir amaca yönelik davranış sürecine yönelme ve o süreci devam ettirme olarak tanımlanmıştır. MÖA' lar tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını ortaöğretimde daha yüzeysel öğrendiklerini, lisans programında bunlar daha matematiksel olarak işlendiğinde, önceden yüzeysel olarak öğrendikleri bu kavramlara ait yeni bilgileri öğrenmeye ilgi duymuşlardır. Bu nedenle ön bilgilerin, MÖA' ların lisans programındaki öğrenme sürecinde güdülenmesini, öğrenmeye istekli hale gelmesini sağladığını söylemek mümkündür.

4.4 Birebir Fonksiyon Kavramı ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi

Birebir fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek için, öncelikle MÖA' ların bu kavramlarla ilgili uygulama yapma becerileri hakkında fikir sahibi olabilmek amacıyla bir fonksiyon verip birebir fonksiyon olup olmadığı sorulmuştur. Bu soruyu öncelikle lisans programında öğrendikleri bilgileri kullanarak cevap vermeleri istenmiş, sonra yaptıkları bu çözüme ön bilgilerinin etkisini görebilmek için de ortaöğretimden bildikleri ile aynı soruyu nasıl çözecekleri sorulmuştur. Ardından MÖA' ların birebir fonksiyon kavramının ne olduğu ile düşüncelerini görebilmek için, MÖA' lardan bu kavramı lisans programında öğrendikleri şekliyle tanımlamaları istenmiş, sonra da yaptıkları tanımlara ön bilgilerinin etkisini görebilmek için de ortaöğretimde birebir fonksiyon kavramının tanımını nasıl öğrendikleri sorulmuştur.

Son olarak da ön bilginin etkisi ile ilgili elde edilen verilerin tutarlığını görebilmek için de MÖA' lara, birebir fonksiyon kavramı ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenmelerini nasıl etkilediği sorulmuştur.



Şekil 4.4.1 MÖA' ların birebir fonksiyon ile ilgili; uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorileri ile kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri

Yukarıda verilen şekilde sorunun, lisans programında öğrenilen bilgilerle cevaplanmasından elde edilen verilerden oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları düz çizgilerle, ortaöğretimden sahip olunan ön bilgilerle cevaplanmasından oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları da kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca ana kategorilerle boyutları daha iyi ayırt edebilmek için de ana kategoriler kalın, alt

kategorilerin boyutları da daha ince çizgilerle çizilmiştir. Elde edilen verilere göre "doğru bilgi" alt kategorisi ile bunun "değer verme" ve "matematiksel ifade" boyutları ortak veri olarak elde edilmiştir. Kategoriler arasındaki ilişkileri görebilmek için de eğriler kullanılmıştır. Ayrıca daha iyi anlaşılmasını sağlamak için alt kategoriler dikdörtgen kutular içinde; ortak olan boyutlar ise oval kutular içine yazılarak şekil daha düzenli hale getirilmiştir.

4.4.1 Birebir Fonksiyon Kavramı ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi

MÖA' lardan "$f(x)= x^2-3x-2$ ile tanımlı, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu birebir midir?" sorusunu lisans programında öğrendikleri bilgilerle cevaplamaları istenmiş ve elde edilen verilerle uygulama yapabilme kategorisi oluşturulmuştur.

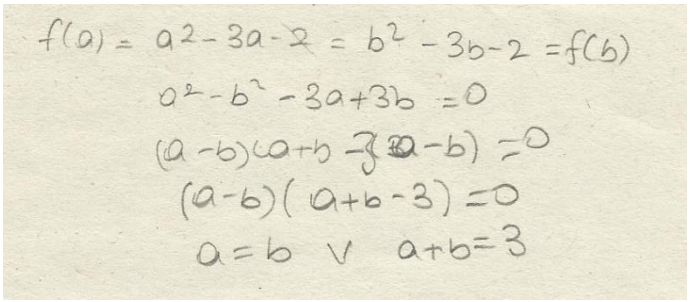
A ve B herhangi iki küme ve $f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon olsun. Eğer $f(x)= f(y)$ olması her $x, y \in A$ için $x= y$ olmasını gerektiriyorsa f' ye birebir fonksiyon denir. Soruda; $0 \neq 3$ için $f(0) = -2 = f(3)$ olması sebebiyle f fonksiyonu birebir değildir.

Uygulama yapabilme kategorisi "sonucu yanlış yorumlama" ve "doğru bilgi" alt kategorileri altında incelenmiştir.

- **Sonucu Yanlış Yorumlama Alt Kategorisi**

MÖA1 lisans derslerinde işlenen birebir fonksiyon tanımını doğru bir şekilde hatırlamış, çözümü doğru bir şekilde yapmış ancak bulduğu sonucu yanlış yorumlamıştır. Çözüm sonucunda a=b ile a+b=3 ifadelerini bulmuş, a=b ifadesinden dolayı verilen fonksiyonun birebir olduğunu söylemiştir. Ancak a+b=3 ifadesinden dolayı a=b olamayacağını gözden kaçırmıştır. MÖA1' in ifadesi ve yazılı cevabı aşağıdadır:

MÖA1: *Tanım kümesinden iki eleman seçiyorduk a,b∈R olmak üzere f(a)= f(b) iken a=b oluyorsa fonksiyon birebirdir.* ...(Yazılı cevabı aşağıdadır). *f(x)= f(y) iken x=y olduğundan f birebirdir.*

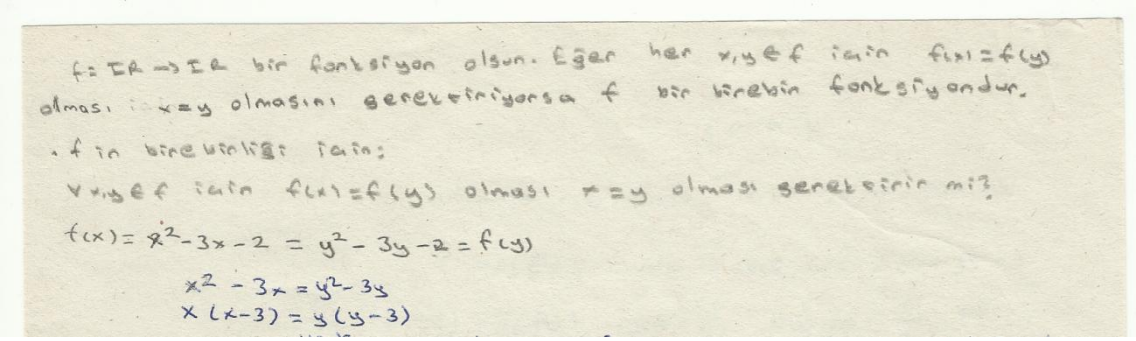


Şekil 4.4.2 MÖA1' in birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

Soruya doğru cevap veren MÖA' lar, birebir fonksiyon tanımındaki matematiksel ifadeden yararlanarak veya verilen fonksiyonda x yerine değer vererek doğru cevaba ulaşmışlardır. Böylece "matematiksel ifade" ve "değer verme" boyutlarına ulaşılmıştır. MÖA' ların ifadeleri ve verdikleri yazılı cevaplar aşağıdadır:

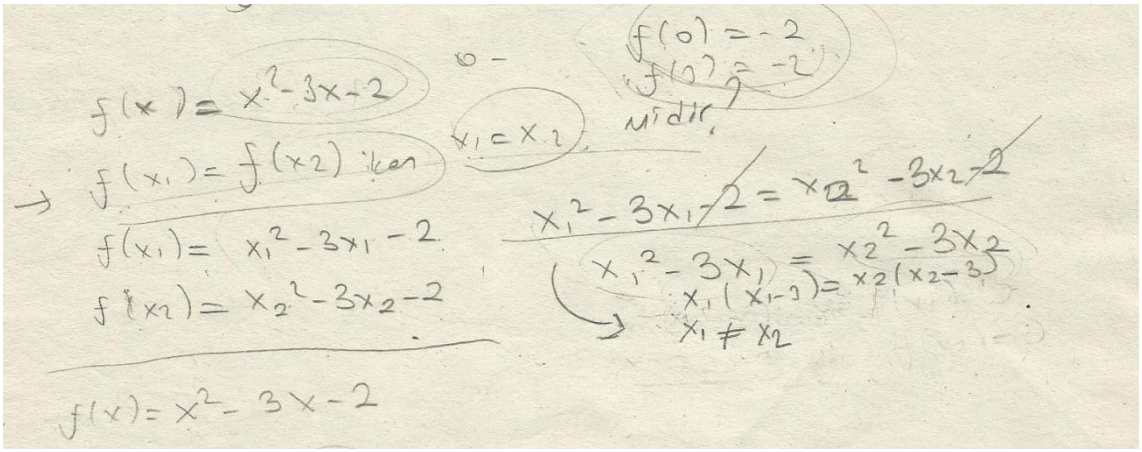
MÖA2: *f: R→ R bir fonksiyon olsun. Eğer her x, y ∈R için f(x)=f(y) olması x=y olmasını gerektiriyorsa f, 1-1 fonksiyondur.* ...(Yazılı cevabı aşağıdadır). *f(x)= f(y) iken x≠y olduğundan f birebir değildir.*



Şekil 4.4.3 MÖA2' nin birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı

MÖA3 soruyu birebir fonksiyon tanımından yararlanarak yapmış ve verilen fonksiyonun birebir olmadığını bulmuştur Çözümünün sonucunda ayrıca birebir fonksiyon olmasına engel olan değerleri bularak da yapılabileceğini söylemiş ve birebir fonksiyon olmasını sağlamayan değerleri bulmuştur. Böylece doğru bilgi alt kategorisinin iki boyutu için de veri elde edilmiştir. MÖA3' ün ifadesi ve yazılı çözümü aşağıdadır:

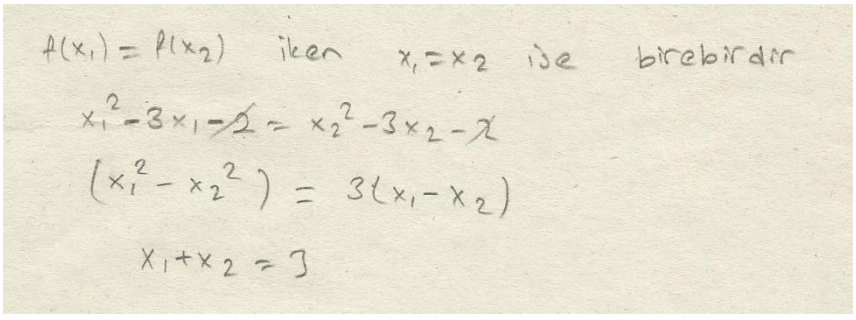
MÖA3: *Burada öğrendiğim bilgiyle birebirliğe bakarken her şeyde şu soruyu yazıyorum her zaman: f(x1)= f(x2) iken x1=x2 midir?* ...(Yazılı cevabı aşağıdadır). *Aslında ben önce bakıyorum birebirliği sağlamayan eleman var mı diye. Görebilirsem yazıp gösteriyorum. Eğer işlem uzun karışıksa göremeyebiliyorum. O zaman böyle uzun çözüyorum. Burada f(0)= -2, f(3)=-2 olduğundan birebir değildir.*



Şekil 4.4.4 MÖA3' ün birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı

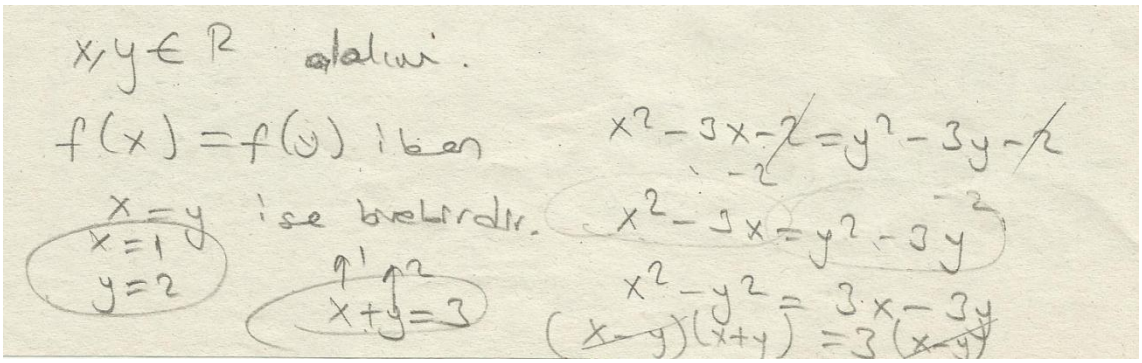
MÖA4 ve MÖA5 da lisans derslerinde öğrendikleri birebir fonksiyon tanımından yararlanarak verilen fonksiyon birebir olmadığını bulmuşlardır. MÖA4 VE MÖA5' in söyledikleri ve yazılı cevapları aşağıdadır:

MÖA4: …(Yazılı cevabı aşağıdadır). … *x1+x2 = 3 çıktı. O zaman birebir değildir. x1 ve x2 eşit çıkmadı çünkü.*



Şekil 4.4.5 MÖA4' ün birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı

MÖA5: *x, y ∈ R alalım. f(x)= f(y) iken x=y ise birebirdir, diyorduk. O zaman f(x)= f(y) alalım.* …(Yazılı cevabı aşağıdadır). *x≠y çıkıyor sonuç olarak. Yani x+y 'nin 3 olduğu her durum sağlıyor. Mesela x=1, y= 2 alırsak fonksiyonun değeri (-2) çıkıyor. Görüntüler eşit ama x≠y olduğundan birebir değildir. Bir tane sağlamayan bulduğumuzdan birebir değildir.*



Şekil 4.4.6 MÖA5' in birebir fonksiyon ile ilgili yazılı cevabı

4.4.2 Birebir Fonksiyon Kavramı ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi

Lisans bilgisiyle verilen cevaplara ön bilgilerin etkisini görebilmek için MÖA' lardan " f(x)= x^2-3x-2 ile tanımlı, f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu birebir midir?" sorunu ön bilgileriyle yani lisans öğrenimlerine gelmeden önceki bildikleriyle cevaplamaları istenmiş ve elde edilen verilerle ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorisi oluşturulmuştur. Sahip oldukları ön bilgilerle soruya doğru cevap veren, sadece ön bilgilerini kullanarak soruyu çözemeyeceğini söyleyen ve birebir fonksiyon ile ilgili uygulamaları ortaöğretimde nasıl çözdüğünü hatırlamayan MÖA' lar olmuştur. Böylece "doğru bilgi", "soruyu çözememe" ve "hatırlamama" alt kategorileri elde edilmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

Soruya sadece ön bilgilerini kullanarak doğru cevap veren MÖA' ların cevaplarından elde edilen verilerle matematiksel ifade, değer verme ve yatay doğru testi boyutlarına ulaşılmıştır.

MÖA2, sadece ön bilgilerini kullanarak yapacağı çözümün yine lisans programında öğrendikleri ile yaptığı çözüm gibi olacağını söylemiştir. MÖA3 ise birebir fonksiyon olmasını sağlamayan değerler bularak soruyu çözmüştür.

MÖA2: *Aynı şekilde çözerdim. Şöyle, bir fonksiyon birebir ise görüntüleri farklıdır demiştik. Soruları da yine bu şekilde çözdüğümüzü hatırlıyorum.*

MÖA3: *Sağlamayanı yazardım. f(0)= -2, f(3)=-2 yazıp birebir değildir derdim. Hiç buradaki gibi uzun uzun yazmazdım.*

MÖA5 da değer vererek bulacağını söylemiş; eğer değer bulamazsa grafiğini çizerek yatay doğru testi ile birebir fonksiyon olup olmadığını bulabileceğini söylemiştir. MÖA5 ile şu konuşmalar geçmiştir:

MÖA5: *Ben değer verirdim. Görüntüleri aynı olan, farklı değerler var mı diye bakardım. Ben bunun çarpanlarına ayırırdım.*

Araştırmacı: *Çarpanlarına ayrılmazsa ne yapardın?*

MÖA5: *Birebirliğin olmadığını bulabilmek için, görüntüleri aynı olan farklı elemanlar bulmak zorundaydık. Eğer sorulan şey birebir ise bunu bulmak daha zordu çünkü bütün elemanlar için gösterilmesi gerekir. Şey olabilir ama grafiğini bildiğimiz bir fonksiyonsa x eksenine paralel doğrular çizerek de bulabiliriz. Örneğin ikinci dereceden bir fonksiyonsa parabol grafiği oluşur. x eksenine paralel bir doğru çizdiğimizde iki yerde doğruyu kesecektir. Bu yüzden birebir değildir diyorduk. Ya da doğrusal bir fonksiyonsa ax+b şeklinde bir fonksiyonsa, ya da x^3 şeklinde bir fonksiyonsa birebirdir derdim.*

- **Soruyu Çözememe Alt Kategorisi**

MÖA4, ortaöğretimde birebir fonksiyon olup olmadığını görebilmek için venn şemasını kullandığını, ancak verilen soruyu ortaöğretimden bildikleri ile çözemeyeceğini söylemiştir.

MÖA4: *Yani çözemezdim kesin, çünkü Venn şeması çizerek yapıyorduk bunu da o şekilde çözemezdim. Lisede tam olarak yerleşen bir bilgi olsaydı bu, buradaki bilgimi kullanmadan lisedeki ile çözerdim. Ama bu konuda tam yerleşmemiş.*

- **Hatırlamama Alt Kategorisi**

MÖA1 ortaöğretimde birebir fonksiyon ile ilgili soruları nasıl çözdüğünü hatırlamadığı söylemiştir. Bu durumdan ön bilgilerin tam olarak yapılanmamış olduğunu söylemek mümkündür.

MÖA1: *…Lisede nasıl çözdüğümü hatırlamıyorum.*
Araştırmacı: *Birebir fonksiyon ile ilgili soruları nasıl çözüyordunuz, aklına bir şeyler geliyor mu?*
MÖA1: *Çok işlememiştik galiba, hatırlayamadım…*

Birebir fonksiyon kavramı lisans derslerinde ve ortaöğretim matematik ders kitabında (MEB, 2011) benzer şekilde işlenmektedir. Hem lisans programında, hem de ortaöğretimde, A ve B herhangi iki küme ve f: A→ B bir fonksiyon olmak üzere x, y ∈ A için f(x)= f(y) olması x = y olmasını gerektiriyorsa f' nin birebir fonksiyon olduğu söylenmektedir. MÖA' lardan bu bilgiyi doğru bir şekilde öğrenmiş olanlar (MÖA2, MÖA3 ve MÖA5), kendilerine sorulan soruyu hem lisans bilgileriyle, hem de ön bilgileriyle doğru bir şekilde çözebilmişlerdir. Bu durumdan doğru bir şekilde yerleşmiş olan ön bilgilerin, sonraki öğrenmeleri olumlu yönde etkilediğini söylemek mümkündür. Ayrıca MÖA' lardan bazıları lisans programında öğrendikleri bilgilerle birebir fonksiyon tanımından yararlanarak soruyu çözdükten sonra, ortaöğretimde öğrendikleri gibi birebirliği bozacak değerler olup olmadığına bakarak buldukları sonucun doğruluğunu kontrol etmişlerdir. Böylece ön bilgiler, sonraki öğrenmelerde işlemlerde pratiklik sağlamış ve bir kontrol mekanizması işlevi görmüştür.

Ortaöğretim matematik ders kitabında (MEB, 2011) birebir fonksiyon ayrıca, tanım kümesinin farklı elemanlarını görüntü kümesindeki farklı

elemanlara eşleyen fonksiyona olarak tanımlanmıştır. Ortaöğretimde birebir fonksiyonu bu şekilde öğrenen MÖA4, verilen soruyu ön bilgileriyle cevaplaması istendiğinde mevcut bilgileri ile soruyu ilişkilendirememiş ve daha önceden öğrendiği gibi venn şemasına elemanları yerleştirerek eşleme yapma yoluyla çözememiştir. Ancak aynı soruyu lisans programında öğrendiği gibi çözmesi istendiğinde derste işlenen tanıma uygun bir şekilde verileri yerleştirerek doğru sonuca ulaşmıştır. Piaget' e göre uyumsama (accomodation), önceden var olan şemaların kapsam ve niteliklerini değiştirerek yeni edinilen deneyimlerin gereklerine uygun davranmaktır. Başka bir deyişle uyumsama, karşılaşılan bir durumda eski şemalar işe yaramadığında yeni duruma uygun şemalar geliştirmektir. MÖA4 da birebir fonksiyon ile ilgili sorularda venn şemasını kullanıp elemanları eşlemesi bilgisinin kapsamını ve niteliğini lisans öğreniminde değiştirerek yeni öğrendiği bilgileri kullanıp verilen soruyu doğru çözebilmiştir. Dolayısıyla MÖA4 farklı bir çözüm yolunu öğrenmiş ve farklı bir bakış açısı kazanmıştır.

Senemoğlu (1997), sahip olunan ön bilgiler sonraki öğrenmeleri etkileyebileceğinden, ön öğrenmelerin doğru olarak gerçekleştirilmesine özen gösterilmesi gerektiğini söylemiştir. Yapılan görüşmelerde MÖA1 lisans derslerinde öğrendiği bilgilerle birebir fonksiyon ile ilgili soruyu çözerken işlemleri doğru olarak yapabilmiş ancak bulduğu sonucu yanlış yorumladığı için soruya yanlış cevap vermiştir. Aynı soruyu ortaöğretimden sahip olduğu bilgileri ile çözmesi istendiğinde ise birebir fonksiyon ile ilgili soruları nasıl çözdüklerini hatırlamamıştır. Bu nedenle ön bilgiler tam olarak yerleşmediği zaman yeni öğrenmelerde de aksaklıklar yaşanabileceği görülmüştür.

MÖA' ların birebir fonksiyon kavramının tanımını nasıl yaptıklarını ve bu kavram ile ilgili bilgilerini daha yakından görebilmek için lisans programında bu kavramın tanımını nasıl öğrendikleri sorulmuş; ardından da söyledikleri tanımlara, ortaöğretimden bildiklerinin ne gibi bir etkisinin olduğunu görebilmek için bu kavramları ortaöğretimde nasıl öğrendikleri ve nasıl tanımladıkları sorulmuştur. Böylece lisans programında öğrenilenler ile verilen cevaplarla kavramsal bilgi

kategorisi ve ortaöğretimden öğrenilen bilgilerle verilen cevaplarla da kavramsal ön bilgi kategorisi oluşturulmuştur.

Birebir fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri ve bunlara ait alt kategorilerle boyutları aşağıda incelenmiştir:

4.4.3 Birebir Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi

Lisans derslerinde birebir fonksiyon kavramının tanımı, "A ve B herhangi iki küme ve f: A→ B bir fonksiyon olsun. Eğer f(x)= f(y) olması her x,y ∈ A için x= y olmasını gerektiriyorsa f' ye birebir fonksiyon denir." şeklinde yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde MÖA' lardan lisans programında öğrendikleri bilgilerle birebir fonksiyonun tanımını yapmaları istenmiştir. Elde edilen cevaplar, lisans derslerinde işlenen tanım ile karşılaştırılarak alt kategoriler elde edilmiştir. MÖA' lardan doğru olarak tanımlayanlar ve eksik bir şekilde tanımı yapanlar olmuştur. Böylece doğru bilgi ve eksik bilgi alt kategorileri elde edilmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

Doğru cevap veren MÖA' lar lisans derslerinde öğrendikleri gibi matematiksel ifadelerle birebir fonksiyonu tanımlamışlardır. Böylece doğru bilgi alt kategorisinin matematiksel ifade boyutu elde edilmiştir. Doğru cevap veren MÖA' ların ifadeleri aşağıdadır:

MÖA1: *f:A→B bir fonksiyon ve a,b ∈ A olmak üzere f(a)= f(b) iken a=b oluyorsa fonksiyon birebirdir.*

MÖA2: *f, A' dan B' ye bir fonksiyon olsun. Eğer her x, y ∈ A için f(x)=f(y) olması x=y olmasını gerektiriyorsa f, 1-1 fonksiyondur.*

MÖA5: *f: A→B bir fonksiyon olsun. x_1, x_2 ∈ A alalım. $f(x_1)= f(x_2)$ iken $x_1= x_2$ ise fonksiyon birebirdir.*

- **Eksik Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA' lardan bazıları fonksiyonun tanımlı olduğu kümeleri ve seçtikleri elemanların hangi kümenin elemanı olduğunu söylemeden birebir fonksiyonu tanımlamaya çalışmışlar; hatta aynı cevabı vermişlerdir. Bu nedenle verdikleri cevaplar eksik bilgi alt kategorisinde değerlendirilmiştir.

MÖA3: *$f(x_1)= f(x_2)$ iken $x_1=x_2$ ise fonksiyon birebirdir.*

MÖA4: *$f(x_1)= f(x_2)$ iken $x_1=x_2$ ise fonksiyon birebirdir.*

4.4.4. Birebir Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi

MEB (2011) matematik ders kitabında birebir fonksiyon şu şekilde tanımlanmıştır:

" Tanım kümesinin farklı elemanlarını, görüntü kümesindeki farklı elemanlara eşleyen fonksiyona **birebir fonksiyon** denir. f: A→B fonksiyonu 1-1 ise bu durum, $\forall x_1, x_2 \in A$ için $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ veya $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ dir."

MÖA' lardan birebir fonksiyon kavramını ortaöğretimden öğrendikleri ile tanımlamaları istenmiş ve MÖA' ların verdikleri cevaplarla doğru bilgi alt kategorisi elde edilmiştir. Tanımları doğru bir şekilde yapan MÖA' ların çoğu sezgisel olarak cevap vermiş, yalnızca bir tanesi ortaöğretimdeki tanımları doğru bir şekilde ifade edebilmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

Birebir fonksiyon kavramının tanımını doğru olarak yapan MÖA' lar matematiksel ifadeler kullanarak veya sezgisel düşünerek soruyu cevaplamışlardır. Bu nedenle doğru bilgi alt kategorisi Şekil 4.4.1' de gösterildiği gibi matematiksel ifade ve sezgisel düşünme boyutlarından oluşmuştur.

MÖA2 ortaöğretim ders kitaplarında işlendiği gibi matematiksel ifadelerle birebir fonksiyon kavramını tanımlamıştır. Böylece matematiksel ifade boyutu oluşmuştur.

MÖA2: *Biz aslında birebirliği buradaki gibi tanımlıyorduk. f:A→B bir fonksiyon ve a,b ∈ A olmak üzere f(a)= f(b) iken a=b oluyorsa fonksiyon birebirdir.*

Hançerlioğlu'na (1989) göre ise sezgi, "Deney ve düşünmenin belli bir birikimi sonunda birdenbire gerçekleşen bilme" dir. MÖA' ların ortaöğretimdeki tanımı akıllarında kaldıkları şekliyle tarif ettiği cevapları sezgisel düşünme boyutunu oluşturmuştur. MÖA' ların ön bilgilerini kullanarak yaptıkları birebir fonksiyon kavramı ile ilgili tanımlar aşağıdadır:

MÖA1: *Tanım kümesindeki elemanlar değer kümesindeki elemanlara teker teker gidiyorsa1-1 dir diye hatırlıyorum.*

MÖA3: *Tanım kümesindeki hiçbir elemanın görüntüsündeki aynı elemana gitmezse fonksiyon birebir oluyordu.*

MÖA4: *Lisede bunu sözel olarak öğrenmiştik. Tanım kümesindeki elemanlar, görüntü kümesindeki farklı elemanlara gidiyorsa fonksiyon birebirdir.*

MÖA5: Lisede tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü farklı olacak şeklinde yapmıştık.

MÖA' ların ön bilgileri ile yaptıkları tanımlardan birebir fonksiyon kavramının genel olarak anlaşılmış olduğu görülmüştür. MÖA' lar ön bilgileri ile yaptıkları tanımları matematiksel ifade kullanarak ya da sezgisel düşünerek yapmışlardır. Ön bilgileri ile matematiksel ifadelerle tanımlayan MÖA2, lisans programında işledikleri tanımı da doğru bir şekilde hatırlayıp tanımlamış, hatta birebir fonksiyon ile ilgili sorulan uygulamayı hem ön bilgisi ile hem de lisans programında öğrendikleri ile doğru olarak çözmüştür. Bu nedenle doğru bir şekilde öğrenilen bilgilerin, sonraki öğrenmeler için temel oluşturduğu ve öğrenmeyi olumlu etkilediği söylenebilir. West ve Fensham' a (1974) ön

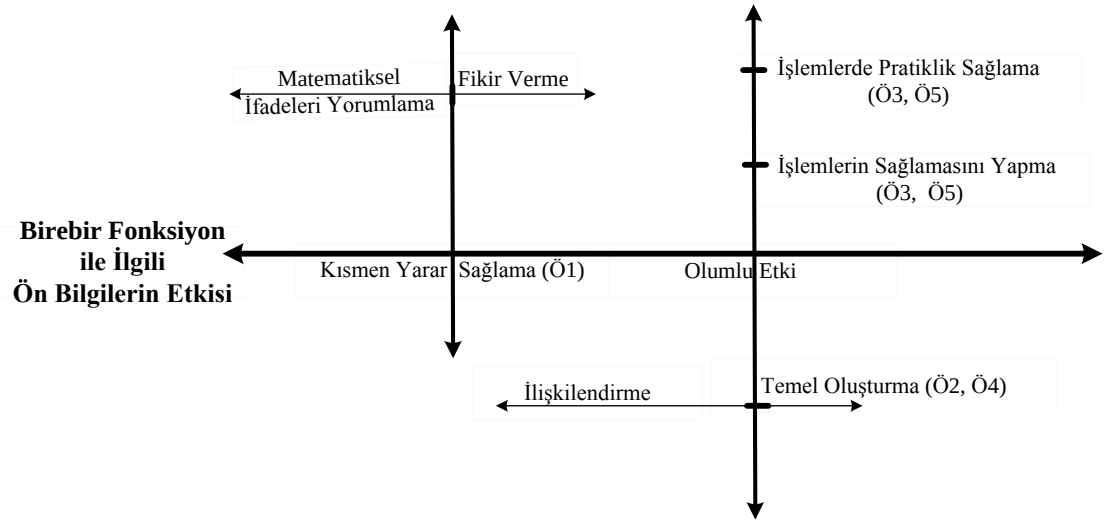
bilgilerdeki konuyla ilgili olan veya olmayan bilgiler kullanıldığında anlamlı öğrenme gerçekleşmektedir.

Ön bilgileriyle sezgisel olarak tanım yapan MÖA3 ve MÖA4, birebir fonksiyonun tanımını lisans programında öğrendikleri bilgiler ile cevaplarken fonksiyonun tanımlı olduğu kümeleri ifade etmeyerek eksik bir tanım yapmışlardır. Ayrıca MÖA4, verilen uygulamayı ön bilgilerini kullanarak çözememiştir. Byrnes ve Guthrie' ye (1992) göre ön bilgiler dolaylı olarak performansı etkilemektedir. Birebir fonksiyon tanımını sezgisel olarak yapan MÖA1 ise, lisans programında öğrendiği bilgilerle soruyu çözememiş ve ortaöğretimde birebir fonksiyon ile ilgili soruları nasıl çözdüğünü hatırlamamıştır. Görüldüğü gibi ön bilgiler tam olarak yerleşmeden, yeni bilgiler öğrenildiğinde hem kavramsal öğrenmelerde, hem de söz konusu kavramla ilgili uygulamalarda problem yaşanabilmektedir. Doğru ön bilgilere sahip olan MÖA2' nin sonraki öğrenmelerinde problem yaşamaması ve sorulanlara doğru cevap vermesi bu durumu desteklemektedir.

4.4.5 Birebir Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi

Uygulamalar ve kavramsal bilgilerin incelenip birebir fonksiyon ile ilgili ön bilginin etkisi hakkında fikir sahibi olunduktan sonra, MÖA' lara doğrudan "Birebir fonksiyon ile ilgili sahip olduğunuz ön bilgiler, lisans programında bu kavramları öğrenme sürecini nasıl etkiledi?" diye sorulmuştur. Böylece MÖA' ların bu konudaki kendi düşünceleri de alınmıştır.

MÖA' ların cevaplarından birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenme süreçlerini olumlu etkilediği ve kısmen yararlı olduğu verileri elde edilmiş ve aşağıda gösterilen alt kategori, boyut ve alt boyutlara ulaşılmıştır:



Şekil 4.4.7 Birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

- **Kısmen Yarar Sağlama Alt Kategorisi**

MÖA1' in ifadesinden birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerinin, lisans programındaki öğrenme sürecinde yetersiz kaldığı, ancak işlenen derslerde matematiksel ifadeleri yorumlama konusunda fikir verdiği anlaşılmaktadır. Elde edilen bu veriler ile kısmen yarar sağlama alt kategorisinin fikir verme boyutu ortaya çıkmış ve bunun da matematiksel ifadeleri yorumlama alt boyutuna ulaşılmıştır. MÖA1 ile araştırmacı arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

Araştırmacı: *Önceden sahip olduğun bilgiler birebir fonksiyon ile ilgili lisans programındaki öğrenme sürecini nasıl etkiledi?*

MÖA1: *Biraz yararı oldu diyebilirim ama ezber bilgiler olduğu için biraz yetersiz kaldı.*

Araştırmacı: *Ne gibi bir yararı oldu sence?*

MÖA1: *Yani burada her şeyi daha matematiksel görüyoruz sonuçta. Ama önceden bildiğim konularda, derste işlenenlerin ne demek istediğini düşünebildim.*

Araştırmacı: *Ön bilgilerinin hangi durumlarda yetersiz kaldığını düşünüyorsun?*

MÖA1: *Dediğim gibi, lisede ezberliyordum çoğu şeyi, şimdi burada da her şey biraz farklı işleniyor yani düzey olarak farklı. O yüzden önceden mantığını anlamadan ezberlediklerimin pek katkısı olmuyor.*

MÖA1 daha önce birebir fonksiyon ile ilgili uygulamayı lisans programında öğrendiği bilgilerle çözerken sonucu yanlış yorumlamış; ön bilgilerini kullanarak da çözememiştir. Ayrıca birebir fonksiyonu önceki bilgileriyle tanımlarken sezgisel ifadeler kullanmıştır. MÖA1' ya doğrudan, önceden sahip olduğu bilgilerin birebir fonksiyon ile ilgili lisans programındaki öğrenme sürecini nasıl etkilediği sorulduğunda da bildiği konularda matematiksel ifadeleri yorumlama ile ilgili fikir verdiği, ancak mantığını daha önceden anlamadığı durumlarda pek katkısı olmadığını söylemiştir. Böylece önceki verilerden elde edilen sonuçlar MÖA1' in kendi yorumu ile desteklenmiştir.

- **Olumlu Etki Alt Kategorisi**

Yapılan görüşmelerde MÖA' lar birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerinin lisans programındaki derslerde yaptıkları işlemlerde pratiklik sağladığını ve işlemlerin sağlamasını yapmalarını sağladığını; ayrıca yeni öğrendikleri bilgilerle ilişkilendirecekleri bir temel oluşturduğunu, bu nedenle olumlu etkilediğini söylemişlerdir.

MÖA3 ve MÖA5 birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerinin, lisans programındaki derslerde yaptıkları işlemlerde pratiklik sağladığını, ayrıca matematiksel ifadeleri kullanarak yaptıkları çözümlerde, ön bilgileri ile daha kısa bir şekilde çözümü yapıp buldukları sonuçların doğru olup olmadığının sağlamasını yaptıklarını söylemişlerdir. Böylece olumlu etki alt kategorisinin "işlemlerde pratiklik sağlama" ve

"işlemlerin sağlamasını yapma" boyutları elde edilmiştir. MÖA3 ve MÖA5' in söyledikleri aşağıdadır:

MÖA3: *Aslında birebirliği sağlamayan değeri bulmadan burada öğrendiğim uzun çözümü yapsam işlemin nereye gideceğini bilmiyorum. Hemen lisedeki gibi sağlamayan değer bulup çözünce anlıyorum. Ama birebir mi diye hemen düşünmeden uzun işleme başlayınca işlemin sonucunda ne çıkacağını bilmediğimden yoruyor, sonucu bilmeden buradaki işleme başlasam doğru yapıyorum yanlış mı yapıyorum diye çok tedirginlik duyarım açıkçası. Ön bilgim bana pratiklik sağlıyor, neyin ne olduğunu bulmama yardımcı oluyor. Sonra da burada öğrendiğim daha matematiksel olan çözümlerin sonucunu bilerek daha rahat yapmamı sağlıyor. Mesela soruyu ilk sorduğunuzda buradaki bilgimle çözmemi istediğiniz için sonuca ulaşamadım tıkandım. Sonra lisede öğrendiğim çözüm şekliyle sonucu bulabildim. Birebir olduğunu bilmeden işleme başlayınca ben çok yoruluyorum ve zorlanıyorum açıkçası.*

MÖA5: *Açıkçası pratik açısından iyi etkiledi. Ben az önce yazdığım çözümü yapmadan da bu birebir değildir diyebilirdim. Mesela ben burada öğrendiğim çözümü yapmaya başladım ama tıkandım bir yerde, çıkmıyor diyelim ya da buldum ne olduğunu ama emin değilim. İşte bu gibi durumlarda lisedeki gibi çözüyorum hemen. Sonuç farklı çıkarsa bir yerde yanlış yaptığımı fark etmemi sağlıyor böyle yapmam.*

MÖA2 ve MÖA4' ün söylediklerinden, birebir fonksiyon ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin, lisans öğrenimlerinde yeni öğrendikleri bilgileri ilişkilendirecekleri bir temel oluşturduğu anlaşılmaktadır.

MÖA2: *Biz aslında birebirliği buradaki gibi tanımlıyorduk. Bu yüzden buradaki öğrenmeme katkı sağladı diyebilirim. Lisedekilerin üzerine eklendi burada öğrendiklerimiz.*

MÖA4: *… Lisedekiler altyapı oluşturdu. Lisedeki ile kıyaslıyorum aynı şey olduğunu anlayabiliyorum.*

Yapılan görüşmelerde birebir fonksiyon ile ilgili sahip olunan bilgilerin lisans öğreniminde kısmen yararlı olduğunu ve olumlu etkilerinin olduğunu gösteren veriler elde edilmiştir. Kısmen yarar alt kategorinde elde edilen verilerle oluşan fikir verme boyutu ve bunun matematiksel ifadeleri yorumlama alt boyutu ile olumlu etki kategorisindeki temel oluşturma boyutu daha önceden elde edilen fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisini inceleyen kategorideki verilerle uyuşmaktadır.

Lipson' un (1982) çalışmasında ön bilginin temel etkisinin pozitif olduğu ortaya çıkmıştır. Yapılan görüşmelerden elde edilen verilere göre birebir fonksiyon ile ilgili sahip olunan ön bilgiler, yeni öğrenme sürecinde temel oluşturarak, işlemlerde pratiklik sağlayarak ve işlemlerin sağlamasının yapılmasına katkıda bulunarak olumlu etkilemiştir.

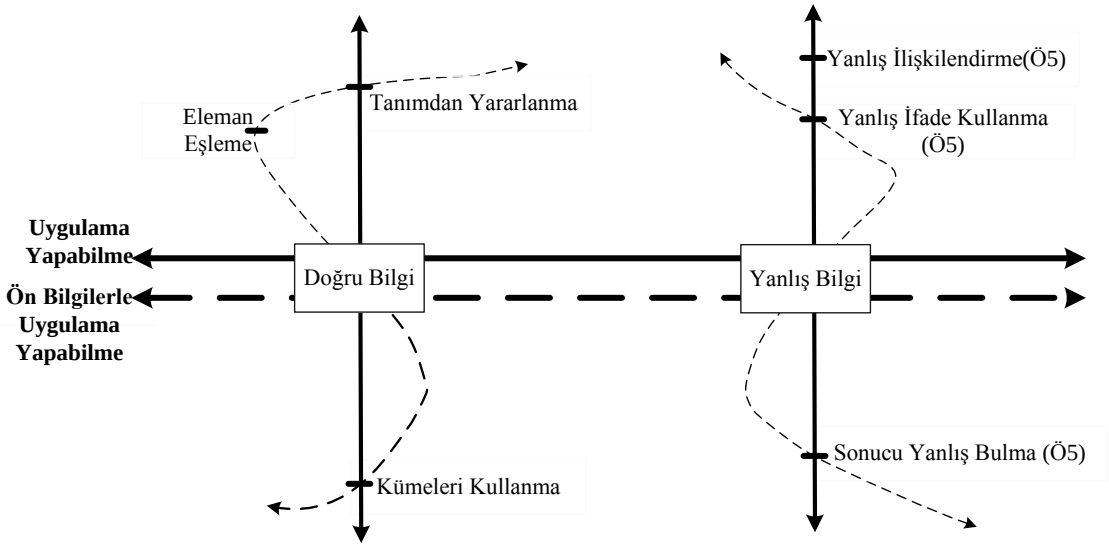
4.5 Örten Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi

Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek amacıyla öncelikle MÖA' lara örten fonksiyon ile ilgili uygulama yaptırmak için soru sorulmuş ve MÖA' lardan bunu lisans programında öğrendikleri bilgilerle cevaplamaları istenmiştir. Sonra ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerin, yaptıkları çözüme etkisini görebilmek için soruyu ortaöğretimden bildikleri ile nasıl çözecekleri sorulmuştur. Elde edilen verilerden lisans programında öğrenilen bilgilerle yapılan uygulamalar "uygulama yapabilme", ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle yapılan uygulamalar da "ön bilgilerle uygulama yapabilme" kategorileri ile temsil edilmiştir.

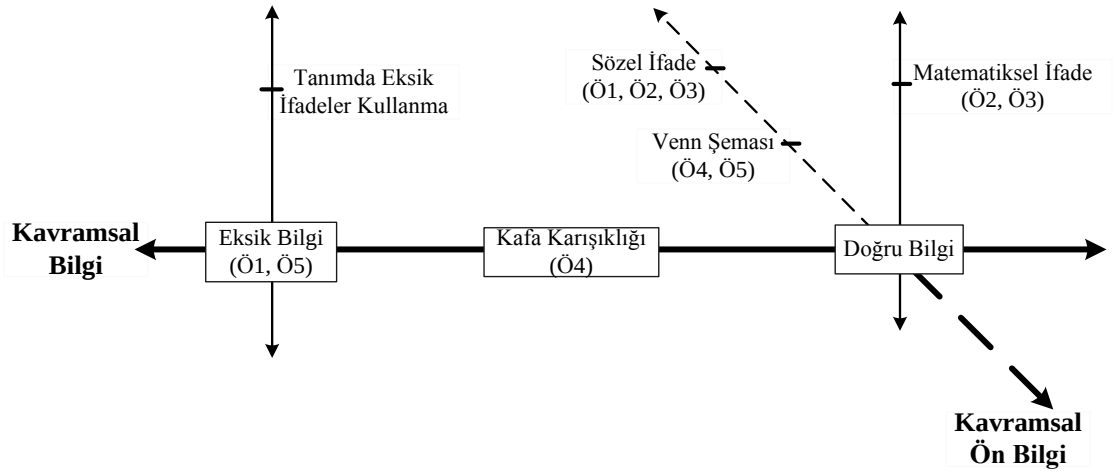
MÖA' ların örten fonksiyon ile ilgili önceden sahip oldukları kavramsal bilgilerinin, lisans programındaki öğrenmelerine etkisini inceleyebilmek için de örten

fonksiyonun tanımını yapmaları istenmiş, bu kavramdan ne anladıkları hakkında fikir sahibi olunmuştur. Bunun için MÖA' lardan örten fonksiyonun tanımını, öncelikle lisans programında öğrendikleri gibi yapmaları istenmiş, sonra da ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerin etkisini görebilmek için de örten fonksiyon tanımını ortaöğretimden sahip oldukları ön bilgileriyle yapmaları istenmiştir. Böylece örten fonksiyon ile kavramsal olarak ilgili olan lisans programındaki bilgilerden oluşan veriler "kavramsal bilgi", ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle verilen cevaplardan oluşan veriler de "kavramsal ön bilgi" kategorisinde incelenmiştir.

Yapılan görüşmelerde MÖA' lara, örten fonksiyon ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecini nasıl etkilediği sorularak elde edilen veriler desteklenmiştir. Elde edilen verilerle oluşturulan "uygulama yapabilme", "ön bilgilerle uygulama yapabilme", "kavramsal bilgi" ve "kavramsal ön bilgi" kategorileri ile bunların alt kategorileri ve boyutları aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir:



Şekil 4.5.1 Örten fonksiyon ile ilgili uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorileri



Şekil 4.5.2 Örten fonksiyon ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorisi

Yukarıdaki şekilde lisans programında öğrenilen bilgilerle verilen cevaplardan elde edilen kategoriler ve bunların boyutları düz çizgilerle, ortaöğretimden sahip olunan ön bilgilerle verilen cevaplardan oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları da kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca ana kategorilerle boyutları daha iyi ayırt edebilmek için de ana kategoriler kalın, alt kategorilerin boyutları da daha ince çizgilerle çizilmiştir. Alt kategorilerin isimleri kutular içine yazılarak boyutlardan ayırt edilmesi sağlanmıştır. Ayrıca ortak olan boyutlarda eğri şeklinde gösterim kullanılmış; böylece kategoriler arasındaki ilişkilerin daha iyi görülebileceği düşünülmüştür.

Uygulama yapabilme kategorisi ile ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorisi, doğru bilgi ve yanlış bilgi alt kategorilerinden oluşmaktadır. Uygulama yapabilme kategorisi doğru bilgi alt kategorisi tanımdan yararlanma ve kümeleri kullanma boyutlarından; yanlış bilgi alt kategorisi de yanlış ilişkilendirme, yanlış ifade kullanma ve işlemi yanlış yapma boyutlarından oluşmaktadır. Ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorisi doğru bilgi alt kategorisi ise eleman eşleme, kümeleri kullanma ve tanımdan yararlanma boyutlarından; yanlış bilgi alt kategorisi ise yanlış ifade kullanma ve işlemi yanlış yapma boyutlarından meydana gelmektedir. Boyutlardan bazıları ortak olduğundan şekil oluşturulurken eğriler kullanılmıştır.

Kavramsal bilgi kategorisi ise eksik bilgi, doğru bilgi ve kafa karışıklığı alt kategorilerinden; eksik bilgi alt kategorisi tanımda eksik ifadeler kullanma boyutundan,

doğru bilgi alt kategorisi de matematiksel ifade boyutundan oluşmaktadır. Kavramsal ön bilgi kategorisi ile kavramsal bilgi kategorisinde doğru bilgi alt kategorisi ortak olduğundan, kavramsal ön bilgi kategorisi bu noktadan geçirilmiştir. Kavramsal ön bilgi kategorisi, sadece doğru bilgi alt kategorisinden oluşmuş ve bu alt kategoride venn şeması ve sözel ifade boyutları elde edilmiştir.

Şekil 4.5.1 ve şekil 4.5.2' deki kategoriler, alt kategoriler ve boyutlar aşağıda incelenmiştir:

4.5.1. Örten Fonksiyon ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi

MÖA' lardan " g(x)= 2x ile tanımlı g: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu örten midir?" sorusuna lisans programında öğrendikleri bilgilerle cevap vermeleri istenmiş ve elde edilen verilerle uygulama yapabilme kategorisi oluşturulmuştur.

Lisans derslerinde örten fonksiyon "A ve B iki küme ve f: A→ B bir fonksiyon olsun. Eğer her b ∈ B için b= f(a) olacak şekilde bir a ∈ A bulunabiliyorsa f' ye bir örten fonksiyon denir." şeklinde tanımlanmıştır ve yapılan uygulamalarda bu tanım üzerinde durulmuştur

Soruda; her b ∈ $\mathbb{Z}$ için g(x)= 2x= b ise, x= b/ 2 elde edilir. Burada her b ∈ $\mathbb{Z}$ için x= b/ 2 ∉ $\mathbb{Z}$' dir. Bu nedenle g: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu örten değildir. Ayrıca Imf = 2$\mathbb{Z}$ olduğundan örten değildir.

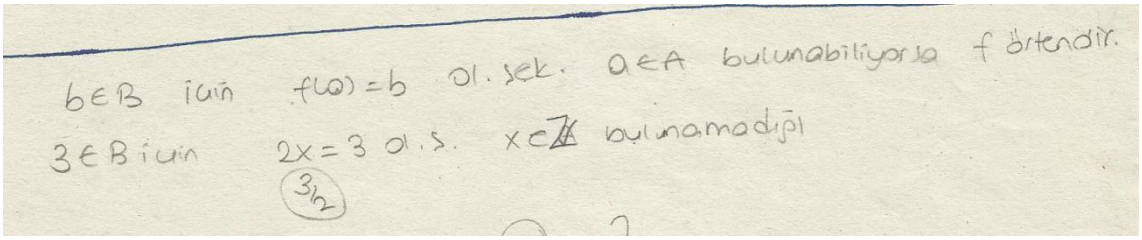
Uygulama yapabilme kategorisi doğru bilgi ve yanlış bilgi alt kategorilerinden oluşmuştur. Bu alt kategoriler boyutları ile birlikte aşağıda incelenmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

Yapılan görüşmelerde MÖA' lar örten fonksiyon tanımından yararlanarak veya kümelerden yararlanarak doğru sonuca ulaşılmıştır.

MÖA1, MÖA2 ve MÖA3 lisans derslerinde öğrendikleri tanım ile soruyu ilişkilendirerek soruya doğru cevap vermişlerdir. Böylece bu MÖA' lardan elde edilen veriler doğru bilgi alt kategorisi tanımdan yararlanma boyutu ile temsil edilmişlerdir. MÖA' ların ifadeleri ve görüşmeler sırasında verdikleri yazılı cevaplar aşağıdadır:

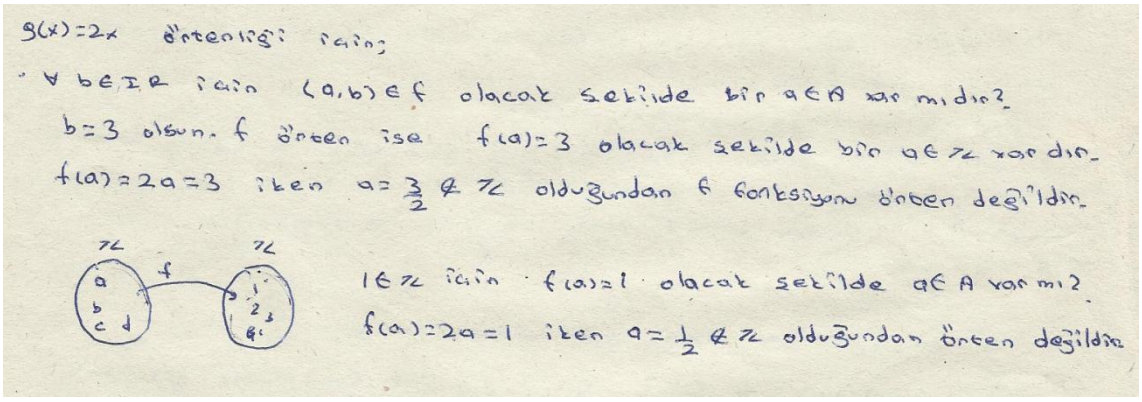
MÖA1: *Her b ∈ B için b= f(a) olacak şekilde bir a ∈ A bulabilirsek örten olacak. 3∈ B için 2x=3 olacak şekilde x∈ Z bulunamadığı için; yani 3/2 tamsayıların elemanı olmadığından örten değildir derim.*



Şekil 4.5.3 MÖA1' in örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap

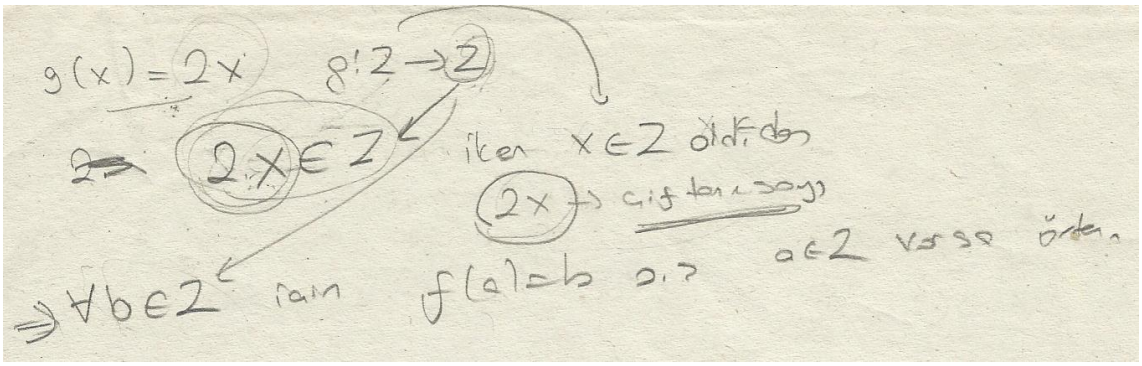
MÖA2 cevabında f(x)= y yerine (x,y) ∈ f ifadesini kullanmıştır. İki ifade de aynı anlama geldiğinden MÖA2' nin cevabı doğru bilgi alt kategorisi tanımdan yararlanma boyutu altında incelenmiştir.

MÖA2: …(yazılı cevap aşağıdadır). …*örten değildir.*



Şekil 4.5.4 MÖA2' nin örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap

MÖA3: *Her b∈ Z için f(a)= b olacak şekilde a∈ Z varsa f örtendir. Şimdi burada 2x lerin hepsi çift tamsayı olduğu için örten olmuyor çünkü Z'de tek sayılar da var.*



Şekil 4.5.5 MÖA3' ün örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap

MÖA4 fonksiyonun tanımlı olduğu kümeler üzerinden düşünüp verilen fonksiyonun görüntüsünün sadece çift tamsayılardan oluşacağını söyleyerek ve örten olmadığına karar vermiştir. Böylece kümeleri kullanma boyutu elde edilmiştir. MÖA4 ile araştırmacı arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir:

MÖA4: *g(x)= 2x, tam sayılar kümesi. Burada tek olanlar boşta kalır.*

Araştırmacı: *Nasıl düşündün yani?*

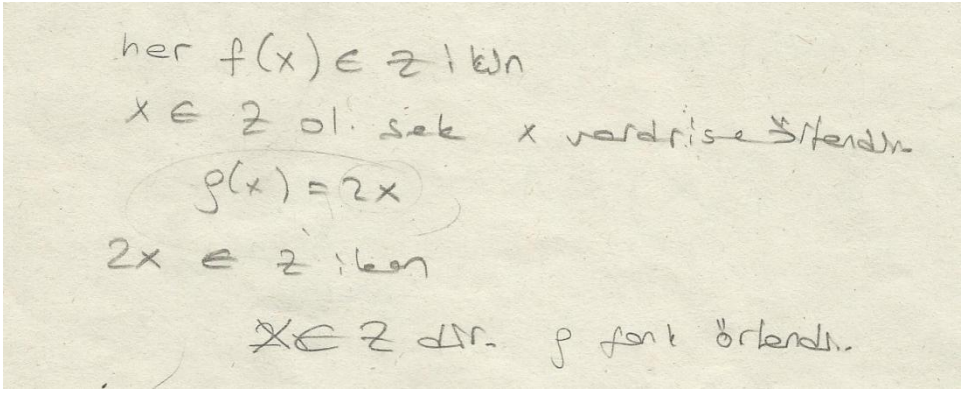
MÖA4: *Şimdi tam sayılardan tam sayılara tanımlı bu fonksiyonun örten olması için ℤ' de boşta eleman kalmaması gerekli. Ama 2x sadece çift tamsayıları ifade ediyor. ... Bu yüzden örten değil.*

- **Yanlış Bilgi Alt Kategorisi**

Yapılan görüşmelerde yanlış cevap veren MÖA5, örten fonksiyon tanımını yaptığı işlemle yanlış bir şekilde ilişkilendirmiş, çözüm sırasında yanlış ifadeler kullanmış ve soruyu yanlış çözmüştür Bu durumların hepsi ayrı ayrı yanlış bilgi alt kategorisinin boyutlarını oluşturmuştur.

MÖA5 örten fonksiyon tanımını sorunun çözümü ile yanlış ilişkilendirmiş; sonrasında da yanlış sonuç bularak verilen fonksiyonun örten olduğunu söylemiştir. Ayrıca "bütün görüntülerin tanım kümesinde bir karşılığı olmalı aslında örtenlik bu." ifadesinde değer kümesi demesi gerekirken görüntü kümesi demesi, yanlış ifade kullanma boyutunda incelenmiştir. MÖA5' in ifadesi:

MÖA5: *Her f(x) ∈ Z için x∈ Z olacak şekilde x var ise örtendir diyorduk. Yani bütün görüntülerin tanım kümesinde bir karşılığı olmalı aslında örtenlik bu. O zaman g(x)= 2x olduğundan görüntü kümesi 2x'lerden ya da 2k'lardan oluşan bir küme. 2x∈ Z iken x∈ Z olduğundan g fonksiyonu örtendir.*



Şekil 4.5.6 MÖA5' in örten fonksiyon ile ilgili soruya verdiği yazılı cevap

4.5.2. Örten Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi

MÖA' lara " g(x)= 2x ile tanımlı g: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu örten midir?" sorusunu ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerle nasıl çözecekleri sorulmuş ve elde edilen verilerle ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorisi oluşturulmuştur. MÖA' lardan soruyu ön bilgileriyle doğru olarak cevaplayanlar ve yanlış cevap verenler olmuştur.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

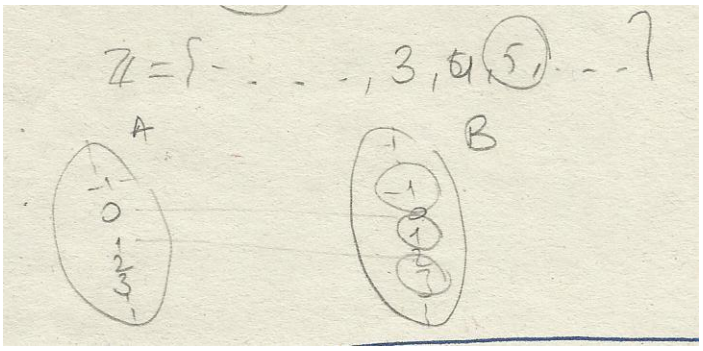
Sorunun cevabını doğru yapan MÖA' lar fonksiyonun tanımlı olduğu kümeleri kullanarak ve bu kümelerdeki elemanları eşleyerek verilen fonksiyonun örten olmadığını bulmuşlardır. Soruya doğru cevap veren MÖA' ların hepsinde "değer kümesinde açıkta eleman kalmaması" fikri mevcuttur.

MÖA1, fonksiyonun tanımlı olduğu tamsayılar kümesinden elemanlar seçip eşleme yaparak sonucu söylemiştir. MÖA1 ile araştırmacı arasında şu konuşmalar geçmiştir.

MÖA1: *Tanım kümesini düşünürdüm yine; onun elemanlarını yazardım Onların değerlerini verecek eleman bulamadığım için yani; açıkta eleman kaldığı için örten değil derdim.*

Araştırmacı: *Açıkta eleman kalması senin için neyi ifade ediyor?*

MÖA1: *Şimdi Z kümesi ...,-1, -2,..., 2, 3, 4,... şeklinde gidiyor. Burada -1, -2 ye gidecek, 0, 0 a gidecek, 1, 2 ye gidecek. Yani burada tek sayıların karşılığını bulamıyorum. Bu yüzden örten değil derdim.*



Şekil 4.5.7 MÖA1' in örten fonksiyon ile ilgili soruya ön bilgileri ile verdiği yazılı cevap

MÖA2, örten fonksiyon tanımından yararlanarak soruyu cevaplamıştır:

MÖA2: *Değer kümesindeki her b elemanın, tanım kümesinde bir a elemanı karşılık geliyor mu diye bakardım. Değer kümesinden 3' ü alırdım mesela, görüntüsü 3 olacak şekilde bir sayı var mı diye bakardım. Tanım kümesinde böyle bir sayı olmadığından örten değil derdim yine benzer bir şekilde çözerdim yani.*

MÖA3 ve MÖA4 çift tamsayılar kümesinin, tamsayıların alt kümesi olduğunu düşünerek verilen fonksiyonun örten fonksiyon olmadığını bulmuşlardır:

MÖA3: *Bu çift tamsayıdır, örten değildir diye işaretlerdim bu lisede sorulsaydı. Yani sonuçta tek sayılar açıkta kalıyor $\mathbb{Z}$ kümesinde, bu yüzden örten olmaz derdim.*

MÖA4: *Şimdi tam sayılardan tamsayılara bu fonksiyon tanımlı örten olması için boşta eleman kalmaması gerekli. Ama 2x çift tamsayıları ifade ediyor. Bu sefer eşlenen kümede tek tam sayılar boşta kalmış olacak. Bu yüzden örten değil.*

- **Yanlış Bilgi Alt Kategorisi**

Lisans programında öğrendiği bilgilerle soruyu yanlış çözen MÖA5, aynı soruyu ortaöğretimden sahip olduğu ön bilgilerle yine yanlış cevap vererek verilen fonksiyonun örten fonksiyon olduğunu söylemiştir. Yaptığı işlemde değer kümesi yerine yine görüntü kümesi kavramını kullanarak yanlış ifade kullanmış ve soruyu yanlış çözmüştür. MÖA5' in ifadesi aşağıdadır:

MÖA5: *İki tane küme çiziyorduk. Görüntü kümesinde hiç boşta eleman kalmayacak şekilde eşliyorduk. Bu soru için de iki küme çizerdim. İki kümede de tamsayıların elemanı olurdu. 2x ler tamsayı olacak. O zaman 2x ler tamsayı iken x ler de tamsayı olacak... Yani örten derdim ama çok matematiksel ifade edemiyorum şimdi.*

Yapılan görüşmeler sonucunda örten fonksiyon ile ilgili sorulan soruya ön bilgileri ile doğru cevap veren MÖA' ların hepsi, aynı soruyu lisans programında öğrendikleri bilgilerle yine doğru cevaplamışlardır. Mack (1995), ön bilginin matematik öğrenme üzerinde pozitif etkisinin olduğunu söylemiştir. MÖA' ların verdiği cevaplardan da doğru bir şekilde öğrenilmiş olan ön bilgilerin, lisans programında daha matematiksel ifadeler kullanılarak yapılan uygulamalarda olumlu etkisinin olduğunu söylemek mümkündür.

Doğru olmayan ön bilgiler matematikte öğrenmeye engel olabilmektedir (Gourgey, 1998). Yapılan görüşmelerde MÖA5, ön bilgilerini kullanarak verilen fonksiyonun örten fonksiyon olup olmadığını bulması istenildiğinde yanlış cevap vermiştir. MÖA5 lisans programında öğrendiği bilgilerle aynı soruyu çözerken sorudaki verileri örten fonksiyon tanımı ile doğru bir şekilde ilişkilendirememiş ve yine yanlış cevap vermiştir. Görüldüğü gibi ön bilgilerdeki herhangi bir yanlış öğrenme ve eksiklik, sonraki öğrenmeleri etkilemekte; hatta sonraki öğrenmelere engel olabilmektedir.

4.5.3. Örten Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi

Yapılan görüşmelerde MÖA' lardan lisans programında öğrendikleri bilgilerle örten fonksiyonun tanımını yapmaları istenmiştir. Elde edilen cevaplar, lisans derslerinde işlenen tanım ile karşılaştırılarak alt kategoriler elde edilmiştir.

Lisans derslerinde örten fonksiyon kavramının tanımı, "A ve B iki küme ve f: A →B bir fonksiyon olsun. Eğer her b ∈ B için b= f(a) olacak şekilde bir a ∈ A bulunabiliyorsa f' ye bir örten fonksiyon denir." şeklinde yapılmıştır.

Kavramsal bilgiyi incelerken Smith ve Ragan (2005)' nın belirttiği gibi; öğrenenlerin tanımlaması, tarif etmesi, özetlemesi ve bilgileri listelemesi gibi özelliklere dikkat edilmiştir. MÖA' lar örten fonksiyon kavramını doğru bir şekilde tanımlayanlar, tanımda eksik ifadeler kullananlar ve cevap verirken kafa karışıklığı yaşayanlar olmuştur. Bu durumların hepsi alt kategoriler ve boyutlarla temsil edilmiş ve aşağıda her biri incelenmiştir.

- **Eksik Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA1 ve MÖA5 örten fonksiyonu tanımlarken fonksiyonun tanımlı olduğu kümeleri söylememişlerdir. Ayrıca MÖA1 söylediği tanımın, değer kümesindeki her eleman için sağlanması gerektiğini söylemediği için elde edilen bu verilerden eksik bilgi kategorisi oluşturulmuştur.

MÖA1: *Değer kümesinden bir eleman alıyorduk. b ∈ B için f(a)= b olacak şekilde a ∈ A bulunabiliyorsa f örtendir denir.*

MÖA5: *Her f(x) ∈ B için x∈ A olacak şekilde x var ise f fonksiyonu örtendir.*

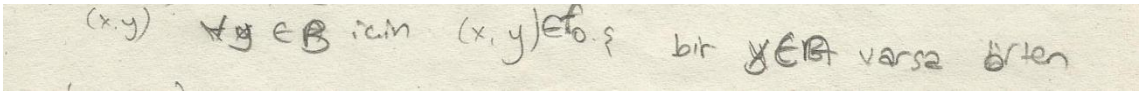
- **Kafa Karışıklığı Alt Kategorisi**

MÖA4, cevap verirken elemanları hangi kümeden seçerek tanımlayacağını şaşırmıştır. MÖA4' ün cevabından elde edilen veriler kafa karışıklığı alt kategorisinde incelenmiştir. MÖA4 ile geçen konuşmalar aşağıdadır:

MÖA4: A ve B iki küme, *f: A→B bir fonksiyon olsun. (x, y) sıralı ikili, her x ∈A için (x, y) ∈ f olacak şekilde bir y ∈B varsa buna örten fonksiyon denir. Ya aslında bunda bir gariplik oldu… Bu fonksiyon olması için gerek şeydi yanlış tanımladım. Tam tersi olacak! Her y ∈B için (x,y) ∈ f olacak şekilde bir x ∈ A varsa buna örten fonksiyon denir.*

Araştırmacı: *Biraz karıştı sanırım. Tekrar edebilir misin cevabını?*

MÖA4: A ve B iki küme, *f: A→B bir fonksiyon olsun. Her y ∈B için (x,y) ∈ f olacak şekilde bir x ∈ A varsa buna örten fonksiyon denir.*



Şekil 4.5.8 MÖA4' ün yaptığı örten fonksiyon tanımı

- **Doğru Bilgi Kategorisi**

MÖA2 ve MÖA3, örten fonksiyon tanımını matematiksel ifadelerle doğru bir şekilde yapmışlardır.

MÖA2: *f: A→B bir fonksiyon olsun. Eğer her y∈ B için (x,y) ∈ f olacak şekilde x∈ A varsa f fonksiyonu örtendir.*

MÖA3: *f: A→B bir fonksiyon olsun. Her b∈ B için f(a)= b olacak şekilde a∈ A varsa f örtendir demiştik. Her b için a bulabiliyorsam örtendir.*

4.5.4. Örten Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi

MÖA' lara örten fonksiyon kavramını ortaöğretimde öğrendikleri şekilde tanımlamaları istenmiş ve MÖA' ların hepsi doğru bir şekilde cevap vermiştir. Bu nedenle elde edilen veriler doğru bilgi alt kategorisini oluşturmuştur.

Örten fonksiyon kavramı, ortaöğretim matematik ders kitabında (MEB, 2011), "Görüntü kümesi, değer kümesine eşit olan fonksiyona **örten fonksiyon** denir." şeklinde tanımlanmıştır.

Yapılan görüşmelerde MÖA' ların verdikleri cevaplar bu tanımla kıyaslanarak doğru bilgi alt kategorisinin sözel ifade ve venn şeması boyutları elde edilmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA' ların hepsinde değer kümesinde açıkta eleman kalmaması fikrinin mevcut olduğu görülmüştür. MÖA' lar venn şeması kullanarak veya ortaöğretim ders kitabındaki tanıma benzer şekilde sözel ifadelerle tanımı yapmışlardır. Böylece elde edilen veriler doğru bilgi alt kategorisinin venn şeması ve sözel ifade boyutları ile temsil edilmiştir.

MÖA1, MÖA2 ve MÖA3 örten fonksiyon kavramını, ortaöğretimden sahip oldukları ön bilgilerle sözel ifadeler kullanarak tanımlamışlardır. İfadeleri aşağıdadır:

MÖA1: *Değer kümesinde açıkta eleman kalmayacak şekilde oluyorsa örten fonksiyondur şeklinde tanımlıyorduk.*

MÖA2: *Örtenliği biz lisede değer kümesinde açıkta eleman kalmayacak şeklinde öğrenmiştik. Yani B kümesindeki her elemanın A kümesinde bir karşılığı olacak diye öğrenmiştik. Hatta Hocamız şöyle demişti lisedeyken fonksiyon olması için tanım kümesinde açıkta eleman kalmayacak, örten olması için değer kümesinde açıkta eleman kalmayacak.*

MÖA3: *Açıkçası lisedeyken tanımlara çok dikkat etmiyordum daha çok soru çözmeye yönelik öğreniyordum. Ama f, A' dan B' ye tanımlı bir fonksiyon, B' de boşta eleman kalmıyorsa bu f fonksiyonu örten oluyordu. ...*

MÖA4 ve MÖA5 örten fonksiyon tanımını, venn şemasını kullanarak yapmışlardır. Ayrıca düşündükleri venn şemalarındaki her elemanın eşleşmiş olması fikri de mevcuttur.

MÖA4: *Lisede tanımı venn şemalarıyla yapıyorduk. Fonksiyonu, A' dan B' ye olduğunda B' deki her eleman eşleşmiş oluyordu, yani B' de boşta eleman bırakmayacak şekilde, A' dan B' ye fonksiyon tanımlanıyorsa örten oluyordu.*

MÖA5: *Lisede çok tanım yapmadık. Örten fonksiyonu da şekil üzerinden açıklamıştık, kümeler çizmiştik, eşlemiştik. Değer kümesinde boşta eleman kalmayacak demiştik. Bu şekildeki fonksiyonlar da örten fonksiyon olur demiştik.*

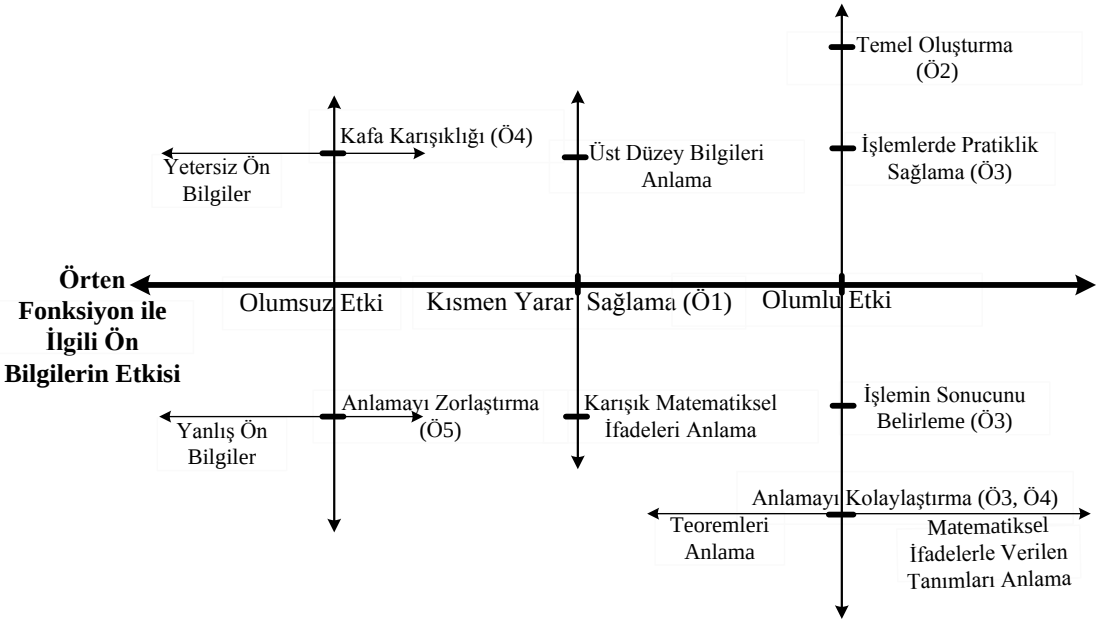
Yapılan görüşmelerde MÖA' ların ön bilgileriyle yaptıkları örten fonksiyon tanımından genel olarak, değer kümesinde açıkta eleman kalmaması fikri mevcuttur. Bu durum MÖA' ların lisans programında öğrendikleri bilgilerle verdikleri cevaplarda da, lisans derslerinde böyle bir ifade kullanılmamasına rağmen devam etmiştir.

Ortaöğretimde örten fonksiyonun tanımını, venn şemasını kullanarak elemanları eşleme ile yaptığını söyleyen MÖA4' ün sınırlı bir öğrenmeye sahip olduğu görülmüştür. Çünkü fonksiyonun tanımlı olduğu her küme, elemanları tek tek yazıp eşleyerek örten olup olmadığı araştırmak için uygun değildir. MÖA4, lisans programında öğrendiği bilgilerle örten fonksiyonu tanımlarken kafa karışıklığı yaşamıştır.

MÖA5 da, ön bilgileriyle tanımı yaparken eşleme fikrini düşünmüş, tanımı tam olarak ifade edememiştir. Lisans bilgileri ile örten fonksiyon tanımını yaparken de eksik ifadeler kullanmıştır. Görüldüğü gibi ön bilgilerin yeterli olmadığı durumlarda yeni öğrenmelerde aksaklıklar meydana gelmiştir.

4.5.5 Örten Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi

Uygulamalar ve kavramsal bilgilerin incelenip örten fonksiyon ile ilgili ön bilginin etkisi hakkında fikir sahibi olunduktan sonra, MÖA' lara doğrudan "Örten fonksiyon ile ilgili sahip olduğunuz ön bilgiler, lisans programında bu kavramları öğrenme sürecini nasıl etkiledi?" diye sorulmuştur. Böylece MÖA' ların bu konudaki kendi düşünceleri de alınarak bütün verilerin yorumlanması ile örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisi oluşturulmuştur.



Şekil 4.5.9 Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

- **Olumlu Etki Alt Kategorisi**

Yapılan görüşmelerde MÖA2 ortaöğretimden sahip olduğu ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenmelerinde temel oluşturduğunu söylemişlerdir. MÖA2' nin ifadesi, olumlu etki alt kategorisinde temel oluşturma boyutu ile temsil edilmiştir.

MÖA2: *Burada öğrendiklerimiz, lisedekilerle paralel şeyler olduğu için katkı sağladı.*

MÖA3, lisans derslerinde işlenen örten fonksiyon ile ilgili uygulamalarda, soruyu çözmek için, matematiksel ifadelerle yapılan tanım ile soruyu ilişkilendirdiğini

söylemiştir. Ancak bu şekilde çözmeye başladığında işlemde karışıklık yaşayabileceğini söyleyen MÖA3, soruyla karşılaştığında ilk olarak ortaöğretimden bildikleri ile sonucun ne çıkacağına karar verip sonra tanım ile ilişkilendirerek çözdüğünü söylemiştir.

MÖA3, gerçekten "g(x)= 2x ile tanımlı g: $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ fonksiyonu örten midir?" sorusunu ön bilgileriyle çözerken verilen fonksiyonun görüntü kümesinin çift tamsayılar olduğunu, bu yüzden değer kümesinde tek tamsayıların açıkta kalacağını dolayısıyla örten olmadığını hızlı bir şekilde görebilmiştir. Lisans programında öğrendiği bilgilerle soruyu cevaplarken de, öncelikle bu durumu göz önünde bulundurmuş, sonra bulduğu sonuca göre verileri lisans programında öğrendiği tanıma yerleştirerek çözüm yapmıştır. MÖA3' ün verdiği cevaptan elde edilen bu veriler " işlemlerde pratiklik sağlama" ve "işlemin sonucunu belirleme" boyutları ile temsil edilmiştir. Bunlarla ilgili olarak MÖA3' ün söyledikleri aşağıdadır:

MÖA3: *Örtenlik denince yaptığım sabit bir şey vardı, bu sayede lisedeyken örtenliği rahat bir şekilde belirleyebiliyordum. Burada ise tanımdan yola çıkmam gerekiyor. Ama önce lisedeki bilgiyi kullanıyorum; örten mi değil mi diye karar veriyorum, o daha kolay olduğu için. ... Örtenliği önceden bildiğim için belirliyorum örten mi, değil mi diye, ondan sonra Hocanın verdiği tanımı kullanıyorum. Sonra da ne olduğunu belirlediğim için, örtense örtenliği gösterecek işlemi, örten değilse de örten değilin işlemini yapıyorum. Örten olup olmadığımı belirlememi sağladı, pratiklik kazandırıyor ön bilgim.*

Ayrıca MÖA3, ön bilgilerinin lisans derslerinde işlenen teoremleri ve matematiksel ifadelerle verilen tanımları anlamasını kolaylaştırdığını söylemiştir. Bu verilerden de anlamayı kolaylaştırma boyutuna ve bu boyutun "teoremleri anlama", "matematiksel ifadelerle verilen tanımları anlama" alt boyutlarına ulaşılmıştır. Bu verilerin elde edilmesini sağlayan MÖA3' ün ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA3: *… Okuduğum şey ile ilgili önceden bir bilgim varsa daha kolay anlıyorum. Örtenlik için de aynı durum geçerli… Bildiğim şeyle, buradaki tanımlar falan daha farklı da olsa, bazı teoremler de görmüştük onları da ilk kez burada gördüm, örten fonksiyonu önceden biliyor olmam bunları anlamamı sağlıyor. Hiç bilmediğim bir*

konuyu okuduğumda anlamakta çok zorlanıyorum. Yani okuduğum şey hakkında önceden bir bilgim olması gerekiyor kolay anlamam için, öbür türlü çok karıştırıyorum.

MÖA4 da sahip olduğu ön bilgilerin daha matematiksel ifadelerle verilen örten fonksiyon tanımını anlamasına katkı sağladığını söylemiştir. Böylece MÖA4' ün ifadesi anlamayı kolaylaştırma boyutu altında incelenmiştir. MÖA4' ün ifadesi aşağıdaki gibidir.

MÖA4: *Şu tanımı okuduğum zaman örten yazmasa bile onun örten olduğunu anlamamı sağlıyor. Yani her y ∈B için (x,y) olacak şekilde bir x ∈ A varsa dese ben bunun örten olduğunu anlayabiliyorum.*

- **Kısmen Yarar Sağlama Alt Kategorisi**

MÖA1, sahip olduğu ön bilgilerin, lisans programında daha üst düzey bilgilerle ve karışık matematiksel ifadelerle karşılaştığında ön bilgilerinin yetersiz kaldığını ancak yine bunları anlamada biraz destek sağladığını söylemiştir. MÖA1' in ifadesi ile kısmen yarar sağlama alt kategorisi elde edilmiş ve "üst düzey bilgileri anlama" ile "karışık matematiksel ifadeleri anlama" boyutlarına ulaşılmıştır. MÖA1' in ifadesi şu şekildedir:

MÖA1: *Burada* (lisans programında) *örten fonksiyon tanımı lisedekinden daha farklı geldi bana. Ama örten fonksiyonun ne olduğunu biliyor olmam burada benim için biraz destekleyici oldu. Ama bu daha matematikseldi. Mantığının aynı olduğunu düşünüyorum bu konuda işe yarıyor. Ama bazen işe yaramıyor çok karışık bir fonksiyon verildiğinde lisedeki bilgimden bir Venn şeması çizip de işte -1 , -2 ye gidiyor diyemiyorum, yetersiz kalıyor yani.*

- **Olumsuz Etki Alt Kategorisi**

MÖA5 "g(x)= 2x ile tanımlı g: $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu örten midir?" sorusunu hem ön bilgileriyle hem de lisans programında öğrendiği bilgileri kullanarak yanlış çözmüştür. Ayrıca ön bilgileriyle matematiksel ifadeleri kullanarak örten fonksiyon tanımını yapmamış, lisans programında öğrendiği bilgilerle de tanımı yaparken eksik ifadeler kullanmıştır. Görüldüğü gibi MÖA5' in sahip olduğu yanlış ön bilgiler, lisans

programındaki öğrenmelerinde engelleyici bir unsur olmuştur. Bu verilerle olumsuz etki alt kategorisi oluşturulmuş ve "anlamayı zorlaştırma" boyutu elde edilerek bu boyutun "yanlış ön bilgiler boyutu" na ulaşılmıştır.

Bu durumu destekleyebilmek için ön bilgilerinin örten fonksiyon kavramı ile ilgili öğrenmelerinin nasıl etkilediği MÖA5' ede sorulmuştur. MÖA5 verdiği cevapların yanlış olduğunun farkında olmadığı için ön bilgilerinin katkısı olmadığını söylese de gerçekte olumsuz etkilediği görülmüştür. MÖA5' in ifadesi aşağıdadır:

MÖA5: Çok bir şey katmadı açıkçası… Çünkü şekilsel olarak aklımda kaldı lisedekiler, o da buradakilere (lisans öğrenimi) pek katkı sağlamadı.

Daha önceki kategorilerde MÖA4' ün ifadesinden elde edilen veriler anlamayı kolaylaştırma boyutu altında incelenmiştir. Ancak bütün veriler uygulama yapma ve kavramsal bilginin incelendiği kategorilerdeki verilerle birlikte düşünüldüğünde MÖA4' ün lisans bilgileriyle tanımı yaparken kafa karışıklığı yaşadığı, bu durumun ise örten fonksiyon ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisinde incelendiği gibi matematiksel olarak yeterli olmayan ön bilgilerinden kaynaklandığı görülmüştür. Böylece MÖA4' ün bu durumu olumsuz etki alt kategorisi kafa karışıklığı boyutu yetersiz ön bilgiler alt boyutu ile temsil edilmiştir.

Yapılan görüşmeler ile örten fonksiyon kavramı ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenmeleri olumlu etkilediği, olumsuz etkilediği ve lisans programındaki öğrenmelere kısmen yarar sağladığı durumlar olmuştur. Dochy ve Alexander (1995), öğrenmedeki ve öğrenci başarısındaki farklılıkların başlıca nedeninin, kişilerin ön bilgilerinin temelindeki farklılıklar olduğunu söylemiştir. Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin lisans öğrenimi sürecine etkisinin farklı farklı çıkması, MÖA' ların sahip oldukları ön bilgi düzeylerinin ve niteliklerinin farklı olmasından kaynaklanmaktadır.

Ön bilgileriyle lisans programında öğrendiği yeni bilgileri doğru bir şekilde ilişkilendirebilen MÖA' lar için, örten fonksiyon kavramı ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenmelerine olumlu etkisinin olduğu ortaya

çıkmıştır. Ön bilgilerinin olumlu etkilediği sonucuna ulaşılan MÖA' ların doğru ön bilgiye sahip olması dikkat çekicidir. Bu durum ön bilgiler doğru bir şekilde öğrenilmiş ise, sonraki öğrenmeler için olumlu etkide bulunacağını düşündürmüştür. Clarke, Ayres ve Sweller (2005), Hailikari (2009) ve Mack (1995) ön bilginin matematik öğrenmede pozitif etkisinin olduğunu söylemişlerdir. Yapılan görüşmeler ile eğer ön bilgiler doğru öğrenildiyse sonraki öğrenmelerde olumlu etkisinin olacağı sonucuna ulaşılarak literatüre katkıda bulunulmuş ve bu düşüncenin farklı bir boyutuna ulaşılmıştır.

Doğru olarak öğrenilen ön bilgilerin, sonraki öğrenmeler için temel oluşturduğu, işlemlerde pratiklik sağladığı, örten fonksiyon ile ilgili işlemlerin sonucunu belirlemeyi sağladığı ve anlamayı kolaylaştırdığı görülmüştür. Ayrıca üst düzey bilgilerle karşılaşıldığında yetersiz kaldığı durumlar olsa bile fikir vererek kısmen yararlı olduğu görülmüştür.

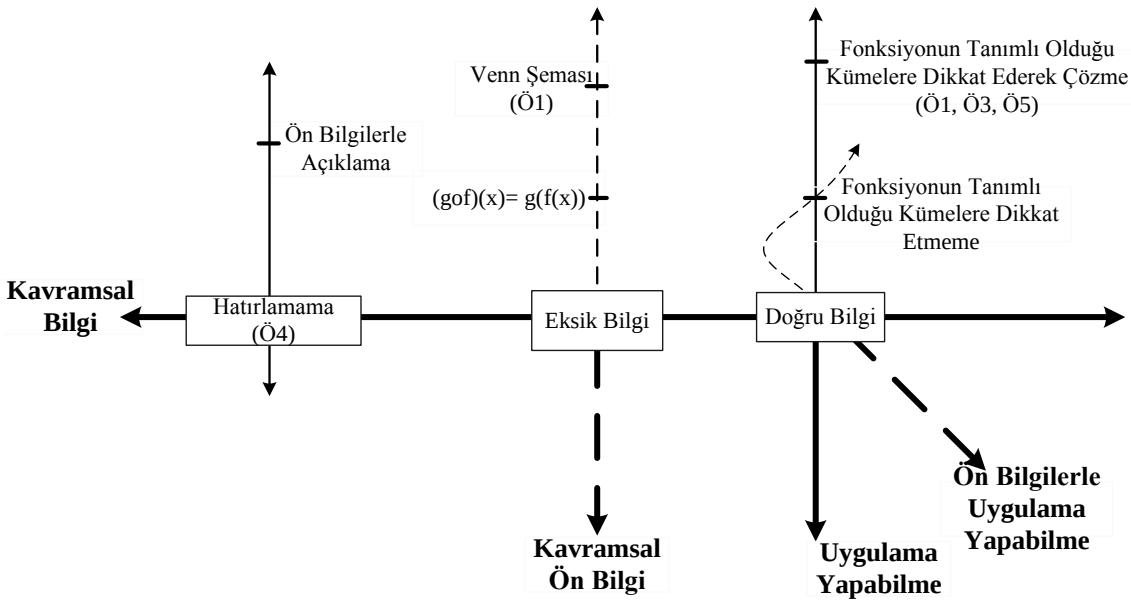
Doğru olarak öğrenilmeyen ön bilgilerin ise, yeni öğrenmelerde kafa karışıklığına neden olarak ve yeni bilgilerin anlaşılmasını zorlaştırarak öğrenme sürecini olumsuz etkilediği görülmüştür.

4.6 Bileşke Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi

Bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek amacıyla MÖA' lara bileşke fonksiyon ile ilgili uygulama yaptırmak için soru sorulmuş ve bunu lisans programında öğrendikleri bilgilerle çözmeleri istenmiştir. Sonra ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerin, yaptıkları çözüme etkisini görebilmek için soruyu ortaöğretimden bildikleri ile nasıl çözecekleri sorulmuştur. Elde edilen verilerden lisans programında öğrenilen bilgilerle yapılan uygulamalar "uygulama yapabilme", ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle yapılan uygulamalar da "ön bilgilerle uygulama yapabilme" kategorileri ile temsil edilmiştir.

MÖA' ların bileşke fonksiyon ile ilgili önceden sahip oldukları kavramsal bilgilerinin, lisans programındaki öğrenmelerine etkisini inceleyebilmek için de, daha önceki kategorilerde olduğu gibi, bileşke fonksiyonun tanımını yapmaları istenmiş, bu kavramdan ne anladıkları hakkında fikir sahibi olunmuştur. Bunun için MÖA' lardan bileşke fonksiyonun tanımını, öncelikle lisans programında öğrendikleri gibi yapmaları, sonra da ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerin etkisini görebilmek için de bileşke fonksiyon tanımını ortaöğretimden sahip oldukları ön bilgileriyle yapmaları istenmiştir. Böylece bileşek fonksiyon ile kavramsal olarak ilgili olan lisans programındaki bilgilerden oluşan veriler "kavramsal bilgi", ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle verilen cevaplardan oluşan veriler de "kavramsal ön bilgi" kategorisinde incelenmiştir.

Daha önceki kategorilerde olduğu gibi, yapılan görüşmelerde MÖA' lara, bileşke fonksiyon ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecini nasıl etkilediği sorularak elde edilen veriler desteklenmiştir. Elde edilen verilerle oluşturulan "uygulama yapabilme", "ön bilgilerle uygulama yapabilme", "kavramsal bilgi" ve "kavramsal ön bilgi" kategorileri ile bunların alt kategorileri ve boyutları aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir:



Şekil 4.6.1 MÖA' ların bileşke fonksiyon ile ilgili; uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorileri ile kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri

Yukarıda verilen şekilde bileşke fonksiyon ile ilgili sorulan sorunun, lisans programında öğrenilen bilgilerle cevaplanmasından elde edilen verilerden oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları düz çizgilerle, ortaöğretimden sahip olunan ön bilgilerle cevaplanması ile oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları da kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca ana kategorilerle boyutları daha iyi ayırt edebilmek için de ana kategoriler kalın, alt kategorilerin boyutları da daha ince çizgilerle çizilmiştir. Elde edilen verilere göre bir kategorinin alt kategorisi, diğeri için de elde edilmişse bunlar aynı noktadan geçirilerek ilişkilerinin görülmesi sağlanmıştır. Ayrıca bu kategorilerde ortak boyutlar da varsa eğri bir şekilde çizim yapılarak bunun ortak bir boyut olduğu gösterilmiştir. Örneğin "doğru bilgi" alt kategorisi kavramsal bilgi, uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorilerinin ortak alt kategorisi olarak elde edilmiş, bu nedenle hepsi bu noktadan geçirilmiştir. Doğru bilgi alt kategorisinin boyutu olan "fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeme" boyutu da uygulama yapabilme ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorilerinin ortak boyutu olarak elde edildiği için eğriler kullanılarak ilişkinin görülmesi sağlanmıştır. Ayrıca daha iyi anlaşılmasını sağlamak için alt kategoriler dikdörtgen kutular içinde gösterilerek şekil daha düzenli hale getirilmiştir.

Aşağıda bu kategoriler detaylı olarak incelenmiştir.

4.6.1. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Uygulama Yapabilme Kategorisi

MÖA' ların bileşke fonksiyon ile ilgili lisans derslerinde öğrendiklerini sorularda nasıl kullandıklarını görebilmek için aşağıdaki soru sorulmuştur:

"A={1, 2, 3, 4}, B={a, b, c} ve C={w, x, y, z} olsun. f= {(1, b), (2, c), (3, c), (4, a)} ve g= {(a, x), (b, y), (c, x)} şeklinde tanımlı f: A→B ve g: B→C fonksiyonları için (gof) (1)' i hesaplayınız."

Lisans derslerinde bileşke fonksiyon " A, B ve C kümeleri verilmiş olsun. f: A→B ve g: B→C fonksiyonları verildiğinde her a ∈ A için (gof) (a)= g(f(a)) şeklinde tanımlanan gof: A→C fonksiyonuna f ve g fonksiyonlarının **bileşke fonksiyonu** denir

ve gof ile gösterilir.” şeklinde tanımlanmıştır. Ayrıca yapılan uygulamalarda bileşke fonksiyonun hangi kümeler üzerinde tanımlı olduğunun önemli olduğu vurgulanmıştır.

Soruda;

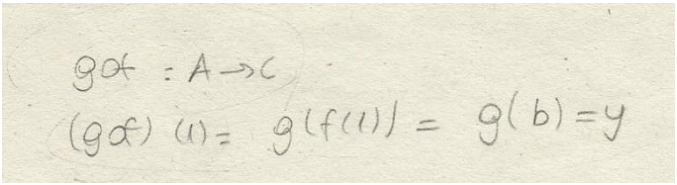
f: A→B ve g: B→C olduğundan gof: A→C ve (gof) (1)= g(f(1)) = g(b) = y’ dir.

MÖA’ ların hepsi sorunun sonucunu doğru bulmuş ancak çözüm sırasında MÖA1, MÖA3 ve MÖA5, lisans derslerinde üzerinde durulduğu gibi bileşke fonksiyonun hangi kümelerde tanımlı olduğuna dikkat etmiş, diğer MÖA’ lar ise sorunu sadece sonucunu bulmaya çalışmış ve bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümeyi bulup söylememişlerdir.

MÖA’ ların hepsi doğru cevap verdiğinden uygulama yapabilme kategorisi, sadece doğru bilgi alt kategorisinden oluşmuş ve “fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat ederek çözme” ve “fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeme” olmak üzere iki boyut elde edilmiştir.

Çözüm sırasında bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümeler dikkat eden MÖA1, MÖA3 ve MÖA5’ in ifadeleri aşağıdadır:

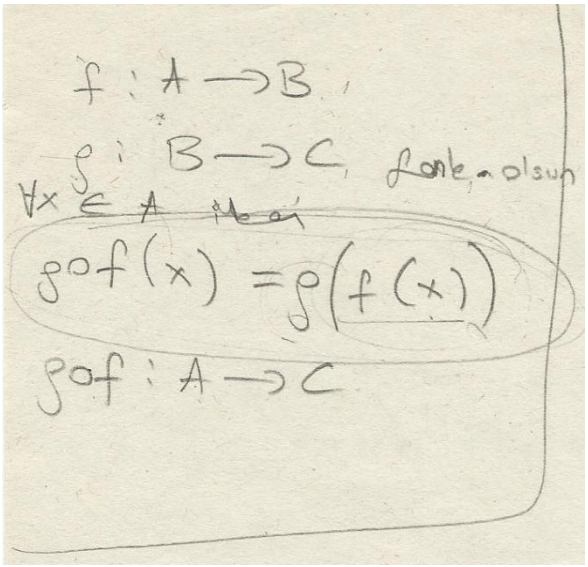
MÖA1: *A kümesindeki 1’in b ye gittiğini görüyorum. B kümesindeki b’ nin de y’ye gittiğini görüyorum. Burada gof: A→C olmak üzere (gof)(1)=g(f(1))=g(b)=y olur.*



Şekil 4.6.2 MÖA1’ in bileşke fonksiyon sorusu ile ilgili yazılı cevabı

MÖA3: *Önce gof nerden nereye tanımlı diye bakıyorum. gof burada A→C ye. Önce f(1) in görüntüsüne bakıyorum f(1)= b, sonrada g(b)= y olarak çıkıyor.*

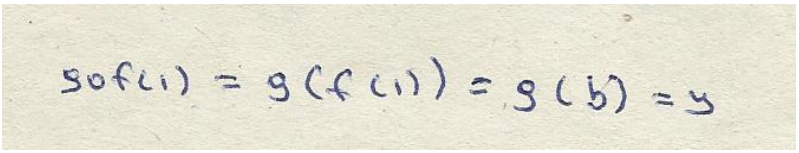
MÖA5: *f:A→B ve g:B→C, o zaman gof: A→C olur. gof(1)= g(f(1))= g(b) = y olur. O zaman gof(1)= y dir.*



Şekil 4.6.3 MÖA5' in bileşke fonksiyon sorusu ile ilgili yazılı cevabı

Bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeyen ancak doğru sonuca ulaşan MÖA2 ve MÖA4' ün cevabı aşağıdadır:

MÖA2: *gof(1)=g(f(1))=g(b)=y.*



Şekil 4.6.4 MÖA2' nin bileşke fonksiyon sorusu ile ilgili yazılı cevabı

MÖA4: *f(1), b'ye gitmiş. g(b) de y'ye gitmiş y olur cevabı.*

4.6.2. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerle Uygulama Yapabilme Kategorisi

MÖA' lardan "A={1, 2, 3, 4}, B={a, b, c} ve C={w, x, y, z} olsun. f= {(1, b), (2, c), (3, c), (4, a)} ve g= {(a, x), (b, y), (c, x)} şeklinde tanımlı f: A→B ve g: B→C fonksiyonları için (gof) (1)' i hesaplayınız." sorusunu ortaöğretimden sahip

oldukları ön bilgilerle çözmeleri istenmiş ve ön bilgilerle uygulama yapabilme kategorisi elde edilmiştir.

Lisans programında öğrendiği bilgilerle bileşke fonksiyonun hangi kümelerde tanımlı olacağına dikkat eden MÖA1, MÖA3 ve MÖA5, soruyu lisede çözselerdi, bu kez dikkat etmeden çözeceklerini ancak işlem olarak aynı şeyleri yapacaklarını söylemişlerdir. Böylece doğru bilgi alt kategorisinde fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeme boyutu elde edilmiştir. Bu MÖA' ların ifadeleri aşağıdaki gibidir:

MÖA1: *Özellikle şu gof: A→C, burada* (lisans programında) *öğrendiğim bilgim, bileşke fonksiyon sorusunun çözümünde lisedekiyle lisans programındakinin çok bir farkı yok. Yine aynı şekilde çözerdim, ama yazma şeklim daha farklı olurdu, nerden nereye tanımlı olduğunu falan söylemeden çözerdim. (gof)(1)=g(f(1))=g(b)=y olur derdim.*

MÖA3: *Doğrudan bakıyordum işte f(1) neye gitmiş b' ye, b neye gitmiş y' ye. O zaman y' dir diyordum.*

MÖA5: *Aynı şekilde çözerdim. Ben gof' un böyle açıldığını lisede de biliyordum. Bu lisede bildiğim bir şeydi, yine bu şekilde çözerdim. Ama sadece tanımlı olduğu kümeleri ifade etmeye dikkat etmezdim.*

Lisans bilgileri ile bileşke fonksiyonun hangi kümelerde tanımlı olduğuna dikkat etmeyen MÖA2 ve MÖA4, aynı soruyu ön bilgileriyle çözmüş olsalardı yine aynı şekilde çözeceklerini söylemişlerdir.

MÖA2: *Yine aynı şekilde çözerdim.*
MÖA4: *Bileşke fonksiyon ile soru çözümlerinde pek değişmedi öğrendiklerimiz. Yine f(1), b'ye, g(b) de y'ye gittiğinden y' dir derdim.*

Yapılan görüşmeler ile MÖA' ların ortaöğretimde bileşke fonksiyon ile ilgili soruları, bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeden istenen değeri bulmayı öğrendikleri görülmüştür. Oysaki lisans derslerinde bileşke

fonksiyonun hangi kümeler üzerinde tanımlı olduğunun yapılan uygulamalarda üzerinde durulmuştur. MÖA' ların f: A→B ve g: B→C fonksiyonları verildiğinde fog ve gof fonksiyonlarının aynı kümeler ile tanımlı olmayacağı gibi durumları bilmesi açısından bileşke fonksiyonun hangi kümelerde tanımlı olduğunu bilmek önemlidir. MÖA' ların cevaplarından ortaöğretimde bileşke fonksiyon ile ilgili soruları çözerken bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmemelerinin, lisans programındaki öğrenme sürecini etkilediği görülmüştür. Bazı MÖA' lar Piaget' in kuramında söylediği şekilde uyumsama yaparak lisans programındaki yeni öğrenmeleri, önceki bilgileri ile ilişkilendirmiş ve mevcut bilgilerini genişleterek lisans programındaki bilgileri de soruyu çözerken kullanmışlardır; bazıları ise sadece ön bilgilerini kullanarak uygulama yapmaya devam etmiştir.

Sorunun çözümünde f= {(1, b), (2, c), (3, c), (4, a) ve g= {(a, x), (b, y), (c, x)} şeklinde tanımlı f: A→B ve g: B→C fonksiyonları için (gof) (1)' i hesaplarken "...1'in b' ye gittiğini görüyorum" gibi ifadeler kullanılmıştır. Buradan MÖA' larda ortaöğretimden sahip oldukları "eşleme" fikrinin devam ettiği anlaşılmıştır. Simons (1999)' un dediği gibi ön öğrenmeler ile oluşan bilgiler değişime dirençli olabilmektedir. Lisans derslerinde bu ifadeler sıralı ikili olarak işlenmiş olmasına rağmen eşleme fikrinin devam etmesi, bu durum ile ilgili ön bilgilerin değişime dirençli olduğunu düşündürmüştür.

4.6.3. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Bilgi Kategorisi

Yapılan görüşmelerde MÖA' lardan lisans programında öğrendikleri bilgilerle bileşke fonksiyonun tanımını yapmaları istenmiştir. Elde edilen cevaplar, lisans derslerinde işlenen tanım ile karşılaştırılarak alt kategoriler elde edilmiştir.

Lisans derslerinde bileşke fonksiyonun tanımı, "A, B ve C kümeleri verilmiş olsun. f: A→ B ve g: B→C fonksiyonları verildiğinde her a ∈ A için (gof) (a)= g(f(a))

şeklinde tanımlanan gof: A→C fonksiyonuna f ve g fonksiyonlarının **bileşke fonksiyonu** denir ve gof ile gösterilir.” şeklinde yapılmıştır.

MÖA’ lardan bileşke fonksiyon kavramını doğru bir şekilde tanımlayanlar, tanımda eksik ifadeler kullananlar ve tanımı hatırlamayanlar olmuştur. Bu durumlar “hatırlamama”, “eksik bilgi” ve “doğru bilgi” alt kategorileri ile temsil edilmiştir ve hatırlamama alt kategorisinde ön bilgilerle açıklama boyutuna ulaşılmıştır.

- **Hatırlamama Alt Kategorisi**

MÖA4, bileşke fonksiyonun lisans programında işlenen tanımını hatırlayamamış ve sadece gof(x) = g(f(x)) ifadesinin aklında olduğunu söylemiştir.

MÖA4: …Tanım tam oturmadığı için hatırlayamıyorum. İşte f: A→B, g: B→C bir fonksiyon. … Tam hatırlamıyorum tanımını. Ama lisedeyken böyle bir tanım yapamazdım. Lisedeki tanımı hep işte gof(x) = g(f(x)) üzerinden öğrendik.

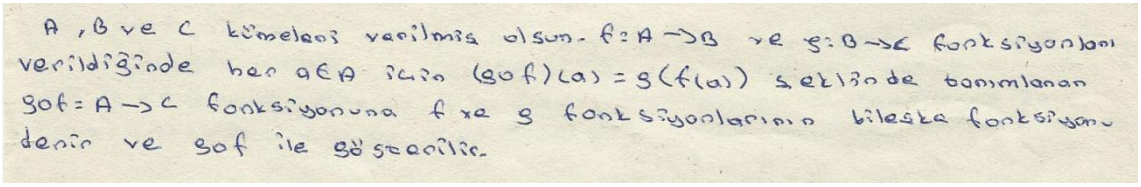
- **Eksik Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA1 ve MÖA3 bileşke fonksiyonun tanımını yaparken bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümeleri yazmış ancak bileşke fonksiyonun her a∈ A için gof(a)= g(f(a)) şeklinde tanımlanan bir fonksiyon olduğunu söylememiştir.

MÖA1: *Bileşkeyi f:A→B, g: B→C fonksiyonlarını tanımlayıp gof: A→C olacak şekildeki fonksiyona denir dedik.*
MÖA3: *Burada şöyle demiştik. f: A→B, g: B→C bir fonksiyon olsun. gof: A→C fonksiyonuna bileşke fonksiyon denir.*

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA2 ve MÖA5 bileşke fonksiyonun tanımını lisans programında işlendiği şekilde doğru olarak ifade edebilmişlerdir. MÖA2’ nin yazılı cevabı aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 4.6.5 MÖA2' nin bileşke fonksiyonun tanımı ile ilgili yazılı cevabı

MÖA5' in bileşke fonksiyonun tanımı ile ilgili ifadesi aşağıdadır:

MÖA5: *f:A→B, g: B→C fonksiyon olsun. ∀x∈ A iken gof(x) = g(f(x)) şeklindeki gof : A→C fonksiyonuna bileşke fonksiyon denir.*

4.6.4. Bileşke Fonksiyon ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi Kategorisi

Ortaöğretim matematik ders kitabında (MEB, 2011) bileşke fonksiyon şu şekilde yapılmıştır:

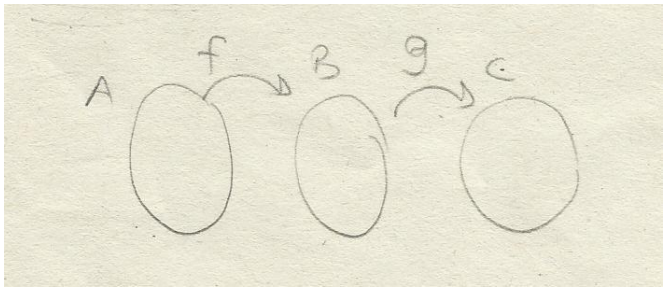
"f:A→B, g: B→C tanımlı fonksiyonlar olmak üzere A→C yazılabilecek fonksiyona g bileşke f fonksiyonu denir ve gof biçiminde gösterilir ve (gof)(x)= g[f(x)] dir."

MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin lisans programında öğrendikleri bilgilerle yaptıkları tanımı nasıl etkilediğini görebilmek için, MÖA' lardan ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerle bileşke fonksiyon kavramını tanımlamaları istenmiştir.

MÖA' ların hiçbiri tam olarak tanımı ifade edemediği için cevaplardan elde edilen veriler eksik bilgi alt kategorisi ile temsil edilmiş ve bu alt kategoride venn şeması ile gof(x) = g(f(x)) boyutlarına ulaşılmıştır.

MÖA1, bileşke fonksiyonun tanımını venn şeması çizip yapmaya çalışmış ancak tam olarak ifade edememiştir. Bu nedenle verdiği cevap eksik bilgi alt kategorisi venn şeması boyutu ile temsil edilmiştir. MÖA1 ile şu konuşmalar geçmiştir:

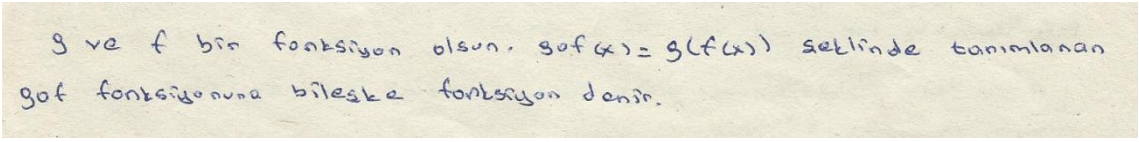
MÖA1: *Şekil çiziyorduk bu şekilde* (bknz: şekil 4.6.6). *Burada f ve g bu kümeler de tanımlı, gof da A'dan C' ye tanımlı olan bileşke fonksiyondur.*
Araştırmacı: *Tanımı küme çizerek mi yapmıştınız? Başka ne hatırlıyorsun bileşke fonksiyon ile ilgili?*
MÖA1: *Benim hep aklıma küme çizmek geliyor. Tanımların çok üstünde durmamıştık.*



Şekil 4.6.6 MÖA1' in ön bilgilerini kullanarak yazdığı bileşke fonksiyonun tanımı

Diğer MÖA' ların hepsi bileşke fonksiyonun ortaöğretimde öğrendikleri tanımına ile ilgili gof(x) = g(f(x)) ifadesini hatırlamışlar ve bu şekilde tanımlanan fonksiyona bileşke fonksiyon denir diye ifade etmişlerdir. MÖA' ların ifadeleri aşağıdadır:

MÖA2: *g ve f bir fonksiyon olsun. gof(x)=g(f(x)) şeklinde tanımlanan gof fonksiyonuna bileşke fonksiyon denir diyorduk. Hiç tanımlı olduğu kümeleri söylemiyorduk.*


g ve f bir fonksiyon olsun. gof(x) = g(f(x)) şeklinde tanımlanan gof fonksiyonuna bileşke fonksiyon denir.

Şekil 4.6.7 MÖA2' nin ön bilgilerini kullanarak yazdığı bileşke fonksiyonun tanımı

MÖA3: *gof(x)= g(f(x)) şeklindeki fonksiyonlara bileşke fonksiyondur diyorduk.*

MÖA4: *gof(x)= g(f(x)) dir derdim sadece buradaki tanım gibi matematiksel bir tanım yapamazdım.*

MÖA5: *Sadece gof(x) = g(f(x)) fonksiyonuna bileşke fonksiyon denir demiştik. Tanımlı olduğu kümelere hiç dikkat etmiyorduk lisedeyken.*

Yapılan görüşmeler sonucunda ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle bileşke fonksiyon tanımını eksik ifadelerle yapan MÖA' lardan bazıları (MÖA2 ve MÖA5) lisans programında öğrendikleri bilgilerle bileşke fonksiyonun tanımını derslerde işlendiği şekilde doğru olarak ifade edebilmiş, bazıları ise (MÖA1 ve MÖA3) lisans programında öğrendikleri bilgilerle tanımlarken yine eksik ifadeler kullanmışlardır. Hatta ön bilgileriyle eksik ifadelerle cevap veren MÖA4, lisans bilgileriyle bileşke fonksiyonun tanımını yapmasını istendiğinde yine aynı eksik cevabı vermiştir. Bu nedenle ön bilgilerin farklı kişilerde aynı olduğu; hatta aynı şekilde eksik olduğu durumlarda, her bireyin sonraki öğrenmelerini farklı etkilemesinin bireysel farklılıklardan kaynaklandığı düşünülmüştür.

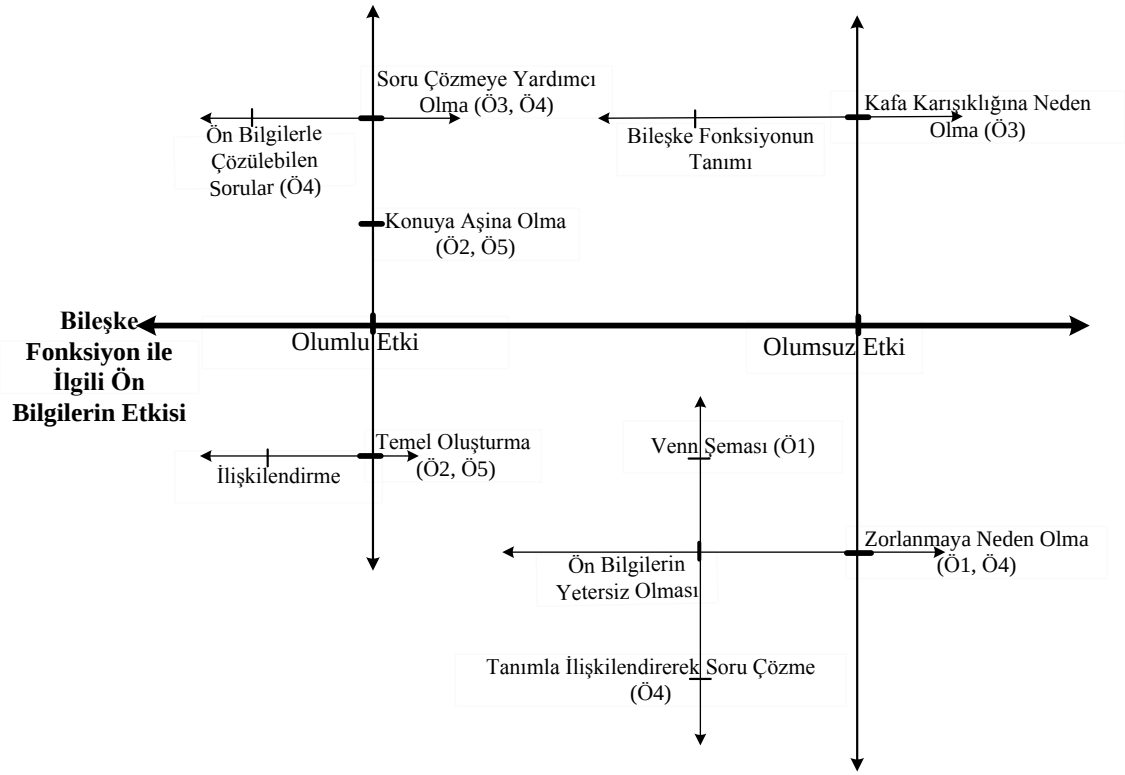
Lisans programındaki bilgileriyle doğru tanım yapan MÖA' ların sahip olduğu ön bilgiler eksik olsa da, yeni öğrenmelerinde fikir verip temel oluşturması açısından olumlu etkilemiştir.

Dochy ve diğerleri, (1999) sahip olunan ön bilgilerin yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabileceğini söylemişlerdir. Ön bilgileriyle tanımı eksik yapan MÖA' ların, lisans programında öğrendikleri bilgilerle yine eksik tanım yapmaları ile eksik bir şekilde öğrenilmiş olan ön bilgilerin sonraki öğrenmelerde aksaklık yaratabileceği görülmüştür.

4.6.5 Bileşke Fonksiyon ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi

Uygulamalar ve kavramsal bilgilerin incelenip bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilginin etkisi hakkında fikir sahibi olunduktan sonra, MÖA' lara doğrudan "Bileşke fonksiyon ile ilgili sahip olduğunuz ön bilgiler, lisans programında bu kavramları

öğrenme sürecini nasıl etkiledi?" diye sorulmuştur. Böylece MÖA' ların bu konudaki kendi düşünceleri de alınarak bütün verilerin yorumlanması ile örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisi oluşturulmuştur.



Şekil 4.6.8 Bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

- **Olumlu Etki Alt Kategorisi**

Olumlu etki alt kategorisinde; temel oluşturma, konuya aşina olma ve soru çözmeye yardımcı olma boyutları ortaya çıkmıştır.

MÖA3 ve MÖA4 sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki derslerde bileşke fonksiyon ile ilgili soruları çözmelerine yardımcı olduğunu söylemişlerdir. MÖA4, sahip olduğu ön bilgiler ile çözülebilen sorularda ön bilgilerinin yardımcı olduğunu ifade etmiş ve böylece soru çözmeye yardımcı olma boyutunda ön bilgilerle çözülebilen sorular alt boyutu elde edilmiştir. MÖA3 ve MÖA4' ün ifadesi aşağıdadır:

MÖA3: … *Ama soru çözümlerinde katkı sağladı, soruları çözerken yine lisedeki öğrendiklerimi kullandım.*

MÖA4: *… Ama az önce sorduğunuz soruyu önceden öğrendiğimiz şekilde, lisedeki gibi gof(x) üzerinden çözerek yapabileceğimizden bu soruyu çözmemde yararı oldu.*

MÖA2 ve MÖA5 bileşke fonksiyon ile ilgili sahip oldukları bilgilerin lisans programında işlenen derslerde bu konuya aşina olmalarını sağladığını söylemişlerdir. Elde edilen bu veriler konuya aşina olma boyutu ile temsil edilmiştir.

MÖA2 ve MÖA5' in söylediklerinden ayrıca bileşke fonksiyon ile ilgili bilgilerinin lisans programında bu konunun işlenmesi sürecinde temel oluşturduğu anlaşılmıştır. Böylece temel oluşturma boyutu elde edilmiştir. MÖA2 ve MÖA5' in daha önceki bilgilerini hatırlayıp yeni öğrendikleri ile birlikte düşünmeleri durumu ise temel oluşturma boyutunda ilişkilendirme alt boyutu ile temsil edilmiştir.

MÖA2: *Yani altyapı oluşturdu liseden öğrendiklerimin boşluklarını burada doldurdum. Buradaki öğrenmeme katkı sağladı çünkü biz de genel olarak böyle tanımlıyorduk.*

MÖA5: *… gof' un fog' un açılışını biliyoruz veya iç içe bir sürü olabiliyor. Öyle sorularda da en azından nasıl açıldığını ya da bileşke fonksiyonun ne ifade ettiğini biliyordum. Bu da beni olumlu etkiledi.*

- **Olumsuz Etki Alt Kategorisi**

Yapılan görüşmeler ile MÖA' ların bileşke fonksiyon ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerinin bazı durumlarda kafa karışıklığına ve zorlanmaya neden olarak olumsuz etkilediği görülmüştür. Bu durumlar olumsuz etki kategorisinin boyutları olarak elde edilmiştir.

MÖA3, lisans derslerinde işlenen bileşke fonksiyon tanımının kendisine farklı geldiğini, bu nedenle kafa karışıklığı yaşadığını söylemiştir. Bu durum "bileşke fonksiyonun tanımı" alt boyutu ile temsil edilmiştir. MÖA3' ün ifadesi aşağıdaki gibidir:

MÖA3: *Bu konuda birazcık karıştı. Çünkü tanımı daha farklı yapıldığı için, tanımda hemen ne demek istediğini anlayamadım.*

MÖA1 ve MÖA4 sahip oldukları yetersiz ön bilgiler nedeniyle lisans programındaki öğrenmelerinde zorlandıklarını belirtmişlerdir. MÖA1 ve MÖA4' dan elde edilen veriler zorlanmaya neden olma boyutunun ön bilgilerinin yetersiz olması alt boyutu ile temsil edilmiş; bu alt boyutta da venn şeması ve tanımla ilişkilendirerek soru çözme olmak üzere daha küçük verilere ulaşılmıştır. MÖA1 ve MÖA4' ün söyledikleri aşağıdadır:

MÖA1: *Lisedekilerin yetersiz kaldığını düşünüyorum. Bazı sorularda bu Venn şeması çok yetersiz kalıyor. Buradaki daha mantıklı geliyor ama kafamda öncekiler olduğu için anlamak biraz zor oluyor bazen. Lisedeki bilgi sizi geliştirmeye değil o an soruyu çözmeye yönelik.*

MÖA4: *Liseden aklımda belli bir tanım olmadığı için buradaki tanım üzerinden çözmem gereken sorularda zorlanıyorum. Birebirlik ve örtenlikte sözel de olsa bir tanım vardı aklımda o yüzden anlamama yardımcı oldu Ama burada sadece gof(x) olarak bildiğim için tanım üzerinden çözmem gereken sorularda zorlanıyorum.*

Yapılan görüşmeler sonucunda bileşke fonksiyon ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin, lisans programında öğrenilen bilgilerle örtüştüğü ve ilişkilendirildiği durumlarda, soru çözmeye yardımcı olması ve temel oluşturması gibi olumlu etkilerinin olduğu görülmüştür. Ancak ön bilgilerin yetersiz kaldığı durumlarda ise kafa karışıklığına ve zorlanmaya neden olması ile MÖA' ların öğrenme sürecini olumsuz etkilediği görülmüştür.

Lipson (1982) çalışmasında, ön bilgilerin öğrenmeyi temelde olumlu etkilediğini, ancak yanlış ön bilgilerin performansı olumsuz etkilediğini söylemiştir. MÖA' ların bileşke fonksiyon ile ilgili sahip olduğu ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenme süreçlerine etkisi ile ilgili Lipson' un (1982) çalışmasındaki sonuca benzer bulgular elde edilmiştir.

Daha önceki verilerde bileşke fonksiyon ile ilgili MÖA' lara sorulan uygulama sorusunda, ön bilgileriyle bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeden soruyu cevaplayan bazı MÖA' ların, lisans programında öğrendikleri bilgileri kullanarak yine aynı şekilde cevap verdiği görülmüştür. Bu nedenle lisans programındaki bilgileri öğrenmekte zorluk yaşandığı ve eski bilgilerin kullanılmaya devam edildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca bileşke fonksiyonun tanımını ön bilgileriyle eksik ifadelerle yapan MÖA' ların, lisans programında öğrendikleri bilgilerle yine eksik ifadelerle bileşke fonksiyonu tanımlamış olmaları, yetersiz olan ön bilgilerin öğrenmede zorlanmaya neden olduğunu gösteren bir durumdur. Böylece MÖA' ların kendi düşüncelerinden elde edilen veriler ile uygulama yapabilme ve kavramsal bilgi kategorilerinde elde edilen verilerin uyum içinde olduğu görülmüş ve yukarıda söylenen durum desteklenmiştir.

4.7. Ters Görüntü ve Bir Fonksiyonun Tersi Kavramları ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisinin İncelenmesi

Ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin, bu kavramlarla ilgili lisans programındaki öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek için MÖA' lardan bu kavramları önce lisans programında öğrendikleri bilgilerle açıklamaları, sonra da ortaöğretimden sahip olunan bilgilerle tanımlamaları istenmiştir.

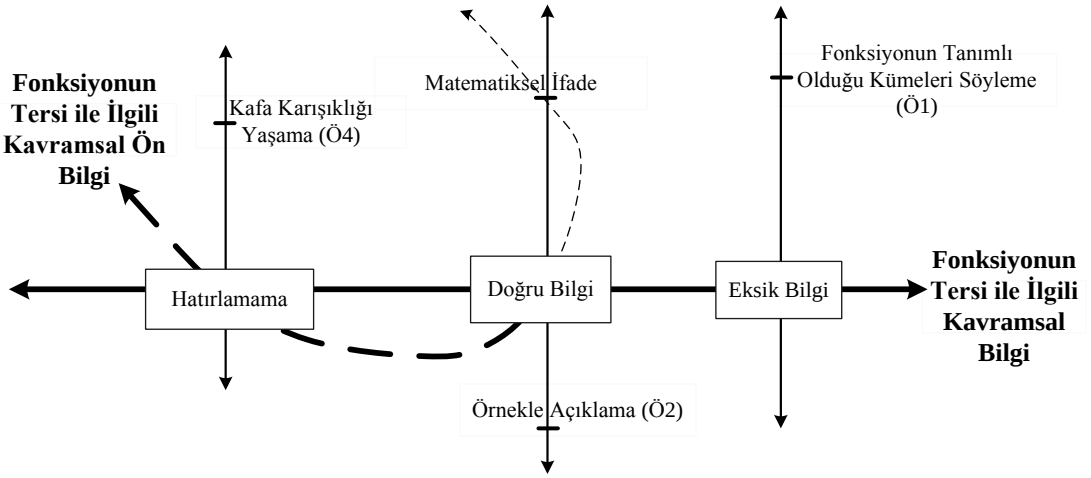
MÖA' ların, ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili önceden sahip oldukları bilgilerin, lisans programındaki öğrenmelerine etkisini inceleyebilmek için, bu kavramların tanımlarını yapmaları istenmiş, böylece bu kavramlardan ne anladıkları hakkında fikir sahibi olunmuştur.

Takip edilen derslerde görüldüğü kadarıyla ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramları karıştırılabilen kavramlardır. Bu nedenle bu iki kavramın ne olduğu aynı soru içinde sorularak MÖA' ların ikisi hakkındaki düşünceleri daha iyi görülmek

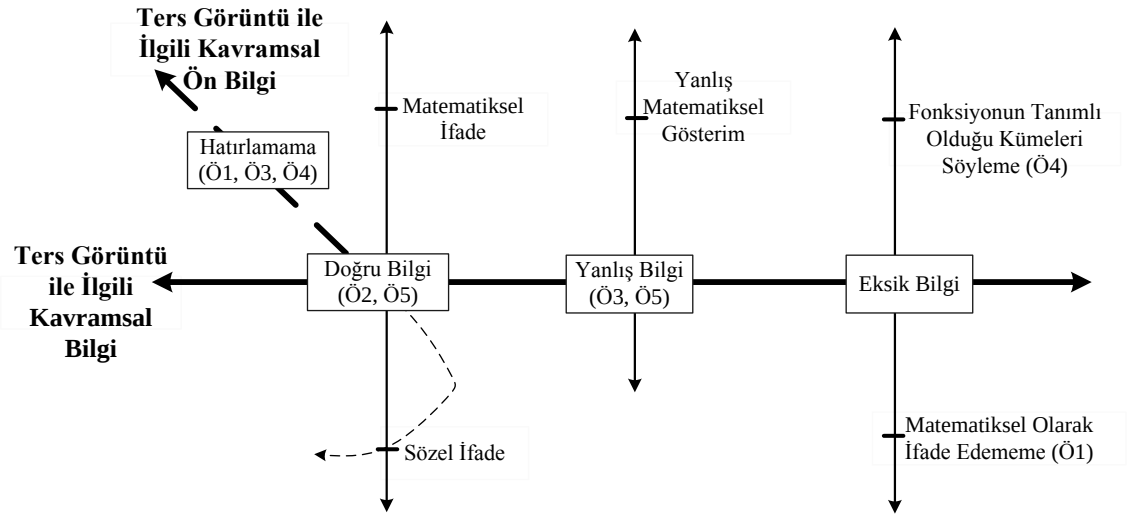
istenmiştir. Lisans derslerinde kavramların anlaşılmasının önemi vurgulanmış ve derslerde bu kavramlar detaylı olarak işlenmiştir. Ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramlarının lisans programındaki öğrenmelere etkisini inceleyebilmek için MÖA' lara bu kavramları lisans programında nasıl öğrendikleri, nasıl tanımladıkları sorulmuş; sonra da ortaöğretimde bu kavramları nasıl öğrenmiş oldukları sorulmuştur.

Şekil 4.7.1.' de, fonksiyon tersi ile ilgili lisans programında öğrenilen bilgiler ile verilen cevaplardan elde edilen veriler "fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal bilgi" kategorisinde, ön bilgilerle verilen cevaplar ise "fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal ön bilgi" kategorisinde gösterilmiştir.

Şekil 4.7.2.' de ise ters görüntü ile ilgili lisans programında öğrenilenlerle verilen cevaplar "ters görüntü ile ilgili kavramsal bilgi" kategorisinde, ortaöğretimden sahip olunan bilgiler ile verilen cevaplar da "ters görüntü ile ilgili kavramsal ön bilgi" kategorisinde temsil edilmiştir.



Şekil 4.7.1 MÖA' ların fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri



Şekil 4.7.2 MÖA' ların ters görüntü ile ilgili kavramsal bilgi ve kavramsal ön bilgi kategorileri

Yukarıdaki şekillerde lisans programında öğrenilen bilgilerle verilen cevaplardan elde edilen kategoriler ve bunların boyutları düz çizgilerle, ortaöğretimden sahip olunan ön bilgilerle verilen cevaplardan oluşturulan kategoriler ve bunların boyutları da kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Ayrıca ana kategorilerle boyutları daha iyi ayırt edebilmek için de ana kategoriler kalın, alt kategorilerin boyutları da daha ince çizgilerle gösterilmiştir.. Alt kategorilerin isimleri kutular içine yazılarak boyutlardan ayırt edilmesi sağlanmıştır. Ayrıca ortak olan boyutlarda eğriler kullanılmış; böylece kategoriler arasındaki ilişkilerin daha iyi görülebileceği düşünülmüştür.

Şekil 4.7.1 ve şekil 4.7.2' deki kategoriler, alt kategoriler ve boyutlar aşağıda incelenmiştir:

4.7.1. Fonksiyonun Tersi ile İlgili Kavramsal Bilgi

MÖA' lardan, fonksiyonun tersi kavramını lisans programında nasıl öğrendikleri bilgilerle açıklamaları istenmiş ve elde edilen verilerle fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal bilgi kategorisi elde edilmiştir.

Lisans derslerinde fonksiyonun tersi kavramı işlenmeden önce bağıntının tersinden bahsedilmiş ve bir bağıntının tersi "A dan B ye bir bağıntı R olsun. B den A ya $R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}$ şeklinde tanımlı R^{-1} bağıntısına R nin tersi denir." şeklinde

tanımlanmıştır. Lisans derslerinde A ve B kümeleri için f: A→B fonksiyonu verildiğinde B den A ya f^{-1} bağıntısının her zaman tanımlı olduğu, fakat A dan B ye verilen bir fonksiyonun tersinin her zaman fonksiyon olmak zorunda olmadığı söylenmiştir. Lisans derslerinde, "f^{-1} in B den A ya bir fonksiyon olması için gerek ve yeter şart f^{-1} bağıntısının tanım kümesinin B ve f^{-1} bağıntısının iyi tanımlı olmasıdır" diye belitilmiştir. Bu bilgilerden sonra bir fonksiyonun tersi kavramı "A ve B kümeleri için f:A→B fonksiyonu verilmiş olsun. Eğer f birebir ve örten ise f^{-1}: B→ A fonksiyonuna f fonksiyonun tersi denir." şeklinde tanımlanmıştır.

Yapılan görüşmelerde fonksiyonun tersi kavramının tanımını hatırlamayanlar, eksik bir şekilde tanımı yapanlar ve doğru tanımlayanlar olmuştur. Böylece hatırlamama, eksik bilgi ve doğru bilgi alt kategorileri elde edilmiştir.

Bu alt kategoriler boyutları ile birlikte aşağıda incelenmiştir.

- **Hatırlamama Alt Kategorisi**

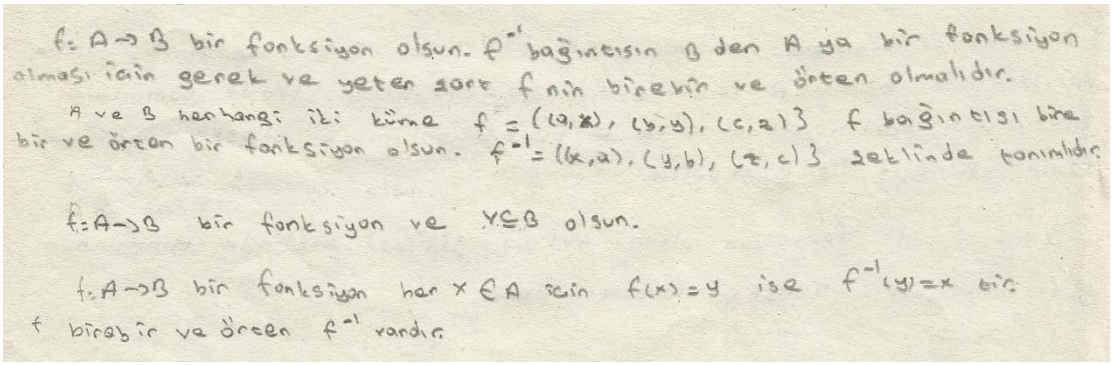
MÖA4 lisans programında öğrendiği fonksiyonun tersi kavramının tanımını hatırlayamamıştır:

MÖA4: *Benim biraz kafam karıştı sanırım, tam hatırlayamadım nasıl olduğunu.*
Araştırmacı: *Aklına ne geliyor fonksiyonun tersi ile ilgili?*
MÖA4: *Derste teoremin içinde de fonksiyonun tersi ile ilgili ispat yapmıştık aslında… Birebirlik örtenlik ile ilgili yaptığımız şeyler vardı… Ben tam hatırlayamadım nasıl yaptığımızı.*

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA2, MÖA3 ve MÖA5 lisans programında öğrendikleri bilgilerle fonksiyonun tersi kavramını doğru bir şekilde açıklamışlardır.

MÖA2 verdiği cevapta hem matematiksel ifadelerle, hem de örnek vererek açıklamıştır. Bu durumlar matematiksel ifade ve örnekle açıklama boyutu ile temsil edilmiştir. MÖA2' nin yazılı ifadesi aşağıdadır:



Şekil 4.7.3 MÖA2' nin fonksiyonun tersi ile ilgili yazılı cevabı

MÖA3 ve MÖA5 matematiksel ifadelerle fonksiyonun tersi kavramını açıklamışlardır:

MÖA3: *Her fonksiyonun tersi vardır dedik; bu bağıntı da olabilir, fonksiyon da. f:A→B fonksiyonu için f birebir ve örten ise tersi fonksiyon olur. Böylece f^{1}: B→ A fonksiyonuna fonksiyonun tersi denir.*

MÖA5: f:A→B fonksiyonu birebir ve örten ise tersi vardır. f^{1}: B→ A fonksiyona fonksiyonun tersi denir.

- **Eksik Bilgi Kategorisi**

MÖA1, fonksiyonun tersinin hangi kümeler üzerinde tanımlı olduğunu doğru bir şekilde söylemiş ancak f fonksiyonun birebir ve örten olması gerektiğini söylememiştir.

MÖA1: Ters *görüntüyle aynı şeydi… Yok aslında aynı şey değildi ama şuan tam hatırlayamadım. B kümesinden A kümesine tanımlanan fonksiyondur.*

4.7.2. Fonksiyonun Tersi ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi

Yapılan görüşmelerde MÖA' lara fonksiyonun tersi kavramını ortaöğretimde öğrendikleri bilgilerle açıklamaları istenmiştir. Elde edilen verilerle fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisi elde edilmiştir.

Ortaöğretim matematik ders kitabında fonksiyonun tersi kavramı "f:A→B, birebir ve örten fonksiyonun görüntü kümesindeki elemanları A kümesindeki aynı elemanlara eşleyen g: B→ A, birebir ve örten fonksiyona f fonksiyonunun tersi denir ve $g= f^{-1}$ ile gösterilir." şeklinde tanımlanmıştır.

MÖA' lardan ortaöğretimde fonksiyonun tersi ile ilgili öğrendiklerini hatırlamayanlar ve doğru bir şekilde ifade edebilenler olmuştur. Böylece Şekil 4.7.1' de gösterildiği gibi fonksiyonun tersi ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisi hatırlamama alt kategorisi ile doğru bilgi alt kategorisinden ve bunun boyutu olan matematiksel ifadeden geçirilmiştir.

Hatırlamama alt kategorisinin oluşmasında etkisi olan MÖA1 ve MÖA3' ün ifadesi şöyledir:

MÖA1: *Lisede genelde sorular çözüyorduk fonksiyonun tersi ile ilgili… Orda grafikler veriliyordu. Ama çok hatırlamıyorum tanımını.*

MÖA3: *Yani bize sadece bir fonksiyon verilirdi. Bunun tersini bulun denirdi. Hiç buradaki gibi kavramları sorgulamazdık. Aklıma gelmiyor tanımı yaptığımız.*

Doğru cevap veren MÖA' ların ifadeleri şu şekildedir:

MÖA2: *Fonksiyonun tersini f: A→ B bir fonksiyon, her x∈ A için f(x)=y ise $f^{1}(y)=x$ tir şeklinde görmüştük. Ayrıca f, 1-1 ve örten ise f^{1} vardır demiştik. Burada f^{1}: B→ A dır.*

MÖA4: *A' dan B kümesine tanımladığımız birebir ve örten fonksiyona f diyorsak, B' den A' ya f^{1} fonksiyonu f' nin tersi olur.*

MÖA5: *Eğer bir fonksiyon 1-1 ve örten ise tersi vardır demiştik. Fonksiyonun tersi f: A→ B birebir ve örten fonksiyon olmak üzere f^{1}: B→ A fonksiyonudur.*

4.7.3. Ters Görüntü ile İlgili Kavramsal Bilgi

MÖA' lardan ters görüntü kavramını lisans programında öğrendikleri bilgilerle açıklamaları istenmiştir.

Lisans derslerinde ters görüntü kavramı "A ve B herhangi iki küme, f: A→B bir fonksiyon ve (a, b) ∈ f olsun. Y⊆ B olmak üzere f^{-1} (Y) = {a ∈ A: f(a) ∈ Y } kümesine Y kümesinin f fonksiyonu altındaki ters görüntüsü denir." şeklinde açıklanmıştır.

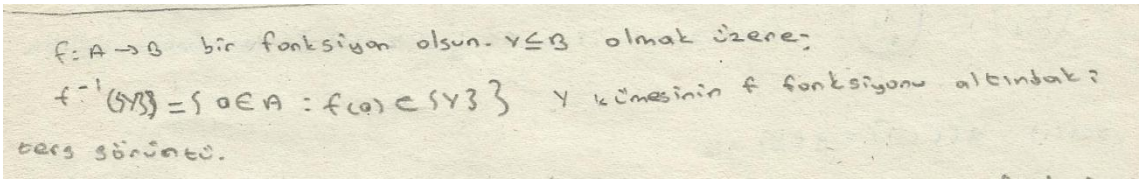
Yapılan görüşmeler ile MÖA' larda ters görüntü kavramını doğru bir şekilde açıklayanlar, eksik ifadeler kullananlar ve matematiksel gösterimlerde yanlışlık yapanlar olmuştur. Böylece doğru bilgi alt kategorisi ile bunun matematiksel ifade ve sözel ifade boyutları, yanlış bilgi alt kategorisi ile bunun yanlış matematiksel gösterim boyutu ve eksik bilgi alt kategorisi ile bunun matematiksel olarak ifade edememe ve fonksiyonun tanımlı olduğu kümeleri söyleme boyutları elde edilmiştir.

Aşağıda alt kategoriler boyutlarıyla birlikte incelenmiştir.

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA2 ve MÖA5 ters görüntü kavramını doğru bir şekilde açıklamışlardır. MÖA2 lisans derslerinde işlenen matematiksel açıklamayı doğru bir şekilde yapabilmiştir. MÖA2' nin yazılı ifadesi ve söyledikleri aşağıdadır.

MÖA2: *f: A→ B bir fonksiyon olsun. Y⊂ B olmak üzere; f^{1} (Y)= {a∈A: f(a) ∈ Y} kümesine Y kümesinin f altındaki ters görüntüsü denir. Ters görüntü için f fonksiyonun 1-1 ve örten olması gerekmez. Çünkü burada bir elemandan bahsetmiyoruz, bir kümenin ters görüntüsünden bahsediyoruz. Ama bir fonksiyonun tersi kavramı konuştuğumuz zaman f fonksiyonu 1-1 ve örten olmalıdır. Dolaysıyla f^{1}: B→A bağıntısı da bir fonksiyon olmalıdır.*



Şekil 4.7.4 MÖA2' nin ters görüntü ile ilgili yazılı cevabı

MÖA5 ise ters görüntü kavramının ne olduğunu doğru bir şekilde sözel olarak ifade etmiş ancak matematiksel olarak ifade ederken hata yapmıştır. MÖA5' den elde edilen doğru olan veriler doğru bilgi alt kategorisi sözel ifade boyutu ile temsil edilmiş, yanlış olan matematiksel gösterimleri de yanlış bilgi alt kategorisinde incelenmiştir. MÖA5' in doğru olan sözel ifadesi şu şekildedir:

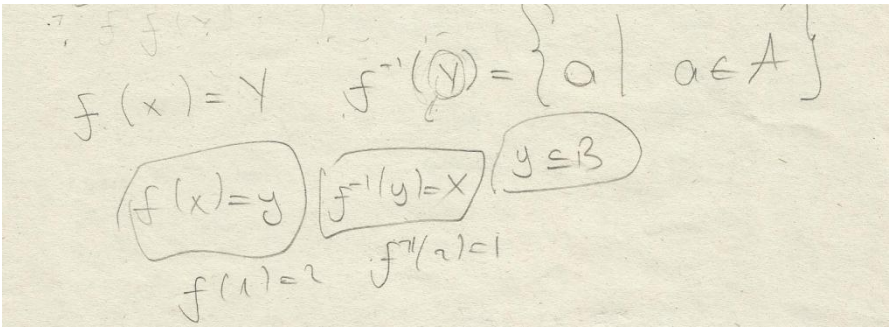
MÖA5: *Ters görüntüyü; f: A→B tanımlı fonksiyon olmak üzere x leri B' den seçtiğimizde bunların görüntüleri, f(x)∈ A oluyor. Buradaki f(x) ters görüntü oluyor. Yani x'leri bu sefer değer kümesinden seçiyoruz. Değer kümesinden seçtiğimiz x' lere karşılık tanım kümesinde bulduğumuz görüntüler ters görüntü oluyor.*

- **Yanlış Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA3 ve MÖA5 ters görüntü ile açıklama yaparken kullandıkları matematiksel gösterimlerde hata yapmışlardır. Lisans derslerinde ters görüntü kavramı;
"A ve B herhangi iki küme, f: A→B bir fonksiyon ve (a, b) ∈ f olsun. Y⊆ B olmak üzere f^{-1} (Y) = {a ∈ A: f(a) ∈ Y } kümesine Y kümesinin f fonksiyonu altındaki ters görüntüsü denir." şeklinde tanımlanmıştır. MÖA' ların cevapları da bu ifade ile karşılaştırılmıştır.

MÖA3' ün ifadesi şu şekildedir:

MÖA3: *Ters görüntüyü şöyle tanımlamıştık. f: A→ B bir fonksiyon olsun. f(x)=Y, f^{1} (Y)= {a: a∈ A} ya ters görüntü denir.*



Şekil 4.7.5 MÖA3' ün ters görüntü ile ilgili yazılı cevabı

MÖA5: … *O zaman ters görüntü {f(x): x∈ B} dir.*

MÖA4 ters görüntü kavramını, fonksiyonun tersi kavramı ile karıştırmış ve yanlış cevap vermiştir. Zaten fonksiyonun tersi kategorisinde de görüldüğü gibi fonksiyonun tersi kavramını açıklaması istendiğinde yine kavram karmaşası yaşamış ve isteneni hatırlayamamıştır.

MÖA4: *Ters görüntü deyince B' den A' ya tanımlıyoruz.*
Araştırmacı: *B' den A' ya tanımlanan nedir?*
MÖA4: *f^{-1} fonksiyonu, bu da f' nin ters görüntüsü oluyor.*

- **Eksik Bilgi Alt Kategorisi**

MÖA1, ters görüntü ile ilgili şunları söylemiştir.

MÖA1: *Ters görüntü $f^{-1}(y)= x$ diye geliyor aklıma. Burada bulduğumuz x'ler ters görüntüyü oluşturuyor. Ters görüntü ile ilgili bunlar geliyor aklıma.*

4.7.4. Ters Görüntü ile İlgili Kavramsal Ön Bilgi

MÖA' lara ortaöğretimde ters görüntü ile ilgili neler öğrendikleri, tanımını nasıl yaptıkları sorulmuş ve MÖA' ların çoğu bu kavramla ilgili bilgileri hatırlayamamıştır. Sadece MÖA2 sözel ifadelerle doğru bir şekilde açıklamıştır.

Ortaöğretim matematik ders kitabında (MEB, 2011), ters görüntü kavramı ile ilgili verilen bir grafik üzerinden istenenlerin belirlendiği uygulamalar işlenmiştir. Ortaöğretim matematik dersi öğretim programında da (MEB, 2011) fonksiyonlarda işlemler alt öğrenme alanı içinde ters görüntü ile ilgili kazanım aşağıda belirtilmiştir:

> "Grafiği verilen bir fonksiyonun tanım kümesindeki bazı elemanların görüntüsünü ve görüntü kümesindeki bazı elemanların ters görüntülerini belirler."

Görüldüğü gibi ortaöğretimde bu kavram daha çok uygulamalar yapılarak işlenmiştir. Şekil 4.7.2.' de gösterildiği gibi ters görüntü ile ilgili kavramsal ön bilgi kategorisi ile kavramsal bilgi kategorisinin ortak alt kategorisi "doğru bilgi" olarak, ortak boyutu da "sözel ifade" olarak bulunmuştur. Bu nedenle kategori çizgisi bunlar üzerinden geçirilerek ilişkileri görülmüştür.

- **Hatırlamama Alt Kategorisi**

MÖA1, MÖA3, MÖA4 ve MÖA5 ters görüntü kavramını ortaöğretimden sahip oldukları bilgilerle açıklayamamışlardır.

MÖA1: *Orada grafikler veriliyordu. Ama açıklamasını çok hatırlamıyorum.*

MÖA3: *Soruda ters görüntüyü istediğinde x ile y' nin yerini değiştiriyorduk sadece bu var aklımda ters görüntü hakkında.*

MÖA4: *Ters görüntü diye bir şeyi lisede öğrendiğimi hatırlamıyorum.*

MÖA5: Açıkçası biz lisede ters görüntü kavramını incelemeden fonksiyonun tersi kavramına geçmiştik… Ters fonksiyonu orda nasıl gördüğümüz aklıma gelmiyor…

- **Doğru Bilgi Alt Kategorisi**

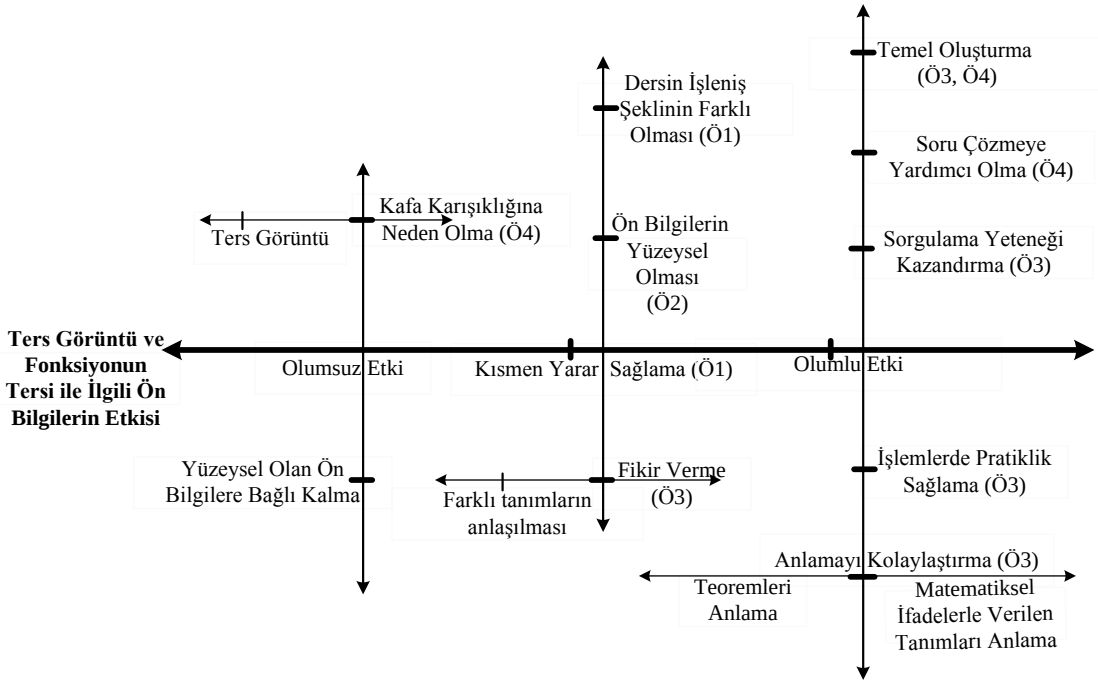
Sadece MÖA2, ters görüntü kavramını sözel ifadelerle de olsa doğru bir şekilde ifade etmiştir.

MÖA2: *Lisede ters görüntüyü şöyle görmüştük. f: A→ B bir fonksiyon ve Y⊂B olsun. Y kümesine A da karşılık gelen kümeye onun ters görüntü kümesi denir.*

4.7.5. Ters Görüntü ve Fonksiyonun Tersi ile İlgili Ön Bilgilerin Öğrenme Sürecine Etkisi Kategorisi

Ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili elde edilen veriler ile MÖA' ların lisans öğrenimlerinde bu kavramları öğrenme süreçlerini sahip oldukları ön bilgilerin nasıl etkilediği hakkındaki görüşlerinin birlikte analiz edilmesi ile ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili ön bilginin etkisi kategorisi oluşturulmuştur.

Elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisi alt kategoriler ve boyutları ile birlikte Şekil.4.7.6' da gösterilmiştir.



Şekil 4.7.6 Ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi kategorisi

Yapılan görüşmeler ile MÖA' ların genel olarak ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramları ile ilgili yüzeysel olan bir ön bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Matematik dersi öğretim programında (MEB,2011) ters görüntü kavramı ile ilgili kazanım olarak "Grafiği verilen bir fonksiyonun tanım

kümesindeki bazı elemanların görüntüsünü ve görüntü kümesindeki bazı elemanların ters görüntülerini belirler." yazmaktadır. Ortaöğretim ders kitabında da verilen bir grafikte ters görüntüyü bulduran alıştırmalar olduğu görülmüştür, farklı bir kavramsal açıklamaya rastlanmamıştır.

Lisans programında ise kavramların tanımlarının üzerinde durulmuş ve kavramlar daha detaylı olarak işlenmiştir. Bu nedenle bazı MÖA' lar bu kavramların daha detaylı işlendiği lisans öğrenimlerinde, ön bilgilerinin yüzeysel olması nedeniyle kafa karışıklığı yaşamış, lisans programındaki öğrenme süreci için yeterli olmayan ön bilgilerini geliştiremedikleri durumlarda da sahip oldukları ön bilgiler öğrenmeyi olumsuz etkilemiştir. Dochy, Moerkerke ve Segers' in (1999) yaptıkları çalışmada söylendiği gibi ön bilgilerin, yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabileceği, yapılan çalışmada ön bilgilerin yeterli olmadığı durumlarda görülmüştür.

Hailikari, Nevgi ve Lindblom-Ylanne' in (2007) çalışmasında söylendiği gibi ön bilginin öğrenmeye olumlu etkisinin olması ise, MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme süreçlerinde işlemlerde pratiklik kazandırması, anlamayı kolaylaştırması, yeni öğrenmeler için temel oluşturması, soru çözmelerine yardımcı olması gibi durumlarda görülmüştü.

V. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmalardan elde edilen bulguların sonuçlarına ve sonuçlar çerçevesinde çeşitli önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuçlar

Bu çalışmada MÖA' ların lisans öğrenimi 1. sınıfında aldıkları soyut matematik dersinde işlenen fonksiyon kavramını öğrenme sürecini, sahip oldukları ön bilgilerin nasıl etkilediği incelenmiştir. Dochy ve Alexander' ın (1995) çalışmasında alan bilgisinin ön bilgi durumunun; kavramsal bilgi, işlemsel bilgi ve stratejik bilgiye bağlı olduğu söylenmiştir. İşlemsel bilgiler çözüm sürecinin küçük bir parçası ile ilgili olup alana özgü olurken stratejik bilgiler çözümün bütün süreci ile ilgilidir (Schoenfeld, 1992). Fonksiyon kavramı ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin lisans öğrenimindeki etkisini incelemek amacıyla, MÖA' larla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde fonksiyon kavramı ile ilgili olarak tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon, bileşke fonksiyon, ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramları ile ilgili ön bilgilerin etkisi ana kategoriler olarak belirlenmiş ve her bir kavram ile ilgili olarak MÖA' lara sorular yöneltilmiştir. Yapılan görüşmelerde uygulama soruları sorularak işlemsel ve stratejik bilginin etkisi, fonksiyon konusunu oluşturan kavramlarla ilgili sorular sorularak da kavramsal bilginin etkisi ise ortaya çıkarılmıştır. Smith ve Ragan (2005)'a göre kavramsal bilginin durumu; öğrenenlerin tanımlaması, tarif etmesi, özetlemesi ve bilgileri listelemesi ile anlaşılabilmektedir. Yapılan görüşmelerden kavramsal bilgi ile ilgili elde edilen veriler Smith ve Ragan (2005)' ın çalışmasında belirttiği nitelikler göz önünde bulundurularak kategorilendirilmiştir.

Ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecine etkisini inceleyebilmek için, MÖA' lardan, görüşmelerde kendilerine yöneltilen uygulama ve kavramlarla ilgili olan soruları önce lisans programında öğrendikleri bilgilerle, daha sonra ise aynı soruyu ortaöğretimde öğrendikleri ön bilgileriyle cevaplamaları istenmiştir. Elde edilen veriler, MÖA' ların görüşme sırasında kullandıkları cevap kağıtları ile birlikte gömülü teoriye göre analiz edilerek alt kategoriler, boyutlar ve alt boyutlara ulaşılmış ve her bir kategori yorumlanmıştır. Sorulan kavramlarla ilgili ön bilgilerin lisans öğreniminde ne gibi etkisinin olduğu MÖA' lara sorularak görüşleri alınmış ve elde edilen önceki veriler desteklenmiştir. Bütün verilerin değerlendirilmesi ile her bir kategori için ön bilginin etkisi incelenmiştir.

MÖA' ların fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerinin öğrenme sürecine etkisini incelenirken aşağıda verilenler ana kategori olarak belirlenmiştir:

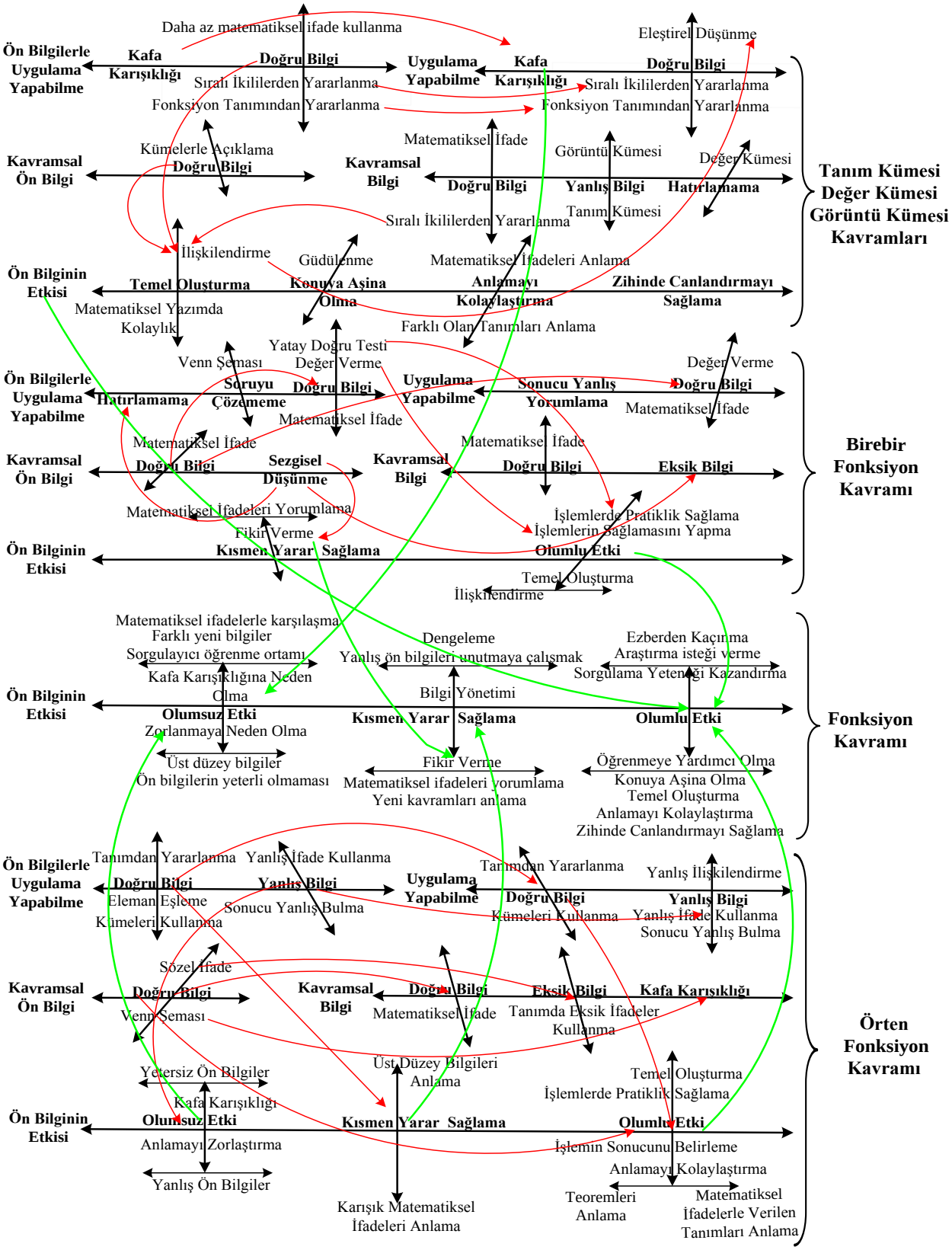
- Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi
- Fonksiyonun tersi ve ters görüntü ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi

MÖA' lara ilk önce, genel olarak fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerinin öğrenme sürecini nasıl etkilediği sorulmuş ve "fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi" kategorisi oluşturulmuştur. Sonra MÖA' ların tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi, birebir fonksiyon, örten fonksiyon, bileşke fonksiyon, ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramları ile ilgili sorulan soruları ön bilgileriyle çözdükleri cevaplar "ön bilgilerle uygulama yapabilme", lisans programında öğrendikleri bilgilerle yaptıkları cevaplar "uygulama yapabilme" kategorisinde incelenmiştir. Kavramların ön bilgilerle açıklandığı cevaplar "kavramsal ön bilgi", lisans programında öğrenilen bilgilerle yapılan açıklamalar da "kavramsal bilgi" kategorileri ile temsil edilerek alt kategorilere, boyutlara ve alt boyutlara ulaşılmıştır. "Ön bilgilerle uygulama yapabilme", uygulama yapabilme", "kavramsal ön bilgi" ve

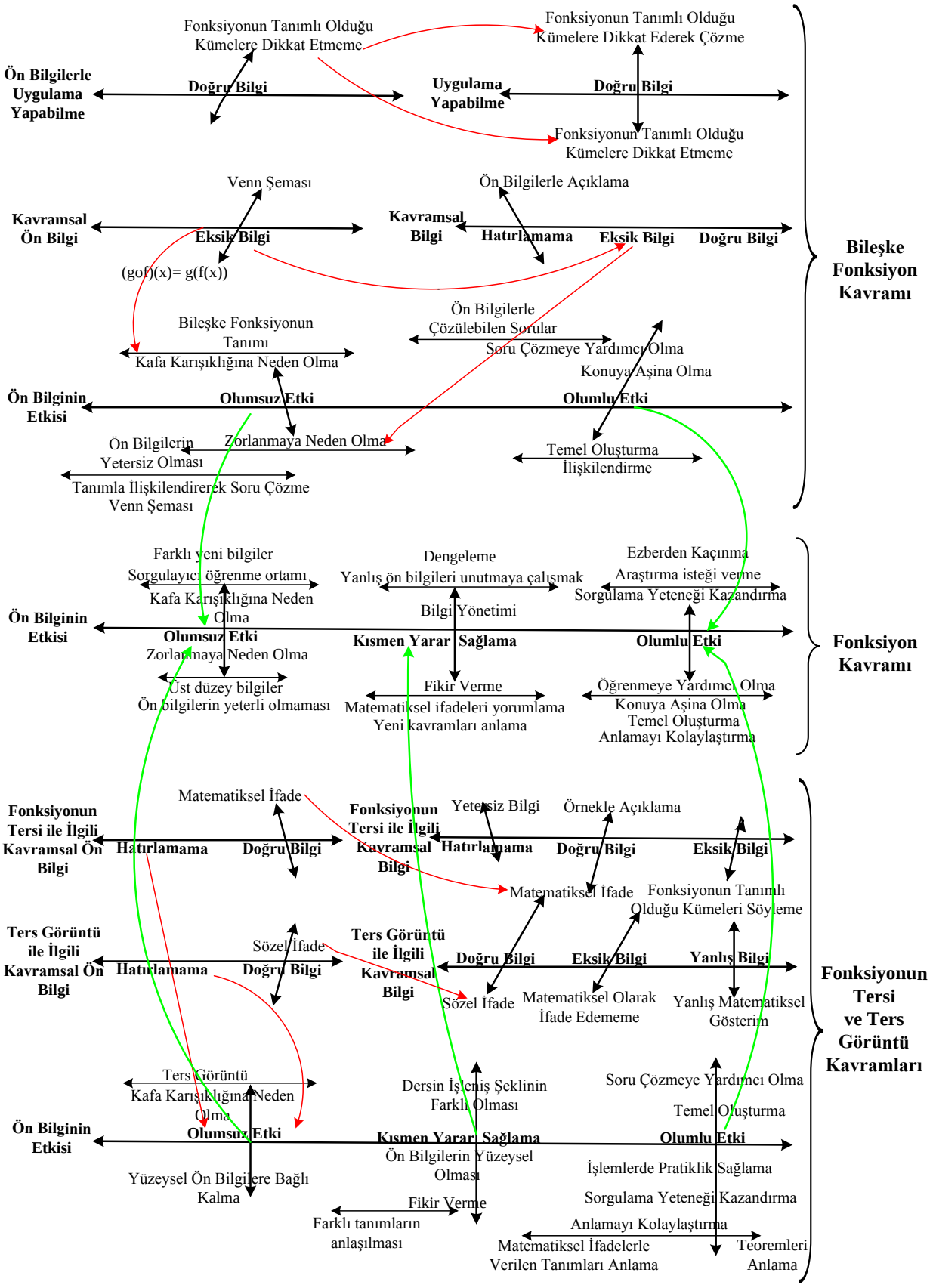
“kavramsal bilgi” kategorilerinden elde edilen veriler her bir kavram için ön bilginin etkisinin incelenmesinde kullanılmıştır. Yukarıda belirtilen kavramlar ile ilgili ön bilgilerin etkisinin incelenmesi ile “fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi” kategorisinde elde edilen alt kategorilerin hangi durumlarda oluştuğu görülmüş ve ortaya çıkan ilişkiler Şekil 5.1.1 ve Şekil 5.1.2’ de yeşil oklar kullanılarak gösterilmiştir.

Şekil 5.1.1 ve Şekil 5.1.2’ de yukarıdaki ana kategoriler, bunlara ulaşmak için oluşturulmuş “Ön bilgilerle uygulama yapabilme”, uygulama yapabilme”, “kavramsal ön bilgi” ve “kavramsal bilgi” kategorileri, tüm kategorilerin alt kategorileri, boyutları ve alt boyutları belirtilmiş ve oklarla ilişkileri gösterilmeye çalışılmıştır. Şekillerdeki her bir kategoriye ait alt kategoriler o kategorinin hizasındaki eksen üzerinde gösterilmiştir. Alt kategorilerin boyutları ise yine kendi hizalarına çizilen eksenler üzerine yazılmıştır. Her bir ana kategorinin kendi içindeki ilişkisi kırmızı oklarla, genel olarak elde edilen görüşleri içeren “fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi” ana kategorisi ile ilişkisi ise yeşil oklarla tek yönlü olarak gösterilmiştir. Okların başlangıç noktası ilişkinin başlangıç noktasını, okun ucu ise bitiş noktasını göstermektedir. Örneğin tanım, değer, görüntü kümesi ana kategorisinde ön bilgilerle uygulama yaparken kafa karışıklığı yaşayan MÖA, lisans programında öğrendiği bilgilerle soruyu çözerken yine kafa karışıklığı yaşamıştır. Bu MÖA’ nın sonraki öğrenmelerinde ön bilgilerinin etkili olduğu, hatta “fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi” ile ilişkilendirildiğinde olumsuz etkilediği anlaşılmaktadır. Bu durum kırmızı ve yeşil oklarla şekilde gösterilmiştir. Şekil 5.1.1 ve Şekil 5.1.2’ in ikisinde de “fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi” şeklin ortasına konularak diğer kategorilerle olan ilişkisi gösterilmeye çalışılmıştır.

Aşağıda fonksiyon kavramı ve bu konuda işlenen kavramlar ile ilgili MÖA’ ların ön bilgilerinin öğrenme sürecine etkisini gösteren şekiller ve bunların sonuçlarına yer verilmiştir.



Şekil 5.1.1 Fonksiyon kavramı ve bununla ilgili olan kavramlara yönelik MÖA'ların ön bilgilerinin öğrenme sürecine etkisi



Şekil 5.1.2 Fonksiyon kavramı ve bununla ilgili olan kavramlara yönelik MÖA'ların ön bilgilerinin öğrenme sürecine etkisi

Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi:

MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin, lisans programında fonksiyon kavramını öğrenmeleri üzerinde olumlu ve olumsuz etkilerinin olmasının yanı sıra kısmen yarar sağladığı durumlar olduğu görülmüştür.

Ön bilginin fonksiyon kavramını öğrenme sürecindeki olumlu etkisi olarak MÖA' ların öğrenmelerinde yardımcı olduğu ve onlara sorgulayıcı yetenek kazandırdığı görülmüştür. Ausubel' e göre yeni bilgilerin öğrenilmesi, bilişsel yapıda var olan bilgilerle birleşip anlam kazanmasıyla gerçekleşmektedir. Dochy (1992) ve Moerkerke (1996) ön bilginin, öğrenme üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu söylemişlerdir. MÖA' lar sahip oldukları ön bilgilerden farklı öğrenmelerle karşılaştıklarında, araştırıp kendi bilgileri ile kıyaslayarak anlamaya çalışmışlardır. Bu da ön bilgilerin sorgulama yeteneği kazandırmasını ve öğrenmeyi olumlu etkilemesini sağlamıştır. Fonksiyon kavramı ile ilgili sahip olunan ön bilgiler, Şekil 5.1.1 ve Şekil 5.1.2' de görüldüğü gibi konuya aşina olmayı, temel oluşturmayı anlamayı kolaylaştırmayı, zihinde canlandırmayı sağlayarak lisans programındaki öğrenme sürecini olumlu etkilemiştir.

Ön bilginin fonksiyon kavramını öğrenme sürecindeki olumsuz etkisi olarak MÖA' larda kafa karışıklığı ve yeni bilgileri öğrenmede zorlanma görülmüştür. Lisans öğrenimlerinde fonksiyon kavramı ile ilgili tanımlamaların, gösterimlerin daha matematiksel olması, MÖA' lara ortaöğretimdeki öğrenme ortamlarından farklı gelmiştir. Bu da daha çok ezbere dayalı ön bilgilere sahip MÖA' lar için kafa karışıklığına neden olmuştur. Fischbein (1987) ve Simons (1999) ön öğrenmeler ile oluşan bilgilerin değişime dirençli olabileceğini söylemiştir. MÖA' ların ön bilgileri, daha farklı bilgilerle karşılaştıklarında direnç göstermiş; bu da kafa karışıklığına neden olmuştur. Senemoğlu' na (1997) göre ön öğrenmeler, yeni öğrenmelerin hazırlayıcısı ya da olanaklı kılıcısıdır. MÖA' lar ile yapılan görüşmelerde de fonksiyon kavramı ile ilgili yeterli ön bilgiye sahip olunmadığında, üst düzey yeni öğrenmelere hazır olunmadığı ve öğrenmede zorluk yaşandığı görülmüştür.

Ayrıca, yeni kavramları anlamada ve matematiksel ifadeleri yorumlamada sahip olunan fikir vererek kısmen yararlı bir etki göstermiştir.

Tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi:

Tanım, değer ve görüntü kümesi ile ilgili ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme sürecine etkisinin incelenmesi sonucunda, MÖA' ların bu kavramlara ait ön bilgilerinin lisans programındaki öğrenmelerinde olumlu bir etkisinin olduğu ortaya çıkmıştır. Fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisi kategorisinde incelenen olumlu etki alt kategorisindeki verilere benzer sonuçlar elde edildiğinden, ikisi arasında yeşil ok kullanılmıştır. Okun başlangıcı ortaya çıkan etkinin kaynağını göstermiştir.

Lisans programında öğrendikleri ile uygulamayı yaparken fonksiyon tanımından yararlanan MÖA' lar, ön bilgileriyle cevap verirken yine tanımdan yararlanmış; sıralı ikilileri kullanan MÖA' lar da, ön bilgileriyle soruyu cevaplarken yine sıralı ikilileri kullanmışlardır. Yaşanan bu durumda ön bilgiler, sonraki öğrenmelerdeki uygulamalarda kullanılan çözümün seçiminde belirleyici olmuştur. Yapılan görüşmede lisans programında öğrendiği bilgilerle soruyu cevaplarken kafa karışıklığı yaşayan MÖA' nın, aynı soruya sadece ön bilgilerini kullanarak verdiği cevapta da aynı karışıklığı yaşadığı görülmüştür. Çelik ve Güneş' e (2007) göre temel matematik kavramlarının yeterince iyi anlaşılamaması, ilerideki öğrenmeleri de engellemektedir. Burada da, ortaöğretimde yeterince yerleşmeyen bilgilerde, lisans programında da problem yaşandığı görülmüştür. Yani tam olarak öğrenilmemiş olan ön bilgiler, sonraki öğrenmeleri olumsuz etkilemiştir.

Yeni bilgi ile eski bilgi uygun bir şekilde ilişkilendirildiği zaman o kavramla ilgili anlama gerçekleşmektedir (Skemp, 1971). Yapılan görüşmeler sonucunda MÖA' ların, tanım, değer ve görüntü kümesi kavramları ile ilgili ön bilgilerinin temel oluşturması sayesinde, yeni öğrendikleri bilgileri öncekilerle ilişkilendirip matematiksel ifadeleri daha kolay yazabildikleri anlaşılmış ve bu nedenle ön bilgilerin öğrenme sürecinde olumlu etkisi olduğu görülmüştür.

Schunk (1990), güdülenmeyi belirli bir amaca yönelik davranış sürecine yönelme ve o süreci devam ettirme olarak tanımlanmıştır. MÖA' lar tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesi kavramlarını ortaöğretimde daha yüzeysel

öğrendiklerini, lisans programında bunlar daha matematiksel olarak işlendiğinde, önceden yüzeysel olarak öğrendikleri bu kavramlara ait yeni bilgileri öğrenmeye ilgi duymuşlardır. Bu nedenle ön bilgilerin, MÖA' ların lisans programındaki öğrenme sürecinde güdülenmesini, öğrenmeye istekli hale gelmesini sağladığını söylemek mümkündür.

Birebir fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi:

Yapılan görüşmelerde kavramsal ön bilgisi doğru olan MÖA' ların, kendilerine sorulan soruyu hem lisans bilgileriyle, hem de ön bilgileriyle doğru bir şekilde çözebildikleri görülmüştür. Bu durum Şekil 5.1.1' de kırmızı oklarla gösterilmiştir. Byrnes ve Guthrie' ye (1992) göre ön bilgiler dolaylı olarak performansı etkilemektedir. Bu çalışmada da kavramsal ön bilgilerin uygulama yapabilmeyi etkilediği görülmüştür. MÖA' lardan bazıları lisans programında öğrendikleri bilgilerle birebir fonksiyon tanımından yararlanarak soruyu çözdükten sonra, ortaöğretimde öğrendikleri gibi birebirliği bozacak değerler olup olmadığına bakarak buldukları sonucun doğruluğunu kontrol etmişlerdir. Böylece ön bilgiler, sonraki öğrenmelerde işlemlerde pratiklik sağlamış ve bir kontrol mekanizması işlevi görmüştür.

Yapılan görüşmelerde birebir fonksiyon ile ilgili sahip olunan bilgilerin lisans öğreniminde kısmen yararlı olduğunu ve olumlu etkilerinin olduğunu gösteren veriler elde edilmiştir. Kısmen yarar alt kategorinde elde edilen verilerle oluşan fikir verme boyutu ile olumlu etki kategorisindeki temel oluşturma boyutu daha önceden elde edilen fonksiyon kavramı ile ilgili ön bilgilerin etkisini inceleyen kategorideki verilerle uyuştuğundan Şekil 5.1.1' de yeşil ok ile ilişkileri gösterilmiştir.

Lipson' un (1982) çalışmasında ön bilginin temel etkisinin pozitif olduğu söylemiştir. Yapılan görüşmelerden elde edilen verilere göre birebir fonksiyon ile ilgili sahip olunan ön bilgiler, yeni öğrenme sürecinde temel oluşturarak, işlemlerde pratiklik sağlayarak ve işlemlerin sağlamasının yapılmasına katkıda bulunarak olumlu etkilemiştir.

Örten fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi:

Yapılan görüşmeler sonucunda örten fonksiyon ile ilgili sorulan soruya ön bilgileri ile doğru cevap veren MÖA' ların hepsi, aynı soruyu lisans programında öğrendikleri bilgilerle yine doğru cevaplamışlardır. Mack (1995), ön bilginin matematik öğrenme üzerinde pozitif etkisinin olduğunu söylemiştir. MÖA' ların verdiği cevaplardan da doğru bir şekilde öğrenilmiş olan ön bilgilerin, lisans programında daha matematiksel ifadeler kullanılarak yapılan uygulamalarda olumlu etkisinin olduğunu söylemek mümkündür.

Uygulama sorusunu ön bilgileriyle yanlış çözen MÖA' ların, aynı soruyu lisans bilgileriyle de yanlış çözdüğü görülmüştür. Bu durum Şekil 5.1.1' de kırmızı okla göstrilmiştir. Gourgey' e (1998) göre doğru olmayan ön bilgiler matematikte öğrenmeye engel olabilmektedir. Yapılan görüşmelerde de ön bilgilerdeki herhangi bir yanlış öğrenme ve eksiklik, sonraki öğrenmeleri etkilemekte; hatta sonraki öğrenmelere engel olabileceği görülmüştür.

Yapılan görüşmeler ile örten fonksiyon kavramı ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin, lisans programındaki öğrenmeleri olumlu etkilediği, olumsuz etkilediği ve lisans programındaki öğrenmelere kısmen yarar sağladığı durumlar olduğu görülmüştür. Ön bilgileriyle lisans programında öğrendiği yeni bilgileri doğru bir şekilde ilişkilendirebilen MÖA' lar için, örten fonksiyon kavramı ile ilgili sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenmelerine olumlu etkisinin olduğu ortaya çıkmıştır.

Clarke, Ayres ve Sweller (2005), Hailikari (2009) ve Mack (1995) ön bilginin matematik öğrenmede pozitif etkisinin olduğunu söylemişlerdir. Yapılan görüşmeler ile eğer ön bilgiler doğru öğrenildiyse sonraki öğrenmelerde olumlu etkisinin olacağı sonucuna ulaşılarak literatüre katkıda bulunulmuş ve bu düşüncenin farklı bir boyutuna ulaşılmıştır.

Doğru olarak öğrenilen ön bilgilerin, sonraki öğrenmeler için temel oluşturduğu, işlemlerde pratiklik sağladığı, örten fonksiyon ile ilgili işlemlerin sonucunu belirlemeyi sağladığı ve anlamayı kolaylaştırdığı görülmüştür. Ayrıca üst düzey bilgilerle karşılaşıldığında yetersiz kaldığı durumlar olsa bile fikir vererek kısmen yararlı olduğu görülmüştür.

Doğru olarak öğrenilmeyen ön bilgilerin ise, yeni öğrenmelerde kafa karışıklığına neden olarak ve yeni bilgilerin anlaşılmasını zorlaştırarak öğrenme sürecini olumsuz etkilediği görülmüştür.

Bileşke fonksiyon ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi:

Dochy ve diğerleri, (1999) sahip olunan ön bilgilerin yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabileceğini söylemişlerdir. Ön bilgileriyle bileşke fonksiyon tanımını eksik yapan MÖA' ların, lisans programında öğrendikleri bilgilerle yine eksik tanım yapmaları ile eksik bir şekilde öğrenilmiş olan ön bilgilerin sonraki öğrenmelerde aksaklık yaratabileceği görülmüştür.

Yapılan görüşmeler sonucunda bileşke fonksiyon ile ilgili sahip olunan ön bilgilerin, lisans programında öğrenilen bilgilerle örtüştüğü ve ilişkilendirildiği durumlarda, soru çözmeye yardımcı olması ve temel oluşturması gibi olumlu etkilerinin olduğu görülmüştür. Ancak ön bilgilerin yetersiz kaldığı durumlarda ise kafa karışıklığına ve zorlanmaya neden olması ile MÖA' ların öğrenme sürecini olumsuz etkilediği otya çıkmıştır.

Bileşke fonksiyon ile ilgili MÖA' lara sorulan uygulama sorusunda, ön bilgileriyle bileşke fonksiyonun tanımlı olduğu kümelere dikkat etmeden soruyu çözen bazı MÖA' ların, lisans bilgileriyle yine aynı şekilde çözüm yapmış olması ile lisans programındaki bilgileri öğrenmekte zorluk yaşandığı ve bu nedenle eski bilgilerin kullanılmaya devam edildiği anlaşılmaktadır. Ayrıca bileşke fonksiyonun tanımını ön bilgileriyle eksik ifadelerle yapan MÖA' ların, lisans programında öğrendikleri bilgilerle yine eksik ifadelerle bileşke fonksiyonu tanımlamış olmaları, yetersiz olan ön bilgilerin öğrenmede zorlanmaya neden olduğunu gösteren bir durumdur. Böylece MÖA' ların kendi düşüncelerinden elde edilen veriler ile uygulama yapabilme ve kavramsal bilgi kategorilerinde elde edilen verilerin uyum içinde olduğu görülmüş ve yukarıda söylenen durum desteklenmiştir.

Ters görüntü ve fonksiyonun tersi ile ilgili ön bilgilerin öğrenme sürecine etkisi:

MÖA' lar bu kavramların daha detaylı işlendiği lisans öğrenimlerinde, ön bilgilerinin yüzeysel olması nedeniyle kafa karışıklığı yaşamış, lisans programındaki öğrenme süreci için yeterli olmayan ön bilgilerini geliştiremedikleri durumlarda da sahip oldukları ön bilgiler, öğrenmeyi olumsuz etkilemiştir. MÖA' ların bu iki kavramı karıştırdıkları görülmüştür. Dochy, Moerkerke ve Segers' in (1999) yaptıkları çalışmada söylendiği gibi ön bilgilerin, yeni bilgilerin doğru bir şekilde öğrenilmesine engel olabileceği durumu, yapılan çalışmada ön bilgilerin yeterli olmadığı durumlarda görülmüştür.

Hailikari, Nevgi ve Lindblom-Ylanne' in (2007) çalışmasında söylendiği gibi ön bilginin öğrenmeye olumlu etkisinin olması ise, MÖA' ların sahip oldukları ön bilgilerin lisans programındaki öğrenme süreçlerinde işlemlerde pratiklik kazandırması, anlamayı kolaylaştırması, yeni öğrenmeler için temel oluşturması, soru çözmelerine yardımcı olması gibi durumlarda ortaya çıkmıştır.

5.2 Öneriler

Bu bölümde araştırmanın sonuçları doğrultusunda faydalı olacağı düşünülen önerilere yer verilecektir.

Ortaöğretimde görev alan eğitimcilere yönelik öneriler:

1) Yapılan çalışmada MÖA' ların ezberleyerek öğrendikleri ön bilgilerin, lisans öğrenimlerinde matematiksel ifadelerle karşılaştıklarında kafa karışıklığı yaşamalarına ve öğrenme sürecinde zorlanmalarına neden olduğu görülmüştür. Bu nedenle ortaöğretimde sınıf ortamında öğrencilerin bilgileri ezberlemesine engel olacak yaklaşımların kullanılması önerilir.

2) MÖA' ların ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramlarını karıştırdıkları ve bunlarla ilgili genel olarak yeterli ön bilgiye sahip olmadıkları görülmüştür. Bu nedenle sonraki öğrenmelerde kavramsal bilgi ile ilgili aksaklıklar

meydana gelmesine engel olmak için ortaöğretimde bu kavramlarla ilgili gerekli olan öğrenmelerin doğru bir şekilde sağlanmasına dikkat edilmelidir.

3) MÖA' ların kendilerine yöneltilen soruları ön bilgileri ile cevaplamalarıyla elde edilen verilerden anlaşıldığı kadarıyla fonksiyon kavramı ile ilgili kavramları açıklarken veya soruları çözerken "Venn şeması", "eşleme" ,"A kümesindeki elemanın B kümesine gitmesi" gibi ifadeler kullanmışlardır. MÖA' ların sahip olduğu bu düşünceler, lisans öğrenimlerinde bakış açılarını kısıtlamış ve işlenen daha matematiksel tanımları, açıklamaları anlamalarını zorlaştırmıştır. Bu nedenle sonraki öğrenmelerde daha esnek bakış açısı kazandırabilmek için, ortaöğretimde fonksiyon kavramı işlenirken kalıplaşmış ifadeler kullanmaktan kaçınılabilir.

Lisans programında görev alan eğitimcilere yönelik öneriler:

1) Lisans derslerinde bileşke fonksiyon kavramı işlenirken f:A→B ve g:B→C fonksiyonları verildiğinde gof: A→C bileşke fonksiyonunu tanımlayabilmek için f nin değer kümesi ile g nin tanım kümesinin aynı olmasının gerekmediği söylenmiştir. Bu bilgi MÖA' lara ortaöğretimde öğrendiklerinden farklı gelmiş ve ön bilgileriyle ilişkilendirmekte zorluk yaşamışlardır. Lisans derslerinde bileşke fonksiyon ile ilgili bu kısmın daha detaylı bir şekilde işlenmesi ile öğrenmeye yardımcı olunabilir.

2) Yapılan görüşmelerde MÖA4, ilk kez lisans öğreniminde karşılaştığı fonksiyonların kısıtlaması ve genişlemesi kavramlarını öğrenmede zorluk yaşadığını "*...biz kısıtlama genişlemeyi lisede görmedik mesela, burada zorlandığım konulardan bir tanesi buydu.*" sözleriyle ifade etmiştir. Lisans derslerinde, MÖA' ların ön bilgi sahibi olmadığı kavramlar işlenirken bilginin yapılanmasını sağlayacak yaklaşımlar kullanılabilir.

Araştırmacılara yönelik öneriler:

1) Bu çalışmada ön bilginin etkisi fonksiyon kavramı üzerinden incelenmiştir. Farklı kavramlarda veya alanlarda ön bilginin etkisi araştırılabilir.

2) Farklı öğrenim kademelerindeki katılımcılar ile benzer çalışmalar yapılabilir.

3) Lisans programında temel derslerde yapılanan bilginin, sonraki yıllarda işlenen dersler üzerindeki etkileri araştırılabilir.

KAYNAKÇA

Alexander, P.A., Shallert, D.L. and Hare, V.C. (1991). Coming to terms: How researchers in learning and literacy talk about knowledge. *Review of Educational Research, 61*(3), 315–343.

Alexander, P.A. and Dochy (1995). Conceptions of knowledge and beliefs: A comparison across varying cultural and educational communities. *American Educational Research Journal*, 32(2), 413-442.

Almog, N. and Ilany, B. (2012). Absolute value inequalities: high school students' solutions and misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 81, 347-364.

Altun, M. (1998). Matematik Öğretimi. *Açıköğretim Fakültesi Yayınları, No:591.*

Anderson, J.R. (1982). Acquisition of cognitive skill. *Psychological review, 89*, 369–406.

Arıkan, A. ve Halıcıoğlu, S. (2012). *Soyut Matematik.* Ankara: Palme Yayıncılık.

Atar Koçkar, B. (2010). *The contribution of cognitive style and prior knowledge on sixth grade students' knowledge acquisition in polygons in drama based learning environment.* The Degree of Master of Science, Middle East Technical University, Ankara.

Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Baki, A. (1996). Okul matematiğinde ne öğretelim nasıl öğretelim? *Hacettepe Eğitim Dergisi*, 41-49.

Biehler, R., Scholz, R. and Winkelmann, B. (1993). Reflections on Mathematical Concepts As Points For Mathematical Thinking. *Didactic of Mathematics as a Scientific Discipline*, 61-72.

Bloom B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain.* New York: David McKay.

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. and Nichols, D. (1992). Development of the Process Conception of Function, *Educational Studies in Mathematics*, 23 (3), 247-285.

Byrnes, J. P. and Guthrie, J. T. (1992). Prior knowledge and textbook search. *Contemporary Educational Psychology*, 17, 8-29.

Connell, T. H. and Franklin, C. (1994). The Internet: Educational Issues. *Library Trends,* 42 (4), 608-625.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches.* Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Çelik, D. ve Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 173, 361–375.

De Jarnett, L.(1996). Knowledge the Latest Thing, Information Strategy, *The Executives Journal*, 12(2), 3-5.

De Jong, T., Ferguson-Hessler, M. G. M. (1996). Types and Qualities of Knowledge. *Educational Psychologist,* 31(2), 105-113.

Dede, Y., Bayazit, İ., Soybaş, D. (2010). Öğretmen Adaylarının Denklem, Fonksiyon Ve Polinom Kavramlarını Anlamaları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(1), *67-88.*

Dochy, F.J.R.C. (1992) *Assessment of prior knowledge as a determinant of future learning: The use of knowledge state tests and knowledge profiles*. Utrecht/London: Lemma B.V./Jessica Kingsley Publishers.

Dochy, F.J.R.C. (1996). Assessment of domain-spesific and domain-transcending prior knowledge: Entry assessment and the use of profile analysis. In M.Birenbaum & F.J.R.C. Dochy (Eds.), *Alternatives in assessment of achievements, learning processes and prior knowledge* (pp. 227-264). Boston:Kluwer.

Dochy, F.J.R.C. and Alexander, J. (1995). Mapping prior knowledge: A framework for discussion among researchers. *European Journal of Psychology of Education,* 5(3), 225-242.

Dochy, F., Moerkerke, G. and Segers, M. (1999). The Effect of Prior Knowledge on Learning in Educational Practice: Studies Using Prior Knowledge State Assessment. *Evaluation and Research in Education*, 13(3), 114-131.

Dochy, F., Segers, M., and Buehl, M. M. (1999). The relation between assessment practices and outcomes of studies: The case of research on prior knowledge. *Review of Educational Research,* 69(2), 145–186.

Dochy, F.J.R.C., Segers, M.S.R. and Moerkerke, G. (1996). The importance of prior knowledge and assessment for increasing efficiency of the learning processes, especially in 'problem-based' powerful learning environments. *European Journal of Agricultural Education and Extension,* 3(3), 141-166.

Doğan, A., Sulak, H. ve Cihangir, A. (2002). *İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğrencilerinin Özel Fonksiyonlarda Limit, Türev ve Türev Uygulamaları Konularındaki Yeterlilikleri Üzerine Bir Araştırma*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 975-982, Ankara.

Duman, B., Çubukçu, Z., Taşdemir, M., Güven, M., Babadoğan, C., Oğuz, A., Aybek, B. (2008). *Öğretim İlke ve Yöntemleri*.(2. Baskı). Ankara: Maya Akademi.

Eisenberg, T. (1991). *Functions And Associated Learning Difficulties.* David Tall Advanced Mathematical Thinking. London: Kluwer Academic Publishers.

Eisenberg, T. (1992). On the development of sense for functions. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concepst of function: Aspect of epistemology and pedegogy* (pp. 153- 174). The Mathematical Association of America.

Erdoğan, B. (2003). *Ağ temelli öğretimde denetim odağı ve ön bilgi düzeyinin öğrencilerin kontrol tercihlerine etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ersoy, Y. (2003). *Matematik Okur Yazarlıgı-II: Hedefler, Gelistirilecek Yetiler Ve Beceriler.* (Web: http://www.matder.org.tr/ adresinden 03.05.2012'de alınmıştır.).

Ferrini Mundy, J. and Lauten D. (1994). *Learning about calculus learning*. The Mathematics Teacher, 87 (2), 115-120.

Feng, Q., Miao, D. (2009). Structured Prior Knowledge and Granular Structures, *Lecture Notes in Computer Science*, 5819, 115-126.

Fidan, N. (1986). *Okulda Öğrenme ve Öğretme***.** Ankara: Kadıoğlu Matbaası.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics.* Dordrecht: Reidel.

Gourgey, A. F. (1998). Metacognition in basic skills instruction. *Instructional Science,* 26 (1-2), 81-96.

Göker, L. (1997). *Matematik tarihi ve Türk- İslam matematikçilerinin yeri.* 1. basım. İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Güveli, E. ve Güveli, H., Bağıntı, Fonksiyonun Tanımı, Bire-bir Fonksiyon ve Örten Fonksiyon Konularında Lise-1 Düzeyinde Kavram Yanılgılarının Tespiti, ODTÜ, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ankara, (2002), 1019-1025. (Web: http://www.fedu.metu.edu.tr/ufbmek-5/bkitabi.htm adresinden 13.06.2012 tarihinde alınmıştır.)

Hailikari, T. (2009). Assessing University Students' Prior Knowledge. *University of Helsinki Department of Education, Research Report* 227, Helsinki.

Hailikari, T., Nevgi, A. and Lindblom-Ylanne, S. (2007). Exploring alternative ways of assessing prior knowledge, its components and their relation to student achievement. *Studies in Educational Evaluation,* 33, 320–337.

Hancock, B. (1998). *Trent Focus for Research and Development in Primary Health Care An Introduction to Qualitative Research*. Produced by: Trent Focus Group.

Hançerlioğlu, O. (1989).*Felsefe sözlüğü*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

Hare, M. (1999). *Revealing What Urban Early Childhood Teachers Think About Mathematics and How They Teach It: Implications For Practice***.** University Of North Texas.

Hoz, R., Bowman D. and Kozminsky, E. (2001). The differential effects of prior knowledge on learning: A study of two consecutive courses in earth sciences. *Instructional Science*, 29, 187–211.

Işık, C., Albayrak, M. ve İpek, A.S. (2005). Matematik Öğretiminde Kendini Gerçekleştirme. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(1), 129-138.

Jonassen, D. H., and Grabowski, B. L. (1993). *Handbook of individual differences: Learning and instruction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Kalchman, M., and Case, R. (1998). Teaching mathematical functions in primary and middle school: an approach based on neo-piagetian theory. *Scientia Pedagogica Experimentalis*, 35, 7-54.

Kale, M., Buluç, B., Ata, B., Erişen, Y., Deniz, M. E., Sözer, M. A., Şen, H. Ş., Aydoğan, İ., Taş, A., Okutan, M., Köksal, K., Türkmen, L., Akbaş, O. ve Yılmaz, E.(2009). *Eğitim Bilimine Giriş.* (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Karasar, N. (2010).*Bilimsel Araştırma Yöntemleri.* (21. Baskı). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Katz, V., J., Barton, B. (2007). Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics,* 66 (2), 185-201.

Kavdır, K. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının gerçek hayat etkinliği hazırlama süreçlerinin incelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Lipson, M. Y. (1982). Learning new information from text: The role of prior knowledge and reading ability. *Journal of Reading Behavior*. 14, 243 – 261.

Mack, N. K. (1995). Confounding Whole-Number and Fraction Concepts When Building on Informal Knowledge, *Journal for Research in Mathematics Education.* 26(5), 422- 441.

Malik, M. A. (1980). Historical and pedagogical aspects of the definition of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 11(4), 489-492.

Mayer, R. E. (1982). *Learning.* In H.E. Mitzel(Ed.), Encyclopedia of Educational Research (pp.1040-1058). New York: Free Press.

Milli Eğitim Bakanlığı (2011). *Ortaöğretim Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı.* Devlet Kitapları 1. Baskı. İstanbul: İhlas Gazetecilik A. Ş.

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2011). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9–10–11–12 Sınıflar) Öğretim Programı*, Ankara.

Messick, S. (1984). The Psychology of Educational Measurement. *Journal of Educational Measurement, 21, 215- 237.*

Moerkerke, G. (1996). *Assessment for Flexible Learning*. Utrecht: Lemma.

National Council Of Teachers Of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston.

O'Donnell, A. M. and Dansereau, D. F. (2000). Interactive Effects of Prior Knowledge and Material Format on Cooperative Teaching. *The Journal of Experimental Education,* 68(2), 101-118.

Özbay, Y. (2004). *Gelişim ve Öğrenme Psikolojisi*. Ankara: Öğreti Yayınları.

Ponte, J. P. (1990). The History of the Concept of Function and Some Educational Implications. *Journal Educação e Matemática* (of the Portuguese Association of Teachers of Mathematics), 15, 3-9.

Portier, S. J. and Wagemans, J. J. M. (1995). The assessment of prior knowledge profiles: a support for independent learning? *Distance Education*, 16, 65–87.

Posner, M. I. 1978. *Chronometric Explorations of Mind.* Englewood Heights, NJ: Erlbaum.

Rho, K. (2000). A Case Study on the Changes of University Students' Function Concept in a Virtual Environment. The Annual Meeting Of The American Educational Research Association. (24-28). New Orleans, LA, April.

Sağlam, M. Yıldırım, A. Sağlam Çiçek, A., Sağlam, H. İ., Arslantaş, İ., Madran Demirtaş, H. A., Altaş, S., Nartgün, Ş. S., Cinoğlu, M. (2008). *Eğitim Bilimine Giriş*. Ankara: Maya Akademi.

Sajka, M. (2003). A Secondary School Students's Understandings Of The Concept Of Function-A Case Study. *Educational Studies in Mathematics,* 53, 229-254.

Sandelowski, M.(1995). Aesthetics of qualitative research. *Image,* 27, 205-209.

Schunk, D.H. 1990. Introduction to the Speeial Section on Motivation and Efficacy. *Journal of Educational Psychology,* 82 (1), 3-6.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Selçuk, Z. (1994). *Eğitim Psikolojisi.* Konya: Atlas Kitapevi.

Senemoğlu, N. (1997). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim*. Ankara: Spot Matbaacılık.

Senemoglu, N. (2004). *Gelişim, Ögrenme ve Ögretim*. 10. Baskı, Ankara: Gazi Kitabevi.

Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim.* Ankara: Gazi kitabevi.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function, in Dubinsky, E. and Harel, G.(Eds) *The Concept of Function: Elements of Pedagogy and Epistemology*, Notes and Reports Series of The Mathematical Association of America, 25, 25–58.

Simons, P. R. J. (1999). Transfer of learning: Paradoxes for learners. *International Journal of Educational Research,* 31, 577–589.

Smith, P. L. and Ragan, T. J. (2005). *Instructional Design*. New York: Macmillan.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematic*, 22, 1-36.

Skemp, R. R. (1971). *The Psychology of learning mathematics*, Penguin Books, Middlesex, England.

Steele, D. F. (2001). Using Sociocultural Theory to Teach Mathematics: A Vygotskian Perspective. *School Science and Mathematics*, 101(8), 404-416.

Strauss A. and J. Corbin. (1998). *Basics of Qualitative Research, Techniques and Procedures' of Developing Grounded Theory.* Second Edition. London: Sagepublications.

Tall, D. O., Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limit and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.

Tobias, S. (1994). Interest, prior knowledge and learning. *Review of Educational Research*, 64(1), 37-54.

Topaloğlu, Ş. (1996). *The contribution of background knowledge to L2 text-comprehension*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bilkent Üniversitesi, Ankara.

Türkeli Şandır, Y. (2006). *Fonksiyon kavramı hakkında öğretmen adaylarının görüşleri üzerine bir fenomenografik çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ural, A. (2012). Fonksiyon Kavramı: Tanımsal Bilginin Kavramın Çoklu Temsillerine Transfer Edilebilmesi ve Bazı Kavram Yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 31(1); 93-105.

Vinner, S. (1983). Concept Definition, Concept Image and the Notion of Function. *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology*, 14 (3), 293-305.

Weinert, F. (1989). The impact of schooling on cognitive development: One hypothetical assumption, some empirical results, and many theoretical implications. *EARLI News*, *8*, 3–7.

West, L. H. T. and Fensham, P. J. (1974). Prior knowledge and the learning of Science. *Studies in Science Education*, 1(1), 61-81.

Woolfolk, A. (1987). *Educational psychology* (3rd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Yanık, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics*, 78(2), 231-260.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. (5. Baskı). Seçkin Yayıncılık.

EK-1 GÖRÜŞME SORULARI

Yapılan görüşmelerde matematik öğretmen adaylarına aşağıdaki sorular yöneltilmiştir.

GÖRÜŞME SORULARI

1. Fonksiyon kavramı ile ilgili ortaöğretimden sahip olduğunuz bilgiler, lisans öğreniminizde bu kavramı öğrenmenizi nasıl etkiledi?

a) Lisans öğreniminizin bu döneminde işlenen fonksiyon kavramının tanımını nasıl yaptınız?
b) Ortaöğretimde fonksiyon kavramının tanımını nasıl yapmıştınız?

2. A= {a,b,c,d} ve B={x,y,z} olsun.
A dan B ye tanımlı f = {(a,y), (b,z), (c,y), (d,z)}fonksiyonun tanım ve görüntü kümesini belirleyiniz.

a) Tanım, değer ve görüntü kümesi kavramlarını tanımlayınız.
b) Ortaöğretimde bu kavramların tanımlarını nasıl yapmıştınız?
c) Ortaöğretimden sahip olduğunuz ön bilgiler bu kavramlar ile ilgili lisans programındaki öğrenme sürecinizi nasıl etkiledi?

3. Ters görüntü ve fonksiyonun tersi kavramlarını açıklayınız.

a) Bu kavramları ortaöğretimde nasıl öğrenmiştiniz?

b) Sahip olduğunuz ön bilgiler lisans programındaki öğrenme sürecinizi nasıl etkiledi?

4. $f(x)= x^2-3x-2$ ile tanımlı $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu birebir midir?

a) Birebir fonksiyon kavramının tanımını yapınız.

b) Birebir fonksiyonu kavramını ortaöğretimde nasıl öğrenmiştiniz?
c) Sahip olduğunuz bilgiler bu kavramla ilgili lisans programındaki öğrenme sürecinizi nasıl etkiledi?

5. g(x)= 2x ile tanımlı g:$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu örten midir?

a) Örten fonksiyon kavramının tanımını yapınız.
b) Örten fonksiyon kavramını ortaöğretimde nasıl öğrenmiştiniz?
c) Sahip olduğunuz ön bilgiler bu kavramla ilgili lisans programındaki öğrenme sürecinizi nasıl etkiledi?

6. A={1, 2, 3, 4}, B={a, b, c} ve C={w, x, y, z} olsun.
f= {(1, b), (2, c), (3, c), (4, a)} ve g= {(a, x), (b, y), (c, x)} şeklinde tanımlı f:A→B ve g:B→C fonksiyonları için (gof)(1) i hesaplayınız.

a) Bileşke fonksiyon kavramını tanımlayınız.
b) Bileşke fonksiyon kavramını ortaöğretimde nasıl tanımlamıştınız?
c) Lisanstaki öğrenmelere sahip olduğunuz bilgilerin etkisi nasıl oldu?