



**YÜKSEK HIZLI KAMERA YÖNLENDİRME SİSTEMLERİ İÇİN
KONTROLCÜ TASARIMI VE UYGULAMASI**

Burak Eren BİRİNCİ

**DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

TEMMUZ 2023

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Burak Eren BİRİNCİ

21 /07 /2023

YÜKSEK HIZLI KAMERA YÖNLENDİRME SİSTEMLERİ İÇİN KONTROLÇÜ TASARIMI VE UYGULAMASI

(Doktora Tezi)

Burak Eren BİRİNCİ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2023

ÖZET

Hızlı dinamik değişimlere ve doğrusal olmayan bozucu etkilere maruz kalan füze arayıcıları, hava araçları gibi elektro-optik faydalı yüke sahip kardanlı sistemler için gürbüzlük ve kararlılık önemli başarımlar parametreleridir. Uzun yıllar bu sistemler için dinamik modellerin doğrusallaştırılması ve geleneksel kontrol algoritmaları kullanımı tercih edilmiştir. Değişken yapıli kontrolcü yaklaşımı ise modern kontrol yöntemleri arasında doğrusal ve doğrusal olmayan sistemler için yaygın olarak tercih edilmektedir. Bu çalışmada doğrusal olmayan sistemler için değişken yapıli kontrol yöntemleri önerilmiştir. Bu kapsamda teorem ve ispatlarıyla birlikte üç yeni yöntem önerilmiştir. Bunlardan ilki model referans kayan kipli kontrol yönteminin birim vektör yaklaşımı ile birleştirilerek durum bağımlı olarak türetilmesidir. Yöntem çok girişli çok çıkışlı sistemleri de kapsayacak şekilde tanımlanmıştır. İkinci olarak tek girişli sistemler için önerilen kayan sektör kontrol yöntemi ele alınmaktadır. Kayan kipli kontrolden farklı olarak bu yöntem sistemin kayma yüzeyi etrafında yer alan kararlı bir bölgeye yönlendirilerek kontrol edilmesine dayanır. Burada önerilen yeni kontrol algoritmasında tek girişli sistemler için durum bağımlı sektör tasarımı yapılmış, sektör ve yüzeyin durum bağımlı değişiminden kaynaklı etki de kontrol girişine eklenmiştir. Son olarak literatürde tek girişli tek çıkışlı sistemler için geliştirilmiş olan kayan sektör yaklaşımı norm temelli sektör tasarımı yaklaşımı ile çok girişli çok çıkışlı doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilir bir hale getirilmiştir. Önerilen yeni kayan sektör kontrol yöntemi model referans yaklaşımı temel alınarak tasarlanmıştır. Önerilen üç yöntemde de doğrusal olmayan dinamik modeller durum değişkenlerine bağımlı olarak çözülmüştür. Böylece kontrol algoritması dinamik sistemin durum değişkenlerinde meydana gelen doğrusal olmayan değişimlerine uyum sağlamıştır. Önerilen yöntemlerin benzetimlerde ve gerçek zamanlı testlerde başarımının incelenmesi için kardanın doğrusal olmayan dinamik modelleri türetilmiştir. Yapılan gerçek zamanlı testlerde başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Bilim Kodu : 91418

Anahtar Kelimeler : Model referans kontrol, kayan kipli kontrol, kayan sektör kontrol, kardan kontrolü, doğrusal olmayan kontrol, durum bağımlı Riccati denklemi

Sayfa Adedi : 110

Danışman : Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

İkinci Danışman : Doç. Dr. Bülent ÖZKAN

CONTROLLER DESIGN AND IMPLEMENTATION FOR HIGH SPEED CAMERA
POINTING AND TRACKING SYSTEMS

(Ph. D. Thesis)

Burak Eren BİRİNCİ

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

July 2023

ABSTRACT

Robustness and stability are important performance parameters for gimbal systems with electro-optical payload, such as missile seekers and aircraft, which are exposed to rapid dynamic changes and non-linear disturbance effects. Linearization of dynamic models and the classical control algorithms have been used for these systems for a long time. The variable structure controller approach is widely preferred for linear and non-linear systems among modern control methods. In this study, variable structure control methods are proposed for nonlinear systems. In this context, three new methods have been proposed with their theorems and proofs. The first of these is the state dependent derivation of the model reference sliding mode control method by combining it with the unit vector approach. The method is defined for multi-input and multi-output systems. Secondly, a sliding sector control method for single-input systems is proposed. Unlike the conventional sliding mode control, this method is based on controlling the system by directing it to a stable region around the sliding surface. In the new control algorithm proposed here, a state-dependent sector design has been created for single-input systems by including the effect of state-dependent changes in the sector and surface into the control input design. Finally, the sliding sector control, which was developed for single-input, single-output systems in the literature, has been extended to multi-input, multi-output nonlinear systems with a norm-based sector design approach. The proposed sliding sector control method is designed based on the model reference approach. In all three proposed methods, nonlinear dynamic models are solved dependent on state variables. Thus, the control algorithm has adapted to the nonlinear changes in the state variables of the dynamic system. Nonlinear dynamical models of gimbal are derived to examine the performance of the proposed methods in both simulations and real-time tests. Successful results have been obtained in real-time tests.

Science Code : 91418

Key Words : Model reference control, sliding mode control, sliding sector control, gimbal control, nonlinear control, state dependent Riccati equations

Page Number : 110

Supervisor : Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

Co-Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Bülent ÖZKAN

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca, değerli yardım ve katkılarıyla bana yol gösteren, danışmanlarım Prof. Dr. Metin U. SALAMCI'ya ve Doç. Dr. Bülent ÖZKAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tez çalışması sırasında bilgi ve desteği ile yanımda duran ve tecrübelerini paylaşan Dr. Galip Serdar TOMBUL'a teşekkürlerimi sunarım.

Alt yapı ve imkanları ile kendimi yetiştirmem ve gelişmem için gerekli ortamı sağlayan ve lisans üstü çalışmalarda çalışanlarını destekleyen TÜBİTAK SAGE'ye teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca eğitim hayatım boyunca beni teşvik ve terbiye eden anne ve babama, tez süresi boyunca sabırla yanımda duran eşime ve varlığı ile her daim yüzümü güldüren kızıma teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. KARARLILAŞTIRILMIŞ İŞARETLEME VE TAKİP SİSTEMLERİ..	9
3. DOĞRUSAL OLMAYAN KARDAN MODELİ.....	17
3.1. Kardan Kinematiği	17
3.1.1. Eksen tanımları ve dönüşüm matrisleri.....	17
3.1.2. Eksen açısal hızları ve ivmeleri.....	20
3.1.3. Eksenlere etkiyen doğrusal ivmelerin ifadesi	21
3.2. Kardan Dinamiği	23
3.2.1. Atalet kaynaklı tork bileşenleri	24
3.2.2. Statik kütle kaçıklığı	25
3.2.3. Diğer tork bileşenleri.....	26
3.3. Dinamik Denklemlerin Durum Uzayında İfadesi	26
4. MODEL REFERANS KAYAN KIPLI KONTROL.....	31
4.1. Matematiksel Tanımlamalar.....	31
4.2. Model Referans Yaklaşımı.....	33
4.3. Kayma Yüzeyi Tasarımı	36

	Sayfa
4.4. Kontrolcü Tasarımı	38
4.5. Referans Model Tasarımı	43
4.6. Sonuçlar ve Değerlendirmeler.....	43
4.6.1. Benzetim çalışmaları	43
4.6.2. Deneysel çalışma.....	51
4.6.3. Eşleşme senaryosu	57
5. MODEL REFERANS KAYAN SEKTÖR KONTROL.....	63
5.1. Tek Girişli Tek Çıkışlı Sistemler için Kayan Sektör Kontrol	65
5.1.1. Kayan sektör tasarımı.....	66
5.1.2. Kontrolcü tasarımı.....	67
5.1.3. Tek girişli tek çıkışlı kardan uygulaması	71
5.2. Çok Girişli Çok Çıkışlı Sistemler için Model Referans Kayan Sektör Kontrol .	79
5.2.1. Kayma yüzeyi tasarımı.....	79
5.2.2. Kayan sektör tasarımı.....	80
5.2.3. Kontrolcü tasarımı.....	81
5.2.4. Benzetim çalışmaları	86
5.2.5. Deneysel çalışma.....	90
5.2.6. Eşleşme senaryosu	96
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	101
KAYNAKLAR	103
ÖZGEÇMİŞ	109

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. İki eksenli kardan sistemi parametreleri	29
Çizelge 4.1. Kontrolcü tasarım süreci	42
Çizelge 4.2. Tek eksenli temsili kardan parametreleri	44
Çizelge 4.3. Platform hareketleri altında bakış hattının açısal hız değişimi	45
Çizelge 4.4. Kontrolcü ve referans model parametreleri	46
Çizelge 4.5. Basamak giriş için anahtar parametreler	49
Çizelge 5.1. Tek eksenli kardan parametreleri ve tanımları	72
Çizelge 5.2. Tek eksenli kardan parametreleri	73
Çizelge 5.3. Kayan Sektör Kontrol Parametreleri	73
Çizelge 5.4. Kontrolcü ve referans model parametreleri	86

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Kütle kararlılaştırma (sol) ve istikamet kararlılaştırma (sağ)	9
Şekil 2.2. Kütle kararlılaştırma sistemi serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması(b) .	10
Şekil 2.3. Dişli tahrikli kütle kararlılaştırıcı serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması (b)	11
Şekil 2.4. Kararlılaştırılmış ayna serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması (b)	12
Şekil 2.5. Ataletsel dengeleyicili kararlılaştırılmış ayna serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması (b)	13
Şekil 2.6. Kararlılaştırma, işaretleme ve takip sistemleri genel denetçi döngüleri blok şeması	14
Şekil 3.1. Platform, elektro-optik sistem ve hedef arasındaki kinematik ilişki	17
Şekil 3.2. Euler açıları eksen dönüşüm sırası	18
Şekil 3.3. İki eksenli kardan sistemi	19
Şekil 3.4. Yuvarlanma – yan dönme kardan konfigürasyonu eksen dönüşüm sırası.....	19
Şekil 3.5. Kütle merkezi ve eksen kaçıklığının gösterimi	25
Şekil 4.1. Platform açısal hızları	44
Şekil 4.2. Üç kontrol yöntemi (Çizelge 4.3) için platform hareketleri altında bakış hattının açısal hız değişimi.....	45
Şekil 4.3. Eksenlerin açısal konum cevapları	48
Şekil 4.4. Basamak giriş için eksenlerin hataları	49
Şekil 4.5. Eksenlerin bozucu giriş altındaki konum cevapları	50
Şekil 4.6. Eksenlerin bozucu giriş altındaki konum cevapları	50
Şekil 4.7. Test düzeneği görünümü.....	51
Şekil 4.8. Eksenlerin açısal konum cevabı.....	52
Şekil 4.9. Eksenleri açısal hızları	52
Şekil 4.10. Eksenlerin kontrol girişi	53
Şekil 4.11. Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi	53

Şekil	Sayfa
Şekil 4.12. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin açısal konum cevabı	54
Şekil 4.13. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin akım tüketimi.....	54
Şekil 4.14. Eksenlerin sinüs emir konum cevabı	55
Şekil 4.15. Aynı anda sinüs komutu için eksenlerin konum cevabı	55
Şekil 4.16. Eksenlerin bozucu giriş altındaki cevapları	56
Şekil 4.17. Eksenlerin bozucu giriş altındaki kontrolcü girişi	56
Şekil 4.18. Platform ve hedef arasındaki eşleşme senaryosu.....	57
Şekil 4.19. Platformun gövde hızları	58
Şekil 4.20. Senaryo boyunca eksenleri açısal konumları.....	58
Şekil 4.21. Senaryo boyunda eksenlerin açısal hızları.....	59
Şekil 4.22. Senaryo boyunca eksenlerin kontrolcü girişi.....	59
Şekil 4.23. Angajman boyunca kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi	60
Şekil 4.24. Kardan eksenlerinin hataları	60
Şekil 5.1. Örnek iki eksenli kardan sistemi.....	71
Şekil 5.2. Dış eksen salınım hareketi	74
Şekil 5.3. İç eksen basamak emir ve sinüs emir takibi	75
Şekil 5.4. Basamak emir ve sinüs emir takibi sırasında akım tüketimi	75
Şekil 5.5. Kayma yüzeyi ve kayan sektörün zamanla değişimi	76
Şekil 5.6. Kardan eksenlerinin hataları	76
Şekil 5.7. Bozucu giriş altındaki konum cevabı	77
Şekil 5.8. Bozucu giriş altındaki akım tüketimi.....	77
Şekil 5.9. Bozucu giriş altındaki sektör davranışı.....	78
Şekil 5.11. Eksenlerin açısal konum cevabı.....	87
Şekil 5.12. Eksenleri açısal hızları.....	87
Şekil 5.13. Eksenlerin kontrol girişi	88

Şekil	Sayfa
Şekil 5.14. Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi	88
Şekil 5.15. Eksenlerin sinüs emir konum cevabı	89
Şekil 5.16. Eksenlerin bozucu giriş altındaki cevapları	89
Şekil 5.17. Eksenlerin bozucu giriş altındaki kontrolcü girişi	90
Şekil 5.18. Eksenlerin açısal konum cevabı.....	91
Şekil 5.19. Eksenleri açısal hızları	91
Şekil 5.20. Eksenlerin kontrol girişi	92
Şekil 5.21. Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi	92
Şekil 5.22. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin açısal konum cevabı	93
Şekil 5.23. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin akım tüketimi.....	93
Şekil 5.24. Aynı anda basamak giriş komutu için kayan sektör ve kayma yüzeyi değişimi.....	94
Şekil 5.25. Eksenlerin sinüs emir konum cevabı	94
Şekil 5.26. Aynı anda sinüs komutu için eksenlerin açısal konum cevabı	95
Şekil 5.27. Eksenlerin bozucu giriş altındaki cevapları	95
Şekil 5.28. Eksenlerin bozucu giriş altındaki kontrolcü girişi	96
Şekil 5.29. Senaryo boyunca eksenleri açısal konumları.....	97
Şekil 5.30. Senaryo boyunda eksenlerin açısal hızları.....	97
Şekil 5.31. Senaryo boyunca eksenlerin kontrolcü girişi.....	98
Şekil 5.32. Angajman boyunca kayan sektör ve kayma yüzeyinin değişimi.....	98
Şekil 5.33. Kardan eksenlerinin hataları	99
Şekil 5.34. Kardan eksenlerinin hataları (takip esnasında).....	99

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
ψ	Kardanın platforma göre yandönme (İng. pitch) açısı
θ	Kardanın platforma göre yunuslama (İng. yaw) açısı
ϕ	Kardanın platforma göre yuvarlanma (İng. roll) açısı
F_0	Sabit eksen takımı
F_p	Platform gövdesinde tanımlı eksen takımı
F_s	Kardan eksenleri dönü merkezinde tanımlı eksen takımı
F_t	Hedef üzerinde tanımlı eksen takımı
O	Sabit eksen takımı merkezi
P	Platform eksen takımı merkezi
S	Kardan eksen takımı merkezi
T	Hedef eksen takımı merkezi
$\vec{r}_{T/S}$	Hedefin kardana göre bağıl konumu
$\vec{r}_{T/O}$	Hedefin yere göre bağıl konumu
$\vec{r}_{S/P}$	Kardanın platforma göre bağıl konumu
$\vec{r}_{P/O}$	Platformun yere göre bağıl konumu
$\vec{u}_i^{(k)}$	F_k eksen takımının i . birim vektörü ($i = 1, 2, 3$)
$\hat{R}_i(\alpha)$	$\vec{u}_i$ birim vektörü etrafında dönüşüm matrisi ($i = 1, 2, 3$)
$c\alpha$	α açısının kosinüsü
$s\alpha$	α açısının sinüsü
$\hat{C}^{(0,p)}$	F_0 eksen takımından F_p eksen takımına dönüşüm matrisi
$\hat{C}^{(0,s)}$	F_0 eksen takımından F_s eksen takımına dönüşüm matrisi
$\hat{C}^{(p,s)}$	F_p eksen takımından F_s eksen takımına dönüşüm matrisi
$\vec{V}_{T/S}$	Hedefin arayıcıya göre doğrusal hız vektörü

Simgeler**Açıklamalar** $\vec{V}_{T/o}$

Hedefin yere göre doğrusal hız vektörü

 $\vec{V}_{P/o}$

Platformun yere göre doğrusal hız vektörü

 $\vec{V}_{S/P}$

Kardanın platforma göre doğrusal hız vektörü

 $\vec{\omega}_{p/o}$

Platformun yere göre açısal hız vektörü

 $\vec{\omega}_{s/o}$

Kardanın yere göre açısal hız vektörü

 $\vec{\omega}_{s/p}$

Kardanın platforma göre açısal hız vektörü

 u Platform hız vektörünün $\vec{u}_1^{(p)}$ yönündeki bileşeni v Platform hız vektörünün $\vec{u}_2^{(p)}$ yönündeki bileşeni w Platform hız vektörünün $\vec{u}_3^{(p)}$ yönündeki bileşeni p Platform açısal hız vektörünün $\vec{u}_1^{(p)}$ yönündeki bileşeni q Platform açısal hız vektörünün $\vec{u}_2^{(p)}$ yönündeki bileşeni r Platform açısal hız vektörünün $\vec{u}_3^{(p)}$ yönündeki bileşeni $\vec{a}_{P/o}$

Platformun yere göre doğrusal ivme vektörü

 $\vec{a}_{T/s}$

Hedefin kardana göre doğrusal ivme vektörü

 D_k F_k eksen takımına göre türev operatörü K_{t_o}

Dış eksen motor tork sabiti

 K_{t_i}

İç eksen motor tork sabiti

 B_o

Dış eksenindeki viskoz sürtünme

 B_i

İç eksenindeki viskoz sürtünme

 K_o

Dış eksen yay sabiti

 K_i

İç eksen yay sabiti

 J_o

Dış eksen eylemsizlik momenti matrisi

 J_i

İç eksen eylemsizlik momenti matrisi

Simgeler	Açıklamalar
d_{s_o}	Dış eksen kütle merkezi kaçıklığı
d_{s_i}	İç eksen kütle merkezi kaçıklığı
$A(x)$	Durum matrisi
$B(x)$	Giriş matrisi
$x(t)$	Durum vektörü
$u(x(t))$	Giriş vektörü (Kontrol sinyali)
$s(i)$	Kayma yüzeyi fonksiyonu ($i = x, e$)
$M(i)$	Kayma yüzeyi eğimi ($i = x, e$)
$L(i)$	Lyapunov fonksiyonu ($i = x, e$)
$\delta(i)$	Kayan sektör fonksiyonu ($i = x, e$)
Q	Ağırlık matrisi
$\cdot$	Zamana göre birinci türev
$\ddot{}$	Zamana göre ikinci türev

Kısaltmalar**Açıklamalar****ÇGÇÇ**

Çok Girişli Çok Çıkışlı

DBRD

Durum Bağımlı Riccati Denklemi

DBDRD

Durum Bağımlı Diferansiyel Riccati Denklemi

KKK

Kayan Kipli Kontrol

KSK

Kayan Sektör Kontrol

MR-KKK

Model Referans Kayan Kipli Kontrol

MR-KSK

Model Referans Kayan Sektör Kontrol

1. GİRİŞ

Özellikle füze arayıcıları, hava araçları ve kardanlı sistemler gibi elektro-optik faydalı yüke sahip sistemler göz önünde bulundurulduğunda, gürbüzlük ve kararlılık, kontrol sistemi uygulamalarındaki temel kaygılardandır. Kardanlı sistemlerin çoğu iki veya daha fazla eksenenden oluşmaktadır. Bu eksenler, statik ve dinamik kütle kaçıklıkları, jiroskopik etkiler, sürtünme, yay torkları, titreşim, kinematik bağlantı (İng. kinematic coupling), ve tekillikler gibi birçok bozucu etkiye maruz kalmaktadır. Genel olarak, kardan eksenleri bağımsız olarak kontrol edilirken, iç ve dış dinamik etkenler bozucu olarak kabul edilir ve bu etkiler de tasarlanan kontrolcüler ile bastırılır. Kardan sistemleri için kontrolcü tasarımı yüksek hızlı ve hassas takip ihtiyacı nedeniyle hala aktif olarak çalışılmaktadır. Kardan sistemleri için kontrolcü tasarımı üzerine yapılan çalışmaların çoğu, [1-4]'de önerildiği gibi bağımsız eksen kontrolüne ve iç içe (İng. cascaded) döngülerden oluşan kademeli denetleyici yapılarına odaklanmaktadır.

Havacılık endüstrisinde kardan kontrolü, füzeler ve insansız hava araçları gibi kullanım alanları nedeniyle üzerinde oldukça çalışılan bir konudur. Kardan kontrolünün temelleri [1] ve [2] numaralı kaynaklarda verilmiştir. Hilkert, hata modelleri, yapısal etkileşimler, tork bozulmaları ve kararlılaştırma (İng. stabilization) teknikleri gibi ataletsel kararlılaştırılmış platform teknolojisinin temel kavramlarını [1]'de ele almıştır. Genel kararlılaştırma problemleri, bazı geleneksel kontrol sistemleri ve uyarlanabilir teknikler [3]'de incelenmiştir. Ardından, genişletilmiş Kalman filtreye sahip bir istatistiksel uyarlanabilir kontrolcü, sürtünme etkisi altındaki kardanlı bir sistemin bakış hattı (İng. line of sight, LOS) kararlılaştırması için önermiştir [3]. Jenkins ve Hilker, kardanın doğrusal dinamik modelini [4]'te anlatmış, sistemi kontrol etmek için klasik kademeli kontrolcü yapısı kullanarak ve sistemin kararlılığını artırmak için görüntü hareket telafisi (kompanzasyonu) eklemiştir. Toloei ve arkadaşları bir füze arayıcısına ait tek eksenli kardanın, kararlılaştırma döngüsü için bir model tahmine dayalı kontrol (İng. model predictive control) algoritması önermiştir. Önerilen algoritma, füze ve hedef eşleşme benzetimlerinde bir oransal ve tümlevsel (İng. proportional plus integral, PI) tipi kontrolcü ile karşılaştırılmıştır [5]. Wi ve arkadaşları tarafından bir elektro-optik takip sisteminin kardanı, uyarlanabilir bulanık oransal, tümlevsel ve türevsel (İng. proportional plus integral plus derivative, PID) kontrol yaklaşımı kullanılarak kontrol edilir. Histerezis bant anahtarlama stratejisi ve çevrimiçi öğrenme algoritması, bozucu etki altında kontrol

abalarını ayarlamak için önerilmiştir. Önerilen yöntemin başarımı gerçek zamanlı deneylerle gösterilmiştir [6]. Masten ve Hilkert farklı kardan mekanizmalarının doğrusal modelleri, klasik kontrol yöntemleri ile dinamik hedefleri takip ve kararlılaştırma başarımlarını [7]'de incelemiştir. Abdo ve arkadaşları dengesiz sistem için hareket denklemleri ve çapraz bağlantı etkilerini (İng. cross coupling effects) [8] ve [9]'da PI kademeli kontrol döngüsü ile ele almıştır.

[10]'da, yunuslama yandönme tipi iki eksenli kardan doğrusal olmayan etkilerle modellenmiştir. Daha sonra yapay sinir ağı bozucu tahmincisi (İng. disturbance estimator), dinamik ters evirme (İng. dynamic inversion) tabanlı denetleyici ve geri adım tabanlı kontrolcüler önerilmiş ve benzetimlerle karşılaştırılmıştır.

Genellikle modern kontrolcüler kullanılmasına rağmen, hassas işaretleme ve takip uygulamalarında kardan sistemler için Kayan Kipli Kontrol (KKK) yöntemi kullanımı ile ilgili çeşitli çalışmalar da mevcuttur. Espinosa ve diğerleri tarafından jiroskopik etkilere sahip doğrusal olmayan bir kardan dinamik modeli kullanılmıştır, ancak diğer etkiler dikkate alınmamıştır. İki eksenli bir kardan sisteminin hız telafisi KKK kontrol ile benzetimler yapmışlardır [11]. Naderolasli ve Tabatabaei tarafından iki eksenli doğrusal olmayan kardan sisteminin kararlılaştırılması için uyarlanabilir bir kesirli mertebe kayan kipli kontrolcü önermiştir. Yapılan çalışmada benzetimlerle sistemin geçici durum yanıtındaki iyileşmeye dikkat çekmişlerdir [12].

Ayrıca, bazı çalışmalar tekillikten kaçınma (İng. singularity avoidance), bozucu tork tahmini ve telafi tekniklerine odaklanmaktadır [13-16]. Geng ve arkadaşları [13]'te, bir tekillikten mümkün olan en hızlı kaçışı sağlamak için hızlı bir tekillik kaçış kontrol stratejisi önermiştir. Daha sonra önerilen yöntem iki farklı durum için benzetimlerle test edilmiştir. Benzetim sonuçları, bu yönlendirme stratejisinin tekilliği hızla önleyebileceğini göstermektedir. Valk ve arkadaşları [14]'te “izleme indeksi” adı verilen yeni bir tekillik ölçüsü sunmaktadır. Sunulan tekillik ölçütlerine dayalı olarak yönlü tekillikten kaçış ve kaçınma kanunu önerilmiştir. Kardan modeli ve tekillik türleri tanımlanmış, ardından önerilen yöntem başarımı benzetimler kullanılarak gösterilmiştir. Önerilen yöntem mevcut yöntemlere göre daha düşük takip hatası ile daha iyi bir tekillikten kaçış başarımı sağlamıştır [14].

Zhou ve Li, iki eksenli elektro-optik hedefleme sistemleri üzerindeki sürtünme etkilerini telafi etmek için uyarlanabilir bir KKK tekniği kullanmıştır. Çalışmada Modifiye LuGre olarak bilinen doğrusal olmayan sürtünme modellerinden birini kullanılmıştır. Yöntemin doğrusal olmayan sürtünme etkisini gözlemlene ve telafi etmedeki etkinliği benzetim ve testlerle sunulmuştur [15].

KKK, bozucu etkilere ve parametrik belirsizliklere karşı gürbüzlük özelliğinden dolayı modern kontrol yöntemlerinin yaygın olarak tercih edilen yaklaşımlarından biridir [17-19]. KKK tasarım yaklaşımları genel olarak iki tasarım aşamasından oluşur. Bunlar, "kayma yüzeyi" ve "kontrolcü" tasarım aşamaları. Birincisi sistem yüzey üzerindeyken sisteme kararlı dinamikler sağlarken ikincisi sistemin durum değişkenlerini tasarlanmış yüzeye yönlendiren ve onun üzerinde tutmak için tasarlanan girdidir. Doğrusal olmayan sistemler için kayma yüzeyi tasarımına yönelik çeşitli yaklaşımlar vardır. Bunlardan bazıları, Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) kullanılarak "durum bağımlı kayma yüzeyi" tasarımı [16, 17], uyarlanabilir kayma yüzeyi tasarımı [18], doğrusal olmayan sistemlerin kararlı manifoldlarını doğal bir kayma yüzeyi olarak kullanarak [19] kayma yüzeyi tasarımı, doğrusal olmayan sisteme bir dizi doğrusal zamanla değişen (İng. linear time-varying, LTV) sistem kullanılarak art arda yakınsama yöntemi ile kayma yüzeyi tasarımı yöntemleridir [20]. Kontrolcü tasarımının matematiksel altyapısına yönelik teorik araştırma çalışmalarına ek olarak, araştırmaların bir kısmı da fiziksel olarak uygulanabilir bir denetleyiciye sahip olmaya odaklanmaktadır [21-24].

DBRD yöntemi ile tasarlanan kontrol sistemleri sadece yerel asimptotik kararlılığı garanti eder ve genel kararlılık güvencesi sağlamaz [21, 22]. Buna ek olarak kararlılık özellikleri ile DBRD yönteminin kazandırdığı tasarım esnekliği arasındaki getiri götürü [23]'da tartışılmıştır. DBRD'nin uygulama stratejilerinden bazıları [24]'da önerilmiştir ve DBRD'nin kararlılık sorunları için çalışma bölgesi (İng. region of attraction) yaklaşımları [25-27]'de incelenmiştir. [25]'de, geleneksel yaklaşıma göre daha az ihtiyatlı bir yaklaşım önerilmiştir. Bu yaklaşımda doğrusal olmayan otonom bir sistemin çalışma bölgesinin üst sınırını tahmin etmek için bir yöntem sunulmuştur. Yöntem, vektör normları teknikleriyle karşılaştırılmıştır. Ancak önerilen yöntemin hesaplanmasının kapsamlı ve zaman alıcı olabileceği belirtilmiştir. Denge noktası etrafındaki kararlılık alanlarını hesaplamak için vektör normları kullanarak bir uçuş aracının dönme dinamiğinin çalışma bölgesini tahmin etmek için [26]'de bir yöntem önerilmiştir. Ancak, kapalı döngü sisteminin benzetim sonuçları konservatiftir (İng. conservative) [26]. Çopur ve arkadaşları DBRD'nin

hesaplama yükünün üstesinden gelmek için hareketli bir çalışma bölgesi önererek, DBRD ve hareketli çalışma bölgesine dayalı yeni bir kontrol kuralı tasarlamışlardır. Yöntemlerini 3 serbestlik dereceli laboratuvar helikopterinde test ederek doğrulamışlardır [27]. Çalışma bölgesini genişletmek için olası çözümlerden biri de, değişken yapıli denetleyici tasarlarken DBRD'yi kullanmak yerine kararlılık alanını genişletebilecek Durum Bağımlı Diferansiyel Riccati Denklemi (DBDRD) kullanılmasıdır [21].

Klasik KKK'den farklı olarak, Model Referans Kayan Kipli Kontrol (MR-KKK) yaklaşımı ile dinamik sistemlerin geçici yanıtı tasarım gereksinimlerine göre şekillendirilebilmektedir. Genel olarak, literatürde incelenen MR-KKK yaklaşımları, bir doğrusal referans model ve bir doğrusal dinamik sistem çifti varsayar ve ardından MR-KKK, doğrusal dinamik sistem için tasarlanır [17, 34-37]. MR-KKK tasarım yöntemi, eşleşen ve eşleşmeyen bozuculara ve belirsizliklere sahip doğrusal zamanla değişmeyen sistemleri için [28]'de kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Bunun yanında MR-KKK için literatürde çeşitli çalışmalar mevcuttur.

Cunha ve arkadaşları, bağıl derecesi bir olan çok değişkenli doğrusal sistemler için uyarlamalı kontrole dayalı çıktı geri beslemeli MR-KKK önermiştir. Yöntemin hızlı yakınsama davranışı benzetimlerle gösterilmiştir [29]. Wang ve arkadaşları, belirsizliği olan bir servo sistem için üstel ulaşma yasasına (İng. power reaching law) dayalı uyarlanabilir bir MR-KKK tasarlamıştır. Önerilen yöntemin konum emri izleme başarımı ve gürbüzlüğü benzetimler ile gösterilmiştir [30]. Hu ve arkadaşları, MR-KKK yöntemini histerizis benzeri bir boşluk (İng. backlash) dinamiğine sahip tek girişli bir sisteme uygulamıştır. Başarım, benzetimler kullanılarak gösterilmiştir [31].

Ayrıca doğrusal olmayan sistemler için önerilen çeşitli MR-KKK çalışmaları bulunmaktadır. Doğrusal olmayan helikopter dinamik denklemleri, uçuş zarfının belirli bir çalışma noktası etrafında doğrusallaştırılarak [28]'deki aynı MR-KKK yöntemi, [32]'deki helikopter dinamiğine de uygulanmıştır. Benzer şekilde Chang tarafından model referans uyarlanabilir kontrol tabanlı KKK yöntemleri Çok Girişli Çok Çıkışlı (ÇGÇÇ) doğrusal sistemlere de uygulanmıştır [33]. [34]'da Ganesan ve arkadaşları takip başarımını iyileştirmek ve çatırtıyı azaltmak için bir trenin uzunlamasına hareketinin doğrusal olmayan dinamik bir modeli için MR-KKK tabanlı ikinci dereceden KKK önermiştir. Aynı araştırmacılar, MR-KKK [35] kullanarak geçici yanıtı iyileştirmek ve takip hatasını

azaltmak için tren sisteminin kademeli doğrusal olmayan modeli üzerinde daha fazla çalışma yürütmüşlerdir.

KKK'nın uygulama aşamasında karşılaşılan dezavantajlardan biri, sistem yörüngeleri kayma yüzeyinde kalacak şekilde sınırlandırıldığında ortaya çıkan yüksek frekanslı kontrol sinyalinin kaynaklanan çatırdama olgusudur. Kayan kip sırasındaki çatırtıyı ortadan kaldırmak için literatürde Değişken Yapı Kontrol (İng. Variable Structure Control) sinyalinin uygun fonksiyonlarla taklit edilmesi [28, 36], uyarlamalı ve değişken kazanç yaklaşımlarının kullanılması [37, 38], daha yüksek dereceli kaydırma modları [39, 40] ve Kayan Sektör Kontrol (KSK) (İng. Sliding Sector Control) tasarımı [41] gibi çeşitli yaklaşımlar yer almaktadır.

Kayan sektör kontrol konusu ile ilgili olarak literatürde çeşitli çalışmalar mevcuttur [27, 46-51]. Bu çalışmaların önde gelenleri Furuta ve Pan'ın çalışmalarıdır. Furuta ve Pan çalışmalarında, doğrusal sistemler için cebirsel Riccati denkleminin çözümünden faydalanarak kayma yüzeyi ve kayma sektörü tasarımı önermektedir [41]. Benzer şekilde Suzuki ve arkadaşları doğrusal olmayan sistemler için durum değişkenlerine bağlı kayma sektörü tasarımı önermişlerdir [42]. Pan ve arkadaşları ise çalışmalarında diferansiyel Riccati denkleminin çözümü yardımıyla zamanla değişen, doğrusal olmayan sektör tasarımı ile kayan sektör kontrol tasarımı önermiştir [21]. Koordinat dönüşümleri yardımı ile kayma sektörleri tasarımı Korondi ve arkadaşları tarafından önerilmiştir. Bu yöntemde doğrusal olmayan sistemin derecesi artmasıyla koordinat dönüşümleri yapmak ve kararlı bir sektör tasarımı ortaya koymak zorlaşmaktadır [43]. Bunlara ek olarak farklı çalışmalarda kendinden ayarlamalı (İng. self-tuning) sistem tasarım ve bulanık sistem kontrolü gibi konularda da kayan sektör çalışmaları vardır [44, 45]. Ayrıca, Xu ve arkadaşları tarafından aerodinamik kontrol yüzeyli füzeler için kayan sektör yaklaşımı kullanılarak bir otopilot tasarlanmıştır. Tasarımda bozucular ve belirsizlik durumları da dikkate alınmıştır. [46]. Özcan ve arkadaşları doğrusal olmayan kayan sektörü, çoklu kayma sektörlerinin yardımıyla çok girişli çok çıkışlı sistemler için kullanılabilir hale getirmişlerdir. Sonuçlar bir helikopter uygulamasının otopilot tasarımıyla gösterilmiştir [47]. Kayan sektör kontrolünün diğer bir uygulama alanı sivil yapıların kontrolüdür. Katebi ve Zamen zamanla değişen kayma sektörü kontrolü, deprem titreşimleri altında yapının aktif kontrolü için kullanmıştır [48].

Kayan sektör kontrol yöntemi halen gelişmekte olan bir yöntem olduğu için yapılan çalışmaların sayısı kayan kipli kontrol çalışmalarına göre daha azdır. KSK'nın teorik altyapısı için çeşitli çalışmalarla sunulsa da, uygulamaların çoğu benzetimlerle sınırlı kalmıştır.

Bu tez çalışmasında, doğrusal olmayan kardan sistemleri için üç farklı değişken yapıları kontrolcü önerilmiştir. Önerilen kontrolcüler teoremleri ve ispatlarıyla birlikte sunulmuştur. Bu kapsamda ilk olarak doğrusal olmayan iki eksenli kardan modeli çıkarılmıştır. Elde edilen dinamik model durum uzayında ifade edilmiştir. Durum uzayında ifade geleneksel yaklaşımdan farklı olarak durum değişkenleri belirlenirken kardan ekseninin açısı ve hızı yerine kardan ekseninin açısı ve yere göre hızı kullanılmıştır. Böylelikle sistemin kararlılaştırma performansının artırılması hedeflenmiştir. Daha sonra model referans ve birim vektör yaklaşımları birleştirilerek çok girişli ve çok çıkışlı sistemleri de kapsayacak şekilde durum bağımlı olarak MR-KKK kuralı türetilmiştir. Literatürde yapılan çoğu çalışmaların aksine, doğrusal olmayan sistem doğrusallaştırılmadan durum bağımlı olarak çözülebilmektedir. Önerilen kontrol kuralı KKK'nın geleneksel yaklaşımındaki arttırılmış durum değişkeni eklemek ya da kayma yüzeyinde tümlevsel terim kullanılmasından farklı olarak doğrudan kontrol sinyaline tümlevsel terim eklenmesi şeklinde kurgulanmıştır. Böylece tasarım esnasında sistemin derecesini arttırmadan kontrolcü tasarlanabilmektedir. Önerilen yöntem iki eksenli kardan modeli için gerçek zamanlı olarak test edilmiştir.

İkinci olarak literatürdeki kayan sektör yaklaşımı için durum bağımlı olarak yeni bir kontrol kuralı önerilmiştir. Bu yöntemde kayma yüzeyinin değişimleri de kontrol sinyalinde etkili olacak şekilde bir kontrol kuralı türetilmiştir. Klasik KSK yaklaşımının tek girişli ve tek çıkışlı sistemler için kurgulanması sebebiyle yöntem tek eksenli bir kardan sistemi ile deneysel olarak test edilmiştir.

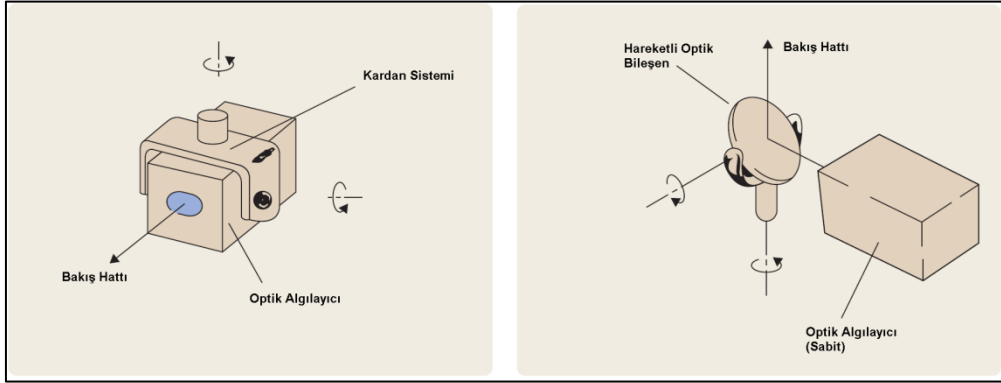
Son olarak model referans yaklaşımı KSK için uygulanarak ÇGÇÇ sistemler için Model Referans Kayan Sektör Kontrol (MR-KSK) yöntemi önerilmiştir. Literatürden farklı olarak ÇGÇÇ sistemler için kayan sektör tasarlanırken norm temelli bir yaklaşım kullanılarak tek bir sektör tasarımı ile KSK kuralı elde edilebilmiştir. Değişken yapıları kontrolcü önerilirken referans bir sektör tanımı da yapılarak sisteme için verilebilir bir hata bütçesi tanımlanmıştır. Bu sayede kontrol çabasında azalma elde edilmesi amaçlanmıştır. Bu yöntemde daha önceki bölümde anlatılan MR-KKK alt yapısı kullanılmıştır. Yapı yine

durum bağımlı olarak genişletilerek ispatlanmıştır. Bu sayede benzer bir şekilde doğrusal olmayan sistemin doğrusallaştırılma ihtiyacı ortadan kaldırılmıştır. Önerilen yöntem iki eksenli kardan modeli için gerçek zamanlı olarak test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ve değerlendirmeler ilgili bölümlerde verilmiştir.

Çalışma şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2'de kararlılaştırılmış işaretleme ve takip sistemleri hakkında genel bilgiler ve literatürdeki geleneksel yaklaşımlar anlatılmıştır. Bölüm 3'te kardan sistemleri için kinematik eşitlikler doğrusal olmayan dinamik modelleme verilerek iki eksen bir kardanın doğrusal olmayan dinamik modeli türetilmiştir. Bölüm 4'te bu çalışmanın ana katkılarından biri olan çok girişli çok çıkış sistemler için MR-KKK yöntemi ele alınmıştır. Önerilen yöntem kardan sistemi için benzetimler ve testlerle doğrulanmıştır. Bölüm 5'te öncelikle kayan sektör kontrol ve tek girişli tek çıkışlı sistemler için güncellenmiş bir doğrusal olmayan kayan sektör kontrol yöntemi önerilmiş ve testlerle doğrulanmıştır. Daha sonra yine tez çalışmasının ana katkılarından biri olan ÇGÇÇ sistemler için norm temelli MR-KSK yöntemi önerilmiştir. Önerilen algoritma benzetim ve testler ile doğrulanmıştır. Tez çalışmasında önerilen kontrol yöntemleri için kabuller, teoremler ve ispatları ilgili bölümlerde verilmiştir. Sonuç ve öneriler ise Bölüm 6'da sunulmuştur.

2. KARARLILAŞTIRILMIŞ İŞARETLEME VE TAKİP SİSTEMLERİ

Tüm kardan biçimlerinin ortak amacı hedefi takipte kullanılan optik sistemin yönlendirmesi sağlamaktır. Bu amaçla birçok elektromekanik sistem tasarlanabilir. Temelde Şekil 2.1 ile verildiği gibi kütle kararlılaştırma ve istikamet kararlılaştırma (İng. steering stabilization) olarak iki yaklaşım ele alınabilir [2, 7].



Şekil 2.1. Kütle kararlılaştırma (sol) ve istikamet kararlılaştırma (sağ) [2]

Kütle kararlılaştırmada tüm optik ve algılayıcı sistem birlikte hareket ettirilirken istikamet kararlılaştırıcı sistemlerde platform üzerindeki sabit bir algılayıcıya ayna ve benzeri sistemler hareket ettirilerek sinyal, görüntü vb. taşınır.

Bu sistemleri aşağıdaki 4 ana elektromekanik tasarımda toplayabiliriz [2].

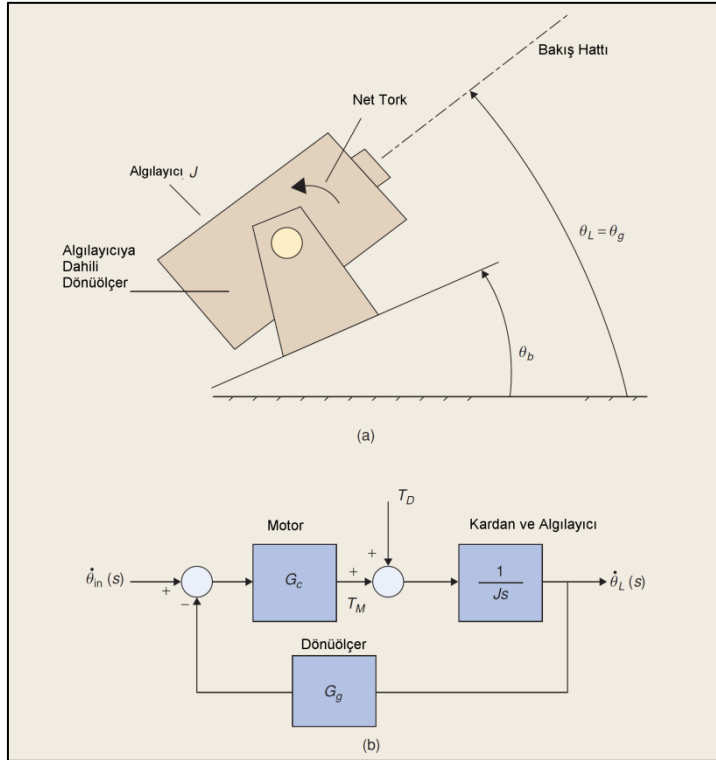
- 1- Kütle kararlılaştırma (İng. mass stabilization)
- 2- Dişli tahrikli kütle kararlılaştırma (İng. gear driven mass stabilization)
- 3- Kararlılaştırılmış ayna (İng. stabilized mirror)
- 4- Ataletsel dengeleyicili kararlılaştırılmış ayna (İng. stabilized mirror with inertial balancer)

Kütle kararlılaştırma sistemleri doğrudan tahrikli sistemlerdir. Bu sistemlerde tüm optik sistem kardan eksenleri ile birlikte hareket ettirilerek hedefe yönlendirilir. Tasarım olarak basit olmakla birlikte optik sistemin gereksinimleri sebebiyle kütle, atalet ve hacim olarak diğer seçeneklere göre daha yüksek değerlere ulaşabilir. Bu sistemlerde dedektör, optik bileşenler ile birlikte hareket halinde olduğu için ideal durumda kardan eksenlerindeki platform hareketlerinin optik sistem üzerinde doğrudan bir etkisi yoktur. Ancak bu hareket bozucu torklar halinde sisteme etki eder.

Şekil 2.2 ile verilen elektromekanik bir kütle kararlılaştırma sistem için dinamik denklem aşağıdaki gibi olur [7].

$$J\ddot{\theta}_L = T_M + T_D \quad (2.1)$$

Burada T_M motor torkunu, T_D toplam bozucu torku, J kararlılaştırılan kütlenin eylemsizlik momentini ve θ_L kardan ekseninin bakış hattı ile olan açısını ifade eder.



Şekil 2.2. Kütle kararlılaştırma sistemi serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması (b) [2]

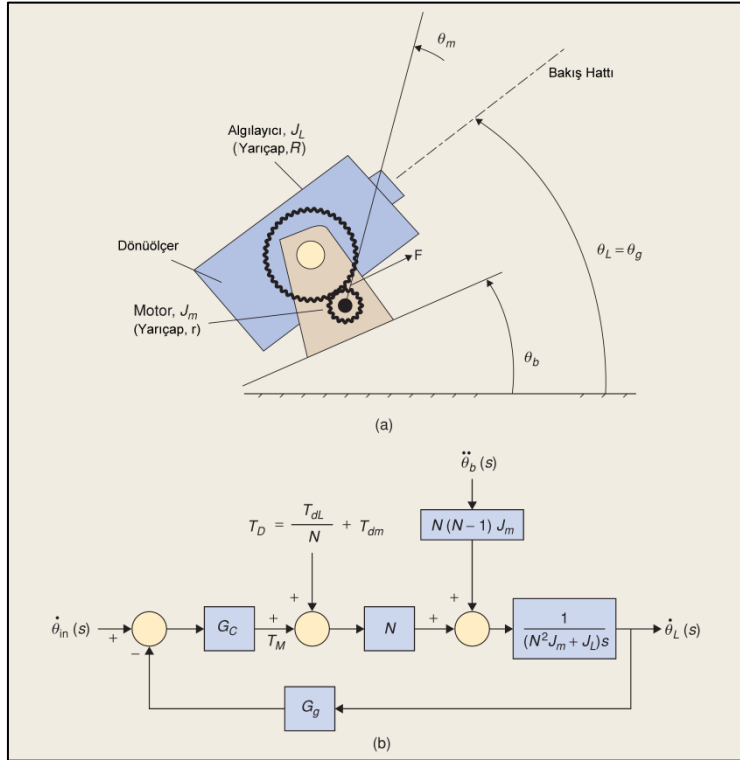
Dişli tahrikli kütle kararlılaştırıcı sistemler, kütle kararlılaştırıcı sistemlere oldukça benzerdir. Farklı olarak kardan eksenin hareketini sağlayan tork, eksen ile motor arasına yerleştirilmiş dişli mekanizması vasıtasıyla aktarılır. Bu sistem doğrudan tahrikli sistemlere oranla daha çok tork sağlayabilmektedir. Bu avantajına karşın dişli sistem için fazladan hacim ihtiyacı oluşabilmektedir. Bununla birlikte dişlilerde oluşabilecek boşluk ve sürtünme artışı da karşılaşılabilecek başka bir problemidir.

Şekil 2.3 ile verilen bir dişli tahrikli kütle kararlılaştırma sistem için dinamik denklem aşağıdaki gibidir [7].

$$J_m\ddot{\theta}_m = T_M - rF + T_{dm} \quad (2.2)$$

$$J_L \ddot{\theta}_L = -RF + T_{dL} \quad (2.3)$$

Burada J_m motor ataleti, θ_m motor açısını, T_M motor torkunu, r motor dişlisi yarıçapını, F dişliler arası kuvveti ifade eder. T_{dm} ve T_{dL} ise sırasıyla motora etki eden bozucu toklar ve algılayıcı sisteme etki eden bozucu torkları ifade eder.



Şekil 2.3. Dişli tahrikli kütle kararlılaştırıcı serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması(b) [2]

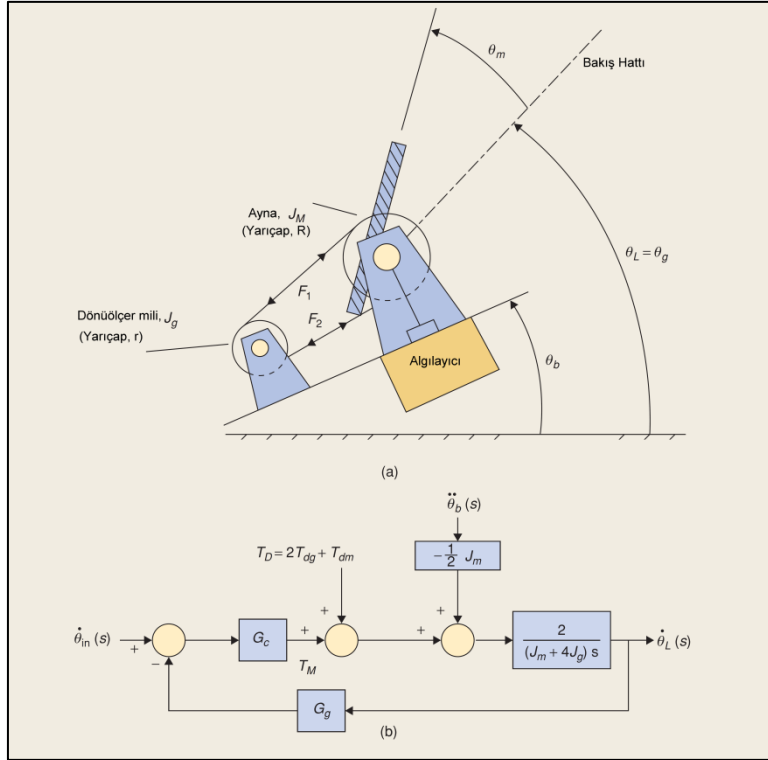
Kararlılaştırılmış ayna sistemlerinde farklı olarak elektro-optik algılayıcı dedektör platform üzerinde sabittir ve bakış hattında toplanan veriler hareketli eksenler üzerinde bulunan aynalar yardımı ile detektöre iletilir. Bu sistemler ataletin ve kütlenin azaltılması gereken durumlarda tercih edilebilirler.

Şekil 2.4 ile verilen kararlılaştırılmış ayna sistemi için dinamik denklemler aşağıdaki gibidir [2].

$$J_M \ddot{\theta}_M = T_M - R(F_1 - F_2) + T_{dm} \quad (2.4)$$

$$J_g \ddot{\theta}_g = r(F_1 - F_2) + T_{dg} \quad (2.5)$$

Burada T_{dm} ve T_{dg} sırasıyla ayna mili ve ölçer miline etki eden bozucu torklardır.



Şekil 2.4. Kararlılaştırılmış ayna serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması (b) [2]

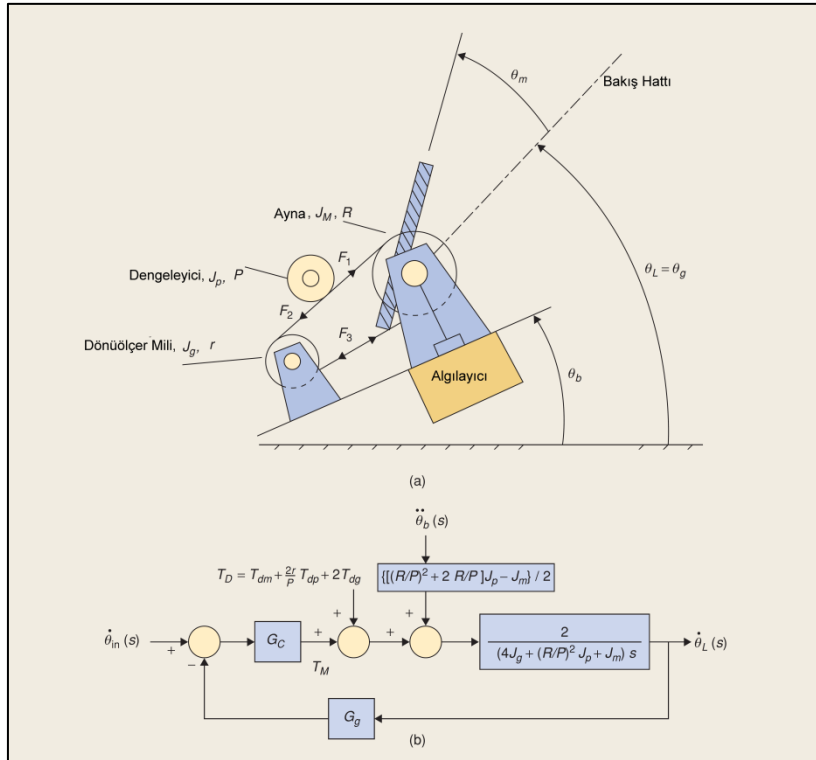
Bazı durumlarda kararlılaştırılmış ayna sistemlerinde platform hareketlerinden kaynaklanan etkileri azaltmak için ataletsel dengeleyiciler kullanılabilir. Bu durumda Şekil 2.5 ile verilen ataletsel dengeleyici kararlılaştırılmış ayna sistemi için dinamik denklemler aşağıdaki gibidir [2].

$$J_M \ddot{\theta}_M = T_M - R(F_1 - F_3) + T_{dm} \quad (2.6)$$

$$J_g \ddot{\theta}_g = r(F_2 - F_3) + T_{dg} \quad (2.7)$$

$$J_p \ddot{\theta}_p = -P(F_1 - F_2) + T_{dp} \quad (2.8)$$

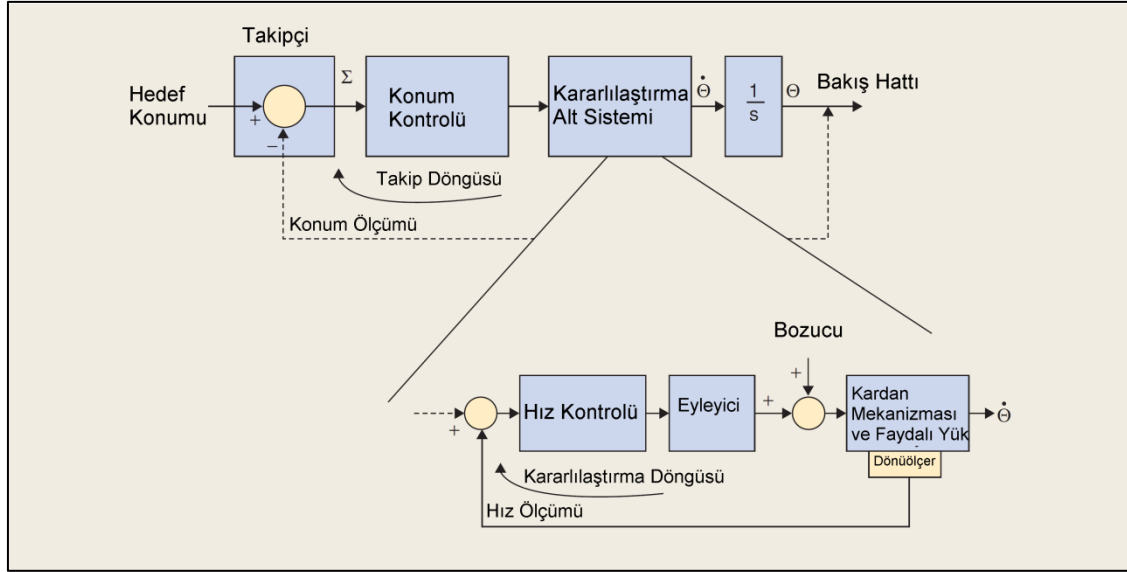
Burada J_p dengeleyici milin ataletini, θ_p dengeleyici milin açısını, P dengeleyici milin yarıçapını ve T_{dp} dengeleyiciye gelen bozucu torku ifade eder.



Şekil 2.5. Ataletsel dengeleyicili kararlılaştırılmış ayna serbest cisim diyagramı (a) ve blok şeması (b) [2]

Elektromekanik tasarım sistemin gereksinimlerine göre yukarıdan anlatılanlardan bir ya da birkaçını içerebilir. Kardan sistemleri ikinci dereceden doğrusal sistemler olarak modellenebilmektedir. Ancak birden fazla eksenin iç içe çalıştığı durumlarda eksenler arasında doğrusal olmayan etkilerin oluşacağı unutulmamalıdır.

Elektro-optik sistemlerde genel olarak her kardan eksen için o eksen kontrol eden kontrolörler tasarlanır. Sistem işaretleme ya da takip amacıyla kullanılabilir. Ayrıca dışarıdan gelecek bozucu girişlere karşı sistemin kararlılaştırılması gerekecektir. Tek eksenli bir kardan için genel denetçi döngüleri ve blok şeması Şekil 2.6 ile verilmiştir.



Şekil 2.6. Kararlılaştırma, işaretleme ve takip sistemleri genel denetçi döngüleri blok şeması [7]

Şekil 2.6'den de görüldüğü gibi genel olarak iç döngüde kararlılaştırma döngüsü dışarıda ise işaretleme ya da takip döngüsü bulunur. İşaretleme hassasiyeti (İng. pointing accuracy) sabit referans koordinat sistemi (İng. inertially reference coordinate system) ile ilgilidir. Takip hassasiyeti (İng. tracking accuracy) ise dedektör yani kardan koordinat sistemi ile ilişkilidir [49]. Yani işaretleme yapan sistemlerde kararlılaştırma döngüsü için gerekli hız bilgisinin yeryüzü referans koordinat sistemine göre elde edilmesi gerekmektedir.

Kontrol sistemi tasarlanırken dikkat edilmesi gereken birçok bozucu etken vardır. Bunlar aşağıdaki gibi gruplandırılabilir [1].

1- Bozucu torklar

- Sürtünme
- Statik kütle merkezi kaçıklığı
- Dinamik kütle merkezi kaçıklığı
- Kinematik bağlantılar ve tekillikler
- Aerodinamik torklar
- Jiroskopik torklar
- Platform titreşim kuvvetleri
- Eyleyici ve dişli tepkileri
- Kablo gibi iletim elemanları torkları
- Manyetik vuruş torku

2- Yapısal esneklik

- Eğilme
- Optik bileşenler arası yer değiştirmeler
- Elastik etkiler

3- Tork eşdeğer hatalı girişler

- Pozisyon ve hız benzeri ölçer gürültüleri
- Ölçer ve bakış hattı hizalama hataları
- Örneklemeye
- Elektronik gecikme ve gürültüler

Yukarıda bahsedilen bozucuların bir veya birkaçı sisteme aynı anda etki edebileceği gibi yapılan tasarım ve sistem gereksinimlerine göre bu bozuculardan bazıları ihmal de edilebilir. Bahsedilen parametreler ve yapısal etkileşimler sisteme bozucu giriş yapmakla beraber sistemin bant genişliğini de limitlemektedir.

Birçok durumda klasik denetim yöntemleri gereksinimleri karşılamak için yeterli gibi gözükse de daha iyi bir performans için durum geri besleme denetçiler, uyarlamalı denetçiler, gözlemci ve kestirimci tasarımları gibi daha karmaşık kontrolcü tasarımları gerekebilir [1].

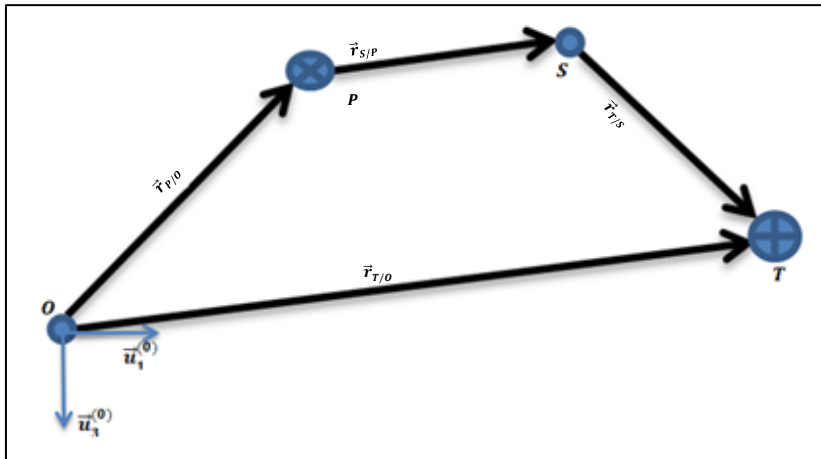
3. DOĞRUSAL OLMAYAN KARDAN MODELİ

Önceki bölümde kardanlı sistemler genel yaklaşımdaki doğrusal modellerinden ve bozuculardan bahsedilmiştir. Bu bozucuların bir kısmı sistemin kendi iç dinamiklerinden meydana gelmektedir ve doğrusal olmayan modeller ile doğrudan sistem modeli içine dâhil edilebilir. Doğrusal olmayan kardan modelini türetmeden önce kardan sistemin kinematiği incelenmelidir. Bu amaçla öncelikle kardanlı elektro-optik sistemin bir eşleşme senaryosu esnasındaki çalışma konsepti göz önünde bulundurularak kardan kinematiği anlatılmıştır. Daha sonra iki eksenli bir kardan için doğrusal olmayan kardan modeli türetilmiştir.

3.1. Kardan Kinematiği

3.1.1. Eksen tanımları ve dönüşüm matrisleri

Platform, elektro-optik sistem kardanı ve hedef arasındaki kinematik model sırasıyla sabit yer eksen takımı merkezi (O), platform gövdesinde tanımlı eksen takımı merkezi (P), kardan bakış hattına bağlı kardan eksen takımı merkezi (S) ve hedef eksen takımı merkezi (T) ifadeleri kullanılarak Şekil 3.1'deki gibi gösterilebilir. Platform eksen takımının merkezi platform ağırlık merkezi olarak seçilebileceği gibi platform hareketleri hakkında verilerin toplandığı ataletsel ölçüm biriminin (AÖB) yeri olarak da seçilebilir.



Şekil 3.1. Platform, elektro-optik sistem ve hedef arasındaki kinematik ilişki

Bu durumda hedef ile kardan arasındaki vektör aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\vec{r}_{T/S} = \vec{r}_{T/O} - \vec{r}_{S/M} - \vec{r}_{M/O} \quad (3.1)$$

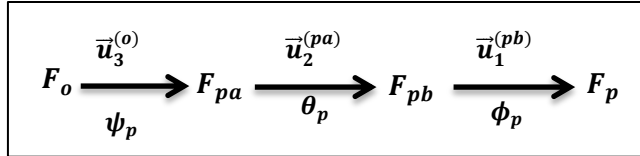
$\vec{u}_1$ x eksenindeki birim vektörü, $\vec{u}_2$ y eksenindeki birim vektörü ve $\vec{u}_3$ z eksenindeki birim vektörü ifade etmek üzere genel dönüşüm matrisleri aşağıdaki gibidir [50].

$$\hat{R}_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} = \vec{u}_1 \text{ etrafında} \quad (3.2)$$

$$\hat{R}_2(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} = \vec{u}_2 \text{ etrafında} \quad (3.3)$$

$$\hat{R}_3(\psi) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \vec{u}_3 \text{ etrafında} \quad (3.4)$$

Genel yaklaşım olarak koordinat eksenleri, ardışık olarak tanımlanan Euler açıları ile ifade edilebilir. Bu durumda F_p koordinat sisteminde tanımlı platform açısal konumu sırası ile yandönme, yunuslama ve yuvarlanma hareketlerini ifade eden Euler açıları ile tanımlanabilir. Buna göre platformun açısal konumu, F_0 yer eksen takımından F_p platform eksen takımına 3-2-1 Euler dönüş konfigürasyonuna göre ardışık dönüşler uygulanarak aşağıdaki gibi elde edilir.



Şekil 3.2. Euler açıları eksen dönüşüm sırası

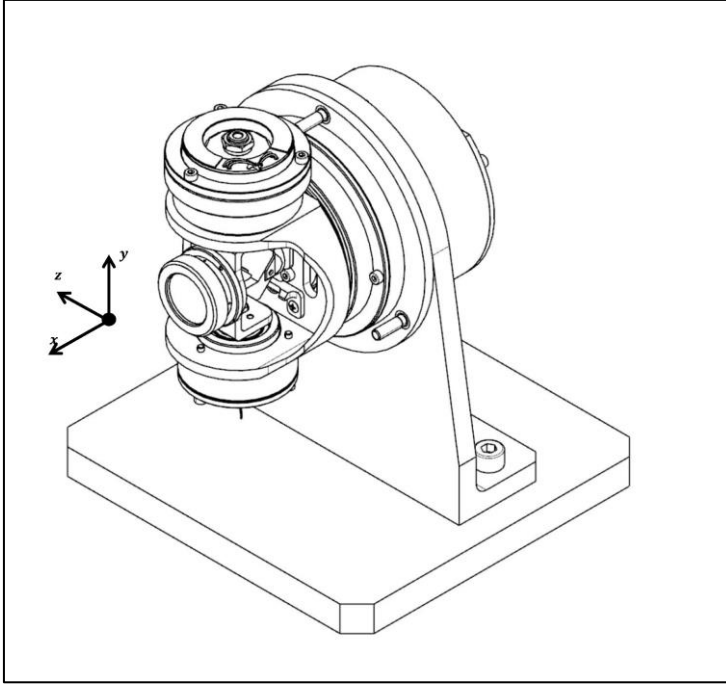
F_0 'dan F_p 'ye koordinat dönüşüm matrisi aşağıdaki eşitlik ile edilebilir.

$$\hat{C}^{(o,p)} = \hat{R}_3(\psi_p) \hat{R}_2(\theta_p) \hat{R}_1(\phi_p) \quad (3.5)$$

$$\hat{C}^{(o,p)} = \begin{bmatrix} c\psi_p c\theta_p & c\psi_p s\theta_p s\phi_p - s\psi_p c\phi_p & c\psi_p s\theta_p c\phi_p + s\psi_p s\phi_p \\ s\psi_p c\theta_p & s\psi_p s\theta_p s\phi_p + c\psi_p c\phi_p & s\psi_p s\theta_p c\phi_p - c\psi_p s\phi_p \\ -s\theta_p & c\theta_p s\phi_p & c\theta_p c\phi_p \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

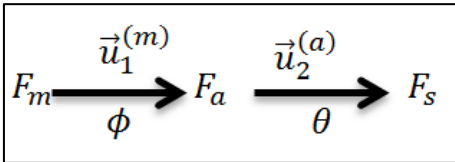
Burada ψ_p, θ_p ve ϕ_p platformun sabit eksen takımına göre sırası ile yandönme, yunuslama ve yuvarlanma açılarını ifade ederler.

Yuvarlanma – yandönme konfigürasyonuna sahip iki eksenli tipik bir kardan sistemi Şekil 3.3 ile gösterilmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi, sistem iç içe yerleştirilmiş iki elektromekanik eksenden oluşmaktadır. Dış eksen, x eksenini etrafında açısal hareket yapar ve sistemin yuvarlanma eksenini olarak adlandırılır. İç eksen ise y eksenini etrafında açısal hareket yapar ve yandönme eksenini olarak adlandırılır.



Şekil 3.3. İki eksenli kardan sistemi

Bu uygulamada ilgili bölümlerde aksi belirtilmedikçe kullanılan elektro-optik sistemin yuvarlanma – yandönme konfigürasyonuna sahip iki eksenli bir kardanı olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda arayıcı ile mühimmat arasındaki eksen dönüşümü Şekil 3.4 ile verilmiştir.



Şekil 3.4. Yuvarlanma – yandönme kardan konfigürasyonu eksen dönüşüm sırası

Yuvarlanma yandönme konfigürasyonu için eksenlerin dönüşüm matrisleri Eş. 3.7 ve Eş. 3.8 ile verildiği gibidir. Burada ϕ ve θ sırasıyla yuvarlanma ve yandönme açılarını ifade eder. Bu matrislerin çarpımı ile Eş. 3.9 ile ifade edilen kardan dönüşüm matrisi elde edilir.

$$R_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$R_2(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\hat{C}^{(m,s)} = R_1(\phi)R_2(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ s\phi s\theta & c\phi & -s\phi c\theta \\ -c\phi s\theta & s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

3.1.2. Eksen açısal hızları ve ivmeleri

Eksenlerin hızları platform kaynaklı hareketler de dâhil olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanabilir. Burada önce dış eksen olan yuvarlanma ekseninin daha sonra iç eksen olan yandönme ekseninin hız ifadeleri hesaplanır. Dış eksen için hız ifadesi Eş. 3.10 ile verildiği gibidir. Platformun açısal hız vektörünün platform eksen takımındaki bileşenleri p, q ve r değişkenleri ile ifade edilir. Bunlar sırası ile platformun x, y ve z eksenleri etrafındaki açısal hızlardır.

$$\begin{aligned} \omega_o &= [R_1(\phi)]^T \begin{bmatrix} p + \dot{\phi} \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p + \dot{\phi} \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \dot{\phi} \\ qc\phi + rs\phi \\ -qs\phi + rc\phi \end{bmatrix} \\ \omega_o &= \begin{bmatrix} \omega_{o1} \\ \omega_{o2} \\ \omega_{o3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \dot{\phi} \\ qc\phi + rs\phi \\ -qs\phi + rc\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Benzer şekilde iç eksen için hız ifadesi Eş. 3.11 ile verildiği gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \omega_i &= [R_2(\theta)]^T \left(\omega_o + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{o1} \\ \omega_{o2} \\ \omega_{o3} \end{bmatrix} \\ \omega_i &= \begin{bmatrix} \omega_{i1} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{o1}c\theta - \omega_{o3}s\theta \\ \omega_{o2} + \dot{\theta} \\ \omega_{o1}s\theta + \omega_{o3}c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}c\theta + pc\theta + qs\theta s\phi - rs\theta c\phi \\ qc\phi + rs\phi + \dot{\theta} \\ \dot{\phi}s\theta + ps\theta - qc\theta s\phi + rc\theta c\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Elde edilen hız ifadelerin zamana göre türevleri alınarak eksenlere ait ivme değerleri Eş. 3.13 ve Eş. 3.12 ile ifade edildiği gibi elde edilebilir.

$$\dot{\omega}_o = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{o_1} \\ \dot{\omega}_{o_2} \\ \dot{\omega}_{o_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p} + \ddot{\phi} \\ \dot{q}c\phi - q\dot{\phi}s\phi + \dot{r}s\phi + r\dot{\phi}c\phi \\ -\dot{q}s\phi - q\dot{\phi}c\phi + \dot{r}c\phi - r\dot{\phi}s\phi \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\dot{\omega}_i = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{i_1} \\ \dot{\omega}_{i_2} \\ \dot{\omega}_{i_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}\omega_{o_1}s\theta + \dot{\omega}_{o_1}c\theta - \dot{\theta}\omega_{o_3}c\theta - \dot{\omega}_{o_3}s\theta \\ \dot{\omega}_{o_2} + \ddot{\theta} \\ \dot{\theta}\omega_{o_1}c\theta + \dot{\omega}_{o_1}s\theta - \dot{\theta}\omega_{o_3}s\theta + \dot{\omega}_{o_3}c\theta \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.1.3. Eksenlere etkiyen doğrusal ivmelerin ifadesi

Kardan eksen takımındaki doğrusal ivme bileşenlerinin yer eksen takımındaki ifadesi $\vec{r}_{S/O}$ vektörünü tanımlayan eşitliğin iki kez türevlenmesi ile elde edilebilir.

$$\vec{r}_{S/O} = \vec{r}_{P/O} + \vec{r}_{S/P} \quad (3.14)$$

$$D_O(\vec{r}_{S/O}) = D_O(\vec{r}_{P/O}) + D_O(\vec{r}_{S/P}) \quad (3.15)$$

$$\vec{v}_{S/O} = \vec{v}_{P/O} + [D_P(\vec{r}_{S/P}) + \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P}] \quad (3.16)$$

$$\vec{v}_{S/O} = \vec{v}_{P/O} + \dot{\vec{r}}_{S/P} + \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P} \quad (3.17)$$

Benzer şekilde Eş. 3.17'nin ilk türevi ile elde edilen ivme ifadesi Eş. 3.20 ile verilmiştir.

$$D_O(\vec{v}_{S/O}) = D_O(\vec{v}_{P/O}) + D_O(\dot{\vec{r}}_{S/P}) + D_O(\vec{\omega}_{P/O}) \times \vec{r}_{S/P} + \vec{\omega}_{P/O} \times D_O(\vec{r}_{S/P}) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_{S/O} = \vec{a}_{P/O} + [D_P(\dot{\vec{r}}_{S/P}) + \vec{\omega}_{P/O} \times \dot{\vec{r}}_{S/P}] + \vec{\alpha}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P} + \vec{\omega}_{P/O} \\ \times [D_P(\vec{r}_{S/P}) + \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P}] \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\vec{a}_{S/O} = \vec{a}_{P/O} + \ddot{\vec{r}}_{S/P} + 2(\vec{\omega}_{P/O} \times \dot{\vec{r}}_{S/P}) + \vec{\alpha}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P} + \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P} \quad (3.20)$$

Burada $\vec{r}_{S/M}$ büyüklüğü sabit bir büyüklük oluşu için $\dot{\vec{r}}_{S/P} = 0$ ve $\ddot{\vec{r}}_{S/P} = 0$ olur.

$$\vec{a}_{S/O} = \vec{a}_{P/O} + \vec{\alpha}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P} + \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{r}_{S/P} \quad (3.21)$$

$$\vec{a}_{S/O}^{(o)} = \vec{a}_{P/O}^{(o)} + [\tilde{\alpha}_{P/O}^{(p)} \times \vec{r}_{S/P}^{(p)} + \tilde{\omega}_{P/O}^{(p)} \times \tilde{\omega}_{P/O}^{(p)} \times \vec{r}_{S/P}^{(p)}] \quad (3.22)$$

$\vec{a}_{P/O}^{(o)}$ ifadesi platformun ivme bileşenlerinin yer eksen takımına göre ifadesidir. Bu ifade aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$D_O(\vec{v}_{P/O}) = D_P(\vec{v}_{P/O}) + \vec{\omega}_{P/O} \times \vec{v}_{P/O} \quad (3.23)$$

$$\vec{a}_{P/O}^{(o)} = \dot{\vec{v}}_{P/O}^{(p)} + \vec{\omega}_{P/O}^{(p)} \cdot \vec{v}_{P/O}^{(p)} \quad (3.24)$$

$$\vec{a}_{P/O}^{(o)} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\vec{a}_{P/O}^{(o)} = \begin{bmatrix} \dot{u} - rv + qw \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} - qu + pv \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$\vec{\omega}_{P/O}^{(p)}$ ve $\vec{\alpha}_{P/O}^{(p)}$ ile belirtilen açısal hız ve ivme ifadeleri ise aşağıda ile sırasıyla verilmiştir.

$$\vec{\omega}_{P/O}^{(p)} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\vec{\alpha}_{P/O}^{(p)} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r} & \dot{q} \\ \dot{r} & 0 & -\dot{p} \\ -\dot{q} & \dot{p} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Bu durumda Eş.3.21 ile verilen ifade Eş.3.26, Eş.3.27 ve Eş. 3.28 kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{a}_{S/O} = \begin{bmatrix} \dot{u} - rv + qw \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} - qu + pv \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r} & \dot{q} \\ \dot{r} & 0 & -\dot{p} \\ -\dot{q} & \dot{p} & 0 \end{bmatrix} \times \vec{r}_{S/P} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \times \vec{r}_{S/P} \quad (3.29)$$

$$\vec{r}_{S/P} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Yukarıda verilen ivme ifadesi dönüşüm matrisi ile çarpılarak F_p platform gövde eksen takımında ifade edilebilir.

$$\vec{a}_{S/O}^{(p)} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} - rv + qw - r_1(q^2 + r^2) - r_2(\dot{r} - pq) + r_3(\dot{q} + pr) \\ \dot{v} + ru - pw + r_1(\dot{r} + pq) - r_2(p^2 + r^2) - r_3(\dot{p} - qr) \\ \dot{w} - qu + pv - r_1(\dot{q} - pr) + r_2(\dot{p} + qr) - r_3(p^2 + q^2) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$\bar{a}_{S/O}^{(p)}$ ifadesi elde edildikten sonra sırasıyla kardan eksen dönüşüm matrisleri ile çarpılarak eksenlere etki eden doğrusal ivme ifadeleri bulunabilir. Dış eksene etkiyen doğrusal ivme bileşenleri Eş.3.33 verilirken iç eksene etkiyen doğrusal ivme bileşenleri Eş.3.35 ile verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} a_{ox} \\ a_{oy} \\ a_{oz} \end{bmatrix} = [\hat{R}_1(\phi)]^T \bar{a}_{S/O}^{(p)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\begin{bmatrix} a_{ox} \\ a_{oy} \\ a_{oz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 c\phi + a_3 s\phi \\ -a_2 s\phi + a_3 c\phi \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\begin{bmatrix} a_{ix} \\ a_{iy} \\ a_{iz} \end{bmatrix} = [R_2(\theta)]^T \begin{bmatrix} a_{ox} \\ a_{oy} \\ a_{oz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{ox} \\ a_{oy} \\ a_{oz} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\begin{bmatrix} a_{ix} \\ a_{iy} \\ a_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{ox} c\theta - a_{oz} s\theta \\ a_{oy} \\ a_{ox} s\theta + a_{oz} c\theta \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Elde edilen ivme ifadeleri yapısal hesaplarda ve rulman seçimlerinde eksenlere etkiyen dış kuvvetlerin hesaplanmasında kullanılırlar. Buna ek olarak eşleşme boyunca eksenlerdeki kütle merkezi kaçıklığı sebebiyle oluşacak bozucu tork hesaplanırken yine bu ivme değerleri dikkate alınmaktadır.

3.2. Kardan Dinamiği

İki eksenli bir kardan sisteminin en genel hali ile dinamik denklemini elde edebilmek için sistemin her bir tork bileşenini hesaplamak gereklidir. Sistemin dinamik denklemi Eş. 3.36 ile belirtilen formdadır.

$$T = \frac{d(J\omega)}{dt} + \omega \times J\omega + B\omega + K \int \omega + D_d \quad (3.36)$$

Burada J eksenlerin ataletini, ω eksenlerini açısal hızlarını ve D_d bozucu etkilerin ifade eder. Dış eksen ve iç eksen için atalet ifadeleri Eş. 3.37 ve Eş. 3.38 ile verildiği gibidir.

$$J_o = \begin{bmatrix} J_{o_1} & -J_{o_{12}} & -J_{o_{13}} \\ -J_{o_{12}} & J_{o_2} & -J_{o_{23}} \\ -J_{o_{13}} & -J_{o_{23}} & J_{o_3} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{i_1} & -J_{i_{12}} & -J_{i_{13}} \\ -J_{i_{12}} & J_{i_2} & -J_{i_{23}} \\ -J_{i_{13}} & -J_{i_{23}} & J_{i_3} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

3.2.1. Atalet Kaynaklı Tork Bileşenleri

Eş. 3.36 ile verilen dinamik denklemin ilk iki terimi atalet kaynaklı tork bileşenlerini içerir.

Dış eksen

Dış eksen için atalet kaynaklı tork bileşenleri Eş.3.39 ile verildiği gibi yazılabilir [51].

$$T_{J_o} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{o_1}J_{o_1} + \omega_{o_2}\omega_{o_3}(J_{o_3} - J_{o_2}) - (\omega_{o_2}^2 - \omega_{o_3}^2)J_{o_{23}} - (\omega_{o_1}\omega_{o_2} + \dot{\omega}_{o_3})J_{o_{13}} + (\omega_{o_1}\omega_{o_3} - \dot{\omega}_{o_2})J_{o_{12}} \\ \dot{\omega}_{o_2}J_{o_2} + \omega_{o_1}\omega_{o_3}(J_{o_1} - J_{o_3}) - (\omega_{o_3}^2 - \omega_{o_1}^2)J_{o_{13}} - (\omega_{o_2}\omega_{o_3} + \dot{\omega}_{o_1})J_{o_{12}} + (\omega_{o_1}\omega_{o_2} - \dot{\omega}_{o_3})J_{o_{23}} \\ \dot{\omega}_{o_3}J_{o_3} + \omega_{o_1}\omega_{o_2}(J_{o_2} - J_{o_1}) - (\omega_{o_1}^2 - \omega_{o_2}^2)J_{o_{12}} - (\omega_{o_1}\omega_{o_3} + \dot{\omega}_{o_2})J_{o_{23}} + (\omega_{o_2}\omega_{o_3} - \dot{\omega}_{o_1})J_{o_{13}} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Burada dönme hareketi bir numaralı eksen yani x eksenini etrafındadır. Bu durumda dinamik denklem için x eksenini kullanılır ve gerekli ara işlemler yapılırsa Eş. 3.40 elde edilir.

$$T_{J_{o1}} = \dot{\omega}_{o_1}J_{o_1} + \omega_{o_2}\omega_{o_3}(J_{o_3} - J_{o_2}) - (\omega_{o_2}^2 - \omega_{o_3}^2)J_{o_{23}} - (\omega_{o_1}\omega_{o_2} + \dot{\omega}_{o_3})J_{o_{13}} \\ + (\omega_{o_1}\omega_{o_3} - \dot{\omega}_{o_2})J_{o_{12}} \quad (3.40)$$

İç eksen

Benzer bir şekilde iç eksen için atalet kaynaklı tork bileşenleri Eş.3.41 ile verildiği gibi elde edilebilir [51].

$$T_{J_i} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{i_1}J_{i_1} + \omega_{i_2}\omega_{i_3}(J_{i_3} - J_{i_2}) - (\omega_{i_2}^2 - \omega_{i_3}^2)J_{i_{23}} - (\omega_{i_1}\omega_{i_2} + \dot{\omega}_{i_3})J_{i_{13}} + (\omega_{i_1}\omega_{i_3} - \dot{\omega}_{i_2})J_{i_{12}} \\ \dot{\omega}_{i_2}J_{i_2} + \omega_{i_1}\omega_{i_3}(J_{i_1} - J_{i_3}) - (\omega_{i_3}^2 - \omega_{i_1}^2)J_{i_{13}} - (\omega_{i_2}\omega_{i_3} + \dot{\omega}_{i_1})J_{i_{12}} + (\omega_{i_1}\omega_{i_2} - \dot{\omega}_{i_3})J_{i_{23}} \\ \dot{\omega}_{i_3}J_{i_3} + \omega_{i_1}\omega_{i_2}(J_{i_2} - J_{i_1}) - (\omega_{i_1}^2 - \omega_{i_2}^2)J_{i_{12}} - (\omega_{i_1}\omega_{i_3} + \dot{\omega}_{i_2})J_{i_{23}} + (\omega_{i_2}\omega_{i_3} - \dot{\omega}_{i_1})J_{i_{13}} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

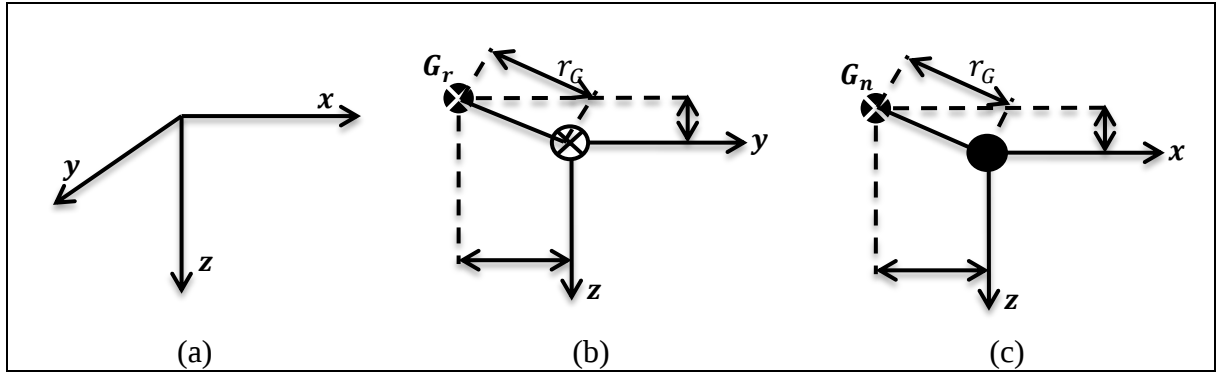
Burada dönme hareketi 2 numaralı eksen yani y eksenini etrafındadır. Bu durumda dinamik denklem için y eksenini kullanılır ve gerekli ara işlemler yapılırsa Eş. 3.42 elde edilir.

$$T_{J_{i2}} = \dot{\omega}_{i_2}J_{i_2} + \omega_{i_1}\omega_{i_3}(J_{i_1} - J_{i_3}) - (\omega_{i_3}^2 - \omega_{i_1}^2)J_{i_{13}} - (\omega_{i_2}\omega_{i_3} + \dot{\omega}_{i_1})J_{i_{12}} \\ + (\omega_{i_1}\omega_{i_2} - \dot{\omega}_{i_3})J_{i_{23}} \quad (3.42)$$

Eş.3.41 ve Eş.3.42 ile ifade edilen sisteme ait atalet kaynaklı tork bileşenleri incelendiğinde bileşenlerin üç ana gruptan oluştuğu görülmektedir. Bunlardan birincisi $\dot{\omega}J$ terimleri sistemin açısal ivmesi ve atalet momenti sebebiyle oluşan torktur. İkincisi $\omega_{i_1}\omega_{i_3}(J_{i_1} - J_{i_3})$ ve $\omega_{o_2}\omega_{o_3}(J_{o_3} - J_{o_2})$ terimleri jirooskopik etkilerden kaynaklı oluşan tork bileşenidir. Üçüncüsü ise çarpım atalet momentlerini içeren terimler olup dinamik kütle kaçıklığı sebebiyle oluşan tork bileşenleridir.

3.2.2. Statik kütle kaçıklığı

Tasarım ideal duruma göre yapılırsa bile sistemin kütle merkezi ile dönü merkezi arasında Şekil 3.4 ile gösterildiği gibi bir farklılık oluşmaktadır. Bu farklılık ve eksenlerin maruz kaldığı doğrusal ivmeler sebebiyle eksenlere etkiyen bozucu bir tork meydana gelmektedir.



Şekil 3.5. Kütle merkezi ve eksen kaçıklığının gösterimi

Statik kütle kaçıklığı Eş. 3.44'deki gibi ifade edilebilir. Burada r_G , kütle merkezi ile dönü merkezi arasındaki mesafeyi, m kütleyi, a eksenin maruz kaldığı doğrusal ivmeyi ifade eder.

$$D_s = r_G m a \quad (3.43)$$

$$d_s = r_G m \quad (3.44)$$

Eş. 3.44 ile verilen bir ifade ile her bir eksen için gr.cm cinsinden bir kütle kaçıklık miktarı tanımlanabilir. Bu durumda statik kütle kaçıklığı sebebiyle oluşan tork bileşenleri dış ve iç eksen için sırasıyla Eş. 3.45 ve Eş. 3.46 ile ifade edilebilir.

$$D_{s_o} = d_{s_o} (a_{dy}^2 + a_{dz}^2)^{1/2} \quad (3.45)$$

$$D_{s_i} = d_{s_i} (a_{i_x}^2 + a_{i_z}^2)^{1/2} \quad (3.46)$$

3.2.3. Diğer tork bileşenleri

İlk bölümde anlatılan bozucu torklardan bazıları da kullanılan elektrik motoru sebebiyle oluşan vuruğu momenti, kablaj sebebiyle oluşan doğrusal olmayan yay etkisi ve sürtünme etkileridir. Bu çalışmada kullanılan kardan sistemlerinin göre küçük olması sebebiyle bu etkiler ayrıntılı dinamik modeller ile sisteme eklememiştir. Bunun yerine tasarlanacak kontrolcülerin gürbüzlükleri ile bu etkileri bastırması hedeflenmiştir. Ancak tank kule veya gemi üzeri sistemleri gibi büyük ve bu tip etkilerin oldukça baskın olduğu sistemlerde bu modellerinde eklenmesi gerekebilir. Böyle bir durumda vuruğu momenti ile ilgili modelleme için [52]'ye, sürtünme modelleri için ise [53-55]'e başvurulabilir.

3.3. Dinamik Denklemlerin Durum Uzayında İfadesi

Yapılan türetimler ışığında tork bileşenleri eklendiğinde elde edilen dinamik denklemler Eş.3.47 ve Eş.3.49 ile verilmiştir.

$$T_o = \dot{\omega}_{o_1} J_{o_1} + \omega_{o_2} \omega_{o_3} (J_{o_3} - J_{o_2}) - (\omega_{o_2}^2 - \omega_{o_3}^2) J_{o_{23}} - (\omega_{o_1} \omega_{o_2} + \dot{\omega}_{o_3}) J_{o_{13}} \\ + (\omega_{o_1} \omega_{o_3} - \dot{\omega}_{o_2}) J_{o_{12}} + B_o \dot{\phi} + K_o \phi + T_{d_o} \quad (3.47)$$

$$T_o = K_{t_o} i_o \quad (3.48)$$

$$T_i = \dot{\omega}_{i_2} J_{i_2} + \omega_{i_1} \omega_{i_3} (J_{i_1} - J_{i_3}) - (\omega_{i_3}^2 - \omega_{i_1}^2) J_{i_{13}} - (\omega_{i_2} \omega_{i_3} + \dot{\omega}_{i_1}) J_{i_{12}} \\ + (\omega_{i_1} \omega_{i_2} - \dot{\omega}_{i_3}) J_{i_{23}} + B_i \dot{\phi} + K_i \phi + T_{d_i} \quad (3.49)$$

$$T_i = K_{t_i} i_i \quad (3.50)$$

Elde edilen dinamik denklemler durum uzayında ifade edilmek istenirse iç eksen için Eş. 3.51 ve Eş. 3.52 ile verilen durum değişkenler seçilir.

$$x_1 = \phi \text{ ve } x_2 = \omega_{o_1} \quad (3.51)$$

$$x_3 = \theta \text{ ve } x_4 = \omega_{i_2} \quad (3.52)$$

Bu durumda sistem Eş.3.53 ile verilen formda ifade edilebilir.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u + D(x) \quad (3.53)$$

Burada $A(x)$ ve $B(x)$ ÇGÇÇ sistem için sırasıyla durum ve giriş matrislerini ifade ederken $D(x)$ kardan sisteminin yüksek dereceli ve eşleşmeyen dinamiklerini içeren vektörü ifade eder.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$u = \begin{bmatrix} i_o \\ i_i \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_o}{J_{o1}} & -\frac{B_o^*}{J_{o1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_o^*}{J_{o1}J_{i2}} & -\frac{F}{J_{i2}} & -\frac{K_i}{J_{i2}} & -\frac{B_i^*}{J_{i2}} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{t_o}}{J_{o1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{t_o}^*}{J_{o1}J_{i2}} & \frac{K_{t_i}}{J_{i2}} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$D(x) = \begin{bmatrix} -p \\ -\frac{D_o}{J_{o1}} \\ -\omega_{o2} \\ -\frac{D_i}{J_{i2}} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$B_o^* = (\omega_{o3} + qs\phi - rc\phi)J_{o12} - (\omega_{o2} + qc\phi - rs\phi)J_{o13} + B_o \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} D_o = & \omega_{o2}\omega_{o3}(J_{o3} - J_{o2}) - (\omega_{o2}^2 - \omega_{o3}^2)J_{o23} \\ & - (-\dot{q}s\phi - qpc\phi + \dot{r}c\phi + rps\phi)J_{o13} \\ & - (-\dot{q}c\phi + qps\phi + \dot{r}s\phi - rpc\phi)J_{o12} - B_op \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$K_o^* = K_o(c\theta J_{i_{12}} - s\theta J_{i_{23}}) \quad (3.61)$$

$$F = \omega_{o_3}(c^2\theta - s^2\theta)(J_{i_1} - J_{i_3}) + (qc\phi - rs\phi - \omega_{o_2})(s\theta J_{i_{12}} - c\theta J_{i_{23}}) - \frac{B_o^*(c\theta J_{i_{12}} - s\theta J_{i_{23}})}{J_{o_1}} + x_2(s\theta c\theta(J_{i_1} - J_{i_3}) + J_{i_3}(c^2\theta - s^2\theta)) \quad (3.62)$$

$$B_i^* = J_{i_{12}}(\omega_{o_3}(s\theta + c\theta) + x_2(s\theta - c\theta)) + B_i \quad (3.63)$$

$$D_i = (-\dot{q}s\phi - qpc\phi + \dot{r}c\phi + rps\phi)(s\theta J_{i_{12}} - c\theta J_{i_{23}}) + \omega_{o_3}^2 s\theta c\theta(J_{i_3} - J_{i_1}) + \omega_{o_3}^2 J_{i_3}(s^2\theta - c^2\theta) - \omega_{o_3}\omega_{o_2}(c\theta J_{i_{12}} - s\theta J_{i_{23}}) - B_i\omega_{o_2} + \frac{D_o(c\theta J_{i_{12}} - s\theta J_{i_{23}})}{J_{i_1}} \quad (3.64)$$

$$K_{t_o}^* = K_{t_o}(c\theta J_{i_{12}} - s\theta J_{i_{23}}) \quad (3.65)$$

Buradaki önemli nokta sistem durum uzayı formatında ifade edilirken seçilen durum değişkenleridir. Geleneksel olarak kullanılan $x_1 = \phi$, $x_2 = \dot{\phi}$, $x_3 = \theta$ ve $x_4 = \dot{\theta}$ yerine $x_1 = \phi$, $x_2 = \omega_{o_1}$, $x_3 = \theta$ ve $x_4 = \omega_{i_2}$ durum değişkenleri olarak seçilmiştir. Burada ω_{o_1} ve ω_{i_2} kardan eksenlerinin yeryüzü koordinat eksenine göre hızlarıdır. Bir kararlılaştırma döngüsü tasarlanırken, hız ölçümü için iki temel yöntem dikkate alınır. İlk hız ölçüm yöntemi, hızın kardan eksenlerinden dönüölçer kullanılarak ölçülmesine ve ölçümün doğrudan kararlılaştırma için kullanılmasına dayanmaktadır. İkinci hız ölçüm yöntemi, hızın platformdan ölçülmesine ve daha sonra kinematik ilişkiler kullanılarak dolaylı olarak ölçümün sentezlenmesine dayanır. Buna dolaylı kararlılaştırma denir [56]. Tavsiye edilen durum uzayı gösterimi de bu yaklaşıma dayanarak türetilmiştir ve klasik faz değişkenleri yaklaşımına göre daha iyi bir kararlılaştırmaya olanak sağlamaktadır.

Yuvarlanma – yan dönme konfigürasyonuna sahip kardan modeline ait parametreler Çizelge 3.1 ile verilmiştir. Parametreler elde edilirken atalet momentleri katı model programı yardımı ile elde edilmiştir. Sürtünme katsayısı ve yay sabiti ise sistem tanımlama çalışmaları ile elde edilmiştir. Sistem tasarımında yay gibi davranacak kablaj yapısı oldukça azdır. Bunun sonucu olarak sistem tanımlamada elde edilen yay sabiti oldukça düşük çıkmıştır. Bu sebeple de sıfır olarak alınmıştır.

Çizelge 3.1. İki eksenli kardan sistemi parametreleri

Parametre	Açıklama	Değer	Birim
K_{t_o}	Dış eksen motor tork sabiti	0,2	Nm/A
K_{t_i}	İç eksen motor tork sabiti	0,02	Nm/A
B_o	Dış eksenindeki viskoz sürtünme	490×10^{-6}	Nms/rad
B_i	İç eksenindeki viskoz sürtünme	60×10^{-6}	Nms/rad
K_o	Dış eksen yay sabiti	0	Nm/rad
K_i	İç eksen yay sabiti	0	Nm/rad
J_o	Dış eksen eylemsizlik momenti matrisi	$\begin{bmatrix} 361 & -9 & -0,09 \\ -9 & 885 & -0,8 \\ -0,09 & -0,8 & 983 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$	kgm^2
J_i	İç eksen eylemsizlik momenti matrisi	$\begin{bmatrix} 70 & -0,6 & -0,05 \\ -0,6 & 60 & -0,006 \\ -0,05 & -0,006 & 112,5 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$	kgm^2
d_{s_o}	Dış eksen kütle merkezi kaçıklığı	15	$grcm$
d_{s_i}	İç eksen kütle merkezi kaçıklığı	15	$grcm$

4. MODEL REFERANS KAYAN KİPLİ KONTROL

Klasik KKK yaklaşımları literatürde başarılı bir şekilde geliştirilmiş ve bazı doğrusal olmayan dinamik sistemlere uygulanmış olsa da, MR-KKK'nin geçici davranışı şekillendirmedeki avantajları uygulayıcıların ilgisini çekmeye devam etmektedir. Bu bölümde, bir doğrusal olmayan sistem sınıfı için geliştirilmiş MR-KKK tasarım yöntemi önerilmektedir. Önerilen yöntemde, literatürdeki mevcut yöntemlerden farklı olarak, daha iyi sistem performansı sağlamak için doğrusal olmayan sistem dinamiklerini eşleşen ve eşleşmeyen belirsizliklerle birlikte ele alınmış ve durum bağımlı bir tasarım çözümü sunulmuştur. Önerilen MR-KKK yönteminde doğrusal olmayan dinamik sistem “Durum Bağımlı Katsayı” formunda tanımlanmıştır. Daha sonra DBDRD yaklaşımı kullanılarak doğrusal olmayan (durum bağımlı) bir kayma yüzeyi tasarlanmıştır. Bu amaçla öncelikle aşağıdaki bölümde verilen matematiksel tanımlamalar dikkate alınmalıdır.

4.1. Matematiksel Tanımlamalar

4.1.1. Tanım [28]

Norm, bir vektör uzayında her bir x vektörü için $\|x\|$ gerçekte sayı atayan bir fonksiyondur. Norm genel olarak aşağıdaki özellikleri sağlar.

- 1- $\|x\| \geq 0$
- 2- $\|x\| = 0 \leftrightarrow x = 0$
- 3- $\|kx\| = |k|\|x\|$ burada $|k|$, k 'nın mutlak değeridir.
- 4- $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

Üç adet vektör normu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

a) 1-norm

$$\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$$

b) Öklid normu (2-norm)

$$\|x\|_2 = (|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_n|^2)^{1/2}$$

c) Sonsuz norm

$$\|x\|_\infty = \max |x|_i, \quad (i = 1, \dots, n)$$

Yukarıdaki üç adet vektör normuna karşılık gelen üç adet matris normu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

i. 1-norm

$$\|A\|_1 = \max_j \left(\sum_i |a_{ij}| \right)$$

ii. 2- norm A matrisinin en büyük tekil değeri (İng. maximum singular value) ile elde edilir.

iii. Sonsuz norm

$$\|A\|_\infty = \max_j \left(\sum_i |a_{ij}| \right)$$

4.1.2. Tanım [28]

Karesel biçim $x_1, x_2, \dots, x_n$ gibi n değişkenli Q 'nun bir fonksiyonudur.

$$Q(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i,j=1}^n q_{ij} x_i x_j, \quad q_{ij} = q_{ji}$$

Burada x_i ve x_j , x vektörünün bileşenleridir. Bu durumda karesel biçim aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$Q(x_1, x_2, \dots, x_n) = x^T Q x$$

4.1.3. Tanım [28]

Karesel biçim daima Rayleigh prensibini sağlar.

$$\lambda_{\min}(Q) \|x\|^2 \leq x^T Q x \leq \lambda_{\max}(Q) \|x\|^2$$

4.1.4. Tanım [28]

Karesel biçimdeki $x^T Q x \geq 0$, $\forall x$ ise $x^T Q x$ pozitif yarı tanımlıdır. Eğer $x^T Q x > 0$, $x \neq 0$ ise $x^T Q x$ pozitif tanımlıdır.

4.1.5. Tanım [28]

Simetrik bir P matrisi tanımlansın.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix}$$

Bu durumda P simetrik matrisi aşağıdaki özellikleri sağlar.

$$P > 0 \Leftrightarrow \begin{array}{ll} P_{11} > 0 & \text{ve} \quad P_{22} > P_{12}^T P_{11}^{-1} P_{12} \\ P_{22} > 0 & \text{ve} \quad P_{11} > P_{12} P_{22}^{-1} P_{12}^T \end{array}$$

$P > 0 \Rightarrow T^T P T > 0$ burada T uygun boyutlarda tekil olmayan matristir.

4.2. Model Referans Yaklaşımı

Genel olarak, model referans temelli tasarımın amacı, dinamik sistemi istenen bir referans modeli takip etmeye zorlayan bir kontrolcü geliştirmektir. Bilindiği gibi durum uzayında kontrol sistemleri regülator davranışı temel alınarak geliştirilmiştir. Bu sebeple dinamik sistemin servo karakteristiği için bir kontrolcü tasarımı yapılırken hata dinamiği üzerinden bir modelleme ya da sisteme artırılmış durum değişkenleri (İng. augmented state variables) ekleyerek hatanın bir değişken olarak tanımlanması gerekmektedir. Ancak sisteme değişken eklenmesi sistem derecesini arttırdığı için her zaman kolay çözümler sunmaz. Model referans yaklaşımı, sistem denklemlerine artırılmış durum değişkenleri eklemeyen sistemler için takip kontrolcüsü (İng. tracking controller) tasarlama avantajına sahiptir. Bu nedenle, klasik integral etkisi ekleme yaklaşımlarından farklı olarak sistemin derecesini arttırmaz.

Bu bölümde, [28]'de önerilen MR-KKK tasarım yaklaşımına dayalı olarak, bir doğrusal olmayan sistem sınıfı için yeni bir MR-KKK tasarım metodolojisi önerilmiştir. Bu amaçla aşağıdaki lineer olmayan sistemi ele alalım;

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(x(t)) + f_u(x, t) + f_m(x, t) \quad (4.1)$$

Burada $x \in \mathbb{R}^n$ ve $u \in \mathbb{R}^m$ sırasıyla durum vektörü ve giriş vektörüdür. $A(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ve $B(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ise durum bağımlı matrisler olup sırasıyla durum ve giriş matrisleridir. $f_m(x, t)$ ve $f_u(x, t)$ ise sırasıyla eşlesen (İng. matched) ve eşleşmeyen (İng. unmatched) belirsizliklerdir.

Durum bağımlı Riccati denklemi tabanlı kontrolcü tasarımları birçok yazar tarafından çalışılmıştır. Konu ile ilgili sistematik ve detaylı anlatım Çimen'nin çalışmalarında

sunulmuştur. Burada [24]'da da bahsedildiği gibi $(A(x), B(x))$ matris çiftinin tüm $t \in \mathbb{R}^+$, $x \in \mathbb{R}^n$ için noktasal kontroledilebilir (İng. pointwise controllable) olduğu kabul edilmiştir.

Sistemin dinamiğinin benzetileceği referans model için Eş. 4.2 ile verilen tanımlama yapılabilir.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (4.2)$$

Burada $A_m \in \mathbb{R}^{n \times n}$ and $B_m \in \mathbb{R}^{n \times m}$ referans model için durum ve giriş matrisleridir. $x_m(t)$ ideal sistemin durum değişkenlerini ifade ederken $r(t)$ giriş vektörüdür. $r(t)$ aynı zamanda kontrol edilmek istenen dinamik sisteme gönderilen referans emirlerdir.

Bu durumda gerçek ve referans sistem için hata dinamiği ve türevi Eş. 4.3 ve Eş. 4.4 ile verildiği gibi ifade edilebilir.

$$e(t) = x(t) - x_m(t) \quad (4.3)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_m(t) \quad (4.4)$$

Hem Eş. 4.1 ile ifade edilen gerçek sistemin hem de Eş. 4.2 ile verilen referans sistemin düzenli (İng. regular) formda olduğu kabul edilmiştir. Böylelikle türetilen kontrol kuralı genelleştirilmiş olacaktır. Eğer kullanılan dinamik denklemler düzenli formda değil ise [28]'de ayrıntılı bir şekilde ifade edildiği gibi QR ayrıştırma (İng. decomposition) yöntemi yardımıyla doğrusal koordinat dönüşü yapılarak düzenli formda ifade edilebilirler. Geleneksel yaklaşımdan farklı olarak durum bağımlı sistem matrisleri için durum bağımlı bir dönüşüm matrisi elde edilecektir. Bu durumda dönüşüm matrisi ve ilgili eşitlikler aşağıdaki gibi olur. Burada $(\)_r$ ifadesi düzenli formda ifadelen matrisleri tanımlamak için kullanılmıştır.

$$x_r(t) = T_r(x)x(t) \quad (4.5)$$

$$A_r(t) = T_r(x)A(x)T_r'(x) \quad (4.6)$$

$$B_r(t) = T_r(x)B(x) \quad (4.7)$$

$$C_r(t) = C(x)(T_r(x))^{-1} \quad (4.8)$$

Eş. 4.1 ve Eş. 4.2, Eş. 4.4'de yerine koyularsa hata dinamiği aşağıdaki şekilde olur.

$$\dot{e}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(x) - A_m x_m(t) - B_m r(t) + f_m(x, t) + f_u(x, t) \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{e} = A(x)(x(t) - x_m(t)) + (A(x) - A_m)x_m(t) + B(x)u(t) - B_m r(t) \\ + f_m(x, t) + f_u(x, t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\dot{e} = A(x)e(t) + (A(x) - A_m)x_m(t) + B(x)u(t) - B_m r(t) + f_m(x, t) + f_u(x, t) \quad (4.11)$$

Eş. 4.1 ve Eş. 4.2'nin düzenli formda verilmesi şartıyla, Eş. 4.11 de düzenli formda ifade edilmiş olur. Düzenli formda ifade edilen hata dinamiği aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$\dot{e}_1 = A_{11}(x)e_1 + A_{12}(x)e_2 + A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t) \quad (4.12)$$

$$\dot{e}_2 = A_{21}(x)e_1 + A_{22}(x)e_2 + A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} + B_2(x)u(t) - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t) \quad (4.13)$$

Burada A_{11}^* , A_{12}^* , A_{21}^* ve A_{22}^* terimleri aşağıda tanımlanmıştır.

$$A_{11}^*(x) = A_{11}(x) - A_{m_{11}} \quad (4.14)$$

$$A_{12}^*(x) = A_{12}(x) - A_{m_{12}} \quad (4.15)$$

$$A_{21}^*(x) = A_{21}(x) - A_{m_{21}} \quad (4.16)$$

$$A_{22}^*(x) = A_{22}(x) - A_{m_{22}} \quad (4.17)$$

ve,

$$A(x) = \begin{bmatrix} A_{11}(x) & A_{12}(x) \\ A_{21}(x) & A_{22}(x) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$A_m = \begin{bmatrix} A_{m_{11}} & A_{m_{12}} \\ A_{m_{21}} & A_{m_{22}} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(x) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{m_2} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Burada $A_{11}, A_{m_{11}} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$, $A_{12}, A_{m_{12}} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (m)}$, $A_{21}, A_{m_{21}} \in \mathbb{R}^{(m) \times (n-m)}$, $A_{22}, A_{m_{22}} \in \mathbb{R}^{(m) \times (m)}$ ve $B_2, B_{m_2} \in \mathbb{R}^{(m) \times (m)}$ boyutlarındadır. Benzer şekilde $e_1, x_{m_1} \in \mathbb{R}^{(n-m)}$ ve $e_2, x_{m_2} \in \mathbb{R}^{(m)}$ boyutlarındadır. Buna ek olarak $\bar{f}_u(x, t)$ ve $\bar{f}_m(x, t)$, $f_u(x, t)$ ve $f_m(x, t)$ 'in uygun boyutlardaki izdüşümleridir.

4.3. Kayma Yüzeyi Tasarımı

Eş.4.12 ve Eş.4.13 ile tanımlanan dinamik sistem her örnekleme zamanında donmuş doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem olarak düşünülebilir. Bu nedenle, donmuş sistem için her örnekleme zamanında duruma bağlı kayma yüzeyi tasarlanabilir. Bu durumda $(e_1; e_2)$ hata uzay düzleminde kayma yüzeyi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$s(e) = M(x)e_1 + e_2 \quad (4.22)$$

Burada $s(e) \in \mathbb{R}^m$ hata yörüngelerinin orijine kaydığı orijinden geçen kayma yüzeyi fonksiyonudur. $M(x) \in \mathbb{R}^{(m) \times (n-m)}$ kayma yüzeyinin eğimi ifade eden durum bağımlı yüzey parametresidir.

Kayma yüzeyinin duruma bağlı eğimi, Eş. 4.12 ile verilen indirgenmiş sisteminin kararlı olacağı şekilde seçilir. Kayma yüzeyi eğiminin, indirgenmiş sistem için geri besleme kazanç matrisi gibi davranmaktadır. Bu nedenle, indirgenmiş sisteminin kontrol edilebilirliği sağlanmalıdır. Böylece kayan yüzeyin eğiminin geri besleme kontrolcüsü tasarım yöntemleri kullanılarak seçilebilir. Bu durumda indirgenmiş sisteminin kontrol edilebilirliği için aşağıdaki Lemma 4.3.1 tanımlanmıştır.

4.3.1. Lemma [28]

$(A(x), B(x))$ matris çiftinin noktasal kontrol edilebilir olması durumunda $(A_{11}(x), A_{12}(x))$ matris çifti de noktasal kontrol edilebilirdir.

İspat [28]

Düzenli formun özel yapısı ve $\det(B_2) \neq 0$ olduğu dikkate alındığında aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\text{rank}[zI - A \quad B] = \text{rank} \begin{bmatrix} zI - A_{11} & -A_{12} & 0 \\ -A_{21} & zI - A_{22} & B_2 \end{bmatrix}$$

$$= \text{rank}[zI - A_{11} \quad A_{12}] + m \quad \forall z \in \mathbb{C}$$

Bu da şu anlama gelir.

$$\text{rank}[zI - A \quad B] = n \Leftrightarrow \text{rank}[zI - A_{11} \quad B_2] = n - m$$

Bu durumda Popov-Belevitch-Hautus (PHB) merteye (İng. rank) testine göre eğer (A, B) matris çifti kontrol edilebilirse (A_{11}, A_{12}) matris çifti de kontrol edilebilirdir. ■

Eş. 4.12'ü kararlı yapacak kayma yüzeyi tasarımı için durum geri beslemeli kontrolcü tasarımına benzer bir şekilde kayma yüzeyi eğimi tasarlanırsa durum değişkenlerine bağlı kayma yüzeyi eğimi Eş. 4.23 ile verildiği gibi olur.

$$M(x) = A_{12}^T(x) \bar{P}(x) \quad (4.23)$$

Burada $\bar{P}(x)$ durum değişkenlerine bağlı pozitif tanımlı simetrik bir matristir ve Eş. 4.24 DBDRD çözümü ile elde edilir.

$$\dot{\bar{P}}(x) + \bar{P}(x)A_{11}(x) + A_{11}^T(x)\bar{P}(x) - \bar{P}(x)A_{12}(x)A_{12}^T(x)\bar{P}(x) + Q(x) = 0 \quad (4.24)$$

Burada $Q(x) \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ boyutlarında pozitif tanımlı simetrik matristir. Bunun sonucunda elde edilen $\bar{P}(x)$ matrisi de durum değişkenlerine bağlı olur. Riccati denklemi genel yaklaşım olarak geriye doğru entegrasyon yöntemi ile çözülür. Ancak DBDRD'nin ileri entegrasyonun çözümü, [21]'de belirtildiği gibi geriye doğru entegrasyon çözümüne yakınsar. Bu sebeple DBDRD, geriye doğru entegrasyon ile çözüm yerine $\bar{P}(x(t_0)) = \bar{P}^T(x(t_0)) > 0$ başlangıç koşulu için ileri entegrasyon ile çözülebilir [21]. Bu durum gerçek zamanlı çalışmalara daha uygun ve uygulanabilir olduğu için tercih sebebidir. Eş. 4.24 ile tanımlanan durum değişkenlerine bağlı cebirsel Riccati denklemi her bir örnekleme zamanında dondurularak durum bağlı olarak o zaman aralığı için çözülür. Yani $A(x)$, $B(x)$ gibi duruma bağlı matrisler ve diğerleri o anda ki x durumunda değerlendirilir. DBDRD'nin çözüm matrisi $\bar{P}(x) \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ duruma bağlı olduğundan, ortaya çıkan kayma yüzeyi de duruma bağımlıdır.

4.4. Kontrolcü Tasarımı

Önerilen MR-KKK tasarlamak için daha önce Eş.4.12 ile tanımlanan indirgenmiş sistem ve Eş. 4.22 ile tanımlanan kayma yüzeyi aşağıdaki gibi bir koordinat dönüşümü ile yeniden ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ s(e) \end{bmatrix} = T_s(x) \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Burada $T_s(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ koordinat dönüşüm matrisidir ve aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$T_s(x) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ M(x) & I \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

e_2 'nin yeni değişkenler e_1 ve $s(e)$ cinsinden ifadesi Eş. 4.27 ile tanımlanmıştır.

$$e_2 = s(e) - M(x)e_1 \quad (4.27)$$

Eş. 4.27 kullanılarak Eş. 4.12 ve Eş.4.13 yeniden düzenlenirse indirgenmiş sistemin yeni koordinat eksenlerindeki ifadesi aşağıda tanımlanmıştır.

$$\dot{e}_1 = \bar{A}_{11}(x)e_1 + A_{12}(x)s(e) + A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t) \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(e) = & \bar{A}_{21}(x)e_1 + \bar{A}_{22}(x)s(e) + \hat{A}_{21}(x)x_{m_1} + \hat{A}_{22}(x)x_{m_2} + B_2(x)u(t) - B_{m_2}r(t) \\ & + M(x)\bar{f}_u(x, t) + \bar{f}_m(x, t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Burada;

$$\bar{A}_{11}(x) = A_{11}(x) - A_{12}(x)M(x) \quad (4.30)$$

$$\bar{A}_{21}(x) = M(x)\bar{A}_{11}(x) + A_{21}(x) - A_{22}(x)M(x) + \dot{M}(x) \quad (4.31)$$

$$\bar{A}_{22}(x) = M(x)A_{12}(x) + A_{22}(x) \quad (4.32)$$

$$\hat{A}_{21}(x) = M(x)A_{11}^*(x) + A_{21}^*(x) \quad (4.33)$$

$$\hat{A}_{22}(x) = M(x)A_{12}^*(x) + A_{22}^*(x) \quad (4.34)$$

4.4.1. Teorem

Eş. 4.1 ile verilen doğrusal olmayan dinamik sistem ele alınsın. Eş. 4.22 ile belirtilen duruma bağlı kayma yüzeyinin Eş. 4.23 ve Eş. 4.24 kullanılarak tasarlandığı kabul edilsin. Bu durumda sistemin kararlılığı Eş. 4.35 ile verilen değişken yapıli kontrol kuralı ile sağlanır.

$$u(t) = u_l + u_i + u_n \quad (4.35)$$

$$u_l = -(B_2(x))^{-1} \left(\bar{A}_{21}(x)e_1 + K_l \bar{A}_{22}(x)s(e) + \hat{A}_{21}(x)x_{m_1} + \hat{A}_{22}(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) \right) \quad (4.36)$$

$$u_i = -(B_2(x))^{-1} K_i \int s(e) dt \quad (4.37)$$

$$u_n = -(B_2(x))^{-1} K_n \text{sign}(s(e)) \quad (4.38)$$

Burada kontrolcü kazançları K_l , K_i ve K_n aşağıdaki eşitsizlikleri sağlayan pozitif katsayılardır.

$$K_l > 1 \quad (4.39)$$

$$\left\| K_i \int s(e) dt \right\| + \|K_n\| > \|M(x)\bar{f}_u(x, t)\| + \|\bar{f}_m(x, t)\| \quad (4.40)$$

Ayrıca aşağıdaki eşitsizlik sağlanır.

$$\|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\| < \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(\bar{Q}(x))}{\lambda_{\max}(\bar{P}(x))} \|e_1\| \quad (4.41)$$

İspat

Sistemin kararlılığı sistem yörüngelerinin kayma yüzeyini üzerinde olduğu ve olmadığı olmak üzere iki durumda incelenebilir.

Durum 1: Sistem yörüngelerinin kayma yüzeyini üzerinde olma durumu. Yani kayma yüzeyini değeri $s(e) = 0$ olduğunda Eş. 4.29 sıfıra eşit olur. Bu koşulda Eş. 4.28 aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{e}_1 = \bar{A}_{11}(x)e_1 + A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t) \quad (4.42)$$

Kararlılık analizi için Lyapunov fonksiyonu Eş. 4.43 ile verildiği gibi seçilebilir.

$$L(x) = e_1^T \bar{P}(x)e_1 > 0 \quad (4.43)$$

Lyapunov fonsiyonun türevi aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= \dot{e}_1^T \bar{P}(x)e_1 + e_1^T \dot{\bar{P}}(x)e_1 + e_1^T \bar{P}(x)\dot{e}_1 \\ &= e_1^T [(\bar{A}_{11}^T(x) - M^T(x)A_{12}^T(x))\bar{P}(x) + \bar{P}(x)(\bar{A}_{11}(x) - A_{12}(x)M(x)) \\ &\quad + \dot{\bar{P}}(x)]e_1 + 2e_1^T \bar{P}(x) (A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)) \end{aligned} \quad (4.44)$$

Eş. 4.23, Eş. 4.24 ve Eş. 4.30 yukarıdaki eşitlikte yerine koyulursa;

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= -e_1^T \bar{Q}(x)e_1 - e_1^T (\bar{P}(x)A_{12}(x)A_{12}^T(x)\bar{P}(x))e_1 + 2e_1^T \bar{P}(x) (A_{11}^*(x)x_{m_1} + \\ &\quad A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)) \\ &= -e_1^T \bar{Q}(x)e_1 + 2e_1^T \bar{P}(x) (A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)) \\ &\leq -\lambda_{\min}(\bar{Q}(x))\|e_1\|^2 + 2\|\bar{P}(x)e_1\|\|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\| \\ &\leq -\lambda_{\min}(\bar{Q}(x))\|e_1\|^2 + 2\lambda_{\max}(\bar{P}(x))\|e_1\|\|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\| \end{aligned} \quad (4.45)$$

Burada $\bar{Q}(x) = Q(x) + \bar{P}(x)A_{12}(x)A_{12}^T(x)\bar{P}(x) = Q(x) + M^T(x)M(x)$ dir. $Q(x)$ daha önce tanımlandığı gibi pozitif tanımlı simetrik bir matsitir. $M^T(x)M(x)$ işleminin sonucu pozitif yarı tanımlı simetrik bir matris oluşturur. Bu sebeple $\bar{Q}(x)$ pozitif yarı tanımlı simetrik bir matris olacaktır. Dolayısıyla daha önce Eş. 4.41 ile verilmiş olan aşağıdaki eşitsizliğin sağlanması ile $s(e) = 0$ durumu için $\dot{L}(x) \leq 0$ koşulu sağlanır ve dinamik sistem kararlı olur.

$$\|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\| < \frac{1}{2} \frac{\lambda_{\min}(\bar{Q}(x))}{\lambda_{\max}(\bar{P}(x))} \|e_1\|$$

Durum 2: Sistem kayma yüzeyi üzerinde değil iken yani $s(e) \neq 0$ durumu için Lyapunov fonksiyonu Eş. 4.46 ile verildiği gibi seçilebilir.

$$L(x) = \frac{1}{2} s^T(e) s(e) > 0 \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= [\dot{s}^T(e) s(e) + s^T(e) \dot{s}(e)] \\ &= s^T(e) [\bar{A}_{21}(x) e_1 + \bar{A}_{22}(x) s(e) + \hat{A}_{21}(x) x_{m_1} + \hat{A}_{22}(x) x_{m_2} \\ &\quad + M(x) \bar{f}_u(x, t) + \bar{f}_m(x, t) + B_2(x) u(t) - B_{m_2} r(t)] \\ &= s^T(e) \left[\bar{A}_{22}(x) s(e) - K_l \bar{A}_{22}(x) s(e) + M(x) \bar{f}_u(x, t) + \bar{f}_m(x, t) \right. \\ &\quad \left. - K_i \int s(e) dt - K_n \text{sign}(s(e)) \right] \\ &= s^T(e) [(K_l - 1) \bar{A}_{22}(x)] s(e) + s^T(e) M(x) \bar{f}_u(x, t) + s^T(e) \bar{f}_m(x, t) \\ &\quad - s^T(e) K_i \int s(e) dt - s^T(e) K_n \text{sign}(s(e)) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Kararlılık için Lyapunov fonksiyonun bileşenleri sırasıyla incelenirse her bileşenin negatif yarı tanımlı olma kriterini sağlaması gerekir.

i.

$$-s^T(e) [(K_l - 1) \bar{A}_{22}(x)] s(e) \leq 0 \quad (4.48)$$

Bu koşulda daha önce Eş.4.39 ile verilen aşağıdaki eşitsizlikle sağlanır.

$$K_l > 1$$

ii.

$$-s^T(e) M(x) \bar{f}_u(x, t) + s^T(e) \bar{f}_m(x, t) - s^T(e) K_i \int s(e) dt - s^T(e) K_n \text{sign}(s(e)) \leq 0 \quad (4.49)$$

Bu koşulda daha önce Eş.4.40 ile verilen aşağıdaki eşitsizlikle sağlanır.

$$\left\| K_i \int s(e) dt \right\| + \|K_n\| > \|M(x) \bar{f}_u(x, t)\| + \|\bar{f}_m(x, t)\|$$

Eş.4.39 ve Eş.4.40 sağlayacak şekilde seçilen kontrolcü kazançları ile $s(e) \neq 0$ durumu için $\dot{L}(x) \leq 0$ koşulu sağlanır ve dinamik sistem kararlı olur. ■

Bu durumda kontrolcü tasarım süreci aşağıda gibi özetlenmiştir.

Çizelge 4.1. Kontrolcü tasarım süreci

Adım	Açıklama
1.	$x(t)$ durum değişkeni için durum bağımlı $A(x)$ ve $B(x)$ matrisleri hesaplanır.
2.	Referans model tasarımı (Bölüm 4.5) yapılır.
3.	Sistem Eş. 4.11 ile verilen hata uzayında tanımlanır.
4.	$Q(x)$ ağırlık matrisi seçilir.
5.	Eş. 4.24 ile verilen DBDRD çözülerek $\bar{P}(x)$ hesaplanır.
6.	Kayma yüzeyinin eğimi (Eş. 4.23), kayma yüzeyi (Eş. 4.22) hesaplanır.
7.	İlgili türetimler yapılarak Eş. 4.35 ile verilen kontrolcü girişi hesaplanır.
8.	Süreç madde 1'den 7'ye her bir zaman aralığı için tekrarlanır.

Eş.4.38 ile tanımlanan doğrusal olmayan kontrolcü bileşeninde kontrol kuralının genel çıkarımı için geleneksel olarak kullanılan $sign(s(e))$ fonksiyonu kullanılmıştır. Bu fonksiyon iyi bilindiği gibi yüksek frekanslı kontrol sinyali oluşturmaktadır. Oluşan yüksek frekanslı çatırtı sinyalini yumuşatmak için $sign(s(e))$ yerine literatürde geçen $tanh(s(e))$ [28] ve $sat(s(e))$ [57] gibi alternatif fonksiyonlar da kullanılabilir. Ayrıca bu sinyalin genliği güç oranı fonksiyonu (İng. power rate sliding mode) yaklaşımı ile dinamik olarak da ayarlanabilir. Güç oranı fonksiyonu ile kayan kipli kontrol için doğrusal olmayan kontrol kuralı aşağıdaki eşitlik ile tanımlanmıştır [58].

$$u_n = -(S_2(x)B_2(x))^{-1}K_n sign(s(e))\|s(e)\|^p \quad (4.50)$$

Burada $0 < p < 1$ arasında tanımlı pozitif bir sayıdır.

4.5. Referans Model Tasarımı

Referans model, tasarımcının ihtiyaçlarına göre farklı tanımlamalar yapılabilecek bir tasarım parametresidir. İşaretleme ve takip sistemi için sistem dinamiğini dinamik davranışı tahmin edilebilir bir referans modele zorlayarak hem geçici durum cevabı hem de kalıcı durum hatasını uygulamanın gereksinimlerine göre belirlemek uygun bir yaklaşımdır. Bu durumda bu çalışmanın konusu olan iki eksenli kardan sisteminin her bir eksen için aşağıdaki ikinci dereceden ideal bir doğrusal sistem transfer fonksiyonu referans model olarak seçilmiştir.

$$G = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.51)$$

Yukarıdaki transfer fonksiyonu temel alındığında iki eksenli kardan sistemi için Eş. 4.2 ile durum uzayında ifade edilen referans modelin durum ve giriş matrisleri aşağıdaki gibi olur.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_o^2 & -2\zeta_o\omega_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_i^2 & -2\zeta_i\omega_i \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \omega_o^2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

4.6. Sonuçlar ve Değerlendirmeler

4.6.1. Benzetim çalışmaları

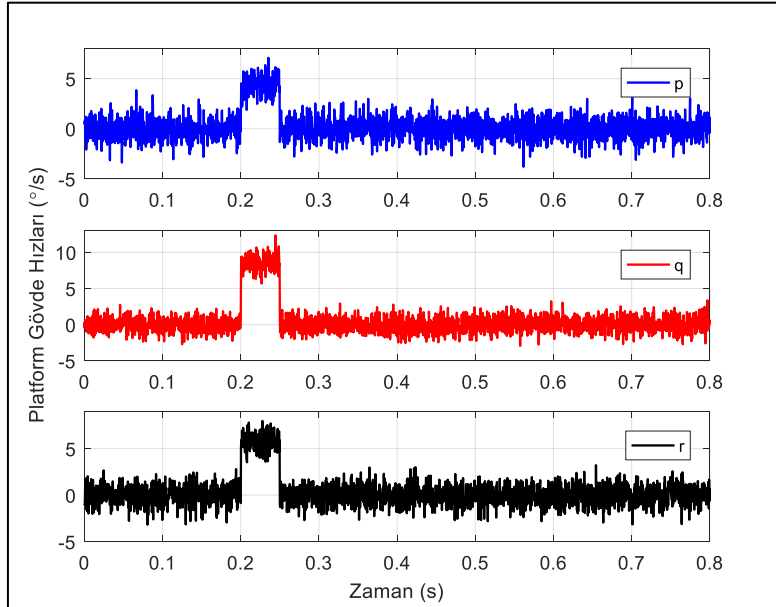
Sistemin etkinliği değerlendirmek için iki farklı benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. Bunlardan ilkinde önerilen durum uzayı yapısının klasik faz değişkenleri yaklaşımına göre avantajına bakılmıştır. İkincisinde geleneksel MR-KKK ile önerilen DBDRD çözümü ile güncellenen MR-KKK arasından başarımlar farkı incelenmiştir. Yapılan benzetimler sırasıyla verilmiştir.

İlk olarak önerilen durum uzayı yapısının etkinliğinin görselleştirilebilmesi için platform hareketlerinin etkisi altında tek eksenli temsili bir kardan ile benzetim çalışması yapılmıştır. Benzetimde kullanılan temsili kardana ait değişkenler Çizelge 4.2 ile verilmiştir. Bu amaçla sadece yuvarlanma eksenine sahip tek eksenli bir kardan üç farklı

yapı ile kontrol edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Benzetimde platform etkilerini baskılamak için sırasıyla doğrusal tek eksenli bir kardan modeli tek döngülü PI kontrolcü yapısıyla ve klasik faz değişkenleri formu ile MR-KKK kontrol yapısıyla kontrol edilirken doğrusal olmayan kardan modeli önerilen güncellenmiş faz değişkenleri formunda MR-KKK ile kontrol edilmiştir. Kontrolcü parametreleri 10 Hz bant genişliğini sağlayacak şekilde belirlenmiştir. Benzetimde kullanılan platform açısal hızları ise Şekil 4.1 ile verilmiştir.

Çizelge 4.2. Tek eksenli temsili kardan parametreleri

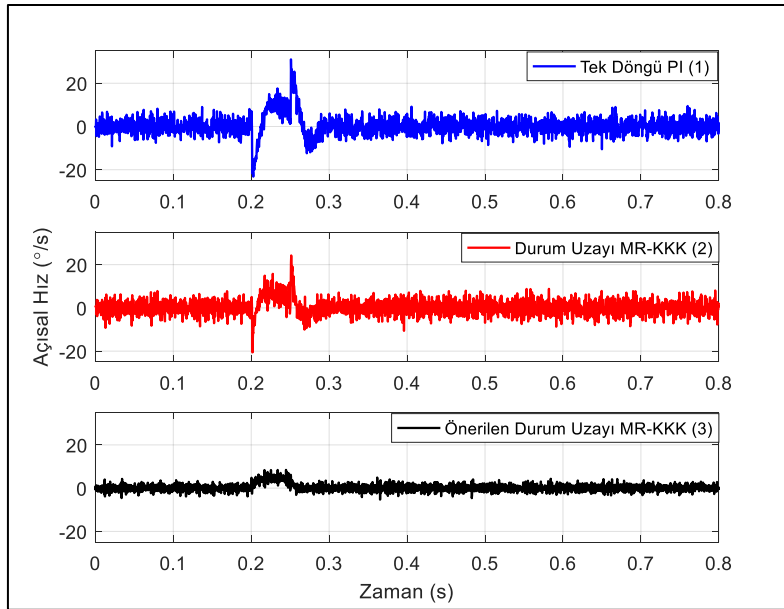
Parametre	Değer	Birim
K_t	0,2	Nm/A
B	490×10^{-6}	Nms/rad
K	0	Nm/rad
$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_{12} & J_{13} \\ J_{12} & J_2 & J_{23} \\ J_{13} & J_{23} & J_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 361 & -900 & -200 \\ -900 & 885 & -300 \\ -200 & -300 & 98300 \end{bmatrix} \times 10^{-6}$	kgm^2



Şekil 4.1. Platform açısal hızları

Çizelge 4.3. Platform hareketleri altında bakış hattının açısal hız değişimi

Kontrolcü Yapısı	Tek Döngü (1)	Durum Uzayı (2)	Önerilen Durum Uzayı (3)
Kontrolcü	PI	MR-KKK	MR-KKK
Bant Genişliği (Hz)	10	10	10
En Fazla Hız $^{\circ}/s$	31,1	24,3	8,5
Ortalama Hız $^{\circ}/s$	4,52	3,61	1,75



Şekil 4.2. Üç kontrol yöntemi (Çizelge 4.3) için platform hareketleri altında bakış hattının açısal hız değişimi

Üç farklı yaklaşıma ait benzetim sonuçları Şekil 4.2 ile verilmiştir. Benzetim esnasından sistem platform açısal hızlarına rağmen sabit konumunu korumaya çalışmaktadır. Bu esnada da platformun açısal hız değişimlerini bastırmaya çalışmaktadır Burada elde edilen hız değerleri tek eksenli kardan sisteminin yeryüzü koordinat sistemine göre hızlarıdır. Çizelge 4.3 ve Şekil 4.2’den görüldüğü gibi üç yaklaşım arasında göre en kötü performans gösteren $31,1^{\circ}/s$ en fazla hız ve $4,52^{\circ}/s$ ortalama hız ile klasik tek döngülü PI kontroldür. Klasik faz değişkenleri yaklaşımından en fazla hata $24,3^{\circ}/s$, ortalama hız $3,61^{\circ}/s$ olarak elde edilirken güncellenmiş yapıda $8,5^{\circ}$ en fazla hız ve $1,75^{\circ}/s$ ortalama

hız ile benzetim tamamlanmıştır. Sonuçlardan da görüldüğü gibi önerilen durum uzayı formu ve MR-KKK yapısı klasik faz değişkenleri yaklaşımından daha iyi sonuç vermiştir.

İkinci olarak önerilen yöntemin etkinliğini göstermek için önerilen yöntem ile klasik yaklaşım benzetimler yardımıyla karşılaştırılmıştır. Benzetimlerde Bölüm 3'te anlatılan doğrusal olmayan sistem modeli kullanılmıştır. Klasik yaklaşımda kontrol sinyali $u = -(SB)^{-1}(SA - \Phi S)e(t) - (SB)^{-1}(K_n \text{sign}(P_\Phi s(e)))$ olarak tanımlanmaktadır (daha fazla ayrıntı için [28]'e bakın). Burada Φ bir tasarım matrisidir ve $P_\Phi \Phi + \Phi^T P_\Phi = -I$ eşitliğini sağlar. Eşitliğin çözümü $P_\Phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$ pozitif tanımlı simetrik matristir. Önerilen MR-KKK ve klasik yaklaşımda kullanılan referans model parametreleri ve kontrolcü parametreleri Çizelge 4.4'te verilmiştir.

Çizelge 4.4. Kontrolcü ve referans model parametreleri

Parametre	DBDRD MR-KKK	Klasik MR-KKK
$Q(x)$	$\begin{bmatrix} 6,4 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \times 10^4 \times e^{(\ e_1\ ^{0,5})}$	$\begin{bmatrix} 6,4 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \times 10^4$
K_l	1,2	—
K_i	$\begin{bmatrix} 4800 & 0 \\ 0 & 4800 \end{bmatrix}$	—
K_n	$\begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$
ζ_o ve ζ_i	0,707	0,707
ω_o ve ω_i (rad)	$2 \times \pi \times f$	$2 \times \pi \times f$
f (Hz)	40	40
P_Φ	—	$\begin{bmatrix} 0,002 & 0 \\ 0 & 0,002 \end{bmatrix}$
Φ	—	$\begin{bmatrix} -250 & 0 \\ 0 & -250 \end{bmatrix}$

Burada kontrolcü parametreleri seçilirken temel alınabilecek eşitlikler kontrol kuralının türetimleri esnasında verilmiştir. Bu eşitliklerin yanı sıra sisteme etkiyecek olan dış bozucuların mertebesi ve bu bozuculara karşı verilmesi gereken dinamik cevapta göz önünde bulundurularak benzetimler ve testler ile parametrelerin en iyilemesinin yapılması gerektiği unutulmamalıdır. Bunun yanında DBDRD çözümü için gerekli olan ağırlık matrisi $Q(x)$ 'in seçimi halen tasarımcılar için geliştirilmeye açık konudur. Burada ağırlık matrisinin seçimi yapılırken başlangıç olarak Bryson kuralı (İng. Bryson's Rule)

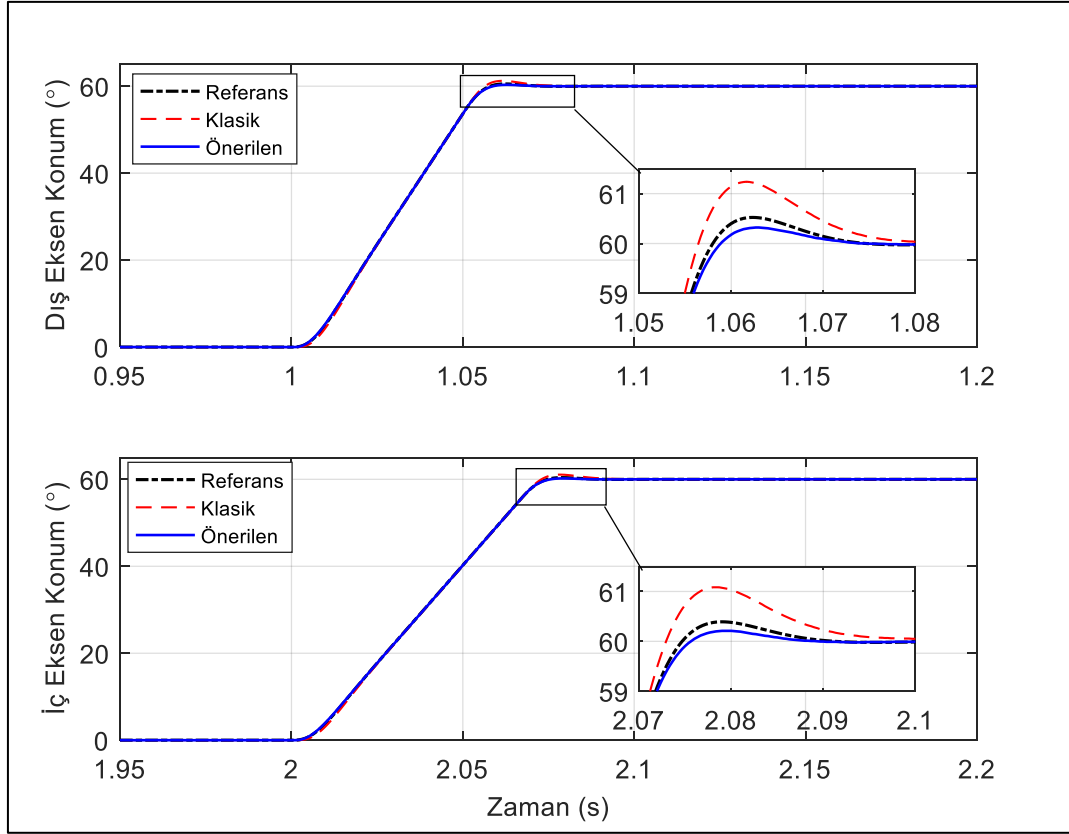
kullanılabilir [59]. Bu yaklaşımda her durum değişkeni için kabul edilebilir hata miktarı ile orantılı bir katsayı hesaplanarak $Q(x)$ 'in elemanları bulunabilir. Bu durumda $Q(x)$ matrisi aşağıdaki biçimde olur.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q_{n,n} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$Q_{i,i} = \frac{1}{(En\ Fazla\ Hata)^2}$$

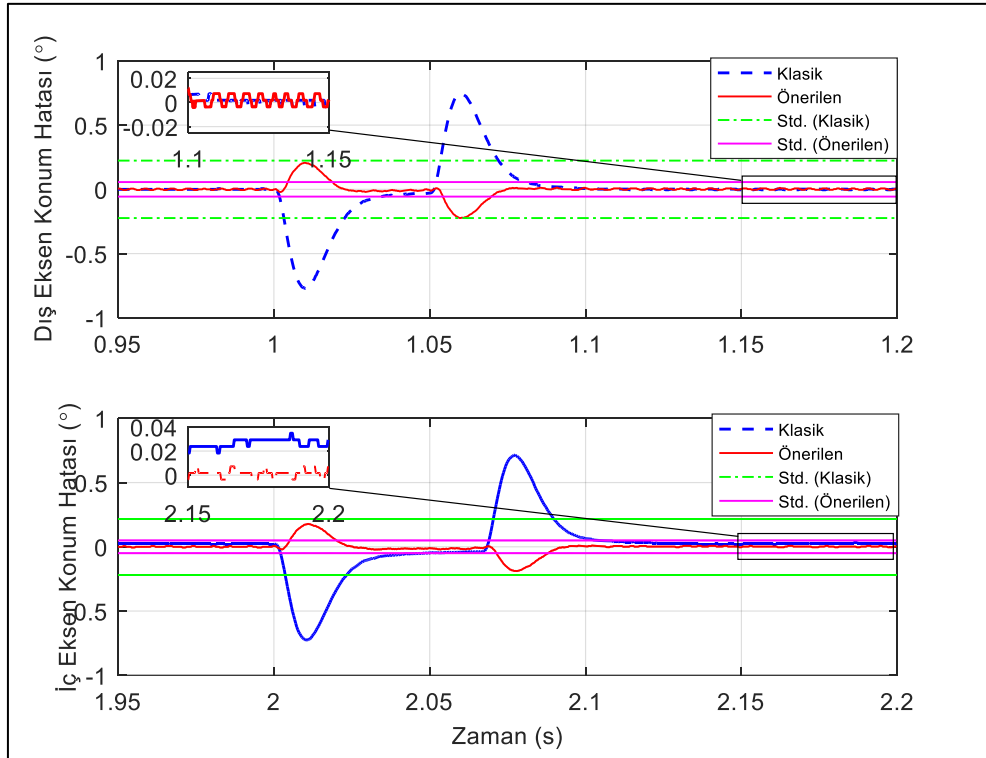
Burada n durum değişkeni sayısını ifade ederken “En Fazla Hata” ilgili durum değişkeni için kabul edilebilir en fazla hata miktarını ifade etmektedir.

Yöntemleri karşılaştırmak için iki durum ele alınmıştır. İlk durumda, her iki eksen için hız limitli basamak giriş yanıtları sırasıyla incelenmiştir. Ardından, her iki yöntem için eksenlerin bozucu giriş altındaki başarımları karşılaştırılmıştır. Şekil 4.3 ile eksenlerin basamak giriş cevabı verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, önerilen kontrolcü için sistemin basamak giriş yanıtı ideal sistem davranışına daha yakındır. Önerilen yöntem sayesinde klasik yaklaşıma göre daha düşük aşım ile daha iyi bir geçici durum cevabı elde edilmiştir. Elektro-optik faydalı yüke sahip kardan yüksek hızlı sistemlerde genel olarak kameranın küçük bir görüş açısına sahip olduğu bu sebeple hızlı eşleşme senaryolarında daha iyi hedef takibi için daha düşük bir aşımın tercih edilebileceği unutulmamalıdır.



Şekil 4.3. Eksenlerin açısal konum cevapları

Şekil 4.4 ile klasik yaklaşım ve önerilen yöntem için hata grafikleri verilmektedir. Basamak giriş cevabına ilişkin sayısal sonuçlar ise Çizelge 4.5'te verilmiştir. Önerilen yöntem 60 derecelik basamak konum emrinde klasik yaklaşıma göre sırasıyla dış eksen için %74,2 ve iç eksen için %80,6 daha düşük aşım yapmıştır. Bu iyileştirmelere ek olarak, Çizelge 4.5'te görüldüğü gibi, önerilen yöntem geleneksel yönteme göre dört kat daha iyi en fazla hata, dört kat daha iyi standart sapma ve üç kat daha iyi ortalama hata değeri ile performans iyileştirmelerine sahiptir.

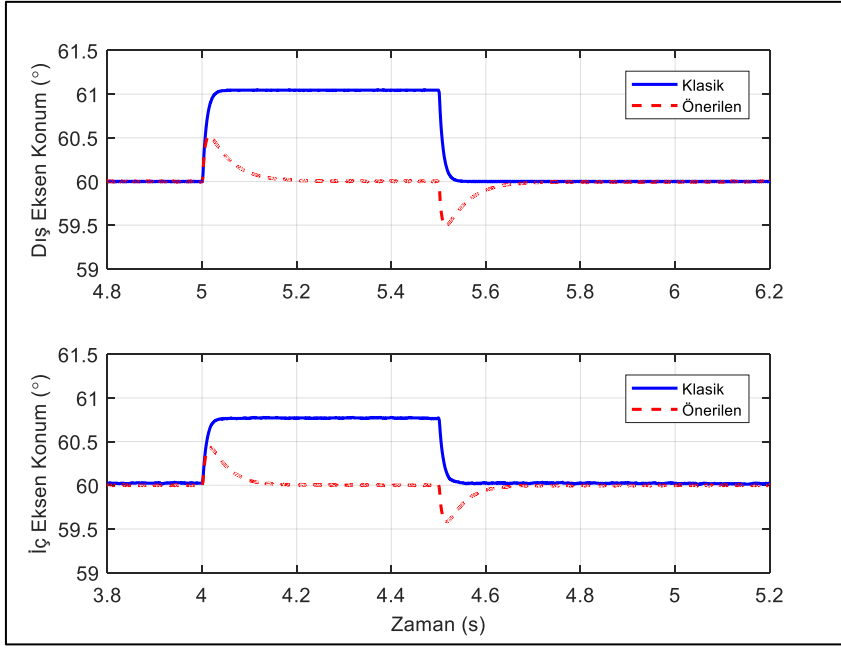


Şekil 4.4. Basamak giriş için eksenlerin hataları

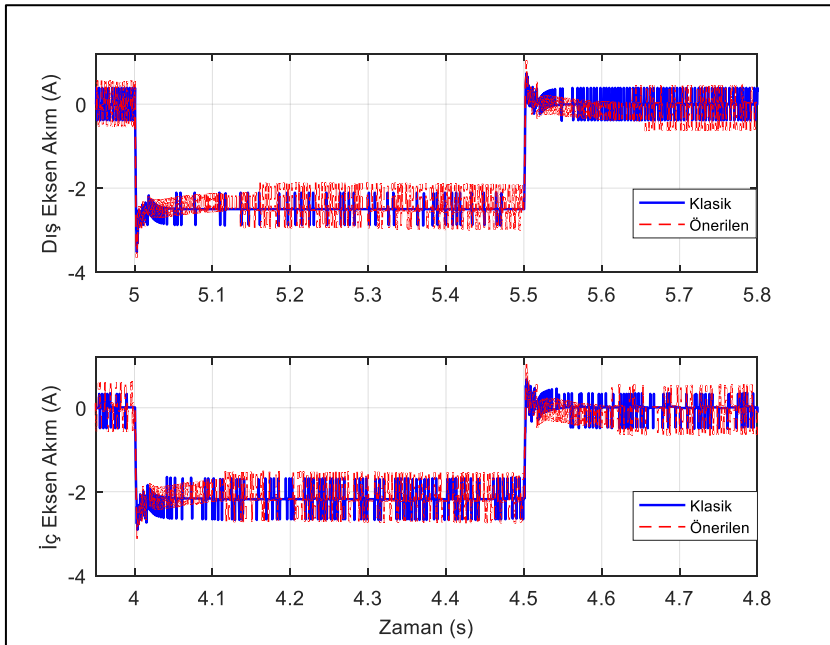
Çizelge 4.5. Basamak giriş için anahtar parametreler

		Tepe Değeri (°)	En Fazla Hata (°)	Kararlı Durum Hatası (°)	Standart Sapma	Ortalama Değer
Dış Eksen	Klasik	61,24	0,744	0,01	0,224	-0,0043
	Önerilen	60,32	0,206	0,01	0,057	-0,0014
İç Eksen	Klasik	61,08	0,713	0,03	0,216	0,0078
	Önerilen	60,21	0,178	0,01	0,050	-0,0024

Şekil 4.5 ve Şekil 4.6 sırasıyla, eksenlerin bozucu giriş altındaki davranışı ve kontrol girişlerini göstermektedir. Benzer bir şekilde, önerilen yöntem bozucu giriş altında daha iyi hedef takip performansına sahiptir.



Şekil 4.5. Eksenlerin bozucu giriş altındaki konum cevapları



Şekil 4.6. Eksenlerin bozucu giriş altındaki konum cevapları

Benzetim sonuçları, önerilen denetleyicinin klasik yaklaşımdan daha iyi bir performansa sahip olduğunu göstermektedir. Şekil 4.6'da görüldüğü gibi, önerilen yöntem bozucu giriş altında geleneksel yönteme göre neredeyse %100 kararlı durum performansı iyileştirmesine sahiptir. Güncellenen eşdeğer denetleyici, klasik tasarım matrisi seçimine göre daha basit bir tasarım yöntemi sunmuştur.

4.6.2. Deneysel çalışma

Önerilen yönteme ait deneysel sonuçlar bu bölümde sunulmaktadır. DBDRD'nin klasik çözümünde, genel olarak, gerçek zamanlı uygulamalarda mevcut olmayan nihai koşulların gerekli olduğu geriye dönük entegrasyon kullanılır. Öte yandan, DBDRD çözümü için ileri entegrasyon kullanılması mümkündür. DBDRD'nin başlangıç değeri için, başlangıç zamanında bir Hamilton matrisi kullanılarak Cebirsel Riccati Denklemi çözülür (daha fazla ayrıntı için [60]'ye bakınız). Daha sonra dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi ile ileri entegrasyon yaklaşımı ile her örnekleme zamanında bir denetçi tasarımı elde edilebilir.

Deney düzeneğinde elektromekanik sistemi kontrol etmek için iki adet motor sürücüsü, her eksen için çözücülerden veri toplamak için giriş-çıkış kartları ve kablo pin bağlantıları için klemensler bulunmaktadır. Gerçek zamanlı uygulama, önerilen kontrolcü için hedef bilgisayar 3 kHz örnekleme frekansında çalıştırılmıştır. Test düzeneğinin örnek görüntüsü Şekil 4.7 ile verilmiştir.

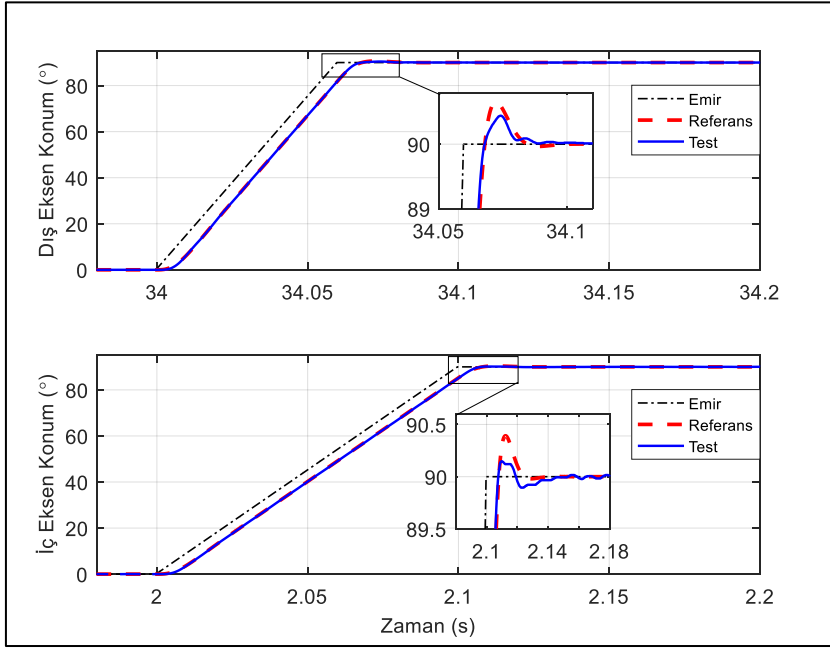


Şekil 4.7. Test düzeneği görünümü

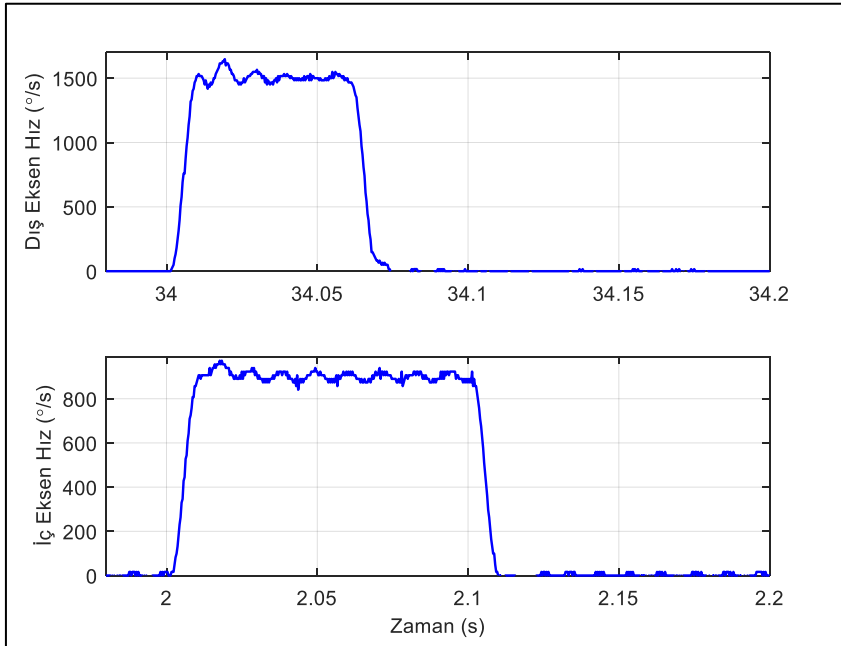
Önerilen MR-KKK'nın performansını test etmek için üç farklı durum ele alınmıştır. Bu üç senaryo, sırasıyla basamak giriş yanıtı, sinüzoidal giriş yanıt ve bozucu girişlere karşı yanıtıdır. Sisteme gönderilen emirler elektromekanik sistemin özelliklerine göre seçilen bir hız sınırlayıcıdan geçirilerek gönderilmektedir.

Şekil 4.8 ila Şekil 4.10 arasında, basamak giriş için deneysel sonuçlarını göstermektedir. Dış ve iç eksenlerin açısal konum yanıtları sırasıyla Şekil 4.8'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, önerilen MR-KKK ile hem dış hem de iç eksenler referans sinyaline başarıyla ulaşmaktadır. Ayrıca önerilen yöntem için test ile elde edilen sonuçların

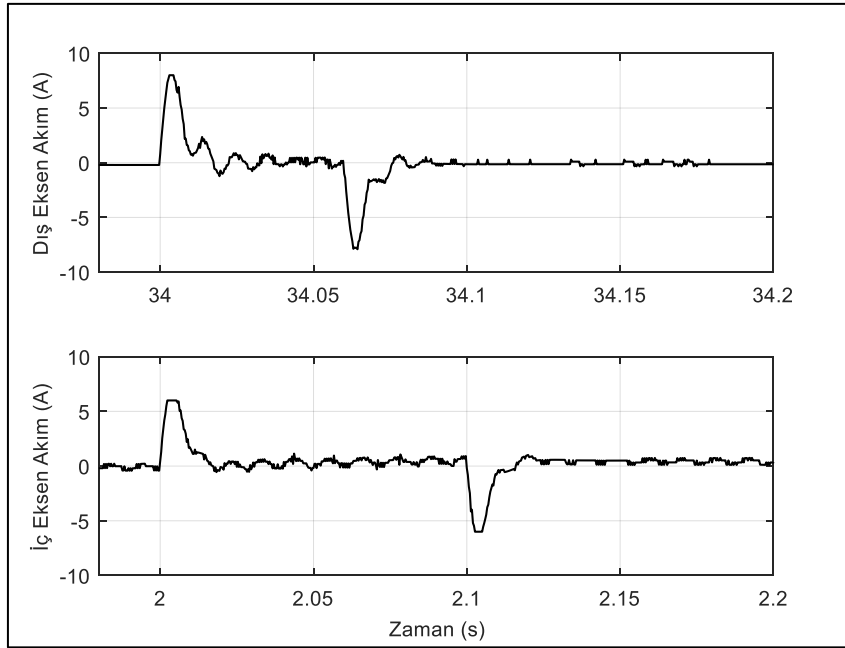
simülasyon sonuçlarına yakın olduğu görülmektedir. Şekil 4.9 ve Şekil 4.10, sırasıyla dış eksen ve iç eksenin hız tepkilerini ve akım komutlarını göstermektedir. Basamak giriş testi boyunca duruma bağlı kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi ise, Şekil 4.11'de sunulmaktadır.



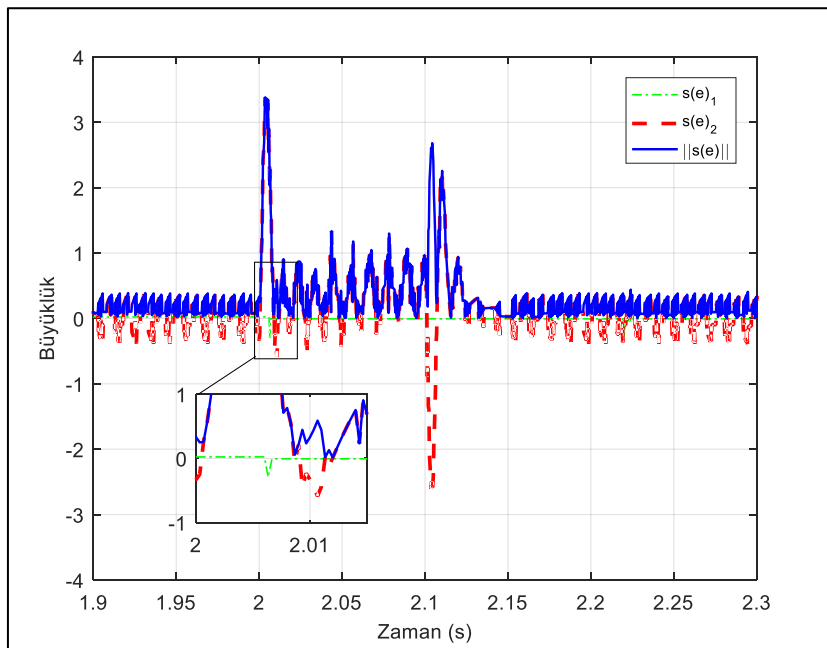
Şekil 4.8. Eksenlerin açısal konum cevabı



Şekil 4.9. Eksenleri açısal hızları

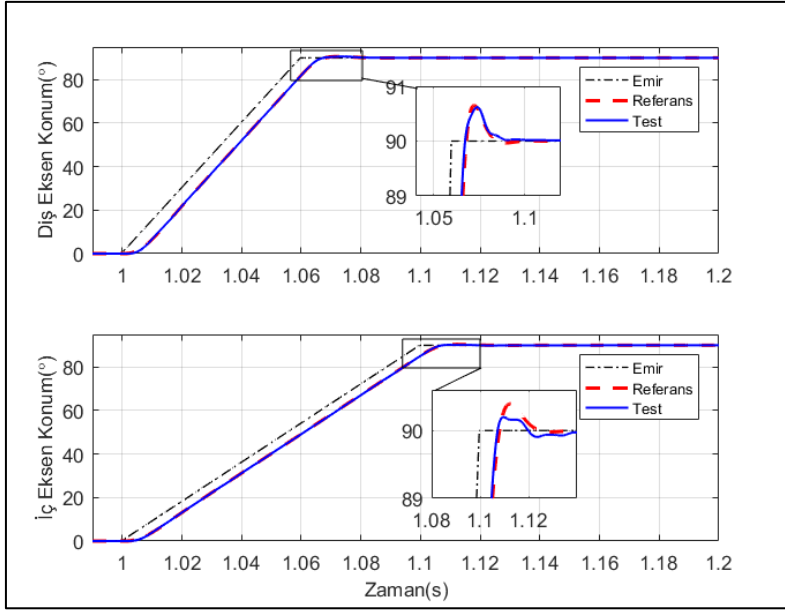


Şekil 4.10. Eksenlerin kontrol girişi

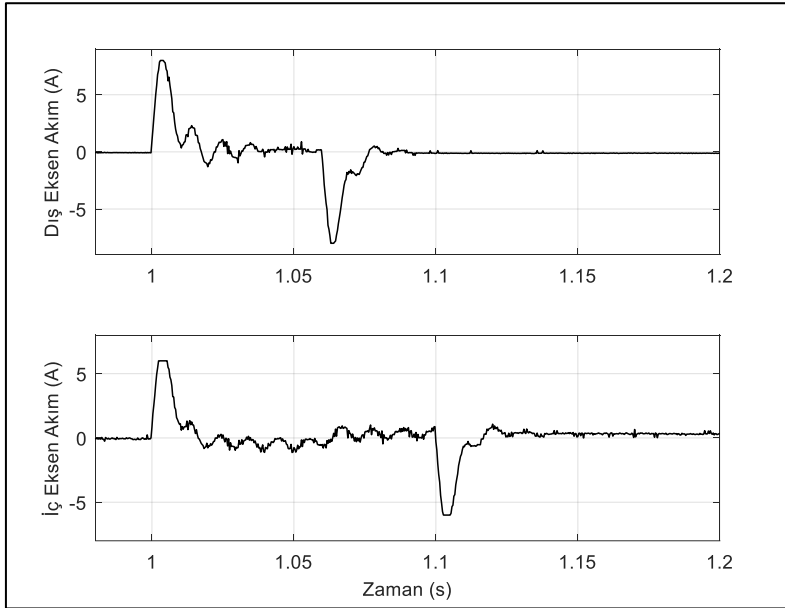


Şekil 4.11. Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi

Aynı anda iki ekseninde basamak emir altındaki davranışı Şekil 4.12 ve Şekil 4.13 ile verilmiştir. Burada Şekil 4.12’de sırasıyla dış ve iç eksenin konum cevapları görülmektedir. Şekil 4.8 ile kıyaslandığında aynı anda hareket esnasında eksenleri en fazla aşımalarının önemsiz kabul edilebilece bir miktar arttığı ve referans sistemi başarılı bir şekilde takip ettiği görülmektedir. Bu esnada harcanan kontrol çabası ise Şekil 4.13 ile verilmiştir.

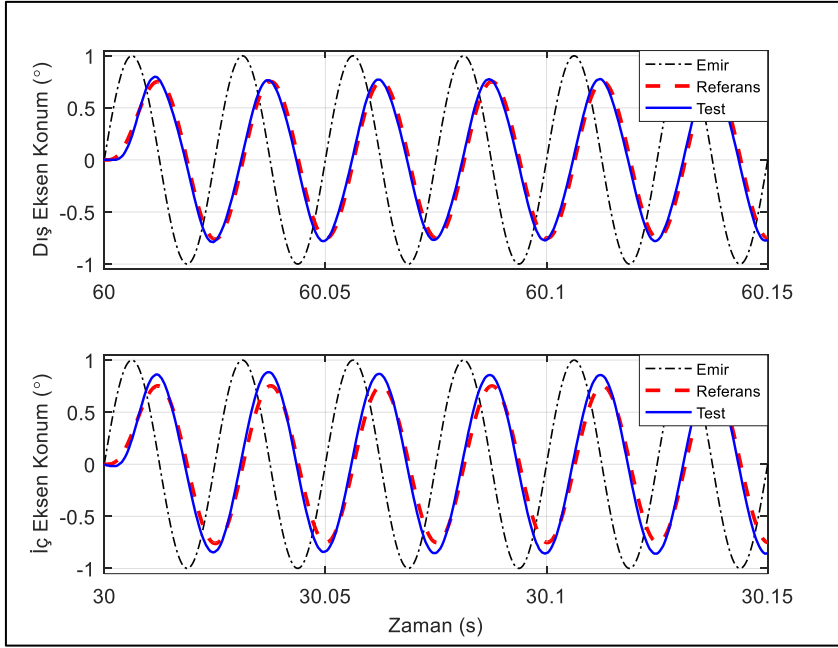


Şekil 4.12. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin açısal konum cevabı



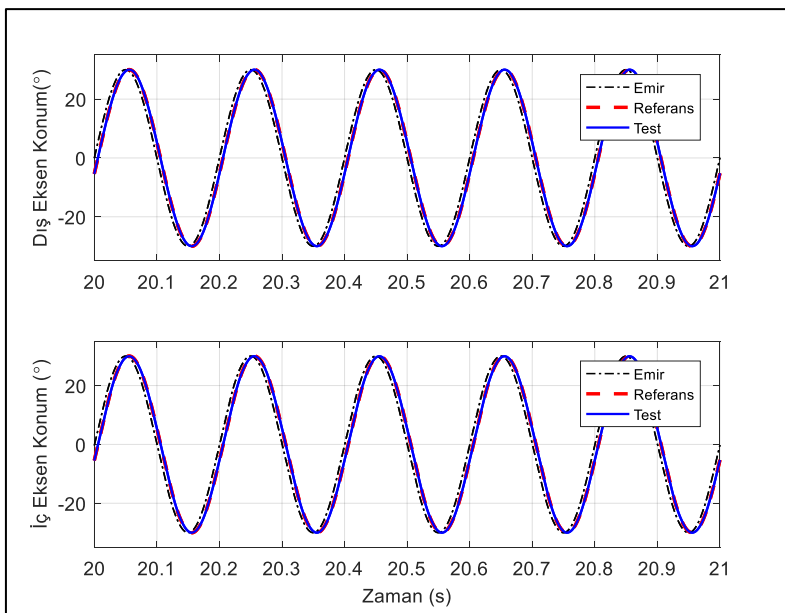
Şekil 4.13. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin akım tüketimi

İkinci deney durumu olarak, MR-KKK'nin performansı sinüzoidal bir referans girişi kullanılarak test edilmiştir. Bu amaçla kardan sisteminin her iki eksenine 40 Hz sinüzoidal girişler uygulanmaktadır. Şekil 4.14, sırasıyla dış ve iç eksenlerin açısal konum yanıtlarını göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi iki eksen 40 Hz ideal bir sistem gibi davranarak referans sinyali takip etmektedir. Güvenli tarafta kalmak için, tasarımcı, referans sistemi gerekli bant genişliğinden daha yüksek bir bant genişliğine göre tasarlayarak sistem gereksinimlerinin sağlanmasını garanti altına alabilir.



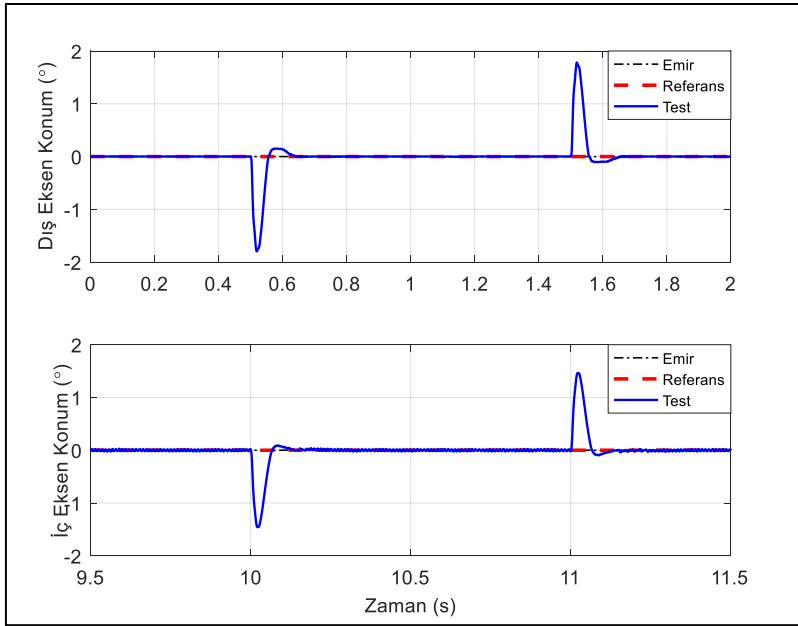
Şekil 4.14. Eksenlerin sinüs emir konum cevabı

Aynı anda iki ekseninde sinüs emir altındaki davranışı Şekil 4.15 verilmiştir. Burada Şekil 4.14'den farklı olarak eksenlerin birbiri üzerinde tork oluşturması için bir derece sinüs emir yerine 5 Hz frekansta 30° sinüs emri iki eksene de aynı anda uygulanmıştır. Aynı zamanda uygulanan emrin frekans ve büyüklüğü hali hazırda eşleşme senaryolarında karşılaşılabilecek bir hareket profilidir. Şekil 4.15 incelendiğinde iki ekseninde başarılı bir şekilde emri takip ettiği görülmektedir.

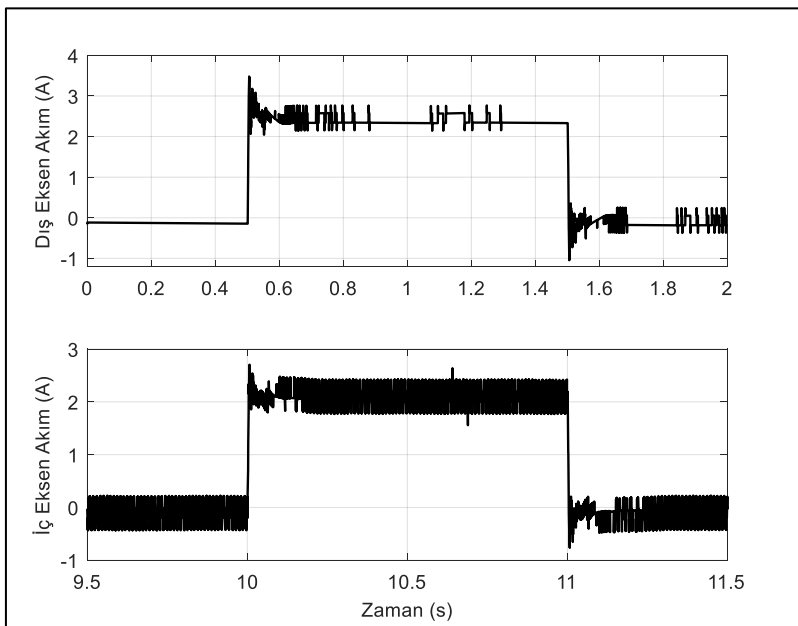


Şekil 4.15. Aynı anda sinüs komutu için eksenlerin konum cevabı

Üçüncü test durumu MR-KKK'nın bozucu giriş altındaki performansını test etmek için uygulanır. Bozucu girişler, dış eksen için 0,5 Nm adım fonksiyonu ve iç eksen için 0,05 Nm adım fonksiyonu olarak seçilir. Önerilen MR-KKK ile kardam sisteminin bozucu etkilere verdiği yanıtlar, dış ve iç eksenler için Şekil 4.16'da verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi önerilen MR-KKK sistem açısal konumlarını gerekli değerlerde tutarak bozucu girişlerin etkisini çok kısa sürede bastırmaktadır. Bozucu girişler uygulanırken kullanılan kontrol girişleri, sırasıyla dış ve iç eksenler için Şekil 4.17'de gösterilmektedir.



Şekil 4.16. Eksenlerin bozucu giriş altındaki cevapları

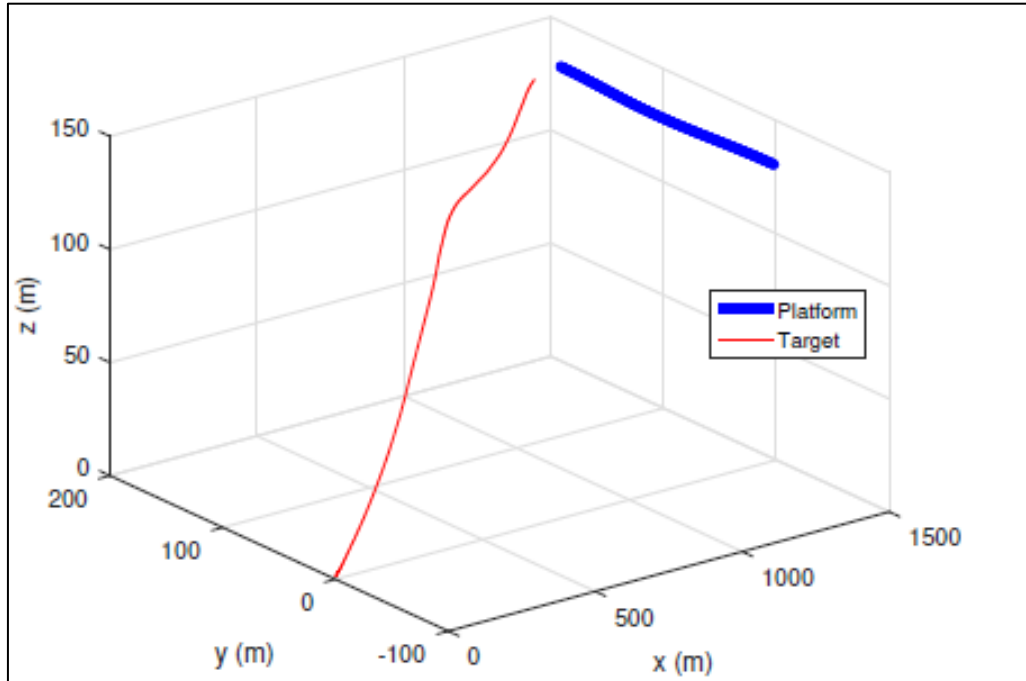


Şekil 4.17. Eksenlerin bozucu giriş altındaki kontrolcü girişi

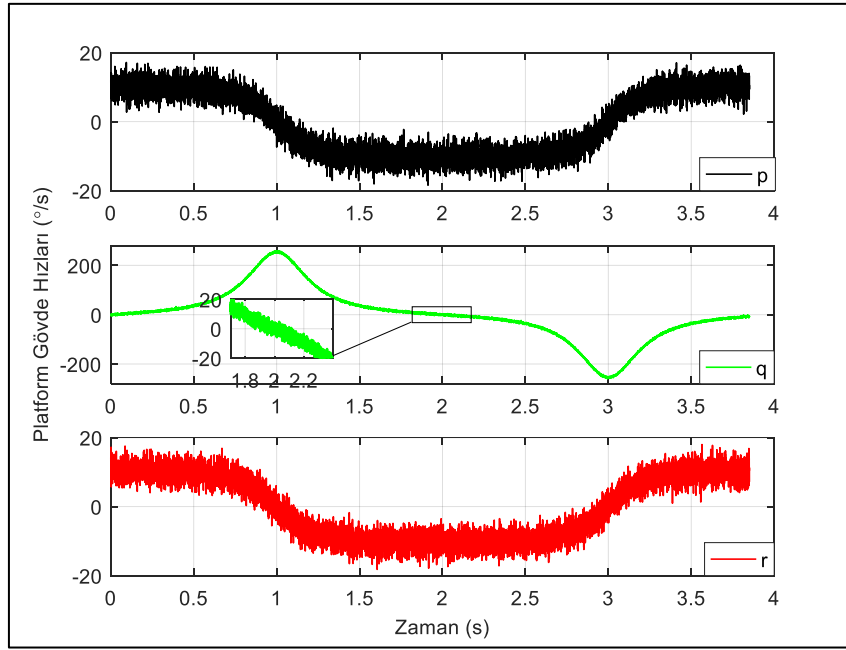
4.6.3. Eşleşme senaryosu

Kardan sistemleri, kızılötesi ve TV kameraları gibi elektro-optik yüklere sahip hava platformlarında ve/veya hassas kararlılaştırma ve hedeflerin izlenmesi için lazer işaretleme sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu amaçla, kardanlı bir platform ile hedef arasında bir eşleşme senaryosu için gerçek zamanlı test gerçekleştirilmiştir. Test için kullanılan platform ve hedef Euler açıları, gövde hızları gibi veriler simülasyon ortamından elde edilerek test sırasında gerçek kardan sistemine girdi olarak verilmektedir.

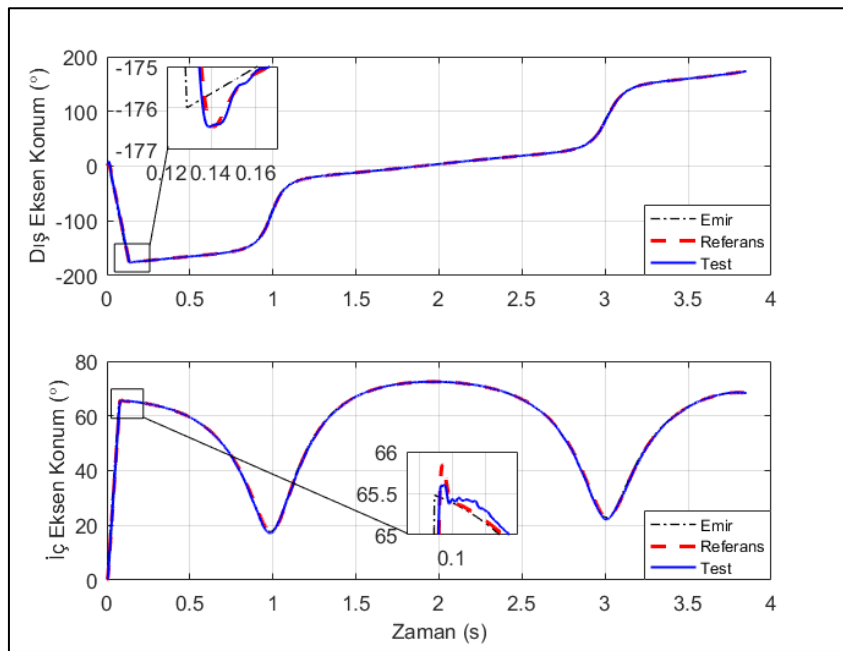
Şekil 4.18, X-Y-Z koordinatlarında hedef ile platform arasındaki eşleşme senaryosunu göstermektedir. Senaryo sırasında platformun gövde hızları Şekil 4.19'da verilmiştir. Şekil 4.20 ila Şekil 4.23 arasında, eşleşme senaryosunun deneysel sonuçlarını göstermektedir. Dış ve iç eksenlerin açısal konum tepkileri Şekil 4.20'de verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, önerilen MR-KKK ile tüm eşleşme senaryosu boyunca hem dış hem de iç eksen hedefi başarıyla takip etmektedir. Şekil 4.21 ve Şekil 4.22, sırasıyla eksenlerin hız tepkilerini ve akım emirlerini göstermektedir. Eşleşme senaryosu boyunca durum bağımlı kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi ise Şekil 4.23'te sunulmaktadır.



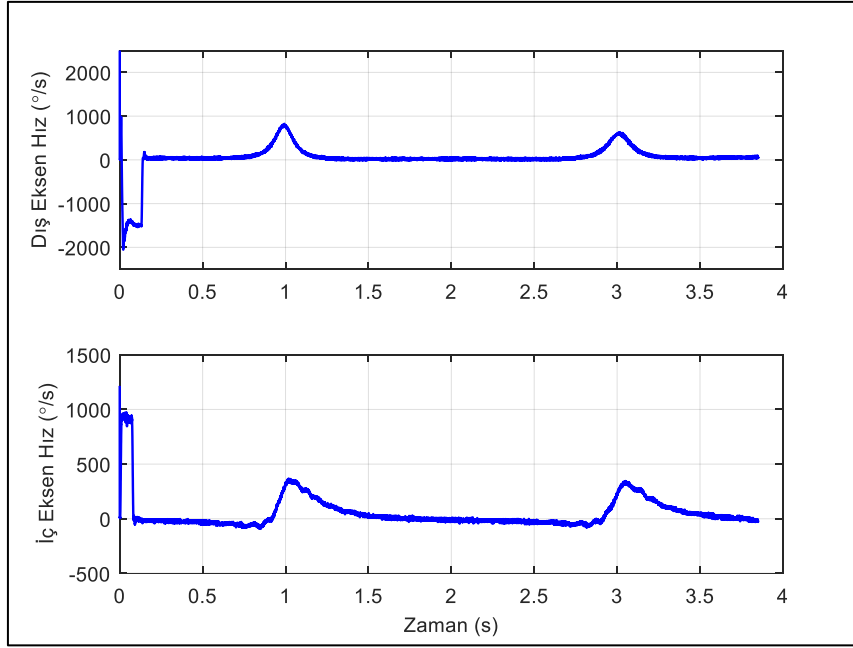
Şekil 4.18. Platform ve hedef arasındaki eşleşme senaryosu



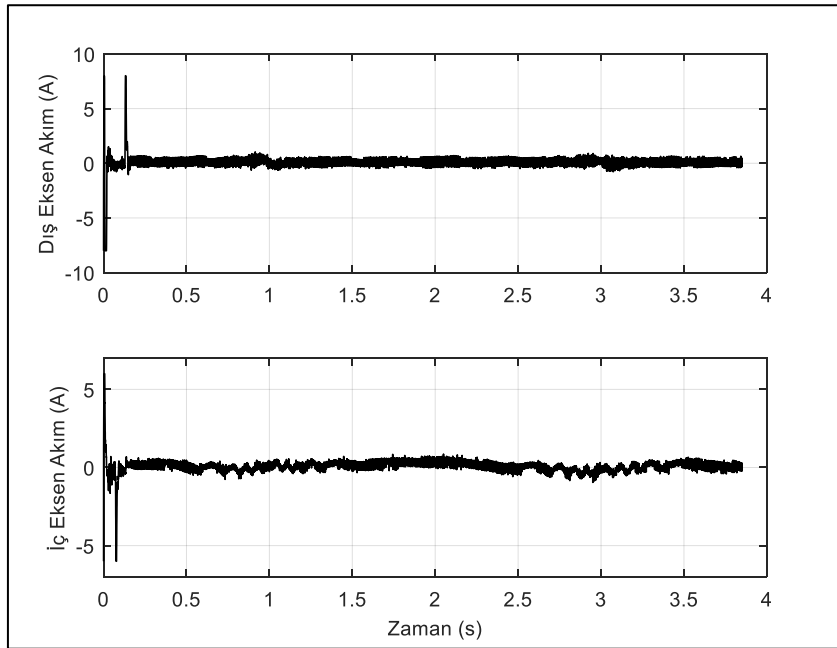
Şekil 4.19. Platformun gövde hızları



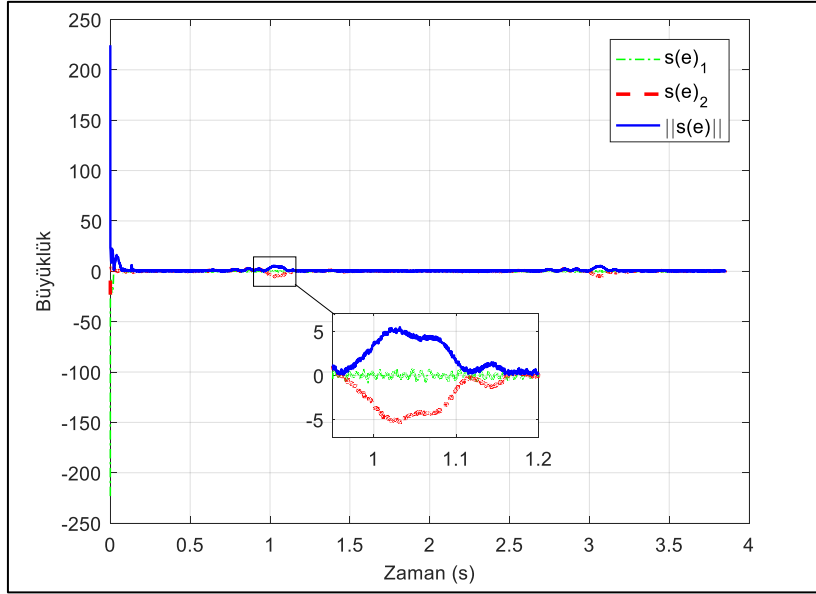
Şekil 4.20. Senaryo boyunca eksenleri açısal konumları



Şekil 4.21. Senaryo boyunca eksenlerin açısal hızları

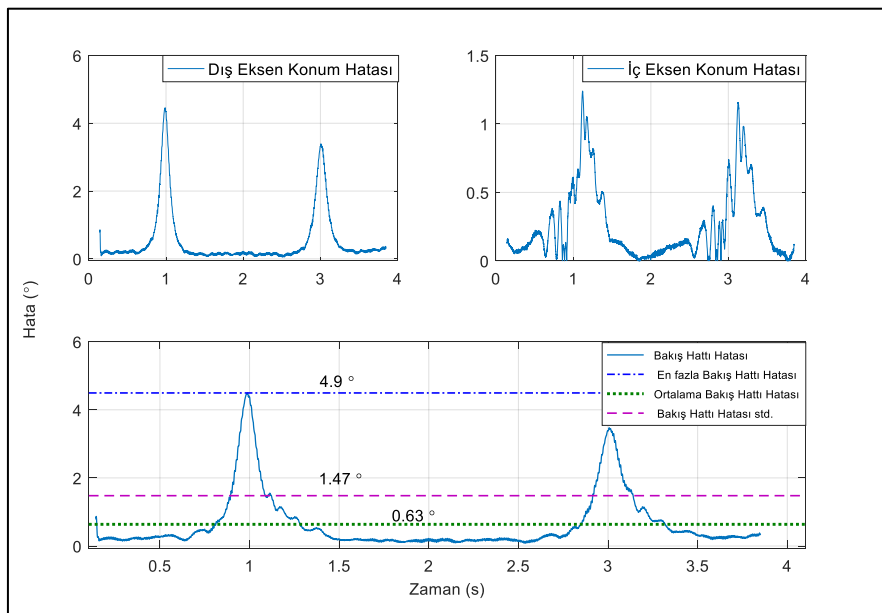


Şekil 4.22. Senaryo boyunca eksenlerin kontrolcü girişi



Şekil 4.23. Eşleşme boyunca kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi

Şekil 4.20 ile Şekil 4.22 arasında, platform üzerindeki kardanlı elektro-optik sistemin platform ile hedef arasındaki eşleşme koşulları altında önerilen MR-KKK ve durum-uzay yapısı yardımıyla hedefi başarıyla takip ettiğini göstermektedir. Eksenlerin oturma süreleri, Şekil 4.20'te görüldüğü gibi dış ve iç eksenler için sırasıyla 0,16 ve 0,1 s'dir. Dolayısıyla, kardanın bakış hattına oturma süresi dış eksenin oturma süresine eşittir. Kardan eksenleri kararlı duruma geçtikten sonra eksenlerin mutlak hataları ve kararlılaştırılmış kardan sisteminin bakış hattı hatası, Şekil 4.24'te gösterilmektedir.



Şekil 4.24. Kardan eksenlerinin hataları

Bakış hattının en fazla hatası $4,9^{\circ}$ 'dir. Ancak, eşleşme boyunca hata değişimi, genellikle 1,47 standart sapma ve 0,63 ortalama değerle 2° 'den azdır. Bu, kameranın görüş açısının $4,9^{\circ}$ 'den büyük olduğu kardan sistemlerinin, hedef kaybı olmadan nişan boyunca hedefi başarıyla takip edebileceği anlamına gelir. Görüş açısının 2° 'nin altında olduğu sistemlerde ise hedef durum tahmincisi ve görüntü işleme ile hedefin geçici durumlarda anlık görüntüden çıkma sorunun üstesinden gelmek mümkündür. Elde edilen sonuçlar önerilen yöntemin füze arayıcı kontrolü gibi hava savunma uygulamaları ve kızılötesi arama ve izleme sistemleri gibi hassas izleme ve işaretleme uygulamaları için kullanılabileceği anlamına gelir.

5. MODEL REFERANS KAYAN SEKTÖR KONTROL

Klasik KKK'de sistemin yörüngelerini bir hiper yüzey üzerinde tutmak yerine, sistem yörüngeleri KSK'de bir sektör içinde sınırlanır ve bu da nispeten daha yumuşak bir kontrol sinyali sağlar. Aslında, kayan kipin hiper yüzeyi, KSK'de tasarlanmış sektör tarafından çevrelenmektedir. Dolayısıyla sonuçta aynı kayma yüzeyi hedeflenir. Klasik KSK'nin kontrolcüsü, sistem yörüngeleri önceden tanımlanmış bir sabit sektöre zorlanacak ve daha sonra önceden tanımlanmış kararlı sektör içinde serbest bırakılacak şekilde tasarlanır. Sistem yörüngeleri sabit sektör içinde tutulduğunda, fiziksel olarak başka bir kontrol eylemine ihtiyaç duyulmaz ve bu nedenle bu özellik “tembel kontrol” (İng. lazy control) olarak adlandırılır [41]. Doğrusal sistemler için KSK, [41]'daki tek girişli durumlar için tasarlanmıştır. Genel olarak, doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için doğrusal bir kayma yüzeyi tasarlanır ve doğrusal kayma sektörleri tanımlanır. Daha sonra sistem yörüngelerinin sektöre doğru yönlendirilmesi ve sektör içinde tutulması için kontrol kuralı belirlenir [41].

Tek girişli ve tek çıkışlı sistemler KSK tasarımları ile ilgili detaylı bilgi için Birinci [61] ve Özcan'ın [62] çalışmalarına bakılabilir. Yaklaşımı kısaca özetleme gerekirse doğrusal, zamanla değişmeyen, tek girişli sürekli bir sistemi ele alınsın.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \quad (5.1)$$

Burada $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ve $u(t) \in \mathbb{R}^1$ olup sırası ile durum değişkenleri ve giriş vektörleridir. A ve b ise uygun boyutlarda sabit matrislerdir ve (A, b) çifti kontrol edilebilirdir.

4.6.1. Tanım [41]

Sistemin P-normu aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$\|x\|_P = (x^T P x)^{1/2}, \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (5.2)$$

Burada $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ olup pozitif tanımlı simetrik bir matristir.

Lyapunov fonksiyonu P-norm'un karesi olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$L(t) = \|x\|_P^2 = x^T P x > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad x \neq 0 \quad (5.3)$$

4.6.2. Tanım [41]

Sistemin P-normu aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$\|x\|_P = (x^T P x)^{1/2}, \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (5.4)$$

Burada $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ olup pozitif tanımlı simetrik bir matristir.

Lyapunov fonksiyonu P-norm'un karesi olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$L(t) = \|x\|_P^2 = x^T P x > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad x \neq 0 \quad (5.5)$$

4.6.3. Tanım [41, 62]

Basitleştirilmiş PR-kayma sektörü $\mathbb{R}^n$ 'nin alt kümesi olarak aşağıdaki şekilde tanımlansın;

$$\mathcal{S} = \{x \mid |s(x)| \leq \delta(x), \quad x \in \mathbb{R}^n\} \quad (5.6)$$

Burada $s(x)$ kayma yüzeyi $\delta(x)$ ise kayan sektördür.

$$s(x) = Sx, \quad S = b^T P \quad (5.7)$$

$$\delta(x) = \sqrt{x^T \Delta x}, \quad \Delta = Q - R \quad (5.8)$$

Burada P aşağıdaki cebirsel Riccati denkleminin çözümü ile elde edilir. Q matrisi pozitif tanımlı simetrik bir ağırlık matrisidir.

$$A^T P + P A - P b b^T P = -Q \quad (5.9)$$

4.6.1. Teorem [41, 62]

Eş. 5.1 ile verilen dinamik sistem ve Tanım 4.6.3 ile verilen kayan sektör için aşağıdaki gibi bir değişken yapıllı kontrolcü tanımlanabilir.

$$u(t) = \sigma(s(x), \delta(x))(Sb)^{-1}(SAx + Ks(x)) \quad (5.10)$$

$$\sigma(s(x), \delta(x)) = \begin{cases} 0 & x \in \delta \\ 1 & x \notin \delta \end{cases}$$

Yöntemin detayları ve katsayıların seçimi için [41] ve [62] numaralı referanslara bakılabilir.

İspat

Bakınız [41, 62] ■

Bu bölümde öncelikle tek girişli sistemler için doğrusal olmayan bir KSK kontrol yapısı önerilmiş ve önerilen kontrolcü gerçek zamanlı olarak test edilmiştir. Bu aşamada tek girişli ve tek çıkışlı sistemler için geleneksel yaklaşımlar kullanılmıştır. İkinci olarak ÇGÇÇ sistemler için bölüm 4'te anlatılan MR-KKK yapısını temel alan bir Model Referans Kayan Sektör Kontrol (MR-KSK) yapısı önerilmiştir. Önerilen kontrolcü yapısı bölüm 3'te anlatılan kardan dinamiğine uygulanarak benzetimler ve testler ile doğrulanmıştır.

5.1. Tek Girişli Tek Çıkışlı Sistemler için Kayan Sektör Kontrol

Önerilen KSK tasarımında, ilk olarak DBDRD kullanılarak doğrusal olmayan bir kayma yüzeyi tasarlanmıştır. DBDRD yöntemi, Bölüm 4'te de anlatıldığı gibi doğrusal olmayan sistemi belirli zaman aralıklarında dondurarak doğrusal olmayan bir sistem sınıfı için denetleyici tasarımına sistematik bir çözüm sunar [23, 24]. Ortaya çıkan kontrolcü, kontrolcünün doğrusal olmayan durumlarla başa çıkmasına izin veren duruma bağlı geri besleme kazançlarına ve/veya yüzey parametrelerine sahiptir. Bu nedenle, kontrolcü tasarımına benzer şekilde, KKK'deki kayma yüzeyi durum bağımlı oluşturulabilir [16]. Yüzey etrafındaki kayma sektörü daha sonra DBDRD kullanılarak tasarlanır ve bu nedenle "duruma bağlı" bir kayma sektörü oluşturulur. KSK, sektör içindeki doğrusal olmayan sistemin yörüngelerini zorlamak için tasarlanmıştır.

Bu çalışmada, yeni sonuçlar ortaya konularak KSK daha önce [42, 63]'te önerilen yöntemden farklı olarak kayma yüzeyi ve sektör değişimlerini kontrol terimine dâhil edecek şekilde tasarlanmıştır. Önerilen yöntem, bozucu etkiler altındaki doğrusal olmayan sistemler için geliştirilmiştir. Regülatör yaklaşımına göre geliştirilmiş olan KSK yapısını servo sisteme dönüştürmek için hata sinyalinin integrali artırılmış bir durum olarak sisteme tanımlanmıştır. Kontrolcü yapısında klasik histerezis fonksiyonlu tembel kontrol yaklaşımı yerine, önerilen yöntemde sektör içinde sektör sınırlarına bağlı bir kontrol sinyali türetilmiştir. Metodoloji, dış eksenin salındığı iki eksenli bir kardan sisteminin iç eksenini ile deneysel olarak doğrulanmıştır.

Tek girişli tek çıkışlı doğrusal olmayan bir sistem göz önünde bulundursun.

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + b(x)(u(t) + d(x, t)) \quad (5.11)$$

Burada $A(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ve $b(x) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ durum bağımlı sistem matrisleridir. $u(t) \in \mathbb{R}^1$ ve $d(x, t)$ ise sırasıyla kontrol girişi ve sınırlı bir belirsizlik fonksiyonudur.

$$e(t) = \int (r(t) - Cx(t))dt \quad (5.12)$$

$$\dot{e}(t) = r(t) - Cx(t)$$

Arttırılmış durum değişkeni ile birlikte sistem aşağıdaki gibi ifade edilebilir

$$\hat{x} = \hat{A}(\hat{x})\hat{x}(t) + \hat{b}(\hat{x})(u(t) + d(\hat{x}, t)) + Dr(t) \quad (5.13)$$

Burada;

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} e(t) \\ x(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{A}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -C \\ 0 & A(x) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\hat{b}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ b(x) \end{bmatrix}, \quad \hat{b}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

5.1.1. Kayan sektör tasarımı

Kayan sektör tasarım yaklaşımı doğrusal sistemler için [41] ile önerilmiş, [42, 63] ile doğrusal olmayan sistemler için genişletilmiştir. Bu çalışmada da kayan sektör tanımlaması için [42, 63] ile önerilen notasyon kullanılmıştır. Bu durumda kayan sektör $\mathcal{S}$ Eş. 5.16 ile tanımlanmıştır. Kayma yüzeyinin eğimi $S(\hat{x})$ ve kayan sektör sınırları $\delta(\hat{x})$ tanımları ise aşağıda verilmiştir.

$$\mathcal{S} = \{\hat{x} | s^2(\hat{x}) \leq \delta^2(\hat{x}), \quad \hat{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad t \in \mathbb{R}^+\} \quad (5.16)$$

$$s(\hat{x}) = S(\hat{x})\hat{x}(t); \quad S(\hat{x}, t) \in \mathbb{R}^{1 \times n+1} \quad (5.17)$$

$$\delta(\hat{x}) = \sqrt{\hat{x}^T(t)\Delta(\hat{x})\hat{x}(t)}; \quad \Delta(\hat{x}) \in \mathbb{R}^{n+1 \times n+1} \quad (5.18)$$

$$S(\hat{x}) = \hat{b}^T(\hat{x})P(\hat{x}); \quad \Delta(\hat{x}) = Q(\hat{x}) - R(\hat{x}) \quad (5.19)$$

$$R(\hat{x}) = (1 - r)Q(\hat{x}); \quad 0 < r < 1$$

Burada $P(\hat{x})$ DBDRD çözümü ile bulunur.

$$\dot{P}(\hat{x}) + P(\hat{x})A(\hat{x}) + A^T(\hat{x})P(\hat{x}) - P(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})\hat{b}^T(\hat{x})P(\hat{x}) + Q(\hat{x}) = 0 \quad (5.20)$$

Burada $Q(\hat{x}) \in \mathbb{R}^{n+1 \times n+1}$ pozitif tanımlı simetrik bir matristir. $P(x)$, DBDRD'nin çözüm matrisi olduğundan durum değişkenlerine bağlıdır ve ortaya çıkan kayma yüzeyi de durum değişkenlerine bağlı olarak zamanla değişir. Bu durumda $P(x)$ kullanılarak tasarlanan kayma sektörü de durum değişkenlerine bağımlıdır ve zamanla değişir.

Eş. 5.16'da tanımlanan duruma bağlı doğrusal olmayan kayan sektör için aşağıdaki Lyapunov işlevi şu şekilde tanımlanabilir:

$$L = \hat{x}^T(t)P(\hat{x})\hat{x}(t) > 0, \quad \forall \hat{x} \in \mathbb{R}^{n+1}, (\hat{x} \neq 0), \quad \forall t \in \mathbb{R}^+ \quad (5.21)$$

Uygun bir kayan sektör kontrol kuralı ile birlikte Lyapunov fonksiyonunun türevi Eş. 5 ile verilen doğrusal olmayan sistemin yörüngeleri boyunca azalır. Bu durumda aşağıda verilen eşitsizliği sağlanır.

$$\dot{L} = \frac{d}{dt}(\hat{x}^T(t)P(\hat{x})\hat{x}(t)) \leq 0, \quad \forall \hat{x} \in \mathcal{S} \quad (5.22)$$

5.1.1. Lemma (Barbalat'ın Lemması) [57]

Türevlenebilir fonksiyon $L(t)$, $t \rightarrow \infty$ için sonlu bir limite sahip, düzgün ve sürekli ise, $t \rightarrow \infty$ için $\dot{L}(t) \rightarrow 0$ olur [57].

İspat

Bakınız [57] ■

5.1.2. Kontrolcü tasarımı

Kayan sektörü tasarladıktan sonra aşağıdaki teoremi kullanarak kayan sektör kontrol yasası belirlenebilir. Burada tek girişli tek çıkışlı doğrusal olmayan sistemler için önerilen KSK kurallarından farklı olarak kayma yüzeyi ve sektör değişimlerini kontrol terimine dahil edilmiştir.

5.1.1. Teorem

Eş. 5.13 ile tanımlandığı gibi tek girişli doğrusal olmayan bir sistem ele alınsın. Bununla birlikte Eş. 5.16 ile tanımlanan doğrusal olmayan kayan sektörün Eş. 5.20 ile belirtilen

DBDRD'nin çözümü ile belirlendiği varsayalım. Bu şartla altında aşağıdaki kayan sektör kontrol yasası, sistem yörüngelerini, içinde sistem kararlılığının sağlandığı kayan sektöre doğru zorlar.

$$u(t) = \begin{cases} u_i(t), & s^2(\hat{x}) \leq \delta^2(\hat{x}) \\ u_o(t), & s^2(\hat{x}) > \delta^2(\hat{x}) \end{cases} \quad (5.23)$$

$$u_o(t) = - \left(S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x}) \right)^{-1} \left(S(\hat{x}) \hat{A}(\hat{x}) \hat{x}(t) + K_l(\hat{x}) s(\hat{x}) + \dot{S}(\hat{x}) \hat{x}(t) + S(\hat{x}) Dr(t) \right) \quad (5.24)$$

$$u_i(t) = - \left(S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x}) \right)^{-1} \left(S(\hat{x}) \hat{A}(\hat{x}) \hat{x}(t) + K_l(\hat{x}) s(\hat{x}) + K_2(\hat{x}) \rho(\hat{x}) \hat{x}(t) + S(\hat{x}) Dr(t) + k(\hat{x}) \delta(\hat{x}) \text{sign}(s(\hat{x})) \right) \quad (5.25)$$

Burada

$$\rho(\hat{x}) = \frac{\dot{S}(\hat{x}) \dot{S}^T(\hat{x})}{S(\hat{x}) S^T(\hat{x})} \quad (5.26)$$

ve $K_l(\hat{x})$, K_2 ve $k(\hat{x})$ sırasıyla aşağıdaki eşitsizlikleri sağlar.

$$K_l(\hat{x}) > \max \left\{ \left\| \frac{S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x})}{2} \right\|, \left\| \frac{S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x}) d(\hat{x}, t)}{s(\hat{x})} \right\| \right\}; \quad s(\hat{x}) \neq 0; \forall \|\hat{x}\| \neq 0 \quad (5.27)$$

$$S^T(\hat{x}) S(\hat{x}) A(\hat{x}) + S^T(\hat{x}) K_2(\hat{x}) \rho(\hat{x}) S(\hat{x}) \geq 0 \quad (5.28)$$

$$k(\hat{x}) > \left\| \frac{S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x}) d(\hat{x}, t)}{\delta(\hat{x})} \right\|; \quad \delta(\hat{x}) \neq 0; \forall \|\hat{x}\| \neq 0 \quad (5.29)$$

İspat

Durum 1: Doğrusal olmayan sistemin durum değişkenleri sektörün dışında iken yani $|s(\hat{x})| > \delta(\hat{x})$ olduğunda Eş.5.24 ile verilen kontrolcü kullanılabilir. Bu durumda kayma yüzeyinin türevi aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}s^2(\hat{x}) &= 2s(\hat{x})\dot{s}(\hat{x}) = 2s(\hat{x})[S(\hat{x})\dot{\hat{x}}(t) + \dot{S}(\hat{x})\hat{x}(t)] \\
&= 2s(\hat{x}) \left[S(\hat{x}) \left(\hat{A}(\hat{x})\hat{x}(t) + \hat{b}(\hat{x})(u(t) + d(\hat{x}, t)) + Dr(t) \right) \right. \\
&\quad \left. + \dot{S}(\hat{x})\hat{x}(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}s^2(\hat{x}) &= 2s(\hat{x}) \left[S(\hat{x})\hat{A}(\hat{x})\hat{x}(t) + \dot{S}(\hat{x})\hat{x}(t) \right. \\
&\quad \left. + S(\hat{x})\hat{b}(\hat{x}) \left(- \left(S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x}) \right)^{-1} \left(S(\hat{x}) \hat{A}(\hat{x})\hat{x}(t) \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + K_l(\hat{x})s(\hat{x}) + \dot{S}(\hat{x})\hat{x}(t) + S(\hat{x}) Dr(t) \right) \right) \right] \\
&\quad \left. + S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t) + S(\hat{x}) Dr(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}s^2(\hat{x}) &= 2s(\hat{x})[-K_l(\hat{x})s(\hat{x}) + S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t)] \\
&= -2K_l(\hat{x})s^2(\hat{x}) + 2s(\hat{x})S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t)
\end{aligned}$$

$K_l(\hat{x})$ aşağıdaki gibi seçilirse;

$$K_l(\hat{x}) > \left\| \frac{S(\hat{x}) \hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t)}{s(\hat{x})} \right\|; s(\hat{x}) \neq 0; \forall \hat{x} \neq 0$$

Erişilebilirlik koşulu $s(\hat{x})\dot{s}(\hat{x}) < 0$ sağlanarak $s(\hat{x})$ mutlak değeri azalır. Bu durumda sistem durum değişkenleri kayma sektörü içine doğru hareket eder.

Durum 2: Doğrusal olmayan sistemin durum değişkenleri sektörün içinde iken yani $|s(\hat{x})| < \delta(\hat{x})$ olduğunda Eş. 5.25 ile verilen kontrolcü kullanılabilir. Bu durumda Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$L(t) = \hat{x}^T(t)P(\hat{x})\hat{x}(t) > 0, \quad \forall \hat{x} \in \mathbb{R}^{n+1}, \quad (\hat{x} \neq 0), \quad \forall t \in \mathbb{R}^+$$

Lyapunov fonksiyonunun türevi yörüngeler boyunca zamana göre türevi aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}
\dot{L}(t) &= \dot{\hat{x}}^T(t)P(\hat{x})\hat{x}(t) + \hat{x}^T(t)\dot{P}(\hat{x})\hat{x}(t) + \hat{x}^T(t)P(\hat{x})\dot{\hat{x}}(t) \\
&= (\hat{x}^T(t)\hat{A}^T(\hat{x}) + u^T(t)\hat{b}^T(\hat{x}) + d^T(\hat{x}, t)\hat{b}^T(\hat{x}) \\
&\quad + r^T(t)D^T)P(\hat{x})\hat{x}(t) + \hat{x}^T(t)\dot{P}(\hat{x})\hat{x}(t) \\
&\quad + \hat{x}^T(t)P(\hat{x})\left(\hat{A}(\hat{x})\hat{x}(t) + \hat{b}(\hat{x})u(t) + \hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t) + Dr(t)\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{L}(t) &= \hat{x}^T(t)\left(\hat{A}^T(\hat{x})P(\hat{x}) + P(\hat{x})\hat{A}(\hat{x}) + \dot{P}(\hat{x})\right)\hat{x}(t) + 2\hat{x}^T P(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})u(t) \\
&\quad + 2\hat{x}^T P(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t) + 2\hat{x}^T P(\hat{x})Dr(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{L}(t) &= \hat{x}^T(t)\left(\hat{A}^T(\hat{x})P(\hat{x}) + P(\hat{x})\hat{A}(\hat{x}) + \dot{P}(\hat{x})\right)\hat{x}(t) + 2\hat{x}^T P(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})d(\hat{x}, t) \\
&\quad + 2\hat{x}^T P(\hat{x})Dr(t) \\
&\quad + 2\hat{x}^T P(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})\left[-\left(S(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})\right)^{-1}\left(S(\hat{x})\hat{A}(\hat{x})\hat{x}(t) + K_l(\hat{x})s(\hat{x})\right.\right. \\
&\quad \left.\left.+ K_2(\hat{x})\rho(\hat{x})\hat{x}(t) + S(\hat{x})Dr(t) + k(\hat{x})\delta(\hat{x})\text{sign}((\hat{x}))\right)\right]
\end{aligned}$$

Burada $\hat{b}^T(\hat{x})P(\hat{x}) = P(\hat{x})\hat{b}(\hat{x}) = s(\hat{x})$ olduğu unutulmamalıdır. Bu durumda Lyapunov fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi iki grupta tanımlanabilir.

$$\dot{L}(t) = W_1 + W_2$$

$$\begin{aligned}
W_1 &= -\left[2\left(S(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})\right)^{-1}(K_l(\hat{x}) - 1)\right]s^2(\hat{x}) \\
&\quad - 2\left(S(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})\right)^{-1}\hat{x}^T(t)[S^T(\hat{x})S(\hat{x})\hat{A}(\hat{x}) \\
&\quad + S^T(\hat{x})K_2(\hat{x})\rho(\hat{x})S(\hat{x})]\hat{x}(t) \\
&\quad - 2\left(S(\hat{x})\hat{b}(\hat{x})\right)^{-1}[k(\hat{x})\delta(\hat{x})\text{sign}((\hat{x})) + 2s(\hat{x})d(\hat{x}, t)]
\end{aligned}$$

$$W_2 = -\hat{x}^T(t)Q(\hat{x})\hat{x}(t) + 2\hat{x}^T(t)P(\hat{x})g(\hat{x})$$

W_1 'deki kontrol kazançları Eş.5.27, Eş. 5.28 ve Eş. 5.29'ye göre seçilirse Lyapunov fonksiyonunun türevinin ilk terimi negatif yarı tanımlı olur. Benzer şekilde Lyapunov fonksiyonunun türevinin ikinci terimi W_2 de aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\begin{aligned}
W_2 &= -\hat{x}^T(t)Q(\hat{x})\hat{x}(t) + 2\hat{x}^T(t)P(\hat{x})g(\hat{x}) \\
&\leq -\lambda_{\min}(Q(\hat{x}))\|\hat{x}\| + 2\lambda_{\max}(P(\hat{x}))\|\hat{x}\|\|g(\hat{x})\| \\
&\leq -\|\hat{x}\|\lambda_{\max}(P(\hat{x}))(\epsilon\|\hat{x}\| - 2\|g(\hat{x})\|)
\end{aligned}$$

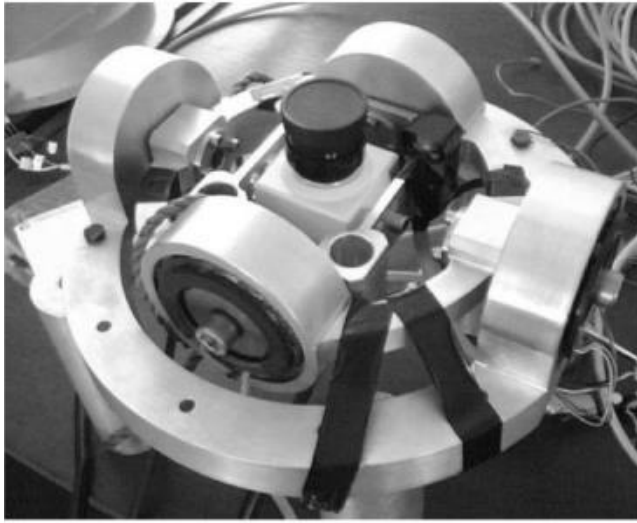
Burada $\epsilon = \frac{\lambda_{\min}(Q(\hat{x}))}{\lambda_{\max}(P(\hat{x}))}$ olarak yazılabilir ve $g(\hat{x})$ aşağıdaki eşitsizliği sağlar

$$\|g(\hat{x})\| \leq \frac{1}{2}\epsilon\|\hat{x}\|$$

Yukarıda belirtilen koşullarla W_2 negatif yarı tanımlı olur. W_1 ve W_2 sonuçları ile Eş. 5.22'te verilen Lyapunov fonksiyonunun türevi negatif yarı tanımlı olur. Böylece Lemma 5.1.1.' de göz önünde bulundurularak teoremin ispatı ve sistem kararlılığı sağlanır. ■

5.1.3. Tek girişli tek çıkışlı kardan uygulaması

Önerilen yöntem, Şekil 5.1'te gösterildiği gibi iki eksenli bir kardan sisteminin iç eksenini için uygulanmıştır.



Şekil 5.1. Örnek iki eksenli kardan sistemi

Uygulamada kullanılan kardana ait parametreler ve tanımları Çizelge 5.1 ile verilmiştir.

Çizelge 5.1. Tek eksenli kardan parametreleri ve tanımları

Sembol	Açıklama
$\psi, \dot{\psi}$	Yandönme açısı ve yandönme hızı
$\theta, \dot{\theta}$	Yunuslama açısı ve yunuslama hızı
K_i	Yay sabiti
B_i	Viskoz sürtünme katsayısı
J_{ik}	Kütle eylemsizlik momenti (k = x,y,z)
T_i	Motor torku
i_i	Motor akımı
K_t	Motor tork sabiti

Yandönme eksen, kardan sisteminin iç eksenidir ve hareket denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\ddot{\psi}J_{iz} + \dot{\psi}B_i + \psi K_i - \dot{\theta}^2 \sin \psi \cos \psi (J_{ix} - J_{iy}) = K_t i_i$$

Konum kontrolü için sistemin dinamik denkleminin durum uzayındaki gösterimi aşağıdaki gibi olur.

$$x_1 = \psi$$

$$x_2 = \dot{\psi}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_i}{J_{iz}} + \frac{F(x)}{J_{iz}(x_1 + \varepsilon)} & -\frac{B_i}{J_{iz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_{iz}} \end{bmatrix} i_i$$

$$y_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Burada $F(x) = \dot{\theta}^2 \sin x_1 \cos x_1 (J_{ix} - J_{iy})$ olarak yazılabilir. İntegral etkisi yaklaşımı ile regülatör problemini yapısı bir takip problemi yapısına dönüştürülebilir. Bu durumda sistemin durum uzayındaki ifadesi aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$e = \int (r_i - y_i) dt$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_i}{J_{iz}} + \frac{F(x)}{J_{iz}(x_1 + \varepsilon)} & -\frac{B_i}{J_{iz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{J_{iz}} \end{bmatrix} \dot{i}_i + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \psi_{ref}$$

Burada ε , x_1 'in sıfıra eşit olması durumunda tekilliği önlemek için sistem denklemlerine eklenen yeterince küçük bir sayıdır. Dinamik denklemdeki parametrelerin değerleri Çizelge 5.2 ile verilmiştir.

Çizelge 5.2. Tek eksenli kardan parametreleri

Sembol	Değer	Birim
K_i	0,095	Nm/rad
B_i	0,02	Nms/rad
J_{ik}	$696,5 \times 10^{-6}$	kgm^2
J_{ik}	$898,6 \times 10^{-6}$	kgm^2
J_{ik}	$472,8 \times 10^{-6}$	kgm^2
K_t	0,0328	Nm/A

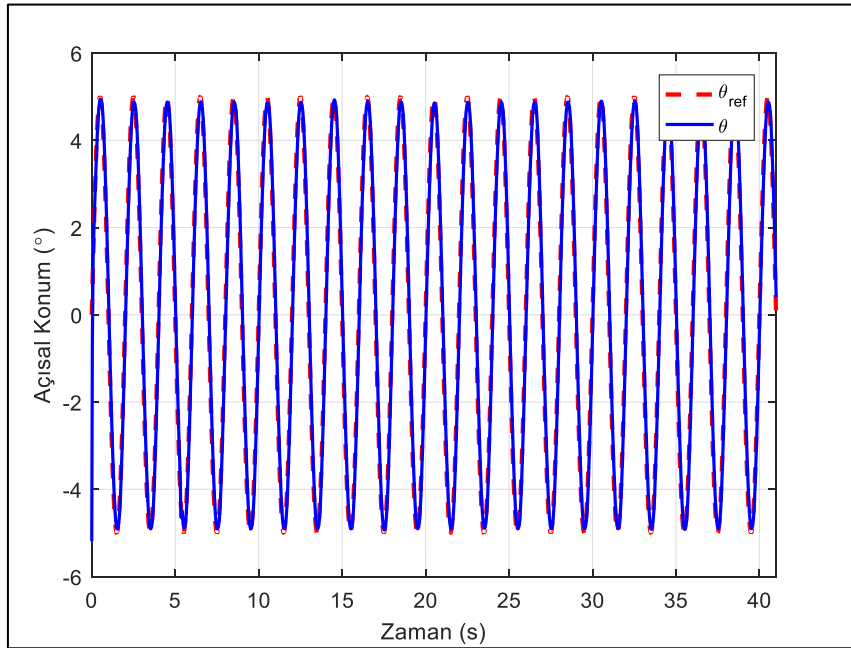
Deneylerde kullanılan kayma sektörü ve kontrolcü parametreleri ise Çizelge 5.3 ile verilmiştir.

Çizelge 5.3. Kayan Sektör Kontrol Parametreleri

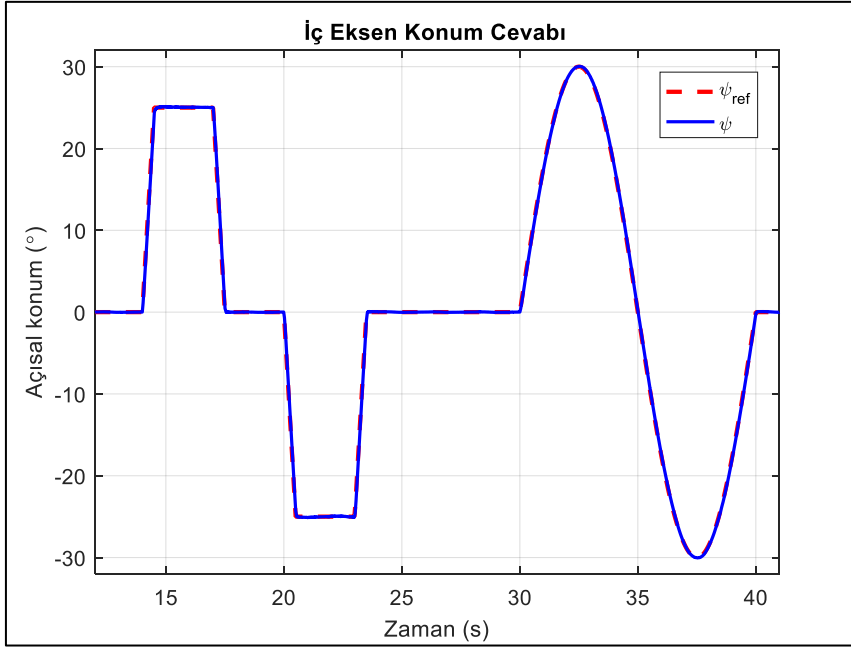
Sembol	Değer
Q	$\begin{bmatrix} 98 \times 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
R	$0,1 \times Q$
K_1	$4,8 \times e^{(\psi_{ref} - \psi)}$
K_2	$18 \times e^\psi$
k	0,05

Geliştirilen kayan sektör kontrol kuralı iki eksenli kardan sisteminin iç eksenine uygulanmıştır. DBDRD'nin gerçek zamanlı çözümü için her zaman aralığında Runge Kutta yöntemi kullanılmaktadır. Test düzeneğinde elektromekanik sistemi kontrol etmek için motor sürücüleri, çözücülerden veri toplamak için giriş-çıkış kartları ve kablo pin bağlantıları için klemensler bulunmaktadır. Gerçek zamanlı uygulama esnasında hedef bilgisayarda 2 kHz örnekleme frekansında çalıştırılmaktadır. Test boyunca sırasıyla basamak emir ve sinüzoidal konum komutları uygulanır. Adım komutundan önce, sistemin gürbüzlüğü test etmek için iç eksene 0,25 Nm'lik bir bozulma etkisi uygulanmıştır. Kontrol girişi, elektromekanik sistemin güvenliğini sağlamak için yazılım tarafından 8 Amper ile sınırlandırılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

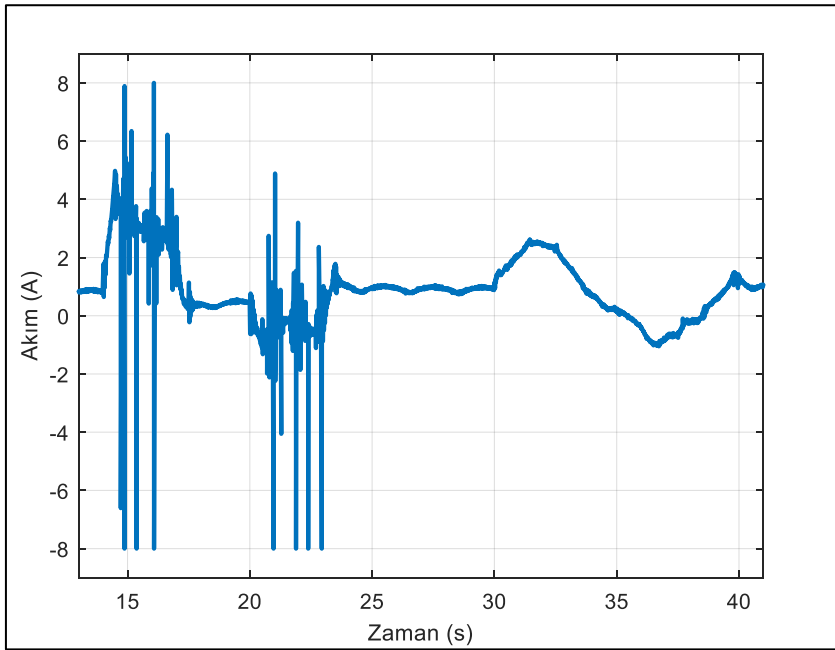
Yapılan testler sırasında iç eksen önerilen kayan sektör kontrol ile kontrol edilirken eksen üzerinde jiroskopik bir etki yaratmak için dış eksen eş zamanlı olarak 5° genlik ve 0,5 Hz frekans ile Şekil 5.2'de gösterildiği gibi uyarılmaktadır.



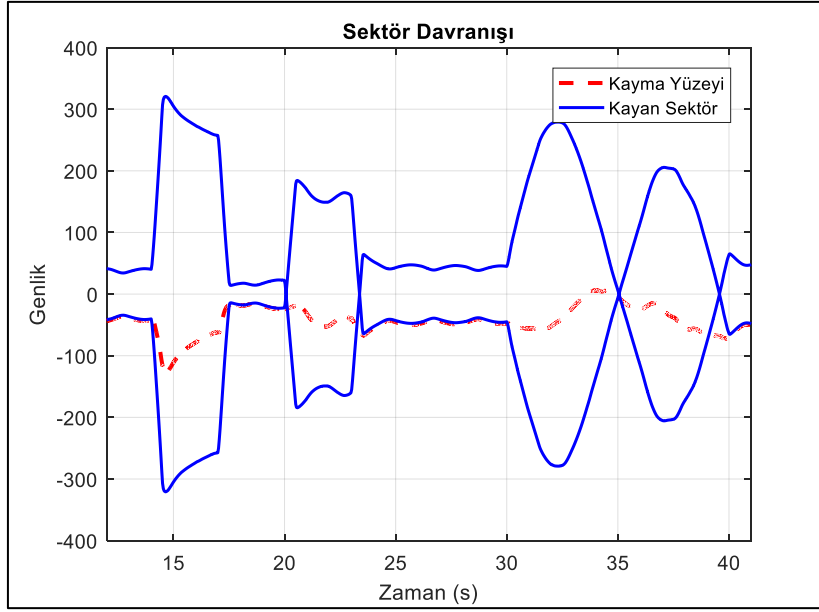
Şekil 5.2. Dış eksen salınım hareketi



Şekil 5.3. İç eksen basamak emir ve sinüs emir takibi



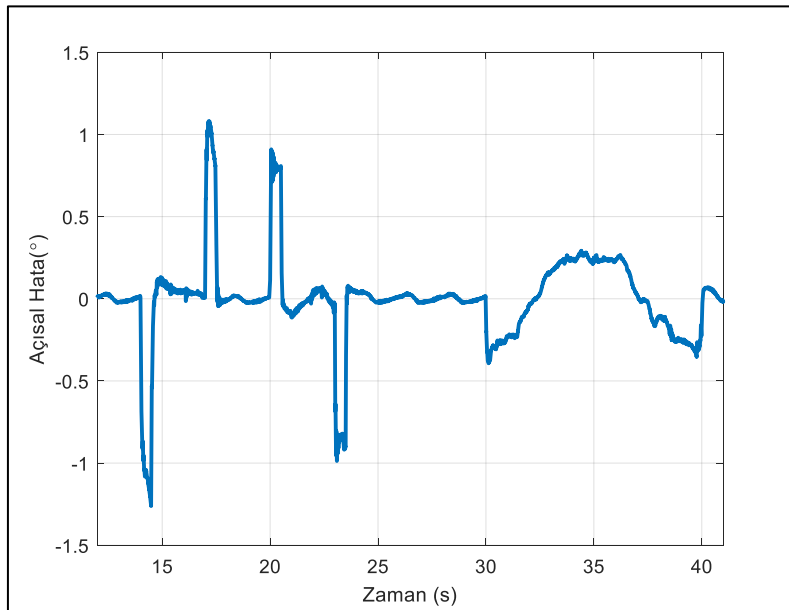
Şekil 5.4. Basamak emir ve sinüs emir takibi sırasında akım tüketimi



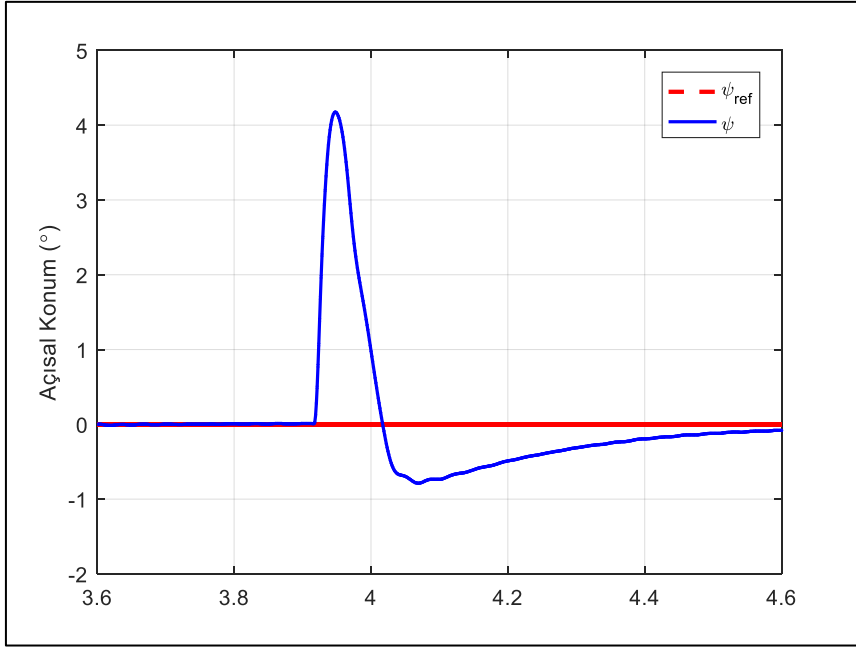
Şekil 5.5. Kayma yüzeyi ve kayan sektörün zamanla değişimi

Yukarıdaki şekillerde, kardan iç ekseninin açısal konumu, akım emri, kayma yüzeyi ve kayma sektörünün değişimleri verilmiştir. Sistem sırasıyla adım ve sinüzoidal komutların takibini yapmaktadır. Bu esnada Şekil 5.5'te görüldüğü gibi emir başlangıçlarında sistem sektör dışında kalmakta ve kontrol kuralı ile birlikte sektör içine doğru hareket etmektedir.

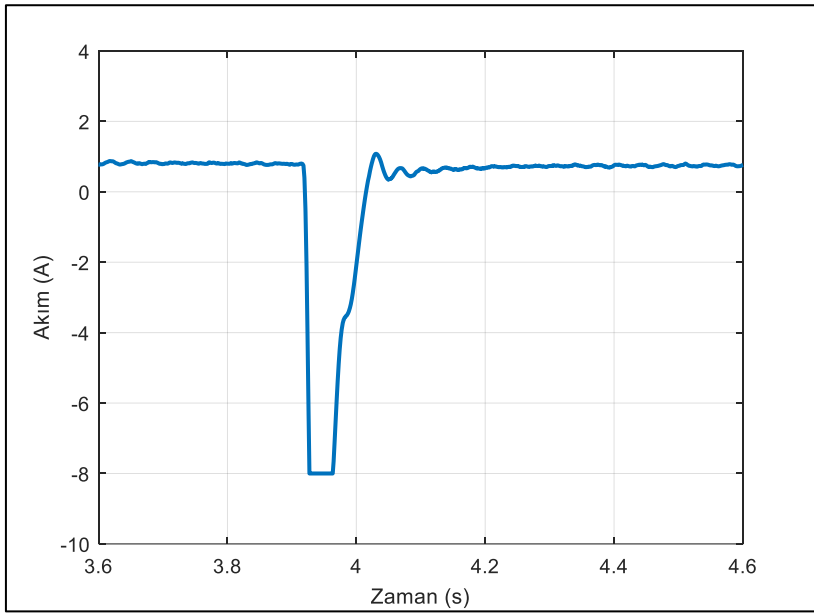
Testte komutların takibi esnasında gerçekleşen konum hataları ise Şekil 5.6 ile verilmiştir. Hata grafiği incelendiği dış eksenin salınımının iç eksene etkisi gözükmemektedir. Bu etki kabul edilebilir seviyeye indirilmiş olmakla beraber tam olarak yok edilememiştir.



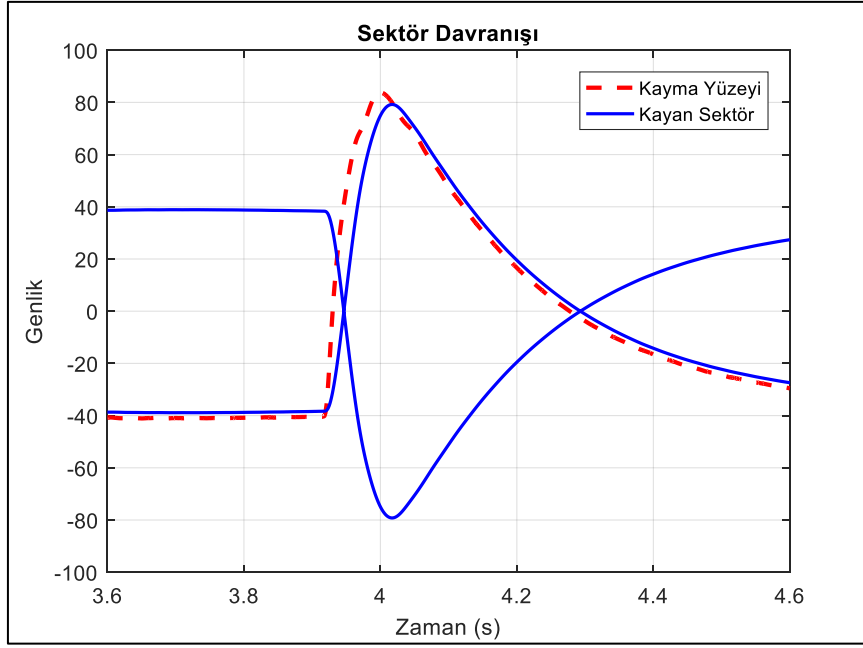
Şekil 5.6. Kardan eksenlerinin hataları



Şekil 5.7. Bozucu giriş altındaki konum cevabı



Şekil 5.8. Bozucu giriş altındaki akım tüketimi



Şekil 5.9. Bozucu giriş altındaki sektör davranışı

Dördüncü saniye civarında sisteme dışarıdan bozucu etki uygulanmaktadır. Bu esnada sistemin konum cevabı ve akım tüketimi sırasıyla Şekil 5.7’te Şekil 5.8 verilmiştir. Şekillerden de görüldüğü gibi, önerilen kontrolör bozucu etki altında gürbüzlüğü başarıyla elde etmiştir. Bu esnada sektör davranışı ise Şekil 5.9 ile verilmiştir. Bozucu etkinin geldiği anda sistem sektör sınırları dışına doğru hareket eder ardından kontrol kuralının etkisi ile tekrar sektör içine doğru yönelmektedir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan duruma bağlı yeni bir kayan sektör kontrol tasarım yöntemi önerilmiş ve daha sonra bir servo sisteme uygulanarak deneysel olarak test edilmiştir. Önerilen yöntemin, sisteme bozucu etkiler uygulandığında bile doğrusal olmayan sistemi başarılı bir şekilde kontrol ettiği gösterilmiştir. Akım tüketimlerine bakıldığında belli anlarda doyuma ulaşıldığı görülmektedir. Kontrol kazançları iyileştirilerek akım tüketim karakteristiğini düzenlenebileceği unutulmamalıdır. Aynı zamanda jiroskopik etkinin neden olduğu tork sebebiyle iç ekseninde meydana gelen salınımlar da iyileştirmelerde dikkate alınarak azaltılabilir.

5.2. Çok Girişli Çok Çıkışlı Sistemler için Model Referans Kayan Sektör Kontrol

Kayan sektör kontrol yaklaşımı önceki bölümde de bahsedildiği gibi genel olarak tek girişli ve tek çıkışlı sistemler için kullanılan bir yaklaşımdır. Bu bölümde daha önce Bölüm 4'te anlatılan kontrolcü tasarımı yapısı kayan sektör kontrol yaklaşımı için önerilmiştir. Daha önceki gibi birim vektör ve model referans yöntemlerinden faydalanılarak hata uzayına bir kayma yüzeyi tanımlanmıştır. Tasarlanan kayma yüzeyini normunu çevreleyecek norm uzayında tanımlı bir sektör tasarımı önerilerek kayan sektör kontrol yaklaşımı çok girişli çok çıkışlı sistemler için de kullanılabilir bir şekilde tanımlanmıştır. İşlemlerin genelleştirilmesi için bu bölümde de durum bağımlı kontrolcü tasarımlarını kapsayacak şekilde bir türetim gerçekleştirilmiştir.

ÇGÇÇ sistemlerde kayan sektör kontrol kullanımı ile ilgili olarak Özcan'ın çalışması mevcuttur. Özcan çalışmasında çoklu kayma sektörleri kullanımını önermiştir [47]. Bu çalışmada farklı olarak çok eksenli kardan sistemleri gibi durum değişkenleri arasında kinematik bağlantı içeren ÇGÇÇ sistemler için tek bir kayma sektörü önerilmiştir.

Eş. 4.1 ile verilen aşağıdaki gibi bir sistem ele alınsın. Sistemin düzenli formda olduğu kabul edilmiştir.

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) + f_m(x, t) + f_u(x, t)$$

Daha önce anlatılan ara işlemler yapılırsa Eş. 4.12 ve Eş. 4.13 ile verilen sistemi hata uzayında ifade eden dinamik eşitlikler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{e}_1 = A_{11}(x)e_1 + A_{12}(x)e_2 + A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)$$

$$\dot{e}_2 = A_{21}(x)e_1 + A_{22}(x)e_2 + A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} + B_2(x)u(t) - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)$$

5.2.1. Kayma yüzeyi tasarımı

Kayma yüzeyi tasarımı için Bölüm 4.3.'de anlatılan yüzey tasarım yöntemi kullanılabilir. Burada sistemin Lemma 4.3.1'i sağlaması gerektiği unutulmamalıdır. Yöntem kısaca tekrarlanırsa Eş.4.22 ile verilen kayma yüzeyi tasarlanabilir.

$$s(e) = M(x)e_1 + e_2$$

Burada;

$$M(x) = A_{12}^T(x)\bar{P}(x)$$

olur.

$\bar{P}(x)$ durum değişkenlerine bağlı pozitif tanımlı simetrik bir matristir. Eş. 4.24 ile verilen DBDRD çözümü ile elde edilir.

$$\dot{\bar{P}}(x) + \bar{P}(x)A_{11}(x) + A_{11}^T(x)\bar{P}(x) - \bar{P}(x)A_{12}(x)A_{12}^T(x)\bar{P}(x) + Q(x) = 0$$

Burada daha önce tanımlandığı gibi $Q(x) \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ boyutlarında pozitif tanımlı simetrik bir matristir.

5.2.2. Kayan sektör tasarımı

5.2.1. Tanım

Düzenli formda tanımlanmış Eş. 4.1 ile verilen sistem uygun ara işlemler ile Eş. 4.12 ve Eş. 4.13 ile hata uzayında tanımlı dinamik eşitlikler ile ifade edilsin. Bu sistemin Lemma 4.3.1'i sağlaması koşulu ile Eş.4.22 ile verilen kayma yüzeyi tasarlanabilir. Tanımlanan kayma yüzeyinin norm uzayındaki ifadesi $\|s(e)\|_2$ kısaca $\|s(e)\|$ olarak yazılabilir. Bu durumda kayma yüzeyi için norm uzayında sektör aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\mathbb{S} = \{e \mid \|s(e)\| \leq \delta(e), \quad \forall e \in \mathbb{R}^{n \times 1}, t \in \mathbb{R}\} \quad (5.30)$$

Burada kayan sektör sınırlarını belirleyen $\delta(e)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$\delta(e) = \sqrt{e^T(x)\Delta(x)e(x)} \quad (5.31)$$

$$\Delta(x) = \begin{bmatrix} Q(x) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} - R(x) \quad (5.32)$$

$$R(x) = (1 - r) \begin{bmatrix} Q(x) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}; \quad 0 < r < 1 \quad (5.33)$$

Yukarıda yapılan sektör tanımlamalarına ek olarak referans sektör tanımı aşağıdaki gibi yapılabilir. Bu referans sektör kayan sektör ile aynı $\Delta(x)$ fonksiyonu ve tasarımcı tarafından belirlenen geçerli bir hata vektörü e_d kullanılarak durum bağımlı bir şekilde hesaplanabilir.

$$\delta_d = \sqrt{e_d^t \Delta(x) e_d} \quad (5.34)$$

Burada kardan sistemi için e_d hata vektörü belirlenirken sistemin görüş açısı, kabul edilebilir bakış hattı hatası, kabul edilebilir hız değişimi hatası ve/veya bunların bir kombinasyonu kullanılabilir.

5.2.3. Kontrolcü tasarımı

Kayan sektör tasarımı yapıldıktan sonra aşağıdaki teorem kullanılarak KSK kuralı türetilir.

5.2.1. Teorem

Eş. 4.1 ile verilen doğrusal olmayan dinamik sistem ele alınsın. Eş. 4.22 ile belirtilen duruma bağlı kayma yüzeyinin Eş. 4.23. ve Eş. 4.24 kullanılarak tasarlandığı kabul edilsin. Bu kayma yüzeyi için Tanım 5.2.1’de belirtildiği gibi bir kayan sektör tasarımı yapılırsa sistemin kararlılığı Eş.5.35 ile verilen değişken yapılı kontrol kuralı ile sağlanır.

$$u(t) = \begin{cases} u_l + u_i + u_n & \|s(e)\| > \delta(e) \\ u_i + u_n \delta(e) & \|s(e)\| \leq \delta(e) \text{ \& } \|s(e)\|/\delta_d > 1 \\ u_i + u_n \delta_d & \|s(e)\| \leq \delta(e) \text{ \& } \|s(e)\|/\delta_d < 1 \end{cases} \quad (5.35)$$

$$u_l = -(B_2(x))^{-1} (\bar{A}_{21}(x)e_1 + K_l \bar{A}_{22}(x)s(e) + \hat{A}_{21}(x)x_{m_1} + \hat{A}_{22}(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t)) \quad (5.36)$$

$$u_i = -(B_2(x))^{-1} K_i \int s(e) dt \quad (5.37)$$

$$u_n = -(B_2(x))^{-1} K_n \text{sign}(s(e)) \quad (5.38)$$

İspat

Sistemin kararlılığı incelenirken üç ana durum söz konusudur.

- 1- $\|s(e)\| > \delta(e)$
- 2- $\|s(e)\| \leq \delta(e) \text{ \& } \|s(e)\|/\delta_d \geq 1$
- 3- $\|s(e)\| \leq \delta(e) \text{ \& } \|s(e)\|/\delta_d < 1$

Durum 1: Sisteme ait hiper yüzeyin (kayma yüzeyinin) normu kayma sektörünün değerinden büyük olduğu durum için teoremin ispatı Teorem 4.4.1 ispatında Durum 2 ile verilmiştir. Burada Lyapunov fonksiyonu Eş. 4.46 ile verildiği gibi seçilebilir.

$$L(x) = s^T(e)s(e) > 0$$

Bu durumda Lyapunov fonksiyonun türevi aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{L}(x) = [\dot{s}^T(e)s(e) + s^T(e)\dot{s}(e)]$$

Daha önce Teorem 4.4.1 ispatında Durum 2’de belirtilen ara işlemler yapıldığında sırasıyla Eş.4.39 ve Eş.4.40 ile verilen koşullar altında $\dot{L}(x) \leq 0$ sağlanır ve dinamik sistem kararlı olur.

$$K_l > 1$$

$$\left\| K_i \int s(e)dt \right\| + \|K_n\| > \|M(x)\bar{f}_u(x,t)\| + \|\bar{f}_m(x,t)\|$$

Durum 2 – 3: Durum 2 ve 3 aynı anda incelenebilir. Sisteme ait hiper yüzeyinin (kayma yüzeyinin) norm değerinin kayma sektörünün değerinden küçük olduğu yani sistemin kayma sektörünün içinde olduğu durum. Burada sistem referans sektörün dışında ya da içinde olabilir. Bu konuma göre uygulanan doğrusal olmayan kontrol değişmektedir. Bu durumda

Burada Lyapunov fonksiyonu Eş. 5.39 ile verildiği gibi seçilebilir.

$$L(x) = e^T P(x)e > 0 \tag{5.39}$$

Lyapunov fonksiyonun türevi aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{L}(x) = \dot{e}^T P(x)e + e^T \dot{P}(x)e + e^T P(x)\dot{e}$$

Burada $P(x)$ aşağıdaki gibi seçilmiştir. $P(x)$ Tanım 4.1.5’e göre pozitif tanımlı bir matristir.

$$P(x) = \begin{bmatrix} \bar{P}(x) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

Bu durumda;

$$\dot{L}(x) = [\dot{e}_1^T \quad \dot{e}_2^T] \begin{bmatrix} \bar{P}(x) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + [e_1^T \quad e_2^T] \begin{bmatrix} \dot{\bar{P}}(x) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + [e_1^T \quad e_2^T] \begin{bmatrix} \bar{P}(x) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{L}(x) = \dot{e}_1^T \bar{P}(x) e_1 + e_1^T \dot{\bar{P}}(x) e_1 + e_1^T \bar{P}(x) \dot{e}_1 + \dot{e}_2^T e_2 + e_2^T \dot{e}_2$$

$$\begin{aligned} &= [e_1^T A_{11}^T(x) + e_2^T A_{12}^T(x) + x_{m_1}^T A_{11}^{*T}(x) + x_{m_2}^T A_{12}^{*T}(x) + \bar{f}_u^T(x, t)] \bar{P}(x) e_1 \\ &\quad + e_1^T \dot{\bar{P}}(x) e_1 \\ &\quad + e_1^T \bar{P}(x) [A_{11}(x) e_1 + A_{12}(x) e_2 + A_{11}^*(x) x_{m_1} + A_{12}^*(x) x_{m_2} \\ &\quad + \bar{f}_u(x, t)] \\ &\quad + [e_1^T A_{21}^T(x) + e_2^T A_{22}^T(x) + x_{m_1}^T A_{21}^{*T}(x) + x_{m_2}^T A_{22}^{*T}(x) \\ &\quad + u^T(t) B_2^T(x) - r^T(t) B_{m_2}^T(x) + \bar{f}_m^T(x, t)] e_2 \\ &\quad + e_2^T [A_{21}(x) e_1 + A_{22}(x) e_2 + A_{21}^*(x) x_{m_1} + A_{22}^*(x) x_{m_2} \\ &\quad + B_2(x) u(t) - B_{m_2} r(t) + \bar{f}_m(x, t)] \end{aligned}$$

Eş. 4.24 ve Eş.5.35 yukarıdaki eşitlikte yerine konulursa;

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= e_1^T [-Q(x) + \bar{P}(x) A_{12}(x) A_{12}^T(x) \bar{P}(x)] e_1 + e_2^T [A_{22}^T(x) + A_{22}(x)] e_2 \\ &\quad + 2e_2^T [A_{12}^T(x) \bar{P}(x) + A_{21}(x)] e_1 \\ &\quad + 2e_1^T \bar{P}(x) [A_{11}^*(x) x_{m_1} + A_{12}^*(x) x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)] \\ &\quad + 2e_2^T [A_{21}^*(x) x_{m_1} + A_{22}^*(x) x_{m_2} - B_{m_2} r(t) + \bar{f}_m(x, t)] \\ &\quad + 2e_2^T \left[-K_i \int s(e) dt - K_n \text{sign}(s(e)) K_\Delta \right] \end{aligned}$$

Burada K_Δ , Eş.5.35'e göre değişmektedir. Yukarıdaki eşitlikte üçüncü terimde Eş. 4.27 yerine koyulursa ve Eş. 4.23 yardımıyla;

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= e_1^T [-Q(x) + M(x)^T M(x)] e_1 + e_2^T [A_{22}^T(x) + A_{22}(x)] e_2 \\ &\quad + 2[s^T(e) - e_1^T M(x)^T] [M(x) + A_{21}(x)] e_1 \\ &\quad + 2e_1^T \bar{P}(x) [A_{11}^*(x) x_{m_1} + A_{12}^*(x) x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)] \\ &\quad + 2e_2^T [A_{21}^*(x) x_{m_1} + A_{22}^*(x) x_{m_2} - B_{m_2} r(t) + \bar{f}_m(x, t)] \\ &\quad + 2e_2^T \left[-K_i \int s(e) dt - K_n \text{sign}(s(e)) K_\Delta \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{L}(x) = & e_1^T [-Q(x) - M(x)^T M(x)] e_1 + e_2^T [A_{22}^T(x) + A_{22}(x)] e_2 \\
& + 2s^T(e) [M(x) + A_{21}(x)] e_1 - 2e_1^T M(x)^T A_{21}(x) e_1 \\
& + 2e_1^T \bar{P}(x) [A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)] \\
& + 2e_2^T [A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)] \\
& + 2e_2^T \left[-K_i \int s(e)dt - K_n \text{sign}(s(e))K_\Delta \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{L}(x) = & -e_1^T \bar{Q}(x) e_1 - 2e_1^T M(x)^T A_{21}(x) e_1 + 2e_1^T [M^T(x) + A_{21}^T(x)] s(e) \\
& + 2e_1^T \bar{P}(x) [A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)] \\
& + e_2^T [A_{22}^T(x) + A_{22}(x)] e_2 \\
& + 2e_2^T [A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)] \\
& + 2e_2^T \left[-K_i \int s(e)dt - K_n \text{sign}(s(e))K_\Delta \right]
\end{aligned}$$

Burada $\bar{Q}(x) = Q(x) + \bar{P}(x)A_{12}(x)A_{12}^T(x)\bar{P}(x) = Q(x) + M^T(x)M(x)$ dir. $Q(x)$ daha önce tanımlandığı gibi pozitif tanımlı simetrik bir matristir. $M^T(x)M(x)$ işleminin sonucu pozitif yarı tanımlı simetrik bir matris oluşturur. Bu sebeple $\bar{Q}(x)$ pozitif yarı tanımlı simetrik bir matris olacaktır.

$$\begin{aligned}
\dot{L}(x) = & -\lambda_{\min}(\bar{Q}(x))\|e_1\|^2 - 2\lambda_{\min}(M(x)^T A_{21}(x))\|e_1\|^2 \\
& + 2\lambda_{\max}(M(x) + A_{21}(x))\|e_1\|\|s(e)\| \\
& + 2\lambda_{\max}(\bar{P}(x))\|e_1\|\|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\| \\
& + \lambda_{\max}(A_{22}^T(x) + A_{22}(x))\|e_2\|^2 \\
& + 2\|e_2\|\|A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)\| \\
& + 2\|e_2\|\left\| -K_i \int s(e)dt - K_n \text{sign}(s(e))K_\Delta \right\|
\end{aligned}$$

Bu durumda Lyapunov fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi iki grupta tanımlanabilir.

$$\dot{L}(t) = W_1 + W_2$$

$$\begin{aligned}
W_1 = & -\lambda_{\min}(\bar{Q}(x))\|e_1\|^2 - 2\lambda_{\min}(M(x)^T A_{21}(x))\|e_1\|^2 \\
& + 2\lambda_{\max}(M(x) + A_{21}(x))\|e_1\|\|s(e)\| \\
& + 2\lambda_{\max}(\bar{P}(x))\|e_1\|\|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\|
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_2 = & \lambda_{\max} (A_{22}^T(x) + A_{22}(x)) \|e_2\|^2 \\
& + 2\|e_2\| \|A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)\| \\
& + 2\|e_2\| \left\| -K_i \int s(e)dt - K_n \text{sign}(s(e))K_\Delta \right\|
\end{aligned}$$

Kararlılık için Lyapunov fonksiyonunun bileşenlerini sırasıyla incelenirse her bileşenin negatif yarı tanımlı olma kriterini sağlaması gerekir.

i.

$$\begin{aligned}
W_1 = & -\lambda_{\min} (\bar{Q}(x)) \|e_1\|^2 - 2\lambda_{\min} (M(x)^T A_{21}(x)) \|e_1\|^2 \\
& + 2\lambda_{\max} (M(x) + A_{21}(x)) \|e_1\| \|s(e)\| \\
& + 2\lambda_{\max} (\bar{P}(x)) \|e_1\| \|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\|
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\min} (\bar{Q}(x)) \|e_1\| + 2\lambda_{\min} (M(x)^T A_{21}(x)) \|e_1\| & > 2\lambda_{\max} (M(x) + \\
A_{21}(x)) \|s(e)\| + 2\lambda_{\max} (\bar{P}(x)) \|A_{11}^*(x)x_{m_1} + A_{12}^*(x)x_{m_2} + \bar{f}_u(x, t)\| & \quad (5.40)
\end{aligned}$$

ii.

$$\begin{aligned}
W_2 = & \lambda_{\max} (A_{22}^T(x) + A_{22}(x)) \|e_2\|^2 \\
& + 2\|e_2\| \|A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)\| \\
& + 2\|e_2\| \left\| -K_i \int s(e)dt - K_n \text{sign}(s(e))K_\Delta \right\|
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\|K_i \int s(e)dt + K_n \text{sign}(s(e))K_\Delta\| & > \frac{1}{2} \lambda_{\max} (A_{22}^T(x) + A_{22}(x)) \|e_2\| + \\
\|A_{21}^*(x)x_{m_1} + A_{22}^*(x)x_{m_2} - B_{m_2}r(t) + \bar{f}_m(x, t)\| & \quad (5.41)
\end{aligned}$$

Eş. 5.40 ve Eş. 5.41 ile belirtilen koşullar altında Eş. 5.39'da verilen Lyapunov fonksiyonunun türevi negatif yarı tanımlı olur. Böylece Lemma 5.1.1.' de göz önünde bulundurularak $\dot{L}(x) \leq 0$ koşulu sağlanır ve dinamik sistem kararlı olur. ■

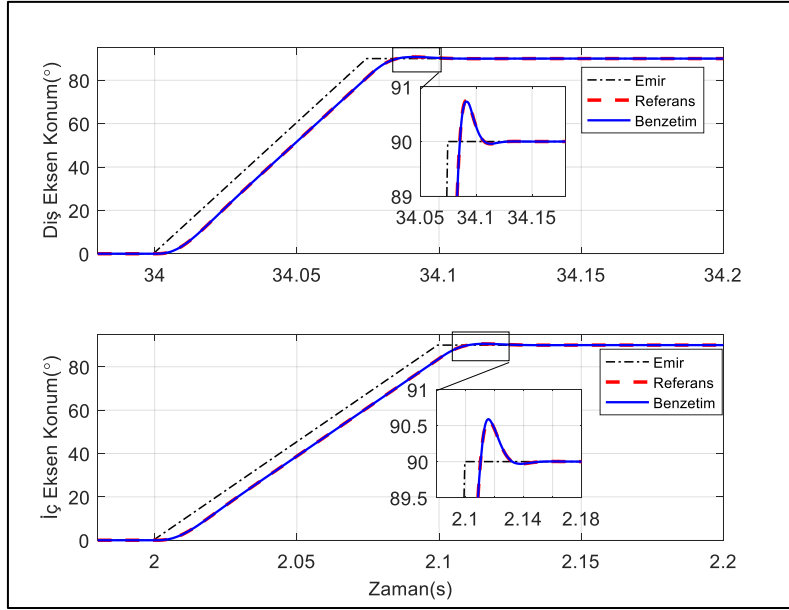
5.2.4. Benzetim çalışmaları

Önerilen değişken yapıli kontrol kuralının etkinliğinin değeriendirilmesi için benzetimler yapılmıştır. Benzetimlerde temel alınan model Bölüm 3'te ele alınan iki eksenli yuvarlanma – yandönme konfigürasyonuna sahip kardan sistemidir. Benzetimlerde sırasıyla sistemin basamak emir cevabı sinüzoidal emir takip performansı ve bozucu girişlere karşı gürbüzlğü incelenmiştir. Önerilen MR-KSK için referans model parametreleri ve kontrolcü parametreleri Çizelge 5.4'te verilmiştir.

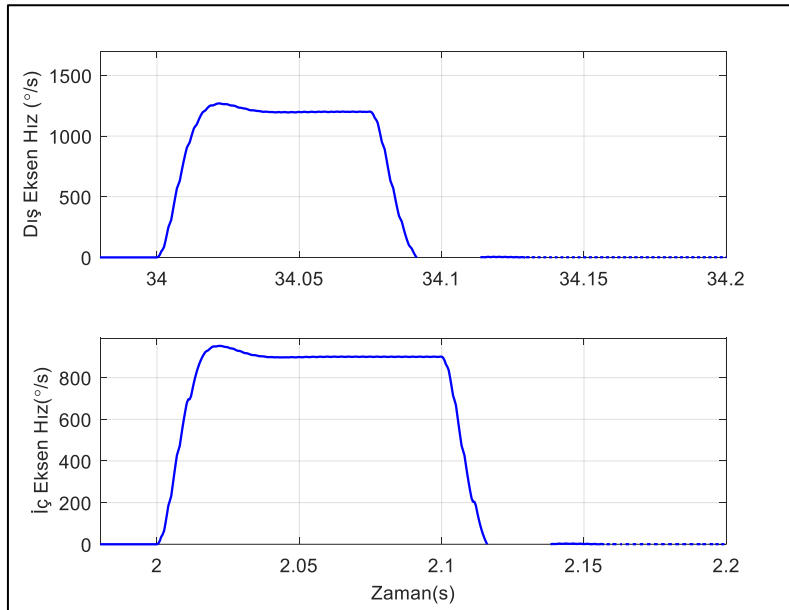
Çizelge 5.4. Kontrolcü ve referans model parametreleri

Parametre	DBDRD MR-KSK
$Q(x)$	$\begin{bmatrix} 7,4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \times 10^4 \times e^{(\ e_1\ ^{0,5})}$
K_l	1,2
K_i	$\begin{bmatrix} 1440 & 0 \\ 0 & 1440 \end{bmatrix}$
K_n	$\begin{bmatrix} 32 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$
e_d^t (rad)	[0,003 0,035 0,003 0,0035]
ζ_o ve ζ_i	0,707
ω_o ve ω_i (rad)	$2 \times \pi \times f$
f (Hz)	40

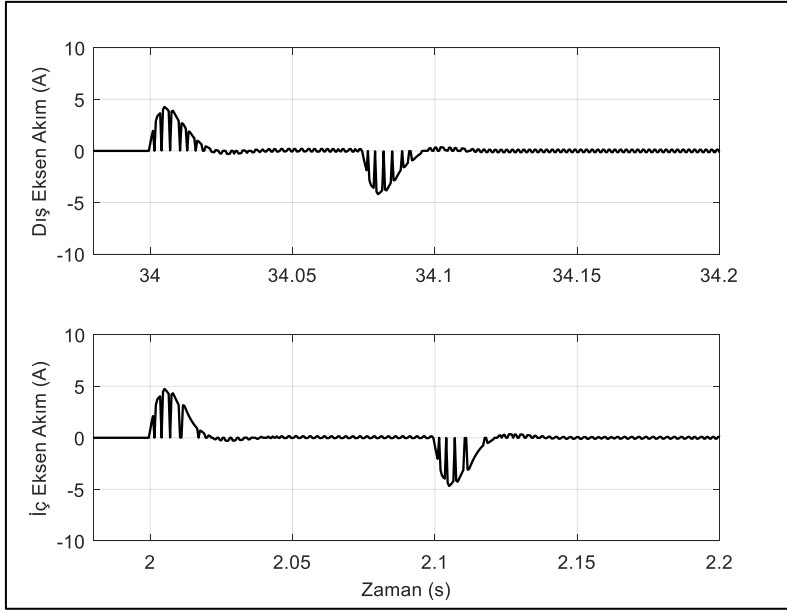
Şekil 5.10 ila Şekil 5.13 arasında, basamak giriş için benzetim sonuçlarını göstermektedir. Dış ve iç eksenlerin açısal konum yanıtları sırasıyla Şekil 5.10'da verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, önerilen MR-KSK ile hem dış hem de iç eksen referans sinyalinı başarılı bir şekilde takip etmektedir. Şekil 5.11 ve Şekil 5.12, sırasıyla dış eksen ve iç eksenin açısal hız değışimlerini ve emri yerine getirmek için gerekli akım komutlarını göstermektedir. Basamak giriş testi boyunca duruma bağılı kayma yüzeyi fonksiyonunun değışimi ise, Şekil 5.13'te sunulmaktadır.



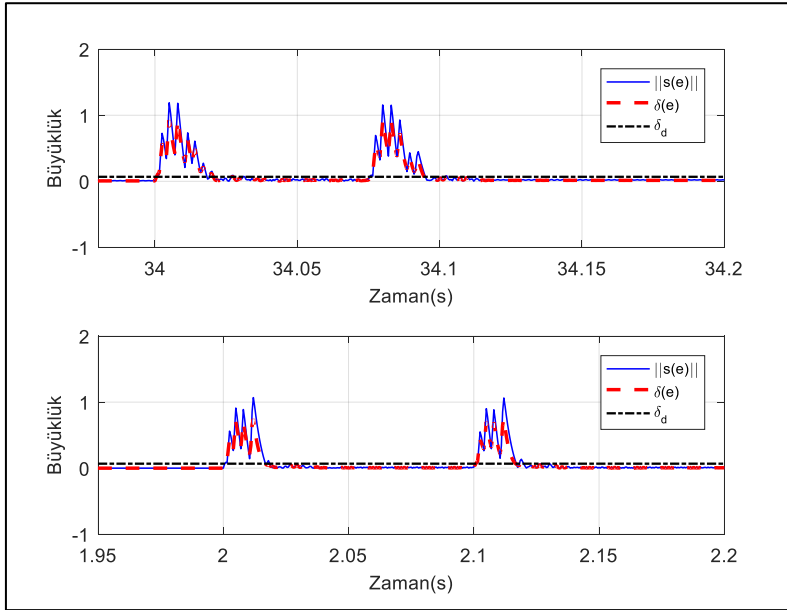
Şekil 5.10. Eksenlerin açısal konum cevabı



Şekil 5.11. Eksenleri açısal hızları

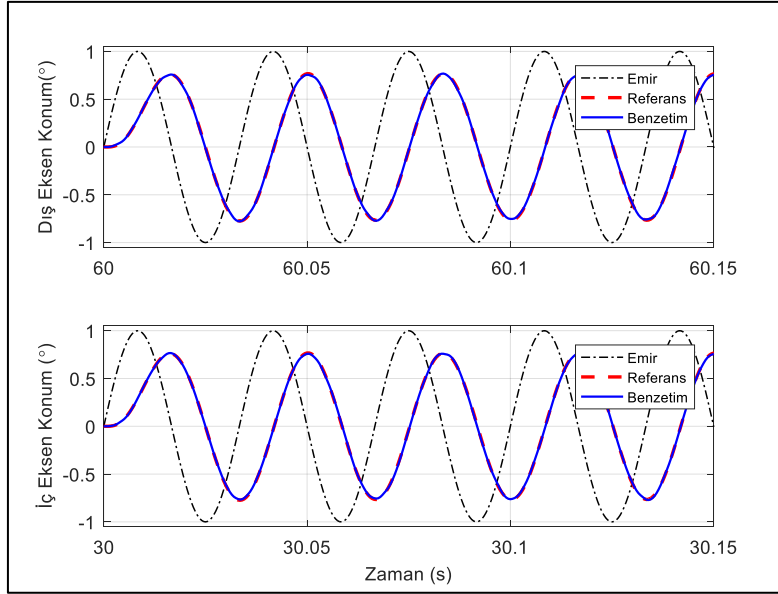


Şekil 5.12. Eksenlerin kontrol girişi



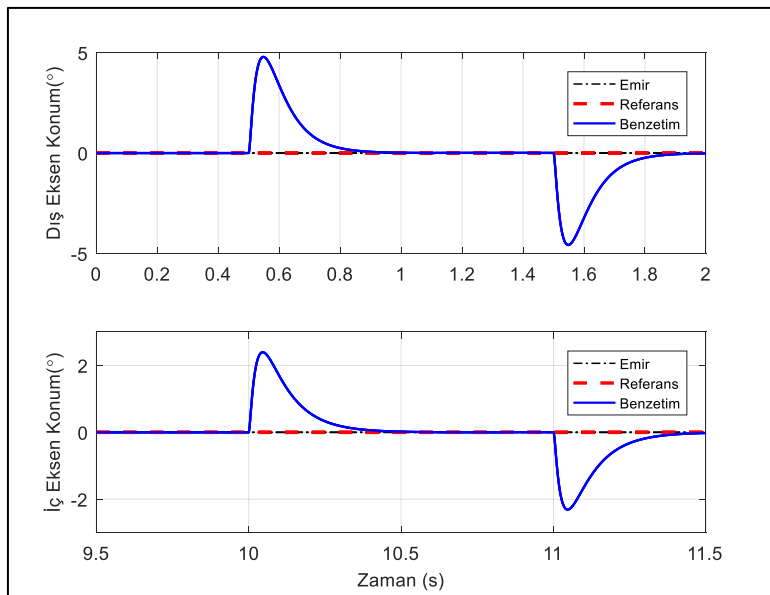
Şekil 5.13. Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi

İkinci olarak, MR-KSK'nin performansı sinüzoidal bir referans girişi kullanılarak test edilmiştir. Bu amaçla daha önceki uygulamaya benzer bir şekilde kardan sisteminin her iki eksenine de 40 Hz sinüzoidal girişler uygulanmaktadır. Şekil 5.14, sırasıyla dış ve iç eksenlerin açıl konum yanıtlarını göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi iki eksen 40 Hz bant genişliğine haiz ideal bir sistem gibi davranarak referans sinyali takip etmektedir.

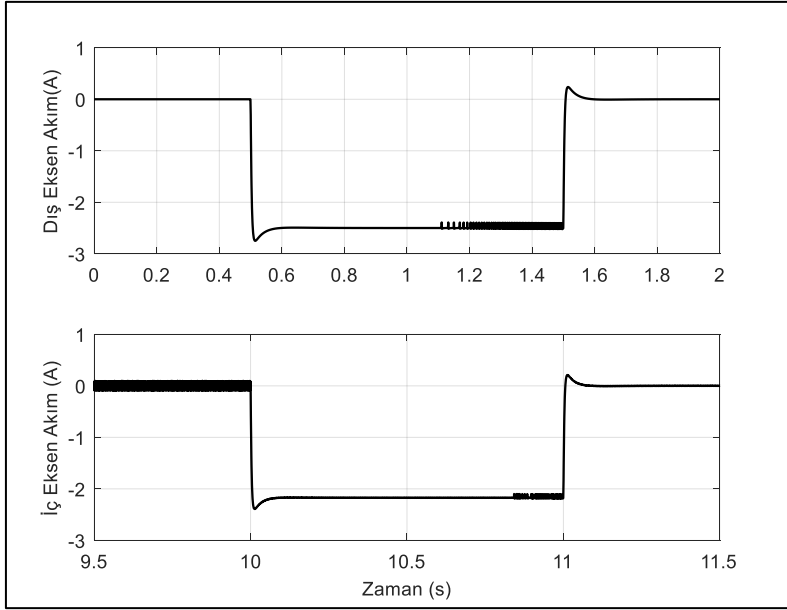


Şekil 5.14. Eksenlerin sinüs emir konum cevabı

Üçüncü durum MR-KSK'nın bozucu giriş altındaki performansını test etmek için uygulanır. Bozucu girişler, MR-KKK uygulamasına benzer şekilde dış eksen için 0,5 Nm adım fonksiyonu ve iç eksen için 0,05 Nm adım fonksiyonu olarak seçilmiştir. Önerilen MR-KSK ile kardan sisteminin bozucu etkilere verdiği yanıtlar, dış ve iç eksenler için Şekil 5.15'te verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi önerilen kontrolcü bozucu girişlerin etkisini dış eksen için 200 ms, iç eksen için 400 ms gibi kısa bir sürede bastırmaktadır. Bozucu girişler uygulanırken kullanılan kontrol girişleri, sırasıyla dış ve iç eksenler için Şekil 5.16'da gösterilmektedir.



Şekil 5.15. Eksenlerin bozucu giriş altındaki cevapları



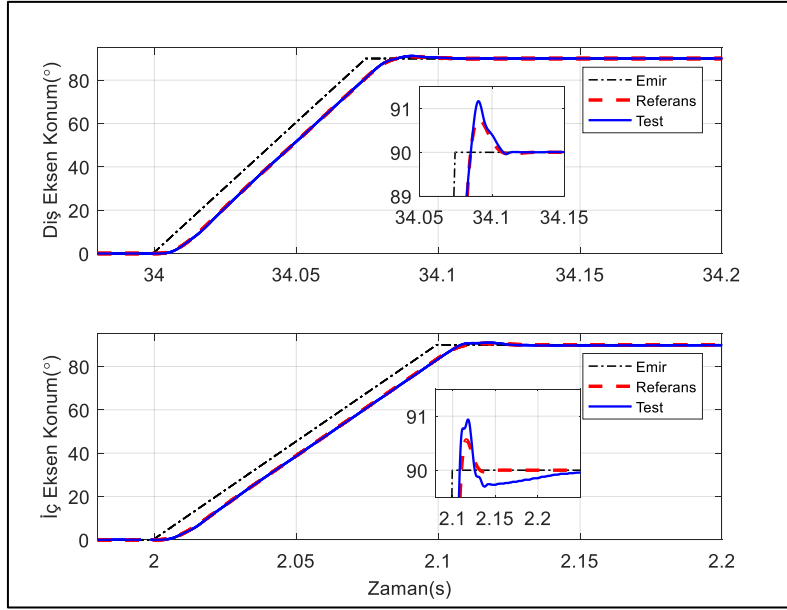
Şekil 5.16. Eksenlerin bozucu giriş altındaki kontrolcü girişi

Benzetim sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde tek girişli tek çıkışlı sistemler için geliştirilmiş olan KSK yaklaşımının önerilen MR-KSK yaklaşımı ile ÇGÇÇ sistemler için uygulanabilir olduğu görülmüştür.

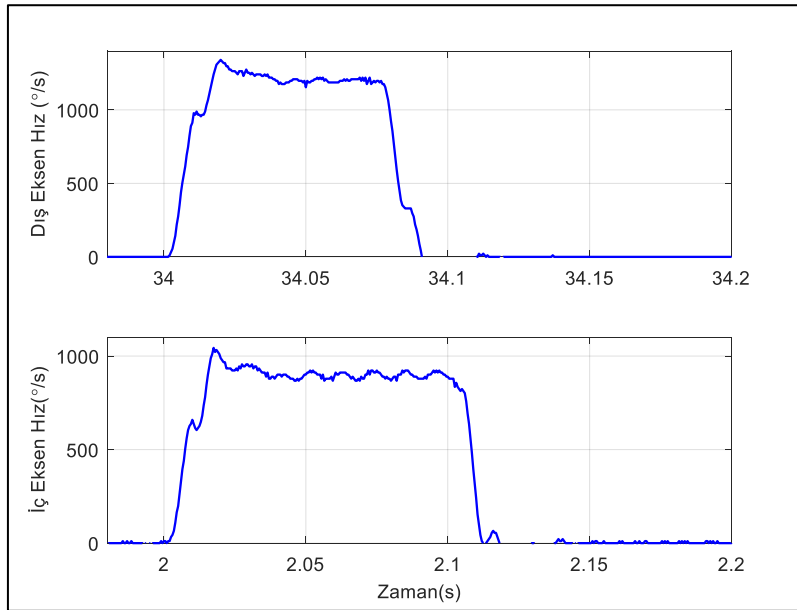
5.2.5. Deneysel çalışma

Önerilen yönteme ait deneysel sonuçlar bu bölümde sunulmaktadır. DBDRD'nin çözümü için ileri entegrasyon yaklaşımı kullanılmıştır. Kullanılan deney düzeneği özellikleri Bölüm 4'te verilmiştir. Önerilen MR-KSK'nın performansını test etmek için benzetim çalışmalarında olduğu gibi üç farklı durum ele alınmıştır. Bu üç senaryo, sırasıyla basamak giriş yanıtı, sinüzoidal giriş yanıtı ve bozucu girişlere yanıtıdır. Sisteme gönderilen emirler elektromekanik sistemin özelliklerine göre seçilen bir hız sınırlayıcıdan geçirilerek gönderilmektedir.

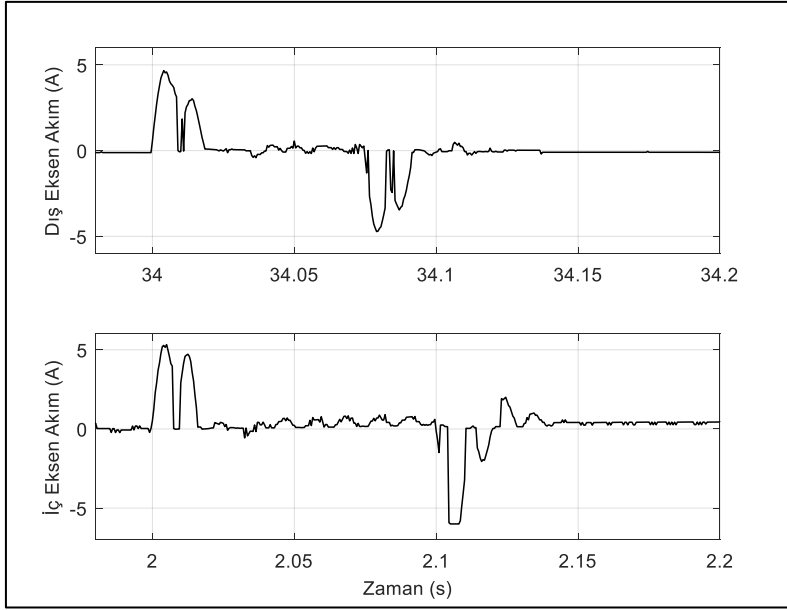
Şekil 5.17 ile Şekil 5.20 arasında basamak giriş için deneysel sonuçlar gösterilmektedir. Dış ve iç eksenlerin açısal konum yanıtları sırasıyla Şekil 5.17'de verilmiştir. Şekil 5.18 ve Şekil 5.19, sırasıyla dış eksen ve iç eksenin hız tepkilerini ve akım komutlarını göstermektedir. Basamak giriş testi boyunca duruma bağlı kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi ise, Şekil 5.20'de sunulmaktadır.



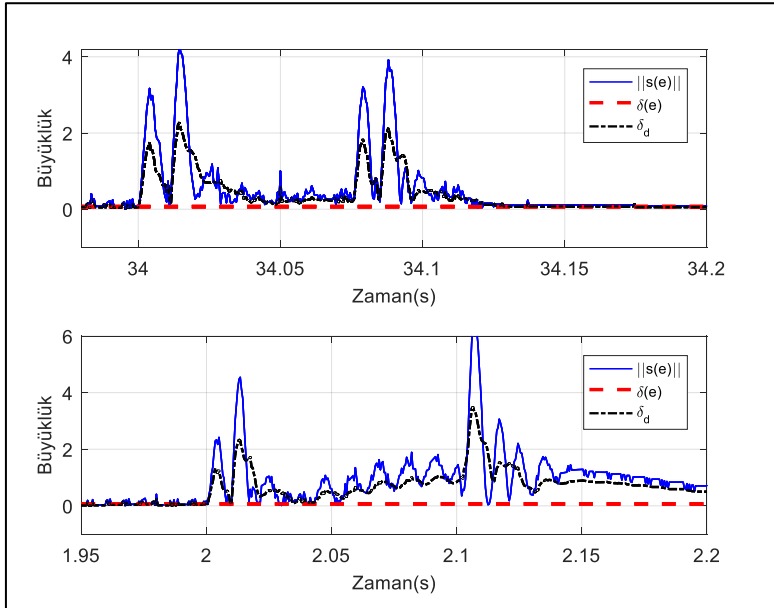
Şekil 5.17. Eksenlerin açısal konum cevabı



Şekil 5.18. Eksenleri açısal hızları

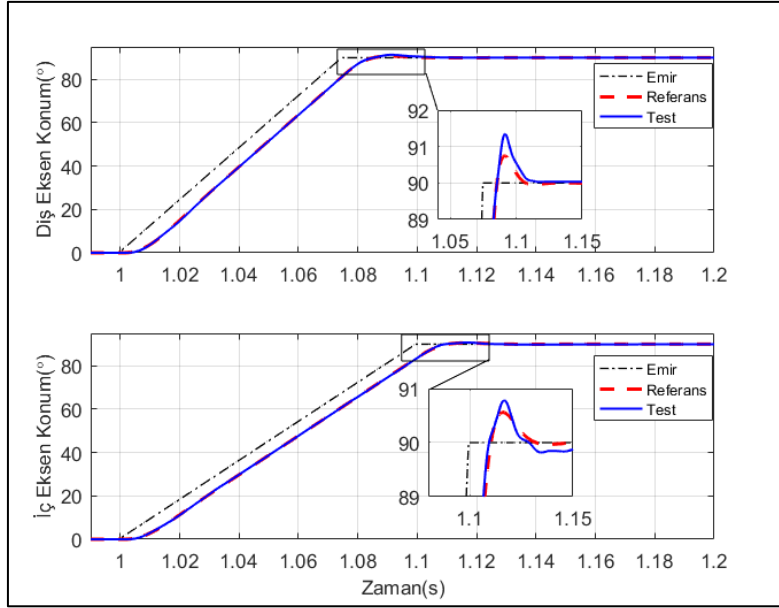


Şekil 5.19. Eksenlerin kontrol girişi

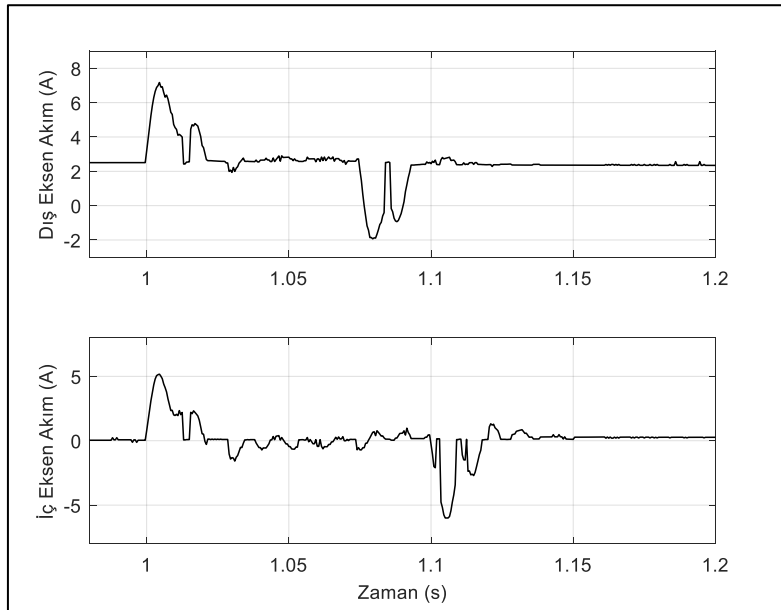


Şekil 5.20. Kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi

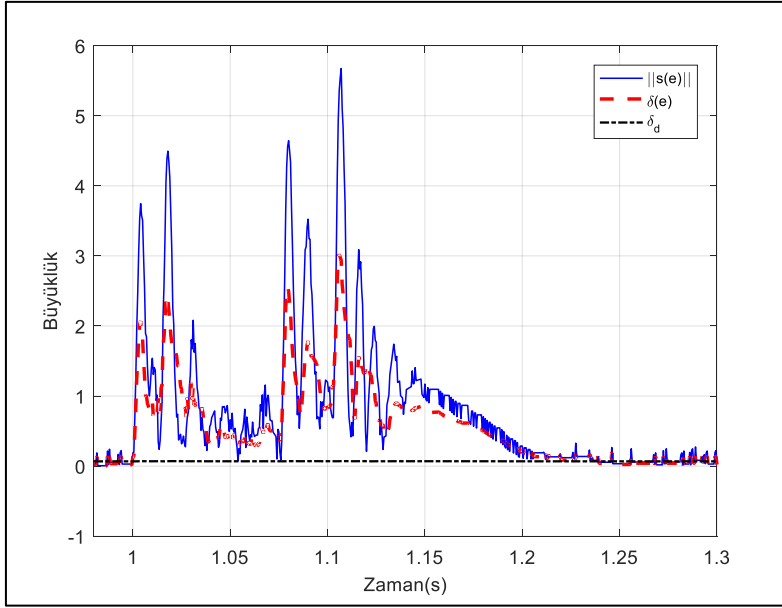
Aynı anda iki ekseninde basamak emir altındaki davranışı Şekil 5.21 ile Şekil 5.23 arasında verilmiştir. Burada Şekil 5.21’de sırasıyla dış ve iç eksenin konum cevapları görülmektedir. Şekil 5.17 ile kıyaslandığında aynı anda hareket esnasında eksenleri en fazla aşımalarının bir miktar arttığı, iç eksenin ise oturma zamanının ve emir takibinin iyileştiği görülmektedir. Bu esnada harcanan kontrol çabası, kayan sektör ve kayma yüzeyi değişimleri ise sırasıyla Şekil 5.22 ve Şekil 5.23 ile verilmiştir.



Şekil 5.21. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin açısal konum cevabı

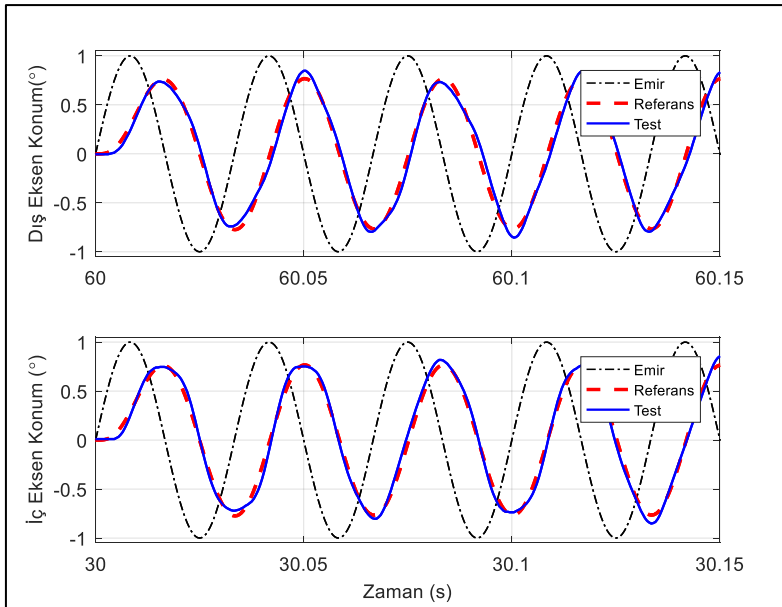


Şekil 5.22. Aynı anda basamak giriş komutu için eksenlerin akım tüketimi



Şekil 5.23. Aynı anda basamak giriş komutu için kayan sektör ve kayma yüzeyi değişimi

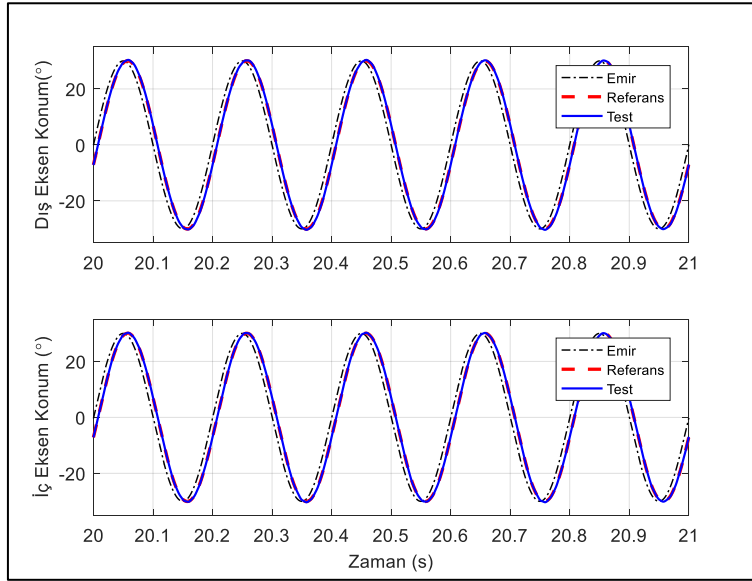
İkinci deney durumu olarak, MR-KSK'nin performansı sinüzoidal bir referans girişi kullanılarak test edilmesi için kardan sisteminin her iki eksenine 40 Hz sinüzoidal girişler uygulanmaktadır. Şekil 5.24, sırasıyla dış ve iç eksenlerin açısıl konum yanıtlarını göstermektedir.



Şekil 5.24. Eksenlerin sinüs emir konum cevabı

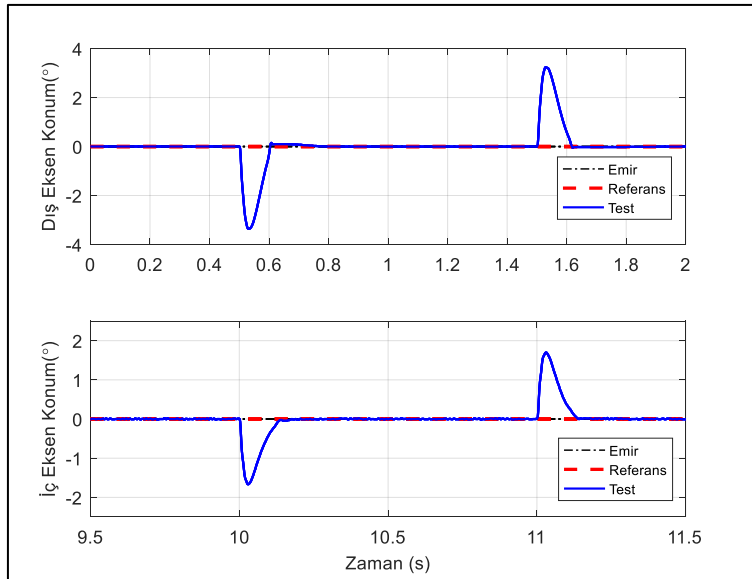
Aynı anda iki ekseninde sinüs emir altındaki davranışı Şekil 5.25 verilmiştir. Burada daha önce MR-KKK uygulamasında olduğu gibi 5 Hz frekansta 30° sinüs emri iki eksene de

aynı anda uygulanmıştır. Şekil incelendiğinde iki ekseninde başarılı bir şekilde emri takip ettiği görülmektedir.

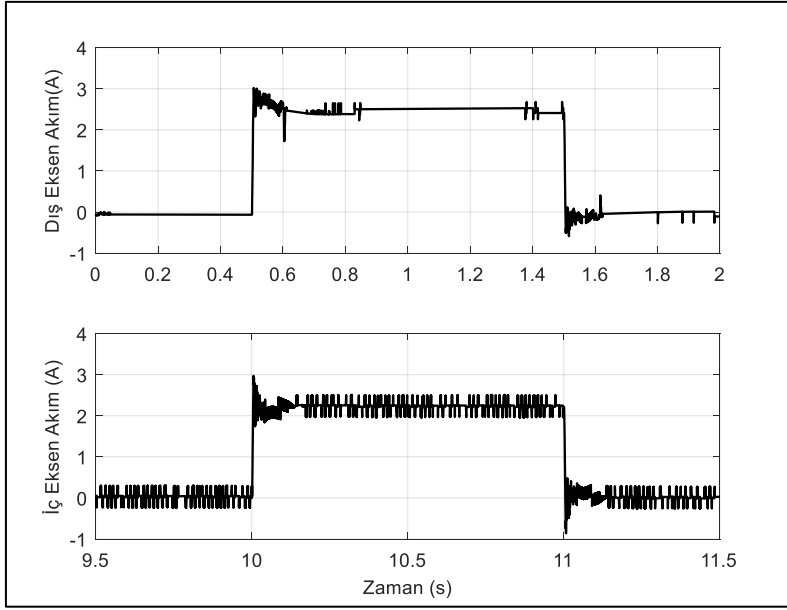


Şekil 5.25. Aynı anda sinüs komutu için eksenlerin açısal konum cevabı

Üçüncü test durumu MR-KSK'nın bozucu giriş altındaki performansını test edilmesidir. Bozucu girişler, dış eksen için 0,5 Nm adım fonksiyonu ve iç eksen için 0,05 Nm adım fonksiyonu olarak seçilmiştir. Önerilen MR-KSK ile kardan sisteminin bozucu etkilere verdiği yanıtlar, dış ve iç eksenler için Şekil 5.26'da verilmiştir. Bozucu girişler uygulanırken kullanılan kontrol girişleri, sırasıyla dış ve iç eksenler için Şekil 5.27'de gösterilmektedir.



Şekil 5.26. Eksenlerin bozucu giriş altındaki cevapları

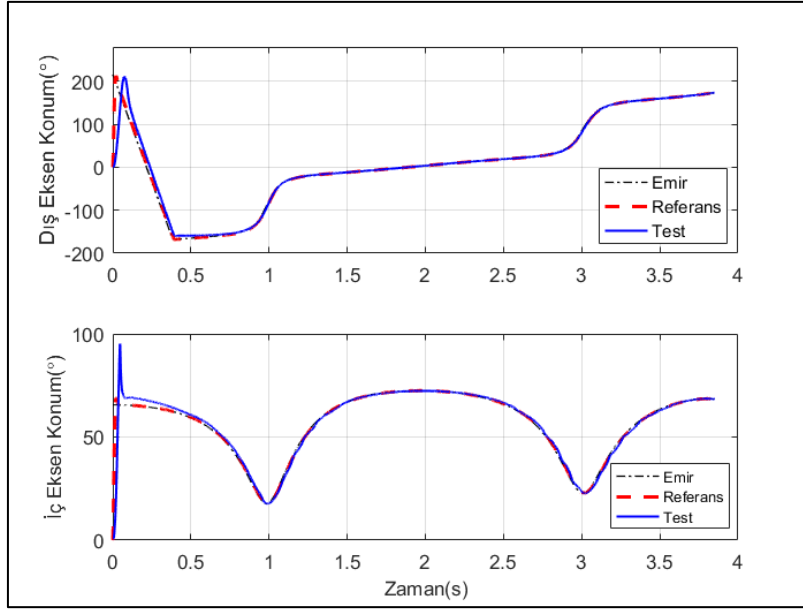


Şekil 5.27. Eksenlerin bozucu giriş altındaki kontrolcü girişi

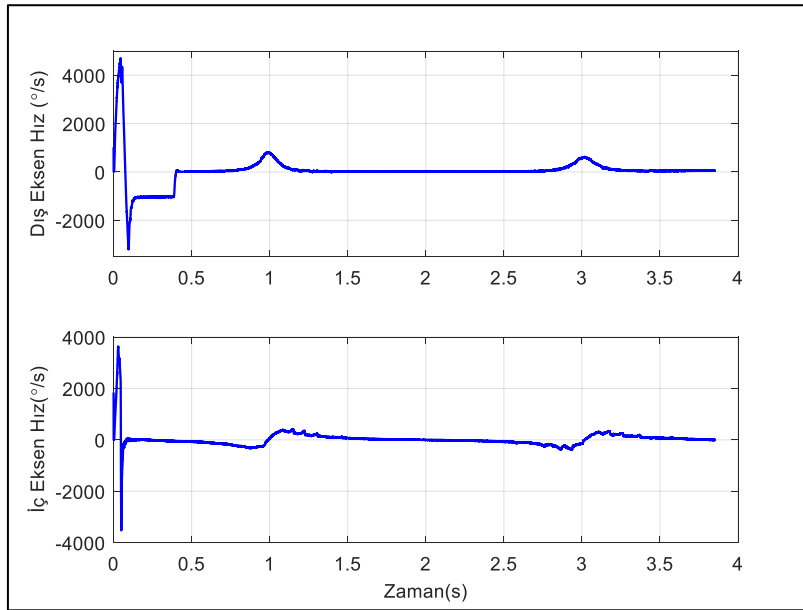
5.2.6. Eşleşme senaryosu

Burada sistemin önerilen MR-KSK algoritması ile bir eşleşme senaryosundaki başarımı incelenmiştir. Kullanılan eşleşme senaryosu Bölüm 4.6.3'te verilen senaryo ile aynıdır. Burada Şekil 4.18, X-Y-Z koordinatlarında hedef ile platform arasındaki eşleşme senaryosunu göstermektedir. Senaryo sırasında platformun gövde hızları Şekil 4.19'da verilmiştir.

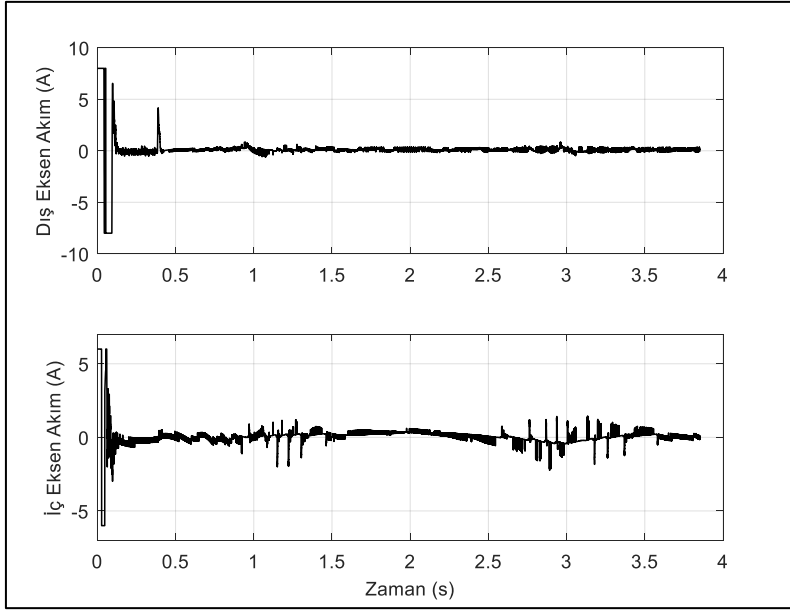
Şekil 5.28 ila Şekil 5.33 arasında, eşleşme senaryosunun deneysel sonuçlarını göstermektedir. Dış ve iç eksenlerin açısal konum tepkileri Şekil 5.28 ile verilmiştir. Şekil 5.29 ve Şekil 5.30, sırasıyla eksenlerin hız tepkilerini ve akım emirlerini göstermektedir. Eşleşme senaryosu boyunca durum bağımlı kayma yüzeyi fonksiyonunun değişimi ise Şekil 5.31'de sunulmaktadır.



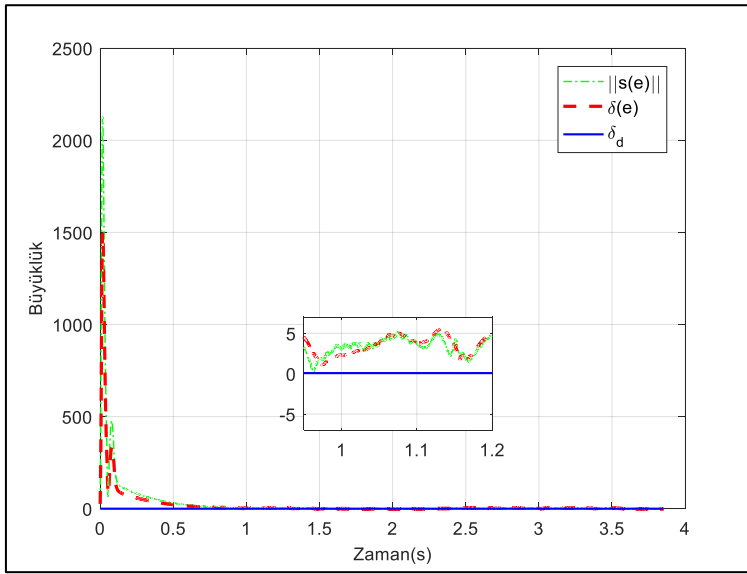
Şekil 5.28. Senaryo boyunca eksenlerin açısal konumları



Şekil 5.29. Senaryo boyunca eksenlerin açısal hızları

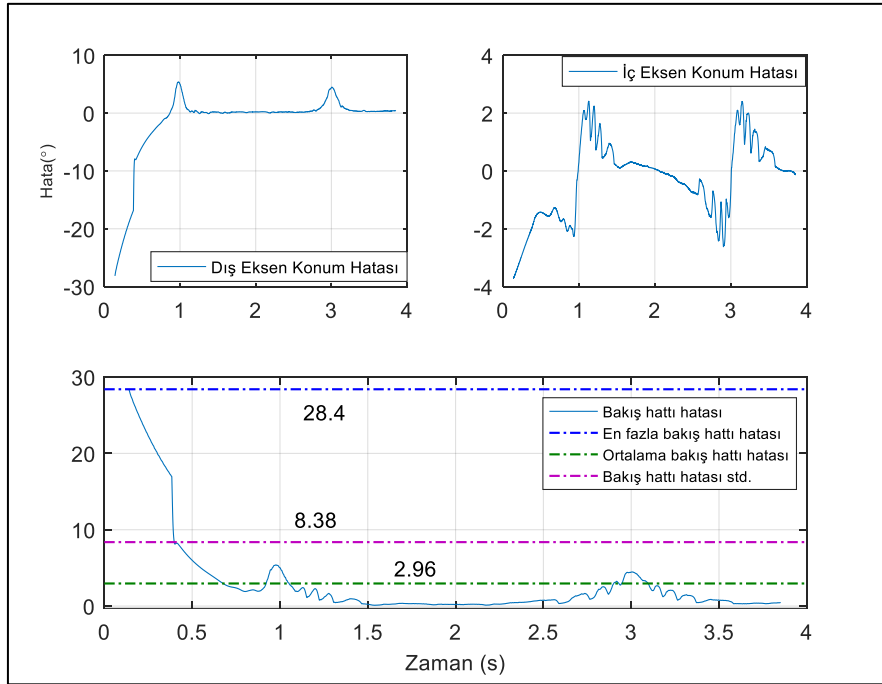


Şekil 5.30. Senaryo boyunca eksenlerin kontrolcü girişi

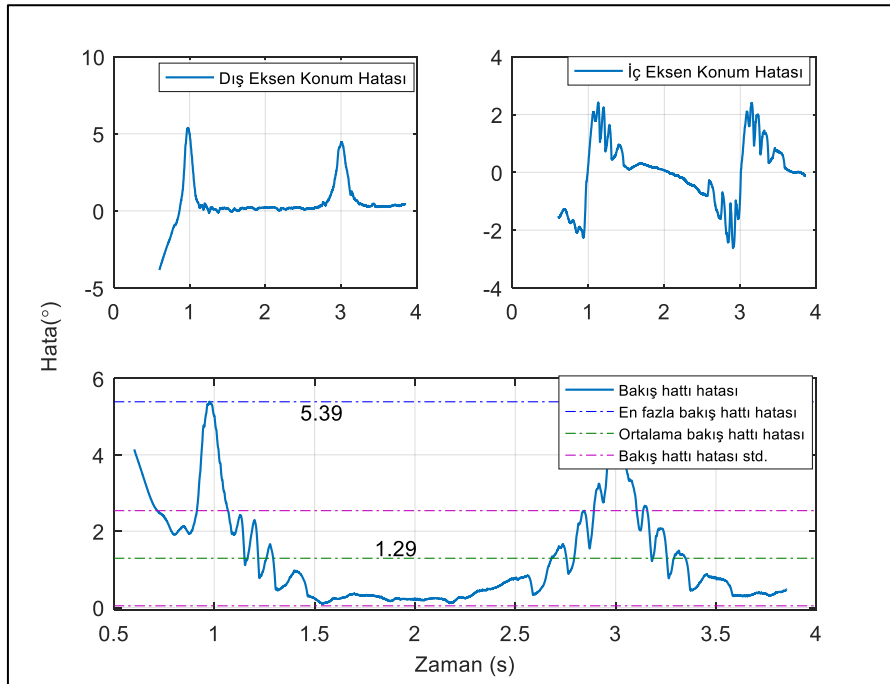


Şekil 5.31. Angajman boyunca kayan sektör ve kayma yüzeyinin değişimi

Şekil 5.28 – Şekil 5.31 platform üzerindeki kardanlı elektro-optik sistemin platform ile hedef arasındaki eşleşme koşulları altında önerilen MR-KSK ve durum-uzay yapısı yardımıyla hedefi takip ettiğini göstermektedir. Ancak şekiller incelendiğinde önerilen MR-KSK algoritmasının angajmanın ilk safhalarında hedefi takip altına almaktaki başarısının MR-KKK göre daha düşük olduğu görülmüştür. Kardan eksenleri kararlı duruma geçtikten sonra eksenlerin mutlak hataları ve kararlılaştırılmış kardan sisteminin bakış hattı hatası, Şekil 5.32’te gösterilmektedir. Hedef takip altına alındıktan sonraki bakış hattı hatası ise Şekil 5.33 ile verilmektedir.



Şekil 5.32. Kardan eksenlerinin hataları

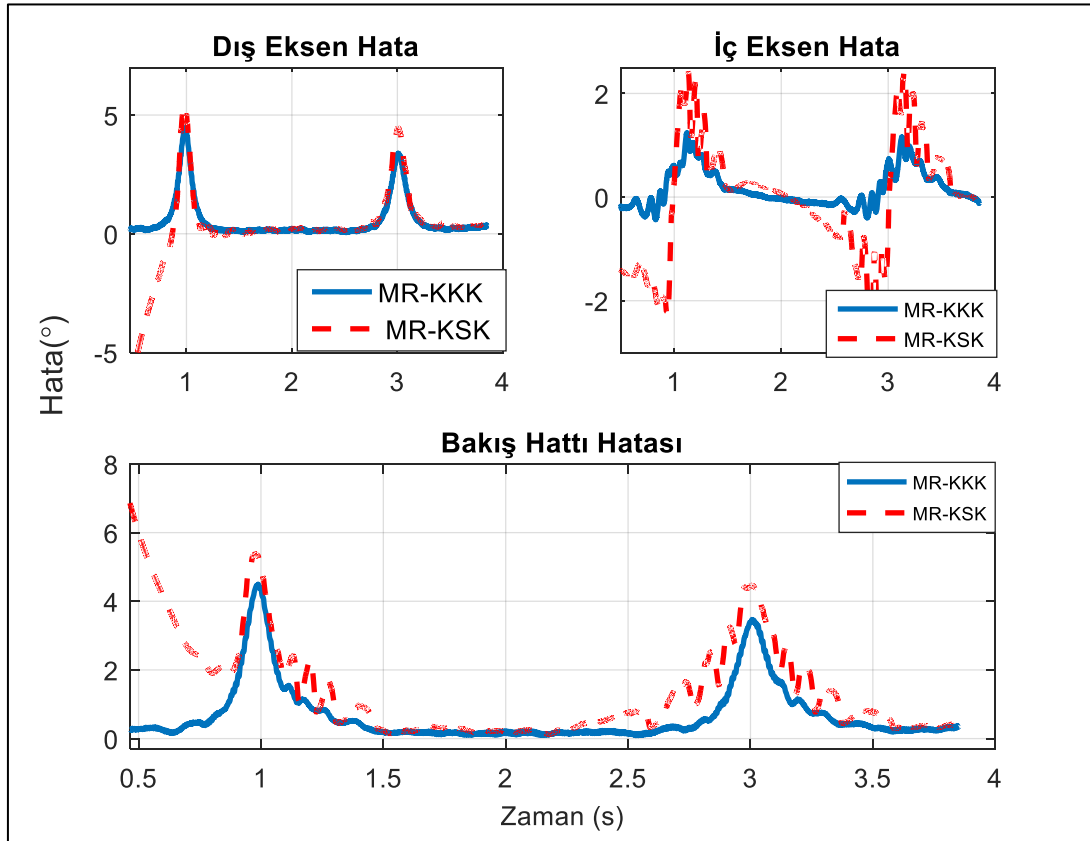


Şekil 5.33. Kardan eksenlerinin hataları (takip esnasında)

Şekil 5.32 ve Şekil 5.33 incelendiğinde önerilen MR-KSK algoritmasının yüksek dinamik değişimlerin olduğu ilk safhada başarımının iyi olmadığı tanımlanan kayan sektör çerçevesinden takip safhasında kabul edilebilir bir başarımla gösterdiği görülmüştür. Bunun sebebi olarak da kayan sektör tanımlanırken sisteme tanınan hata bütçesi olduğu

görülmektedir. Bu hata bütçesi sistemin kontrol çabasını azaltırken gürbüzlüğünü ve takip başarımını azaltmaktadır.

Aynı eşleşme senaryosu için MR-KKK ve MR-KSK yöntemleri Şekil 5.34 ile karşılaştırılmıştır. Şekilden de görüldüğü gibi MR-KSK yönteminde MR-KKK yöntemine göre hedef daha geç takip altına alınmaktadır. Aynı zamanda takip boyunca en fazla ve ortalama hata miktarları daha yüksektir.



Şekil 5.34. Kardan eksenlerinin hataları MR-KKK ve MR-KSK karşılaştırmalı

Bu durumda MR-KSK algoritmasının füze ve karşı tedbir uygulamaları gibi dinamik açıdan zorlayıcı eşleşme senaryoları yerine daha yavaş dinamiklere sahip gözetleme ve takip senaryolarında kullanılması daha uygun olacağı gözükmemektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada doğrusal olmayan sistemler için değişken yapıli kontrol yöntemleri önerilmiştir. Önerilen algoritmalar hızlı dinamik değişimler ve bozucu etkiler altında çalışan kardanli kamera yönlendirme sistemlerine uygulanmıştır. Yapılan gerçek zamanlı denemeler ile yöntemlerin etkinliği incelenmiştir.

Bu bağlamda Bölüm 4'te model referans kayan kipli kontrol yöntemi çok girişli ve çok çıkışlı sistemler doğrusal olmayan sistemler için durum bağımlı olarak türetilmiştir. Yöntem Bölüm 3'te ele alınan doğrusal olmayan kardan modeli için farklı koşullarda gerçek zamanlı uygulamalar ile test edilmiştir. Gerçek zamanlı testler esnasında sisteme emirler belli bir hız filtresinden geçirilerek sisteme gönderilmiştir. Bunun sebebi sistemin dinamik olarak limitlerinin üzerinde olan gerçek dışı emirlerin gönderilmesini engellemektir. Önerilen algoritma platform hareketlerinin ve titreşimlerin de dâhil edildiği gerçekçi bir eşleşme senaryosu için gerçek zamanlı testler ile doğrulanmıştır. Yapılan incelemelerde model referans yaklaşımının sistemin geçici durum cevabını belirlemede oldukça başarılı olduğu, doğrusal olmayan sistemin durum bağımlı çözümünün ise eşleşme senaryosu esnasında meydana gelen doğrusal olmayan dinamikleri ve bozucu etkileri bastırarak sistemin kararlılığını sağlamakta başarımının yüksek olduğu görülmüştür. Yapılan çalışma sonucunda yöntemin füze ve karşı tedbir sistemleri gibi hızlı dinamiklere sahip sistemler için sistemin doğrusallaştırılmasına gerek olmadan çok girişli ve çok çıkışlı modellenerek kullanılabileceği gösterilmiştir.

Bölüm 5'te ise öncelikler tek girişli tek çıkışlı sistemler için doğrusal olmayan kayan sektör tasarımı önerilmiştir. Burada kullanılan kontrol algoritmasına kayma yüzeyinin değişimi ile ilgili parametrelerde eklenerek iyileştirilmiş ve önerilen yöntem tek eksenli bir kardan sistemi için gerçek zamanlı testler ile doğrulanmıştır. Daha sonra temelde tek girişli tek çıkışlı sistemler için geliştirilmiş olan kayan sektör kontrol yöntemi, norm temelli yeni bir kayan sektör tasarımı sayesinde değişkenleri arasında kinematik bağlantı olan çok girişli çok çıkışlı sistemler için genelleştirilmiştir. Daha önceki çalışmalardan farklı olarak çok girişli çok çıkışlı sistem için birden fazla sektör yerine tek bir sektör önerilmiştir. Kayan sektör tasarımı durum bağımlı olarak yapılması sebebiyle doğrusal olmayan sistemlerde de kullanılabilmektedir. Yapılan model referans kayan sektör tasarımı sisteme kabul edilebilir bir hata bütçesi tanımlamaktadır. Sistemin dinamik yapısına uygun tasarlanan sektör sayesinde sadece kayma yüzeyi üzerinde değil yüzey

etrafında sektör içerisinde de kararlılık sağlanmaktadır. Bu tanım çerçevesinde benzer bir dinamik davranış için sistemin kontrol çabasında azalmaktadır. Önceki bölümlerdeki benzer bir şekilde yöntem öncelikle Bölüm 3'te ele alınan doğrusal olmayan kardan modeli için farklı koşullarda gerçek zamanlı uygulamalar ile test edilmiştir. Önerilen MR-KSK yönteminde MR-KKK yöntemine oranla performans düşüşü gözükse de sistem başarımı kabul edilebilir bir seviyededir. Daha sonra belirlenmiş olan bir eşleşme senaryosu için sistem başarımı gerçek zamanlı olarak test edilmiştir. Önerilen MR-KSK yönteminin genel takip performansının kabul edilebilir bir seviyede olduğu ancak kontrolcünün çok hızlı dinamik değişimlere ayak uydurmakta zorlandığı görülmüştür. Bunun sebebinin sisteme tanımlanan kabul edilebilir hata bütçesi kaynaklı gürbüzlük ve takip doğruluğundaki azalma olduğu değerlendirilmiştir.

Tez çalışması kapsamında önerilen kontrolcülerin durum bağımlı yapısı sayesinde sistemin iç dinamiklerine ve doğrusal olmayan etkilere karşı avantajlar sağlamakla birlikte gerçek zamanlı uygulamalar için işlem yükünü arttırmak ve sürekli değişen parametreler sebebiyle bir platforma uygulamadan önce güvenilirliği arttırmak için test doğrulama sayılarının fazla olması gibi dezavantajlar getireceği unutulmamalıdır.

Sonuç olarak önerilen yöntemler çok girişli çok çıkışlı doğrusal olmayan sistemler için geliştirilmiş ve kardanlı sistemlerin kontrolüne başarılı bir şekilde uygulanarak b sonuçlar elde edilmiştir. MR-KKK yüksek hızlı sistemler için başarılı bir şekilde gereksinimleri yerine getirirken MR-KSK yöntemi güç bütçesinin kısıtlı olduğu ve görece daha düşük hassasiyet isteyen uygulamalar için daha iyi bir adaydır. Özellikle uzay uygulamalarında kontrol çabasındaki enerji tasarrufu sayesinde başarılı sonuçlar elde edilebileceği öngörülmektedir. Gelecek çalışmalarda MR-KSK yöntemi hızlı dinamik ortamlardaki açığı giderecek şekilde kontrol algoritmasında güncellemeler yapılarak tasarım iyileştirilebilir. Önerilen yöntemler çok girişli çok çıkışlı doğrusal olmayan modellere uygulanabilmesi sayesinde gelecekte farklı dinamik sistemler için de uyarlanabilir.

KAYNAKLAR

1. Hilkert, J. M. (2008). Inertial Stabilized Platform Technology Concepts and Principles. *IEEE Control System Magazine*, 26-46.
2. Hilkert, J. M. (1990). *Adaptive Control System Techniques Applied to Inertial Stabilization Systems*. Technical Symposium on Optics, Electro-Optics, and Sensors, 1304 Acquisition, Tracking, and Pointing IV, 190.
3. Jenkins, S. T., Hilkert, J. M. (1989). *Line of Sight Stabilization using Image Motion Compensation*. Technical Symposium on Aerospace Sensing, 1111 Acquisition, Tracking, and Pointing III, 98-115.
4. Toloei, A., Pirzadeh, M., Vali, A. (2016). Design of Predictive Control and Evaluate the Effects of Flight Dynamics on Performance of One Axis Gimbal System, Considering Disturbance Torques. *Aerospace Science and Technology*, 54, 143-150.
5. Masten, M. K. (2008). Inertially Stabilized Platforms for Optical Imaging Systems. *IEEE Control System Magazine*, 28(1), 47-64.
6. Ji, W., Li, Q., Xu, B., Zhao, D., Fang, S. (2011). Adaptive Fuzzy PID Composite Control with Hysteresis-Band Switching for Line of Sight Stabilization Servo System. *Aerospace Science and Technology*, 15, 25-32.
7. Masten, M. K., Hilkert, J. M. (1987). *Electromechanical System Configuration for Pointing, Tracking and Stabilization Applications*. SPIE, 75-87.
8. Abdo, M., Vali, A. R., Toloei, A., Arvan, M. R. (2015). *Improving Two Axes Gimbal Seeker Performance Using Cascade Control Approach*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G: Journal of Aerospace Engineering, 38-55.
9. Abdo, M., Vali, A. R., Toloei, A., Arvan, M. R. (2013). Research on the Cross-Coupling of a Two Axes Gimbal System with Dynamic Unbalance. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10(10), 357.
10. Lungu, M. (2021). Neuro-Observer Based Control of Double Gimbal Control Moment Gyro Systems. *Aerospace Science and Technology*, (110), 106467.
11. Espinosa, C., Mayen, K., Lizarraga, M., Salazar, S., Romero, H., Lozano, R. (2015). *Sliding Mode Line-of-Sight Stabilization of a Two-Axes Gimbal System*. 2015 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS), Cancun ,431-438.
12. Naderolaslı, A., Tabatabaei, M. (2017). Stabilization of the Two-Axis Gimbal System Based on an Adaptive Fractional-Order Sliding-Mode Controller. *IEEE Journal of Research*, 66 (11), 124-133.

13. Geng, Y., Hou, Z., Gou, J., Huang, S. (2017). Rapid Singularity-Escape Steering Strategy for Single-Gimbal Control Moment Gyroscopes. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 40(12), 3199-3210.
14. Valk, L., Berry, A., Vallery, H. (2018). Directional Singularity Escape and Avoidance for Single-Gimbal Control Moment Gyroscopes. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 41(5), 1095-1107.
15. Kürkçü, B., Kasnakoglu, C., Efe, M. Ö. (2018). Disturbance/Uncertainty Estimator Based Integral Sliding-Mode Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 63(11), 3940-3947.
16. Xinli, Z., Li, X. (2019). A Finite-Time Robust Adaptive Sliding Mode Control for Electro-Optical Targeting System With Friction Compensation. *IEEE Access*, 7, 166318-166328.
17. Edwards, C., Spurgeon, S. (1998). *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. London, U.K.: Taylor and Francis.
18. Utkin, V. (2013). *Sliding Modes in Control and Optimization* (Communications and Control Engineering b.). Springer Berlin Heidelberg.
19. Slotine, J. J., Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall.
20. Salamci, M. U., Gökbilen, B. (2007). *SDRE Missile Autopilot Design using Sliding Mode Control with Moving Sliding Surfaces*. 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. Toulouse, France .
21. Durmaz, B., Özgören, M. K., Salamci, M. U. (2012). Sliding Mode Control for Non-linear Systems with Adaptive Sliding Surfaces. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 34(1), 56-90.
22. Kara, F., Salamci, M. U. (2018). Model Reference Adaptive Sliding Surface Design for Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 54, 611-624.
23. Banks, S. P., Salamci, M. U., Mccaffrey, D. (2000). Non-local Stabilization of Nonlinear Systems using Switching Manifolds. *International Journal of Systems Science*, 31, 243-254.
24. Salamci, M. U., Ozgoren, M. K., Banks, S. P. (2000). Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for Missile Autopilot Design. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 23, 719-727.
25. Zhu, P., Chen, Y., Li, M., Zhang, P., Wan, Z. (2020). Fractional-order sliding mode position tracking control for servo system with disturbance. *ISA Transactions*(105), 269-277.
26. Han, X., Frigman, E., Spurgeon, S. (2010). Sliding-mode control of uncertain systems in the presence of unmatched disturbances with applications. *International Journal of Control*, 83.

27. Pan, Y., Kumar, K. D., Liu, G., Furuta, K. (2009). Design of Variable Structure Control System with Nonlinear Time-Varying Sliding Sector. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(8), 1981-1986.
28. Cloutier, J. (1997). *State-Dependent Riccati Equation Techniques: An Overview*. Proceedings of the 1997 American Control Conference, 2, 932-936.
29. Çimen, T. (2008, July). *State Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey*. Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control, 3761-3775
30. Çimen, T. (2010). Systematic and Effective Design of Nonlinear Feedback Controllers via The State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Method. *Annual Reviews in Control*, 34(1), 32-51.
31. Bracci, A., Innocenti, M., Pollini, L. (2006). Estimation of the Region of Attraction for State-Dependent Riccati Equation Controllers. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 29, 1427-1430.
32. Shankar, P., Yedavalli, R. K., Doman, D. B. (2004). *Stability Domain Estimation for Dynamic Inversion Embedded SDRE Flight Controller*. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2.
33. Copur, E. H., Arican, A. C., Ozcan, S., Salamci, M. U. (2019). An Update Algorithm Design using Moving Region of Attraction for SDRE Based Control Law. *Journal of the Franklin Institute*, 356(15), 8388-8413.
34. Cunha, J. P., Hsu, L., Costa, R., Lizarralde, F. (2003). Output-Feedback Model-Reference Sliding Mode Control of Uncertain Multivariable Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45, 2245-2250.
35. Wang, Q., Wang, X., Cai, Z. (2009). *Model Reference Based on Sliding Mode Control*. 2009 IEEE International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems, 2, 738-741.
36. Hu, Y. M., Zhang, D. K., Su, C. Y. (2003). *Model-Reference Sliding Mode Control for Systems with Hysteresis*. Proceedings of the 2003 IEEE International Symposium on Intelligent Control, 777-781.
37. Spurgeon, S. K., Edwards, C., Foster, N. P. (1996). *Robust Model Reference Control Using A Sliding Mode Controller/Observer Scheme with Application To A Helicopter Problem*. 1996 IEEE International Workshop on Variable Structure Systems , (s. 36-41).
38. Chang, J. L. (2008). Robust Discrete-Time Model Reference Sliding-Mode Controller Design With State and Disturbance Estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11), 4065-4074.

39. Ganesan, M., Ezhilarasi, D., Benni, J. (2017). Second-Order Sliding Mode Controller with Model Reference Adaptation for Automatic Train Operation. *Vehicle System Dynamics*, 55(11), 1764-1786.
40. Muniandi, G., Deenadayalan, E. (2019). Composite Model Reference Adaptive Sliding Mode Controller for Automatic Train Operation. *IET Control Theory and Applications*, 13.
41. Krupp, D., Shtessel, Y. B. (1999). *Chattering-free sliding mode control with unmodeled dynamics*. Proceedings of the American Control Conference, 530-534.
42. Vo, A. T., Kang, H. (2019). A chattering-free, adaptive, robust tracking control scheme for nonlinear systems with uncertain dynamics. *IEEE*, 10457-10466.
43. Alvarez-Rodriguez, S., Flores, G., Ochoa, N. (2019). Variable gains sliding mode control. *International Journal of Control, Automation and Systems*. (17), 555-564.
44. Bartolini, G., Pisano, A., Punta, E., Usai, E. (2003). A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems. *International Journal of Control*, 76(9-10), 875-892.
45. Levant, A. (2003). Higher-Order Sliding Modes, Differentiation and Output Feedback Control. *International Journal of Control*, 76(9-10), 924-941.
46. Furuta, K., Pan, Y. (2000). Variable Structure Control with Sliding Sector. *Automatica*, 36(4), 211-228.
47. Furuta, K., Pan, Y. (1995). *A New Approach To Design A Sliding Sector For VSS Controller*. Proceedings of the American Control Conference, Washington, 1304-1308.
48. Furuta, K., Hatakeyama, S., Pan, Y. (1999). *VS Controller Design for Continuous System from Sampled Data*. Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, 1032-1036.
49. Pan, Y., Furuta, K., Hatakeyama, S. (1999). *Invariant Sliding Sector for Variable Structure Control*. Proceedings of the 38th Conference on Decision And Control, , Phoenix, Arizona, 5152-5157.
50. Pan, Y., Furuta, K., Suzuki, S., Hatakeyama, S. (2000). *Design of Variable Structure Controller – From Sliding Mode to Sliding Sector*. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia, 1685-1690.
51. Pan, Y., Furuta, K. (2006). *Variable Structure Control By Switching Among Feedback Control Laws*. Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, USA, 789-794.
52. Suzuki, S., Furuta, K., Pan, Y. (2003). *State-Dependent Sliding-Sector VS-Control and Application to Swing Up Control of Pendulum*. Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. Maui, Hawaii USA. (1), 251-256.

53. Korondi, P., Hashimoto, H., Sziebig, G. (2008). *Sliding Sector Design for Nonlinear Systems*. Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control, Seoul, 3556-3561.
54. Lee, P. M. (1998). Improvements on VSS-Type Self-Tuning Control for a Tracking Controller. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(2), 319-325.
55. Zhong, L., Zheng, B. C., Li, T. (2017). *Sliding Sector Variable Structure Control for T-S Fuzzy Markov Jump Systems*. 4th International Conference on Information Cybernetics and Computational Social Systems (ICCSS), Dalian. (16), 1980-1995
56. Xu, B., Zhou, D., Liang, Z., Zhou, G. (2016). Robust adaptive sliding sector control and control allocation of a missile with aerodynamic control surfaces and reaction jets. *Part G: Journal of Aerospace Engineering* 231.
57. Ozcan, S., Salamci, M. U., Nalbantoglu, V. (2020). Nonlinear sliding sector design for multi-input systems with application to helicopter control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1-44.
58. Katebi, J., Zamen, S. (2016). Robust time varying sliding sector for uncertain structures control. *Journal of Vibration and Control*(24).
59. Stockum, L. A., Burge, J., Plunk, G. (1987). Electro-mechanical Design for Precision Pointing and Tracking System . *SPIE*, 66-74.
60. Baruh, H. (1999). *Analytical Dynamics*. Singapore: WCB/McGraw-Hill.
61. Hilkert, J. M. (2007). *Precision Stabilized Pointing & Tracking Systems*. Alpha-Theta Technologies.
62. Dini, P., Saponara, S. (2019). Cogging Torque Reduction in Brushless Motors by a Nonlinear Control Technique. *Energies*, 12, 2224.
63. Tjahjowidodo, T., Al-Dender, F., Van Brussel, H. (2005). *Friction Identification and Compensation in a DC Motor*. IFAC Proceedings 16th IFAC World Congress., 38, 554-559.
64. Olsson, H., Åström, K., Canudas de Wit, C., Gäfvert, M., Lischinsky, P. (1998). Friction Models and Friction Compensation. *European Journal of Control*, 4(3), 176-195.
65. Baykara, B. (2009). *Control of Systems under the Effect of Friction*. Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
66. Kennedy, P. J., Kennedy, R. L. (2003). Direct Versus Indirect Line of Sight (LOS) Stabilization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11(1), 3-15.
67. Devika, K. B., Thomas, S. (2018). Sliding mode controller design for MIMO nonlinear systems: A novel power rate reaching law approach for improved performance. *Journal of the Franklin Institute*, 355(12), 5082-5098.

68. Bryson, A. E., Ho, Y. C. (1975). *Applied optimal control: optimization, estimation, and control*. New York: Taylor & Francis Group.
69. Menon, P. K., Lam, T., Crawford, L. S., Cheng, V. H. (2002). *Real-Time Computational Methods for SDRE Nonlinear Control of Missiles*. Proceedings of the American Control Conference, Anchorage ,232-237.
70. Özcan, S. (2012). *Nonlinear Sistemler Kayan Sektör İçeren Değişken Yapılı Kontrolcü Tasarımı*. Ankara: Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
71. Birinci, B. E. (2013). *Değişken Yapılı Kontrol Girişindeki Çatırtı Probleminin Giderilmesi için Yeni Yöntemlerin Geliştirilmesi*. Ankara: Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
72. Ozcan, S., Salamci, M. U., Birinci, B. E. (2013). *State Dependent Sliding Sectors for Nonlinear Systems with Nonlinear Sliding Surfaces*. American Control Conference, Washington, USA 5754-5759.



Gazili olmak ayrıcalıktır