

**EKSİK BLOK TASARIMLARINDA PARAMETRİK OLMAYAN
METOTLAR**

Hasan Hüseyin GÜL

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OCAK 2014
ANKARA**

Hasan Hüseyin GÜL tarafından hazırlanan “EKSİK BLOK TASARIMLARINDA PARAMETRİK OLMAYAN METOTLAR ” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Hülya BAYRAK

.....

Tez Danışmanı, İstatistik Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hamza GAMGAM

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Prof. Dr. Hülya BAYRAK

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Doç. Dr. Mehtap Akçıl OK

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Başkent Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 22/01/2013

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Hasan Hüseyin GÜL

EKSİK BLOK TASARIMLARINDA PARAMETRİK OLMAYAN**METOTLAR****(Yüksek Lisans Tezi)****Hasan Hüseyin GÜL****GAZİ ÜNİVERSİTESİ****FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ****Ocak 2014****ÖZET**

Blok tasarımları istatistiksel analizlerde yaygın olarak kullanılır. Blokların tüm işlemlere uygulanabildiği ve yeterli büyüklükte olduğu durumlarda rasgele tamamlanmış blok tasarımı kullanılır. Ancak uygulamalarda bazı kısıtların bulunduğu durumların varlığı, işlemlerin her blok için ele alınmasını mümkün kılmamaktadır. Böyle durumlarda eksik blok tasarımları veya dengeli tamamlanmamış blok tasarımları araştırmacılar için etkili bir alternatif olmaktadır.

Çoğu zaman araştırmacılar tek bir tasarım yapısıyla başlarlar fakat zaman yetersizliği, maddi imkansızlıklar gibi bazı sebeplerden dolayı tasarım yapılarını değiştirmek zorunda kalabilirler. Böyle durumlarda karma tasarımlar kullanmak uygun olur.

Bu çalışmada rasgele tamamlanmış blok tasarımı, eksik blok tasarımı, dengeli tamamlanmamış blok tasarımı ve karma tasarımların özellikleri verilmiştir. Bu tasarımlarda sıralı ve şemsiye alternatifler için parametrik olmayan test istatistikleri incelenmiştir. Ayrıca bu testlerden Page testine permütasyon testi metodu uygulanmıştır. Page testi, Hollander testi, Uyarlanmış Page testi ve Page

testinin permütasyon versiyonu testi I. Tip hata ve testin gücü bakımından kıyaslanmıştır.

Bilim Kodu : 205.1.066
Anahtar Kelimeler : Eksik blok tasarımları, Sıralı Alternatifler, Şemsiye Alternatifler, Page testinin permütasyon versiyonu
Sayfa Adedi : 84
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Hülya BAYRAK

NON-PARAMETRIC METHODS IN INCOMPLETE BLOCK DESIGNS
(M. Sc. Thesis)

Hasan Hüseyin GÜL

GAZİ UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
January 2014

ABSTRACT

Block designs widely use in the statistical analysis. Randomized complete block design use when blocks can be applied all of the treatments and large enough. However, in practice existence of some constraints, treatments do not make it possible for each block. In such situations, incomplete block design and balanced incomplete block design are an effective alternative to the researchers.

Researchers often might start with one design structure but may have to change the design structure for some reasons, such as financial difficulties, lack of time. Mixed designs should be used in such cases.

In this study, characteristics of randomized complete block design, incomplete block design, balanced incomplete block design and mixed design are given. In these designs, non-parametric test statistics are examined for ordered and umbrella alternatives. Also permutation method is applied to Page test. Page test, Hollander test, Modified Page test and Permutation Version of Page test are compared by a simulation study according to type I errors and powers.

Science Code : 205.1.066

Key Words : Incomplete block design, Ordered Alternatives, Umbrella Alternatives, Permutation Version of Page test

Page Number : 84

Supervisor : Prof. Dr. Hülya BAYRAK

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren çok değerli danışman hocam Pr. Dr. Hülya BAYRAK'a, değerli hocam Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR'a ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xii
1. GİRİŞ	1
2. BLOK TASARIMLARI	6
2.1. Tamamlanmış Rasgele Blok Tasarımı	6
2.2. Tamamlanmamış Blok Tasarımı	9
2.3. Dengeli Tamamlanmamış Blok Tasarımı.....	10
3. SIRALI VE ŞEMSIYE BİÇİMLİ ALTERNATİFLER.....	13
4. TAMAMLANMIŞ RASGELE BLOK TASARIMI İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ	15
4.1. Page Testi.....	15
4.2. Uyarlanmış Page Testi	21
4.3. Hollander Testi	24
4.4. Page Testinin Permütasyon Versiyonu	26
5. TAMAMLANMAMIŞ BLOK TASARIMLARI İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ	28
5.1. Genişletilmiş Page İstatistiği.....	33
5.2. Genişletilmiş Jonckheere İstatistiği	38

6. DENGELİ TAMAMLANMAMIŞ BLOK TASARIMLARI İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ.....	42
6.1. Hemmer Testi.....	42
6.2. Page Testi.....	48
7. Karma Tasarımlar.....	50
7.1. Tasarım 1- Genel Alternatifler.....	56
7.2. Tasarım 2- Genel Alternatifler.....	56
7.3. Tasarım 3- Genel Alternatifler.....	58
7.4. Tasarım 4- Şemsiye Alternatifler.....	59
7.5. Örnek.....	61
8. Simülasyon Çalışması.....	67
9. Sonuç.....	76
KAYNAKLAR	78
ÖZGEÇMİŞ	83

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Tamamlanmamış blok tasarımı için veri tablosu	9
Çizelge 2.2. Dengeli tamamlanmamış blok tasarımı örneği	11
Çizelge 4.1. Farelerin davranışı üzerindeki ilacın etki değerleri	17
Çizelge 4.2. Verilerin sıra sayıları ve adetleri.....	22
Çizelge 4.3. Lineer Katsayılar.....	23
Çizelge 5.1. Kayıp sıra değerlerinin sıralanması	31
Çizelge 5.2. 8 gün boyunca, günde 6 saat aralıklarla alınan kalp basıncı ölçümleri .	36
Çizelge 5.3. u_{ij} skorları ve $(k_i + 1)^{-1}(k + 1)$ ağırlıkları	37
Çizelge 6.1. $t=4, b=4, k=3, p=2$ olan bir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı	44
Çizelge 6.2. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları	45
Çizelge 6.3. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları	46
Çizelge 6.4. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları	46
Çizelge 6.5. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları	47
Çizelge 6.6. $t=4, b=4, k=3, p=2$ olan bir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı	48
Çizelge 7.1. 35 öğrencinin 4 sınavdan aldığı notlar.....	62
Çizelge 7.2. Rasgele tamamlanmış blok tasarımı için sıra değerleri	63
Çizelge 7.3. Mal ve hizmet ithalatı büyüme değişkeni için ADF testi sonuçları.....	64
Çizelge 7.4. 3 gözlemde oluşan dengeli tamamlanmamış blok tasarımı ve 2 gözlemde oluşan eşlenmiş veri	65
Çizelge 7.5. Eşlenmiş gözlemlere dayalı hesaplama	66
Çizelge 8.1. $\alpha = 0,05$ için testlerin deneysel 1.tip hataları	67
Çizelge 8.2. $t=3$ için testlerin güç değerleri	69

Çizelge	Sayfa
Çizelge 8.3. $t=4$ için testlerin güç değerleri	71
Çizelge 8.4. $t=5$ için testlerin güç değerleri	73

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklama

H

Hollander Testi

L

Page Testi

UP

Uyarlanmış Page İstatistiği

T

Hemmer Test İstatistiği

Kısaltmalar

Açıklama

DTBT

Dengeli Tamamlanmamış Blok Tasarımı

EBT

Eksik Blok Tasarımı

RTBT

Rasgele Tamamlanmış Blok Tasarımı

1. GİRİŞ

Parametrik ve parametrik olmayan testler hipotez testlerinin iki önemli dalını oluşturmaktadırlar. Parametrik testler çok iyi bilinmesine ve tanınmasına rağmen uygulanmadan önce bu testlerin gerektirdiği birçok varsayım vardır. Parametrik testlerin en yaygın varsayımı metot uygulanmadan önce yığının dağılımının normal dağılım olduğunun bilinmesi gerektiğidir. Araştırmacı için bilinmeyen veya kanıtlaması zor olan birçok durum vardır. Eğer bu varsayım sağlanmazsa ulaşılan sonuçlar geçersizdir. Parametrik olmayan testler, yığın üzerinde bir varsayım sağlanmadığı zaman hipotezi test etmek için bir çözüm sunar [Hemmer, 2012].

Parametrik olmayan istatistiksel metotları kullanmanın birçok önemli avantajı vardır. Parametrik testler ile ilgili varsayımlar katı ve detaylıdır, parametrik olmayan testlerde ise, bu varsayımlar daha geniş ve bu yüzden daha kolaydır. Bu durum, parametrik olmayan testlerin daha fazla uygulanmasına yol açar. Parametrik olmayan testler genellikle basit bir hesaplama gerektirdiğinden dolayı çoğu araştırmacı tarafından tercih edilirler. Parametrik olmayan testler sıralanmış verilere uygulanabilir [Daniel, 1990].

İstatistiksel bir metot uygulanırken birçok farklı hipotez çeşidi vardır. Çok sayıda işlem olduğunda, en temel senaryo en az iki işlem arasında farklılık olan alternatif hipotezine karşı farklı işlem etkilerinin tümünün eşit olduğu yokluk hipotezini test etmektir.

Araştırmacılar için bir diğer hipotez seti sıralı alternatiflerdir. Alternatif hipotezde denemelerin en az birinin diğerlerine eşit olmadığı varsayılmaktadır. Fakat bazen bu denemelerin sıralı artabileceği ya da azalabileceği ön bilgisi mevcuttur. Örneğin, ekilen tohum miktarı arttıkça alınacak ürün miktarının artması buna bir örnek olarak verilebilir [Duran, 1995].

Üçüncü hipotez seti ise şemsiye alternatif olarak bilinen hipotez setidir. Bu hipotez setinde yokluk hipotezi yukarıda belirtilenle aynıdır fakat alternatif hipotezde tepe

noktasına kadar azalmayan ya da artmayan daha sonra artmayan ya da azalmayan bir biçimdedir.

Bir hipotez testi yapılırken işlem etkisini araştırmak veya işlemleri birbiriyle karşılaştırmak çalışmanın en önemli unsurudur. İşlemlerin etkileri deney sırasında ortaya çıkan gürültü faktörlerine karışabilir. Örneğin, bir araştırmacı bir grup insanın yarısına migren ilacı diğer yarısına migren ilacı gibi görünen ama içinde hiçbir etki maddesi bulunmayan bir madde (placebo) veriyor. Eğer ilacın yaşlı bir insan üzerinde daha az etki gösterdiği gözlemleniyor ve orta yaş grubuna daha fazla ilaç veriliyorsa, yaş bu durumu etkileyen bir faktör olur ve sonunda deneyin amacında bir sapma meydana gelir. Bu durumun etkisini yok etmek için araştırmacı gürültü faktörünün çeşitli aşamalarından birçok örnek elde edebilir ve her örnek için t işlem uygulayabilir, burada t deneydeki toplam işlem sayısıdır. Gürültü faktörünün farklı aşamalarındaki bu örnekler bloklar olarak adlandırılır. Araştırmacı her blok içindeki işlem etkilerini analiz ederek karışmış etki olmaksızın arzu edilen işlem etkisine ulaşabilir. Her işlem her bloğa uygulandığında bu deney tasarımı rasgele tamamlanmış blok tasarımı olarak adlandırılır [Hemmer, 2012].

Tamamlanmış blok tasarımında sıralı alternatiflere karşı sıfır hipotezinin testi ilk kez Jonckheere tarafından yapılmıştır [Jonckheere, 1954]. Geliştirdikleri test istatistikleri Mann-Whitney testine dayalıdır. Blok tasarımında sıralı alternatifler için önemli bir diğer test Page tarafından geliştirilmiştir. Page testi Spearman sıra korelasyon test istatistiğini kullanır [Page, 1963]. Hollander sıralı alternatiflerin testi için Wilcoxon işaretli sıra testine dayalı alternatif bir test geliştirmiştir [Hollander, 1967]. Pirie ve Hollander sıralı alternatifler için bir test istatistiği önermişlerdir [Pirie ve Hollander, 1972]. Pirie tamamlanmış blok tasarımında sıralı alternatifler için sıralamaya dayalı test istatistiklerini karşılaştırmıştır [Pirie, 1974]. Sıralı alternatifler için geliştirilen bir diğer test Hettmansperger test istatistiğidir [Hettmansperger, 1975]. Skillings ve Wolfe Jonckheere istatistiğini genelleştirerek sıralı alternatifler için bir test istatistiği geliştirmişlerdir [Skillings ve Wolfe, 1978]. Mack ve Wolfe medyadaki farklılıkları belirlemek için şemsiye alternatifteki tepe noktasının bilinen ve bilinmeyen durumları için bir test geliştirmişlerdir [Mack ve Wolfe, 1981]. Kepner ve Robinson tamamlanmış bloklarda sıralı alternatifler için test istatistiği geliştirmişlerdir [Kepner

ve Robinson, 1984]. Kim ve Kim tamamlanmış bloklarda şemsiye alternatifler için bir test istatistiği geliştirmişlerdir [Kim ve Kim, 1992]. Best ve Rayner sıralı alternatifler için test istatistiği ileri sürmüşlerdir [Best ve Rayner, 1999]. Terpstra ve Magel sıralı alternatifler için parametrik olmayan test önermişlerdir [Terpstra ve Magel, 2003]. Bhat şemsiye alternatifler için Mann-Whitney test istatistiğine dayalı bir test önermiştir [Bhat, 2009]. Best ve arkadaşları, Page testini uyarlayarak tamamlanmış blok tasarımında sıralı alternatifler için bir test istatistiği geliştirmiştir [Best ve arkadaşları, 2009]. Salman şemsiye alternatifler için yeni bir parametrik olmayan test önermiştir [Salman, 2010].

Şartlar bazen bir tasarımcıya rasgele tamamlanmış blok tasarımı ile çalışma imkânı vermeyebilir. Maliyet ve zamandan dolayı yeteri kadar karar vericiyle çalışmak ve deneyi tüm işlem seviyelerine uygulayabilmek bazen imkânsızdır. Böyle bir durumda her blokta her işlem olmayabilir. Bu durumda rasgele tamamlanmamış blok tasarımı kullanılır.

Alvo ve Cabilio tamamlanmamış blok tasarımında sıralı alternatifler için bir test istatistiği geliştirmişlerdir [Alvo ve Cabilio, 1995]. Best ve Rayner Lancaster parçalanmasını kullanarak tamamlanmamış blok tasarımında sıralı alternatifler için bir test önermişlerdir [Best ve Rayner, 1999]. Park ve Lee tamamlanmamış bloklarda sıralı alternatifler için test istatistiği ileri sürmüşlerdir [Park ve Lee, 2000]. Cabilio ve Peng tamamlanmamış blok tasarımında sıralı alternatifler için test istatistiği geliştirmişlerdir [Cabilio ve Peng, 2008].

Bir tasarım uygulanırken, bazı şartlar değişebilir. Örneğin veri toplanırken sorunlar artabilir. Karar verici maliyeti projenin maliyetinden daha fazla olabilir veya karar verici sayısı bazı bloklar için beklenenden düşük olabilir. Eğer araştırmacı her bir t işlemi aynı sayıda uygulayabilen ve her mümkün işlem çiftini aynı sayıda uygulayabilen bir tasarım oluşturursa, bu tasarım dengeli tamamlanmamış blok tasarımı olarak adlandırılır.

Dengeli tamamlanmamış blok tasarımları duyuşal analizde sıkça kullanılırlar. Duyusal analizde ürünleri karşılaştırmak için tercihe göre sıralama yapmak bilinen bir yöntemdir ve istatistiksel prosedürler ürün sıralamaları arasında bulunan farklılıkları belirlemede çoğunlukla kullanılır. Bazen tad alma testlerinde, ürünü test edecek olan karar vericiler bir oturumda birden çok ürünü karşılaştırmak zorunda kalabilir. Bu gibi durumlarda duyuşal yorgunluktan kaynaklanan ya da karar vericinin sadece en fazla ya da en az yoğunluğa odaklanması eğiliminden kaynaklanan güven azalması olabilmektedir. Dengeli tamamlanmamış blok tasarımları kullanılarak her bir karar vericinin daha az ürünü test etmesi sağlanır ve böylece duyuşal yorgunluktan kaynaklanan güvenilirlik kaybı azalmış olur. Bu amaçla geliştirilen testlerden bazıları Skilling ve Mack, Durbin sıra sayıları testi ve düzeltilmiş Durbin sıra sayıları testidir [Skilling ve Mack, 1981]. Gökpınar ve arkadaşları, bu testlerin birinci tip hata ve testin gücü bakımından simülasyon yoluyla karşılaştırmasını yapmış ve düzeltilmiş Durbin sıra sayıları testinin her iki durumda da daha iyi sonuç verdiğini göstermişlerdir [Gökpınar ve arkadaşları, 2010].

Durbin testi dengeli tamamlanmamış blok tasarımında işlem etkileri arasındaki farklılıkları incelemek için geliştirilmiş bir test istatistiğidir [Durbin, 1951]. Skilling ve Mack dengeli tamamlanmamış bloklarda Friedman testine dayalı bir test istatistiği önermiştir [Skilling ve Mack, 1981]. Nugroho ve Govindarajulu dengeli tamamlanmamış bloklarda rasgele etkiler için parametrik olmayan test önermişlerdir [Nugroho ve Govindarajulu, 2002]. Best ve arkadaşları sıralı veriler için test istatistiği geliştirmişlerdir [Best ve arkadaşları, 2006]. Cao, sıralı alternatifler için her bir blokta iki gözlemi bulunan bir dengeli tamamlanmamış blokta Durbin testi ile Wilcoxon-İşaretli-Sıra testinin güçlerini karşılaştıran bir çalışma yapmış ve Wilcoxon-İşaretli-Sıra testinin daha iyi bir test olduğunu göstermiştir [Cao, 2010]. Ndungu, dengeli tamamlanmamış bloklarda sıralı alternatif için bir test istatistiği önermiştir [Ndungu, 2011]. Hemmer dengeli tamamlanmamış blok tasarımında şemsiye alternatifler için yeni bir parametrik olmayan test istatistiği geliştirmiştir [Hemmer, 2012].

Tezin ikinci bölümünde, rasgele tamamlanmış blok tasarımı, tamamlanmamış blok tasarımları ve dengeli tamamlanmamış blok tasarımları incelenmiştir.

Üçüncü bölümde, sıralı ve şemsiye alternatifler üzerinde durulmuştur.

Dördüncü bölümde, rasgele tamamlanmış blok tasarımlarında Page, Hollander, Uyarlanmış Page ve Page testinin permütasyon versiyonu incelenmiş ve yöntemlerin kullanılmasına ilişkin örnekler verilmiştir.

Beşinci bölümde, tamamlanmamış blok tasarımlarında Genelleştirilmiş Page istatistiği ve Genelleştirilmiş Jonckheere istatistiği incelenmiş ve yöntemlerin kullanılmasına ilişkin örnekler verilmiştir.

Altıncı bölümde, dengeli tamamlanmamış blok tasarımında Hemer testi incelenmiş ve yöntemin kullanılmasına ilişkin örnek verilmiştir.

Yedinci bölümde karma tasarımlar üzerinde durulmuştur.

Sekizinci bölümde ise incelenen test istatistiklerinin simülasyon yoluyla birinci tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırmaları yapılmış ve bu testlerin hangi durumlarda birbirlerine göre daha üstün oldukları belirtilmiştir.

Dokuzuncu bölümde sonuç ve önerilere yer verilmiştir.

2. BLOK TASARIMLARI

2.1. Tamamlanmış Rasgele Blok Tasarımı

Tamamlanmış rasgele blok tasarımı (TRBT) istatistiksel analizlerde geniş şekilde kullanılan bir tasarımdır. Bu tasarım bloklar arasındaki değişimi azaltarak kıyaslanan işlemler arasındaki doğruluğu artırır. Her işlem her blok içindeki deney birimlerine rasgele atanır. Eğer bloklar içindeki deney birimleri benzer ise tamamlanmış rasgele blok tasarımı diğer tasarımlara göre işlem ortalamaları arasındaki farklılıkları daha hassas belirler [Duran, 1995].

Herhangi bir deneyde, gürültü faktöründen doğan değişkenlik sonuçları etkileyebilir. Genellikle gürültü faktörü, yanıt değişkenini etkileyen bir tasarım faktörü olarak tanımlanır fakat etkisiyle ilgilenilmez. Bazen gürültü faktörü bilinmez veya kontrol edilemez. Rasgeleleştirme, gizlenmiş gürültü faktörüne karşı tasarımı korumak için kullanılan bir tekniktir. Diğer durumlarda gürültü faktörü bilinir fakat kontrol edilemez. Eğer gürültü faktörünün değeri gözlemlenebilirse, kovaryans analizi kullanılarak bu etki giderilebilir. Değişkenliğin gürültü kaynağı bilindiğinde ve kontrol edildiğinde, bir tasarım tekniği olan bloklama kullanılarak sistematik bir şekilde gürültü değişkeninin işlemler arasındaki etkisi elimine edilebilir. Bloklama, endüstriyel ve biyolojik deneylerde geniş şekilde kullanılan bir tasarım tekniğidir [Montgomery, 1997].

Tamamlanmış rasgele blok tasarımı bir yönlü ANOVA ya benzer olarak, etkisi araştırılmak istenen faktör sayısı “bir” tane olduğunda kullanılır. Bununla beraber, bir yönlü ANOVA dan farklı olarak, deney birimleri arasında sistematik farklılıklar söz konusudur. Bu sistematik farklılıkların etkisi kendi içinde homojen, kendi aralarında heterojen olan bloklar kullanılarak giderilmeye çalışılır. Buradaki “tamamlanmış” kelimesi bloklardaki deney birimi sayısının deneme sayısına eşit olduğunu ifade eder. Tamamlanmış blok tasarımı, blok tasarımları içerisinde en kolay olanı ve en yaygın olarak kullanılanıdır [Duran, 1995].

Örneğin, Gelişen Fareler Üzerindeki Protein/Amino Asit Etkisi araştırılmak istensin. Erkek albino laboratuvar fareleri rutin olarak birçok deneyde kullanılır. Fareler için düzenli beslenme önemlidir. Protein ve amino asit teroninin gerekliliğini belirlemek için bir deney yapılıyor. Bu deneyde beslenme biçimindeki protein ve teronin miktarının faktöriyel kombinasyonları inceleniyor. Beslenme biçimindeki genel proteinde teronin eksiktir. Toplam 40 deneme için farelere 8 düzey teronin (%0,2, %0,3, %0,4, %0,5, %0,6, %0,7, %0,8, %0,9) ve 5 düzey protein (%8,68, %12, %15, %18 ve %21) veriliyor. Farelerin vücut ağırlıkları blok olarak alınmıştır.

200 sütün kesilmiş fare kafese alıştırılmıştır. İkinci gün sonunda, tüm farelerin ağırlıkları ölçülmüş ve ağırlıkları düzgün bir şekilde sınıflayabilmek için fareler 5 gruba ayrılmıştır. Her gruptaki 40 fare 40 denemeye rasgele atanmıştır. Vücut ağırlıkları ve gıda tüketimleri haftada 2 kez ölçülmüş ve 21 gün boyunca günlük ortalama ağırlıkları kaydedilmiştir.

Başlangıçtaki vücut ağırlıkları 3 haftadaki vücut ağırlıklarının iyi bir öngörüsüdür bu yüzden fareler birimlerin homojen gruplarını bulmak için başlangıçtaki ağırlıkları vasıtasıyla bloklanmıştır. Bu rasgele tamamlanmış blok tasarımıdır.

Rasgele Blok Tasarımı aşağıdaki durumlarda kullanılır:

Hata varyansını azaltarak deneyin hassasiyetini ve gücünü artırmak için rasgele blok tasarımı kullanılır. Hata varyansındaki bu azalma, deney birimlerinin homojen grupları bulunarak sağlanabilir. Rasgele blok tasarımı, blok içindeki deney birimlerini kullanılan yanıt değişkenindeki çeşitliliğin bir kaynağı olduğunda etkili bir tasarımıdır. Rasgeleleştirme sırasında bloklama yapılırsa, deney uygulanmaya başlandıktan sonra bloklar oluşturulamaz.

Blok içindeki deney birimlerini gruptamanın birçok yolu vardır. Yanıt değişkeninin homojenliğini temel alarak gruptama yapmak istenilebilir fakat bu mümkün olmayabilir. Bunun yerine, yanıt değişkeni ile alakalı olduğu düşünülen diğer benzer değişkenler temel alınarak bloklar oluşturulur.

Bazı bloklamalar oldukça açıktır. Örneğin, peynir yapmak için süte ihtiyaç olduğunu ve sütün her gün yeni bir tedarikçiden alındığı düşünölsün. Her farklı grup süt farklı peynir oluşturacaktır. Eğer bu şekilde her grup süt için farklı peynir oluşuyorsa, her bir grup sütü bloklama yapmak doğaldır.

Deney birimleri mekansal olarak gruplanabilir. Örneğin, bazı birimler birinci şehirde bazı birimler ikinci şehirde konumlanınlr. Bu durum, benzer yanıt değışkenlerine sahip alanlara yakın olan birimler için yaygındır bu yüzden mekansal bloklama oldukça yaygındır.

Deney birimleri zamana bağılı olarak gruplanabilir. İşlem uygulanan birimlerin bazıları bir zamanda bazıları diğeri bir zamanda ölçölsün. Örneğin, bir günde dört ölçüm yapılsın ve ölçömler her gün yeniden düzelensin. Birimlerin zamana eğilimi olduğundan, zamana bağılı bloklama yaygındır.

Yaş ve cinsiyet bloklaması hayvansal konularda yaygındır. Bazen birimler bir tarihe sahiptir. Önceki gebeliklerin sayısı bir bloklama faktörü olabilir. Önceki deneylerde tanımlanan ve yanıt değışkenini etkilediğı düşünölen değışimin kaynağı bloklama için bir unsurdur [Dehlert, 2010].

Rasgele Blok Tasarımı İçin Matematiksel Model

Tamamlanmış blok tasarımı için matematiksel model aşağıdaki gibidir.

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk} \quad , \quad i = 1, \dots, t \quad , \quad j = 1, \dots, b \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Burada;

Y_{ijk} , j. bloktaki i . denemeye ait gözlem değeri, μ , Genel ortalama (bilinmeyen), τ_i , i. denemenin etkisi, β_j , j. bloğun etkisi, ε_{ijk} , Rasgele hata terimini ifade eder. t deneme sayısını, b blok sayısını ve n bir bloktaki deneme sayısını belirtir.

Modele ilişkin varsayımlar aşağıdaki gibidir;

- $\sum_{i=1}^t \tau_i = 0, \sum_{j=1}^b \beta_j = 0,$
- Hata terimi ε_{ijk} bağımsız ve aynı dağılımlıdır.

2.2. Tamamlanmamış Blok Tasarımı

Bir deney tasarımında rasgeleleştirme üzerinde hiçbir kısıtlama olmayan tasarıma Tamamen Rasgeleleştirilmiş Tasarım denir. Örneğin iki etkenli bir deney tasarımında etken düzeylerinin bir kombinasyonu gözlem birimleri içinden rasgele seçilen bir birime uygulandığında Tamamen Rasgeleleştirilmiş Tasarım söz konusudur. Bloklama durumunda böyle bir kombinasyon sadece o blok içindeki birimlere rasgele uygulanmaktadır. Her kombinasyon ile ilgili en az bir gözlem alınabiliyorsa, böyle tasarımlara Rasgele Tamamlanmış Bloklar Tasarımı denir. Rasgele tamamlanmış blok tasarımı kullanılan deneylerde, her blokta tüm işlem kombinasyonlarıyla çalışılamayabilir. Bu gibi durumlar genellikle bloğun fiziksel boyutundan veya deney imkânlarının kısıtlılığından oluşur. Böyle bir durumda her blokta her işlem olmayabilir. Bu tasarım rasgele tamamlanmamış blok tasarımı olarak bilinir.

Tamamlanmamış blok tasarımı için veri tablosu aşağıdaki gibidir:

Çizelge 2.1. Tamamlanmamış blok tasarımı için veri tablosu

Bloklar

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
A_1		Y_{12}	Y_{13}		Y_{15}	
A_2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}		Y_{25}	
A_3	Y_{31}		Y_{33}	Y_{34}	Y_{35}	Y_{36}
A_4		Y_{42}		Y_{44}	Y_{45}	Y_{46}

Yukarıda verilen tasarımda ilgilenilen etken ile blok etkeninin düzeylerinin bazı kombinasyonları uygulanmamıştır ve bazı bloklarda boş hücreler vardır. Bir bloğun içindeki birim sayısı etkenin düzey sayısından daha az olması durumunda bu blok tamamlanmamış olacaktır. Tamamlanmamış Bloklar Tasarımının bazı özel halleri Dengeli Tamamlanmamış Bloklar Tasarımı, Lâtin Kareler, Lâtis Tasarımlar, Bölünmüş Parseller Tasarımıdır.

Tamamlanmamış blok tasarımı aşağıdaki durumlarda kullanılır:

Rasgele blok tasarımında blok genişliğinin işlem sayısına eşit olduğu bilinir. Ancak birçok uygulama probleminde eldeki mevcut bloklar tüm denemeleri kullanmak için yeteri kadar büyük olmayabilir. Bu durum maddi sıkıntılardan, zaman kısıtlamalarından kaynaklanabileceği gibi yeterli sayıda deney birimine ulaşılamamasından da kaynaklanabilir. Bazı denemelerin bazı bloklarda kullanılmamasına yol açan bu durumda tamamlanmamış blok tasarımı kullanılır. Deneyi tamamlamak için yeteri kadar para, zaman ve deney birimi olsa dahi etkileri karşılaştırılmak istenen çok sayıda deneme olduğunda rasgele tamamlanmamış blok tasarımı kullanmak uygun olmayabilir. Çünkü çok sayıda deneme olması demek her blokta çok sayıda deney birimi olması anlamına gelir. Bloklarda çok sayıda deney birimi kullanmak bloklama ilkesine ters olarak blok içi homojenliğin dolayısıyla deneyin hassasiyetinin azalmasına yol açar [Düzgüneş ve arkadaşları, 1987].

Rasgele tam blok tasarımı şeklinde tasarlanan ancak deney sırasında bir yada birden fazla gözlemin kaybolmasıyla sonuçlanan durumlarda da eksik blok tasarımları kullanılması gerekir [Weber ve Skillings, 2000].

2.3. Dengeli Tamamlanmamış Blok Tasarımı

Blok tasarımı kullanılması planlanan çalışmalarda, blokların tüm işlemlere uyum sağlaması için yeterli büyüklükte olmadığı veya uygulamada bazı kısıtların bulunduğu durumların varlığı işlemlerin her bir blok için ele alınmasını mümkün kılmaz. Bundan dolayı dengeli tamamlanmamış blok tasarımları (DTBT) araştırmacılar için etkili bir alternatif olmaktadır.

Tüm işlem karşılaştırmaları önemli olduğunda, her blokta kullanılan işlem kombinasyonları dengeli bir şekilde seçilmelidir, yani herhangi iki işlem herhangi diğer iki işlemle birlikte aynı sayıda görülür. Bundan dolayı, dengeli tamamlanmamış blok tasarımı, herhangi iki işlemin eşit sayıda birlikte görüldüğü bir tamamlanmamış blok tasarımıdır.

Dengeli Tamamlanmamış Blok Tasarımı İçin Matematiksel Model

Çoğu zaman, araştırmacı her blokta her işlemle çalışamaz ve bir tamamlanmamış blok tasarımına ihtiyaç duyar. Bu tasarım için temel istatistiksel model;

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk} \quad , \quad i = 1, \dots, t \quad , \quad j = 1, \dots, b \quad , \quad k = n_{ij}$$

Model t deneme, b blok ve j .blok ve i .deneme kombinasyonları olan n_{ij} (0 ya da 1) gözlemlerden oluşur. Bu tasarımın koşulları şunlardır:

- Her blok k deney birimi içerir.
- $k < t$ her blokta deney birimi sayısından daha az deneme vardır.
- Her deneme r blokta gözükür.
- Her bir deneme çifti tam olarak λ sayıda blokta birlikte görülür.

Eğer bu koşullar sağlanıyorsa, yukarıda tanımlanan model t deneme, b blok, r tekrar ve her blokta k sayıda deneme olan dengeli tamamlanmamış blok tasarımıdır.

Örneğin,

Çizelge 2.2. Dengeli tamamlanmamış blok tasarımı örneği

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	
A_2	Y_{21}		Y_{23}	Y_{24}
A_3	Y_{31}	Y_{32}		Y_{34}
A_4		Y_{42}	Y_{43}	Y_{44}

Verilen tasarımda, $t = 4, b = 4, k = 3, r = 3, \lambda = 2$ dir. $\lambda = 2$, her işlem çiftinin (düzey çiftinin) iki tane blokta görünmesi demektir. Örneğin, A_1 ile A_3 düzeyleri birlikte B_1 ile B_2 bloklarında bulunmaktadır. Burada toplam gözlem sayısı $N = tr = 4 \times 3 = 12$ dir. DTB tasarımının mevcut olabilmesi için gerekli koşullar şunlardır;

- $N = bk = tr$
- $r(k - 1) = \lambda(t - 1)$
- $b \geq t$.

Her deneme çiftinin kaç kez birlikte görüleceği aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\lambda = \frac{r(k - 1)}{t - 1}, \lambda > 0.$$

Eğer $t=b$ ise tasarım simetrik olur.

3. SIRALI VE ŞEMSIYE ALTERNATİFLER

Doz-yanıt çalışmaları, hayvan deneylerinde veya klinik testlerde işlem etkilerinin artan veya azalan düzeylerini değerlendirmek için kullanılır. Tek-yönlü bir tasarımda çok sayıda işlemi karşılaştıran bir araştırmacı, her işlemin etkisinin büyüklüğüne göre işlemleri sıralamalıdır. Bu tahmini sıralama, araştırmacının deneyimlerine dayanır. Tek-yönlü varyans analizinde, araştırmacı işlem etkisi olmayan sıfır hipotezinden sapmaları belirlemekle ilgilenir. İlgilenilen belirli sapmalar, geniş kapsamlı alternatifleri (bir işlem etkisi olması), sıralı alternatifleri (monoton işlem etkisinin olması) ve şemsiye alternatifleri (yön değiştiren bir monoton alternatif olması) içerir. Geleneksel tek-yönlü varyans analizi, sıralı ve şemsiye alternatiflere karşı sıfır hipotezini test eden iyi bir test değildir. Çünkü F testi, grup ortalamalarından oluşan sıralamadan bağımsızdır. Örneğin, bir ilaç etkisinin belli bir p noktasına kadar artıp sonra azaldığı düşünölsün. Çalışmanın amacı gruptaki değişim noktasını bulmak olabilir. Bir değişim noktası sadece maksimum (veya minimum) değildir fakat p 'ye kadar monoton olarak artan ve daha sonra monoton olarak azalan bir trende sahiptir. İşlem etkilerinin sıralanmasının önemini anlamak için işlemlerin sıfır hipotezine karşı homojenliğinin test edilmesi gerekir. Bunun için belli bir dağılıma uymayan testlerin kullanılması söz konusudur. Böyle testler genellikle sıralamaya dayalıdır [Basso ve Salmaso, 2011]. Millen ve Wolfe böyle testler için geniş bir inceleme yapmışlardır [Millen ve Wolfe, 2005]. Birçok kaynakta test modellerinin iki ana versiyonu üzerinde durulmuştur. Birincisi birleştirilmiş veri sıralandıktan sonraki ortalama sıralara dayalıdır. İkincisi ise yalnızca örneklemdaki her bir ikili sıralanarak oluşan ikili sıra istatistiklerine dayanır [Hettmansperger ve Norton, 1987]. Yani, testler örneklemdaki C_2^k kombinasyonundan elde edilen ikililere dayanır.

Bazı testler k örneklem, alternatiflere karşı $H_0 : \mu_1 = \dots = \mu_k$, hipotezini test etmek için düzenlenmiştir. Alternatifler araştırmacının amacına bağlı olarak değişir. Çok yaygın olarak kullanılan alternatifler, $k \geq 3$ için aşağıdaki gibidir:

$$H_a : \mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k \quad (\mu_1 < \mu_k),$$

$$H_a : \mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq \mu_k \quad (\mu_1 > \mu_k),$$

$$H_a : \mu_1 \leq \dots \leq \mu_{p-1} \leq \mu_p \geq \mu_{p+1} \geq \dots \geq \mu_k, \quad (\text{En az bir eşitsizlik doğru ol.üz.})$$

Konum parametrelerinin monoton trend ve şemsiye trendleri en yaygın kullanılan alternatiflerdir. Sıralı alternatif içeren çoğu çalışma monoton trend etrafında merkezlenmiştir. Şemsiye alternatifleri alanında ise hala önemli çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

4. TAMAMLANMIŞ RASGELE BLOK TASARIMI İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ

Birçok deneysel problemde, araştırmacı sistematik farklılıklardan oluşan çeşitliliği kontrol etmek amacıyla tasarıma ihtiyaç duyar. Tamamlanmış Rasgele Blok tasarımı temel bir blok tasarımıdır. İstatistiksel analizlerde en sık kullanılan tasarımıdır. Genellikle b blok içerisinde t işlem vardır. Buradaki tamamlanmış kelimesi her bloğun tüm işlemleri içermesi anlamına gelir.

Bu tasarımla ilgili sıralı alternatifler için çok sayıda parametrik olmayan test istatistiği geliştirilmiştir. Bu tezde Page testi, Hollander testi, Uyarlanmış Page testi ve önerdiğimiz Page testinin permütasyon versiyonu üzerinde durulmuştur.

4.1. Page Testi

Sıralı alternatiflere karşı sıfır hipotezini test etmek için yaygın olarak kullanılan bir test istatistiğidir. Page tarafından geliştirilmiştir. Kullanılan test istatistiği aşağıda verildiği gibidir:

$$L = \sum_{i=1}^t iR_i. \quad (4.1)$$

İşlem etkileri arasındaki farklılıkları belirlemek için yokluk ve karşıt hipotezler:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

$$H_1 : \exists \tau_i \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, t$$

şeklinde kurulur.

Page Testi monoton olarak artan ya da azalan sıralı alternatiflere karşı sıfır hipotezini test etmek için kullanılan bir testtir. İşlem etkileri arasındaki bu monoton artan ya da

monoton azalan farklılıkları belirlemek için kullanılan sıfır ve alternatif hipotezler aşağıda verildiği gibidir:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

$$H_1 : \tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_t \quad (\text{en az bir } \tau_i \text{ farklı}) \quad (4.2)$$

Page test istatistiği aşağıdaki adımlar izlenerek uygulanabilir;

- $R_i = \sum_{j=1}^b r_{ij}$ hesaplanır. Burada r_{ij} , X_{ij} 'nin sıra sayısını, b ise blok sayısını belirtir.
Örneğin R_2 2. işlemin sıra sayıları toplamıdır.
- $L = \sum_{i=1}^t iR_i = 1R_1 + 2R_2 + \dots + tR_t$ hesaplanarak Page istatistiği bulunur. Burada i , işlem sırasını, R_i işlemlere atanan sıra sayılarının toplamını ifade eder.
- α güven düzeyinde, eğer $L \geq l(\alpha, t, b)$ ise H_0 red edilir. $l(\alpha, t, b)$ değeri, Page istatistiğinin Hollander ve Wolfe tarafından bulunan tablo değeridir [Hollander ve Wolfe, 1999].

Page testi verilen bir örnek üzerinden açıklanmaya çalışılacaktır. Heffner, Drawbaugh ve Zigmond dan alınan verilerden yüksek dozda meydana gelen tepkideki düşüş ile doz-tepki arasındaki ilişki incelenmiştir [Drawbaugh ve Zigmond, 1974]. 10 farenin davranışı üzerinde sülfat damphetamin ilacının etkisi 5 farklı doz miktarında ölçülmüş ve veriler aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

Çizelge 4.1. Farelerin davranışı üzerindeki ilacın etki değerleri

Fare	Doz Miktarı(mg/kg)				
	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0
1	0,60(2)	0,80(3)	0,82(5)	0,81(4)	0,50(1)
2	0,51(1)	0,61(2)	0,79(5)	0,78(4)	0,77(3)
3	0,62(2)	0,82(4)	0,83(5)	0,80(3)	0,52(1)
4	0,60(1)	0,95(4,5)	0,91(3)	0,95(4,5)	0,70(2)
5	0,92(2)	0,82(1)	1,04(4)	1,13(5)	1,03(3)
6	0,63(1,5)	0,93(3)	1,02(5)	0,96(4)	0,63(1,5)
7	0,84(2)	0,74(1)	0,98(3,5)	0,98(3,5)	1,00(5)
8	0,96(1)	1,24(4)	1,27(5)	1,20(3)	1,06(2)
9	1,01(1)	1,23(2)	1,30(5)	1,25(4)	1,24(3)
10	0,95(1)	1,20(4)	1,18(3)	1,23(5)	1,05(2)
R_j	14,5	28,5	43,5	40	23,5

Veri seti için hipotezler aşağıdaki gibi kurulur:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$$

$$H_1 : \tau_1 \leq \tau_2 \leq \tau_3 \leq \tau_4 \leq \tau_5, (En\ az\ bir\ eşitsizlik\ doğru\ ol.üz.)$$

Çizelge 4.1.'deki veri setine Page testi uygulandığında;

$$L = \sum_{i=1}^t iR_i = 479,5$$

olarak bulunur.

Tablo değeri $b=10$, $t=5$ ve $\alpha=0,05$ olan $l_{0,05} = 476$ dır. Test istatistiği değeri tablo değerinden daha büyük çıktığı için H_0 hipotezi red edilir. Sonuç olarak doz miktarı arttıkça farenin davranışlarındaki değişiklik yani farenin tepkileri de farklılık göstermektedir.

Page tarafından verilen test istatistiği tamamlanmış blok tasarımı için geliştirilmesine rağmen, rasgele tamamlanmamış blok tasarımına uygulanabilir.

Örnek çapı arttığında Page istatistiği normal dağılıma yaklaşır. H_0 doğru olduğunda, standart Page istatistiği asimptotik $N(0,1)$ dağılır. Standartlaştırılmış L için ilk olarak $E(L)$ ve $Var(L)$ bulunmalıdır. Bir DTB tasarımında t deneme, b blok, r tekrar, k her bloktaki deneme sayısı olmak üzere,

$$n_{ij} = \begin{cases} 1 & i.\text{deneme } j.\text{blokta} \\ 0 & i.\text{deneme } j.\text{blokta yoksa} \end{cases}$$

ve r_{ij} , x_{ij} 'nin sırasını belirtmek üzere;

$$E(r_{ij}) = \frac{t+1}{2}$$

$$\begin{aligned} E(R_i) &= E\left(\sum_{j=1}^b n_{ij} r_{ij}\right) \\ &= \sum_{j=1}^b n_{ij} E(r_{ij}) \\ &= \frac{t+1}{2} \sum_{j=1}^b n_{ij} \\ &= \frac{r(t+1)}{2} \end{aligned} \tag{4.3}$$

dir. Böylece

$$\begin{aligned} E(L) &= E\left(\sum_{i=1}^t i R_i\right) \\ &= E(R_i)(1+2+\dots+t) \\ &= \frac{bt(t+1)(t+1)}{4} \end{aligned} \tag{4.4}$$

olarak bulunur. $Var(L)$ 'ı bulunurken, bloklar arası sıraların bağımsız ve bloklar içi sıraların ise bağımlı olduğu dikkate alınmalıdır. $i \neq i'$ ve $j \neq j'$ için;

$$\text{cov}(r_{ij}, r_{ij'}) = 0 \text{ ve } \text{cov}(r_{ij}, r_{i',j}) = -\frac{(t+1)}{12} \quad (4.5)$$

bulunur. Böylece

$$\text{var}(r_{ij}) = \frac{t^2 - 1}{12} \quad (4.6)$$

ve

$$\begin{aligned} \text{var}_0(R_{i.}) &= \text{var}\left(\sum_{j=1}^b n_{ij} r_{ij}\right) \\ &= \sum_{j=1}^b n_{ij} \text{var}(r_{ij}) \\ &= \frac{(t^2 - 1)}{12} \sum_{j=1}^b n_{ij} \\ &= \frac{r(t^2 - 1)}{12} \end{aligned} \quad (4.7)$$

elde edilir. $Var(L)$ 'yi bulmak için

$$\text{cov}(R_{i.}, R_{i'.}) = -\frac{b(t+1)}{12}$$

ihtiyaç duyulur. Böylece

$$\begin{aligned}
\text{var}(L) &= \text{var}\left(\sum_{i=1}^t iR_{i.}\right) \\
&= \sum_{i=1}^t i^2 \text{var}(R_{i.}) + \sum_{i=1}^t \sum_{\substack{i'=1 \\ i' \neq i}}^t ii' \text{cov}(R_{i.}, R_{i'.}) \\
&= \frac{r(t^2-1)}{12} \sum_{i=1}^t i^2 - \frac{b(t+1)}{12} \sum_{i=1}^t \sum_{\substack{i'=1 \\ i' \neq i}}^t ii' \\
&= \frac{bt^2(t^2-1)(t^2-1)}{144(t-1)}.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

bulunur. Standartlaştırılmış Page istatistiği olan Z_{L^*} istatistiği

$$\begin{aligned}
Z_{L^*} &= \frac{L - E(L)}{\sqrt{\text{Var}(L)}} \\
&= \frac{L - bt(t+1)(t+1)/4}{\sqrt{bt^2(t^2-1)(t^2-1)/144(t-1)}}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

şeklinde elde edilir [Duran, 1995]. H_0 'ın doğruluğu altında Z_{L^*} istatistiği asimptotik $N(0,1)$ dağılır. Eğer $Z_{L^*} \geq z_\alpha$ ise veya $p < \alpha$ ise H_0 red edilir.

Çizelge 4.1 de verilen veri setine Standartlaştırılmış Page testi uygulandığında,

$$E(L) = 450 \text{ ve } \text{Var}(L) = 250$$

olarak bulunur. Buradan

$Z_{L^*} = 1,86$ olarak elde edilir. Tablo değeri $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,64$ 'dür. Bu durumda standartlaştırılmış Page istatistiğinin değeri tablo değerinden büyük olduğu için H_0 red edilir.

4.2. Uyarlanmış Page Testi

Sıralı alternatif hipotezlere karşı sıfır hipotezini test etmek için kullanılan diğer bir test Best ve arkadaşları tarafından önerilen uyarlanmış Page testidir [Best ve arkadaşları, 2009]. Uyarlanmış Page testi için sıfır ve alternatif hipotezler Eş. 4.2 de verildiği gibidir.

$t \geq 3$ için, alternatif bir yaklaşım olan ortogonal trend kontrastlar kullanarak test istatistikleri parçalanabilir [Kuehl, 2000]. $\bar{R}_j = R_j / b$ ve λ_j ve π_j lineer katsayılar olmak üzere birinci ve ikinci ortogonal trend kontrastlar aşağıdaki gibidir;

$$L = \sum_{j=1}^t \lambda_j \bar{R}_j \quad (4.10)$$

$$Q = \sum_{j=1}^t \pi_j \bar{R}_j . \quad (4.11)$$

Burada λ_j ve π_j lineer katsayılarıdır. Sıralı alternatifler dikkate alındığı için Eş. 4.10 kullanılacaktır.

Uyarlanmış Page test istatistiği

$$UP = \frac{CL^2}{\sum_{i=1}^t \lambda_j^2} \quad (4.12)$$

şeklinde verilir [Best ve arkadaşları, 2009].

Burada,

$$C = \begin{cases} \frac{b(t-1)}{tV} & \text{eş değerli verilerin mevcut olduğu durum var sa} \\ \frac{12b}{t(t+1)} & \text{aksi halde} \end{cases}$$

ve

$$V = \begin{cases} \left\{ \sum_{s=1}^q r_s^2 c_s / (bt) \right\} - (t+1)^2 / 4 & \text{eş değerli verilerin mevcut olduğu durum var sa} \\ \frac{(t^2-1)}{12} & \text{aksi halde} \end{cases}$$

olarak verilmiştir. Burada r_s veride gözlenen sıra sayı değerleri ve c_s gözlenen sıra sayı değerlerinin kaç adet olduğudur.

Uyarlanmış Page test istatistiği χ^2 dağılmaktadır. Eğer $UP > \chi_1^2$ veya $p < \alpha$ ise H_0 red edilir [Best ve arkadaşları, 2009].

Çizelge 4.1.'deki veri seti için Uyarlanmış Page testine ait hesaplamalar aşağıdaki gibidir.

Çizelge 4.2. Verilerin sıra sayıları ve adetleri

r_s	1	1,5	2	3	3,5	4	4,5	5
c_s	9	2	9	9	2	8	2	9

$$V = \left\{ \sum_{s=1}^q r_s^2 c_s / (bt) \right\} - (t+1)^2 / 4$$

$$= 1,97$$

olarak bulunur.

Buradan,

$C = \frac{b(t-1)}{tV} = 4,06$ olarak bulunur. Buradan L^2 değeri

$$L = \sum_{j=1}^t \lambda_j \bar{R}_j = \sum_{j=1}^t \lambda_j \frac{R_j}{b} = 2,95$$

$$L^2 = 8,7025$$

olarak hesaplanır.

UP istatistiğinin değeri,

$$UP = \frac{CL^2}{\sum_{i=1}^t \lambda_j^2} = \frac{(4,06)(8,7025)}{(-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + 1^2 + 2^2} = 3,5332 \text{ olarak elde edilir.}$$

$t=3,4,5$ ve 6 için λ değerleri aşağıdaki gibidir,

Çizelge 4.3. Lineer Katsayılar

t	$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$	$\sum_{j=1}^t \lambda_j^2$
3	-1,0,1	2
4	-3,-1,1,3	20
5	-2,-1,0,1,2	10
6	-5,-3,-1,1,3,5	70

Ki-Kare tablo değeri $\chi_4^2 = 0.71$ 'dir. Hesap değeri tablo değerinden büyük olduğundan dolayı H_0 red edilir.

Ortogonal trend kontrastlar benzer şekilde Kruskal-Wallis test istatistiği ve Durbin test istatistiğinin parçalanmasında kullanılabilir. Ayrıca Pearson's χ^2 istatistiğini parçalayarak sıralı kategorilerde kesikli dağılım için uyum iyiliği testlerinin güçlerini elde etmek için kullanılabilir [Rayner ve arkadaşları, 2009].

4.3. Hollander Testi

Sıralı alternatif hipotezi için bir diğer test istatistiği Hollander test istatistiğidir. Hollander istatistiği Wilcoxon işaretli sıra istatistiğine dayalı bir test istatistiğidir.

Her bir (u, v) işlem çifti için, $(1 < u < v < t)$ olmak üzere, tanımlanan T_{uv} işaretli sıra istatistikleri

$$T_{uv} = \sum_{i=1}^b R_{uv}^i \psi_{uv}^i \quad (4.13)$$

şeklinde hesaplanır. Burada,

$$\psi_{uv}^i = \begin{cases} 1 & X_{iu} < X_{iv} \\ 1/2 & X_{iu} = X_{iv} \\ 0 & X_{iu} > X_{iv} \end{cases}$$

şeklinde dir. T_{uv} istatistiklerine bağlı olarak H istatistiği

$$H = \sum_{u=1}^{t-1} \sum_{v=u+1}^t T_{uv} \quad (4.14)$$

şeklinde hesaplanır [Hollander, 1967].

Örnek çapı arttığında standartlaştırılmış Hollander istatistiği normal dağılıma yaklaşır. Bunun için Hollander istatistiğinin beklenen değer ve varyansını elde etmek gerekir. Hollander istatistiğinin beklenen değer ve varyansı;

$$E(H) = \frac{bt(t-1)(b+1)}{8} \quad (4.15)$$

ve

$$V(H) = \frac{bt(b+1)(2b+1)(t-1)\{3+2(t-2)p_U^b\}}{144} \quad (4.16)$$

şeklindedir.

Burada p_U^b b 'ye bağlı olarak, Wilcoxon işaretli sıra sayıları arasındaki korelasyon değeridir. Yukarıdaki Eş. 4.15 ve Eş. 4.16 kullanılarak standartlaştırılmış Hollander istatistiği olan Z_H istatistiği

$$Z_H = \frac{H - E(H)}{\sqrt{V(H)}}$$

şeklinde elde edilir [Hollander ve Wolfe, 1999].

Eğer $Z_H \geq z_\alpha$ ise veya $p < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir.

Çizelge 4.1'deki örneğe Hollander testi uygulanarak T_{uv} değerleri hesaplanır.

Hipotezler Page testinde verildiği gibidir. Yapılan işlemler sonucunda

$$T_{12} = 51, T_{13} = 55, T_{14} = 55, T_{15} = 46,5, T_{23} = 47,5, T_{24} = 44, T_{25} = 16, T_{34} = 21,5, T_{35} = 2,5, T_{45} = 3$$

bulunur. H istatistiği

$$H = \sum_{u=1}^{t-1} \sum_{v=u+1}^t T_{uv} = T_{12} + \dots + T_{45} = 342$$

olarak elde edilir. Beklenen değer ve varyans aşağıdaki gibi elde edilir,

$$E(H) = \frac{bt(t-1)(b+1)}{8} = 275$$

$$V(H) = \frac{bt(b+1)(2b+1)(t-1)\{3+2(t-2)p_U^b\}}{144} = 1565,66$$

Buradan standartlaştırılmış Hollander istatistiğinin değeri;

$$Z_H = \frac{H - E(H)}{\sqrt{V(H)}} = 1,69$$

olarak elde edilir.

Tablo değeri $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,64$ 'dür. Bu durumda standartlaştırılmış Hollander istatistiğinin değeri tablo değerinden büyük olduğu için H_0 red edilir.

4.4. Page Testinin Permütasyon Versiyonu

Permütasyon yöntemi parametrik ve parametrik olmayan testlere göre bazı avantajlara sahiptir. Parametrik testlerde olduğu gibi örneklerin geldikleri dağılım hakkında herhangi bir varsayımı gerektirmez. Diğer bir önemli sebep ise parametrik olmayan testler gibi verilerin sıra sayılarını değil gerçek değerlerini kullanarak işlem yapmaktadır. Anlaşılabileceği üzere permütasyon yöntemi neredeyse tüm parametrik ve parametrik olmayan testler için uygundur. Ayrıca permütasyon testlerinin varsayımları sağlandığında parametrik testlere yakın (bazen daha iyi) sonuçlar verdiğini, varsayımlar sağlanmadığında ise çoğu zaman parametrik testlerden daha iyi sonuç verdiği söylenebilir.

Şemsiye alternatifler için var olan çoğu test yalnızca asimptotik dağılıma sahip olmasına karşın permütasyon test istatistiğinin dağılımı tamdır. Bu yüzden diğer testler karar verici tarafından seçilen bazı α değerleri için kritik değer tablosu gerektirirken permütasyon testler herhangi bir α değerine uygulanabilir [Basso ve Salmaso, 2011].

Permütasyon yöntemi, bir test istatistiğinin örnekleme dağılımı bilinmediğinde uygulanır. Deney tasarımı için ilk olarak Fisher permütasyon yöntemi önermiştir [Fisher, 1935]. Test istatistiğinin örnekleme dağılımını tahmin etmek için sıfır hipotezinin doğruluğu altında üretilmiş çok sayıda örneğe ihtiyaç duyulur. Eğer sıfır hipotezi doğru ise yapılan bu değişiklik sonuç üzerinde etki yapmaz. Orijinal veri rasgele permüte edilerek çok sayıda veri seti oluşturulur. Gerçek test istatistiği ile permüte edilerek oluşturulan test istatistikleri arasındaki sıralama p -değerini verir.

Permütasyon yaklaşımı kullanılarak p -değeri hesaplamak için oluşturulan algoritma aşağıdaki gibidir:

- Orijinal veri için Eş. 4.1 deki Page testi uygulanır.
- Veride değiştirme yapmaksızın tekrar örnekleme ile permütasyon seçilir. Bu şekilde çok sayıda (M kez) yapay örneklem oluşturulur.
- Oluşturulan bu örneklerin her biri için yeniden Eş. 4.1 deki Page istatistiği hesaplanır.
- Tekrar hesaplanan bu Page istatistik değerleri $L_1^*, \dots, L_M^*$ olsun. Böylece Page istatistiğinin permütasyon dağılımı oluşturulmuştur.
- p değeri $= \frac{\#(L_i^* > L)}{M}$, $i=1, \dots, M$ şeklinde hesaplanır. $p < \alpha$ ise H_0 hipotezi red edilir [Gökpınar ve arkadaşları, 2012].

5. TAMAMLANMAMIŞ BLOK TASARIMLARI İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ

Çoğu zaman, araştırmacı her blokta her işlemle çalışamaz ve bir tamamlanmamış blok tasarımına ihtiyaç duyar.

Burada sıralı alternatifler için parametrik olmayan test istatistikleri üzerinde durulacaktır. Yokluk ve karşıt hipotezler Eş. 4.2 de verildiği gibidir. Bu hipotezler Jonckheere, Page ve Hollander dahil birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. Jonckheere ve Page temel olarak her blok için hesaplanan sayı-sıralı istatistiklerinin toplamına dayanan test istatistikleri geliştirmişlerdir, Hollander ise tüm işlem çiftleri arasındaki lineer işaretli sayı-sıralı istatistiklerinin toplamına dayanan bir test istatistiği geliştirmiştir. Pirie, Page ve Hollander testlerinin asimptotik göreceli etkinliklerini hesaplamış ve Spearman korelasyonuna dayanan ve blok içinde sıralama yapan Page testinin blok arasında sıralama yapan Hollander testinden daha iyi performans sergilediğini göstermiştir. Bu bilgilerin ışığında Pirie, Page testini önermiştir. Tanımladığı istatistik aşağıdaki gibidir:

r_{ij} = en küçükten en büyüğe sıralanan i blok içindeki x_{ij} 'nin sıra sayısı olsun ve $R_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} = j$ işleme atanan sıra sayılarının toplamı olarak tanımlansın.

Page istatistiği, sıralı alternatifler tarafından belirlenen sıralama kriteri ve her blok arasındaki çoklu Spearman sıra korelasyonun toplamı olarak yazılabilir. Bu formdaki istatistik

$$Q = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^k \left(j - \frac{k+1}{2} \right) \left(r_{ij} - \frac{k+1}{2} \right) \right\} \\ = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^k j r_{ij} - \frac{k(k+1)^2}{4} \right\}, \quad (5.1)$$

şeklinde. Eş. 5.1 daha basit bir ifade ile aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$L = \sum_{i=1}^t iR_i. \quad (5.2)$$

L 'nin tablo değeri Hollander ve Wolfe (1973) tarafından bulunmuştur [Hollander ve Wolfe, 1973]. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında, L asimptotik olarak normal dağılır, ortalama ve varyans aşağıdaki gibidir:

$$E(L) = bt(t+1)^2 / 4$$

$$V(L) = b(t^3 - t)^2 / (144(t-1))$$

Jonckheere tarafından geliştirilen istatistik Page istatistiğinden farklı olarak Kendall Tau korelasyonunu kullanır. Test istatistiği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$J = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{l < m} \text{sgn}(x_{im} - x_{il}) \right\}, \quad (5.3)$$

burada $\text{sgn}(x_{im} - x_{il})$, $x_{im} > x_{il}$ veya $x_{im} < x_{il}$ 'ye bağlı olarak 1 yada -1'dir. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında J asimptotik olarak normal dağılır ve ortalaması sıfır varyansıda aşağıdaki gibidir:

$$V(J) = bt(t-1)(2t+5)/18.$$

Bu istatistik Mann-Whitney skorları tarafından $\text{sgn}(x_{im} - x_{il})$ yer değiştirerek farklı bir formda belirtilebilir,

$$U_i(l, m) = \frac{1}{2} (1 + \text{sgn}(x_{im} - x_{il}))$$

$$= 1 \quad x_{il} < x_{im} \text{ ise}$$

$$= 0 \quad x_{il} > x_{im}.$$

Jonckheere istatistiği aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$JK = \sum_{i=1}^n JK_i \quad (5.4)$$

burada

$$JK_i = \sum_{l < m}^k U_i(l, m)$$

şeklindedir [Jonckheere, 1954].

Bu şekilde sıralamaya dayanan testlerde, kayıp gözlem problemleriyle ilgili literatürde çok az çalışma vardır. Örneğin, Ager ve Brent tarafından sunulan tek-yönlü modelin hipotezinde işlemler yalnızca kısmi bir sıralamaya tabi tutulmuştur [Ager ve Brent, 1978]. Tanımlanan istatistik sıralı hipotez olmadığında ihmal edilen işlem çiftlerinin Kendal uzaklığına dayanır.

Burada, bir veya daha fazla gözlemin bir veya daha fazla blokta olmadığı durumlar ele alınmıştır.

Tamamlanmış durumda, sıralamalar $(1, 2, \dots, k)$ 'nın permütasyonlarıdır ve herhangi iki permütasyon $\mu = (\mu(1), \mu(2), \dots, \mu(k))$ ve $v = (v(1), v(2), \dots, v(k))$ arasındaki Spearman uzaklığı aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$d_s(\mu, v) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k (\mu(j) - v(j))^2. \quad (5.5)$$

Permütasyonlar arasındaki Kendall uzaklığı

$$d_k(\mu, v) = \sum_{i < j} \{1 - \text{sgn}(\mu(i) - \mu(j)) \text{sgn}(v(i) - v(j))\} \quad (5.6)$$

şeklindedir. Böyle uzaklıklar Spearman ve Kendall sıra korelasyonlarını oluşturur [Alvo ve Cabilio, 1993]. Eğer bir veya daha fazla gözlem kayıpsa, sıralanan veri seti tamamlanmamış olur. Eş. 5.5 ve Eş. 5.6 gibi uzaklıklar, bir veya iki tamamlanmamış sıralama durumuyla genelleştirilebilir [Alvo ve Cabilio, 1991].

$$A_s(i) = ((k_i + 1)^{-1}(k + 1)) \times \sum_{l=1}^{k_i} \left(o_{il} - \frac{k+1}{2} \right) \left(\mu_i^*(o_{il}) - \frac{k_i+1}{2} \right). \quad (5.7)$$

Burada $A_s(i)$ Spearman korelasyonunu ifade eder. Ayrıca k_i , i . blokta sıralanmış işlem sayısı, o_{il} , i . blokta sıralanmış l . işlemin işlem sayısı numarasıdır, $1 \leq l \leq k_i$, ve $\mu_i^*(o_{il})$, i . blokta o_{il} işleme verilen sıradır. $A_s(i)$ aşağıdaki gibi de yazılabilir,

$$A_s(i) = \frac{t+1}{k_i+1} \sum_{j=1}^t j u_{ij} - \frac{t(t+1)^2}{4}. \quad (5.8)$$

Örneğin, $t=9$, $k_i = 4$ ve i . blokta 4, 6 ve 9 işlemleri kayıp olsun, bu durumda her blokta kayıp sıra değerleri 1 den k_i 'ye kadar olan sıra değerlerinin ortalamalarıyla yer değiştirilir. Bu örnek bir tablo üzerinde aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Çizelge 5.1. Kayıp sıra değerlerinin sıralanması

Kriter	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sıralama	2	1	3	-	5	-	6	4	-
u_{ij}	2	1	3	3,5	5	3,5	6	4	3,5
$\frac{t+1}{k_i+1} u_{ij}$	20/7	10/7	30/7	5	50/7	5	60/7	40/7	5

Eş. 5.7 farklı bir şekli aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$A_s(i) = (k_i + 1)^{-1}(k + 1) \times \left\{ \sum_{l=1}^{k_i} \left(l - \frac{k_i + 1}{2} \right) \left(\mu_i^*(o_{il}) - \frac{k_i + 1}{2} \right) + 4(k_i + 1)^{-1} \times \sum_{l=1}^{k_i} \left(\mu_i^*(o_{il}) - \frac{k_i + 1}{2} \right) (o_{il} - l) \right\}. \quad (5.9)$$

Eşitliğe bakıldığında zaman parantez içindeki ilk terim temel olarak k_i gözlemleri arasındaki mesafeyi ihmal eden Spearman korelasyonudur. Eşitliğin son kısmındaki $o_{il} - l$, o_{il} 'nin kalan gözlemlerinin sayısı ve ikinci terim ise bu sayılar tarafından belirlenen sıra ağırlıklarıdır.

Alvo ve Cabilio, tamamlanmamış μ_i^* sıraları arasındaki Kendall korelasyonunu ve sıralama kriterini Eş. 5.10 daki gibi elde etmişlerdir;

$$A_K(i) = \sum_{l < m}^k a_i(l, m), \quad (5.10)$$

burada $a_i(l, m)$ skoru aşağıdaki gibi verilmiştir;

$$a_i(l, m) = C_i^{-1} (N_i(l, m) - N_i(m, l)). \quad (5.11)$$

$C_i = k!(k!)^{-1}$, μ_i^* ile uyumlu tamamlanmış sıraların toplam sayısıdır ve $N_i(p, q)$, q işleminden daha küçük bir sıraya sahip olan p işlemi için tamamlanmış sıraların toplam sayısıdır. Alvo ve Cabilio $a_i(l, m)$ 'yi aşağıdaki gibi göstermiştir;

$$\begin{aligned} a_i(l, m) &= \text{sgn}(\mu_i^*(o_{im}) - \mu_i^*(o_{il})) & \delta_{il} &= \delta_{im} = 1, \\ &= 2\mu_i^*(o_{im})(k_i + 1)^{-1} - 1 & \delta_{il} &= 0, \delta_{im} = 1, \\ &= 1 - 2\mu_i^*(o_{il})(k_i + 1)^{-1} & \delta_{il} &= 1, \delta_{im} = 0, \\ &= 0 & \text{diğer durumlarda} \end{aligned} \quad (5.12)$$

burada δ_{il} , i . blokta l . işlemin gözlenip gözlemlenmemesine göre 1 yada 0 dır [Alvo ve Cabilio, 1991].

$a_i(l, m)$ skoru, l ve m işlem çiftleri ile ilgili sıralama kriteridir ve i . bloktaki sıralamayı açıklar. Bu istatistik aşağıdaki gibi yazılabilir

$$A_K(i) = \sum_{l < m}^{k_i} \text{sgn}(\mu_i^*(o_{im}) - \mu_i^*(o_{il})) + 4(k_i + 1)^{-1} \times \sum_{l=1}^{k_i} \left(\mu_i^*(o_{il}) - \frac{k_i + 1}{2} \right) (o_{il} - l). \quad (5.13)$$

Bu formuyla $A_K(i)$, $A_S(i)$ 'ye benzer bir yoruma sahiptir. İlk terim temel olarak Kendall korelasyonunu ifade eder. İkinci terim ise Eş. 5.9 daki $A_S(i)$ de görüldüğü gibi tamamen aynı ifadedir [Alvo ve Cabilio, 1995].

Sıfır hipotezinin doğruluğu altında bu iki istatistik için tablodan seçilen kritik değerler Alvo ve Cabilio'nun çalışmasında mevcuttur [Alvo ve Cabilio, 1993].

$A_K(i)$, örnek bir tablo üzerinden aşağıdaki gibi açıklanabilir:

İşlem	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sıralama	2	1	3	-	5	-	6	4	-

$$\alpha_i(1, 2) = \text{sgn}(\mu_i^*(2) - \mu_i^*(1)) = -1$$

$$\alpha_i(2, 3) = \text{sgn}(\mu_i^*(3) - \mu_i^*(2)) = 1$$

$$\alpha_i(4, 5) = 2\mu_i^*(5) / 7 - 1 = 3 / 7$$

$$\alpha_i(4, 5) = 1 - 2\mu_i^*(5) / 7 = -3 / 7$$

$$\alpha_i(4, 6) = 0$$

5.1. Genişletilmiş Page İstatistiği

Genişletilmiş Page istatistiği tamamlanmamış blok tasarımları için geliştirilmiştir. Eş. 5.7 deki istatistik aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$A_s(i) = (k_i + 1)^{-1}(k + 1)V_i - k(k + 1)^2 / 4, \quad (5.15)$$

buradaki $V_i = \sum_{j=1}^k j u_{ij}$, tamamlanmış durumdaki $\sum_{j=1}^k j r_{ij}$ eşitliğine benzerdir. Uygun bir tanımlama için u_{ij} aşağıdaki gibi verilir,

$$u_{ij} = \mu_i^*(j)\delta_{ij} + \frac{k_i + 1}{2}(1 - \delta_{ij}). \quad (5.16)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 \quad i. \text{ blokta } j. \text{ işlem sıralanmışsa,} \\ &= 0 \quad \text{diğer durumlarda} \end{aligned}$$

biçimindedir.

Genelleştirilmiş Page istatistiği aşağıdaki gibidir;

$$Q^* = \sum_{i=1}^n A_s(i) = \sum_{i=1}^n (k_i + 1)^{-1}(k + 1)V_i - nk(k + 1)^2 / 4 \quad (5.17)$$

daha basit bir formda yazılırsa,

$$L^* = \sum_{i=1}^n (k_i + 1)^{-1}(k + 1)V_i = \sum_{j=1}^k j \left(\sum_{i=1}^n (k_i + 1)^{-1}(k + 1)u_{ij} \right) \quad (5.18)$$

elde edilir. Bu formuyla L^* Eş. 4.1 deki L 'ye benzerdir, burada j işleme atanan sıra sayılarının toplamını almak yerine işleme atanan skorların ağırlıklı toplamı hesaplanır. Her i blok için L^* istatistiği için beklenen değer ve varyans aşağıdaki gibidir:

$$E(L^*) = \frac{1}{4}nt(t+1)^2$$

$$V(L^*) = \sum_{i=1}^n \sigma_s^2(i).$$

Burada, $\sigma_s^2(i) = k_i(t+1)^2(12(k_i+1))^{-1} \sum_{l=1}^{k_i} (o_i(l) - \bar{o}_i)^2$, $\bar{o}_i = \sum_{l=1}^{k_i} o_i(l) / k_i$ şeklindedir [Cabilio ve Peng, 2008].

Standartlaştırılmış $Z_{L^{**}}$ istatistiği aşağıdaki gibi elde edilir;

$$Z_{L^{**}} = \frac{L^* - E(L^*)}{\sqrt{V(L^*)}}.$$

H_0 'ın doğruluğu altında $Z_{L^{**}}$ istatistiği asimptotik $N(0,1)$ dağılır. Eğer $Z_{L^{**}} \geq Z_\alpha$ ise veya $p < \alpha$ ise H_0 red edilir.

Aşağıdaki çizelge Jones, Wentzell ve Toews'in deney sonuçlarından alınmıştır. Veri 8 gün boyunca, günde 6 saat aralıklarla kalp basıncı ölçümleri alınarak oluşturulmuştur [Jones, Wentzell ve Toews, 1992].

Çizelge 5.2. 8 gün boyunca, günde 6 saat aralıklarla alınan kalp basıncı ölçümleri

Zaman				
Blok	6 saat	12 saat	18 saat	24 saat
1	11,865	9,832	7,567	10,168
2	5,601	4,892	4,032	3,126
3	-	14,415	14,185	7,800
4	13,267	-	-	9,953
5	8,006	7,793	-	7,582
6	17,692	16,644	15,327	11,573
7	9,027	7,973	11,855	6,820
8	9,789	7,967	7,758	7,849

Bu örnek için hipotezler aşağıdaki gibi kurulur:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$$

$$H_1 : \tau_1 \geq \tau_2 \geq \tau_3 \geq \tau_4, (En az bir eşitsizlik doğru ol.üz.).$$

Burada blok sayısı $b=8$, işlem sayısı $t=4$ ve her bir bloktaki işlem sayıları $k_1 = k_2 = k_6 = k_7 = k_8 = 4$, $k_3 = k_5 = 3$, $k_4 = 2$ dir. Daha sonra veriye ulaşılamayan

bloklardaki sıra sayısını $\frac{k+1}{2}$ formülünden bulunup ayrıca diğer bloklar da kendi

içinde sıralanıp L^* istatistiği aşağıdaki çizelgeye göre hesaplanır.

Çizelge 5.3. u_{ij} skorları ve $(k_i + 1)^{-1}(k + 1)$ ağırlıkları

İşlem					
	1	2	3	4	
Blok					$(k_i + 1)^{-1}(k + 1)$
1	1	3	4	2	1
2	1	2	3	4	1
3	2	1	2	3	1,25
4	1	1,5	1,5	2	1,66
5	1	2	2	3	1,25
6	1	2	3	4	1
7	2	3	1	4	1
8	1	2	4	3	1
$\sum_{i=1}^n (k_i + 1)^{-1}(k + 1)u_{ij}$	11,416	18,250	22,5	27,833	

Buradan

$$L^* = \sum_{j=1}^k j \left(\sum_{i=1}^n (k_i + 1)^{-1}(k + 1)u_{ij} \right) = 226,748$$

olarak elde edilir. Beklenen değer ve varyans aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E(L^*) = \frac{1}{4} nt(t + 1)^2 = 200$$

$$V(L^*) = \sum_{i=1}^n \sigma_s^2(i)$$

$$\text{Burada } \sigma_s^2(i) = k_i(t + 1)^2(12(k_i + 1))^{-1} \sum_{l=1}^{k_i} (o_i(l) - \bar{o}_i)^2, \quad \bar{o}_i = \sum_{l=1}^{k_i} o_i(l) / k_i.$$

$\sigma_s^2(i)$ 'ler aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\sigma_s^2(1) = 8,33$$

$$\sigma_s^2(2) = \sigma_s^2(6) = \sigma_s^2(7) = \sigma_s^2(8) = 8,33$$

$$\sigma_s^2(3) = 3,125$$

$$\sigma_s^2(4) = 6,25$$

$$\sigma_s^2(5) = 7,291.$$

$$V(L^*) = \sum_{i=1}^n \sigma_s^2(i) = 58,3$$

olarak bulunur.

Buradan standartlaştırılmış Page istatistiği:

$$L^{**} = \frac{L^* - E(L^*)}{\sqrt{V(L^*)}} = 3,5$$

olarak bulunur. Tablo değeri $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,64$ 'dür. Bu durumda standartlaştırılmış Page istatistiğinin değeri tablo değerinden büyük olduğu için H_0 red edilir

5.2. Genişletilmiş Jonckheere İstatistiği

Tamamlanmamış durum için Jonckheere istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$J^* = \sum_{i=1}^n A_K(i), \quad (5.19)$$

burada $A_K(i)$, Eş. 5.13 de verilmiştir. Eş. 5.11 deki formun genişletilmiş bir haline aşağıdaki tanımlama yardımıyla ulaşılabilir;

$$U_i^*(l, m) = \frac{1}{2}(1 + a_i(l, m)) \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} U_i^*(l, m) &= U_i(l, m) \quad \delta_{il} = \delta_{im} = 1 \text{ ise} \\ &= \mu_i^*(o_{im})(k_i + 1)^{-1} \quad \delta_{il} = 0, \delta_{im} = 1 \text{ ise} \\ &= 1 - \mu_i^*(o_{il})(k_i + 1)^{-1} \quad \delta_{il} = 1, \delta_{im} = 0 \text{ ise} \\ &= \frac{1}{2} \quad d.d. \end{aligned} \quad (5.21)$$

Burada $U_i(l, m)$, Mann-Whitney skorudur, δ_{ij} , Eş. 5.12 de tanımlanmıştır.

Bundan dolayı;

$$JK_i^* = \sum_{l < m}^k U_i^*(l, m), \quad (5.22)$$

olmak üzere istatistik aşağıdaki gibi tanımlanır [Alvo ve Cabilio, 1995];

$$JK^* = \sum_{i=1}^n JK_i^* = nk(k-1)/4 + \frac{1}{2} J^*. \quad (5.23)$$

JK^* istatistiği için sırasıyla beklenen değer ve varyans aşağıdaki gibidir:

$$E(JK^*) = \frac{1}{4} nt(t-1)$$

ve

$$V(JK^*) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \sigma_K^2(i).$$

$$\text{Burada, } \sigma_K^2(i) = 16(t+1)^{-2} \sigma_s^2(i) + \frac{5}{18} k_i(k_i - 1) + 8(3(k_i + 1))^{-1} \sum_{l=1}^{k_i} (o_l(l) - 1)(l - \frac{k_i + 1}{2})$$

şeklindedir. Standartlaştırılmış JK^{**} istatistiği aşağıdaki gibi elde edilir [Cabilio ve Peng, 2008];

$$JK^{**} = \frac{JK^* - E(JK^*)}{\sqrt{V(JK^*)}}.$$

H_0 'ın doğruluğu altında JK^{**} istatistiği asimptotik $N(0,1)$ dağılır. Eğer $Z_{JK^{**}} \geq Z_\alpha$ ise veya $p < \alpha$ ise H_0 red edilir.

Test istatistiğini açıklamak için Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2 göz önüne alınsın. Hipotezler yine aynı şekildedir.

Öncelikle sıralama kriteri olan $A_K(i)$ ler elde edilsin;

$$A_K(1) = 2$$

$$A_K(2) = 6$$

$$A_K(3) = 3$$

$$A_K(4) = 2,33$$

$$A_K(5) = 4$$

$$A_K(6) = 6$$

$$A_K(7) = 2$$

$$A_K(8) = 4$$

Buradan $\sum A_K(i) = J^* = 29,33$ olarak elde edilir. Jonkheere test istatistiği,

$$JK = \frac{J^*}{2} + \frac{nt(t-1)}{4} = 38,66 \text{ olarak elde edilir.}$$

Beklenen değer,

$E(JK^*) = \frac{1}{4}nt(t-1) = 24$ olarak elde edilir. Varyansı bulmak için öncelikle

$\sigma_K^2(i)$ 'ler bulunur.

$$\sigma_K^2(1) = 8,66 = \sigma_K^2(2) = \sigma_K^2(6) = \sigma_K^2(7) = \sigma_K^2(8)$$

$$\sigma_K^2(4) = 5,44$$

$$\sigma_K^2(3) = 3,66$$

$$\sigma_K^2(5) = 6,98$$

$\sigma_K^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \sigma_K^2(i) = 14,84$ olarak bulunur. Buradan standartlaştırılmış Jonckheere istatistiği

$$JK^{**} = \frac{JK^* - E(JK^*)}{\sqrt{V(JK^*)}} = 3,80 \text{ olarak elde edilir.}$$

Tablo değeri $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,64$ 'dür. Bu durumda standartlaştırılmış Jonckheere istatistiğinin değeri tablo değerinden büyük olduğu için H_0 red edilir.

6. DENGELİ TAMAMLANMAMIŞ BLOK TASARIMLARI İÇİN TEST İSTATİSTİKLERİ

Dengeli Tamamlanmamış Blok tasarımlarının mantıksal temeli rasgele blok tasarımlarından gelmekte olup işlem etkilerinin karşılaştırmalarında deney düzeninden ilgisiz faktörlerin çıkarılarak değişkenliğin en aza indirgenmesi amaçlanmaktadır.

6.1. Hemmer Testi

Hemmer testi, dengeli tamamlanmamış blok tasarımında tepe noktası olarak bilinen, p , şemsiye alternatifler için uygulanan bir test istatistiğidir. Sıfır ve alternatif hipotez seti aşağıdaki gibidir:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$$

$$H_1 : \tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_{p-1} \leq \tau_p \geq \tau_{p+1} \geq \dots \geq \tau_t, (En az bir eşitsizlik doğru ol.üz.).$$

Hemmer test istatistiği:

$$T = \sum_{j=1}^b \left\{ \sum_{i=1}^t (t-1-|p-i|) * R_i \right\} \quad (6.1)$$

şeklindedir [Hemmer, 2012]. Burada

t = işlem sayısı

b = blok sayısı

p = bilinen tepe noktası

$R_i = i$. işlem için sıra sayısı toplamı.

Gözlemler yalnızca blok içinde sıralanmaktadır. Her bir blokta k işlem görüldüğü varsayılır, burada $k < t$ dir. Her blok içindeki gözlemler 1 den k 'ya kadar sıralanır.

Hemmer test istatistiği için beklenen değer ve varyans aşağıdaki gibidir:

$$E(T) = \sum_{j=1}^b E(T, Blok(j))$$

$$V(T) = \sum_{j=1}^b E(T, Blok(j)).$$

T bir sıra istatistiği olduğundan dolayı asimptotik normal dağılıma sahiptir. Hemmer test istatistiği standartlaştırılabilir. Standartlaştırılmış Hemmer test istatistiği, Z_T , H_0 'ın doğruluğu altında asimptotik standart normal dağılıma sahiptir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Z_T = \frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}}.$$

Eğer $Z_T > Z_\alpha$ ise H_0 red edilir, burada Z_α standart normal dağılım tablo değerini ifade eder.

Her bir bloğunda k işlem bulunan ve toplam işlem sayısı t olduğundan dolayı, bir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı $b = \binom{t}{k}$ sayıda blokla oluşur ve her bloğa farklı işlem kombinasyonları atanır. Simetrik bir DTBT'nin bir tekrarını tamamlamak için gereken minimum blok sayısı b 'dir [Hemmer, 2012].

İşlem sayısı $t=4$, blok sayısı $b=4$, her bir bloktaki işlem sayısı $k=3$ ve tepe noktası $p=2$ olan bir dengeli tamamlanmamış bir blok tasarımı Çizelge 6.1 de verilmiştir.

Çizelge 6.1. $t=4, b=4, k=3, p=2$ bir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı

Blok	İşlem				
		I	II	III	IV
	1	3	5	2	-
	2	6	8	-	4
	3	1	-	9	12
	4	-	7	15	11

Tepe noktası 2 olan bu tasarım için hipotezler

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$$

$$H_1 : \tau_1 \leq \tau_2 \geq \tau_3 \geq \tau_4, (En\ az\ bir\ eşitsizlik\ doğru\ ol.üz.)$$

şeklindedir.

Buradan Hemmer istatistiği,

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_{j=1}^b \left\{ \sum_{i=1}^t (t-1-|p-i|) * R_i \right\} \\
 &= \sum_{j=1}^4 \left\{ \sum_{i=1}^{IV} (4-1-|2-i|) \times R_i \right\} \\
 &= \sum_{j=1}^4 (2 \times R_1 + 3 \times R_2 + 2 \times R_3 + R_4) \\
 &= 2 \times 5 + 3 \times 7 + 2 \times 6 + 6 = 49
 \end{aligned}$$

olarak elde edilir [Hemmer, 2012].

Beklenen değer ve varyansları bulmak için her bir bloğun kombinasyonları kullanılacaktır.

Çizelge 6.2. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları

Kombinasyon	I	II	III	Blok 1
1	1	2	3	$2x_1+3x_2+2x_3=14$
2	1	3	2	$2x_1+3x_3+2x_2=15$
3	2	1	3	$2x_2+3x_1+2x_3=13$
4	2	3	1	$2x_2+3x_3+2x_1=15$
5	3	1	2	$2x_3+3x_1+2x_2=13$
6	3	2	1	$2x_3+3.x_2+2x_1=14$

Beklenen değer ve varyans için kullanılacak formüller aşağıdaki gibidir:

$$E(T, Blok1) = \sum_{r=1}^{k!} \frac{(T_r, Blok1)}{k!}$$

$$V(T, Blok1) = \sum_{r=1}^{k!} \frac{\{(T_r, Blok1) - E(T, Blok1)\}^2}{k!}.$$

Buradan,

$$E(T, Blok1) = 14$$

$$V(T, Blok1) = \frac{2}{3}$$

olarak elde edilir.

2. bloğun kombinasyonu oluşturup tekrar beklenen değer ve varyans hesaplanır.

Çizelge 6.3. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları

Kombinasyon	I	II	IV	Blok 2
1	1	2	3	$2x_1+3x_2+3=11$
2	1	3	2	$2x_1+3x_3+2=13$
3	2	1	3	$2x_2+3x_1+3=10$
4	2	3	1	$2x_2+3x_3+1=14$
5	3	1	2	$2x_3+3x_1+2=11$
6	3	2	1	$2x_3+3x_2+1=13$

$$E(T, Blok2) = 12$$

$$V(T, Blok2) = 2.$$

3. bloğun kombinasyonunu oluşturup beklenen değer ve varyans hesaplanır.

Çizelge 6.4. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları

Kombinasyon	I	III	IV	Blok 3
1	1	2	3	$2x_1+2x_2+3=9$
2	1	3	2	$2x_1+2x_3+2=10$
3	2	1	3	$2x_2+2x_1+3=9$
4	2	3	1	$2x_2+2x_3+1=11$
5	3	1	2	$2x_3+2x_1+2=10$
6	3	2	1	$2x_3+2x_2+1=11$

$$E(T, Blok3) = 10$$

$$V(T, Blok2) = \frac{2}{3}.$$

Son olarak 4. bloğun kombinasyonunu oluşturup beklenen değer ve varyans hesaplanır.

Çizelge 6.5. Beklenen değer ve varyans kombinasyonları

Kombinasyon	II	III	IV	Blok 4
1	1	2	3	$3x_1+2x_2+3=10$
2	1	3	2	$3x_1+2x_3+2=11$
3	2	1	3	$3x_2+2x_1+3=11$
4	2	3	1	$3x_2+2x_3+1=13$
5	3	1	2	$3x_3+2x_1+2=13$
6	3	2	1	$3x_3+2x_2+1=14$

$$E(T, Blok4) = 12$$

$$V(T, Blok4) = 2 .$$

Çizelge 6.1 de kullanılan tasarımın beklenen değer ve varyansı;

$$E(T) = \sum_{j=1}^b E(T, Blok(j)) = 48$$

$$V(T) = \sum_{j=1}^b V(T, Blok(j)) = 16/3$$

olarak elde edilir. Standartlaştırılmış Hemmer test istatistiği ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$Z_T = \frac{T - E(t)}{\sqrt{V(T)}} = 0,43$$

Tablo değeri $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,64$ 'dür. Bu durumda Hemmer istatistiğinin değeri tablo değerinden küçük olduğu için H_0 red edilemez.

6.2. Page Test

Sıralı ve şemsiye alternatiflere karşı sıfır hipotezini test etmek için yaygın olarak kullanılan bir istatistik de Page istatistiğidir. Test istatistiği ve hesaplanması bölüm 4.1 de verildiği gibidir. Burada dengeli tamamlanmamış blok tasarımında şemsiye alternatifler, Hemmer testinde kullanılan Çizelge 6.1’deki veri setine uygulanmıştır.

Öncelikle Çizelge 6.1’deki veride, her blok kendi içinde sıralanarak aşağıdaki çizelge elde edilir.

Çizelge 6.6. $t=4, b=4, k=3, p=2$ olan bir dengeli tamamlanmamış blok tasarımı

Blok	İşlem				
		I	II	III	IV
1	3 (2)	5 (3)	2 (1)	-	
2	6 (2)	8 (3)	-	4 (1)	
3	1 (1)	-	9 (2)	12 (3)	
4	-	7 (1)	15 (3)	11 (2)	

Bu tasarım için hipotezler,

$$H_0 = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$$

$$H_1 = \tau_1 \leq \tau_2 \geq \tau_3 \geq \tau_4, (En\ az\ bir\ eşitsizlik\ doğru\ ol.üz.)$$

şeklindedir. Page test istatistiği

$$L = \sum_{i=1}^t iR_i = 61$$

olarak elde edilir.

Buradan tablo değeri $b=4$, $t=4$ ve $\alpha = 0,05$ olan $l_{0,05} = 110$ dur. Test istatistiği değeri tablo değerinden daha küçük çıktığı için H_0 hipotezi red edilemez.

7. KARMA TASARIMLAR İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Bir deney yapılırken, araştırmacılar deney tasarımı kullanma ihtiyacı duyarlar. Çoğu zaman araştırmacılar tek bir tasarım yapısıyla başlarlar fakat bazı sebeplerden dolayı tasarım yapılarını değiştirmek zorunda kalabilirler. Örneğin, araştırmacılar biyoloji sınavına girecek olan 4 öğrencinin (işlemler) arasında fark olup olmadığını belirlemek için test yapıyorlar. Araştırmacılar tasarım olarak rasgele tamamlanmış blok tasarımını kullanacaklardır. Burada her öğrencinin kâğıdı bir bloktur.

Bir süre sonra, araştırmacılar maddi imkansızlıklardan dolayı tüm testleri yapamıyorlar. Testin geri kalanını tamamlanmış rasgele tasarım kullanmak yerine, kalan testlerden her birini 4 öğrenciden birine rasgele veriyorlar. Bu durumda kalan testler rasgele seçilmiş bir öğrenciye uygulanmış olmaktadır.

Bu örnekte, ilk kısmı rasgele tamamlanmış blok tasarımı diğer kısmı tamamen rasgele tasarımdan oluşan karma bir tasarım kullanılmıştır.

Karma bir tasarım, rasgele tamamlanmış blok tasarımı, dengeli tamamlanmamış blok tasarımı ve tamamen rasgele tasarımından oluşmaktadır.

Buradaki problem bu karma tasarımın nasıl analiz edileceğidir. İlk metot, rasgele tamamlanmış blok tasarımıyla oluşturulan kısım büyük bir kısımsa diğer gözlemleri ihmal edip Friedman testi kullanılarak analiz yapmaktır. Fakat, bu şekilde analiz yapılırsa, ihmal edilen gözlemlerden gelecek olan bilgiye ulaşamaz. Bu durum bilgi kaybına sebep olur.

Dubnicka ve arkadaşları, iki test istatistiğini birleştiren iki tasarımdan oluşan karma bir tasarım için bir test istatistiği önermişlerdir [Dubnicka ve arkadaşları, 2002]. Önerdikleri test istatistiği, bağımsız örneklemeler için bir sıra test istatistiği ile eşleştirilmiş (paired) veri için bir sıra test istatistiğinin toplamına dayanmaktadır. Test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$T^+ = S^+ + U^+ \quad (7.1)$$

burada S^+ Wilcoxon işaretli sıra istatistiğini ve U^+ Mann-Whitney test istatistiğini ifade eder.

T^+ istatistiğinin beklenen değer ve varyansı,

$$E(T^+) = \frac{n(n+1)}{4} + \frac{n_1 n_2}{2}$$

ve

$$V(T^+) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} + \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} \quad (7.2)$$

şeklindedir.

Standartlaştırılmış T^+ istatistiği ise aşağıdaki gibi elde edilir:

$$T^* = \frac{T^+ - E(T^+)}{\sqrt{V(T^+)}}. \quad (7.3)$$

T^* standart normal dağılıma sahiptir. Eğer $T^* \geq Z_\alpha$ ise H_0 red edilir.

Friedman testi rasgele tamamlanmış blok tasarımında işlemler arasındaki farklılıkları belirlemek için kullanılan parametrik olmayan bir testtir [Friedman, 1940].

Test edilen sıfır hipotezi ile karşıt hipotez aşağıdaki gibidir,

$$H_0 : M_1 = M_2 = \dots = M_k$$

$$H_\alpha : \text{En az bir } M_j \text{ farklı} \quad (j=1,2,\dots,k)$$

burada M_j , j işlemden oluşan, $1 \leq j \leq k$, yığının medyanıdır.

Test istatistiği aşağıda verildiği gibidir:

$$F = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2 \quad (7.4)$$

burada b blok sayısı, k işlem sayısı ve R_j , j işleme atanan sıra sayıları toplamıdır.

H_0 'ın doğruluğu altında, yeterince büyük örnek hacmi için Friedman test istatistiği $k-1$ serbestlik dereceli Ki-Kare dağılır.

Durbin testi dengeli tamamlanmamış blok tasarımında işlemler arasındaki farklılıkları belirlemek için kullanılan parametrik olmayan bir testtir [Durbin, 1954].

Test istatistiği aşağıda verildiği gibidir:

$$D = \frac{12(k-1)}{rk(a-1)(a+1)} \sum_{j=1}^t R_j^2 - \frac{3r(k-1)(a+1)}{a-1}, \quad (7.5)$$

k işlem sayısı, a her bloktaki işlem sayısı ($a < k$), r her işlemin kaç kez tekrar ettiği ve R_j blok içinde sıralanan gözlemlerin sıralarının toplamıdır.

Durbin test istatistiği yeterince büyük örnek hacmi için $k-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılmaktadır.

Wilcoxon işaretli sıra testi, eşleştirilmiş veri olduğunda işlemler arasındaki farklılıkları belirlemek için kullanılan parametrik olmayan bir test istatistiğidir [Wilcoxon, 1945]. Test istatistiği aşağıda verildiği gibidir:

$$T = \frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}}. \quad (7.6)$$

Wilcoxon işaretli sıra testi standart normal dağılıma ve karesi 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

Kruskal-Wallis testi tamamen rasgele tasarımda işlemler arasındaki farklılıkları belirlemek için tasarlanan parametrik olmayan bir test istatistiğidir [Kruskal ve Wallis, 1952]. Sıralar, en küçük gözlem sırası 1 den en büyük gözlem olan N 'e kadar sıralanıp atanır. Eş değerli veri olması durumunda ortalama sıra atanır. K test istatistiği aşağıda verildiği gibidir,

$$K = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2, \quad (7.7)$$

burada R_i gözlemlere atanan sıraların toplamını, n_i i . örneklemin örneklem boyutunu ve N gözlemlerin toplam sayısını ifade eder.

Kruskal-Wallis test istatistiği yeterince büyük örnek hacmi için $k-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılmaktadır.

Mack-Wolfe testi tamamen rasgele tasarımda işlem etkileri arasındaki farklılıkları belirleyen parametrik olmayan bir test istatistiğidir. Mack-Wolfe testi diğer testlerden farklı olarak şemsiye alternatifler için de kullanılır. Mack-Wolfe testi tepe noktası p bilindiği durumda uygulanır [Daniel, 1990]. Mack-Wolfe testi, Mann-Whitney istatistiklerinin U_{vu} toplamı olup Eş. 7.8 de verildiği gibidir,

$$A_p = \sum_{u=1}^{v-1} \sum_{v=2}^p U_{uv} + \sum_{u=p}^{v-1} \sum_{v=p+1}^k U_{vu}. \quad (7.8)$$

Beklenen değer ve varyans aşağıda verildiği gibidir:

$$E(A_p) = \frac{N_1^2 + N_2^2 - \sum_{i=1}^k n_i^2 - n_p^2}{4}$$

ve

$$V(A_p) = \frac{1}{72} \left\{ 2(N_1^3 + N_2^3) + 3(N_1^2 + N_2^2) - \sum_{i=1}^k n_i^2(2n_i + 3) - n_p^2(2n_p + 3) \right. \\ \left. + 12n_p N_1 N_2 - 12n_p^2 N \right\}, \quad (7.9)$$

burada $N_1 = \sum_{i=1}^p n_i$, $N_2 = \sum_{i=p}^k n_i$ ve $N = \sum_{i=1}^k n_i$.

Mack-Wolfe testinin A_p^* standartlaştırılmış hali aşağıda verildiği gibidir:

$$A_p^* = \frac{A_p - E(A_p)}{\sqrt{V(A_p)}}. \quad (7.10)$$

Mack-Wolfe test istatistiği yeterince büyük örnek hacimleri için standart normal dağılıma sahiptir. Eğer $A_p^* \geq Z_\alpha$ ise H_0 red edilir.

Kim ve Kim rasgele blok tasarımında tepe noktası p bilinen şemsiye alternatifler için bir test istatistiği önermişlerdir [Kim ve Kim, 1992]. Geliştirdikleri test istatistiği A tüm bloklardaki Mack-Wolfe test istatistiklerinin toplamına dayanmaktadır. Test istatistiği Eş. 7.11 de verildiği gibidir:

$$A = \sum_{i=1}^b A_{ip}, \quad (7.11)$$

burada A_{ip} i . bloktaki Mack-Wolfe istatistiğini belirtir. Bu test istatistiği önerilirken bloklar ve işlemler arasında etkileşim olmadığı varsayılmıştır.

Kim ve Kim test istatistiğinin beklenen değer ve varyansı

$$E(A) = \frac{\sum_{i=1}^b \left\{ N_{i1}^2 + N_{i2}^2 - \sum_{i=1}^k n_i^2 - n_p^2 \right\}}{4}$$

ve

$$V(A) = \sum_{i=1}^b \left\{ \begin{aligned} &2(N_{i1}^3 + N_{i2}^3) + 3(N_{i1}^2 + N_{i2}^2) - \sum_{j=1}^k n_{ij}^2(2n_{ij} + 3) - n_{ip}^2(2n_{ip} + 3) \\ &+ 12n_{ip}N_{i1}N_{i2} - 12n_{ip}^2N_i \end{aligned} \right\} / 72, \quad (7.12)$$

şeklindedir. Burada $N_{i1} = \sum_{j=1}^p n_{ij}$, $N_{i2} = \sum_{j=p}^k n_{ij}$ ve $N_i = \sum_{j=1}^k n_{ij}$.

$n_i = 1$ olduğunda, beklenen değer ve varyans Eş. 7.13 deki gibi elde edilir,

$$E(A) = \frac{b(p^2 + (k - p + 1)^2 - k - 1)}{4}$$

ve

$$V(A) = b \left[\frac{2(p^3 + (k - p + 1)^3) + 3(p^2 + (k - p + 1)^2) - 5k - 5}{12p(k - p + 1) - 12k} \right] / 72. \quad (7.13)$$

Kim ve Kim testinin standartlaştırılmış hali aşağıdaki gibidir:

$$A^* = \frac{A - E(A)}{\sqrt{V(A)}}. \quad (7.14)$$

Kim-Kim test istatistiği yeterince büyük örnek hacimleri için standart normal dağılıma sahiptir. Eğer $A^* \geq Z_\alpha$ ise H_0 red edilir [Kim ve Kim, 1992]

Magel ve arkadaşları çalışmalarında aşağıdaki tasarımları irdelemişlerdir [Magel ve arkadaşları, 2010].

7.1. Tasarım 1- Genel Alternatif

Bu bölümde, 4 tip karma tasarım ve bu karma tasarımlar için test istatistikleri tanıtmaya çalışılmıştır. Ayrıca test istatistikleri için genel alternatifler ve tepe noktası p bilinen şemsiye alternatifler incelenmiştir.

İlk karma tasarım rasgele tamamlanmış blok tasarımı ve tamamen rasgele tasarımın kombinasyonundan oluşmaktadır. Araştırmacıların çalışmalarına rasgele tamamlanmış blok tasarımı ile başlayıp daha sonra tasarımı değiştirerek tamamen rasgele tasarımla devam ettikleri varsayımı düşünülmüştür. Gözlemlerin çoğunluğunu rasgele tamamlanmış blok tasarımı kısmının oluşturduğu varsayalım.

Önerilen test istatistiği T_1 ,

$$T_1 = F + K$$

$$T_1 = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2 + \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2 \quad (7.15)$$

şeklindedir. T_1 test istatistiği, Friedman test istatistiği F ile Kruskal-Wallis test istatistiği K 'nin toplamıdır. T_1 , yeterince büyük örnek hacimleri için $2k-2$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. Çünkü T_1 test istatistiği, $k-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip iki tane bağımsız test istatistiğinin toplamıdır.

7.2. Tasarım 2- Genel Alternatif

İkinci karma tasarım rasgele tamamlanmış blok tasarımı, tamamen rasgele tasarım ve

eşleşmiş (matched pair) tasarımdan oluşmaktadır. Burada temel tasarım rasgele tamamlanmış blok tasarımıdır. Araştırmacıların bu tasarımla devam edemedikleri düşünülün. Eşleşmiş tasarımda, her blokta yalnızca 2 işlem görülür ve bloklar ve işlemler arasında etkileşim yoktur. En düşük sayıda işlemden alınan gözlem çiftindeki ilk gözlem ve en yüksek sayıdaki işlemten alınan gözlem ikinci gözlemdir. Her mümkün işlem kombinasyonu çifti aynı sayıda meydana gelir. Örneğin, 3 işlem varsa, 1-2, 1-3 ve 2-3 işlem çiftleri oluşur. Bu eşlenmiş işlem kombinasyonlarının her birinden alınan sıralı gözlemler birleştirilir ve bu gözlemlere dayalı olarak Wilcoxon işaretli sıra test istatistiği hesaplanır.

Önerilen test istatistiği T_2 aşağıda verildiği gibidir,

$$T_2 = F + K + W^2$$

$$T_2 = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2 + \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2 \quad (7.16)$$

$$+ \left[\frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}} \right]^2.$$

T_2 , Friedman test istatistiği, F , Kruskal-Wallis test istatistiği, K ve Wilcoxon işaretli sıra test istatistiğinin karesinin W^2 toplamıdır. T_2 , iki tanesi $k-1$ serbestlik dereceli bir tanesi 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip 3 bağımsız test istatistiğinin toplamından oluştuğundan dolayı yeterince büyük örnek hacimleri için $2k-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

7.3. Tasarım 3- Genel Alternatif

Üçüncü karma tasarım, rasgele tamamlanmış blok tasarımı, tamamen rasgele tasarım, tamamlanmamış blok tasarımı ve eşlenmiş tasarımın kombinasyonundan oluşmaktadır.

Önerilen test istatistiği T_3 ,

$$\begin{aligned}
T_3 &= F + K + W^2 + D \\
T_3 &= \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2 + \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2 \\
&\quad + \left[\frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}} \right]^2 + \frac{12(k-1)}{rk(a-1)(a+1)} \sum_{j=1}^t R_j^2 - \frac{3r(k-1)(a+1)}{a-1}
\end{aligned} \tag{7.17}$$

şeklindedir. T_3 , Friedman test istatistiği, F , Kruskal-Wallis test istatistiği, K ve Wilcoxon işaretli sıra test istatistiğinin karesi W^2 ve Durbin test istatistiğinin toplamıdır. T_3 , üç tanesi $k-1$ serbestlik dereceli bir tanesi 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip 4 bağımsız test istatistiğinin toplamından oluştuğundan dolayı yeterince büyük örnek hacimleri için $3k-2$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

5 yığın olduğunda T_4 test istatistiği aşağıda verildiği gibidir:

$$T_4 = F + K + W^2 + D_1 + D_2$$

burada D_1 her blokta 3 gözleme sahiptir ve D_2 her blokta 4 gözleme sahiptir. Test istatistiği Eş. 7.18 de verildiği gibidir:

$$\begin{aligned}
T_4 &= \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2 + \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2 \\
&\quad + \left[\frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}} \right]^2 + \frac{12(k-1)}{r_1k(a_1-1)(a_1+1)} \sum_{j=1}^t R_j^2 - \frac{3r_1(k-1)(a_1+1)}{a_1-1} \\
&\quad + \frac{12(k-1)}{r_2k(a_2-1)(a_2+1)} \sum_{j=1}^t R_j^2 - \frac{3r_2(k-1)(a_2+1)}{a_2-1},
\end{aligned} \tag{7.18}$$

burada $a_1 = 3$ (her bloktaki karar verici sayısı) ilk dengeli tamamlanmamış dengeli blok tasarımında, $a_2 = 4$ (her bloktaki karar verici sayısı) ikinci dengeli

tamamlanmamış dengeli blok tasarımı, r_1 her blokta 3 gözlem olduğunda oluşan işlem sayısı (ilk dengeli tamamlanmamış dengeli blok tasarımı) ve r_2 her blokta 4 gözlem olduğunda oluşan işlem sayısıdır (ikinci dengeli tamamlanmamış blok tasarımı).

T_4 , Friedman test istatistiği F , Kruskal-Wallis test istatistiği K ve Wilcoxon işaretli sıra test istatistiği, 3 gözlemlili bloklar ve 4 gözlemlili blokların olduğu Durbin test istatistiğinin toplamıdır. T_4 , dört tanesi $k-1$ serbestlik dereceli bir tanesi 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip 4 bağımsız test istatistiğinin toplamından oluştuğundan dolayı yeterince büyük örnek hacimleri için $4k-3$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

7.4. Tasarım 4- Şemsiye Alternatif

Dördüncü karma tasarım, ilk tasarıma benzer olarak tamamen rasgele tasarım ve rasgele tamamlanmış blok tasarımından oluşmaktadır. Burada farklı olarak işlem etkileri tepe noktası bilinen şemsiye alternatifler ile incelenmektedir. Önerilen test istatistiği Eş. 7.19 da verildiği gibidir:

$$A_p^{**} = A_p^* + A^*, \quad (7.19)$$

burada A_p^* , Mack-Wolfe testinin standartlaştırılmış versiyonu ve A^* , Kim-Kim testinin standartlaştırılmış versiyonudur. A_p^* ve A^* her ikisi de yeterince büyük örnek hacimleri için standart normal dağılıma sahip olduğundan dolayı, A_p^{**} ortalaması sıfır, varyansı iki olan normal dağılır. Önerilen testin standartlaştırılmış versiyonu aşağıdaki gibidir,

$$A^{**} = \frac{A_p^{**} - 0}{\sqrt{2}}. \quad (7.20)$$

A_p^{***} asimptotik standart normal dağılıma sahiptir. İkinci önerilen test istatistiği Eş. 7.21 de verildiği gibidir:

$$A_p^{***} = A_p + A, \quad (7.21)$$

burada A_p ve A sırasıyla Mack-Wolfe ve Kim-Kim istatistikleridir. A_p^{***} 'nin ortalaması ve varyansı Mack-Wolfe ve Kim-Kim istatistiklerinin beklenen değer ve varyanslarının toplamıdır. Beklenen değer ve varyans,

$$E(A_p^{***}) = E(A_p) + E(A)$$

ve

$$V(A_p^{***}) = V(A_p) + V(A) \quad (7.22)$$

şeklindedir.

İkinci istatistiğin standartlaştırılmış versiyonu aşağıdaki gibidir:

$$A^{***} = \frac{A_p^{***} - E(A_p^{***})}{\sqrt{V(A_p^{***})}}. \quad (7.23)$$

A^{***} , asimptotik standart normal dağılıma sahiptir. İlk önerilen istatistik, standartlaştırılmış Mack-Wolfe ve standartlaştırılmış Kim-Kim istatistiklerinin toplamıdır. İkinci önerilen istatistik, standartlaştırılmamış Mack-Wolfe ve standartlaştırılmamış Kim-Kim istatistiklerinin toplamıdır. İkinci önerilen istatistik Dubnicka ve arkadaşları tarafından önerilen test istatistiğine oldukça benzerdir [Dubnicka ve arkadaşları, 2002].

7.5. Örnek

Biyoloji sınavına girecek olan 15 öğrencinin olduğunu ve araştırmacıların öğrenciler (işlemler) arasında fark olup olmadığını belirlemek için test yaptıkları varsayalım. İlk olarak 15 öğrencinin (bloklar) tamamına 4 sınavın hepsi uygulanmıştır.

Ancak, bu metodun çok pahalı olduğu düşünüldüğünden geriye kalan sınavlar 15 öğrencinin (işlemler) her birine beşer tane yaptırılmıştır. Veri aşağıdaki tabloda verildiği gibidir.

Çizelge 7.1. 35 öğrencinin 4 sınavdan aldığı notlar

Öğrenci (Blok)	Sınav (İşlem)				
		1	2	3	4
	1	80	83	74	85
	2	62	67	60	64
	3	73	80	69	82
	4	85	90	75	88
	5	50	57	48	60
	6	79	84	71	87
	7	90	95	86	97
	8	88	93	84	92
	9	83	90	80	91
	10	79	78	81	84
	11	66	67	60	69
	12	74	78	70	79
	13	82	79	85	78
	14	91	94	89	95
	15	83	80	81	84
	16	66	.	.	.
	17	75	.	.	.
	18	88	.	.	.
	19	77	.	.	.
	20	92	.	.	.
	21	.	70	.	.
	22	.	77	.	.
	23	.	90	.	.
	24	.	76	.	.
	25	.	95	.	.
	26	.	.	65	.
	27	.	.	86	.
	28	.	.	72	.
	29	.	.	89	.
	30	.	.	74	.
	31	.	.	.	80
	32	.	.	.	90
	33	.	.	.	70
34	.	.	.	94	
35	.	.	.	78	

Test edilen sıfır hipotezi ile karşıt hipotez aşağıdaki gibidir,

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

$$H_a : \text{En az bir } \mu_j \text{ farklı}$$

Friedman test istatistiğini hesaplamak için kullanılacak olan rasgele tamamlanmış blok tasarımının olduğu ilk 15 öğrencilik bölüm çizelge 7.2 de aşağıdaki gibi verilmiştir.

Çizelge 7.2. Rasgele tamamlanmış blok tasarımı için sıra değerleri

		Sınav (İşlem)			
Öğrenci (Blok)		1	2	3	4
	1	2	3	1	4
	2	2	4	1	3
	3	2	3	1	4
	4	2	4	1	3
	5	2	3	1	4
	6	2	3	1	4
	7	2	3	1	4
	8	2	4	1	3
	9	2	3	1	4
	10	2	1	3	4
	11	2	3	1	4
	12	2	3	1	4
	13	3	2	4	1
	14	2	3	1	4
	15	3	1	2	4

Sıra değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$R_1 = 32, R_2 = 43, R_3 = 21, R_4 = 54.$$

Friedman test istatistiği,

$$F = \frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^k \left[R_j - \frac{b(k+1)}{2} \right]^2$$

$$= 24.2$$

olarak bulunmuştur. $p\text{-değeri} = P(\chi_{(3)}^2 > 24, 2) = 0,00002$.

Çizelge 7.3. Tamamen rasgele tasarımın sıra değerleri

Öğrenci (Blok)	Sınav (İşlem)				
		1	2	3	4
	16	2	.	.	.
	17	7	.	.	.
	18	14	.	.	.
	19	9,5	.	.	.
	20	18	.	.	.
	21	.	3,5	.	.
	22	.	9,5	.	.
	23	.	16,5	.	.
	24	.	8	.	.
	25	.	20	.	.
	26	.	.	1	.
	27	.	.	13	.
	28	.	.	5	.
	29	.	.	15	.
	30	.	.	6	.
	31	.	.	.	12
	32	.	.	.	16,5
	33	.	.	.	3,5
34	.	.	.	19	
35	.	.	.	11	

Çizelge 7.3'deki sıra değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$R_1 = 50.5, R_2 = 57.5, R_3 = 40, R_4 = 62.$$

Friedman ve Kruskal-Wallis test istatistiklerinin toplamı olan T_1 istatistiği,

$$\begin{aligned}
 T_1 &= F + K \\
 &= F + \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2 \\
 &= 24,2 + 1,57 \\
 &= 25,77
 \end{aligned}$$

olarak elde edilmiştir. p değeri $= P(\chi_{(6)}^2 > 25,77) = 0,00025$.

Sonuç olarak, rasgele tamamlanmış blok tasarımının olduğu yalnızca 15 blok kullanılarak hesaplanan test istatistiğinin değeri 24,2 ve p -değeri 0,00002'dir. Friedman testi ve Kruskal-Wallis testinin birleştirilerek oluşturulan test istatistiğinin değeri 25,77 ve p -değeri 0,00025 olarak bulunmuştur. $p < \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi red edilir.

Çizelge 7.1'deki veri rasgele tamamlanmış blok tasarımı ve tamamen rasgele tasarımın bir kombinasyonu olarak verilmişti, fakat daha sonra öğrencilere 4 sınavın tümünün yerine 1, 2 veya 3 tane sınav yaptırılmıştır. Buradaki amaç dengeli tamamlanmamış blok tasarımının kullanılabileceği tasarım 3'ü uygulamaktır. 49 öğrenci olduğu varsayılın. Çizelge 7.4 bu amaçla oluşturulmuştur.

Çizelge 7.4. 3 gözlemden oluşan dengeli tamamlanmamış blok tasarımı ve 2 gözlemden oluşan eşlenmiş veri

	Sınav (İşlem)				
		1	2	3	4
Öğrenci (Blok)	36	75(1)	82(3)	81(2)	.
	37	88(1)	92(2)	.	94(3)
	38	59(1)	.	64(3)	63(2)
	39	.	73(1)	75(2)	76(3)
	40	89(1)	94(3)	92(2)	.
	41	86(1)	88(2)	.	89(3)
	42	73(1)	.	78(2)	80(3)
	43	.	70(1)	75(3)	74(2)
	44	89	95	.	.
	45	89	.	78	.
	46	67	.	.	70
	47	.	88	86	.
	48	.	70	.	76
	49	.	.	80	84

Durbin test istatistiği, D , 36-43 bloklarındaki gözlemlere dayalı olarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$$D = \frac{12(k-1)}{rk(a-1)(a+1)} \sum_{j=1}^t R_j^2 - \frac{3r(k-1)(a+1)}{a-1} .$$

$$= 10,5$$

Wilcoxon işaretli sıra test istatistiği 44-49 bloklarındaki eşlenmiş gözlemlere dayalı olarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

Çizelge 7.5. Eşlenmiş gözlemlere dayalı hesaplama

X_i	Y_i	$D_i = X_i - Y_i$	Sıra değerleri
89	95	6	4,5
89	78	-11	-6
67	70	3	2
88	86	-2	-1
70	76	6	4,5
80	84	4	3

$$T_+ = 14$$

$$W = 0,7338$$

$$W^2 = 0,54.$$

Yeni test istatistiği (tasarım 3'e dayalı),

$$T = 24,2 + 1,57 + 10,5 + 0,54 = 36,81$$

olarak bulunmuştur.

T , 10 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. p değeri 0,00061'dir. $p < \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi red edilir.

8. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, dördüncü bölümde anlatılan Page (1963), Hollander (1967) ve Uyarlanmış Page testleri ile Page testinin permütasyon versiyonunun güç ve deneysel birinci tip hata bakımından karşılaştırılması simülasyon yoluyla yapılarak sonuçlar çizelgelerle gösterilmiştir.

Simülasyon çalışmasında, test istatistiklerinin deneysel I. tip hata oranları ve testin gücü bakımından karşılaştırılmasında $t=3$, $t=4$ ve $t=5$ işlem sayıları için blok sayısı 5, 10, 15 alınarak her bir durum için 5000 tane rasgele veri üretilmiştir. Rasgele veriler $(n,p)=(5, 0,5)$ parametrelili binom dağılımından üretilerek deneysel I. tip hata oranları her test istatistiği için elde edilmiştir. Testin gücü için yine $n=5$ ve her bir işlem için farklı p değerleri alınarak ve binom dağılımından rasgele sayılar üretilerek testlerin güç değerleri elde edilmiştir. Ayrıca permütasyon testinde p -değerinin hesaplanması için 5000 tekrar yapılmış, testin gücü ve I. tip hata değerleri için $\alpha=0,05$ dikkate alınmıştır. Yapılan simülasyon çalışması için Matlab R2009A programı kullanılmıştır.

Çizelge 8.1. $\alpha = 0,05$ için testlerin deneysel 1.tip hataları

T	B	Test İstatistikleri			
		P	UP	H	PP
$t=3$	b=5	0,0308	0,0458	0,0400	0,0650
	b=10	0,0362	0,0560	0,0454	0,0624
	b=15	0,0274	0,0494	0,0446	0,0556
$t=4$	b=5	0,0322	0,0450	0,0428	0,0520
	b=10	0,0308	0,0496	0,0460	0,0548
	b=15	0,0394	0,0538	0,0498	0,0546
$t=5$	b=5	0,0370	0,0418	0,0414	0,0514
	b=10	0,0320	0,0468	0,0438	0,0498
	b=15	0,0388	0,0480	0,0464	0,0550

Binom dağılımından alınan eşit çaplı örnekler üzerinden yapılan simülasyon çalışması sonucunda $\alpha = 0,05$ 'e en yakın değerleri veren testlerin Uyarlanmış Page testi, Hollander test ve Page testinin permütasyon versiyonu olduğu gözlemlenmiştir. sıralı alternatiflere karşı sıfır hipotezinin testi için geliştirilen parametrik olmayan yöntemlerden biri olan Page testi incelenen parametre dışı testlere göre nominal α 'ya göre uzak deneysel I. tip hata oranlarını vermektedir. Page testi işlem sayısı 3 iken nominal α 'ya oldukça uzak deneysel I. tip hata değeri verirken işlem sayısı arttıkça nominal α 'ya yaklaşmıştır. Örneğin işlem sayısı 3, blok sayısı 15 iken Page testinin deneysel I. tip hata oranı 0,0274'dür. Benzer olarak işlem sayısı 5, blok sayısı 15 iken deneysel I. tip hata oranı 0,0388'dir.

Uyarlanmış Page testi ve Hollander testlerinin deneysel I. tip hata oranlarının işlem sayısı ve blok sayısının artmasından çok fazla etkilenmediği gözlenmiştir. Örneğin işlem sayısı 3, blok sayısı 15 iken Uyarlanmış Page testinin deneysel I. tip hata oranı 0,0494'dür. Benzer olarak işlem sayısı 5, blok sayısı 15 iken deneysel I. tip hata oranı 0,0480'dir. Benzer şekilde işlem sayısı 3, blok sayısı 15 iken Hollander testinin deneysel I. tip hata oranı 0,0446'dür. Benzer olarak işlem sayısı 5, blok sayısı 15 iken deneysel I. tip hata oranı 0,0464'dür.

Page testinin permütasyon versiyonunun deneysel I. tip hata oranlarının işlem sayısı arttıkça nominal α 'ya oldukça yakın değerler aldığı gözlemlenmiştir. Örneğin işlem sayısı 3, blok sayısı 5 iken Page testinin permütasyon versiyonunun deneysel I. tip hata oranı 0,0650'dir. İşlem sayısı 5, blok sayısı 5 iken Page testinin permütasyon versiyonunun deneysel I. tip hata oranı 0,0514'dür.

Genele bakıldığında Page testi nominal α 'ya en uzak deneysel I. tip hata oranını veren yöntemdir. Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonu ise nominal α 'ya yakın deneysel I. tip hata oranını veren yöntemlerdir.

Çizelge 8.2. $t=3$ için testlerin güç değerleri

				Test İstatistikleri			
P				P	UP	H	PP
$b=5$	0,1	0,15	0,2	0,1184	0,1218	0,1682	0,2636
	0,1	0,2	0,3	0,3532	0,3280	0,4374	0,5308
	0,45	0,5	0,55	0,1052	0,0846	0,1294	0,1764
	0,4	0,5	0,6	0,2744	0,2262	0,3262	0,3914
	0,7	0,75	0,8	0,1212	0,1106	0,1568	0,2142
	0,7	0,8	0,9	0,3622	0,3346	0,4420	0,5376
$b=10$	0,1	0,15	0,2	0,2550	0,2526	0,3454	0,4008
	0,1	0,2	0,3	0,6632	0,6292	0,7576	0,7748
	0,45	0,5	0,55	0,1904	0,1530	0,2328	0,2582
	0,4	0,5	0,6	0,4000	0,4500	0,5000	0,5838
	0,7	0,75	0,8	0,2068	0,1760	0,2624	0,3000
	0,7	0,8	0,9	0,6674	0,6344	0,7568	0,7746
$b=15$	0,1	0,15	0,2	0,3164	0,3470	0,4590	0,4998
	0,1	0,2	0,3	0,8104	0,8048	0,8958	0,8980
	0,45	0,5	0,55	0,2152	0,1894	0,3066	0,3168
	0,4	0,5	0,6	0,6570	0,6236	0,7728	0,7614
	0,7	0,75	0,8	0,2558	0,2480	0,3586	0,3818
	0,7	0,8	0,9	0,8080	0,8084	0,9000	0,8972

Çizelge 8.2 incelendiğinde, Page testinin genel olarak diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı düşük iken Page testinin gücünün oldukça düşük olduğu gözlemlenmiştir. Blok sayısı arttıkça Page testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,1$, $0,15$, $0,2$ iken Page testinin güç değeri $0,1184$ 'dür. $b=15$, $p=0,1$, $0,15$, $0,2$ iken Page testinin güç değeri $0,3164$ 'dür.

Uyarlanmış Page testinin güç değerleri Page testine göre yüksek fakat Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonuna göre düşüktür. Blok sayısı arttıkça Uyarlanmış Page testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,1$, $0,15$,

0,2 iken Uyarlanmış Page testinin güç değeri 0,1218'dir. $b=15$, $p=0,1$, 0,15, 0,2 iken Uyarlanmış Page testinin güç değeri 0,3470'dir.

Hollander testinin güç değerlerinin Page testi ve Uyarlanmış Page testinin güç değerlerinden yüksek fakat Page testinin permütasyon versiyonundan düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı arttıkça Hollander testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,1$, 0,15, 0,2 iken Hollander testinin güç değeri 0,1682'dir. $b=15$, $p=0,1$, 0,15, 0,2 iken Hollander testinin güç değeri 0,4590'dır.

Page testinin permütasyon versiyonunun güç değerlerinin diğer üç teste göre oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı arttıkça Page testinin permütasyon versiyonunun gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,1$, 0,15, 0,2 iken Page testinin permütasyon versiyonunun güç değeri 0,2636'dır. $b=15$, $p=0,1$, 0,15, 0,2 iken Page testinin permütasyon versiyonunun güç değeri 0,4998'dir.

Çizelge 8.2 ye genel olarak bakıldığında, $t=3$ iken, Uyarlanmış Page tesinin Page testinden daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Hollander testinin Uyarlanmış Page testi ve Page testinden daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmektedir. Page testinin permütasyon versiyonu ise diğer üç teste göre her durumda en yüksek güç değerlerine sahiptir. Ayrıca blok sayısı arttıkça, beklendiği üzere, tüm testlerin güçlerinde bir artma meydana gelmektedir.

Çizelge 8.3. $t=4$ için testlerin güç değerleri

					Test İstatistikleri			
P					P	UP	H	PP
$b=5$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,2936	0,2718	0,3752	0,4204
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,7094	0,6532	0,7774	0,8026
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,2040	0,1614	0,2526	0,2772
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,5792	0,5126	0,6502	0,6688
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,7272	0,6694	0,7890	0,8140
	0,75	0,8	0,85	0,9	0,2786	0,2564	0,3538	0,4078
$b=10$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,5034	0,4922	0,6158	0,6422
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,9494	0,9352	0,9748	0,9748
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,3504	0,3010	0,4286	0,4422
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8642	0,8298	0,9170	0,9120
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9484	0,9352	0,9730	0,9706
	0,75	0,8	0,85	0,9	0,5218	0,5028	0,6344	0,6606
$b=15$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,7062	0,6758	0,7844	0,7938
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,9936	0,9904	0,9970	0,9966
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,5056	0,4296	0,5788	0,5730
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9744	0,9614	0,9880	0,9816
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9948	0,9914	0,9982	0,9970
	0,75	0,8	0,85	0,9	0,6960	0,6586	0,7870	0,7936

Çizelge 8.3 incelendiğinde, Uyarlanmış Page testinin diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı düşük iken Uyarlanmış Page testinin gücünün oldukça düşük olduğu gözlemlenmiştir. Blok sayısı arttıkça Page testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Uyarlanmış Page testinin güç değeri $0,5126$ 'dır. $b=15$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Uyarlanmış Page testinin güç değeri $0,9614$ 'dür.

Page testinin güç değerleri Uyarlanmış Page testine göre yüksek fakat Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonuna göre düşüktür. Blok sayısı arttıkça Page testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Page

testinin güç değeri 0,5792'dir. $b=15$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Page testinin güç değeri 0,9744'dür.

Hollander testinin güç değerlerinin Page testi ve Uyarlanmış Page testinin güç değerlerinden yüksek fakat Page testinin permütasyon versiyonundan düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı arttıkça Hollander testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Hollander testinin güç değeri 0,6502'dir. $b=15$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Hollander testinin güç değeri 0,9880'dır.

Page testinin permütasyon versiyonunun güç değerlerinin diğer üç teste göre oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı arttıkça Page testinin permütasyon versiyonunun gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Page testinin permütasyon versiyonunun güç değeri 0,6688'dir. $b=15$, $p=0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Page testinin permütasyon versiyonunun güç değeri 0,9816'dır.

Çizelge 8.3'e genel olarak bakıldığında, $t=4$ iken, Uyarlanmış Page tesinin Page testine göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Ancak $t=3$ iken bu durum tam tersiydi. Hollander testinin Uyarlanmış Page testi ve Page testinden daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmektedir. Page testinin permütasyon versiyonu ise diğer üç teste göre hemen hemen her durumda en yüksek güç değerlerine sahiptir. Ayrıca blok sayısı arttıkça, beklendiği üzere, tüm testlerin güçlerinde bir artma meydana gelmiştir.

Çizelge 8.4. $t=5$ için testlerin güç değerleri

						Test İstatistikleri			
P						P	UP	H	PP
$b=5$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,5066	0,4496	0,5512	0,5982
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,9348	0,8980	0,9496	0,9536
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,3802	0,3014	0,4140	0,4444
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8962	0,8394	0,9160	0,9210
	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,5026	0,4392	0,5540	0,5922
	0,5	0,6	0,7	0,80	0,9	0,9414	0,9100	0,9560	0,9610
$b=10$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,7936	0,7642	0,8494	0,8580
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,9994	0,9988	0,9996	0,9996
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,6204	0,5486	0,6810	0,6824
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9930	0,9906	0,9964	0,9956
	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,7920	0,7650	0,8500	0,8586
	0,5	0,6	0,7	0,80	0,9	0,9990	0,9980	0,9996	0,9996
$b=15$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,9252	0,9046	0,9582	0,9536
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,7948	0,7332	0,8426	0,8342
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9994	0,9994	0,9998	1,0000
	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,9222	0,9056	0,9534	0,9502
	0,5	0,6	0,7	0,80	0,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Çizelge 8.4 incelendiğinde, Çizelge 8.3'e benzer sonuçlar elde edilmiştir. Uyarlanmış Page testinin diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı düşük iken Uyarlanmış Page testinin gücünün oldukça düşük olduğu gözlemlenmiştir. Blok sayısı arttıkça Uyarlanmış Page testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0,3$, $0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Uyarlanmış Page testinin güç değeri $0,8394$ 'dür. $b=15$, $p=0,3$, $0,4$, $0,5$, $0,6$, $0,7$ iken Uyarlanmış Page testinin güç değeri $0,9994$ 'dür.

Page testinin güç değerleri Uyarlanmış Page testine göre yüksek fakat Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonuna göre düşüktür. Blok sayısı arttıkça Page

testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ iken Page testinin güç değeri 0.8962'dir. $b=15$, $p=0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ 2 iken Page testinin güç değeri 0.9994'dür.

Hollander testinin güç değerlerinin Page testi ve Uyarlanmış Page testinin güç değerlerinden yüksek fakat Page testinin permütasyon versiyonundan düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı arttıkça Hollander testinin gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ iken Hollander testinin güç değeri 0.9160'dır. $b=15$, $p=0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ iken Hollander testinin güç değeri 0.9998'dir.

Page testinin permütasyon versiyonunun güç değerlerinin diğer üç teste göre oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Blok sayısı arttıkça Page testinin permütasyon versiyonunun gücünün arttığı görülmektedir. Örneğin $b=5$, $p=0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ iken Page testinin permütasyon versiyonunun güç değeri 0.9210'dir. $b=15$, $p=0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ iken Page testinin permütasyon versiyonunun güç değeri 1,000'dir.

Çizelge 8.4'e genel olarak bakıldığında, $t=5$ iken, Uyarlanmış Page tesinin Page testine göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Hollander testinin Uyarlanmış Page testi ve Page testinden daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu gözlemlenmektedir. Page testinin permütasyon versiyonu ise diğer üç teste göre hemen hemen her durumda en yüksek güç değerlerine sahiptir. Ayrıca blok sayısı arttıkça, beklendiği üzere, tüm testlerin güçlerinde bir artma meydana gelmiştir.

Simülasyon çalışması sonucunda, rasgele tamamlanmış blok tasarımında sıralı alternatifler için önerilen Page testi, Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonunun deneysel I. tip hata oranları ve testlerin güçleri incelenmiştir.

Deneyisel I. tip hata oranları bakımından Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonu nominal α 'ya en yakın değerleri veren parametrik olmayan yöntemler olduğu görülmüştür.

Page testinin permütasyon versiyonunun Page testi ve Uyarlanmış Page testine göre her durumda, Hollander testine göre ise hemen hemen her durumda testin gücü bakımından üstünlük sağladığı görülmüştür.

9. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada rasgele tamamlanmış blok tasarımı, eksik blok tasarımı, dengeli tamamlanmamış blok tasarımı ve karma tasarımların özellikleri incelenmiştir. Sıfır hipotezinin sıralı ve şemsiye alternatiflere karşı testi için parametrik olmayan testlerden rasgele tamamlanmış blok tasarımında kullanılan Page testi, Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonu, eksik blok tasarımında kullanılan Genelleştirilmiş Page ve Genelleştirilmiş Jonckheere testleri ve dengeli tamamlanmamış blok tasarımında kullanılan Hemmer testi incelenmiştir.

İncelenen yöntemler gerçek veri setine uygulanmış ve sonuçları yorumlanmıştır.

Tamamlanmış blok tasarımı kısmında incelenen Page testi, Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonu testlerine simülasyon çalışması yapılarak bu yöntemler farklı örnek çapları, işlem sayıları ve nominal α 'lar için testin gücü ve birinci tip hata bakımından karşılaştırılmıştır.

Yapılan simülasyon çalışması sonucunda nominal α 'ya en yakın değerleri veren testlerin Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonu olduğu görülmüştür. Page testinin ise diğer üç teste göre nominal α 'ya daha uzak değerlere sahip olduğu görülmüştür. Page testinin permütasyon versiyonunun işlem sayısı arttıkça beklendiği üzere nominal α ya daha yakın değerler verdiği tespit edilmiştir.

İşlem sayısı 3 iken Page testinin, Uyarlanmış Page testi, Hollander testi ve Page testinin permütasyon versiyonuna göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Uyarlanmış Page testi, Page testinden yüksek fakat Hollander ve Page testinin permütasyon versiyonundan daha düşük güç değerlerine sahiptir. Hollander testinin Page testi ve Uyarlanmış Page testinden daha yüksek fakat Page testinin permütasyon versiyonundan daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür. Page testinin permütasyon versiyonunun güç değerleri Page testi, Uyarlanmış Page testi ve Hollander testlerine göre oldukça yüksektir.

İşlem sayısı 4 ve 5 iken yani işlem sayısı arttığında, Page testinin güç değerlerinin Uyarlanmış Page testinin güç değerlerinden daha yüksek olduğu görülmüştür. Hollander testinin Page ve Uyarlanmış Page testine göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu anlaşılmıştır. Page testinin permütasyon versiyonunun ise Page testi, Uyarlanmış Page testi ve Hollander testlerine göre hemen hemen her durumda daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür.

Page testinin permütasyon versiyonu binom dağılımından alınan örneklerle yapılan simülasyon çalışması sonucunda nominal α 'ya en yakın ve güç bakımından en yüksek güç değerlerine sahip olduğu anlaşılmıştır.

Dolayısıyla yapılan araştırma sonucunda rasgele tamamlanmış blok tasarımında Page testinin permütasyon versiyonunun kullanılması tavsiye edilebilir.

KAYNAKLAR

Ager, J. W. and Brent, S. B., ‘‘An index of agreement between a hypothesized partial order and an emperical rank order’’, ***Journal of the American Statistical Association***, (1978).

Alvo, M. and Cabilio, P., ‘‘On the balanced incomplete block design for rankings’’, ***The Annals of Statistics***, 19, 1597-1613 (1991).

Alvo, M. and Cabilio, P., ‘‘Tables of critical values of rank tests for trend when the data incomplete’’, Technical Report No. 230, ***Labaratory for Research in Statistics and Probability***, Carleton University and University of Ottawa, (1993).

Alvo, M. and Cabilio, P., ‘‘Testing ordered alternatives in the presence of incomplete data’’, ***Journal of the American Statistical Association***, 90, 431 (1995).

Basso, D. and Salmaso, L., ‘‘A permutation test for umbrella alternatives’’, ***Stat Comput***, 21: 45-54 (2011).

Best, D. J. and Rayner, J. C. W., ‘‘Nonparametric tests for data in randomized blocks with ordered alternatives’’, ***Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences***, 3(2): 143-153 (1999).

Best, D. J., Rayner, J. C. W. and Thas, O., ‘‘Nonparametric tests for randomized block data with ties and ordered alternatives’’, ***Third Annual ASEARC Conference***, Newcastle, Australia, (2009).

Best, D. J., Brockhoff, P. B. and Rayner, J. C. W., ‘‘Tests for balanced incomplete block ranked data with ties’’, ***Statistica Neerlandica***, 60(1): 3-11 (2006).

Bhat, S. V., ‘‘Simple K-Sample Rank Tests for Umbrella Alternatives’’, ***Research Journal of Mathematics and Statistics***, 1(1): 27-29 (2009).

Cabilio, P. and Peng, J., ‘‘Multiple rank-based testing for ordered alternatives with incomplete data’’, ***Statistics and Probability Letters***, 78, 2609-2613 (2008).

Cao, L., ‘‘A comparison of the Power of the Durbin Test to the Power of the Wilcoxon Signed-Rank Test on BIBD Data’’, ***Master’s Thesis for North Dakota State University***, Statistics Depertmant, (2010).

Conover, W., ‘‘Practical non-parametric statistics’’, 3rd edn., ***Wiley***, New York, USA, (1998).

Daniel, W. W., ‘‘*Applied Nonparametric Statistics*’’, 2nd Edition., ***PWS-Kent Publishing Company***, Boston, (1990).

Dehlert, G. W., ‘‘A first course in design and analysis of experiments’’, ***Creative Commons***, (2010).

Dubnicka, S. R., Blair, R. C. and Hettmansperger, T. P., ‘‘Rank-based procedures for mixed pairs and two-sample designs’’, ***Journal of Modern Applied Statistical Methods***, 1(1):32–41 (2002).

Duran, B. S., ‘‘Page’s statistic in balanced incomplete block design’’, ***A Thesis in Statistics Submitted to the Graduate Faculty of Texas Tech University***, (1995).

Durbin, J., ‘‘Incomplete blocks in ranking experiments’’, ***British Journal of Psychology***, 4, 85–90 (1951).

Durbin, J., ‘‘Errors in Variables’’, ***Review of the International Statistical Institute***, 22, 23-32 (1954).

Düzgünes, N., Hong, K., Baldwin, P. A., Bentz, J., Nir, S. and Papahadjopoulos, D., ‘‘Fusion of phospholipid vesicles induced by divalent cations and protons. Modulation by phase transitions, free fatty acids, monovalent cations, and polyamines,’’ ***in Cell Fusion (Sowers, A. E., ed.), Plenum Press***, New York, 241–267 (1987).

Fisher, R. A., ‘‘The logic of inductive inference’’, ***J. R. Statist. Soc. A***, 98, 39-54 (1935).

Friedman, M., ‘‘The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Analysis of Variance’’, ***Journal of the American Statistical Association***, 32, 675-701 (1937).

Friedman, M., ‘‘A Comparison of Alternative Tests of Significance for the Problem of m rankings’’, ***Annals of Mathematical Statistics***, 11, 86-92 (1940).

Gökpınar, F., Bayrak, H., Yıldız, D. ve Yiğit, E., ‘‘Dengeli Tamamlanmamış Blok tasarımı, Duyusal Analiz İçin Düzeltilmiş Durbin Sıra Sayıları Testi’’, ***SAÜ Fen Edebiyat Dergisi***, (2010).

Gökpınar, E. Y., Gökpınar, F. and Bayrak, H., ‘‘Permutation approach for adjusted Durbin rank test used in balanced incomplete block designs for tied data’’, ***Iranian Journal of Science & Technology***, A3: 305-310 (2012).

Heffner, T. G., Drawbaugh, R. B. and Zigmond, M. J., ‘‘Amphetamine and operant behavior in rats: Relationship between drug effect and control response rate’’, ***Journal of Comparative and Physiological Psychology***, 86(6): 1031-1043 (1974).

Hemmer, M. T., ‘‘Nonparametric Test For The Umbrella Alternative In A Randomized Block Design And Balanced Incomplete Mixed Design’’, ***North Dakota State University of Agriculture and Applied Science***, (2012).

Hettmansperger, T. and R. Norton, "Tests for patterned alternatives in k-sample problems", *Journal of the American Statistical Association*, 82, 292–299 (1987).

Hettmansperger, T. P. and Keenan, M. A., "Tailweight, statistical inference and families of distributions-a brief survey", In G. P. Patil, S. Kotz, and J. K. Ord (Eds). *Statistical Distributions in Scientific Work*, Vol. 1 (Models and Structure). Dordrecht, Holland: D. Reidel, 161-172 (1975).

Hollander, M. and Wolfe, D. A., "Nonparametric Statistical Methods", *New York: John Wiley*, (1973).

Hollander, M., "Rank tests for randomized blocks when the alternatives have a priori ordering", *Annals of Mathematical Statistics*, 38, 867-877 (1967).

Hollander, M. and Wolfe, D. A., "Nonparametric Statistical Methods", Second Edition, *Wiley*, (1999).

Jonckheere, A. R., "A Distribution-Free k-Sample Test against Ordered Alternatives", *Biometrika*, 41, 133-145 (1954).

Jones, J. M., Wentzell, L. A. and Toews, D. P., "Posterior lymph heart pressure and rate and lymph flow in the toad *Bufo marinus* in response to hydrated and dehydrated conditions", *The Journal of Experimental Biology*, 169, 207-220 (1992).

Kepner J. L., Robinson DH. A., "Distribution-free rank test for ordered alternatives in randomized complete block designs", *Journal of the American Statistical Association*, 79: 385, 212-217 (1984).

Kim, D. H. and Kim, Y. C., "Distribution-Free Tests for Umbrella Alternatives in a Randomized Block Design", *Journal of Nonparametric Statistics*, 1, 277-285 (1992).

Kruskal, W.H. and Wallis, W.A., "Use of Ranks in One-Criterion Variance Analysis", *Journal of the American Statistical Association*, 47, 583-621 (1952).

Kuehl, R. O., "Design of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis", Pacific Grove, *CA: Duxbury Pres*, (2000).

Mack, G. A. and Wolfe, D. A., "K-Sample Rank Tests for Umbrella Alternatives", *Journal of the American Statistical Association*, 76, 175-181 (1981).

Magel, R. and arkadaşları., "Nonparametric tests for mixed designs", *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, 39(6): 1128-1250 (2010).

Millen, A. B. and Wolfe, D. A., "A class of nonparametric tests for umbrella alternatives", *Journal of Statistical Research*, 39(1): 1-18 (2005).

Montgomery, D. C., "Design and analysis of experiments", **John Wiley and Sons.**, (1997).

Ndungu, A., "A Nonparametric Test for the Non-Decreasing Alternative in an Incomplete Block Design", **Thesis for North Dakota State University**, Statistics Department, (2011).

Nugroho, S. and Govindarajulu, Z., "Nonparametric tests for random effects in the balanced incomplete block design", **Statist. Probab. Lett.** 56:431–437 (2002).

Page, E. B., "Ordered Hypotheses for Multiple Treatments: A Significance Test for Linear Ranks", **Journal of the American Statistical Association**, 58, 216-230 (1963).

Park, E. and Lee, J., "Non-parametric test of ordered alternatives in incomplete blocks", **Statistics in Medicine**, 19:1329-1337 (2000).

Pirie, W. R. and Hollander, M., "A distribution-free normal scores test for ordered alternative in the randomized block design", **Journal of the American Statistical Association**, (1972).

Pirie, W. R., "Comparing Rank Tests for Ordered Alternatives in Randomized Blocks", **The Annals of Statistics**, 2, 374-382 (1974).

Rayner, J. C. W., Thas, O. and Best D. J., "Smooth tests of goodness of fit: Using R", 2nd ed, Singapore: **Wiley**, (2009).

Salman, A. S., "A new nonparametric test for the umbrella alternative", **A Masters thesis submitted to the Department of Statistics**, North Dakota University, (2010).

Skillings and M, J.H. Skillings ve G.A. Mack, "On the use of a Friedman type statistic in balanced and unbalanced block design", **Technometrics**, 23:171-177 (1981).

Skillings, J. H. and Wolfe, D. A., "Distribution-Free Tests for Ordered Alternatives in a Randomized Block Design", **Journal of the American Statistical Association**, 73, 427-431 (1978).

Tande, L. D., Magel R. ve Strand, B. N., "Healthy eating index and abdominal obesity", **Public Health Nutrition**, 13(2), 208-214 (2009).

Terpstra, T. J., "The Asymptotic Normality and Consistency of Kendall's Test Against Trend, When Ties Are Present in One Ranking", **Indag.Math.**, 14, 327-333 (1952).

Terpstra, T. J. and Magel, R. C., "A new nonparametric test for the ordered alternative problem", **Journal of Nonparametric Statistics** 15 (3): 289-301 (2003).

Weber, D. C. and Skillings, J. H., ‘A first course in the design of experiments’, **Boca Raton**, USA: CRC Press, (2000).

Wilcoxon, F., ‘Individual Comparisons by Ranking Methods’, **Biometrics**, 1, 80-83 (1945).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : GÜL, Hasan Hüseyin
 Uyruğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 22.11.1986 / KONYA
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (312) 202 14 83
 e-mail : hasangul1986@hotmail.com, hasangul@gazi.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Selçuk Üniv./ İstatistik Bölümü	2009
Lise	Bolu Atatürk Anadolu Lisesi/Bolu	2005

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2010–	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

İlgi alanları

Tarih, Spor, Müzik.

Akademik Çalışmalar

1. Gül, H. H., Gökpınar, E. Y., Bayrak, H., Gökpınar, F. ve Özönur, D.,
 ‘‘Permutation Test Approach For Ordered Alternatives In Randomized Complete

- Block Design: A Comparative Study'', **8. Uluslararası İstatistik Günleri Sempozyumu**, Eskişehir, (2012).
2. Özönur, D., Gökpinar, E. Y., Gökpinar, F., Bayrak, H. ve Gül, H. H., "Comparison of the Goodness of Fit Tests for the Geometric Distribution'', **Gazi Üniversitesi Journal of Science**, 26(3): 369-375 (2013).
 3. Gül, H. H., Gökpinar, E. Y., Bayrak, H., Gökpinar, F. ve Özönur, D., "Permutation Test Approach For Ordered Alternatives In Randomized Complete Block Design: A Comparative Study'', **Gazi Üniversitesi Journal of Science**, Baskıda (2013).